LALINA COULANGE

LE FAIRE MATHÉMATIQUE : UNE NOUVELLE OUVERTURE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIQUE POUR ÉTUDIER LES CONNAISSANCES ET LES SAVOIRS ?

(Débat : réaction)

Abstract. **Mathematical doing: New theoretical and methodological perspective for studying knowledge and knowing.** In their research work, MAHEUX and PROULX propose to take distance from mathematical "knowledge" and "knowing" and to focus on mathematical doing. The both theoretical and empirical path that they investigate leads me to question further the role of mathematical knowledge and knowing in the research in didactic of mathematics. Do mathematical knowledge and knowing appear as 'real' or theoretical objects in didactic studies? How do "knowledge and knowing" influence the ways in which researcher may observe and analyse the learning/teaching of mathematics?

Résumé.
Pour mener leurs analyses didactiques, MAHEUX et PROULX proposent de ne plus se référer aux savoirs et connaissances mais au "faire mathématique" dont ils donnent une définition théorique. L'étude que je développe de cette proposition me conduit à interroger plus avant le rôle des connaissances et des savoirs dans les recherches en didactique des mathématiques. En quoi les connaissances et les savoirs constituent-ils des objets théoriques ou réels, des outils d'observation ou d'analyse pour le chercheur en didactique ?

Mots-clés : connaissance(s), savoir(s), activité(s), observation

---

Introduction

MAHEUX & PROULX ouvrent eux-mêmes le débat en proposant *d'abandonner* les idées de savoirs et de connaissances mathématiques. Voilà une proposition qui paraît audacieuse, voire polémique dans le champ de la didactique des mathématiques que d'aucuns définissent comme la science des conditions de diffusion des connaissances mathématiques ! La proposition des auteurs mérite pourtant d'être entendue. Elle nous invite à nous interroger fortement sur le rôle des « connaissances » et des « savoirs » ou du couple « connaissance et savoir » dans la recherche en didactique.

À travers ma réaction, je souhaite commencer par partager avec les auteurs et le lecteur de la revue, différentes questions qui ont émergé au fil de ma lecture. Dans quelle mesure les connaissances et les savoirs mathématiques constituent-ils des

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 19, p. 63 - 70.

objets réels ou théoriques en didactique des mathématiques ? Les connaissances participant à la construction des savoirs mathématiques sont-elles toujours mathématiques ? Qu'observe le chercheur en didactique dans la classe de mathématiques : des connaissances, des savoirs, de l'activité … ou du *faire* au sens défini par MAHEUX & PROULX ?

Enfin, je reviendrai sur ce que recouvre le *faire mathématique*. Finalement, à travers le changement de paradigme proposé par MAHEUX & PROULX, s'agit-il véritablement d'abandonner les connaissances et les savoirs mathématiques ou de faire un pas de côté par le biais de l'étude du *faire mathématique*, afin de mieux les appréhender ?

1. Savoir et connaissance mathématique : objets réels ou théoriques ?

En première partie de leur article, les auteurs développent un argumentaire en faveur de l'abandon des savoirs et des connaissances mathématiques. Ce faisant, ils soulèvent des questions que je vois comme relatives à une réification[1] potentielle des notions de connaissances et de savoirs dans les recherches en didactique des mathématiques. Les connaissances et les savoirs sont-ils des objets réels ou des construits théoriques ?

Quand MAHEUX & PROULX posent la question de savoir s'il est possible théoriquement, « de considérer l'activité mathématique (des élèves par exemple), sans y voir la manifestation de connaissances possédées *a priori* (par ces mêmes élèves) cherchant à s'approcher de savoirs prédéfinis » (MAHEUX & PROULX, p. 24), les connaissances et savoirs sont assez clairement entrevus ici, comme étant des objets « réels ». De fait, les savoirs mathématiques recouvrent ce que CHEVALLARD (1994) appelle des *domaines de réalité* qui les font exister ou « préexister » pour les individus, au moins pour ceux, acteurs au sein d'institutions didactiques (élèves, enseignants et même didacticiens). Cette forme de préexistence peut également concerner les connaissances mathématiques (en tout cas, celles des élèves) si celles-ci sont envisagées à l'aune de leur proximité avec des savoirs, eux-mêmes préexistants, voire réifiés.

Il ne faut cependant pas perdre de vue que savoirs et connaissances font l'objet de constructions théoriques dans le champ des recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. De nombreux chercheurs en didactique des mathématiques ont essayé et essaient encore de définir connaissance et savoir mathématiques.

Par exemple, une connaissance en théorie des situations didactiques est caractérisée comme *moyen de prise de décision ou de choix* dans une situation (BROUSSEAU

[1] Au sens philosophique du terme : chosification ou action de transformer un concept, un objet abstrait en un objet concret.

