

Moncef ZAKI

ACQUIS ET APPLICATIONS DE LA DIDACTIQUE DES
MATHÉMATIQUES :
QUELQUES RÉSULTATS MÉTHODOLOGIQUES ET DE RECHERCHES
AU NIVEAU UNIVERSITAIRE

Abstract. Through a short presentation of his team's researches (GRDM from Fes), the author insists on his methodology. This latter links quantitative and qualitative analyses with students' observations.

Résumé. Il s'agit ici à travers une rapide présentation des activités de recherche du groupe GRDM de Fes, de préciser la méthodologie utilisée en didactique des mathématiques. Cette dernière articule l'analyse qualitative et quantitative avec des observations d'étudiants.

Mots clés : Méthodologie, Analyse qualitative, Analyse quantitative, Probabilités, Analyse.

1. Introduction

L'ensemble des travaux de recherches menés par le GRDM de Fès est axé sur le premier cycle universitaire scientifique. Une telle orientation des recherches à ce niveau d'enseignement confère à ce groupe une certaine spécificité dans la communauté des didacticiens. En outre, le GRDM a mené durant ces dix dernières années, une étroite collaboration d'échanges et de recherches scientifiques avec F. Pluvinage. C'est donc à ce titre là que l'un des membres du groupe est intervenu à la table ronde « Acquis et applications de la didactique des mathématiques » organisée autour du texte écrit de F. Pluvinage « Expression et représentation, leur rôle dans les études sur l'enseignement mathématique ».

2. Acquis méthodologiques et résultats de recherches

Une première recherche, d'abord initiée à Strasbourg puis ensuite poursuivie à Mons, s'est intéressée à l'évolution des appréhensions probabilistes des étudiants en situation de simulation (M. Zaki, 1991). Ce travail a permis d'asseoir et de définir une méthodologie d'observations et d'analyses, que le groupe a su développer tout au long de ses recherches.

Le groupe a privilégié une approche expérimentale basée sur l'observation d'étudiants à effectif réduit sur de longues durées, à laquelle sera associée selon les besoins la passation d'un (ou plusieurs) questionnaires auprès d'un grand nombre d'étudiants.

Cette méthodologie expérimentale est en fait fortement liée aux méthodes d'analyses (M. Zaki, 2000); celles-ci sont souvent le résultat de couplage d'analyses qualitatives et quantitatives (issues essentiellement de méthodes factorielles).

2.1. De l'analyse qualitative vers l'analyse quantitative

Ayant observé des binômes sur de longues durées traitant des problèmes de probabilités en situation de simulation (M. Zaki, F. Pluinage, 1991), l'analyse qualitative des productions et des démarches de résolutions des étudiants a permis d'émettre l'hypothèse selon laquelle, la réussite de beaucoup de traitements probabilistes¹ en situation de simulation est tributaire d'un seuil minimum d'appréhension probabiliste, à savoir une approche fréquentiste des probabilités.

Afin d'évaluer la portée de ces résultats, il fallait s'interroger sur les prérequis probabilistes des étudiants interrogés. Cela a conduit alors les investigations de cette recherche vers une étude quantitative de l'évolution de leurs appréhensions probabilistes.

Une approche méthodologique assez lourde des deux points de vues « observation » et « analyse » a été engagée, recourant d'une part à l'interrogation d'un grand nombre d'étudiants sur des questions très précises en probabilité, et d'autre part à la mise en œuvre d'analyses factorielles multidimensionnelles à partir des variables qualitatives dégagées par l'analyse initiale.

Les résultats de ce travail sont décrits de manière détaillée dans la thèse de M. Zaki (M. Zaki, 1991), néanmoins il faudrait surtout souligner ici que sans la complétion de l'analyse qualitative de départ par des analyses quantitatives, il aurait été probablement très difficile de mener une étude complète et précise sur l'évolution des appréhensions probabilistes des étudiants.

Une autre recherche réalisée au sein du groupe sur les éléments de structurations relatifs à l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre linéaire (A. Behaj, 1999) a aussi conduit à une approche méthodologique très voisine de celle menée dans l'étude précédente.

Plutôt que d'aborder ce sujet par la mise des étudiants en situation de résolution de problèmes, il paraissait ici *a priori* intéressant d'entamer cette recherche par une étude clinique, d'une part auprès des enseignants sur leur façon de concevoir leur cours (A. Behaj, G. Arsac, 1998) et d'autre part auprès des étudiants sur leurs méthodes et moyens d'apprentissages. Le fait que le cours magistral revête une grande importance dans le fonctionnement du système d'enseignement supérieur en tant que moyen didactique traditionnel, justifiait pleinement cette approche pour un premier déblayement du terrain.

