AVENILDE ROMO VÁZQUEZ

PROJETS D'INGÉNIERIE : ÉTUDE D'UNE ACTIVITÉ PRATIQUE DANS LA FORMATION D'INGÉNIEURS

Abstract. Engineering Projects: Study of a practical activity in engineering education. This text is based on the Romo's thesis (2009), the center of which being the place of mathematics in three projects belonging to mathematics training for prospective engineers. Learning involves solving linear differential equations with constant coefficients, equipped by the Laplace transform, the last phase (determination of the original) having two variants (with or without convolution). The didactic transposition is partly determined by the aims of teaching (learning effects are the goal, but other influences are critical and, in a course of vocational training, we may not neglect the institutional references. The computer resources available today raise the question of praxeology really useful: What knowledge is empowering management of parameters and interpretation of software outputs? What is the contribution of elements of knowledge for effective use of treatment by simulation?

Résumé. Ce texte s'appuie sur la thèse de Romo (2009), dont le cœur est la place des mathématiques dans la réalisation de trois projets d'ingénierie, en formation mathématique des ingénieurs. Cette formation comporte la résolution des équations différentielles linéaires à coefficients constants, outillée par la transformée de Laplace et dont la dernière phase (détermination de l'originale) possède deux variantes (avec ou sans produit de convolution). La transposition didactique est pour une part déterminée par les visées de l'enseignement : Il s'agit d'obtenir un apprentissage, mais d'autres influences sont déterminantes et, dans un cursus de formation professionnelle, on ne peut négliger les références institutionnelles. Les moyens informatiques aujourd'hui disponibles posent la question de la praxéologie réellement utile : Quels savoirs outillent la gestion des paramètres et l'interprétation des productions du logiciel ? Quelle est la contribution des éléments de savoir à un usage efficace du traitement par simulation ?

Mots-clés. Formation des ingénieurs, transformée de Laplace, transposition, praxéologie.

---

1. Introduction

Ce texte s'appuie sur ma thèse de didactique des mathématiques (Romo-Vázquez, 2009) consacrée à la formation mathématique des ingénieurs. Le contexte spécifiquement étudié dans ce travail est celui de l'Institut Universitaire Professionnalisé (IUP) d'Evry. Cette structure recrute essentiellement des étudiants qui ont choisi depuis leur entrée dans le supérieur une orientation technique. La formation est caractérisée par une liaison étroite avec le monde de l'entreprise, dimension qui se traduit notamment par un dispositif particulier, dit des projets d'ingénierie : chaque groupe d'étudiants doit proposer une réponse à une commande présentées comme venant d'un monde professionnel, laboratoire ou entreprise ; les

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 15, p. 201 – 218.

problèmes posées sont véritablement ouverts. Le cœur de la thèse porte sur l'étude de la place des mathématiques dans la réalisation de trois de ces projets. L'un d'entre eux confronte les étudiants à un problème d'asservissement d'un système continu ; le traitement proposé s'appuie sur le logiciel Matlab qui permet une démarche d'ajustement par essais-erreurs. Les techniques utilisées ont un fort arrière-plan mathématique mais, en cohérence avec les résultats des travaux de Noss, Hoyles et Pozzi (2000), Bissell (2000, 2002), Kent et Noss (2002), les savoirs mathématiques en jeu n'y apparaissent pas explicitement. Il a donc fallu engager un véritable travail de reconstitution pour les mettre à jour. Ceci a introduit dans le champ de l'étude plusieurs cours consacrés à la transformation de Laplace et à son utilisation dans la résolution des équations différentielles linéaires : un cours de mathématiques sur les Fonctions Holomorphes proposé dans un groupe d'écoles d'ingénieurs (Ecoles des Mines)[1], au niveau L3 (troisième année d'enseignement supérieur) ; deux cours[2] d'automatique de niveau L2, l'un disponible en ligne s'adresse aux étudiants de Génie Electrique et Informatique Industrielle des Instituts Universitaires Technologiques (IUT, formation universitaire courte de techniciens supérieurs), l'autre est proposé dans le cadre d'une Licence (formation universitaire en 3 ans) de Sciences et Technologie pour l'Ingénieur. Des différences notables sont apparues entre ces textes ; l'étude approfondie sur les transpositions auxquelles la transformée de Laplace donne lieu dans tels cours a fait l'objet d'un autre article que j'ai écrit avec Corine Castela, à paraître dans la revue Recherches en Didactique des Mathématiques. Dans la présente communication, je me concentrerai sur l'analyse d'une tâche développée au sein d'un projet. L'intention est de montrer comment les tâches relevant du projet demandent d'adapter les techniques rendues disponibles par l'institution d'enseignement. Du même, je montrerai comment l'automatique (discipline intermédiaire) et le logiciel jouent un rôle prépondérant dans ces adaptions.

Dans cet article, après une rapide présentation du cadre théorique, nous présentons l'analyse des projets et plus particulièrement l'analyse de la tâche concernant l'asservissement d'un moteur à courant continu. Celle-ci constitue un exemple d'une praxéologie qui fait intervenir des éléments mathématiques dans une activité pratique. Des transpositions sont opérées sur ces éléments, principalement par l'automatique (discipline intermédiaire), pour les rendre fonctionnelles dans le cadre du projet.

---

[1] Ces écoles ne relèvent pas de l'université ; la plupart de leurs étudiants, recrutés par concours, sont issus d'un cycle d'étude en 2 ans, tout à fait spécifique, les Classes Préparatoires aux Grandes Ecoles, dont l'enseignement est essentiellement théorique et très ambitieux. A la suite, un cycle d'étude de 3 ans mène au diplôme d'ingénieurs.

