Jean-Paul FISCHER et Christine BOCÉRÉAN

IMPACT DE LA RÉFORME DE 1970 SUR LES CONNAISSANCES NUMÉRIQUES DES JEUNES ENFANTS*

Abstract. As a consequence of one of the major and inappropriate characteristics of the 1970 reform — known as "Modern Mathematics"— nursery school pupils were not asked to work on numbers anymore. Above all they no longer counted.
The authors evaluate the impact of such extreme trends by analyzing comparable data collected in 1920, 1980 and 2000 about how well children aged 3 to 5 1/2 could name numbers.
The hypothesis of a negative impact is corroborated not only through the study, both statistical and graphical, of the phylogenetic development, but also through the qualitative advancement of the process of naming itself : considering the same age group and number, in 1980 children counted in proportion more than children in 2000 although 1970 reformers had opposite goals.

Résumé. L'une des caractéristiques majeures et caricaturales de la réforme de 1970 — dite des "maths modernes" — est l'éradication des pratiques numériques, du comptage notamment, à l'école maternelle.
En s'appuyant sur des observations comparables de la dénomination des nombres par des enfants de 3 à 5 ans 1/2 faites, respectivement, en 1920, 1980 et 2000 environ, les auteurs proposent une évaluation de l'impact de ces (non-) pratiques extrêmes.
L'hypothèse d'un impact négatif est corroborée non seulement par l'étude statistique et graphique du développement phylogénétique, mais aussi par l'évolution qualitative du processus de dénomination lui-même : à âge et nombre comparables, les enfants de 1980 — et ce exactement à l'inverse du but poursuivi par les réformateurs de 1970 ! — comptaient proportionnellement plus que les enfants de 2000.

Mots–clés : maths modernes, apprentissage numérique, comparaison intergénérationnelle, école maternelle, comptage, dénomination du nombre.

---

1. Problématique introductive

On connaît assez bien certaines conséquences de la réforme de 1970, dite des "maths modernes", au niveau de l'enseignement secondaire. Par exemple, De Closets (1996, p. 97) rappelle que dans les terminales C, spécialisées en maths-sciences, le pourcentage des enfants de professions supérieures passa de 20% en 1967-1968 à 39,9% en 1980-1981, tandis que celui des enfants d'ouvrier chutait de 17,9 à 8,8%. Mais, pour ce qui concerne l'école maternelle, l'impact de la réforme n'a, à notre connaissance et sous quelque forme que ce soit, jamais été quantifié.

* Les auteurs voudraient remercier André Flieller pour ses conseils lors de la mise au point de cet article.

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 9, p. 83 – 100.

Pourtant, parmi les choix didactiques opérés au moment de cette réforme, l'éradication des activités spécifiquement numériques, notamment du comptage (un par un), à l'école maternelle demeurera certainement l'un des plus caractéristiques et des plus caricaturaux. Pour justifier une telle éradication, les réformateurs ont, entre autres, discrédité le comptage. Pour eux, le comptage est un apprentissage verbal inutile puisqu'on peut voir l'équivalence numérique de deux collections par bijection ; de plus, le comptage nécessite la mémorisation de la suite des mots de nombre et l'un des buts de la réforme était précisément de rendre toute mémorisation inutile (cf., Byers & Erlwanger, 1985, p. 263.) Les fonctions (positives) du comptage sont alors réduites à des fonctions sécurisante pour l'enfant ou d'autosatisfaction pour les parents : « Pour des enfants de cinq ans, apprendre à compter jusqu'à dix n'a guère d'utilité (sinon faire plaisir aux parents) », lisait-on encore dans le Monde de l'Education de novembre 1982 (p. 21.)

La psychologie, alors essentiellement piagétienne, n'a pas joué le rôle de garde-fou qu'elle aurait dû jouer[1]. Au contraire, le célèbre test piagétien de conservation a conduit à la conclusion que ce n'est pas la peine d'enseigner les nombres à l'enfant avant 6 ans puisqu'il ne les conserve pas ! Ainsi s'est opérée une convergence d'intérêt entre réformateurs et psychologues. D'autant que ces derniers ont parfois porté un jugement sévère sur les pratiques numériques « aveugles, imposées du dehors, cristallisées par l'exercice répété, … » de l'enfant (cf. Gréco, 1960, p. 150.) Certains pédagogues, ou didacticiens, pouvaient donc étaler en toute liberté leur ignorance du développement des enfants. Par exemple, Marcault-Derouard (1974) observait, dans un livre de *Pédagogie pratique de la mathématique à l'école élémentaire*, que « les enfants du cours préparatoire connaissent tous, ou presque les nombres deux et trois » (p. 52.) On appréciera la prudence de l'auteur qui, ayant affirmé que les enfants de 6 ans connaissent deux et trois — ce qui est effectivement audacieux puisqu'ils sont censés n'apprendre strictement aucun nombre à l'école maternelle — se reprend en laissant ouverte la possibilité que quelques-uns n'arriveraient pas jusqu'à deux ou trois !

La plupart des pédagogues réformateurs ne poussent cependant pas leur ignorance du développement aussi loin. Ils savent bien que l'enfant de 6 ans n'a guère de difficultés à dire qu'il y a, respectivement, 4, 5 ou 6 objets lorsqu'il est confronté à une collection correspondante. Mais comme ils cherchent à nier le rôle du comptage dans cette dénomination des petits nombres — disons jusqu'à 6 —, ils invoquent un processus de perception "globale" ou "directe" pour ces petits nombres. Si l'introspection nous convainc de l'existence d'un tel processus — nous

---

[1] Elle aurait d'autant plus dû le jouer qu'elle a, peu ou prou, engendré la mathématique moderne : cette dernière apparaît en effet comme "fille de Bourbaki et Piaget" selon l'interprétation franco-française (ou suisse) de la réforme par Charlot (1986, p. 28).

n’avons pas besoin de compter pour voir que la collection • • • est formée de trois points — ce processus ne s’étend certainement pas jusqu’à 6 chez des enfants de 5 ou 6 ans (cf., par ex., Fischer, 1991.) En conséquence, les réformateurs de 1970 ont été amenés à exagérer la limite de cette capacité de perception globale ou directe du nombre. Pour valider statistiquement cette exagération, nous avons analysé les données de l’annexe 9 de Fischer (1982) : cette annexe recense une vingtaine[2] de documents pédagogiques publiés entre 1868 et 1978 et précisant la limite de la perception globale directe (quels que soient les noms ou qualificatifs utilisés par les auteurs.)

