Laisser chercher les élèves ? Les faire travailler en petits groupes ?

Aline Robert

Résumé : Dans cet article on discute d'un certain nombre d'avantages et d'inconvénients éventuels du travail autonome des élèves en classe de mathématiques et particulièrement de la modalité « travail en petits groupes ». On dégage différentes variables, celles qui laissent peu de marges de manœuvre aux enseignants et celles qui leur permettent au contraire des choix. On présente des exemples d'exercices où les analyses des connaissances à utiliser pour résoudre l'exercice peuvent a priori faire pencher vers l'organisation d'un travail des élèves en autonomie. Diverses modalités de ce type de travail sont aussi discutées. Quoi qu'il en soit, l'expérience en classe reste indispensable, préparée par un travail sur les énoncés et accompagnée d'une gestion exigeante.

Mots-clés : Travail en groupe - Travail autonome - Analyse de tâche - Marge de manœuvre de l'enseignant.

Introduction

Lorsque des jeunes enseignants de mathématiques en formation en deuxième année d'IUFM cherchent de la bibliographie sur ces questions, par exemple pour leur écrit professionnel, ils trouvent surtout des références pédagogiques générales[1] : en effet les didacticiens qui pourtant rencontrent beaucoup ces questions et les discutent ne centrent pas souvent leurs travaux dessus. Leurs recherches portent plutôt sur des contenus précis, l'enseignement des décimaux ou l'algèbre élémentaire par exemple, qui en constituent souvent les mots clefs, au détriment de mots clefs relatifs aux modalités de travail des élèves.

Dans cet article je vais essayer de partir « à l'envers » de ce questionnement pédagogique. La première réponse que j'aurais envie d'apporter à partir des travaux de didactique serait : ça dépend ! En précisant tout de suite après : dans certaines conditions, laisser chercher les élèves, notamment en petits groupes, peut contribuer à leurs apprentissages. Je vais ainsi aborder le problème en dégageant un certain nombre de variables permettant de préciser des types de réponses à partir d'exemples empruntés au champ des mathématiques. Je commencerai par éliminer les variables qui ne laissent aucun choix aux enseignants, puis je développerai les autres, celles qui correspondent à des marges de manœuvre réelles des enseignants. Je conclurai sur l'importance de l'expérience « en vrai » pour confirmer toute hypothèse vu la nécessité, voire l'obligation, de s'adapter aux exigences d'une réalité toujours changeante et j'insisterai sur le travail correspondant de l'enseignant.

Trois dimensions interviennent dans les variables prises en compte dans les travaux didactiques :

– compréhension des contenus, en relation avec l'émergence des notions et leur constitution en réseaux de concepts et avec leur évolution dans les programmes scolaires ;

[1] Par exemple les travaux de Meirieu sur le travail en groupes, qui ne fait pas intervenir les contenus mathématiques et leurs spécificités.

– compréhension des élèves, en relation avec leur situation scolaire et avec des théories de l'apprentissage spécifiées aux mathématiques ;
– compréhension des enseignants, en relation avec leurs pratiques et les habitudes de la profession.

Je vais reprendre ces trois dimensions en les imbriquant au fur et à mesure du propos. Mais avant de débrouiller ces variables et leur imbrication, je voudrais aborder la différence éventuelle entre les deux termes posés dans le titre.

1. Laisser chercher les élèves en classe et/ou les faire travailler en petits groupes ?

Le travail en petits groupes est une modalité du travail autonome, c'est une manière particulière de laisser chercher les élèves.

Différentes théories générales de l'apprentissage[2] permettent de faire des hypothèses sur les effets positifs, sur les acquisitions éventuelles des élèves, des moments de recherches qui leur sont laissés, moyennant des conditions sur lesquelles nous reviendrons largement. Sont en cause plusieurs facteurs, à la fois l'autonomie du travail correspondant et, s'il y a travail en petits groupes, les interactions entre élèves, qui accompagnent le travail en petits groupes.

D'une part, il semble favorable aux apprentissages[3] de laisser des moments où les élèves travaillent « sans » l'enseignant[4], se posent des questions, ou encore font des essais, des erreurs et les rectifient en partie eux-mêmes : on dit que cela contribue à la construction de leurs propres connaissances. L'enseignant a posé les problèmes sur lesquels ils travaillent, il peut répondre à des questions, par exemple en relançant les élèves, mais il n'organise pas leur travail. Cela peut se passer en laissant chercher les élèves individuellement, ou en tolérant des échanges, non organisés, entre voisins. Soulignons que ce n'est pas réservé aux connaissances nouvelles à introduire aux élèves : nous pensons en effet que les apprentissages sont longs, lents, différents selon les élèves, avec des arrêts et des reprises, des allers-retours, des prises de conscience. Toutes les occasions de mises en fonctionnement variées des connaissances sont utiles : c'est une dynamique longue entre le (texte du) savoir et ses applications qui doit se mettre en place. Nous nous plaçons ainsi dans une perspective conceptuelle, où les apprentissages ne s'arrêtent pas à des acquisitions de techniques et adoptons la formule de G. Vergnaud qui cite les problèmes comme « sources et critères du savoir ».

D'autre part, il semble aussi favorable de laisser des moments où les élèves discutent des mathématiques sur lesquelles ils sont en train de travailler (seuls), débattent, partagent des propositions, formulent des arguments pour convaincre les autres élèves[5] : c'est ce que le travail en petits groupes peut ajouter au travail autonome, s'appuyant sur les bénéfices éventuels des échanges et interactions entre pairs. On peut aussi souligner que le travail autonome peut quelquefois gagner à être organisé en petits groupes, notamment s'il s'agit de problèmes longs et/ou difficiles : cela peut favoriser l'émergence de plusieurs pistes et faire avancer la recherche, évitant le découragement devant la difficulté partagée ; cela peut ainsi participer à une certaine motivation des élèves.

[2]Quelques éléments basiques de ces théories sont donnés dans les références suivantes : Lattuati et al. (1999), Vergnaud (2002), Pariès et de Hosson (2008).

[3]On s'inspire ici des travaux de Piaget.

[4]C'est ce qu'indique notamment le mot « adidactique » utilisé par Brousseau.

[5]On trouve l'intérêt de cette dimension des apprentissages et chez Piaget et chez Vygotski.

Cependant, des conditions sont requises pour espérer des effets positifs de tels dispositifs sur les apprentissages ultérieurs des élèves – effets positifs qui ne sont jamais garantis au demeurant. On a déjà évoqué le rôle de l'enseignant, avant le travail pour le choisir, et pendant le travail pour l'enrôlement des élèves[6]. Il est aussi important que le temps laissé aux élèves soit suffisamment long pour qu'ils s'investissent dans le problème qui leur est proposé, et qu'ils n'attendent pas tranquillement que « ça se passe » et que l'enseignant corrige... Il est non moins important que l'enseignant intervienne à la suite du travail des élèves, en petits groupes ou non. Cela permet de fixer les connaissances à retenir, ce que les élèves ne peuvent pas faire seuls. Cela amène aussi, le cas échéant, à donner des éclaircissements sur des connaissances proches de celles qui sont déjà acquises par les élèves, en s'appuyant sur le travail qui a été fait et non terminé. Ainsi est-il possible que des corrections d'exercice qui interviennent après une recherche infructueuse mais effective, différente selon les élèves, contribuent à des avancées de connaissances, suffisamment proches de ce qui a été travaillé[7]. Le levier du collectif est alors activé.