[2] Le cours d'automatique de l'IUP a été également étudié mais c'est un texte très succinct destiné à être complété oralement peu propice à l'illustration de notre propos.

2. Cadre théorique : La théorie Anthropologique du Didactique

Ce travail s'inscrit dans la Théorie Anthropologique du Didactique, qui propose un modèle épistémologique dans lequel toute activité humaine « consiste à *accomplir une tâche t* d'un certain *type T*, au moyen d'une certaine *technique τ, justifiée* par une *technologie* θ qui permet en même temps de la *penser*, voire de la *produire*, et qui à son tour est *justifiable* par une théorie Θ. En bref, toute activité *met en œuvre* une organisation qu'on peut noter [*T*/τ/θ/Θ] et qu'on nomme *praxéologie*, ou *organisation praxéologique ».* (Chevallard, 2002, p. 3)

2.1. La circulation interinstitutionnelle des praxéologies et les phénomènes de transposition

Chevallard (1999) insiste sur le fait que les praxéologies, comme les savoirs, circulent depuis l'institution qui les a produites vers d'autres institutions qui les perçoivent comme utiles à leur fonctionnement. Mais cette dynamique interinstitutionnelle s'accompagne de phénomènes de transformation :

> "Les conditions imposées par l'écologie de *I* [institution importatrice] font alors que la praxéologie désirée ne pourra y être reproduite *à l'identique*, mais qu'elle subira, dans ce "transfert", diverses modifications adaptatives : on parlera donc, non de transfert, mais de *transposition* de *I'* [institution de production] à *I*." (Chevallard 1999, p. 231)

Dans le contexte spécifique de la thèse et particulièrement de l'étude des projets, nous avons considéré que les praxéologies mathématiques circulent entre différentes institutions avant de rentrer un jeu dans les projets. Ces institutions sont :

- P(M) : institution de production des savoirs mathématiques,
- P(DI) : institution de production des savoirs intermédiaires[3],

A l'intérieur de l'IUP, institution de formation, existent plusieurs sous-institutions :

- E(M) : institution d'enseignement de savoirs mathématiques,
- E(DI) : institution d'enseignement de savoirs intermédiaires
- Ifp : des stages en entreprise ou projets, les projets correspondant à un dispositif de formation qui essaye de reproduire à la fois les conditions de la pratique et celles de la recherche-développement liées aux savoirs intermédiaires.

[3] Ce modèle est un modèle simplifié puisque par exemple, il existe plusieurs disciplines intermédiaires impliquées dans la formation des ingénieurs.

Nous présentons ici, différents parcours que ces praxéologies peuvent suivre pour passer de l'institution de productrice de savoirs mathématiques, notée P(M) dans la suite, aux projets (Ifp dans la suite) :

P(M)→E(M)→Ifp

De l'institution de production de savoirs mathématiques à l'enseignement de mathématiques et de ce dernier au projet.

P(M)→E(M)→E(DI)→Ifp

De l'institution de production de savoirs mathématiques à l'enseignement de mathématiques, de cet enseignement à l'enseignement de disciplines intermédiaires et de ce dernier au projet.

P(M)→P(DI)→E(DI)→Ifp

De l'institution de production de savoirs mathématiques à l'institution de production de savoirs intermédiaires, de celle-ci à l'enseignement de disciplines intermédiaires et de ce enfin au projet.

3. L'analyse de projets d'ingénierie : le cas de l'asservissement d'un moteur à courant continu

Dans cette partie, je m'intéresse à un projet d'ingénierie dans lequel des praxéologies venant de la disciplinaire intermédiaire automatique sont en jeu pour réaliser l'asservissement d'un moteur. Ce projet peut être considéré comme la dernière étape du parcours didactique de ces praxéologies mathématiques au sein du curriculum de formation proposé par l'IUP. Nous présentons d'abord l'organisation du dispositif des "Projets d'ingénierie" et la méthodologie utilisée par Romo (2009) pour étudier le travail réalisé dans ces projets. Ensuite, dans le cas du projet intégrant une situation d'asservissement, nous donnons quelques éléments concernant l'approche développée par les étudiants. Nous terminons en évoquant les remarques critiques d'un expert sur la solution proposée de façon à donner une idée de la distance entre le contexte de la formation et la réalité des pratiques professionnelles.

3.1. Les projets d'ingénierie

A l'IUP d'Evry, les projets sont réalisés par des groupes d'étudiants de quatrième année. Le dispositif vise à reconstituer les conditions d'une entreprise. Un professeur de l'IUP joue le rôle d'un client qui adresse à un bureau d'études une commande, définie par un cahier des charges précis. Un groupe d'étudiants est responsable du traitement de la commande, il doit élaborer de manière autonome une proposition. En même temps, par certains aspects, les projets se rapprochent du monde de la recherche. Les sujets incluent des questions véritablement ouvertes, y compris pour le professeur-client, même si celui-ci joue également un rôle de conseiller épisodique dans le cours du travail. La production finale et le processus d'élaboration se développent conjointement. Les étudiants doivent donc organiser et planifier leur travail, rechercher des solutions, ce qui suppose qu'ils adaptent, voire développent, leurs connaissances académiques dans une perspective professionnelle.

Le projet est évalué suivant deux points de vue qui associent les exigences du monde du travail et celles de l'institution de formation. Le client doit être convaincu que la solution technologique trouvée est la meilleure. Mais l'évaluation est aussi académique : les étudiants présentent leur travail devant un jury composé de professeurs universitaires. Ce jury évalue l'ingéniosité avec laquelle les étudiants utilisent les connaissances qui leur ont été enseignées à l'IUP.