¹ Elémentaires ou même parfois avancés.

C'est donc dans un contexte expérimental de préparation d'un cours (sur les débuts de l'algèbre linéaire), en vue de le présenter à quelqu'un, que des enseignants et des étudiants ont été interviewés. L'analyse qualitative réalisée dans le cadre de cette étude clinique a ainsi permis de mettre en évidence un certain nombre d'hypothèses sur la structuration du savoir chez les étudiants, en l'occurrence les facteurs les plus importants qui interviennent dans cette structuration et dont on retrouve quelques-uns dans la théorie de la transposition didactique de Y. Chevallard².

Afin d'approfondir ces résultats, comme dans l'étude sur « les probabilités », il fallait entreprendre une approche à plus grande échelle de type statistique. Ainsi, un questionnaire a été élaboré à partir de variables didactiques identifiées grâce aux résultats des interviews préalablement pratiquées. Deux classes de questions ont été retenues, d'une part des « questions d'environnement » qui renvoient à l'histoire d'apprentissage des étudiants, et d'autre part des « questions mathématiques » liées aux contenus mathématiques.

Des analyses factorielles de correspondances multiples ont été réalisées à partir des réponses des étudiants au questionnaire, et ont permis d'obtenir des résultats assez fins, en termes de hiérarchisation et de liens, autour de cette *notion de structuration*, en particulier sur :

- l'apparition très majoritaire de phénomènes de décalage entre le temps d'apprentissage et le temps d'enseignement,
- les événements qui sont l'occasion de reprise et de restructuration du savoir (révision en vue d'un examen, explication à autrui, etc..),
- la grande variété de structurations personnelles des éléments de savoir chez les étudiants et la diversité dans leurs stratégies d'apprentissage.

2.2. De l'analyse quantitative vers l'analyse qualitative

Le groupe a aussi entrepris un travail de recherche autour de la reconnaissance et la construction de contre-exemples chez les étudiants en analyse mathématique des fonctions (A. Benbachir, 2002).

Au départ, une étude épistémologique sur l'évolution de l'objet fonction a montré que la production d'exemples et de contre-exemples a joué un rôle très important dans le développement de l'analyse mathématique autour de la notion de fonction. La question était donc de savoir si la production d'exemples et de contre-exemples pouvait permettre aux étudiants une appropriation des fonctions de manière assez fine, du moins meilleure que celle qui résulterait d'un enseignement habituel (A. Benbachir, M. Zaki, 2001).

En adoptant une démarche expérimentale analogue à celle habituellement utilisée par le groupe, un nombre assez réduit d'étudiants regroupés en binômes a

² Les contraintes que prennent en compte les enseignants dans la structuration de leur cours sont encore plus complexes que celles prévues par la théorie de la transposition didactique.

été suivi sur des durées assez longues, travaillant sur le même ensemble de problèmes d'analyse des fonctions. Les corpus recueillis à l'issue de l'expérimentation étaient constitués des textes écrits reproduisant pour chaque binôme, en plus du dialogue, toute la production des deux membres du binôme. La taille des bases de données obtenues était importante (entre 350 et 600 unités de signification), elle suggérait un traitement statistique particulier, en l'occurrence celui d'une analyse factorielle de correspondances multiples.

Cette analyse quantitative a conduit à l'identification de deux types de stratégies chez les étudiants en situation de productions d'exemples et de contre-exemples : des *stratégies locales* et des *stratégies globales*.

Ensuite, une analyse qualitative a été conduite sur les corpus des binômes, à partir des groupes de modalités des variables ayant eu les plus fortes contributions dans les analyses factorielles. Ce retour aux corpus a permis de déterminer qualitativement les stratégies dégagées, en identifiant les éléments pertinents qui caractérisent les démarches des étudiants.

Le travail d'observation, ainsi que les analyses faites sur les productions des étudiants, ont montré que les situations de productions de contre-exemples sont très enrichissantes du point de vue apprentissage dans le traitement analytique des fonctions. Par ailleurs, la détermination de stratégies obtenue grâce à cette recherche pourrait s'avérer très utile dans la conduite de séquences de travail avec des groupes d'étudiants autour de l'analyse des fonctions en situation de productions d'exemples et de contre-exemples.

Le groupe s'est aussi intéressé au suivi de binômes en situation de résolution de problèmes (d'analyse ou d'algèbre) dans un milieu intégrant un système de calcul formel (en l'occurrence le logiciel DERIVE) (M. Mouradi, 2002). Dans cette recherche aussi, grâce uniquement à une analyse qualitative, une détermination des démarches des étudiants a pu être réalisée en termes d'approches «synthétique» ou «analytique» dans les traitements des étudiants dans «l'environnement DERIVE» (M. Mouradi, M. Zaki, 2001).