Enfin, plus généralement et pour les mêmes raisons, il est intéressant que l'enseignant arrive à repérer l'état des connaissances des élèves, en interprétant ce qu'ils disent (et font) : ceci peut être facilité par un travail en petits groupes pendant une recherche d'exercices en classe parce que les élèves parlent (en général) et que l'enseignant peut entendre. Il y a là un bénéfice indirect sur les apprentissages qui doit être souligné : puisque l'enseignant peut mieux adapter ses propos s'il colle davantage à ce qui est dans la tête d'un maximum d'élèves, y compris pour les échanges avec chaque petit groupe.

Dans la suite, nous ne préciserons pas, sauf exception, si nous parlons de l'une ou l'autre de ces deux modalités : ce qui précède doit être considéré comme un facteur commun à placer avant chaque proposition. Revenons maintenant à nos variables.

2. Des variables qui laissent peu de marges de manœuvre

Le premier élément tient aux personnalités en présence. Certains enseignants n'aiment pas laisser leurs élèves chercher un certain temps en classe, encore moins travailler en petits groupes car ils ne pensent pas que ce type de travail apporte de bons résultats. Plusieurs arguments sont avancés, dont beaucoup sont liés au manque de temps avec les élèves, compte tenu de l'ampleur des programmes et de la diminution[8] des horaires.

Pour les uns, ce type de travail, en autonomie, prend trop de temps, et, ajoute-t-on souvent, pour trop peu d'efficacité « tangible », au niveau des notes par exemple. On pourrait se dire qu'on ne va laisser les élèves chercher en classe que de temps en temps, pour ne pas « perdre » trop de temps – cependant il est important d'habituer les élèves au contrat correspondant, de les convaincre du fait que l'enseignant attend vraiment qu'ils se mettent à chercher. Cela demande une certaine régularité, et les enseignants le savent. Par ailleurs l'évaluation des effets positifs d'une expérience aussi limitée, quoiqu'il en soit, est hasardeuse. Quelquefois ce peut être au niveau du décrochage scolaire que cela joue et pas au niveau des notes..

De plus, disent certains enseignants, en classe il faut faire profiter les élèves de la présence

[6]Nous ne discuterons pas ici de la constitution même des petits groupes – il n'y a pas d'éléments déterminants dans nos expériences à ce sujet, si ce n'est à expliciter le mode de travail. La mise en place de groupes de tables permettant un repérage géographique des petits groupes semble faciliter la prise de conscience d'un tel contrat.

[7]On s'inspire ici des travaux de VYGOTSKI, lorsqu'il évoque la Zone Proximale de Développement.

[8]Cependant les réticences au travail en petits groupes ne datent pas d'hier !

de l'enseignant, il leur est toujours possible de travailler chez eux en autonomie. Souvent il est ajouté que, dans la mesure où les élèves ne travaillent pas beaucoup chez eux et n'apprennent pas leur cours, il ne sert à rien de les laisser chercher en classe, rien ne peut en « sortir ».

De plus, pour d'autres collègues, le travail en petits groupes peut amener du bruit, voire du chahut et perturber la classe. Les descriptions des pratiques des enseignants dans des classes très difficiles témoignent de cet obstacle, qui conduit même certains enseignants à des pédagogies très différenciées (Peltier, 2004). Par ailleurs les élèves s'y investissent inégalement, il peut y avoir des leaders, et cela arrête aussi certains collègues, qui peuvent tout de même choisir de laisser chercher les élèves mais individuellement. Enfin, dans tous les cas, il est difficile de savoir quand arrêter les élèves, qui ne vont pas tous au même rythme ; de plus la reprise en main de la classe après une phase de travail autonome ou surtout en petits groupes est difficile.

Ces conceptions personnelles, qui se forgent souvent lors des premières expériences, sont très importantes et très stables. Il n'y a qu'à observer le tableau d'un enseignant dans n'importe laquelle de ses classes pour constater cette stabilité (Robert et Vandebrouck, 2003). A titre d'anecdote significative, je citerai cet exemple d'un enseignant qui, lors d'une formation continue[9], s'était résolu, un peu à son corps défendant, à faire travailler ses élèves de première S en petits groupes – il s'agissait de chercher un problème (voir annexe exercice 3) qui avait été mis au point pendant la formation pour être travaillé ainsi. En fait la difficulté et l'enjeu étaient d'utiliser le nombre dérivé comme coefficient directeur de tangente à une courbe mais en travaillant sur des tangentes dont on ne connaissait pas le point de contact avec la courbe. Pour cela on demandait de trouver des tangentes communes à deux courbes données (du deuxième degré). Ainsi fallait-il réfléchir à l'écriture des équations de ces tangentes en introduisant des inconnues « inhabituelles ». Il s'agissait d'adapter la connaissance sur la dérivée en mettant en œuvre des modalités d'application particulières, puis de reconnaître qu'on avait obtenu un système et de le résoudre, ce qui nécessitait un changement de cadre de travail. A la séance de formation consacrée à la restitution de l'expérience, cet enseignant avait expliqué qu'il avait été très étonné du résultat, tout s'était très bien passé malgré ses appréhensions, les élèves avaient été ravis. Mais ... il ne recommencerait pas, cela lui demandait trop d'efforts.

D'autres contraintes peuvent minorer la possibilité d'installer des moments où on laisse chercher les élèves, en petits groupes ou non. Ainsi interviennent les habitudes de l'établissement scolaire concerné, des autres collègues, voire l'opinion des inspecteurs. Dans un établissement où personne ne laisse chercher les élèves par exemple, il est difficile d'introduire une telle forme de travail. Les collègues peuvent protester car ça fait du bruit, les parents peuvent protester car le cours peut sembler aller plus lentement, les élèves peuvent protester car c'est plus fatigant – même si le travail en petits groupes apparaît souvent plus motivant. Si c'est une classe à examen, ou si des contrôles communs sont organisés, il peut s'avérer délicat de passer plus de temps que les autres sur un chapitre.