D’abord, nous avons établi que la corrélation entre l’année de publication du document et la limite de la perception globale directe est positive, forte (rho de Spearman = .71) et significative ($p < .003$.) Ensuite, en comparant les 8 documents antérieurs à 1960 et les 11 documents postérieurs à 1960, nous avons eu confirmation que la moyenne des limites précisées dans les premiers (= 3.4) est bien significativement (t de Student = 5.85 ; $p < .0001$) inférieure à la moyenne des limites (= 5.1) précisées dans les seconds. Les deux analyses statistiques étayent donc l’augmentation de la perception globale directe du nombre à partir des années 1960 et comparativement aux 90 années antérieures. Certes, nous ne pouvons pas écarter, a priori, l'hypothèse de la réalité d'une telle augmentation des capacités perceptives des enfants, une augmentation qui ne serait alors qu'une sorte d’exemplification de l'effet Flynn[3]. Mais une inspection plus fine des documents rapportés dans Fischer (1982) fournit deux arguments permettant le rejet de l'hypothèse d'une augmentation réelle : (1) durant près d'un siècle — du milieu du 19ème siècle au milieu du 20ème, on n'observe strictement aucune augmentation ; (2) le seul auteur qui apparaisse deux fois dans le tableau de Fischer (1982) a indiqué 5 en 1972 et 4 en 1977, ce qui s'interprète bien mieux en faisant l'hypothèse que la valeur de 1972 était exagérée qu'en faisant l'hypothèse d'un développement phylogénétique en dents de scie. Nous considérons donc que les observations statistiques précédentes traduisent une “exagération” des capacités réelles de l'enfant, une exagération qui justifiait le — et complétait les arguments en faveur du — non-apprentissage du comptage en maternelle.

Quelques observations incidentes ou souvenirs anecdotiques de l’un d’entre nous (JPF), qui a participé (involontairement) à cette réforme de l'enseignement des mathématiques au début des années 1970, illustrent combien les pratiques

---

[2] Nos analyses statistiques portent sur 19 documents exactement car nous n’y avons pas inclus un document qui ne précise la limite de la perception du nombre que pour les adultes.

[3] L'effet Flynn stipule que « des cohortes de naissance testées au même âge et dans les mêmes conditions à l’aide d’une même épreuve d’intelligence obtiennent des scores moyens qui s’ordonnent comme leur année de naissance » (Flieller, 2001, p. 43).

frisaient l'absurde. Par exemple, lorsqu'il a commencé à enseigner à l'Ecole Normale, un de ses collègues, professeur de psychopédagogie, participait à une recherche qui évitait d'utiliser les mots de nombres pendant les deux premiers trimestres de Cours Préparatoire : ce n'est qu'au troisième trimestre, lorsque l'élève avait construit le nombre à force d'exercices ensemblistes de bijection et autres relations d'équivalence ou d'ordre que l'enseignant lui révélait que la propriété commune de toutes les collections en bijection avec les doigts d'une main s'appelle "cinq" et s'écrit "12" au pays du trois (secondairement "5" au pays du dix.) Ou aussi, en visite dans une grande section de maternelle où une élève institutrice de deuxième année effectuait son stage en responsabilité, JPF a pu observer que la stagiaire décrivait une course de trois voitures, affichées au tableau, en parlant de la voiture de gauche, du milieu et de droite. Lors de la discussion, lorsqu'il lui a fait remarquer que la distinction gauche/droite n'est probablement pas bien maîtrisée par tous les élèves de 5 ans et qu'elle aurait pu parler plus simplement de la première, de la deuxième et de la troisième voiture, la stagiaire a objecté qu'elle a respecté la seule consigne que lui avait laissée la titulaire de la classe, à savoir de ne pas utiliser de vocabulaire numérique car l'Inspectrice de la circonscription l'avait formellement interdit.

L'hypothèse fondamentale que nous faisons — bien que l'école soit loin d'être le seul lieu où les jeunes enfants acquièrent des connaissances numériques — est que ces pratiques (ou plutôt non-pratiques !) extrêmes, qui ont caractérisé la réforme de 1970 et qui n'ont plus cours aujourd'hui, doivent avoir laissé des traces suffisamment fortes pour être observables. En outre et même si nous n'arrivions pas à observer quantitativement ces traces, nous pouvons aussi faire l'hypothèse que le bouleversement des méthodes — notamment le rejet du comptage — a entraîné des changements qualitatifs dans le processus de dénomination des nombres. Ce changement n'est toutefois pas celui, à savoir moins de comptage en 1980 comparativement à 2000, qu'un raisonnement simple et direct suggère[4]. Expliquons pourquoi.

D'une part, la procédure de comptage, étroitement liée à celle du pointage avec le doigt, est une procédure relativement primitive ou naturelle. Cela au point que la psychologue américaine Rochel Gelman (cf., Gelman & Gallistel, 1978, p. 208) a pu la présenter comme un schème au sens piagétien, à l'instar du schème de la succion par exemple. D'autre part, le processus de perception (ou aussi de saisie) simultanée (ou par groupes) des nombres supérieurs à 2 ou 3 est, quant à lui, développementalement plus avancé (cf., par ex., Kern, 1965, résumé dans Fischer, 1984, p. 106 et ss.) Maintenant, nous pouvons imaginer ce qui va se passer en cas d'absence ou d'insuffisance des pratiques numériques : c'est le processus

[4] Le raisonnement est juste, mais comme il s'appuie sur deux prémisses — l'inutilité du comptage et l'existence d'une perception directe du nombre jusqu'à 6 — erronées, la conclusion peut quand même être fausse. En l'occurrence, elle l'est.

développementalement primitif qui va être mis en œuvre au détriment du processus développementalement le plus avancé. En conséquence, notre hypothèse est que, comparativement à 2000, la fréquence relative de l'utilisation du comptage, pour dénommer un nombre donné à un âge donné, devrait être plus grande en 1980 qu'en 2000.

2. Méthode

Pour approcher empiriquement l'impact de la réforme de 1970 sur les connaissances numériques des jeunes enfants nous disposons de trois recherches. Nous allons les dater de, respectivement, 1920, 1980 et 2000. Ces trois dates correspondent (1) approximativement aux observations de Beckmann (1923), (2) précisément aux observations de Fischer (1981 ou 1982) et (3) quasi-parfaitement aux observations de Bocéréan, Fischer et Flieller (en préparation)[5]. Ces trois recherches ont en commun d'inclure une épreuve de dénomination des nombres sur des enfants de 3 à 5 ans 1/2 partagés en groupes d'âge d'une demi année. Cette épreuve de dénomination a été présentée sous deux formes différentes, notées B et F car, respectivement, introduites par Beckmann (1923) et Fischer (1981.)