Les projets sont réalisés en 5 semaines, en deux phases. A la fin de la première phase (2 semaines), les étudiants rédigent un rapport intermédiaire dans lequel ils présentent leur interprétation de la commande et la solution technologique qu'ils ont choisie parmi celles que le travail préparatoire leur a fait rencontrer. Dans la seconde phase, le pré-projet est développé sous forme d'un produit concret.

3.2. La méthodologie de la recherche

Dans le cadre de mon travail de thèse, j'ai réalisé deux séries d'observations des projets, réparties sur deux années, en utilisant une méthodologie d'immersion. Pendant la première phase du projet, des données ont été recueillies auprès des étudiants et des clients-conseillers, par des interviews et des questionnaires. A l'issue de cette phase, ont été recueillis les données institutionnelles, les cahiers des charges, les rapports intermédiaires ainsi que les documents utilisés par les étudiants au cours de leur recherche. Ceci m'a permis d'acquérir, à partir de ma culture de mathématicienne-didacticienne, une certaine familiarité avec les projets. Néanmoins, cette première approche était insuffisante pour mener à bien une étude pertinente.

Une sélection a donc été opérée pour la seconde phase, de façon à pouvoir atteindre une compréhension plus approfondie et plus précise, puis à développer les analyses visées. Trois projets ont été choisis à partir des rapports intermédiaires et des questionnaires, suivant deux critères : 1) la présence de connaissances mathématiques explicites ; 2) le domaine du projet (aéronautique, mécanique, électronique, *etc.*). Pour chacun de ces projets, la seconde phase de travail des étudiants a été suivie, jusqu'à la soutenance finale au cours de laquelle les étudiants présentent leur solution à un jury. Des entretiens ont été réalisés avec les équipes ainsi qu'avec chaque étudiant. Le corpus de données ainsi rassemblé sur chaque projet constituait donc une base substantielle pour l'analyse.

3.2.1. L'analyse praxéologique des projets

Dans le cadre théorique de la recherche, il a été décidé d'identifier les praxéologies mathématiques utilisées par les étudiants au cours de leur travail, c'est-à-dire les types de tâches et les techniques en jeu. Mais l'analyse des techniques des étudiants s'est révélée très difficile du fait de l'existence de nombreux raccourcis dans les documents recueillis (rapport intermédiaire et autres). En particulier, bien qu'une très grande partie du travail ait impliqué des tâches mathématiques, les étudiants ne considéraient pas comme prioritaire de les présenter et encore moins de les justifier. De plus, l'usage de logiciels a souvent permis de contourner le travail mathématique. Il a donc fallu se livrer à une reconstruction des techniques et technologies impliquées. Pour ce faire, deux sources ont été sollicitées : 1) l'analyse des cours des disciplines intermédiaires (ou Sciences de l'ingénieur) et 2) le point de vue d'ingénieurs experts. Ce travail s'est substitué à l'analyse *a priori* qui joue un rôle important dans la recherche en didactique française. Les praxéologies mathématiques en jeu dans un projet ainsi reconstruites, il devenait alors possible à une didacticienne des mathématiques, de comparer les productions des étudiants avec celles des experts, sur le plan des techniques choisies et des discours technologiques associés.

Dans cet article, je présente l'analyse d'une tâche rencontrée dans l'un des projets, celle de l’asservissement du moteur à courant continu. Elle fait intervenir la notion de transformée de Laplace ainsi que la fonction de transfert, cette dernière est une notion relevant de l’automatique. Cette tâche, semble un bon exemple pour montrer l’imbrication de praxéologies mathématiques à d’autres savoirs comme ceux de la discipline intermédiaire.

3.2.2. La transformée de Laplace dans l’enseignement mathématique

La transformée de Laplace est un élément technologique qui intervient dans la réalisation de la tâche d’asservissement d’un moteur dans le projet. Cette transformée est l’objet d’enseignement dans le cours de mathématiques ainsi que dans le cours d’automatique. Dans le cadre de la thèse, j’ai analysé un cours de mathématiques, le cours de fonctions holomorphes produit à l’Ecole de Mines de Nancy et trois cours d’automatique. Ceci, afin de mettre en évidence les phénomènes transpositifs qui sont opérés sur la transformée de Laplace en jeu dans le projet. La transformée de Laplace est définie dans le cours de mathématiques, mentionné précédemment, de la manière suivante :

> « **Définition 5.3** *Soit f une fonction de L^+ et $\sigma(f)$ son abscisse de convergence (cf Définition 5.1). On appelle Transformée de Laplace de f et on note $L(f)$ (ou F quand il n’y aura pas d’ambiguïté), la fonction de la variable complexe définie pour tout p tel que* $\mathbb{R}e(\mathrm{p}) > \sigma(f)$ *par*

$$L(f)(p) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt \qquad (5.3)$$ » (p. 58)

Cette transformée est ainsi définie sur le demi-plan complexe défini par $\mathbb{R}e(p) > \sigma(f)$ pour lequel la convergence de l'intégrale impropre est assurée. La classe L^+ était définie, précédemment dans le cours, formellement de la manière suivante :

« **Définition 5.2** *On notera L^+ la classe des fonctions f :* $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ *vérifiant*

- *f est nulle sur* $\mathbb{R}^-$
- *f est à croissance au plus exponentielle en* $+\infty$
- *f est localement intégrable sur* $\mathbb{R}$ » (p. 58)