De plus le travail des élèves et le bénéfice éventuel en terme d'apprentissages dépend aussi de facteurs en amont de la classe, liés aux postures des élèves et aux malentendus éventuels (Bautier & Rochex, 1998, Bonnery, 2007). Autrement dit le même exercice cherché de la même façon peut engendrer des choses différentes et pas toujours au bénéfice des élèves les plus faibles ! Si on laisse chercher les élèves sur des bases erronées, on peut ne provoquer aucune activité, voire augmenter encore le découragement de certains... Ainsi l'hétérogénéité de certaines classes, qui ne dépend pas de l'enseignant, peut l'empêcher de

[9]Ce travail figure dans le cahier de Didirem n° 41, par le groupe de Toulouse.

choisir ce type de travail, y compris pour ne pas accentuer certaines différences. Dans son travail sur l'apprentissage des triangles semblables en seconde, J Horoks a montré que le bénéfice du travail en petits groupes sur des exercices complexes peut être inégal et ne pas « atteindre », ou moins, les élèves qui ont le plus besoin de l'enseignant : il est en retrait, au moins une partie du temps, dans cette forme de travail.

Finalement je n'essaierai pas de discuter ce qui précède ni d'apporter beaucoup d'arguments autres que ceux, théoriques, qui sont esquissés dans le paragraphe 1. En effet les restrictions et difficultés signalées par les enseignants réticents ne peuvent être niées, notamment sur le temps. Certes il existe en didactique des expériences faisant intervenir des phases de travail autonome des élèves et du travail en petits groupes, avec une réflexion théorique consistante à l'appui ; mais les évaluations (positives) en sont toujours limitées, relatives à une ou quelques classes, à des enseignants favorables, et surtout c'est l'ensemble du dispositif qui est évalué, et pas seulement cette modalité particulière (Robert, 2003). Cela ne peut donc pas faire changer d'avis un enseignant qui a des réticences vis-à-vis de ces formes de travail. Mais cela pourrait peut-être conduire à mettre en place un travail collectif entre enseignants – et encore (Robert, 2005) !

Revenons à un enseignant qui estime qu'il peut laisser chercher ses élèves ; il lui reste un certain nombre de choix particuliers à faire, que nous allons développer maintenant.

3. Des variables qui laissent une marge de manœuvre

Il y a deux types de variables qui, de surcroît, sont imbriquées sur lesquelles l'enseignant peut avoir des choix décisifs : les exercices et le déroulement des séances. Tel déroulement s'adapte bien à tel type d'exercices (et réciproquement, tel type d'exercices se conçoit bien si on laisse travailler les élèves) : par exemple on n'a pas très envie de faire travailler les élèves en groupes sur des exercices d'application immédiate du cours, même s'il peut y avoir des exceptions, pour donner confiance à certains élèves par exemple ; en revanche un travail introductif sur une notion organisé avant l'exposition des connaissances, pourra gagner à être abordé collectivement ; par exemple, on prévoit de ne pas faire faire la même chose aux différents groupes et on les amène à confronter leurs productions .

Qui plus est, il y a lieu de réfléchir globalement au travail à proposer aux élèves pour y intégrer les exercices sur lesquels on va les laisser chercher, en précisant les modalités de ce travail. Cependant nous allons d'abord présenter séparément les deux types de variables, pour revenir ensuite sur leur imbrication.

3.1. Sur quels contenus laisser chercher les élèves ?

Il y a là une source importante de « variables » tenant aux notions à enseigner en relation avec l'organisation du travail des élèves et, à terme, en relation avec leurs apprentissages.

a) Du travail autonome sur les introductions de notion

L'introduction des notions à enseigner peut, a priori, « gagner » ou non à être travaillée grâce à un problème, selon la distance de ces notions avec les connaissances des élèves (*cf.* programmes) et selon le statut de ces notions.

On peut toujours choisir entre des expositions linéaires qui vont des définitions aux théorèmes et aux applications, des expositions problématiques précédées d'activités donnant sens (même partiellement) à ce qui est enseigné[10] ou des expositions chronologiques rapportant les phénomènes à leurs émergences... Suivant le vocabulaire introduit par Régine Douady, c'est du *caractère outil* d'une notion dont on parlera lorsqu'elle sert à résoudre un exercice et du *caractère objet* lorqu'elle intervient dans l'exposition de la définition de la notion et des théorèmes correspondants.

L'idée force est que, dans certains cas favorables, un travail autonome des élèves peut précéder utilement l'introduction de la notion par l'enseignant, mais à condition de faire travailler les élèves sur un problème adéquat. Il s'agit de confronter les élèves avec un problème soigneusement élaboré pour leur permettre de donner du sens à ce qui va être introduit. On suppose que le fait de chercher ce problème, d'essayer de mettre en relation la question à résoudre et un outil de résolution (qui correspond à la connaissance visée), de commencer à mettre en œuvre cet outil, sont autant d'activités qui peuvent, même si elles ne sont qu'esquissées, favoriser les apprentissages ultérieurs de la notion. Qui dit problème d'introduction ne dit pas nécessairement travail de recherche des élèves. Cependant on dispose pour un certain nombre de notions de problèmes d'introduction appropriés à être cherchés par les élèves et même cherchés pendant un certain temps, voire en petits groupes (*cf.* paragraphe 1).

Emblématique à ce sujet est le problème du puzzle de Brousseau (2005) pour faire entrer les élèves dans une démarche multiplicative : le puzzle dont on leur demande l'agrandissement est choisi de telle façon que si les élèves choisissent la démarche additive ils ne peuvent pas recoller les morceaux du puzzle agrandi. Cela demande à l'enseignant de réfléchir aux dimensions, au nombre de pièces et au coefficient multiplicateur retenu. Cela demande aussi de gérer la classe de manière appropriée, nous y reviendrons.

Un autre exemple d'introduction à la propriété multiplicative des racines carrées se trouve dans le travail de E. Roditi (1996) sur la racine carrée en troisième : la racine carrée est travaillée comme coefficient d'agrandissement d'une figure (côté d'un carré), ce qui lui confère nécessairement un statut (outil) de nombre.

Donnons un autre exemple travaillé en formation de formateurs en 2008. On veut introduire les barycentres en première S. Plusieurs choix peuvent être tentés :

- Introduire le barycentre en généralisant la notion de moyenne, par exemple aux deux coordonnées, voire à partir d'un problème de physique (équilibre). Autrement dit il y a extension d'une notion unidimensionnelle déjà connue. Cela n'a pas trop de rapport avec les exercices ultérieurs.
- Introduire le barycentre en faisant démontrer l'existence et l'unicité du point G tel que … : autrement dit on introduit le barycentre comme objet réponse à un problème posé par le professeur, par exemple pour généraliser des constructions particulières déjà faites. Cela permet de faire travailler la définition vectorielle, utilisée par la suite.
- Introduire le barycentre par une propriété « outil » : par exemple on demande d'abord de trouver l'ensemble des points M tels que $||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|| = 2$. Un travail des élèves peut les amener, au moins certains, à se rendre compte de l'intérêt de remplacer la somme des vecteurs par un seul vecteur faisant intervenir le milieu (isobarycentre). On élargit ensuite en introduisant des coefficients devant les vecteurs et en s'intéressant à l'ensemble des points M tels que $||\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|| = 2$. Dans ce cas on a introduit le barycentre comme outil, réponse au problème intermédiaire suivant : simplifier une somme vectorielle en la transformant en un seul vecteur.