2010), et le savoir est appréhendé comme *le fruit de l'action humaine institutionnelle* dans le cadre de la théorie anthropologique (BOSCH & CHEVALLARD 1999). Au sein d'une théorie didactique, de telles définitions ne vivent d'ailleurs pas de façon isolée, mais sont mises en réseau avec d'autres concepts issus de la théorie (par exemple avec la notion de situation didactique dans le cadre de la théorie des situations). La distinction entre savoir et connaissance (comme celle citée dans le texte, proposée par CONNE en 1992) peut d'ailleurs parfois s'avérer davantage reprise et opérationnalisée que les définitions mêmes et isolées d'un savoir et d'une connaissance.

Dans mes travaux récents au sujet de l'institutionnalisation, j'ai ainsi été frappée par la diversité des définitions et redéfinitions théoriques, attenantes à l'idée même de savoir, au sein de différentes théories didactiques. Un inventaire à la Prévert des mots-clés ou de qualificatifs associés à *savoir*, dans le seul champ de la didactique des mathématiques, devient rapidement long et illustre la diversité théorique sous-jacente.

Toutefois, comme MAHEUX & PROULX le soulignent à juste titre, les didacticiens n'échappent peut-être pas toujours à certains pièges, liés aux jeux de langage spécifiques de l'usage des mots connaissances et savoirs.

Quand un chercheur en didactique des mathématiques parle du savoir mathématique, ne se réfère-t-il pas toujours doublement à un domaine de réalité (celui d'un texte de savoir préexistant au sein d'une institution didactique) et à une théorie didactique ? Cette double référence conduit peut-être à des ambiguïtés si ce n'est dans les travaux de recherche en didactique des mathématiques eux-mêmes, du moins dans leur diffusion ou dans la réception qui peut en être faite.

S'agit-il pour autant d'une impasse scientifique qui nécessite comme le suggèrent les auteurs du texte, un changement de paradigme ? En d'autres termes, doit-on abandonner de parler de, mais aussi de construire théoriquement les notions de savoirs et de connaissances mathématique, à cause de la réification potentielle de ces notions ?

2. Les connaissances sont-elles mathématiques ?

Dans la contribution de MAHEUX & PROULX, les idées de connaissances et de savoirs sont parfois mises sur le même plan. Elles méritent peut-être d'être davantage distinguées à divers égards. Notamment quelle que soit la théorie didactique convoquée, les savoirs demeurent *a priori* mathématiques, en est-il de même pour les connaissances ?

Comme RODITI le rappelle dans son texte introductif, BROUSSEAU (1998) a parlé de types de connaissances ou plus récemment, de formes de connaissances à même de permettre la construction d'un même savoir mathématique. Dans le cadre de la théorie des situations, à l'instar de LAPARRA et MARGOLINAS (2010), on peut adopter une définition très large de la connaissance comme étant ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu dans une situation didactique et dès lors, à même d'inclure des connaissances du corps, des connaissances dans l'action, des connaissances de l'interaction, etc. En adoptant ce point de vue sur la connaissance, ne se rapproche-t-on pas du point de vue du *faire mathématique* défendu par MAHEUX & PROULX, tout en continuant à parler de connaissance ?

Toutefois si l'on définit les connaissances de manière aussi large, parle-t-on toujours d'une *connaissance mathématique* telle qu'elle a pu être définie à l'origine au sein de la théorie des situations didactiques, c'est-à-dire d'une connaissance à même d'acquérir une fonction de savoir mathématique au cours d'un processus d'institutionnalisation (BROUSSEAU 1998, BESSOT 2011) ? Dans les exemples mis à l'étude dans les travaux menés en collaboration avec MARGOLINAS (LAPARRA & MARGOLINAS 2010, MARGOLINAS et WOZNIAK 2012), il semble que les connaissances concernées (liées à l'énumération, ou au rôle du nombre pour mémoriser une position) rentrent dans ce cadre, même si les savoirs mathématiques concernés n'existent pas *a priori* dans des institutions mathématiques de référence.[2] Mais est-ce toujours le cas ?

Autrement dit, toute *connaissance participant à la construction d'un savoir mathématique* peut-elle être considérée comme *mathématique* ?

En lien avec d'autres cadres théoriques que celui de la théorie des situations en didactique des mathématiques, cette question renvoie, entre autres, à l'idée de *connaissances cachées* développées dans d'autres travaux en didactique (CASTELA 2008 ; HOUDEMENT 2011), voire aux *adaptations de connaissances*[3] distinguées dans le cadre de la double approche ergonomique et didactique (ROBERT 2005, 2008).

