

MATHÉMATIQUES ET PHILOSOPHIE DANS LE TEXTE DES *PENSÉES* DE PASCAL

Nadine MEYER, Martin DUMONT

Résumé : Un professeur de philosophie et un professeur de mathématiques dialoguent et livrent leur interprétation de textes extraits des *Pensées* de PASCAL.

Mots-clés : Mathématiques et Philosophie – Interdisciplinarité – Pascal – Pensées

Le départ...

Le texte des *Pensées* de PASCAL, apologie inachevée de la religion chrétienne, contient de nombreuses références aux mathématiques directes ou implicites. Ce qui n'a rien de surprenant puisque PASCAL est un des plus grands mathématiciens de son époque et qu'il a, avant ce texte, rédigé la plupart des résultats de ses travaux mathématiques.

Dans le cadre d'un groupe IREM travaillant sur l'interdisciplinarité, nous (Martin DUMONT, professeur de philosophie et Nadine MEYER, professeur de mathématiques) avons relevé une partie de ces références pour les commenter dans leur contexte. C'est notre dialogue sur quelques extraits, nourri de nos points de vue disciplinaires, qui est reproduit ici.

L'œuvre étudiée

Cette œuvre de PASCAL, les *Pensées*, est un recueil de réflexions plus ou moins développées sur l'homme et la religion. Ces pensées ont été rassemblées et ordonnées après la mort de PASCAL, fidèlement à ce que PASCAL souhaitait en faire : une interrogation sur l'existence humaine et un cheminement vers la foi. De ce fait, on distingue principalement deux parties dans l'œuvre :

- d'abord des réflexions qui concernent l'homme et sa place dans l'univers et dont le but est de déstabiliser le lecteur,
- puis, des pensées qui présentent la conversion à la religion chrétienne comme seul but sensé.

Ainsi, lorsque des mathématiques apparaissent dans le texte de PASCAL, c'est

- d'abord sous forme d'images pour parler de l'homme, de l'univers et de Dieu,
- ensuite comme procédés de conviction pour amener à la conversion.

Notre travail a débuté par le texte intitulé *Les deux infinis* [185] et a fini par le texte intitulé *Le Pari* [397]. Des extraits de ces textes sont reproduits en annexes. D'autres fragments des *Pensées* sont cités dans le texte accompagnés de leur référence dans la nouvelle édition des *Pensées* de PASCAL par Michel LE GUERN. Noter que cette édition contient une table de correspondance avec les autres éditions.

1. Les images pour Dieu et l'univers

Le point de vue de la prof de maths

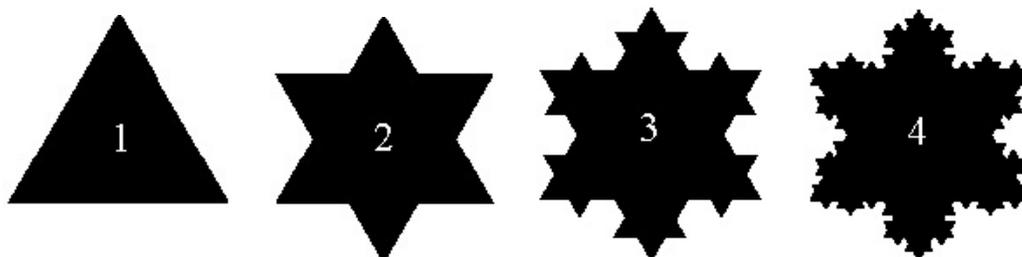
1.1. Deux infinis dans la nature

« *Que l'homme contemple donc la nature entière...* » ; ces mots d'introduction au texte des deux infinis de PASCAL sont une invitation à la redécouverte et à la contemplation humble de notre environnement, décrit comme un univers vertigineux et déstabilisant. Des objets ou concepts liés aux mathématiques renforcent son propos.

Tout d'abord, partant de l'homme vers notre système solaire, il suggère que toute distance parcourue aussi grande soit-elle, peut être dépassée : « *... que l'imagination passe outre; elle se lassera plutôt de concevoir que la nature de fournir* », « *nous avons beau enfler nos conceptions(...), nous n'enfantons que des atomes, au prix de la réalité des choses* », « *c'est une sphère dont (..) la circonférence (est) nulle part.* ». C'est l'image d'un infini analogue à celle que nous donnons à un élève de 1ère S en définissant la limite infinie d'une suite de nombres ainsi : pour tout nombre A fixé (aussi grand que l'on veut) , il existe un rang à partir duquel tous les termes de la suite sont supérieurs à A .

La démarche inverse, partir de l'homme vers des éléments plus petits apparaît aussi sans fin : « *...dans la petitesse de son corps, des parties incomparablement plus petites...* », « *il pensera peut-être que c'est là l'extrême petitesse de la nature; je veux lui faire voir là-dedans un abîme nouveau* ». La définition de limite nulle pour une suite de nombres positifs relève de la même idée : pour tout nombre ϵ strictement positif fixé (aussi petit que l'on veut) , il existe un rang à partir duquel tous les termes de la suite sont inférieurs à ϵ .

Une autre idée, du domaine de la géométrie cette fois, contribue à la sensation de vertige que procure la lecture du texte : la nature possède la propriété d'un objet fractal, à savoir la répétition de structures identiques à plusieurs niveaux d'agrandissement (homothétie interne). Un exemple mathématique illustrant la notion de fractal est donné par la courbe de VON KOCH. Le principe de sa construction est indiqué ci-dessous.



L'objet limite de cette suite de constructions est le flocon de VON KOCH et la frontière de cet objet est la courbe de VON KOCH.

Un exemple, rencontré dans la nature, qui illustre aussi cette notion est celui du chou fleur.



Sa structure particulière est identique à la description de PASCAL : « *Qu'un ciron lui offre dans la petitesse de son corps, des parties incomparablement plus petites... Qu'il y voie une infinité d'univers dont chacun a son firmament, sa terre, ses planètes en la même proportion que le monde visible; dans cette terre, des animaux et enfin des cirons, dans lesquels il trouvera ce que les premiers ont donné; et trouvant encore dans les autres la même chose sans fin...* ».