Dans ce cours, différentes propriétés sont elles aussi identiques à celles présentées dans les cours d'automatique et le même langage est utilisé pour les identifier : décalage, retard, changement d'échelle, transformée d'une dérivée. Dans chaque cas, elles sont démontrées en suivant la même technique. Celle-ci consiste à prouver d'abord que la fonction *f* considérée dans chacune d'elles appartient bien à la classe de fonctions L^+, puis à invoquer ensuite les propriétés des intégrales généralisées et des techniques de calcul comme changement de variable et intégration par parties pour justifier les formules obtenues. En revanche, les calculs eux-mêmes ne sont pas détaillés. On a donc, même si les propriétés sont identiques et formulées dans les mêmes termes, une présentation sensiblement différente : toujours concise mais où l'accent est mis sur l'existence des objets manipulés et les principes qui vont permettre le bon fonctionnement des calculs plus que sur les calculs eux-mêmes. Je me limiterai dans cette communication à présenter la propriété de la transformée d'une dérivée :

3.2.3. Transformée d'une dérivée

Soit *f* une fonction de L^+, dérivable, et supposons que sa dérivée soit encore dans L^+ (c'est presque toujours le cas, mais une fonction comme $f(t) = \cos(e^{t^2})$ fournit un contre-exemple) avec la même abscisse de convergence : $\sigma(f) = \sigma(f')$. Supposons également que *f* possède une limite à droite en 0 que nous noterons $f(0^+)$. Alors on a immédiatement grâce à une intégration par parties (comme $f \in L^+$, on a $f(t)e^{-pt} \to 0$ quand $t \to +\infty$ dès que $\mathbb{R}e(p) > \sigma(f)$)

$$L(f')(p) = pL(f)(p) - f(0^+) \qquad (5.12)$$

En réitérant la formule précédente, on montre par récurrence que si $f \in L^+$ est telle que $f', f'', \ldots, f^{(n)}$ sont toutes des fonction de L^+ alors

$$L(f^{(n)})(p) = p^n L(f)(p) - p^{n-1} f(0^+) - p^{n-2} f'(0^+) - \ldots - pf^{(n-2)}(0^+) - f^{(n-1)}(0^+)$$

Enfin, si f_1 désigne la primitive de la fonction f qui s'annule en 0, on tire immédiatement de la formule 5.12

Pour p tel que $\mathbb{R}e(p) > \sigma(f)$

$$f_1(t) = \int_0^t f(s)ds \Rightarrow L(f_1)(p) = \frac{L(f)(p)}{p}$$ » (p. 60)

3.2.4. La fonction de transfert

La fonction de transfert est un autre élément technologique qui intervient dans la tâche de l'asservissement du moteur à courant continu. Cette notion à forte contenu mathématique est étudiée dans le cours d'automatique intitulée : *Introduction à l'automatique des systèmes linéaires*[4]. Elle est y présentée de la manière suivante :

Fonction de Transfert

a) Equation différentielle

Les systèmes physiques sont le plus souvent régis par des équations différentielles linéaires à coefficients constants du nième ordre du type :

$$b_n \frac{d^n y}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} \ldots + b_1 \frac{dy}{dt} + b_0 y = a_m \frac{d^m u}{dt^m} + \ldots + a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u$$

Exemple : équation différentielle du 1er ordre : $T \frac{dy}{dt} + y = u$

b) Fonction de transfert

Si on applique la transformée de Laplace à l'équation différentielle, en supposant que les conditions initiales son nulles, la fraction rationnelle liant la sortie $Y(p)$ à l'entrée $U(p)$ est la fonction de transfert du système.

$$L\left(\frac{dy}{dt}\right) = p.Y(p) \Rightarrow L\left(\frac{d^2 y}{dt}\right) = p^2.Y(p) \Rightarrow \ldots \Rightarrow L\left(\frac{d^n y}{dt}\right) = p^n.Y(p)$$

$$\Rightarrow b_n p^n Y(p) + \ldots + b_1 pY(p) + b_0 Y(p) = a_m p^m U(p) + \ldots + a_1 pU(p) + a_0 U(p)$$

$$Y(p) = H(p).U(p) = \frac{a_m.p^m + \ldots + a_1 p + a_0}{b_n.p^n + \ldots + b_1 p + b_0}.U(p)$$

(Introduction à l'automatique des systèmes linéaires, 7–8.)

[4] Ce cours est fait au sein de l'IUP.

Ces éléments, permettront de mieux comprendre le rôle de la transformée de Laplace tant dans la disciplinaire intermédiaire que dans le projet.

3.3. La transformée de Laplace dans un problème d'asservissement concret

Le but du projet est de concevoir un dispositif permettant l'étude des phénomènes aérodynamiques liés au mouvement d'une voiture. Il s'agit donc de concevoir un tapis roulant permettant de reproduire la vitesse de la voiture sur le sol et ainsi de mener à bien l'étude aérodynamique sur une maquette d'automobile placée dans une soufflerie (figure 3).

Figure 3 : La soufflerie.

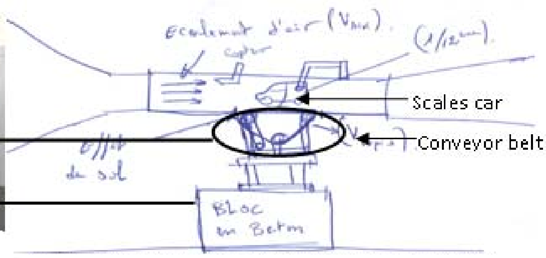


Figure 4 : Représentation du projet par les étudiants.

Le tapis roulant est actionné par un moteur électrique : la tâche principale est de contrôler la vitesse du moteur afin de pouvoir assurer au plancher défilant une vitesse égale à celle de l'écoulement d'air dans la soufflerie.