Il y a d'autres notions qu'il est beaucoup plus difficile de faire intervenir comme outil dans

[10]Il y a un certain nombre d'ingénieries didactiques présentant de tels problèmes.

un problème. Parce qu'elles généralisent avec un nouveau formalisme ce qui a déjà été vu, elles unifient des notions antérieures qu'on ne peut pas reconnaître ni transposer à cause du nouveau formalisme qu'on doit donc apprendre à utiliser. Les « règles » antérieures peuvent être en partie changées. L'algèbre élémentaire en est un exemple au collège (*cf.* GRUGEON, 2000). Dans un tel cas, si on laisse travailler les élèves sur un problème, il faut bien mesurer les prérequis sur lesquels on s'appuie et ce que ce problème permet d'introduire.

Enfin un tel travail est long à faire en classe et il n'est pas sûr qu'il soit possible de l'organiser pour toutes les notions nouvelles d'un programme donné, même en se restreignant à celles qui sont susceptibles d'être introduites par un problème contribuant à leur donner du sens[11]. Il peut donc y avoir des choix à faire.

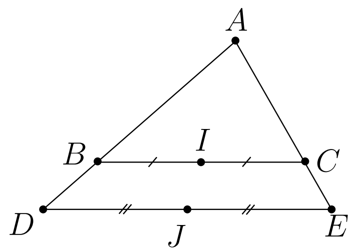
La classification des types de notions que nous utilisons, notamment pour leurs introductions, résulte du croisement entre des analyses épistémologiques révélant la manière dont les notions ont émergé dans l'Histoire, et des analyses des programmes scolaires. Cette réflexion sur chaque notion amène à préciser sa fonction actuelle en mathématiques, les différentes manières de l'utiliser compte tenu des programmes, et à élaborer, le cas échéant, un problème d'introduction[12].

b) Du travail autonome sur les mises en fonctionnement des connaissances

Une autre occasion de laisser travailler les élèves en classe (en petits groupes ou non) est fournie par les exercices non immédiats, les problèmes (plus longs) et les problèmes transversaux. Il s'agit de faire avancer les élèves vers une meilleure utilisation de leurs connaissances[13] en leur proposant de travailler sur des énoncés variés. Semblent particulièrement intéressants des énoncés qui ne sont pas entièrement découpés en petites questions ou ont des questions ouvertes, sur lesquelles il reste à faire une conjecture par exemple, que ce soit sur le résultat à démontrer ou sur la méthode à employer. Les problèmes transversaux par exemple donnent l'occasion aux élèves d'utiliser des connaissances inattendues, non indiquées par la place du problème dans le déroulement du cours. Un tel travail peut contribuer à ce que les élèves construisent une certaine disponibilité de leurs connaissances, et réorganisent leurs connaissances nouvelles et anciennes.

Donnons un autre exemple, très classique.

On donne un triangle ADE, B et C des points de $[AD]$ et $[AE]$ respectivement, tels que (BC) et (DE) soient parallèles. On appelle I et J les milieux respectifs de $[BC]$et $[DE]$. Il s'agit de démontrer que A, I et J sont alignés.



Dès la classe de seconde il y a un choix de méthodes, utilisation du théorème de Thalès ou des vecteurs. Si on laisse travailler les élèves sur l'énoncé précédent, on peut espérer que plusieurs idées vont être proposées, essayées. Pour utiliser le théorème de Thalès, il

[11] Ou à celles, encore moins nombreuses, pour lesquelles un bon problème d'introduction est disponible dans la littérature.

[12] C'est l'objet du cahier bleu n°9 par PARIÈS & al.

[13] Apprendre n'est pas pris au sens de mémoriser les définitions et les propriétés mais au sens d'accéder à l'utilisation du cours (à bon escient) ; c'est vraisemblablement dans une dynamique à organiser, entre l'exposition des connaissances et le travail sur ces connaissances, que cette conceptualisation peut se mettre en place, lentement...

est commode d'introduire un intermédiaire, le point d'intersection J' de (AI) et $[ED]$. Selon les élèves cet intermédiaire peut être indiqué ou non, dans l'énoncé ou au cours de la recherche. On peut alors appliquer deux fois le théorème, une première fois dans les triangles ABI et ADJ', une deuxième fois dans les triangles AIC et $AJ'E$. Les élèves ont ainsi à appliquer deux fois le théorème dans deux triangles à choisir, ce qui n'est pas immédiat et ne se fait pas du premier coup.
Les égalités de rapports obtenues se traitent de manière non indépendante, obligeant à mélanger un travail géométrique et un travail algébrique, sur des fractions faisant intervenir des longueurs. On utilise la transitivité de l'égalité (même si ce n'est pas explicité ainsi) pour reconnaître deux rapports intéressants égaux. Les premiers calculs des élèves peuvent ne pas utiliser les bons rapports, ou être trop longs. Ensuite, l'égalité des numérateurs implique celle des dénominateurs et cela entraîne, en revenant au début de l'exercice, que J' est (lui aussi) le milieu de $[DE]$, c'est donc J. Donc les points A, I et J sont alignés. Cet énoncé est ainsi l'occasion non seulement d'élaborer des étapes mais encore de les « recoller » à la fin.

Dès la seconde, on peut aussi penser à une solution vectorielle plus courte, même s'il y a des étapes :

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI},\ \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DJ}\ .$$

Or il existe un réel x tel que $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AC}$, ce qui implique $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{BC}$, d'où $\overrightarrow{DJ} = x\overrightarrow{BI}$ et pour finir $\overrightarrow{AJ} = x\overrightarrow{AI}$. Ceci assure l'alignement des points A, I et J. Si des élèves ont passé beaucoup de temps à démontrer ce résultat en utilisant le théorème de Thalès, ils peuvent être attentifs à cette démarche, beaucoup plus courte.

Même chose, à partir de la classe de première, en introduisant (par exemple) l'homothétie de centre A qui transforme B en D, donc C en E, donc le milieu I de $[BC]$ en le milieu J de $[DE]$. Ceci assure l'alignement du centre A de l'homothétie, de I et de son image J.

Quoi qu'il en soit, le travail sur ce type d'énoncé, même un peu plus découpé, ne se réduit pas à remplacer les données d'un théorème par celles de l'exercice à traiter. Les élèves ont à « éprouver » leurs connaissances en les adaptant à la situation particulière – avec des choix éventuels, des étapes ou intermédiaires à introduire, des reconnaissances de modalités d'application, des mélanges de cadres de travail. Toutes ces adaptations ne se font pas instantanément, elles se dégagent petit à petit, et c'est ce cheminement qui est visé. Si les élèves sont en petits groupes, leurs échanges peuvent les aider et à trouver et à dégager (pour justifier) ce qui sert.