1.2. L'infini dans le raisonnement

Dans la suite du texte *Les deux infinis* PASCAL étend son observation à notre mode de réflexion : « *La nature ayant gravé son image dans toutes choses, elles tiennent presque toutes de sa double infinité. C'est ainsi que nous voyons que toutes les sciences sont infinies...* » [185]. PASCAL déduit de son observation de l'univers que l'esprit de l'homme et son raisonnement présentent également une structure infinie : « *...car qui doute que la géométrie par exemple, a une infinité d'infinités de propositions à exposer? Elles sont aussi infinies dans la multitude et la délicatesse de leurs principes ...* » [185].

A partir d'un nombre fini d'axiomes, on peut construire, démontrer, un nombre infini de propriétés. Cet argument fait songer de façon anachronique à GÖDEL qui prouve en 1930 qu'il est impossible de démontrer par des procédés finis que l'arithmétique ne contient aucune propriété non contradictoire (c'est-à-dire une propriété à la fois vraie et fausse). Pour sa démonstration, GÖDEL utilise les propriétés vraies de l'arithmétiques (en nombre infini) pour en construire une dont on ne peut pas démontrer qu'elle est vraie.

Le point de vue du prof de philo

L'utilisation de l'infini chez PASCAL, est dans le fil de la valorisation nouvelle de l'infini, que l'on doit particulièrement à DESCARTES.

En effet, dans l'Antiquité, l'infini désigne ce qui est imparfait. Le monde est ordonné, il forme un tout hiérarchisé, dans lequel l'homme doit trouver sa place, doit imiter l'ordre du monde. C'est une « *sagesse du monde* », l'homme et le monde ont quelque chose à se dire. Donc il y a une possibilité de mesurer l'un à l'autre, ils sont commensurables, il y a une mesure commune sur laquelle se fonde l'imitation. L'infini, qui rend les choses incommensurables (voir plus loin) empêche cela, et rompt le lien de l'homme au monde. Pour les Anciens, l'infini c'est l'imparfait, l'inachevé, la « *finitude* » c'est la perfection.

- Il n'y a pas d'infini réellement existant puisque le monde est fini, il y a seulement de l'infini en puissance, selon la division (la matière et le temps sont infiniment divisibles, mais seulement en idée).
- Le mouvement parfait est circulaire; un mouvement infini rectiligne est impensable (parce que le monde est clos).

- Dans un monde finalisé, ce qui est sans fin c'est ce qui est inutile, et qui n'a pas d'existence réelle comme les désirs à l'infini chez Aristote.
- Ce qui porte l'homme à l'infini, c'est la démesure : par exemple les héros grecs qui transgressent l'ordre du monde sont punis pour cela. L'homme est un milieu, le centre du monde, et cela doit être une leçon d'humilité pour lui ; la sagesse c'est d' « être géomètre », et de savoir se régler sur le monde, limiter ses désirs. « *Les savants disent que le ciel et la terre, les dieux et les hommes sont unis ensemble par l'amitié, la règle, la tempérance et la justice, et c'est pour cela qu'ils donnent à tout cet univers le nom d'ordre (cosmos), et non de désordre ou dérèglement. Mais toi tu ne fais pas attention à cela (...), tu penses, au contraire, qu'il faut tâcher d'avoir plus que les autres ; c'est que tu négliges la géométrie* » [Gorgias].

Par contre, l'infini des Modernes, donc pour PASCAL et DESCARTES, rompt le lien de l'homme au monde, pour insister sur le lien de l'homme à Dieu ; et ce qui fait leur ressemblance (voir la *Genèse*), c'est entre autre cette capacité de l'infini. Pour DESCARTES, j'ai l'idée de l'infini en moi, or je suis un être fini, donc cela vient de Dieu. On ne peut se comprendre comme fini que par rapport à un au-delà de la limite, sur fond d'infini : c'est l'infini qui est premier sur le fini. D'où le fait que l'infini des désirs en l'homme montre que l'homme est fait pour Dieu. Il y a donc deux infinis : l'infini (Dieu) et l'indéfini (le monde), qui est un infini par accumulation, au sens de ce qui est sans fin : « *qu'il y voie une infinité d'univers* », et « *trouvant encore dans les autres la même chose sans fin* » [185]. C'est un rappel de la révolution scientifique du XVII^e siècle, « *du monde clos à l'univers infini* » (KOYRÉ).

Mais chez PASCAL, il y a l'effroi de l'infini. Car si PASCAL est héritier de cette conception positive de l'infini, il la retourne également. L'homme est effrayé en un sens par cet infini qu'il découvre en lui, parce qu'il n'en connaît pas le sens, et il se sent incapable de le connaître, il se sent d'abord limité. Le caractère infini (et non indéfini) du monde montre que l'homme n'y a plus de place attitrée, le monde ne lui parle plus : « *le silence éternel de ces espaces infinis m'effraye...* » [187]. Plutôt que l'admiration des Anciens, une fois passé par la relativisation du monde des Modernes, il y a seulement un effroi de l'infini. Il renvoie l'homme à une absence de place stable. PASCAL utilise l'infini comme déstabilisant comme le suggère le titre du fragment *Disproportion de l'homme* [185] ou les phrases : « *Qu'il juge s'il a quelque proportion avec [la nature]* », « *Qui se considérera de la sorte s'effraiera de soi-même [...] entre ces deux abîmes de l'infini et du néant* », « *Les hommes se sont portés témérairement à la recherche de la nature comme s'ils avaient quelque proportion avec elle.* » [185].

1.3. Un infini moins bien connu

La prof de maths...

« *De ces deux infinis, celui de grandeur est bien plus sensible ...* » [185]. Ce n'est pas par hasard que PASCAL commence son discours sur les deux infinis par « *l'infiniment grand* ». Car, comme il l'affirme plus loin, « *l'infini en petitesse est bien moins visible* ».

PASCAL va pourtant développer l'idée que cet infiniment petit, plus ignoré, est comparable à l'infiniment grand. Entre les paragraphes sur les deux infinis on lit : « *Mais pour lui présenter un prodige aussi étonnant...* ». Un peu plus loin, il y revient avec précision : « *on se croit naturellement bien plus capable d'arriver au centre des choses que d'embrasser*

leur circonférence...il ne faut pas moins de capacité pour aller jusqu'au néant que jusqu'au tout... »[185].

Ces mots me rappellent la remarque d'une élève ayant du mal à comprendre qu'une suite strictement croissante de nombre positifs puisse avoir pour limite le nombre 1. Après discussion avec elle, elle concluait à juste titre « *qu'il y avait finalement autant de nombres réels entre 0 et 1 qu'entre 1 et l'infini.* ». Elle avait franchi le cap conceptuel délicat auquel fait allusion PASCAL. En effet, en mathématiques les intervalles de nombres réels $]0; 1]$ et $[1; \infty[$ sont en bijection, tout nombre x dans $]0; 1]$ ayant son inverse dans $[1; \infty[$. Ces deux intervalles sont donc bien « *comparables en taille* ».