Dans cette partie nous décrirons d'abord, l'une après l'autre, ces deux formes ; puis, nous préciserons comment nous comptons comparer indirectement ces deux formes non directement comparables ; enfin, nous analyserons la comparabilité des échantillons d'enfants testés respectivement en 1920, 1980 et 2000.

L'épreuve de dénomination de 1920. Beckmann (1923) a considéré que l'acte de dénomination d'un nombre — répondre le nom usuel du nombre en réponse à la question "Combien ?" — est l'un des quatre actes numériques basiques. Les trois autres sont : l'acte de production (l'enfant doit donner ou prendre un nombre donné, par ex. "trois", d'objets), l'acte de distinction (l'enfant doit distinguer deux nombres, par ex. "deux" et "trois") et l'acte de reconnaissance (l'enfant doit trouver un nombre, par ex. "trois", sur une planche comme celle illustrée sur la figure 1.) La technique de Beckmann est une technique ascendante qui commence à 2 et détermine la limite supérieure de la dénomination de l'enfant, les nombres n'étant testés que jusqu'à 5. Comme le suggère la figure 1, les collections de points noirs représentant chaque nombre, sont présentées sous

---

[5] Les observations de Beckmann (1923) auxquelles nous nous référons sont les premières d'un travail gigantesque que Beckmann a certainement dû étaler sur plusieurs années : la date de 1920, bien qu'arbitraire, nous paraît donc raisonnable pour un travail publié en 1923 ; les observations de Fischer (1981 ou 1982) ont été faites durant la première demi année civile 1980 ; enfin, les observations de Bocéréan et al. (en préparation) ont été faites durant le dernier trimestre civil 2000 et les deux premiers de 2001. (Dans les calculs numériques, nous utiliserons un écart de 20.75 ans entre les observations de 1980 et celles de 2000.)

différentes configurations (quatre) : une angulaire et une autre quelconque (elles apparaissent sur la planche de la figure 1), une linéaire et une autre figurale régulière (e.g., quatre en carré) sur une deuxième planche.

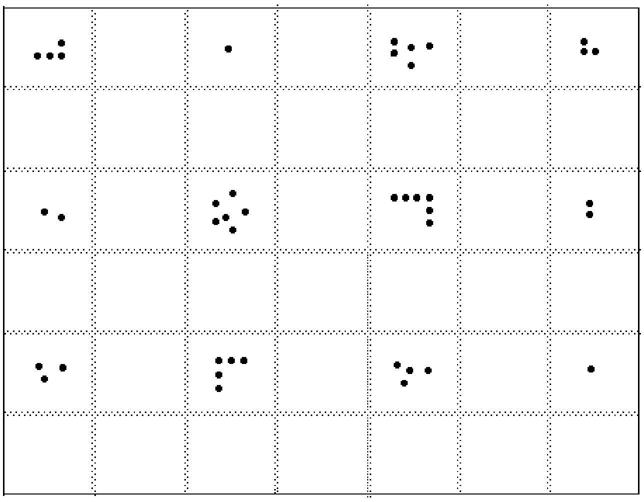

Figure 1 : Une planche ayant servi à l'épreuve B de dénomination des nombres (reconstruite et adaptée d'après Beckmann, 1923, et utilisée par Bocéréan et al., en préparation).

L'épreuve de dénomination de 1980. On présente à l'enfant des jetons en bois dans une boîte circulaire et dans des configurations qui sont approximativement celles de la figure 2 (pour les nombres > 2.) Les nombres de jetons et l'ordre de présentation varient en fonction de l'âge des enfants : pour les enfants de 5 ans, 7, 5, 3, 6 et 4 ; pour les enfants de 4 ans, 5, 3, 1 facultatif, 4 et 2, et pour les enfants de 3 ans, 3, 1, 4 et 2.

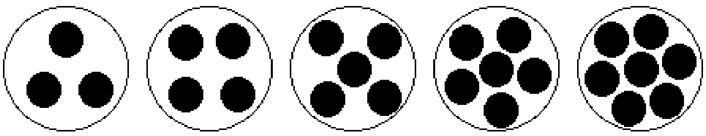

Figure 2 : Les configurations des nombres 3 à 7 dans l'épreuve F de dénomination.

On demande à l'enfant combien il y a de jetons dans la boîte sans lui suggérer de compter. Si l'enfant se trompe, on lui demande s'il est sûr et on l'encourage, si on a l'impression que l'échec est accidentel, à reconsidérer sa réponse. Pour chaque nombre correctement dénommé, l'expérimentateur note les comportements extériorisés de l'enfant (commentaire ou comptage oral, pointage du doigt ou des yeux, mouvement des lèvres, extension des doigts) de manière à pouvoir juger s'il a compté ou non.

La comparabilité des épreuves pratiquées en 1920, 1980 et 2000. En 2000, nous avons repris quasiment à l'identique les épreuves de 1920 et de 1980.

Pour l'épreuve de 1920, la description de son matériel par Beckmann (1923) est suffisante pour que notre reconstruction des planches (cf. la figure 1 pour un exemple) puisse être considérée comme fidèle. Beckmann ayant utilisé les quatre sortes de collections (linéaires, figurales régulières, angulaires et quelconques), la technique ascendante et le codage de la réussite que nous avons utilisés en 2000, à savoir dénommer correctement pour un même nombre les quatre formes de sa représentation (voir Fischer & Bocéréan, soumis, pour une description précise de la procédure), semblent assurer une bonne comparabilité.

La comparabilité de l'épreuve de 1980 avec celle de 2000 est garantie par la présence d'un même expérimentateur et chercheur dans les deux recherches[6]. La seule petite variante introduite en 2000 concerne le matériel : des pièces de monnaie réelles (1/2 franc), de même dimension, ont été substituées aux jetons de bois. Cela parce que l'épreuve de dénomination a toujours été posée, en 2000, à la fin d'un ensemble d'épreuves s'appuyant sur un matériel pauvre (dés vierges) et peu motivant pour de jeunes enfants[7].