C'est aussi une question qui se trouve au cœur de l'étude de la différenciation dans les apprentissages en mathématiques, à l'origine de certains des travaux précités. D'ailleurs, des recherches comme celles menées au sein du réseau RESEIDA[4] (ROCHEX et CRINON 2011) qui croisent les points de vue didactique et sociologique afin de mieux appréhender la construction des inégalités scolaires, conduisent vraisemblablement à élargir le point de vue sur les connaissances à même de participer à la construction des savoirs mathématiques (voire disciplinaires), en

---

[2] Ce qui confère un caractère que ces auteurs qualifient de *transparent* à ces savoirs dans l'institution didactique, à même d'éclairer plusieurs des phénomènes didactiques révélés par leurs travaux.

[3] D'ailleurs exploitée dans CASTELA (op. cité) pour parler de connaissances cachées.

[4] Réseau d'équipes de Recherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages piloté par ROCHEX.

considérant l'élève (et même les élèves) comme un sujet social (ou des sujets sociaux).

3. Qu'observe le chercheur en didactique des mathématiques ?

Le propos tenu par MAHEUX et de PROULX me paraît renvoyer à une autre interrogation relative à la construction d'observables ou aux outils de l'observation (de la classe) utilisés dans les recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

MAHEUX & PROULX mettent l'accent sur le fait que ce que le chercheur « voit »[5] correspond toujours à des actions visibles (que celles-ci soient d'ailleurs matérielles, langagières, etc.) des élèves et de l'enseignant, ou pour reprendre leurs propos, à un *faire* au sens large. C'est d'ailleurs peut-être pour cela qu'ils passent de *l'activité* au *faire*, considérant à juste titre, que l'activité mathématique est déjà le fruit d'une construction (ou d'une reconstruction) théorique du chercheur.

Certes ce que le didacticien « voit » dans une classe, n'est à proprement parler ni de la connaissance, ni du savoir, ni même de l'activité mathématique. Mais qu'observe-t-il en réalité ? Autrement dit, dans quelle mesure, le chercheur en didactique construit-il des observables relatifs à la connaissance, au savoir ou à l'activité mathématique (des élèves, des enseignants) ? Voilà une question qui mérite clairement d'être posée et qui l'est incontestablement, dans le texte de MAHEUX & PROULX.

Cette question a d'ailleurs déjà été soulevée indirectement, dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique. ROBERT (2008) précise en effet qu'à travers les analyses *a priori* d'énoncés et de déroulements, effectuées dans ce cadre, on n'accède[6] au mieux qu'aux activités (parfois *a minima* et *a maxima*) des élèves et non à leurs connaissances. Pourtant, dans l'analyse *a priori* d'un énoncé, il s'agit bien de déterminer les éventuelles adaptations de connaissances convoquées dans l'accomplissement des tâches mathématiques correspondantes. Les observables construits *via* l'analyse *a priori*[7] ne sont donc pas sans lien avec les connaissances mathématiques. Pour autant, le propos tenu par ROBERT (op. cité) met l'accent sur le fait que ces observables se situent davantage au niveau de l'activité du sujet que de celui des connaissances (ou des adaptations de connaissances).

---

[5] Je distingue ici le fait de « voir » et « d'observer ». Observer renvoie à la construction méthodologique (et donc en partie théorique) d'observables.

[6] Il me semble que par « accéder à », ROBERT (op. cité) parle bien « d'observer » au sens où je l'entends ici.

[7] Notons au passage que dans les travaux en didactique des mathématiques, l'analyse *a priori* (qu'il s'agisse de l'analyse *a priori* de situations, de tâches ou de types de tâches) joue un rôle essentiel dans la construction d'observables.

Ainsi différentes strates dans l'observation (*via* la construction d'observables) par le chercheur sont, possibles et de fait, sans doute diversement convoquées dans les théories didactiques : entre l'activité, la connaissance et le savoir mathématique… sans que l'on ne se soit suffisamment posé la question d'élucider les relations entre ce que le chercheur en didactique « voit », observe, voire infère à partir de l'observation.

MAHEUX & PROULX invitent le chercheur à observer de manière plus ouverte et proche de ce l'on serait à même de « voir » dans la classe de mathématique, c'est-à-dire à observer du *faire* voire du *faire ensemble,* pour étudier le *faire mathématique*. Ce faisant, ils prônent me semble-t-il, une nouvelle ouverture à la fois théorique et méthodologique qu'il convient maintenant d'interroger plus avant.