Et PASCAL va encore plus loin dans l'analyse de cette situation quand il dit : « *il me semble que qui aurait compris les derniers principes des choses pourrait aussi arriver jusqu'à connaître l'infini. L'un dépend de l'autre et l'un conduit à l'autre.* »[185].

Ceci semble en rapport avec le fait que, lorsque x tend vers 0 la limite de $1/x$ est l'infini et lorsque x tend vers l'infini, la limite de $1/x$ est 0. L'idée de ces comportements asymptotiques se retrouve dans la phrase de PASCAL : « *L'un dépend de l'autre et l'un conduit à l'autre. Ces extrémités se touchent et se réunissent à force de s'être éloignés* »[185], où le terme « *extrémités* » désigne en fait 0 et l'infini.

Le prof de philo...

On peut voir là aussi une conception originale de ce qu'est la vérité. Pour que la vérité soit complète, il faut souvent une union des contraires, même si cela paraît « *incompréhensible* », incompréhensible au sens vu ici : des extrémités qu'on n'arrive pas à « *comprendre* », c'est-à-dire à prendre ensemble, à embrasser ensemble, parce qu'on n'a pas vue assez large. Donc il ne faut pas les abandonner parce que contradictoires, mais continuer à chercher ce qui peut les concilier, « *l'incompréhensible ne laisse pas d'être* »[139]. Dieu seul est assez grand pour unir les deux, pas l'homme (qui lui ne voit que le caractère apparemment contradictoire). « *Qui aurait compris les derniers principes des choses pourrait aussi arriver jusqu'à connaître l'infini. L'un dépend de l'autre et l'un conduit à l'autre. Ces extrémités se touchent et se réunissent à force de s'être éloignées et se retrouvent en Dieu* »[185].

Ainsi il faut dire que l'homme est à la fois grand et qu'il est misérable, au lieu de faire comme les philosophes qui insistent sur l'un ou sur l'autre, et font soit l'orgueil, soit le désespoir de l'homme. Le modèle de l'union des contraires comme constituant la vérité, c'est la religion chrétienne, qui est remplie de contradictions entre lesquelles il ne faut pas choisir, c'est leur union qui fait la vérité. Les contradictions de la Bible doivent être maintenues, et lues à la lumière de Jésus-Christ, qui est lui-même paradoxe, puisqu'il est en même temps homme et Dieu. « *La foi embrasse plusieurs vérités, qui semblent se contredire ; la source en est l'union des deux natures en Jésus-Christ* »[624].

Et cela seul peut éclairer les contradictions de l'homme lui-même, qui est à la fois capable du bonheur et incapable, capable de connaître toutes choses et incapable, etc. Parce que l'homme aussi a deux natures, avant et après le péché, et c'est ce qui explique cette dualité. Il ne faut pas tricher avec ces contradictions en cherchant à les résorber. L'idée est que la vérité est ce qui va éclairer l'homme, plutôt que l'inverse, donc c'est normal s'il y a de l'incompréhensible, du mystère, au sens de ce qui nous dépasse.

Ceci amène à la question des hérésies : être hérétique, ce n'est pas dire le faux, mais oublier une partie du vrai comme contradictoire. « *Ne pouvant concevoir le rapport de deux vérités opposées, et croyant que l'aveu de l'une enferme l'exclusion de l'autre, ils s'attachent à l'une, excluent l'autre.* »[624]. Le mot hérésie vient d'ailleurs de « *choix* ». Donc pour réfuter quelqu'un, il ne faudrait pas lui montrer qu'il a tort mais qu'il a raison ; puis qu'il n'a raison que partiellement et qu'il oublie une partie de la vérité.

2. Les images pour l'homme, sa place dans l'univers

2.1. Les images employées pour l'homme : le point, le fini

La prof de maths...

Perdus dans cet (ces) univers, les hommes et leur milieu de vie sont peu de choses. « *Qu'est-ce qu'un homme dans l'infini ?* »[185]. Et pour en parler, PASCAL utilise comme images des objets mathématiques qui contrastent avec le concept d'infini : le point, l'unité, la partie bornée... « *... que la terre lui paraisse comme un point ...* ». Mais, si l'homme est un point, c'est un point particulier. « *Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? ...un milieu entre rien et tout* ». L'homme a donc une position centrale et même une position d'équilibre : « *la nature nous a si bien mis au milieu que si nous changeons un côté de la balance, nous changeons aussi l'autre* ». L'image du milieu est précisée : l'homme est au milieu comme, avec le vocabulaire mathématique, l'isobarycentre des extrémités d'un segment.

La place accordée à l'homme dans cette partie du texte est-elle valorisante ? Peut-on parler d'anthropocentrisme chez PASCAL ?

Le prof de philo...

Non, car l'image de la balance employée ici décrit un idéal que l'homme n'atteint jamais. L'homme doit être au milieu, c'est sa tâche, mais en même temps sa position n'est jamais assurée, il est dans l'instabilité permanente. Pour les Grecs, l'homme est au centre du monde, il doit se conformer au monde, l'imiter, il a une place. Mais pour PASCAL l'homme est peut-être au milieu, mais il ne connaît pas sa place, et n'est pas le centre de toutes choses. Sa situation est celle de quelqu'un de perdu dans l'univers, qui n'a pas de place désignée. L'homme est au milieu par défaut, parce qu'il est incapable de toucher les extrêmes. « *Bornés en tout genre, cet état qui tient le milieu entre deux extrêmes se trouve en toutes nos puissances* »[185].

L'homme ne connaît pas sa place dans le monde et si le monde est infini, il n'a pas de centre, l'homme ne peut donc pas être au centre. La tendance de l'homme à se faire le centre du monde, à croire qu'il est fait pour lui, est d'ailleurs critiquée : « *il est injuste qu'il se fasse centre de tout* »[509]. Il n'y a pas de place désignée à l'homme dans la nature. Il en est la composante la plus faible : « *l'homme n'est qu'un roseau, le plus faible de la nature* »[186]. L'homme est « *égaré* » dans le monde ([398] et [379]).