Les approches de la notion de progrès et de sa dépression en 1980. En indiçant les deux formes B et F de l'épreuve de dénomination par l'année de leur mise en œuvre, nous disposons des données B_{1920}, F_{1980}, B_{2000} et F_{2000}. Ayant argumenté la comparabilité de B_{1920} et B_{2000} d'une part, de F_{1980} et F_{2000} d'autre part, et considérant que nos observations en 1980 sont — temporellement et compte tenu des délais et modes de diffusion dans la lourde machinerie de l'éducation nationale — idéalement placées, il subsiste néanmoins, dans la perspective d'une quantification de l'impact de la réforme de 1970, un problème essentiel. Ce problème est que nous ne disposons pas de la même forme de l'épreuve aux trois moments d'observation. Pour contourner ce problème, nous utiliserons deux approches.

La première approche est une approche graphique (voir figures 3 et 4) permettant de voir s'il y a bien eu, en 1980, une dépression dans la performance en dénomination des nombres chez les jeunes enfants. Pour cette approche, l'indice le plus simple du progrès pourrait sembler être la différence entre les moyennes des

---

[6] La recherche 2000 utilise deux expérimentateurs (JPF et CB) qui ont interrogé 200 enfants (40 dans chaque groupe d'âge) chacun : aucune différence significative n'est apparue entre les deux.

[7] Observons d'ailleurs que les jetons de 1980 étaient souvent appelés des “pièces” ou des “sous” par les enfants. En outre, la valeur des pièces ne semble avoir dérangé aucun enfant en 2000.

observations aux deux dates concernées (e.g., 1980 et 2000.) Mais cet indice a l'inconvénient — majeur dans la présente analyse — de dépendre de la procédure spécifique d'obtention des données qui n'est pas la même, nous venons de le rappeler, dans l'étude 1920-2000 que dans l'étude 1980-2000. Pour néanmoins permettre une comparaison des progrès mis en évidence par ces deux études, nous utiliserons une différence des moyennes standardisée, la standardisation consistant simplement à diviser la différence des moyennes par l'écart type commun des observations aux deux dates impliquées dans l'évaluation du progrès (l'écart type commun est la racine carrée de la moyenne pondérée des variances des deux échantillons impliqués.) Cet indice, souvent noté d par référence à Cohen (1969 par exemple) sera noté g par référence à Hedges et Olkin (1985, p. 78) : il peut être présenté comme une mesure en écarts types mais gagne ici à être vu comme un indice sans unité (*unitless* : cf. Richardson, 1996, p. 14), un nombre "pur" libéré de l'unité de mesure originelle (cf. Cohen, 1969, p. 18.) Vu ainsi, l'indice g permet en effet une comparaison des progrès dans des études différentes[8], comparaison qui n'aurait pas de sens avec des mesures ne renvoyant pas à la même unité de mesure.

Dans la seconde approche, plus statistique, nous régresserons (linéairement, sans constante) d'abord les scores B_{2000} sur les scores F_{2000} ; puis nous utiliserons l'équation de régression pour prédire des scores, notés ${}^{P}B_{1980}$ à partir des scores F_{1980} . De cette façon, nous disposons de données d'une épreuve de dénomination B pour les trois moments d'observation, données qui sont alors directement comparables.

La comparabilité des échantillons de 1920, 1980 et 2000. A une époque où l'on s'intéressait moins à la représentativité des échantillons, Beckmann (1923) ne décrit pas précisément le sien, ni, a fortiori, celui de ses 210 sujets ayant l'âge requis pour les présentes comparaisons. Néanmoins, il indique que « le choix des sujets s'est fait de manière à avoir des enfants de tous les milieux » et que cela a été possible par un choix approprié dans les instituts (23 au total) s'occupant des enfants. Parmi ces derniers, on trouve un orphelinat, des instituts de protection, des garderies populaires, des garderies privées des villes de Göttingen, Brême et Cassel, et encore des CP, municipaux ou de land, de Göttingen et des environs. Le fait que cette population soit allemande ne semble pas trop gênant. D'une part, parce que la Moselle était encore, à l'époque, imprégnée par la culture allemande (puisque allemande de 1871 à 1919) ; d'autre part, parce que les performances observées par Descoeudres (1921) sur des enfants (suisses) de langue française sont similaires à celles de Beckmann, en tout cas aux âges de 4 et 5 ans. Beckmann aurait donc vraisemblablement obtenu, en 1920 et en Moselle, des résultats comparables à ceux qu'il a obtenus en Allemagne.

---

[8] Comme g est un estimateur biaisé de la différence moyenne standardisée dans la population (cf., par ex., Richardson, 1996), il convient de préciser que nous n'utilisons cet indice qu'à des fins descriptives.

Pour ce qui concerne maintenant les échantillons mosellans de, respectivement, 160 et 400 enfants de 3 ans à 5 ans 1/2 des observations de 1980 et de 2000, ils sont décrits assez précisément dans Fischer (1982) et dans Bocéréan et al. (en préparation.) Dans chacune des deux observations, les enfants ont notamment été classés en trois couches sociales : favorisée, intermédiaire et non favorisée. Nous avons donc pu contrôler, d'une part que l'échantillon de 2000 est représentatif de la population française, d'autre part que cet échantillon se distribue sur les trois couches sociales d'une manière comparable à l'échantillon de 1980

($\chi^2(2) = 1.21$, $p > .50$)[9].

3. Résultats

Dans les analyses de la dépression des performances en 1980 — graphiques ou statistiques — nous faisons toujours l'hypothèse théorique que le progrès est linéaire sur le long terme (du moins de 1920 à 2000.) Une telle hypothèse est étayée par l'analogie avec l'évolution du QI moyen des Américains au test de Wechsler : cette évolution, de 1920 à 1990, décennie par décennie, fait en effet apparaître une progression approximativement linéaire (voir Flynn, 1998, figure 2, p. 37)[10].

Analyse de la dépression hypothétique de 1980 sur les enfants de 3 ans à 5 ans 1/2. Pour l'approche graphique, la figure 3 révèle une dépression d, à peine perceptible, de la performance. Cette petite dépression traduit le fait que l'indice g du progrès s'affiche, sur 80 ans (de1920 à 2000), à 0.65 alors que, sur 20 ans (de1980 à 2000), il s'affiche à 0.19 (soit un peu plus d'un quart de .65).

[9] En fait, le pourcentage des enfants de classe favorisée (resp. non favorisée) de l'échantillon 2000 est légèrement supérieur (resp. inférieur) à celui de l'échantillon 1980, ce qui reflète certainement l'évolution sociologique générale de la population française.