4. Le *faire* mathématique : une nouvelle ouverture ?

MAHEUX & PROULX nous incitent donc bien à étudier et à observer la classe de mathématiques, sans faire d'hypothèses sur l'existence de savoirs et de connaissances mathématiques. Comment passent-ils du *faire* (qui sous-entendrait tout ce que le chercheur peut « voir » comme actions à la fois collectives, individuelles, matérielles, langagières, etc.) au *faire mathématique* ? L'exemple donné sur la résolution d'équation dans leur texte éclaire la démarche à la fois théorique et pratique adoptée par les auteurs. Le passage du *faire* au *faire mathématique* repose sur l'identification de différents *mouvements* (possibles ou effectivement mis en œuvre par les étudiants ou les élèves) à même de *faire sens* en mathématiques, c'est-à-dire d'être rattachés à d'autres *faire* susceptibles d'être rattachés au domaine de l'activité mathématique. L'ouverture portée par le *faire mathématique* de MAHEUX & PROULX paraît double : d'une part dans la manière d'envisager les actions (des élèves, de l'enseignant), d'autre part dans la façon d'envisager l'horizon mathématique de ces actions. Ainsi dans l'exemple proposé, ils envisagent un mouvement qu'ils désignent par : « renverser l'équation ». Puis ils interrogent l'efficacité, la validité, le statut, la portée, etc. de ce faire, et ce, afin de répondre au défi d'en faire sens mathématiquement.

On peut s'interroger sur la nouveauté du projet scientifique porté par le *faire mathématique,* au regard des autres approches théoriques développées en didactique des mathématiques qui ont conservé les termes primitifs de savoir et/ou de connaissance. Par exemple, la référence faite à un domaine d'activité (celui des mathématiques) pour passer du *faire* au *faire mathématique* peut faire penser au projet original de la théorie anthropologique du didactique qui vise à dépasser les domaines de réalités liés aux savoirs, en envisageant les savoirs aussi comme des pratiques sociales (CHEVALLARD 1994).

Pour autant, j'entrevois bien des aspects nouveaux dans le point de vue exposé par MAHEUX & PROULX sur le *faire mathématique.* Il me semble que les auteurs nous préviennent à juste titre de certains risques inhérents à l'activité de recherche en didactique des mathématiques. Le chercheur en didactique est-il toujours plus ou moins emprisonné par un (ou plusieurs) texte(s) de savoir mathématique ? Peut-il objectiver la notion de connaissance, sans chercher à la ramener à des éléments textuels (et dès lors préexistants et figés) des savoirs mathématiques ? Enfin, le chercheur, mesure-t-il les écarts entre ce qu'il « voit », ce qu'il « observe » dans la classe et les connaissances et les savoirs mathématiques qu'il cherche à étudier ?

Ces questions centrales dans l'article de MAHEUX et PROULX, méritent toute notre attention. J'espère en avoir convaincu le lecteur au fil de ma réaction.

Toutefois, l'ouverture méthodologique et théorique prônée par ces deux auteurs nécessite-t-elle d'abandonner les idées de connaissances et de savoirs mathématiques ? Ou bien le *faire mathématique* représente-t-il un pas de côté nécessaire pour étudier les connaissances et les savoirs, de façon plus ouverte et objective ?

Quoiqu'il en soit, le changement de paradigme proposé par ces deux auteurs permet visiblement de lever une certaine illusion de transparence sur les notions de connaissance et de savoir en didactique des mathématiques.

Bibliographie

BESSOT A. (2011), L'ingénierie didactique au cœur de la recherche en théorie des situations didactiques, dans *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (Eds Margolinas & alii), 29-56, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (2010), Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques, [en ligne : http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf, consulté le 27 janvier 2014]

BOSCH M. & CHEVALLARD Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs : objet d'étude et problématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **19.1**, 77-124.

CASTELA C. (2008), Approche didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes, dans *Perspectives en didactique des mathématiques* (Eds Rouchier & Bloch), 89-114, La Pensée Sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1994), Les processus de transposition didactique et leur théorisation, dans *La transposition didactique à l'épreuve* (Eds. Arsac & alii), 135-180, La Pensée Sauvage, Grenoble.

CONNE F. (1992), Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **9.1**, 71-116.

HOUDEMENT C. (2011), Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques à l'école, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **16**, 67-96.

LAPARRA M. & MARGOLINAS C. (2010), Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement, *Pratiques* **145.146**, 141-160.

MARGOLINAS C. & WOZNIAK F. (2012), *Le nombre à l'école maternelle, une approche didactique*, De Boeck : Bruxelles.

ROBERT A. (2005), Deux exemples d'activités en formation des enseignants de mathématiques du second degré, *Petit x*, **67**, 63-76.

ROBERT A. (2008), Problématique et méthodologie communes aux analyses des activités des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques, dans *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (Ed. Vandebrouck), 31-68, Octarès, Toulouse.

ROCHEX J-Y. & CRINON J. (2012), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignement.* PUR Coll. Paideia, Rennes.

LALINA COULANGE
97 rue Lafontaine
33800 BORDEAUX
lalina.coulange@espe-aquitaine.fr