L'homme occupe une place instable, et donc est immobile par défaut. « *Nous voguons sur un milieu vaste, toujours incertains et flottants, poussés d'un bout vers l'autre ; (...) ne cherchons donc point d'assurance et de fermeté ; (...) rien ne peut fixer le fini entre les deux*

infinis qui l'enferment et le fuient »[185]. Ce développement sur l'infini vient là justement pour montrer que l'homme n'y a pas sa place. Et comme il ne connaît pas quelle place il devrait gagner, il lui faut rester à la sienne pour ne pas provoquer plus de désordre : « *cela étant bien compris, je crois qu'on se tiendra en repos, chacun dans l'état où la nature l'a placé.* »[185].

Cette place de milieu est donc en fait un rappel à l'humilité pour l'homme, mais le fait qu'il recherche à être le centre est aussi le signe qu'il est promis à la grandeur. Voilà une autre contrariété à observer : l'homme doit à la fois vouloir se faire le centre, et ne pas le vouloir, son orgueil est le signe de sa grandeur. D'où un va-et-vient : « *s'il se vante je l'abaisse / s'il s'abaisse je le vante / et le contredis toujours / jusqu'à ce qu'il comprenne / qu'il est un monstre incompréhensible* »[121]. Donc ce statut de milieu, entre ange et bête, ne donne pas pour autant un sens, une assurance. L'homme est milieu au sens de ce tissu de contradictions, mixte de deux natures (corps et esprit), tiraillé donc.

L'homme est tellement peu au centre du monde, qu'il n'est même pas au centre de lui-même, il ne se connaît pas lui-même, ne connaît pas sa nature, a peu de maîtrise sur lui : le moi, l'ego, n'est pas l'essentiel. « *l'homme est à lui-même le plus prodigieux objet de la nature* »[185].

La portée religieuse à saisir ici à nouveau est que le seul véritable centre est hors de l'homme, c'est le Christ, centre paradoxal, le centre des Ecritures, de l'univers, de l'homme lui-même : « *Jésus-Christ est l'objet de tout, et le centre où tout tend.* »[419]. Le Christ est l'union de deux natures contradictoires, l'homme et Dieu. « *La connaissance de JC fait le milieu, parce que nous y trouvons et Dieu et notre misère* »[181].

2.2. L'homme en comparaison avec Dieu

La prof de maths...

L'objet du discours de PASCAL lorsqu'il utilise les termes « *point* », « *borné* », « *unité* », ou « *fini* » à propos de l'homme, c'est de signifier au lecteur qu'il n'y a pas de comparaison possible entre celui-ci et Dieu pour lequel il emploie l'image de l'infini : « *Le fini s'anéantit en présence de l'infini... Ainsi notre esprit devant Dieu ; ainsi notre justice devant la justice divine. Il n'y a pas si grande disproportion entre notre justice et celle de Dieu, qu'entre l'unité et l'infini.* »[397]. Et même : « *Dans la vue de ces infinis, tous les finis sont égaux* »[185]. Alors que le fonctionnement de nos sociétés repose sur la comparaison de nombres finis, (« *le nombre qui fait la force* », la majorité...), PASCAL retient que cette différence significative sur des ensembles finis n'a plus de valeur dès lors qu'on les compare à un ensemble infini.

« *L'unité jointe à l'infini ne l'augmente de rien* »[397]. On dit à un élève de Première qu'ajouter ou soustraire une constante à une suite de nombres qui a une limite infinie, ne change pas la limite. Il y a là l'idée que l'homme est une quantité négligeable ; il y a aussi une approche du concept d'ensemble dénombrable, comme celui des entiers naturels défini par les axiomes de Peano : c'est un ensemble infini d'unités dont chacune a un et un seul successeur.

Mais la référence aux entiers naturels est encore plus claire dans le paragraphe suivant

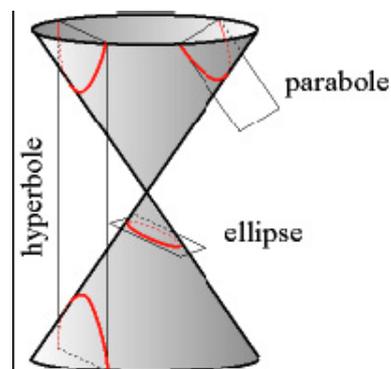
de la pensée [397] : « *Nous connaissons qu'il y a un infini et ignorons sa nature.... ; il est faux qu'il soit pair, il est faux qu'il soit impair, car, en ajoutant l'unité, il ne change point de nature ; cependant c'est un nombre, et tout nombre est pair ou impair (il est vrai que cela s'entend de tout nombre fini). Ainsi, on peut bien connaître qu'il y a un Dieu sans savoir ce qu'il est.* » Ainsi, cette idée de PASCAL que le fini (l'homme) et l'infini (Dieu) sont incomparables et n'ont pas la même nature est pour lui un argument en faveur de l'existence de Dieu.

Nous ne pouvons pas appliquer au nombre infini des entiers naturels, la notion de parité ou toute autre propriété que nous connaissons pour les nombres finis ; de même, l'homme ne doit pas chercher à connaître la nature de Dieu en se référant à des arguments propres à l'homme : « *Nous connaissons donc l'existence et la nature du fini, parce que nous sommes finis et étendus comme lui... Mais nous ne connaissons ni l'existence ni la nature de Dieu parce qu'il n'a ni étendue ni bornes* »[397].

2.3. Un point-place particulier pour l'homme

L'homme-point ne peut donc pas comprendre Dieu - l'infini puisqu'il ne lui est pas comparable. Cependant, pour PASCAL, il existe un point particulier qui peut permettre à l'homme de mieux appréhender l'univers. « *Ainsi les tableaux, vus de trop loin et de trop près ; et il n'y a qu'un point indivisible qui soit le véritable lieu : les autres sont trop près ou trop loin, trop haut ou trop bas. La perspective l'assigne dans l'art de la peinture. Mais dans la vérité morale qui l'assignera ?... Il faut avoir un point fixe pour en juger* »[19]. Dans la suite du texte, on comprend que ce point fixe est Jésus-Christ. Mais l'image employée ici par PASCAL n'est pas sans rapport avec l'une de ses plus importantes contributions aux mathématiques : son *Essay sur les coniques* qu'il écrit en 1640 à l'âge de 16 ans.