Nous avons joint en annexe notre manière de distinguer différentes mises en fonctionnement (plus ou moins complexes) ou adaptations de la même connaissance (théorème, formule, propriété, définition,..). Cette liste a été établie pour faire des analyses a priori des connaissances à mettre en fonctionnement par les élèves dans un énoncé précis, compte tenu du contexte scolaire.

3.2. Comment laisser chercher les élèves ?

Le problème de l'enseignant est maintenant le suivant : comment faire pour que ces exercices, non immédiats, engendrent des activités mathématiques elles-aussi variées qui ne se réduisent pas aux applications immédiates qui les composent ? Comment faire pour que les élèves n'attendent pas le « allez-y » du professeur qui a détaillé les étapes au tableau, y compris avec l'aide de certains élèves, et qui n'a plus besoin que de calculs bien balisés ? Comment engager les élèves dans le travail dès le début ? Comment leur faire gagner quelque chose à partir de ce travail ? Comment encadrer ces moments où les élèves cherchent ? Il reste là aussi de nombreux choix, encore une fois en partie liés aux contenus concernés.

Bien entendu le temps de cette recherche organisée est une variable importante – ainsi que les critères retenus pour décider d'arrêter la recherche, en relation directe avec les exercices proposés. L'idée reste de laisser le temps pour que « les élèves », en général une grande partie des élèves[14], puissent au moins s'approprier l'exercice, entrer dans le questionnement. Mais c'est là que jouent aussi d'autres modalités du travail organisé par l'enseignant : travail individuel ou en petits groupes notamment. Selon les choix, les élèves peuvent ou non interagir entre eux, être amenés à formuler des questions ou à élaborer des argumentations qui peuvent contribuer à enrichir leurs activités mathématiques. La durée de la recherche effective des élèves en petits groupes peut sans doute être un peu plus longue qu'individuellement.

Une autre variable tient aux accompagnements de l'enseignant : dans quelle mesure aide-t-il ? Réduit-il les difficultés pour que certains élèves démarrent ? Dans quelle mesure associe-t-il les élèves aux corrections ? Comment, quand valide-t-il ? Quels bilans sont tirés des recherches des élèves ? Toutes ces actions de l'enseignant peuvent influencer les bénéfices que les élèves peuvent tirer de leur travail.

Nous avons introduit la notion d'aides constructives pour traduire ces accompagnements que l'enseignant peut élaborer au fur et à mesure d'une séance, pour ajouter quelque chose à ce qu'ont fait les élèves, pour que leur travail se transforme en connaissances. Les aides constructives seraient des intermédiaires pouvant contribuer à valoriser pour les élèves ce qui a été fait pendant les phases où on les laisse chercher. Elles sont adaptées aux difficultés repérées au démarrage et pendant la résolution, grâce à des interprétations de ce que font les élèves. Selon les cas elles permettent, en récapitulant, de préciser ou même de dégager ce qui a « marché », de le compléter, en le justifiant par exemple, de le généraliser ou de le mettre en relation avec autre chose. Signalons aussi les dispositifs mis au point dans des classes difficiles à partir du calcul mental : ce sont deux élèves qui sont chargés d'élaborer un bilan écrit des règles de calcul utilisées pendant quelques séances, bilan proposé à la classe pour son adoption après discussion (Butlen, 2007). Dans son travail I. Tenaud a montré l'évolution positive qui est apparue, sur une année scolaire, chez des élèves de terminale S travaillant une fois par semaine en petits groupes. Au cours de ces séances, elle leur proposait de résoudre des exercices de géométrie nécessitant un questionnement méthodologique. Un enseignement systématique de méthodes était organisé pour chaque chapitre (Robert & Tenaud, 1994).

Revenons à cette exploitation, indirecte mais très intéressante, du fait de laisser chercher les élèves en petits groupes : l'appréhension par l'enseignant de ce qu'il y a dans la tête de ses élèves. C'est facilité par une analyse a priori, qui amène à attendre des mises en fonctionnement précises de connaissances. Par exemple, il peut être assez facile pendant la séance de repérer les connaissances supposées disponibles qui ne le sont pas (et de voir pour qui), ou de détecter les choix d'élèves auxquels on n'avait pas pensé, ou de reconnaître les adaptations qui posent problème (à certains), et plus généralement d'évaluer ses propres prévisions d'enseignant. Certes il y a d'autres occasions pour le faire, à l'écrit par exemple, mais on peut apprendre des choses différentes à l'oral, lorsque les élèves cherchent...

Enfin, la nature du travail régulièrement organisé en classe est une variable à introduire pour répondre à la question posée. En effet selon la coutume de la classe, selon que la recherche est exceptionnelle ou habituelle, les relations avec les apprentissages peuvent

[14] Il y a là encore une variable qui dépend fortement des classes.

différer. Il peut aussi y avoir des réticences de la part des élèves à s'investir dans un travail demandant des efforts s'ils sont toujours en échec ou si leurs évaluations aux contrôles ne suivent pas !

3.3. Un bilan sur le travail des élèves

Revenons juste ici sur la réticence fréquente des enseignants à cette forme de travail qui tient à l'interrogation suivante : dans quelle mesure est-ce utile de laisser chercher des élèves pour leur faire utiliser des propriétés du cours qu'ils n'ont pas du tout apprises ?

Une première réponse, partielle, tient à la possibilité d'associer les élèves justement à l'introduction de certaines notions : cela peut changer cette donne. On peut aussi se demander pourquoi les élèves ne savent pas leur cours. Là encore la relation entre le cours et le travail des élèves se pose. Certains dispositifs actuels tentent même d'organiser un travail des élèves sur le cours, voire de mettre un enjeu de note à l'apprentissage du cours pour le revaloriser.

On peut aussi poser la chose à l'envers, en suggérant que l'apprentissage n'est pas seulement l'apprentissage du texte du savoir mais bien ce qui provient du travail sur les applications, quitte à faire dépendre pour certains élèves le travail sur le cours de celui sur les exercices[15]. Mais pour obtenir cet apprentissage, on peut supposer qu'il est nécessaire de proposer des exercices qui demandent davantage qu'une simple restitution de chaque connaissance isolée, qui amènent à adapter les connaissances et à les mélanger.

Un des moyens pour que les élèves entrent dans une telle visée peut être justement de les laisser chercher, en petits groupes ou non, de favoriser ainsi une entrée dans une démarche de questionnement, d'incertitude, sans attendre d'ailleurs nécessairement qu'ils résolvent tous entièrement les exercices. De plus, si on ne laisse pas les élèves chercher un certain temps des exercices non immédiats, on peut se demander ce qu'ils perçoivent des différences entre les adaptations des connaissances à mettre en œuvre, qui participent de leur apprentissage, qui peuvent être proposés aux contrôles. On peut se demander ce qu'ils peuvent appréhender des corrections, et même des commentaires qui sont faits sur ce qui a servi effectivement. On peut se demander ce qu'ils vont gagner aux récapitulations, aux liens et aux généralisations éventuelles qui sont énoncées par l'enseignant.