[10] Si le progrès n'était pas (approximativement) linéaire, deux autres possibilités simples seraient envisageables : (1) le progrès s'est accéléré au cours des dernières décennies, ce qui serait gênant pour nos analyses mais est peu probable, vu que les principaux facteurs susceptibles de contribuer à l'effet Flynn (cf. note 3) s'exercent depuis le début du 20ème siècle ; (2) le progrès s'est ralenti au cours des dernières décennies ce qui ne pourrait que contribuer à renforcer les résultats obtenus.

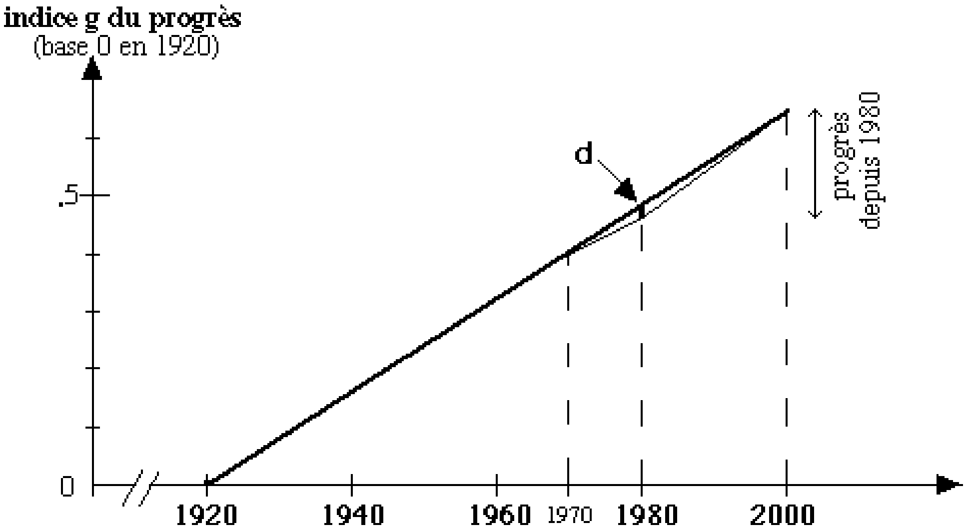

Figure 3 : Visualisation de la dépression hypothétique **d** des performances en dénomination des nombres (en 1980, suite à la réforme 1970) chez les enfants de 3 ans à 5 ans ½.

Pour l'approche statistique, les scores ${}^{p}B_{1980}$ ont pu être prédits grâce à une équation de régression dont le coefficient de corrélation associé R = .96 est très élevé. La moyenne des ${}^{p}B_{1980}$ prédits est 2.41, alors que celle des B_{1920} = 1.78 et celle des B_{2000} = 2.86. Pour vérifier la fiabilité statistique de la dépression, nous avons testé si la moyenne des ${}^{p}B_{1980}$ prédits est significativement inférieure à une valeur théorique ${}^{t}B_{1980}$ = 2.58 interpolée linéairement à partir des deux autres : $t(159) = -1.41$, $p = .08$, test unilatéral. La différence n'est donc que marginalement significative dans le sens prédit.

Analyse de la dépression hypothétique de 1980 sur les enfants de 4 ans 1/2 à 5 ans 1/2. A la fois le caractère peu accentué de la dépression et l'hypothèse, tout à fait en accord avec notre interprétation qu'elle serait due à l'absence ou à la moindre pratique d'activités numériques à l'école maternelle, nous ont incité à procéder à une analyse restreinte aux enfants des deux groupes d'âge les plus âgés. Pour ces derniers, la dépression devrait en effet s'amplifier car, à l'âge de 5 ans (et en 2000), ils ont souvent déjà effectué deux années de maternelle (ce qui est beaucoup moins le cas pour les enfants de 4 ans et exclu pour ceux de 3 ans.)

Pour l'approche graphique, la figure 4 révèle une dépression d effectivement plus profonde que celle de la figure 3. Cette dépression, très nette, traduit le fait que l'indice g du progrès s'affiche, sur 80 ans (de1920 à 2000), à 1.05, alors que, sur 20 ans (de1980 à 2000), il s'affiche à 0.47 (soit considérablement plus que le quart de 1.05).

Pour l'approche statistique, les scores $^{p}B_{1980}$ ont pu être prédits grâce à une équation de régression dont le coefficient de corrélation associé R = .97 est très élevé. La moyenne des $^{p}B_{1980}$ prédits est 3.35, alors que celle des B_{1920} = 2.79 et celle des B_{2000} = 4.11. Pour vérifier la fiabilité statistique de la dépression, nous avons testé si la moyenne des $^{p}B_{1980}$ prédits est significativement inférieure à une valeur théorique $^{t}B_{1980}$ = 3.77 interpolée linéairement à partir des deux autres : $t(63) = -2.09$, $p = .02$, test unilatéral. La différence est donc clairement significative dans le sens prédit.

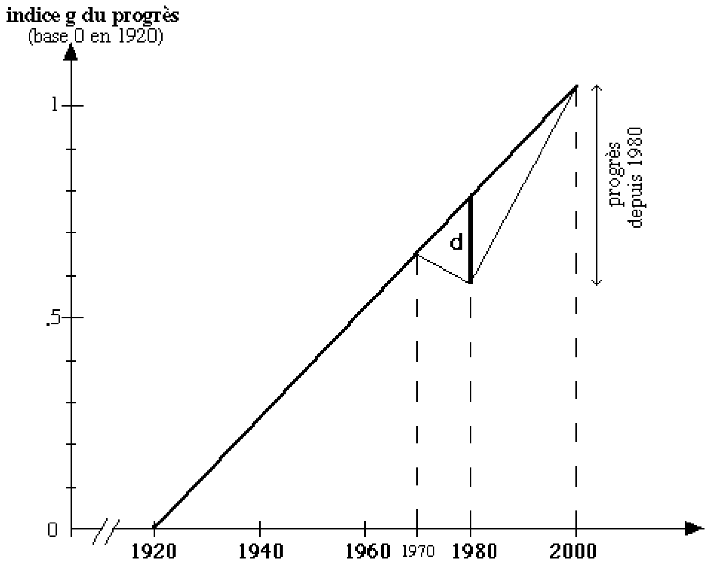

Figure 4 : Visualisation de la dépression hypothétique **d** des performances en dénomination des nombres (en 1980, suite à la réforme de 1970) chez les enfants de 4 ans ½ à 5 ans ½.