Du point S , sommet du cône, on peut observer que des courbes très différentes ont en fait la même origine, et démontrer et approfondir leurs propriétés communes ce que PASCAL fera par exemple pour son théorème de « l'hexagramme mystique » : *Les côtés opposés d'un hexagone inscrit dans une ellipse se coupent en trois points alignés.*



Cette image sur laquelle a travaillé PASCAL apparaît dans le fragment [19] sous la forme d'une référence à la peinture. La perspective à point de fuite à laquelle il fait allusion est une représentation de l'espace dans le plan qui impose que : tout point de l'espace et son image dans le plan du dessin soient alignés avec un point fixe donné appelé point de vue ; On retrouve bien l'image du cône coupé par un plan dans cette forme de projection.

En parlant de ce mode de représentation, PASCAL veut montrer qu'un point particulier permet de voir des figures très différentes comme ayant des propriétés proches, idée à rapprocher de son travail sur les propriétés des coniques (ellipses et hyperboles) qu'il démontre en partant de propriétés du cercle. L'homme doit donc aspirer à se rapprocher de ce point sommet d'où tout paraît plus clair.

De plus, si l'on reprend l'image de la perspective à point de fuite, ce point particulier aurait même la propriété de nous rapprocher de l'infini. En effet, en théorie les droites reliant un point de l'espace et son image dans le plan du dessin sont des rayons de lumière. Ces droites sont considérées comme des droites parallèles dans d'autres formes de perspectives alors qu'elles passent toutes par un même point pour une représentation avec point de fuite. Par analogie, dans la géométrie dite projective, on définit un point « *infini* » par lequel passent toutes les droites parallèles de l'espace considéré. « *Un espace infini égal au fini* »[139], dit PASCAL.



Le prof de philo...

L'idée que PASCAL se fait des coniques est celle de la découverte d'un point à partir duquel le regard peut comprendre ce qui est commun à des réalités très différentes. Ainsi vu du haut du cône, on peut embrasser toutes les coniques à la fois, et voir qu'elles ont une forme de correspondance. C'est le modèle pour PASCAL des résolutions des contradictions : pour lui nous sommes pris entre différents ordres (voir aussi le texte sur les 3 ordres [290]), qui sont incommensurables. Chaque plan est une perspective qu'on peut avoir sur la réalité, et donc chacun a un jugement différent. « *La raison ne sait pas mettre le prix aux choses* », il y a des points de vue contradictoires. Mais ces contrariétés sont résolues, et conservées, à partir du bon point de vue, celui qui permet de comprendre les autres. Ici c'est le point, qui permet de comprendre des figures finies et infinies, et donc le point est une union du fini et de l'infini .

Pour PASCAL, c'est là encore Jésus-Christ, le point de vue qu'il faut adopter pour voir les contradictions coïncider harmonieusement. L'homme-point, c'est Jésus-Christ, parce qu'il est l'homme-Dieu, donc le médiateur qui joint humanité et Dieu.

Il y a une sorte de projection géométrique des réalités divines sur celles de l'homme, qui est un « *miroir* » imparfait : entre notre justice et celle de Dieu, il y a une disproportion infinie, mais aussi elles sont l'image l'une de l'autre. Donc il faut rechercher leur point d'union. La justice humaine est figure de la divine, et elle pousse à « *remonter* » dialectiquement à elle. « *Un espace infini égal au fini* »[139] ; à la fois nous partageons la justice de Dieu comme image, et nous en sommes à une distance infinie. Les Coniques résolvent cet état a priori incompréhensible (aux deux sens du terme : trop grand pour nous et contradictoire). C'est

donc une subversion de l'idée de dialectique chez PLATON : à travers les contradictions qui émergent de la discussion, on aboutit à un point de vue plus élevé de compréhension.

PASCAL souhaite que l'homme parte à la recherche de ce point particulier. Pour l'y amener, on l'a vu, ce mathématicien a recourt à de nombreuses images mathématiques qui lui sont naturelles, mais au-delà des illustrations, son raisonnement et sa façon de convaincre sont celles d'un mathématicien.

3. Convaincre l'homme par des procédés démonstratifs ou calculatoires

La prof de maths...

3.1. Théorème d'existence et raisonnement par l'absurde

PASCAL construit ses *Pensées* pour amener le lecteur à la recherche de la foi. Il va faire appel pour ceci à « *l'esprit de géométrie* » et « *on sait bien quel est l'objet de la géométrie, et qu'il consiste en preuves* »[500].

Les preuves que PASCAL souhaite donner sont celles de l'existence de Dieu : « *Comme nous savons qu'il est faux que les nombres soient finis, donc il est vrai qu'il y a un infini en nombre.....ainsi on peut bien connaître qu'il y a un Dieu sans savoir ce qu'il est.* »[397].

Est-ce convaincant ? On peut voir dans ce raisonnement de PASCAL un exemple de théorème d'existence non constructif où l'on démontre l'existence d'un objet sans donner le moyen de le construire. En mathématiques, la démonstration de l'existence de la limite d'une suite croissante majorée ne donne aucune idée de la valeur de la limite par exemple.

On peut aussi interpréter la première phrase et d'autres extraits des *Pensées* comme des raisonnements par l'absurde. Dans l'impossibilité d'amener des preuves directes de l'existence de Dieu, PASCAL choisit de démontrer qu'il est impossible que le contraire soit vrai : Dieu n'existe pas est absurde donc Dieu existe. De nombreuses démonstrations sur l'infinitude d'ensembles en arithmétique ont le même schéma de raisonnement : on suppose l'ensemble fini, on arrive à une contradiction, l'ensemble est donc infini. La plus célèbre de ces démonstrations est certainement celle de l'infinitude des nombres premiers : on suppose qu'il existe un nombre fini de nombres premiers, et on considère le « *grand* » nombre obtenu en les multipliant tous puis en ajoutant 1, ce nombre n'est divisible par aucun nombre premier car 1 n'est lui-même pas divisible par un nombre premier ; ce « *grand* » nombre est donc premier et pourtant, par construction, il est strictement plus grand que tous les nombres premiers considérés. Contradiction. Un tel raisonnement, par l'absurde, repose sur l'idée mathématique qu'une propriété ne peut être à la fois vraie et fausse ce à quoi adhère PASCAL quand il dit à propos du Pyrrhonisme « *chaque chose est ici vraie en partie, fausse en partie. La vérité essentielle n'est pas ainsi : elle est toute pure et toute vraie. Ce mélange la déshonore et l'anéantit* ». Ou encore pour justifier l'emploi de ce type de raisonnement « *Lorsqu'on ne sait pas la vérité d'une chose, il est bon qu'il y ait une erreur commune qui fixe l'esprit des hommes...* »[628].

