

Rallye mathématique d'Alsace 2003 (5 mars 2003)

Classe de terminale 30^e édition

Exercice 1

On supprime une case d'un échiquier carré qui en comporte 64.

Est-il possible de recouvrir les cases restantes à l'aide de triminos $\square\square\square$?

Exercice 2

On considère la somme $S = 1 + 2 + \dots + 30$.

Dans cette somme, on supprime un certain nombre de signes « + ». Par exemple, $2 + 3$ est remplacé par 23 ou $2 + 3 + 4$ par 234, pour obtenir une nouvelle somme S' .

Quel est le nombre minimal de signes « + » à supprimer pour obtenir une somme S' valant 3030 ?

Exercice 3

Les cent membres d'une association reviennent du casino et s'asseyent autour d'une table ronde pour faire le point. Au cours de la soirée, l'association a gagné mille euro. Le président en a gagné soixante. Il désire connaître les gains et les pertes de chacun des membres et constate que six personnes assises l'une à côté de l'autre autour de la table n'ont, à elles six, jamais gagné davantage que lui.

Pouvez-vous aider le président dans sa tâche ?

Rallye mathématique d'Alsace 2003 (12 mars 2003)

Classe de première 30^e édition

Exercice 1

Quelle est l'aire maximale d'un triangle dont les trois sommets appartiennent aux côtés d'un carré de côté 1 ?

Exercice 2

Claudine possède un chandelier contenant n bougies de même taille. Elle allume ce chandelier pendant n dimanches de la manière suivante : le premier dimanche, elle fait brûler une bougie pendant une heure ; le deuxième dimanche, elle fait brûler deux bougies convenablement choisies pendant une heure, et ainsi de suite jusqu'au n -ième dimanche où elle fait brûler les n bougies pendant une heure.

Pour quelles valeurs de n est-il possible que toutes les bougies soient entièrement consumées à l'issue du n -ième dimanche ?

Dans ce cas, donner une marche à suivre.

Exercice 3 Grains de riz

Tout le monde connaît l'anecdote de ce roi qui s'engagea à récompenser l'inventeur du jeu d'échecs selon ses souhaits, alors que celui-ci demandait à ce qu'on lui donne un grain de riz pour la première case de l'échiquier, deux grains de riz pour la seconde, quatre pour la troisième, et ainsi de suite en doublant le nombre de grains de riz à chaque case, jusqu'à la 64^e.

On connaît moins la façon dont le roi se tira de cette situation : il exigea de ses sept seigneurs qu'ils fournissent chacun une part égale de la récompense arrondie au grain de riz inférieur. Lui-même se contenterait de fournir les grains de riz nécessaires pour faire le compte exact.

Combien le roi dut-il fournir de grains de riz ?