Analyse de l'évolution qualitative du processus de dénomination de 1980 à 2000. Pour rendre compte de l'évolution du processus de dénomination de 1980 à 2000, de l'importance du comptage plus précisément, nous présentons, côte à côte, les pourcentages de dénomination (correcte) par comptage pour les deux dates dans le tableau 1. On peut y lire, par exemple, que, à 4 ans 9 mois (± 3 mois) et pour le nombre 4, 67% des enfants ont utilisé le comptage en 1980, alors que nous n'en avons observé que 30% en 2000. De manière générale, il apparaît, sur ce tableau 1, que dans 14 des 19 cases pertinentes le pourcentage de comptages de1980 est bien **supérieur** à celui de 2000, alors que le pattern inverse ne s'observe que dans 4 cases. Un test unilatéral, de signes ou de rangs (Wilcoxon, échantillons appariés), confirme notre hypothèse d'une plus grande fréquence (relative) du comptage en *1980* comparativement à 2000 : $p < .025$. De plus, si on exclut les 3 cases contenant des pourcentages calculés sur moins de 10 sujets — ce qui semble d'autant plus indiqué que l'un des pourcentages provient d'un seul sujet —, le test unilatéral de rangs atteste encore plus nettement de la significativité statistique de notre observation[11] : $p < .01$.

Nombre → GA / Dates->	2 *1980*-2000	3 *1980*-2000	4 *1980*-2000	5 *1980*-2000	6 *1980*-2000	7 *1980*-2000
3 ;3 ± 3	***6*** - 2	***50*** * - 21	*50* * - **100** *			
3 ;9 ± 3	*4* - **10**	***70*** - 41	***100*** * - 74			
4 ;3 ± 3	***13*** - 10	*32* - 32	***67*** - 60	*70* - **88**		
4 ;9 ± 3	***17*** - 9	***35*** - 22	***67*** - 30	***71*** - 52		
5 ;3 ± 3		***43*** - 21	***48*** - 35	***81*** - 54	***79*** - 69	*88* - **92**

* Pourcentages calculés à partir d'un effectif de moins de 10 sujets.

Tableau 1 : Pourcentages de réussites par comptage dans la dénomination des nombres. (Epreuve F) en fonction du nombre, de l'âge et de la date de l'observation (le % supérieur est en **gras**).

4. Discussion et conclusion

La présente recherche a été motivée par une opportunité historique. La réforme de 1970 réalise en effet une quasi-expérience correspondant à une expérience que la déontologie ne permettra plus jamais — nous l'espérons ! — de

[11] En dépit de ce résultat statistique global, un expert a remarqué que, dans le GA 4;3, notre observation n'était nullement évidente. Or, le GA 4;3 de 2000, probablement par les hasards de l'échantillonnage, s'est avéré un peu faible comparativement aux deux GA (3;9 et 4;9) adjacents (voir, par ex., Fischer et Bocéréan, soumis.) On peut donc observer que cette relative faiblesse générale du GA 4;3 en 2000 s'accompagne d'une fréquence relative d'utilisation de la stratégie de comptage non inférieure à celle de 1980 : cette observation locale va bien dans le sens du primitivisme du comptage et de son infériorité hiérarchique par rapport à d'autres formes d'appréhension, plus directes, du nombre.

réaliser : priver (scolairement) des enfants de tout apprentissage numérique jusqu'à l'âge de 6 ans ! Nos méthodes d'approche de la quantification de l'impact de la réforme de 1970 sur les connaissances numériques, la dénomination des premiers nombres plus précisément, des jeunes enfants reposent cependant sur plusieurs choix théoriques ou approximations, comme la linéarité du progrès ou la comparabilité des échantillons. Le résultat obtenu pour l'ensemble des élèves (de 3 à 5 ans 1/2), à savoir une "dépression" marginalement significative ($p < .10$) et légèrement perceptible (cf. figure 3), va cependant dans le sens de notre prédiction. Qui plus est, et surtout, l'impact plus marqué au niveau des enfants les plus âgés (4 ans 1/2 à 5 ans 1/2) — un impact significatif ($p < .025$) et très net (cf. figure 4) —non seulement confirme la pertinence ou l'acceptabilité de nos choix ou approximations, mais aussi atteste d'une certaine sensibilité de notre approche : en effet, cet impact s'accorde avec notre interprétation générale d'une influence de l'enseignement scolaire en maternelle, une influence d'autant plus grande que les enfants en bénéficient plus longuement (i.e. pour les enfants les plus âgés, enfants qui ont quasi-sûrement tous été scolarisés à 3 ans[12].) Plus généralement, d'un point de vue méthodologique, notre approche étaye la validité des recherches intergénérationnelles (cf., Flieller, 1989, pour une synthèse des problèmes que posent ces recherches).

Sur le plan pédagogique, nous avons insisté, en introduction et pour justifier notre hypothèse qualitative d'une dépression des performances en 1980, sur les errements caricaturaux de certains réformateurs. Mais d'autres considérations, anecdotiques ou personnelles, conduisent à nuancer un peu ces errements ou, tout au moins, leurs conséquences. Par exemple, il est clair que l'expérience directe de la réforme de 1970, telle que l'un d'entre nous (JPF) a pu la vivre, est particulièrement extrême : d'abord, en participant à un stage d'adaptation fondamental à l'enseignement en Ecole Normale, dont la formatrice en mathématiques était l'une des principales réformatrices[13], il n'a pu avoir qu'une information initiale très partiale ; ensuite, en enseignant lui-même les "maths

[12] Nous disposons d'une statistique du ministère qui fait état de 100% d'enfants scolarisés à 3 ans en 1995 (MEN, 2001).