Nous présentons en premier lieu la reconstruction de la technique et de la technologie puis celles de l'étudiant.

3.3.1. Technique reconstruite

La transformée de Laplace est en jeu pour obtenir, à partir des équations différentielles, un second modèle mathématique immédiatement converti sous forme de schéma bloc. Ce schéma est l'interface adaptée à l'utilisation du logiciel qui permet une étude du moteur par simulation commode et efficace, le logiciel prenant en charge la résolution des équations.

Le modèle mathématique

Les équations différentielles modélisant les fonctionnements électrique et mécanique sont :

Fonctionnement électrique $u(t) = e(t) + Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$ [5]

[5] *u(t)* tension de commande du moteur, *e(t)* force électromotrice du moteur, *R* résistance d'induit, *i(t)* courant de l'induit, *L* inductance de l'induit ;

Fonctionnement mécanique $C_m(t) - C_r(t) = J\dfrac{d\omega(t)}{dt} + f\omega(t)$

Les fonctionnements électrique et mécanique sont liés par deux équations. Chacune contient une constante de flux et de couple k ($e(t) = k\omega(t)$ et $C_m(t) = ki(t)$

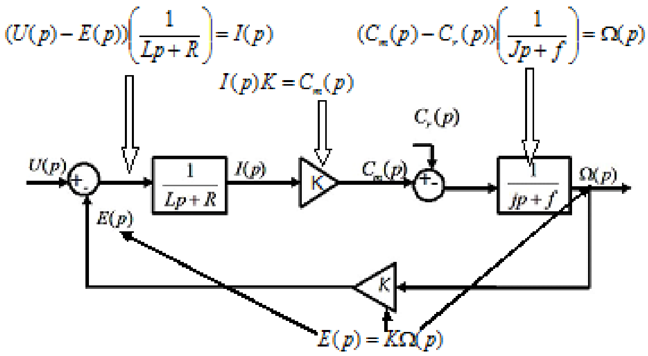
Nous appliquons ensuite la transformée de Laplace à chaque équation :

$$I(p) = \frac{U(p) - E(p)}{R + Lp} \quad (1) \qquad \Omega(p) = \frac{C_m(p) - C_r(p)}{Jp + f} \quad (2)$$

$$E(p) = K\Omega(p) \quad (3) \qquad I(p)K = C_m(p) \quad (4)$$

Construction du schéma bloc

Ces équations permettent de construire le schéma bloc suivant (cf. p. 23) dans lequel chaque élément des équations est représenté :



Simulation à l'aide du logiciel Matlab

La simulation du moteur dans le logiciel Matlab requiert la reproduction du « schéma bloc ». Celle-ci est faite par l'intermédiaire de l'option Simulink qui est conçue pour faciliter l'importation directe des éléments du schéma bloc, par le biais de différents menus.

Une fois que le schéma bloc est reproduit, il faut entrer des paramètres (ici *K*, *L*, *R*, *J* et *f*) que l'on peut faire varier ou fixer à des valeurs liées aux caractéristiques propres des systèmes en jeu, choisir la fonction d'entrée et interpréter la fonction de sortie.

$C_m(t)$ couple moteur, $C_r(t)$ couple résistant, *J* moment d'inertie du moteur, *f* coefficient de frottement visqueux, $\omega(t)$ vitesse angulaire du moteur.

3.3.2. Technologie reconstruite

Les éléments technologiques qui permettent le passage des équations différentielles au schéma bloc, comme signalé plus haut sont la transformée de Laplace et la fonction de transfert. On peut noter qu'en mobilisant cette notion, les équations (1) et (2) mentionnées ci-dessus deviennent des équations de transfert dans le « schéma bloc » :

$$\frac{I(p)}{U(p)-E(p)}=\frac{1}{Lp+R}\text{, donc } H(p)=\frac{1}{Lp+R}$$

$$\frac{\Omega(p)}{C_m(p)-C_r(p)}=\frac{1}{jp+f}\text{, donc } H_1(p)=\frac{1}{jp+f}$$

Les transformées à calculer pour chacune des équations sont très simples. Pour trouver la fonction de transfert $\Omega(p)/U(p)$ de l'ensemble du « schéma bloc », il faut revenir aux équations (1), (2), (3) et (4), qui sont lues dans le « schéma bloc » de droite à gauche, c'est-à-dire de la sortie vers l'entrée du système comme on peut le voir dans l'Annexe 1. Les calculs algébriques effectués débouchent sur un élément simple du second ordre, dont l'originale peut être trouvé par lecture inverse de la table des transformées usuelles. Ce travail mathématique est pris en charge par le logiciel Matlab (option Simulink) lorsque l'utilisateur a rentré les paramètres du système et une fonction d'entrée.

3.3.3. Technique et technologie de l'étudiant

Dans le rapport intermédiaire produit par le groupe d'étudiants, les étapes qui rendent possibles l'utilisation de Matlab ne sont pas détaillées. Pendant l'entretien individuel avec l'étudiant qui, dans le groupe, a été particulièrement chargé de cette partie du travail, celui-ci donne des précisions qui permettent de reconstituer à la fois la technique utilisée et les éléments technologiques par lesquels cet étudiant justifie ce qu'il fait.