Seule une analyse qualitative dans cette recherche a suffi pour caractériser les démarches des étudiants et même pour donner des indications assez précises sur les profils personnels qui s'expriment dans un environnement de calcul formel.

Ainsi, le couplage d'analyses qualitatives et quantitatives n'est pas toujours nécessaire pour l'obtention de résultats élaborés, néanmoins cette approche d'analyses reste souvent efficace pour répondre aux questionnements d'une problématique donnée.

3. Conclusions

L'approche méthodologique, à la fois du point de vue de l'observation et celui de l'analyse, qui est décrite dans l'ensemble des recherches présentées ici,

constitue certainement un acquis méthodologique dans la recherche en didactique des mathématiques³. Le fait de pratiquer des observations (sur des traitements mathématiques ou même cliniques) auprès d'un nombre réduit d'étudiants, accompagnées de questionnements⁴ auprès de groupes d'étudiants à grands effectifs, permet d'obtenir dans beaucoup de situations des corpus de données complémentaires. Par ailleurs, lorsque les analyses qualitatives et quantitatives sont bien conduites, les résultats obtenus dans ces cas là sont souvent bien élaborés et peuvent, modulo certains ajustements relatifs aux « conditions de classe », être réinvestis dans des pratiques d'enseignements.

Les travaux du GRDM constitue un petit acquis de recherche didactique au niveau universitaire, sur des contenus mathématiques assez diversifiés. Les résultats de recherches relatifs aux stratégies développées par les étudiants dans leurs traitements mathématiques, ouvrent des perspectives au groupe pour un travail de développement autour de l'ingénierie didactique, notamment dans les situations d'enseignement où les étudiants pourraient conduire certaines activités mathématiques en petits groupes.

³ Les autres disciplines pourraient aussi s'en inspirer pour conduire des recherches dans le domaine de la didactique.

⁴ De préférence à choix multiples ou avec un nombre réduit de modalités lorsque les questions sont ouvertes.

BIBLIOGRAPHIE

A. BEHAJ, G. ARSAC, 1998, *La conception d'un cours d'algèbre linéaire*. Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 18/3, 333-370, La Pensée Sauvage – Editions, Grenoble.

A. BEHAJ, 1999, *Eléments de structurations à propos de l'enseignement et l'apprentissage à long terme de l'algèbre linéaire*, Thèse de Doctorat, Université Sidi Mohammed Ben Abdellah de Fès, Faculté des Sciences Dhar Mehraz/Département de Mathématiques et Informatique.

A. BENBACHIR, M. ZAKI, 2001, *Production d'exemples et de contre-exemples en analyse : étude de cas en première année d'université*, Educational Studies in Mathematics, vol. 47, 273-295, Kluwer Academic Publishers/Dordrecht.

A. BENBACHIR, 2002, *Reconnaissance et construction de contre-exemples en analyse mathématique des fonctions : étude de cas en première année d'université*, Thèse de Doctorat. Université Sidi Mohammed Ben Abdellah de Fès, Faculté des Sciences Dhar Mehraz/Département de Mathématiques et Informatique.

M. MOURADI, M. ZAKI, 2001, *Résolution d'un problème d'analyse à l'aide d'un logiciel de calcul form.*, Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 21/3, 355-392, La Pensée Sauvage – Editions, Grenoble.

M. MOURADI, 2002, *Résolution de problèmes mathématiques dans un environnement intégrant un logiciel de calcul forme*, Thèse de Doctorat. Université Sidi Mohammed Ben Abdellah de Fès, Faculté des Sciences Dhar Mehraz/Département de Mathématiques et Informatique.

M. ZAKI, F. PLUVINAGE, 1991, *Démarches de résolution et de simulation face au problème de la ruine d'un joueur*, Educational Studies in Mathematics, vol. 22, 149-181, Kluwer Academic Publishers/Dordrecht.

M. ZAKI, 1991, *Evolution d'appréhensions probabilistes en situation de simulation*, Thèse de Doctorat, Université de Mons-Hainault/Institut de Mathématiques et Informatique, Belgique.

M. ZAKI, 2000, *L'analyse factorielle, un matériau d'analyse pour la recherche en didactique*, Actes de la Première Biennale du Réseau Marocain de Didactique des Sciences (RéMaDiS): « Enseignement et recherche en Didactique des Sciences (ERDS 2000) », Faculté des Sciences Dhar El Mehraz et ENS. Fès.

Groupe de Recherche en Didactique des Mathématiques

Université de Fès – B.P. 1796 / Maroc

zaki.moncef@caramail.com