3.2. Les axiomes ou premiers principes

Pourtant il est surprenant de constater que cet esprit de géométrie que PASCAL emploie pour convaincre, il le rejette comme procédé permettant d'arriver entièrement à la foi : « *La foi est différente de la preuve : l'une est humaine, l'autre est un don de Dieu* »[5]. Il faut donc explorer d'autres voies car « *il ne faut pas se méconnaître : nous sommes automates autant qu'esprit ; et de là vient que l'instrument par lequel la persuasion se fait n'est pas la seule démonstration. Combien y a-t-il peu de choses démontrées ? Les preuves ne convainquent que l'esprit.* »[671]. Et « *les géomètres qui ne sont que des géomètres ont donc l'esprit droit, mais pourvu qu'on leur explique bien toutes choses par définitions et principes...* »[466]. Voilà l'idée du raisonnement mathématique rappelée.

Ce que PASCAL veut et recommande donc que l'homme utilise, c'est son cœur : « *C'est le cœur qui sent Dieu, et non la raison. Voilà ce que c'est que la foi, Dieu sensible au cœur, non à la raison.* »[397]. De même que le mathématicien part d'axiomes (principes) pour construire son raisonnement, PASCAL pense que l'homme doit partir de son cœur pour construire sa foi. « *Nous connaissons la vérité, non seulement par la raison, mais encore par le cœur ; c'est de cette dernière sorte que nous connaissons les premiers principes...Et c'est sur ces connaissances du cœur et de l'instinct qu'il faut que la raison s'appuie, et qu'elle y fonde tout son discours* »[101]. Et l'illustration qui suit ces propos confirme l'analogie avec le raisonnement mathématique. « *Le cœur sent qu'il y a trois dimensions dans l'espace, et que les nombres sont infinis ; et la raison démontre ensuite qu'il n'y a point deux nombres carrés dont l'un soit le double de l'autre. Les principes se sentent, les propositions se concluent.* »[101].

La référence aux mathématiques est claire dans ce passage du texte et l'exemple de « proposition » à laquelle la raison permet d'arriver n'est pas anodin. « *Il n'y a point deux nombres carrés dont l'un soit le double de l'autre* »[101] est une autre formulation de la propriété *la racine carrée de 2 est un irrationnel*. En effet si p et q sont deux entiers avec $q \neq 0$ alors

$$p^2 = 2q^2 \text{ équivaut à } 2 = \frac{p^2}{q^2} = \left(\frac{p}{q}\right)^2 .$$

Or cette dernière affirmation est effectivement fautive mais la démonstration de ceci est célèbre pour avoir jeté le trouble dans l'esprit des mathématiciens de l'antiquité grecque, qui avaient du mal à concevoir l'existence de nombres irrationnels.

Citer cette propriété, comme exemple d'utilisation du raisonnement, c'est affirmer d'une certaine façon sa supériorité sur des propriétés intuitivement non évidentes. « *Et il est aussi ridicule et inutile que la raison demande au cœur des preuves de ses premiers principes, pour vouloir y consentir, qu'il serait ridicule que le cœur demandât à la raison un sentiment de toutes les propositions qu'elle démontre, pour vouloir les recevoir.* »[101].

Ainsi, le raisonnement du mathématicien, s'il a la force de la conviction ne peut permettre à lui seul à l'homme d'accéder à la connaissance de Dieu mais c'est un instrument pour y arriver. « *Et c'est pourquoi ceux à qui Dieu a donné la religion par sentiment du cœur sont bien heureux...mais ceux qui ne l'ont pas, nous ne pouvons la donner que par raisonnement, en attendant que Dieu la leur donne par sentiment de cœur, sans quoi la foi n'est qu'humaine, et inutile pour le salut.* » PASCAL justifie ainsi ses procédés démonstratifs de conviction.

Le prof de philo...

PASCAL fait une apologie de la religion. Il a un but pratique : pousser à la conversion, à partir de la connaissance de l'homme qu'apporte la religion. Donc ses « arguments » sont anthropologiques et bibliques, plus que philosophiques. Il mêle sans cesse persuasion (procédés rhétoriques, par exemple l'effroi, de l'ordre du sentiment) et conviction (rationnelle). Il veut montrer que la religion est « raisonnable et aimable », à des hommes (les libertins) qui pensent qu'elle est bête et à craindre. Donc il cherche à atteindre les deux à la fois, le cœur et la raison.

Mais le but est de montrer qu'elle est raisonnable, pas rationnelle ! Raisonnable veut dire : autant que la raison puisse en savoir, il n'y a pas d'absurdité à croire les contenus de la religion. Rationnelle serait prétendre pouvoir tout démontrer, sans passer par la Bible, et donc sans passer par le Christ (« nul ne connaît le Père si ce n'est par moi »). La religion rationnelle, le déisme de VOLTAIRE par exemple, serait une « religion naturelle », où Dieu n'intervient plus du tout pour les hommes, il devient un Destin, sans rapport d'amour ou de « charité » donc un Dieu... inutile. PASCAL a pour but théologique, pour idée que la foi et le salut, c'est la grâce qui les donne, et pas l'homme qui se les donne lui-même. Il se positionne contre l'idée de mériter son salut, dans le débat entre la foi et les œuvres qui fait rage, et donc ici contre les chrétiens qui pensent pouvoir démontrer rationnellement tous les mystères – Trinité, eucharistie, péché originel, ...- , contre le « Dieu des philosophes et des savants », qui n'est qu'une cause ultime, un Grand Horloger, un fondement rationnel. Il veut parler du « Dieu d'Abraham, d'Isaac et de Jacob »[419], et se replacer dans une tradition, la Bible, et la religion révélée et non rationnelle. Parce que là seulement il y a un Dieu avec lequel on a un rapport réel, plutôt qu'un être irréel. « Qu'il y a loin de la connaissance de Dieu à l'aimer »[357].