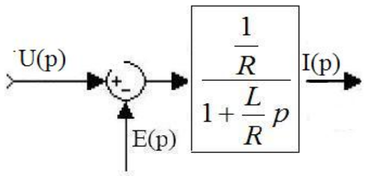
L'étudiant débute la description en expliquant que trois modélisations du moteur (à courant continu) sont possibles, électrique, mécanique et schéma bloc. Il présente les équations différentielles correspondant aux deux premières en insistant sur le sens physique des différents termes :

> "En fait, on divise en deux parties, une partie montrant $e(t,\Omega,\Phi_T))$ qui concerne purement la force électromotrice du moteur, la force qui génère la rotation du moteur ; cette partie là génère un couple, le couple moteur qui fait tourner le moteur et cette partie (montrant $Ri_{ind}(t)+L\frac{di_{ind}}{dt}$) là génère un

couple résistif. La résistance, ce n'est pas exactement un couple mais du côté mécanique on peut dire ça…" (Romo 2009, p. 175)

Puis il explique comment il passe des équations différentielles au schéma bloc. On peut penser que le type de tâches en question est pour lui assez routinier pour qu'il n'ait pas besoin d'expliciter les intermédiaires qui font intervenir la transformée de Laplace : "on a vu ça en cours d'asservissement, en cours d'électrotechnique aussi, mais on l'utilise souvent". Néanmoins, sollicité par l'interviewer, il peut développer un discours de justification appuyé sur la transformation de Laplace :

A propos de l'équation électrique $u(t) = e(t, \Omega, \Phi_T) + RI_{ind}(t) + L\dfrac{di_{ind}}{dt}$ qui se traduit schématiquement par :



il dit :

"Quand on met un schéma bloc comme celui-là, ça veut dire que la tension de sortie e est divisée par X(p)[6], donc $\dfrac{I(p)}{X(p)} = \dfrac{\frac{1}{R}}{1+\frac{L}{R}p}$ et ça c'est ce qui modélise ce qu'on a. […].

Par exemple, si on prend celle-là (montrant $u(t) - e(t) = Ri(t) + L\dfrac{di}{dt}$) et si on applique la transformée de Laplace on aura *U(p) – E(p) = RI(p)+LpI(p)*, si on fait par exemple ça -factoriser *I(p)*- on aura *I(p)(R+Lp) = U(p) – E(p),* donc ça veut dire que $\dfrac{U(p) - E(p)}{I(p)} = R + Lp$ et si on fait l'inverse, on aura

$\dfrac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \dfrac{1}{R + Lp}$, et si on multiplie ici et ici par $1/R$ (montrant le

[6] Il substitue *X(p)* désignation usuelle de la transformée d'une fonction d'entrée x(t) à U(p).

numérateur et le dénominateur de la fraction) $\dfrac{I(p)}{U(p)-E(p)} = \dfrac{\frac{1}{R}}{1+\frac{L}{R}p}$ […]

donc cette équation là elle est modélisée par cette partie là." (*ibidem,*176–177)

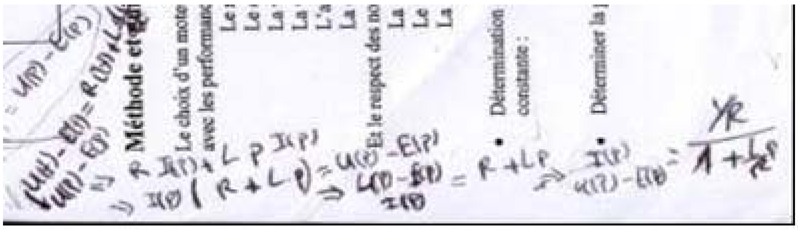


Figure 5 : Traces écrites accompagnants les explications.

L'accent est mis sur la succession des calculs algébriques. La transformation de Laplace intervient comme un opérateur symbolique dont l'opérationnalité repose sur la linéarité (implicite) et sur la propriété relative à la dérivation, que l'étudiant utilise dans les deux sens :

> "Là on a $U(p) = E(p) + I(p)R + LpI(p)$ et le *pI(p)* si on le transforme, on fait la transformée inverse Laplace on obtient la dérivée de la fonction temporelle." (*ibidem* p. 177)

3.3.4. A propos de l'étude par simulation

Lors de l'entretien, l'étudiant explique ce que l'on peut faire à l'aide du logiciel en travaillant soit sur les paramètres, soit sur la fonction d'entrée, les paramètres étant fixés (dans son cas pour un moteur donné, les valeurs des 5 paramètres peuvent être calculées ou sont données par le fournisseur). Ainsi, ayant fixé les paramètres $K = 3,\ L = 2,\ R = 5,\ J = 3,\ f = 4$, il applique une rampe y = 3x.

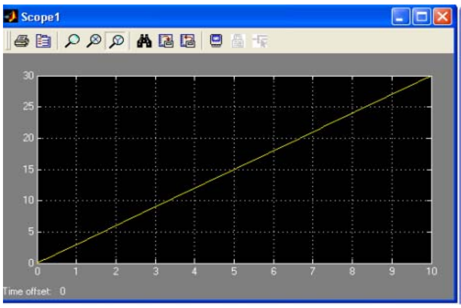


Figure 6a : Fonction d'entrée.

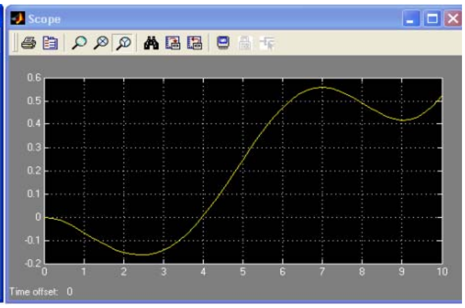


Figure 6b : Fonction de sortie.