Une hypothèse complémentaire est que ce type de travail est une bonne occasion de transmettre un certain « relief » sur les mathématiques aux élèves, à partir de leur travail et pas abstraitement. Ce relief est souvent véhiculé par des commentaires sur les mathématiques (on parle de « méta »). Cela peut porter sur le sens des notions, les liens entre elles, mais aussi sur la manière de chercher, les méthodes à utiliser, les différents domaines de travail (cadres) et modes d'écritures (registres) qui interviennent, les moyens de contrôle, ou encore la rédaction.

En allant un peu plus loin, peut-être peut-on évoquer la possibilité de mettre en jeu l'intelligence des élèves sur le travail attendu : par exemple, laisser chercher les élèves aux bons moments, interpréter et compléter leurs réponses, commenter les corrections en revenant sur les méthodes par exemple, introduire des éléments d'histoire des mathématiques, n'est-ce pas un moyen de faire entrer leur intelligence « ordinaire », critique, voire sociale dans l'exercice d'une discipline scientifique et en retour de les aider à apprendre ?

[15]Tout comme on peut penser que le travail à la maison dépend de celui fait en classe : si un élève n'a vraiment pas assez compris en classe, il n'y a pas trop de raison pour surmonter cela à la maison !

Conclusions

1. La nécessité de l'expérience

Même si les roses rouges vont bien avec les roses jaunes, la dernière main du fleuriste et même de l'acheteur pour arranger un bouquet dans un vase donné est indispensable ! Même si tous les ingrédients sont présents pour construire une bonne séance de travail autonome, le recours à l'expérience reste indispensable pour finaliser les décisions et les adaptations de l'enseignant. Chaque classe, chaque année, est une nouvelle histoire, dans une nouvelle conjoncture, et nécessite de nouveaux arrangements, même si les projets globaux essentiels de l'enseignant restent analogues. Cela nous amène à revenir sur le travail de l'enseignant, dans la mesure où aucun automatisme ne peut régler ses décisions. Rien ne peut être décidé complètement à l'avance et des choix restent ouverts sur les deux dimensions, contenus et déroulement.

2. Le double travail de l'enseignant

Finalement le simple fait de « laisser chercher les élèves en classe » ne suffit pas à la transformation espérée de leurs activités en classe : y contribuent, comme on l'a déjà dit, la spécificité des contenus sur lesquels ils travaillent ainsi que la manière dont ils travaillent et aussi tout ce que l'enseignant ajoute par ses propos aux divers moments du travail. Ainsi les enseignants sont amenés à faire un double travail (*cf.* Robert & Rogalski, 2002).

C'est d'abord un travail de prévisions, à adapter chaque année : le choix des exercices, de leur ordre, du mode de passage. Ensuite, et c'est le deuxième travail de l'enseignant, pendant les séances[16], l'enseignant doit enrôler les élèves pour les faire entrer dans le travail qu'il a prévu de leur faire faire (ce que Brousseau appelle la dévolution) ; il doit les accompagner tout au long du travail, éventuellement en aider certains à démarrer, les encourager, puis interpréter ce qu'ils font, récapituler, corriger les exercices proposés. Selon les cas il peut assortir ou non les corrections d'aides « constructives » en relation avec le travail fait par les élèves. C'est tout ce délicat travail qui consiste à aider sans tout dire d'une part (aides intermédiaires) puis d'autre part à faire profiter au maximum les différents élèves de ce que tous ont fait, même s'ils ont été aidés, même si le travail n'a pas été jusqu'au bout, pour faire avancer les connaissances de tous. C'est un travail très spécifique, qui doit s'adapter à la fois à la classe et aux élèves ; de plus il est en partie improvisé, l'idée étant cependant que la préparation (et les connaissances diverses accumulées au fil des ans, qui garantissent une certaine disponibilité aux enseignants) contribue à aider cette improvisation.

3. Et la didactique ?

Nous suggérons que cette expérience des enseignants, accumulée au fil des ans, peut être efficacement complétée, outillée, par des connaissances spécifiques fournies par des recherches de didactique. Les analyses a priori des exercices, les types de notions en sont des exemples, tout comme les outils mis au point pour caractériser des déroulements (Robert, 1998). Plus généralement le travail didactique sur les difficultés des élèves et le relief à mettre sur les différents domaines des mathématiques peuvent faciliter le travail de repérage et d'élaboration d'aides appropriées. Enfin la possibilité d'inscrire des constats tirés d'une expérience singulière dans des régularités ou des variabilités inter-individuelles est aussi une aide non négligeable que les travaux de didactique peuvent apporter aux

[16] Et peut-être avec des conséquences a posteriori !

enseignants (Roditi, 2005). De tels outils, de tels « mots pour le dire » professionnels favorisent de plus les échanges entre enseignants, dont nous avons déjà eu l'occasion de signaler l'importance dans les évolutions éventuelles de la profession.

Annexe : exemples d'analyses de tâches a priori

On caractérise les différentes connaissances à utiliser dans un énoncé donné : connaissances anciennes et en cours d'acquisition, indiquées dans l'énoncé ou non (supposées disponibles). Puis on étudie la manière dont ces connaissances doivent être mises en fonctionnement. On distingue les applications simples et isolées et les autres, plus complexes, où diverses adaptations doivent être introduites pour pouvoir utiliser ces connaissances : reconnaissances de modalités d'application, introductions d'intermédiaires et d'étapes, mélanges de cadres de travail, mises en relation, utilisation de questions antérieures, choix.

Par exemple, pour l'énoncé suivant en troisième,

Exercice 1. Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés.

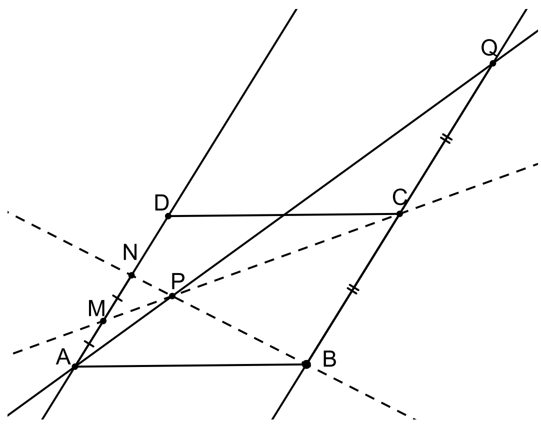
il faut utiliser :
– des connaissances anciennes, indiquées : l'aire d'un triangle équilatéral ;
– des connaissances anciennes, supposées disponibles : le théorème de Pythagore ;
– des connaissances nouvelles (en cours d'acquisition) : nommer les côtés des trois triangles (deux donnés, un à chercher) – mise en équation.

Cet exercice a été proposé dans une classe de fin de collège mais il ne restait qu'une demi-heure de travail et les élèves, qui travaillaient seuls avec des mises au point régulières de l'enseignant, ne sont pas allés au bout de l'exercice. Un élève a crié « Pythagore » quand a été écrite « l'équation » $x^2 = a^2 + b^2$, où x, a et b désignent respectivement les côtés du triangle à chercher et des deux triangles donnés ... et la cloche a sonné ! La fois suivante, l'intérêt était largement émoussé et l'enseignant a terminé rapidement.