[13] Par exemple, dans un des ses ouvrages de 1967, qui figure dans notre analyse de la limite de la perception globale directe du nombre, elle avait fixé cette limite à 6, la plus haute valeur parmi les 19 recensées dans notre analyse. Par ailleurs, lorsqu'on connaît les nombreuses lignes que JPF a pu consacrer à l'analyse empirique (e.g., Fischer, 1987) ou théorique (e.g., Fischer, 1992) du passage de la dizaine (ou de la "cinquaine" : voir Fischer, 1998), il est quelque peu ironique de rappeler l'enseignement qu'elle avait pu prodiguer sur ce thème au cours de ce stage : « 7+5 est le cardinal d'un ensemble de 7 éléments réuni avec un ensemble de 5 éléments, tout comme 3+2 est le cardinal d'un ensemble de 3 éléments réuni avec un ensemble de 2 éléments : le **passage de la dizaine ne se pose donc pas**. » (Cité de mémoire).

modernes” aux élèves instituteurs — et en les visitant, consécutivement, en stage de responsabilité — il ne pouvait logiquement voir que les conséquences de son enseignement, i.e. l’absence d’activités numériques en maternelle ; enfin, parce que les maîtres d’application en Ecole Normale, qui devaient être les fers de lance de la réforme (à l’école élémentaire), ont probablement été aussi les plus extrêmes dans leur éradication des activités numériques en maternelle. D’ailleurs, une enseignante “tout venant” de maternelle, rencontrée au cours de la recherche 2000 et déjà en place à la fin des années 1970, nous a expliqué qu’elle — et d’autres institutrices de base — n’ont jamais cru un mot au discours des réformateurs. Par ailleurs, nous devons essayer de ne pas tomber dans le travers de certains réformateurs que nous avons dénoncés : ce n’est pas parce que les nombres ne sont pas enseignés à l’école que les enfants ne les apprennent pas du tout ! Tout cela peut expliquer la valeur quantitative — somme toute assez modeste — de l’impact que nous avons observé.

Cet impact quantitativement modeste s’accompagne cependant d’une évolution qualitative que la théorie — d’une manière très détournée il est vrai — laissait prévoir : l’hypothèse que, à âge et nombre comparables, les enfants 2000 utiliseraient la stratégie de comptage dans une proportion moindre que les enfants 1980 s’est en effet clairement confirmée ($p < .01$.) Ce constat, surtout lorsque sa formulation est inversée — les enfants comptaient proportionnellement davantage en 1980 qu’aujourd’hui — est alors proprement renversant pour les réformateurs : en voulant le discréditer, ils ont en fait renforcé l’utilisation du comptage par les enfants ! Remarquons cependant que cette supériorité de la fréquence relative du comptage en 1980 est plutôt la conséquence de la limitation de la perception globale directe du nombre que du discrédit jeté sur le comptage. En effet, la limitation de cette perception à 3 et le non-développement (ou le moindre développement) d’autres formes d’appréhension du nombre (l’appréhension figurale, l’appréhension kinesthésique ou motrice sur les doigts, les procédures plus sophistiquées), ont contraint beaucoup d’enfants, en 1980, à recourir au processus de dénombrement probablement le plus primitif — le comptage — qu’ils avaient acquis “spontanément” pour reprendre un mot de Piaget (1953, p. 74).

D’ailleurs l’analyse des patterns de stratégies à l’épreuve de dénomination B de 2000 apporte un élément de confirmation à l’hypothèse d’une antériorité développementale du comptage pour les nombres supérieurs à 2. Au cours de cette épreuve nous avons noté, lors de la première présentation et pour chaque nombre réussi, la stratégie de dénomination pour chacun des 400 enfants. Ensuite, dans l’analyse, nous avons classé ces stratégies dans l’une de trois classes : Comptage Explicite, Comptage Implicite (non explicite mais laissant quelques traces extérieures : mouvement de lèvres, pointage du doigt, …) et Appréhension apparemment Directe (apparemment car nous ne pouvons pas exclure un comptage parfaitement intériorisé ou une forme d’appréhension plus sophistiquée.)

Nous définirons d'abord un pattern comme le (n-1)-uplet décrivant la suite des stratégies d'un enfant ayant réussi à dénommer les nombres jusqu'à n (= 3, 4 ou 5.) Par exemple, l'enfant qui se voit attribuer le pattern (AD, CI, CE) a Appréhendé apparemment Directement le nombre 2, Compté Implicitement pour 3 et Compté Explicitement pour 4 (et échoué à 5) ; l'enfant qui a pour pattern (AD, AD) a Appréhendé Directement les nombres 2 et 3 (et échoué à 4), etc… Ensuite, nous introduisons la hiérarchie AD > CI > CE et dirons qu'un pattern est ordonné si une quelconque stratégie n'est jamais suivie par une stratégie d'ordre supérieur. Ainsi, les deux exemples précédents sont ordonnés, alors que (CE, AD) ne le serait pas.

Avec ces définitions, nous pouvons constater que, à une exception près, tous les 222 patterns — ceux des enfants ayant au moins dénommé les nombres 2 et 3 — sont ordonnés. Qui plus est, comme le suggère le seul pattern (AD, AD, CI, AD) qui fait exception, un pattern constitué par un quadruplet (resp. un triplet) contient trois (resp. deux) passages (d'une stratégie à la suivante) pouvant violer l'ordre postulé : nous pouvons donc observer que la hiérarchie AD > CI > CE est respectée pour 462 des 463 passages pouvant la contredire.

Cette observation massive s'accorde parfaitement, pour les nombres supérieurs à 2, avec une théorie de l'intériorisation progressive du comptage (cf. Fischer, 1981) [14]. Pour un nombre précis, comme 4 ou 5, tout se passe comme si l'enfant commençait par compter les collections le représentant, d'abord explicitement, puis de manière de plus en plus intériorisée, avant d'appréhender apparemment directement leur nombre. L'analyse des patterns ne permet cependant pas de dire si cette Appréhension apparemment Directe est un comptage un par un parfaitement intériorisé, un comptage partiel très rapide et de ce fait imperceptible, une association entre une forme et le nombre (e.g., carré-quatre), voire un calcul implicite (deux et deux c'est quatre.) Néanmoins, pour des nombres comme 4 ou 5, elle suggère fortement que l'Appréhension apparemment Directe est une conséquence du comptage et permet de conclure, de manière presque sûre, que le comptage est développementalement antérieur à l'Appréhension Directe. En outre, l'analyse de Fischer et Bocéréan (soumis) suggère que même pour 3 le comptage est une procédure développementalement peu avancée : nous avons en effet montré que parmi les enfants (de 3 à 5 ans 1/2) qui dénomment les nombres jusqu'à 5, celui qui n'utilise pas le comptage pour dénommer 3 a de fortes chances d'avoir une meilleure performance à un ensemble d'épreuves numériques que celui qui l'utilise.

[14] En revanche, elle va plutôt à l'encontre d'une explication de l'appréhension du nombre en termes de “style cognitif” (Riding, 1997) qui postulerait que certains enfants appréhendent globalement/simultanément les nombres, alors que d'autres (non inférieurs dans leur développement) les appréhenderaient séquentiellement par comptage.