A propos des deux représentations fournies par Matlab, il dit :

> "C'est l'entrée, la fonction d'entrée et comme on a dit, si la fonction d'entrée c'est la tension et la fonction sortie, c'est le courant, on peut faire ça pour mieux visualiser [montre les graphiques, figures 6a et 6b].
>
> […] Là [référence à la figures 6a et 6b], tu peux déduire plein de choses, tu peux savoir le courant de sortie à une certaine tension d'entrée, tu peux voir ailleurs comment le système se comporte en fonction d'une certaine tension…" (*ibidem*, p. 460)

On voit clairement l'économie représentée par l'existence du logiciel. Le déroulement de l'entretien n'a pas permis de savoir si l'étudiant était capable de calculer lui-même la fonction de sortie pour les fonctions d'entrée usuelles. Par ailleurs, l'essentiel du travail de simulation ayant été accompli, dans la deuxième phase du projet, entre l'entretien et la soutenance, il n'a pas été possible d'en savoir plus sur les techniques utilisées pour guider le choix des paramètres puis l'interprétation des sorties.

Lors de la soutenance, les étudiants ont présenté la simulation pour une fonction d'entrée en échelon d'un dispositif muni d'un régulateur de vitesse, ce qui complexifie le schéma bloc obtenu.

3.3.5. Point de vue de l'expert

Nous avons sollicité l'avis d'un expert, ingénieur de terrain expérimenté. Dans les limites d'une telle consultation isolée, celle-ci met très fortement en avant les décalages entre le traitement proposé et la réalité du monde professionnel d'aujourd'hui. Nous présentons ici quelques unes des critiques avancées. L'expert considère tout d'abord que la modélisation du moteur sous la forme de « schéma bloc » est surtout dotée d'un intérêt pédagogique, dans une logique de discipline académique :

> "Ce schéma permet de formaliser chaque composant (moteur, correcteur, régulateur, *etc*.) et d'évaluer donc le comportement de l'ensemble. Cependant, le « schéma bloc » est utilisé dans le monde industriel seulement dans l'espace direct et sans utiliser la transformée de Laplace". (Romo 2009, p. 189)

Les techniques mises en place par les étudiants présentent des limites car celles-ci ne permettent pas d'aborder la non linéarité des systèmes présents dans le milieu professionnel ; par ailleurs, les constantes de temps sont aujourd'hui telles que les phases transitoires peuvent être négligées :

> "On ne cherche plus à étudier le système en entier par ces méthodes, qui sont à la fois complexes et réductrices : elles ne permettent pas de traiter les non-linéarités intrinsèques aux composants ou voulues créées par le logiciel). On

> vérifie la cohérence des variables entrant et sortant de chaque bloc ainsi que l'échelle des grandeurs de ces variables.
>
> Dans presque tous les cas pratiques on se place dans des conditions telles que les variations de phase, les constantes de temps, les irrégularités de la réponse en fréquence sont assez faibles pour qu'une étude fine (Laplace ou Fourier) soit inutile.
> […] Si on souhaite qu'un système accélère en 200 m/s on choisit un actionneur dont la constante de temps (au sens de la transformée de Laplace) est dix fois plus faible et peut être négligée." (*ibidem*, p. 189)

Le décalage entre les techniques utilisées dans le projet et celles de la pratique professionnelle concerne également l'utilisation du logiciel Matlab. Pour ce dernier, le professionnel affirme :

> "L'emploi de Matlab est limité au monde de la recherche, il est très peu utilisé dans le monde industriel, même dans les bureaux d'études".

Il reconnaît toutefois que l'option Simulink du logiciel Matlab utilisé dans le projet permet

> "à un ingénieur d'études pointilleux, de valider des projets pour lesquels on a de toute façon pris des marges de sécurité suffisantes pour que les résultats soient connus par avance".

Dans ce sens, le travail de simulation, avec "bricolage des paramètres" proposé par l'étudiant lors de l'entretien, avec une rampe comme fonction d'entrée, est considéré comme ce qui s'approche le plus de la réalité et ce d'autant que "dans tous les cas pratiques on s'interdit les échelons […] les fonctions dérivées de toutes ces variables ont des conséquences sur les systèmes réels. Une dérivée infinie ou presque serait souvent destructrice". (*ibidem,* p. 190)

4. Conclusion

Dans ce texte, je me suis intéressée à présenter des éléments issus de l'analyse d'un dispositif innovateur, celui de projets d'ingénierie dans le cadre d'une formation d'ingénieurs. L'analyse du projet ici évoqué m'a permis de mettre en évidence une praxéologie de l'asservissement de vitesse qui fait intervenir des éléments mathématiques dans les diverses modélisations et les passages entre celles-ci. Ces passages sont opérés par différentes transformations sur les modèles : du modèle mathématique (équation différentielle) au « schéma bloc » puis au travail sur le logiciel Matlab à l'aide de paramètres. Ces transformations sont associées à un travail mathématique spécifique, qui est mis en évidence par les techniques et technologies reconstruites à partir du travail effectué par les étudiants et de l'analyse du cours d'automatique.

Les équations différentielles fonctionnent comme modèles « types » et la transformée de Laplace comme outil pour effectuer le passage entre ces équations et le « schéma bloc ». La fonction de transfert est une notion hautement mathématisée, rendue disponible par l'enseignement d'automatique, la transformée de Laplace est un élément technologique associé à cette notion qui permet la simulation sur le logiciel Matlab. Le travail sur ce logiciel ne demande pas l'utilisation de ces éléments mathématiques, car l'affichage de la fonction de sortie pour chaque fonction d'entrée et la disponibilité d'éléments pour reproduire le « schéma bloc » remplacent le travail de l'utilisateur et restent à la charge du logiciel. Le « schéma bloc » et le modèle mathématique associé sont ainsi des outils d'interface entre un environnement papier-crayon et un environnement logiciel ; entre un modèle mathématique et la simulation ; et donnent la possibilité à l'utilisateur de passer de l'un à l'autre pour réaliser différentes tâches.

