

LES TPE DU VÉLO

Marie-Odile SAUVANAUD

Résumé. Je fais état d'une expérience d'encadrement d'un TPE sur l'amélioration de la suspension d'un VTT, qui a mené à l'étude d'équations différentielles linéaires d'ordre 2.

1. En option sciences de l'ingénieur

Depuis 2000, année de la création des TPE, je fais partie d'une équipe encadrant des TPE en première et terminale S, option Sciences de l'ingénieur.

Les TPE sont des « Projets pluridisciplinaires à caractère scientifique et technique ». Le sujet doit respecter le référentiel des Sciences de l'ingénieur et les thèmes nationaux fixés par le Bulletin officiel.

Nous sommes quatre, deux professeurs de Sciences de l'ingénieur (génie électrique et génie mécanique), un professeur de sciences physiques et un professeur de mathématiques. Les séances de TPE ont lieu pendant les heures de Sciences de l'ingénieur et dans le laboratoire de Sciences de l'ingénieur. Les professeurs d'enseignement général sont « invités » et se partagent 30 heures-années.

Je travaille dans un lycée polyvalent, il n'y a qu'une seule première S et une seule terminale S, recrutant essentiellement sur les quatre secondes du lycée. Nous invitons les élèves de seconde qui envisagent de faire une S à assister à des oraux blancs de TPE en Terminale ou en 1^{re}. Aussi ont-ils une idée de ce qu'est un oral de TPE. Nous leur demandons ensuite de réfléchir à un futur TPE qui soit en rapport avec une de leurs passions ou/et avec un projet professionnel.



2. Amélioration du vélo

A la rentrée de première, nous commençons nos TPE. Et chaque année un groupe de deux ou trois élèves souhaite travailler sur l'amélioration d'une partie de leur VTT. Le feu vert est donné par l'équipe encadrante. Ce choix n'a que des avantages.

2.1. Documentation. Le premier trimestre est consacré au cahier des charges, à l'analyse fonctionnelle et technique et à la recherche documentaire.

Les élèves peuvent, comme leurs camarades en lycée d'enseignement général, passer trop de temps sur Internet. Ils trouveront les sites des fabricants, moins avares d'indications techniques que les fabricants d'hélicoptères ou de moteurs de voitures de course qui les intéressent aussi traditionnellement.

Je leur indique le site de l'ENS Cachan, sur lequel ils peuvent lire les questions que d'autres élèves ont posées en étudiant les mêmes systèmes et les réponses qui leur ont été données. Ces réponses englobent des adresses de sites universitaires respectables et des références à des problèmes théoriques.

La présence des professeurs d'enseignement général va bientôt se justifier pleinement. Ils pourront aussi poser des questions aux étudiants qui collaborent à ce site.

Mais l'équipe encadrante et surtout notre documentaliste demandent aux élèves d'analyser l'avancement de leurs recherches documentaires pour limiter les pertes de temps.

Nos élèves ont d'autres ressources pour se documenter : les marchands de VTT, les revues spécialisées, les notices des constructeurs. Ils peuvent aussi aller dans un lycée professionnel et y rencontrer des professeurs des sections cycles qui forment les futurs professionnels de la vente et de l'entretien des cycles. Ceux-ci leur proposent même de les aider à fabriquer leurs nouvelles pièces en grandeur réelle. Ils ont surtout la ressource d'étudier leur propre VTT soit dans leur garage, soit même au lycée en apportant les pièces qu'ils souhaitent améliorer.



2.2. Amélioration des suspensions. Notre groupe souhaite améliorer les suspensions du VTT et le lycée a même les moyens d'acheter une fourche avant ! Les élèves vont la démonter et comprendre qu'il y a deux éléments : la suspension et l'amortisseur.

La suspension va exercer un frottement proportionnel à la vitesse et l'amortisseur une force de rappel proportionnelle à l'écrasement dû aux chocs. Les professeurs savent qu'en Terminale le principe fondamental de la dynamique permettra d'établir une équation différentielle et de la résoudre. En première, les élèves modélisent les pièces sur SOLIDWORKS, trouvent dans les notices techniques la formule donnant le coefficient de raideur de l'amortisseur en fonction de ses caractéristiques (diamètre des spires, nombre de spires, matériaux). De même pour le frottement de la suspension.

Les élèves font spontanément des tableaux sur EXCEL pour recenser les différents modèles existants, leurs prix, et guider leurs choix. Les professeurs d'enseignement général connaissent bien EXCEL et peuvent les aider. Ensuite ils peuvent représenter sur EXCEL les fonctions donnant les coefficients en fonction de telles ou telles données. Les études de fonctions sont maîtrisées dès la fin du premier trimestre de la première et l'on peut déjà

utiliser des maths pour optimiser les choix. En fin de première, l'étude des pièces et du système statique est présentée.