Donc les preuves chez PASCAL sont là seulement pour détruire des positions philosophiques (surtout celles de DESCARTES, sur la stabilité du moi, sur l'infini en Dieu), pour amener à la religion. Il ne cherche pas tant à convaincre qu'à convertir, c'est-à-dire à avoir un effet pratique, sur la vie de ses contemporains. Il veut amener à se soucier de sa vie. *Le Pari* par exemple n'est pas un texte théorique, mais pratique, contre l'indifférence. Il veut amener à prendre des décisions, parler au corps (« la machine »), aux habitudes. C'est pourquoi il ne refuse pas la raison (c'est un mathématicien et un savant !), mais veut en montrer les limites : « il n'y a rien de plus raisonnable que ce désaveu de la raison ». On a vu ce qui en découle avec l'idée que « l'incompréhensible ne laisse pas d'être », et que la vérité émerge parfois d'une contradiction dont on n'a pas encore compris le sens. Il veut ouvrir au sens du mystère. « Cette impuissance [à prouver tout] ne doit donc servir qu'à humilier la raison – qui voudrait juger de tout – mais non pas à combattre notre certitude »[101].

PASCAL refuse de donner des preuves de l'existence de Dieu : elles sont « inutiles et incertaines », elles ne convainquent que pour deux minutes, tout de suite après on se demande si on a eu raison de les accepter. On les oublie aussitôt. Surtout, elles obligent à donner un concept de Dieu qui l'enferme dans des limites. Il ne veut pas non plus de preuve par l'existence du monde (le monde est beau, donc il y a quelqu'un qui l'a créé ; le monde est utile à l'homme ; le monde est ordonné, etc.). Le cosmos est un lieu où l'on se perd chez PASCAL ! Il n'y a pas de remontée de lui à Dieu. De même, il conteste l'idée de trace directe de Dieu en l'homme comme l'infini chez Descartes. Il souhaite juste montrer que la vérité de la religion seule permet de comprendre l'homme (par Jésus-Christ). Ainsi

PASCAL prétend donner des preuves de la religion, mais pas de Dieu [398] car la vérité est connue non seulement par la raison, mais aussi par le cœur : la raison ne se fonde pas elle-même, elle se fonde dans le cœur, et par ce que l'on sait intuitivement (les premières définitions, la certitude de l'existence du monde, *etc.*) [101]. Et le projet de ses *Pensées* est de préparer la conversion, autant que la raison (et la rhétorique) peut le faire.

Le mot cœur est employé comme vocabulaire à la fois biblique et libertin, il désigne l'intériorité profonde. Dans l'oubli du cœur, PASCAL voit une trace du péché originel, des deux natures en l'homme, l'une grande et l'autre après la chute, qui a inversé le cœur et la raison. On devrait connaître Dieu par le cœur et les sciences ou les mathématiques par la raison. Or l'homme après la chute demande que les raisonnements mathématiques ou scientifiques soit plaisants, et exige que Dieu soit prouvé *more geometrico*, sur le mode des mathématiciens ! Il y a là une confusion que PASCAL veut rétablir : la démonstration dans les sciences, la persuasion en matière de religion, le sentiment (*cf.* son traité sur la démonstration). Dieu doit être aimé pour être connu ; il passe du cœur dans l'esprit, et non l'inverse ; c'est lui qui donne la foi. On prétend dans les choses naturelles ne céder qu'à la démonstration, mais en réalité « *la raison est ployable à tout sens* » [470], donc quand on veut quelque chose, on se débrouille pour que la raison, qui « *ne sait mettre le prix aux choses* », la considère comme juste. Et donc on exige des démonstrations en science (reste de la première nature), mais en réalité on n'y suit que ses inclinations, sa volonté.

Comme la religion chrétienne ne flatte pas nos plaisirs, on demande des raisonnements certains pour la croire alors qu'on est juste retenu par nos plaisirs pour PASCAL ...

La prof de maths...

Parmi ces plaisirs, il y a le jeu, et si PASCAL utilise souvent des arguments de type démonstratifs, dans son texte *Le Pari* il propose même quelques calculs.

3.3. Calculs d'espérances dans le texte du Pari

PASCAL est un des premiers (voire le premier) mathématicien à s'intéresser au calcul de probabilités. La fréquentation d'amis libertins et joueurs sert souvent de prétexte à ses recherches sur les jeux de hasard. Sa correspondance avec le Chevalier de MÉRÉ en témoigne.

Dans son texte du *Pari* [397] (extrait en annexe 2) ce sont des arguments du calcul de probabilités qui viennent appuyer sa tentative de convaincre le lecteur du « *gain* » que peut apporter la conversion à la religion. Dans ce texte ardu, PASCAL s'adresse à un libertin et lui propose un jeu (expérience aléatoire) : parier sur l'existence de Dieu (existe ou non) avec une probabilité d'abord équirépartie, puis faible voire nulle, et considérer les gains possibles : une ou plusieurs vies éternelles (voire une infinité) contre aucune (variables aléatoires). Les calculs assez artificiels d'espérances qui en découlent tendent à convaincre le lecteur qu'il faut jouer. « *Cela est admirable, Oui, il faut gager* ». Et c'est bien là la volonté de PASCAL, lutter contre l'indifférence.

Ces calculs sont-ils convainquants ? l'étaient-ils à l'époque ? Pour PASCAL, il ne s'agit encore une fois que d'interpeller ses contemporains, et il pense que le raisonnement mathématique peut l'y aider.

Pour finir....

La dernière phrase de l'extrait du texte *Le Pari* vient rappeler que ces arguments d'un mathématicien, PASCAL ne les emploie que parce qu'ils sont de nature à convaincre ses contemporains :

« *Cela est démonstratif et si les hommes sont capables de quelque vérité, celle-là l'est.* »

Annexe 1 : *Les deux infinis* (extrait)



Que l'homme contemple donc la nature entière dans sa haute et pleine majesté, qu'il éloigne sa vue des objets bas qui l'environnent. Qu'il regarde cette éclatante lumière, mise comme une lampe éternelle pour éclairer l'univers, que la terre lui paraisse comme un point au prix du vaste tour que cet astre décrit et qu'il s'étonne de ce que ce vaste tour lui-même n'est qu'une pointe très délicate à l'égard de celui que les astres qui roulent dans le firmament embrassent. Mais si notre vue s'arrête là, que l'imagination passe outre; elle se lassera plutôt de concevoir, que la nature de fournir. Tout ce monde visible n'est qu'un trait imperceptible dans l'ample sein de la nature. Nulle idée n'en approche. Nous avons beau enfler nos conceptions, au-delà des espaces imaginables, nous n'enfantons que des atomes, au prix de la réalité des choses. C'est une sphère infinie dont le centre est partout, la circonférence nulle part. Enfin, c'est le plus grand caractère sensible de la toute puissance de Dieu que notre imagination se perde dans cette pensée.