Pour l'énoncé suivant en troisième,

Exercice 2. Soient $ABCD$ un parallélogramme, M un point de (AD), N le symétrique de A par rapport à M, P le point d'intersection de (CM) et (BN). Quel est le lieu de P lorsque M décrit (AD) ?

il faut utiliser :
– des connaissances récentes supposées disponibles : le théorème de Thalès. Pour cela il faut introduire un intermédiaire (un point d'intersection de (AP) et d'un côté du parallélogramme, à nommer).
– On doit aussi utiliser un mélange géométrique/numérique (égalité de rapports tirée de la géométrie, exploitée numériquement).



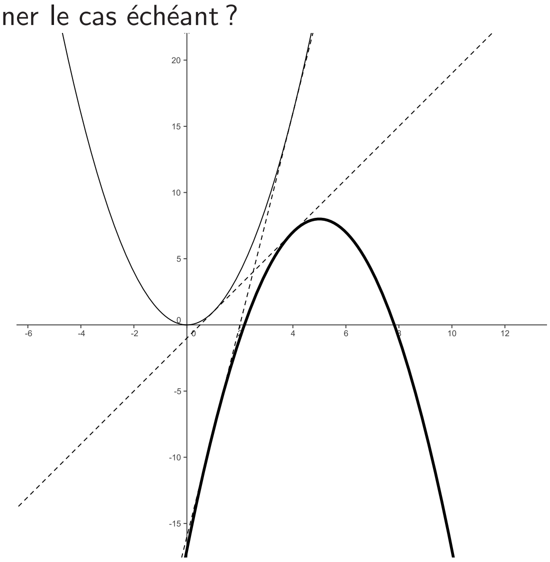
Cet exercice a été proposé en préparation au Capes, en petits groupes, notamment pour faire travailler les questions de réciproque. L'énoncé est tiré d'un manuel de troisième de l'IREM de Strasbourg, il figure dans les problèmes transversaux de la fin du livre.

Pour l'énoncé suivant en première (en terminale on peut prendre le même exercice avec les courbes exp et ln),

Exercice 3. Est-ce que les courbes respectives des fonctions $x \longmapsto -x^2 + 10x - 17$ et $x \longmapsto x^2$ ont des tangentes communes à déterminer le cas échéant ?

il faut utiliser :

- coefficient directeur d'une tangente et dérivée : changement de point de vue (tangente, point de tangence, abscisse) – adaptation d'une connaissance mobilisable ;
- intermédiaire à introduire : coordonnées inconnues d'un point de chaque courbe – équation des deux tangentes ;
- mise en système (c'est la même tangente) : changement de cadre ;
- résolution (disponibilité) et retour au problème.



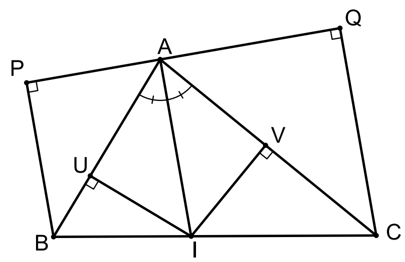
Cet exercice a été mis au point dans une formation continue d'enseignants et a fait l'objet d'une expérimentation en classe, avec un travail en petits groupes des élèves. L'expérience est relatée dans la brochure n° 41 de l'IREM de Paris 7, co-écrite en 2002 par un Groupe de recherche et formation de l'académie de Toulouse et un groupe de Versailles.

Addendum : une expérience vécue en seconde (par J.-P. Darou)

L'idée de cette activité revient à Jean-Pierre Richeton, qui était alors un de mes collègues. Il m'avait dit, au cours de nos discussions, qu'il avait proposé cette recherche non guidée à ses élèves de l'option sciences. Il en a d'ailleurs écrit un compte rendu[17] dans le Bulletin vert de l'Apmep. Je l'ai ensuite souvent reprise en module avec mes classes de seconde. Elle m'a paru être parfaitement en rapport avec les quatre mots clefs (travail en groupe - travail autonome - analyse de tâche - marge de manœuvre de l'enseignant) indiqués au début de l'article par Aline Robert. C'est pourquoi, après avoir lu son article, je lui en ai parlé ; elle m'a demandé de la relater dans cette annexe.

Il s'agit de démontrer le théorème dit « de la bissectrice » ou « du pied de la bissectrice » c'est-à-dire, avec les notations des figures, de prouver que la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe le segment $[BC]$ en deux segments $[IB]$ et $[IC]$ tels que $IB/AB = IC/AC$. De nombreux livres proposent ce théorème en exercice, j'en ai retrouvé quelques-uns de cette époque. Voyons d'abord le Terracher (Hachette), édition 1994. On y trouve deux manières de démontrer le théorème :

1. Utilisation des aires des triangles AIB et AIC calculées de deux manières différentes en rappelant l'égalité $IU = IV$ (activité 2 page 217).
2. Tracé des projetés orthogonaux P et Q de B et C sur la bissectrice extérieure de $\widehat{BAC}$ pour prouver[a] que $AP/IB = AQ/IC$ et trigonométrie dans les triangles ABP et ACQ pour établir que $AP/AB = AQ/AC$ afin de conclure (Exercice résolu page 222).

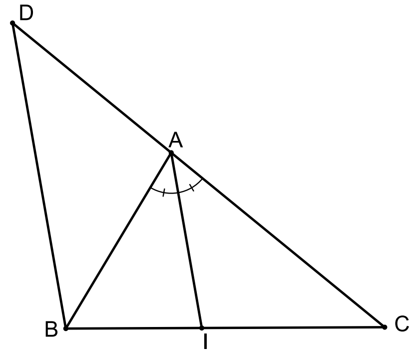


[a]Ceci nécessite une forme générale du théorème de Thalès.

[17]J.-P. Richeton, *Une option sciences en seconde. . . . Pourquoi ?*, Bulletin de l'APMEP **429**, 432-446.

Dans le Belin, édition 2000, on oriente les élèves vers une méthode très différente également proposée dans d'autres ouvrages.

3. Tracé de la droite (BD) parallèle à (AI) pour prouver que le triangle BAD est isocèle et conclure par une utilisation du théorème de Thalès qui n'est d'ailleurs pas immédiate pour l'élève ne connaissant que les configurations étudiées au collège.