2.3. Les données. Le coefficient k de raideur de l'amortisseur se calcule par la formule

$$k = \frac{Gd^4}{8N_a D^3},$$

où

- G est le module d'élasticité transversal du matériau ; l'amortisseur à notre disposition est en acier et, pour les aciers, $G = 80000 \text{ N/mm}^2$;
- d est le diamètre du fil de l'amortisseur en millimètres ; on mesure $d = 3 \text{ mm}$;
- N_a est le nombre de spires actives (c'est-à-dire qu'il ne faut pas prendre en compte les spires qui sont meulées), dans notre cas $N_a = 29,5$;
- D est le diamètre d'enroulement en millimètres, dans notre cas, $D = 18,3 \text{ mm}$. Voir la figure 2.

Principe de fonctionnement de la fourche

Repère des pièces

- 1 pivot
- 2 té de fourche
- 3 arceau
- 4 plongeur
- 5 fourreau
- 6 ressort
- 7 huile
- 8 piston
- 9 patte de fourche

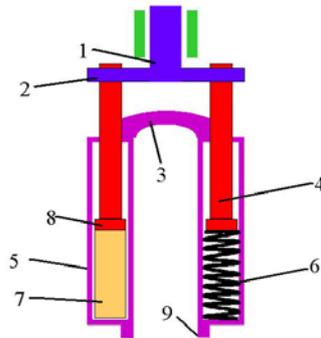


FIGURE 1

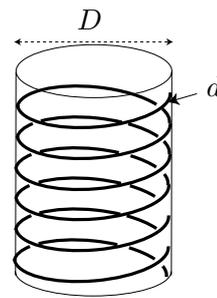


FIGURE 2. Un amortisseur

Par conséquent,

$$k = \frac{80000 \times 3^4}{8 \times 29,5 \times 18,3^3} = 4.81 \text{ N/mm.}$$

Pour simplifier les prochains calculs, on prendra $k = 5 \text{ N/mm}$. Comme les deux amortisseurs sont parallèles et identiques, on prendra

$$k_1 = 10 \text{ N/mm} = 10000 \text{ N/m.}$$

Le coefficient k_2 est le coefficient d'amortissement de la fourche. Les élèves n'ont pas pu déterminer sa valeur expérimentalement. Le prof de mécanique leur a donné $k_2 = 500 \text{ N/(m/s)}$.

2.4. Équations différentielles. En terminale les élèves sont rapidement initiés aux équations différentielles, aussi bien en Sciences de l'ingénieur qu'en physique ou qu'en mathématique. Trois profs qui leur parlent de la même chose, presque en même temps ! Et en TPE il faudra s'en servir. L'affaire devient intéressante !

Nos élèves écrivent leur principe fondamental de la dynamique avec les valeurs numériques définies par les pièces créées. En notant y_0 la hauteur de la fourche rigide, y_2

la hauteur de la route (par rapport à la valeur initiale) et y_1 la hauteur de la fourche sous l'effet de l'amortissement (voir la figure 3), l'équation différentielle s'écrit

$$k_1(y_2 + y_0 - y_1) - k_2(y_1' - y_2') - mg = my_1'',$$

ce qui donnera

$$y_1'' + \frac{k_2}{m}y_1' + \frac{k_1}{m}y_1 = \frac{k_2}{m}y_2' + \frac{k_1}{m}y_2 + \frac{k_1}{m}y_0 - g.$$

Ils tentent de la résoudre avec leur TI 89. En principe, c'est possible, mais avec leurs valeurs numériques, c'est illisible. Nous allons donc utiliser DERIVE et la fonctionnalité D-SOLVE IV (p, q, r, x_0, y_0, y_0').