Que l'homme étant revenu à soi considère ce qu'il est au prix de ce qui est, qu'il se regarde comme égaré dans ce canton détourné de la nature; et que, de ce petit cachot où il se trouve logé, j'entends l'univers, il apprenne à estimer la terre, les royaumes, les villes et soi-même son juste prix. Qu'est-ce qu'un homme dans l'infini ?

Mais pour lui présenter un autre prodige aussi étonnant, qu'il recherche dans ce qu'il connaît les choses les plus délicates. Qu'un ciron¹ lui offre dans la petitesse de son corps des parties incomparablement plus petites, des jambes avec des jointures, des veines dans ces jambes, du sang dans ces veines, des humeurs dans ce sang, des gouttes dans ces humeurs, des vapeurs dans ces gouttes; que, divisant entre ces dernières choses, il épuise ses forces en ces conceptions, et que le dernier objet où il peut arriver soit maintenant celui de notre discours; il pensera peut-être que c'est là l'extrême petitesse de la nature.

¹Animal minuscule, le plus petit visible à l'oeil nu.

Je veux bien lui faire voir là-dedans un abîme nouveau. Je veux lui peindre non seulement l'univers visible, mais l'immensité qu'on peut concevoir de la nature, dans l'enceinte de ce raccourci d'atome. Qu'il y voie une infinité d'univers, dont chacun a son firmament, ses planètes, sa terre, en la même proportion que le monde visible ; dans cette terre, des animaux, et enfin des cirons, dans lesquels il retrouvera ce que les premiers ont donné ; et trouvant encore dans les autres la même chose sans fin et sans repos, qu'il se perde dans ces merveilles, aussi étonnantes que leur petitesse que les autres par leur étendue.

Annexe 2 : *Le Pari* (extrait)

Examinons donc ce point, et disons : « Dieu est, ou il n'est pas ». Mais de quel côté pencherons-nous ? La raison n'y peut rien déterminer : il y a un chaos infini qui nous sépare. Il se joue un jeu, à l'extrémité de cette distance infinie, où il arrivera croix ou pile. Que gagerez-vous ? Par raison, vous ne pouvez faire ni l'un ni l'autre ; par raison, vous ne pouvez défaire nul des deux. Ne blâmez donc pas de fausseté ceux qui ont pris un choix ; car vous n'en savez rien.

- Non ; mais je les blâmerai d'avoir fait, non ce choix, mais un choix ; car, encore que celui qui prend croix et l'autre soient en pareille faute, ils sont tous deux en faute : le juste est de ne point parier.
- Oui, mais il faut parier ; cela n'est pas volontaire, vous êtes embarqué. Lequel prendrez-vous donc ? Voyons. Puisqu'il faut choisir, voyons ce qui vous intéresse le moins. Vous avez deux choses à perdre : le vrai et le bien, et deux choses à engager : votre raison et votre volonté, votre connaissance et votre béatitude ; et votre nature a deux choses à fuir : l'erreur et la misère. Votre raison n'est pas plus blessée, en choisissant l'un que l'autre, puisqu'il faut nécessairement choisir. Voilà un point vidé. Mais votre béatitude ? Pesons le gain et la perte, en prenant croix que Dieu est. Estimons ces deux cas : si vous gagnez, vous gagnez tout ; si vous perdez, vous ne perdez rien. Gagez donc qu'il est, sans hésiter.
- Cela est admirable. Oui, il faut gager ; mais je gage peut-être trop.
- Voyons. Puisqu'il y a pareil hasard de gain et de perte, si vous n'aviez qu'à gagner deux vies pour une, vous pourriez encore gager ; mais s'il y en avait trois à gagner, il faudrait jouer (puisque vous êtes dans la nécessité de jouer), et vous seriez imprudent, lorsque vous êtes forcé à jouer, de ne pas hasarder votre vie pour en gagner trois à un jeu où il y a pareil hasard de perte et de gain. Mais il y a une éternité de vie de bonheur. Et cela étant, quand il y aurait une infinité de hasards dont un seul serait pour vous, vous auriez encore raison de gager un pour avoir deux, et vous agiriez de mauvais sens, étant obligé à jouer, de refuser de jouer une vie contre trois à un jeu où d'une infinité de hasards il y en a un pour vous, s'il y avait une infinité de vie infiniment heureuse à gagner. Mais il y a ici une infinité de vie infiniment heureuse à gagner, un hasard de gain contre un nombre fini de hasards de perte, et ce que vous jouez est fini. Cela ôte tout parti : partout où est l'infini, et où il n'y a pas infinité de hasards de perte contre celui de gain, il n'y a point à balancer, il faut tout donner.
- Car il ne sert de rien de dire qu'il est incertain si on gagnera, et qu'il est certain qu'on hasarde, et que l'infinie distance qui est la *certitude* de ce qu'on s'expose, et l'*incertitude*

de ce qu'on gagnera, égale le bien fini, qu'on expose certainement, à l'infini, qui est incertain. Cela n'est pas ; aussi tout joueur hasarde avec certitude pour gagner avec incertitude ; et néanmoins il hasarde certainement le fini pour gagner incertainement le fini, sans pécher contre la raison. Il n'y a pas infinité de distance entre certitude de ce qu'on s'expose et l'incertitude du gain ; cela est faux. Il y a, à la vérité, infinité entre la certitude de gagner et la certitude de perdre. Mais l'incertitude de gagner est proportionnée à la certitude de ce qu'on hasarde, selon la proportion des hasards de gain et de perte. Et de là vient que, s'il y a autant de hasards d'un côté que de l'autre, le parti est à jouer égal contre égal ; et alors la certitude de ce qu'on s'expose est égale à l'incertitude du gain ; tant s'en faut qu'elle en soit infiniment distante. Et ainsi, notre proposition est dans une force infinie, quand il y a le fini à hasarder à un jeu où il y a pareils hasards de gain que de perte, et l'infini à gagner. Cela est démonstratif ; et si les hommes sont capables de quelque vérité, celle-là l'est.

Bibliographie

- [1] BLAISE PASCAL, *Pensées*, *Edition de Michel Le Guern*, Folio classique (1995).
- [2] J.-N. DUMONT (1996), *Premières leçons sur les Pensées de Blaise Pascal*, PUF.

Nadine MEYER
Lycée Yourcenar, Erstein
nadine.meyer@ac-strasbourg.fr

Martin DUMONT
Lycée Watteau, Valenciennes
martindmnt@yahoo.fr