On peut se demander, dans quelle mesure, une telle connaissance des praxéologies embarquées dans le logiciel contribuent-elle à l'utilisation plutôt aisée que cet étudiant fait de ce logiciel, au niveau de la schématisation nécessaire à l'entrée des données, du choix des paramètres et de l'interprétation des résultats ? Je n'ai aucune réponse à cette question. Par ailleurs, la consultation d'un expert venant du monde professionnel a surtout mis en avant le décalage entre les praxéologies enseignées et utilisées par les étudiants et celles qui sont en œuvre sur le terrain, compte tenu des ressources disponibles et des contraintes subies.

Les quelques éléments extraits de cette thèse font clairement apparaître combien les moyens informatiques aujourd'hui disponibles posent d'une manière encore différente la question de la praxéologie réellement utile : Quels savoirs outillent la gestion des paramètres et l'interprétation des productions du logiciel ? Quelle est la contribution des éléments de savoirs envisagés précédemment à un usage efficace du traitement par simulation ?

Enfin je ne peux pas prétendre avoir traité la question cruciale du décalage entre institution de formation et réalités professionnelles, crûment rappelé par l'avis très critique de l'expert de terrain sur la réalisation des étudiants dans le projet évoqué.

Je soulève certains questions qui sont autant d'appels à des recherches ultérieures, je voudrais conclure à insistant sur la nécessité absolue, pour mener à bien de tels travaux, d'associer des compétences extrêmement variées concernant les différentes disciplines académiques en jeu, leurs approches didactiques et épistémologiques et leurs utilisations dans les mondes professionnels.

Références

BISSELL, C.C. (2000), Telling tales (models, stories and meanings, *For the learning of mathematics*, 20(3), 3–11.

BISSELL, C.C. (2002), Histoires, héritages et herméneutique (la vie quotidienne des mathématiques de l'ingénieur, *Annales des Ponts et Chaussées*, **107-8**, 4–9.

CAMARENA, P. (1999), Las funciones generalizadas en ingenería. Construcción de una alternativa didáctica, serie Investigaciones, *Anuies*, México.

CASTELA, C. (2008a), Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **28(2)**, 135–182.

CASTELA, C. (2008b), La noción de praxeología, un instrumento de la Teoría Antropológica de lo Didáctico posiblemente útil para la Socioepistemología? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, **22**. México, DF (Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.), 1195–1206.

CASTELA, C & ROMO-VAZQUEZ, A (à paraître), Des mathématiques á l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs, *Recherches en Didactique des Mathématiques*.

CHEVALLARD, Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique (Perspectives apportées par une approche anthropologique), *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **12(1)**, 73–112.

CHEVALLARD, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **19(2)**, 221–266.

KENT, P. & NOSS, R. (2002), The mathematical components of engineering expertise (The relationship between doing and understanding mathematics), *Proceedings of the IEE Second Annual Symposium on Engineering Education (Professional Engineering Scenarios 2)*, 39/1–39/7, London UK.

NOSS, R., HOYLES, C. & POZZI, S. (2000), Working knowledge (Mathematics in use, In Bessot, A. & Ridgway, J. (Eds), *Education for Mathematics in the workplace*, 17–35, Dordrecht (Kluwer Academic Publishers.

ROMO VÁZQUEZ, A. (2009), *La formation mathématique des futurs ingénieurs*, Thèse, Université Denis Diderot Paris 7.

Avenilde ROMO VAZQUEZ
Cicata-IPN México DF
avenilderv@yahoo.com.mx

Annexe

Considérons le cas où $C_r(t) = 0$.

On commence par l'équation (2) :

$$\Omega(p) = C_m(p)\frac{1}{jp+f} = I(p)K\frac{1}{jp+f} = \left(U(p) - E(p)\right)\left(\frac{1}{Lp+R}\right)\left(\frac{K}{jp+f}\right)$$

$$= \left(\frac{U(p) - E(p)}{Lp+R}\right)\left(\frac{K}{Jp+f}\right) = \frac{(U(p) - \Omega(p)K)K}{(Lp+R)(Jp+f)}$$

d'où :

$$\frac{\Omega(p)(Lp+R)(Jp+f)}{K} = U(p) - \Omega(p)K$$

$$\Omega(p)\left[\frac{(Lp+R)(Jp+f)}{K} + K\right] = U(p)$$

Et finalement : $$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K}{(Lp+R)(Jp+f)+K^2}$$

que l'on retranscrit sous la forme $\dfrac{\Omega(p)}{U(p)} = \dfrac{K/K^2+Rf}{1+\dfrac{JR+Lf}{K^2+Rf}p + \dfrac{Lj}{K^2+Rf}p^2}$.

Pour se ramener à un système de second ordre on peut reconnaître une expression de la forme : $\dfrac{K}{1+2\xi\dfrac{p}{\omega_n}+\left(\dfrac{p}{\omega_n}\right)^2}$

avec $\omega_n = \sqrt{\dfrac{K^2+Rf}{LJ}}$ et $\xi = \dfrac{1}{2}\omega_n\left(\dfrac{JR+Lf}{\sqrt{LJ(K^2+Rf)}}\right)$

et de cette manière trouver la transformée inverse de F(p) :

$$f(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{1+\dfrac{2z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0}p^2}\right] = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-z^2}}e^{-z\omega_0 t}\sin(\omega_0\sqrt{1-z^2}\,t)$$