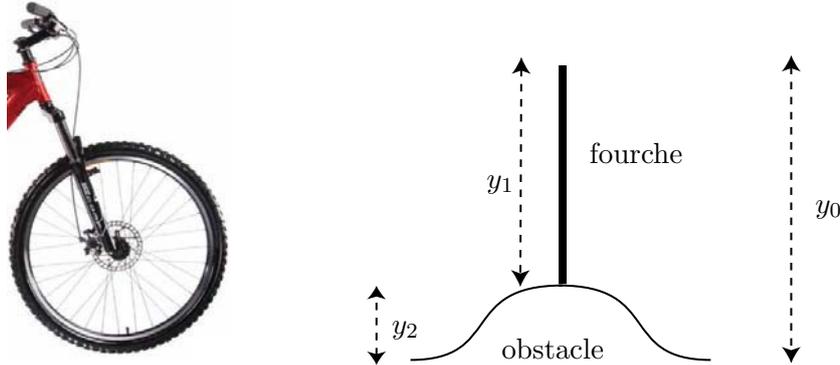


FIGURE 3. Un obstacle

Le professeur de mécanique me demande de faire un rapide exposé à toute la classe, d'autant plus que d'autres groupes ont besoin d'équations différentielles linéaires d'ordre 2. Celles-ci ne sont pas au programme mais n'en sont pas loin. Les élèves savent

- que les équations $y' = ay + b$ ont pour seules solutions les fonctions

$$y(t) = k \exp(at) - b/a;$$

- en physique, ils ont vu que les équations $y'' = -\omega^2 y$ ont pour solutions

$$y(t) = a \cos(\omega t + \varphi).$$

Ils connaissent aussi l'écriture exponentielle des complexes. Ils leur paraît donc tout naturel que je cherche les solutions de cette équation différentielle linéaire d'ordre 2 sous forme d'exponentielle, puis de tomber sur une équation caractéristique de degré 2 et de calculer son discriminant. Celui-ci sera négatif, les solutions seront deux nombres complexes conjugués et les solutions seront données explicitement.

Le principe étant compris, nous passons à la résolution sur DERIVE. Les élèves tiennent beaucoup à leurs valeurs numériques précises. Avec nos valeurs numériques ($k_1 = 10000$, $k_2 = 500$, $m = 30$),

$$y_1'' + \frac{50}{3}y_1' + \frac{1000}{3}y_1 = \frac{500}{30}\pi \sin(20\pi t) + \frac{10000}{30}(-0.05 \cos(20\pi t) + 0.05) - 10.$$

Sur DERIVE on rentrera :

$$\text{DSOLVE2_IV} \left(\frac{50}{3}, \frac{1000}{3}, \frac{50}{3}\pi \sin(20\pi x) + \frac{50}{3} \cos(20\pi x) + \frac{20}{3}, x, 0, 0.97, 0 \right).$$

Je peux à peine négocier une précision à 10^{-2} ! Mais si les solutions sont illisibles, les courbes obtenues sont intéressantes. Les élèves acceptent enfin un exemple simple fictif et du coup les solutions sont lisibles. J'ai réalisé là que les exemples simples fictifs qui

illustrent nos cours de maths sont aussi abstraits pour eux que des exemples littéraires et de fait pas du tout simples !

Les élèves obtiennent donc différentes solutions en modifiant les coefficients de raideur de l'amortisseur ou celui des frottements de la suspension. Ils les comparent avec succès avec celles obtenues sur leurs logiciels MECA 3D.

Et c'est vraiment un grand succès de voir que deux approches différentes d'un même problème donnent les mêmes courbes.

2.5. Une suite, un second membre. Mais le problème a une suite. Le choc auquel est soumise la suspension du VTT a une fin, qui se traduit par la fin de l'écrasement de l'amortisseur et une nouvelle équation différentielle. DERIVE n'accepte pas un second membre d'équation différentielle d'ordre 2 avec une fonction définie par morceaux. Les élèves peuvent comprendre que cette fonction n'est pas de classe \mathcal{C}^∞ mais je ne pense pas que ce soit le problème de DERIVE.

Je leur propose d'appliquer la méthode d'Euler en calculant la vitesse à la fin du choc, qui sera la vitesse initiale de notre nouvelle équation différentielle. Nous obtenons ainsi une nouvelle fonction, puis nous recollons nos deux morceaux pour obtenir une solution, puis d'autres solutions en changeant les valeurs de k . Ces solutions sont plus régulières que celle qui simule le choc et c'est justement ce qui mérite le nom d'amortissement.

Nous constatons enfin que les valeurs numériques des pièces des fabricants sont bonnes et ne peuvent pas être vraiment améliorées. Les élèves ont pu répondre à leur problématique : « Peut-on améliorer la suspension d'un VTT ? »

Conclusion

En encadrant ces TPE j'ai constaté que les élèves comprenaient aisément les formules de maths nécessaires mais avaient du mal avec leurs applications numériques. Les fautes les plus fréquentes proviennent des unités choisies et de formules qui ne sont pas homogènes. Ils ont appris ainsi à repérer ces erreurs.



Marie-Odile SAUVANAUD
Lycée Louis Marchal
Molsheim
odile.sauvanaud@ac-strasbourg.fr