L’un des fondements de notre hypothèse que, paradoxalement, la fréquence relative des comptages allait augmenter entre 1980 et 2000 se trouve donc largement confirmé par les analyses de l’épreuve de dénomination B de 2000. Le résultat obtenu — à âge et nombre comparables la proportion de comptages dans les dénominations réussies est, en général, plus importante en 1980 qu’en 2000 (cf., le tableau 1) — apparaît donc moins surprenant. Il montre que, lorsque les pratiques numériques sont moindres (comme en 1980), non seulement les performances numériques des élèves s’en ressentent (ce qui est assez évident), mais en outre que, à performances égales, les élèves risquent d’utiliser des stratégies développementalement moins avancées.

Ce dernier point paraît important sur le plan didactique. D’autant que notre observation est certainement généralisable à d’autres apprentissages scolaires majeurs. Nous pensons par exemple à la multiplication arithmétique. Une fréquentation insuffisante de situations multiplicatives pourrait contribuer à maintenir certains élèves dans une conception de la multiplication liée à l’addition répétée. Une telle conception est certes suffisante pour des calculs (e.g., 7x4) ou problèmes (e.g., 4 rangées de 7 salades, c’est 7 salades + 7 salades + 7 salades + 7 salades, donc 7 salades quatre fois) élémentaires, mais ne permet pas de conférer à la multiplication un sens intrinsèque dont Pluvinage et Rauscher (cités dans Fischer, 1992, p. 212) ont pu souligner le rôle positif. Nous pensons aussi à la lecture pour laquelle une pratique insuffisante pourrait contribuer à maintenir certains élèves dans un recodage phonologique coûteux au point d’entraver la mémorisation de l’orthographe des mots (Ouzoulias, Fischer & Brissiaud, 2000) et, surtout, la compréhension.

Enfin, dans le cadre du colloque “*Argentoratum*”, nous voudrions suggérer plus généralement que l’impact de la réforme de 1970, que nous pensons avoir mis en évidence, pourrait illustrer l’assertion de François Pluvinage (cf. sa contribution) selon laquelle ce sont « principalement des améliorations globales (ici une pratique numérique “rétablie” en maternelle en 2000 comparativement à 1980) qui déterminent des progrès sur des apprentissages précis » (ici la dénomination des nombres 3, 4 et 5).

BIBLIOGRAPHIE

BECKMANN H. , 1923, Die Entwicklung der Zahlleistung bei 2-6 jährigen Kindern. *Zeitschrift für Angewandte Psychologie*, 22, 1-72.

BOCÉRÉAN C., FISCHER J.-P. & FLIELLER A., en préparation. Comparaison à long terme (1921-2001) des connaissances numériques de l'enfant de 3 à 5 ans et demi.

BYERS V. & ERLWANGER S., 1985, Memory in mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 259-281.

CHARLOT B., 1986, Histoire de la réforme des "maths modernes"; idées directrices et contexte institutionnel et socio-économique. *Bulletin de l'APMEP*, 352, 15-31.

COHEN J., 1969, *Statistical power analysis for the behavioral sciences.* New York : Academic Press.

DE CLOSETS F., 1996, *Le bonheur d'apprendre et comment on l'assassine.* Paris : Seuil.

DESCOEUDRES A., 1921, *Le développement de l'enfant de deux à sept ans.* Neuchâtel : Delachaux & Niestlé (3ème éd. revue, 1946).

FISCHER J.P., 1981, Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2, 277-302.

FISCHER J.P., 1982, *L'enfant et le comptage.* Strasbourg : IREM.

FISCHER J.P., 1984, *La dénomination des nombres par l'enfant.* Strasbourg : IREM.

FISCHER J.P., 1987, L'automatisation des calculs élémentaires à l'école. *Revue Française de Pédagogie*, 80, 17-24.

FISCHER J.P., Le subitizing et la discontinuité après 3. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), 1991, *Les chemins du nombre*, 235-258, Lille : Presses Universitaires.

FISCHER J.P., 1992, *Apprentissages numériques : la distinction procédural/déclaratif*, Nancy : Presses Universitaires.

FISCHER J.P., 1998, La distinction procédural/déclaratif : une application à l'étude de l'impact d'un "passage du cinq" au CP. *Revue Française de Pédagogie*, 122, 99-111.

FISCHER J.P. & BOCÉRÉAN C., soumis. Les modèles du développement numérique à l'épreuve de l'observation.

FLIELLER A., 1989, Les comparaisons de cohortes et de générations dans l'étude psychométrique de l'intelligence. *Psychologie Scolaire*, 68, 47-64.

FLIELLER A., 2001, Problèmes et stratégies dans l'explication de l'effet Flynn. In M. Huteau (Ed), *Les figures de l'intelligence*, 43-66, Paris : E.A.P.

FLYNN J.R., 1998, IQ gains over time : Toward finding the causes. In U. Neisser (Ed), *The rising curve : Long-term gains in IQ and related measures*, 25-66, Washington : APA.

GELMAN R. & GALLISTEL C.R., 1978, *The child's understanding of number*. Cambridge : Harvard University Press.

GRÉCO P.,. Recherches sur quelques formes d'inférences arithmétiques et sur la compréhension de l'itération numérique chez l'enfant. In P. Gréco, J.B. Grize, S. Papert & J. Piaget (Eds),1960, *Problèmes de la construction du nombre* (pp.149-213.) Paris : PUF.

HEDGES L.V. & OLKIN I., 1985, *Statistical methods for meta-analysis.* Orlando : Academic Press.

KERN A. (Ed), 1965, *Die Idee der Ganzheit in Philosophie, Psychologie, Pädagogik und Didaktik.* Freiburg : Herder.

Marcault-DEROUARD I., 1974, *Pédagogie pratique de la mathématique à l'école élémentaire.* Paris : Sudel.

MEN, 2001, *Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche.* Vanves : Ministère de l'Education Nationale, Direction de la programmation et du développement.

OUZOULIAS A., FISCHER J.-P. & BRISSIAUD R., 2000, Comparaison de deux scénarios d'appropriation du lexique écrit. *Enfance,* **4**, 393-416.

PIAGET J., 1953, How children form mathematical concepts. *Scientific American,* 189, 74-79.

Richardson J.T.E., 1996, Measures of effect size. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, **28**, 12-22.

RIDING R.J., 1997, On the nature of cognitive style. *Educational Psychology*, **17**, 29-49.