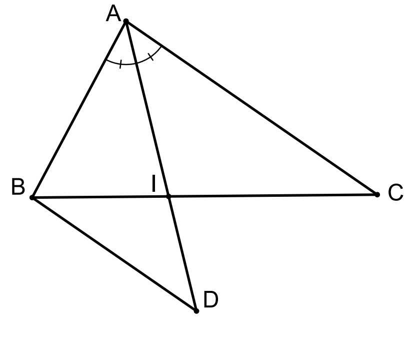


Chacune de ces méthodes est largement guidée (ou même entièrement détaillée), aucune initiative n'est laissée à l'élève. Dans ces conditions un travail en groupe n'aurait guère d'utilité. Les démarches proposées sont complexes (la palme revenant, à mon avis, à la méthode 2). On conçoit aisément qu'un élève de seconde ne les envisage pas de lui-même. Cela ne veut cependant pas dire qu'elles soient dénuées d'intérêt, elles pourraient être proposées dans un second temps, ne serait-ce que pour montrer la diversité des méthodes de démonstration.

Comme l'avait expérimenté mon collègue, j'ai proposé à mes élèves de prouver le théorème de la bissectrice sans leur donner la moindre indication sur la méthode à suivre. Dans un premier temps, un travail de groupe permet de conjecturer le résultat, chaque élève évalue les rapports IB/AB et IC/AC à partir du triangle qu'il a construit. On peut aussi avoir recours à un logiciel de géométrie dynamique pour confirmer les observations.

Généralement quelques élèves font vite le rapprochement entre une égalité de rapports et une configuration de Thalès, il s'agit donc de trouver laquelle et, pour cela, de tracer une parallèle adéquate. Il faut du temps, de nombreux essais sont maladroits et, si la classe se décourage, il faudra se décider à intervenir. À plusieurs reprises pourtant, des élèves ont réussi à trouver sans aide ou avec très peu d'aide et, dans certains cas, à l'issue d'une discussion en groupe.

Leurs solutions n'ont jamais été celles que je viens de mentionner, ils ont toujours pensé à la configuration ci-contre qu'on trouve maintenant dans des manuels plus récents. Je n'en suis pas surpris. C'est celle qui leur permet le plus commodément d'utiliser leurs connaissances de troisième. Ils sont aussi plus naturellement enclins à prolonger la bissectrice, l'indication que je dois parfois leur donner le confirme : « On peut prolonger le tracé de l'une des droites de la figure ! ». Presque toujours ils pensent à la bissectrice et c'est vers le bas qu'ils la prolongent. Ils doivent encore penser à tracer (BD) parallèle à (AC), la suite vient alors assez facilement.



Je dois cependant dire qu'une telle séance prend du temps et ne peut être envisagée qu'en module. On ne peut pas non plus laisser chercher les élèves sans succès trop longtemps. Il faut parfois se résoudre à donner les indications nécessaires pour relancer à temps la recherche ou pour éviter que la sonnerie ne vienne brusquement mettre un terme aux efforts juste avant la réussite.

Eléments de bibliographie

Tous les cahiers bleus publiés à l'IREM de Paris 7 sont des documents pour les formateurs, ainsi que certains cahiers de Didirem. En voici quelques-uns :

CISSÉ F. (2006) *Un dossier sur racine carrée à l'usage des formateurs (collège/lycée)*, Document pour la formation des enseignants, Cahier bleu n°8, IREM, Université Paris 7.

PARIÈS M., POUYANNE N., ROBERT A., RODITI E., ROGALSKI M. (2007) *Mettre du relief sur les mathématiques à enseigner*, Document pour la formation des enseignants, Cahier bleu n°9, IREM, Université Paris 7.

ROBERT A., POUYANNE N. (2004) *Formateurs d'enseignants de mathématiques du second degré : éléments pour une formation*, Document pour la formation des enseignants, cahier bleu n°5, IREM, Université Paris 7.

CHAPPET PARIÈS M., DE HOSSON C. (2008) *Introduction à la didactique des mathématiques et à la didactique des sjciences physiques – une option en formation initiale*, Document pour la formation des enseignants, Cahier bleu n°10, IREM, Université Paris 7.

GROUPE DE RECHERCHE-FORMATION (2002) de l'Académie de Toulouse et Paf de Versailles, *Deux expériences réalisées en formation continue autour d'énoncés de problèmes de mathématiques*, Cahier de Didirem n°41, IREM, Université Paris 7.

Voici les références citées :

BAUTIER, E. ROCHEX J.Y. (1998) L'expérience scolaire des nouveaux lycéens, démocratisation ou massification, *Armand Colin.*

BONNERY S. (2007) La construction des difficultés et des inégalités scolaires, *La dispute.*

BROUSSEAU G. (1998) Théorie des situations didactiques, *La pensée sauvage.*

BROUSSEAU G. (2005) *Recherche en éducation mathématique*, Bulletin de l'APMEP, **457**, 213-225.

BUTLEN D. (2007) Le calcul mental, entre sens et technique, *PUB.*

CHARLOT B., BAUTIER E., ROCHEX J.Y. (1992) École et savoir dans les banlieues et ailleurs, *Armand Colin.*

DOUADY R. (1987) *Jeux de cadres et dialectique outil/objet*, Recherches en didactique des mathématiques **7/2**, 5-32.

GRUGEON B. (2000) *L'algèbre au lycée et au collège. Une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire : conception, exploitation et perspectives*, 5-39 in Grugeon, Guichard, Capponi, Janvier, Delgoulet Eds, L'algèbre au lycée et au collège, Actes des journées de formation de formateurs, Boisseron, *IREM de Montpellier.*

HOROKS J. (2006) Les triangles semblables en classe de seconde : des enseignements aux apprentissages – Étude de cas, *Thèse de doctorat de l'Université Paris 7.*

LATTUATI M., ROBERT A., PENNINCKX J. (1999) L'enseignement des mathématiques au lycée, un point de vue didactique, *Ellipses.*

PELTIER M.L. Ed. (2004) Dur, Dur d'enseigner en ZEP, *La pensée sauvage, Grenoble*

ROBERT A. (1998) *Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université*, Recherches en didactique des mathématiques **18/2**, 139-190.

ROBERT A. (2003) *De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et* *en lycée)*, Didaskalia **22**, 99-116.

Robert A. (2005) *De recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique*, Annales de didactique et sciences cognitives **10**, 209-250.

Robert A. & Rogalski M. (2002) *Le double travail de l'enseignant*, Petit x **60**.

Robert A. & Tenaud I. (1994) *Résolutions de problèmes de géométrie et utilisation de méthodes en terminale C*, Repères IREM **16**, 29-40.

Robert A. & Vandebrouck F. (2003) *Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde*, Recherches en didactique des mathématiques **23/3**, 389-424.

Roditi E. (1996) La racine carrée en troisième. étude d'une activité, *Document pour la formation des enseignants, Cahier vert n°17, IREM, Université Paris 7.*

Roditi E. (2005) Pratiques enseignantes en mathématiques ; entre contraintes et liberté pédagogique, *L'Harmattan.*

Vergnaud G. (2002) Lev Vygotski, pédagogue et penseur de notre temps, *Hachette Education.*

Je remercie J.-P. Darou *qui a réalisé les figures qui illustrent cet article.*

Aline Robert
Équipe Didirem de l'université Paris 7-Diderot
2, place Jussieu
75005 Paris
robert@math.uvsq.fr