

PREFACE

Récemment, un groupe de l'IREM de Strasbourg, le groupe "Livre", m'a montré la production à laquelle il avait abouti dans une perspective de publication. Étant donné que les registres d'expression étaient systématiquement intervenus dans la conception de leur travail, les membres du groupe, me créditant d'une connaissance approfondie du sujet, souhaitaient recueillir mon avis et mes remarques sur leur production. Dans ces conditions, j'aurais eu mauvaise grâce à m'esquiver, même si j'en avais eu envie, ce qui était loin d'être le cas. En effet, j'étais curieux de voir l'application d'un sujet qui était apparu dans des recherches menées à l'IREM et dont Raymond Duval a effectué une synthèse dans un ouvrage publié en 1995 par l'éditeur Peter Lang à Berne et intitulé *Sémiosis et Pensée Humaine*, souvent cité aujourd'hui.

À la lecture du projet du groupe "Livre" de l'IREM, il m'est apparu que des améliorations méritaient d'être faites à certains endroits, notamment sur les registres sollicités par tel ou tel exercice. En particulier, j'avais été amené à me rendre compte que, lorsque le groupe souhaitait ne mobiliser qu'un seul registre, il proposait fréquemment des formulations (ou présentations) mixtes. Sans qu'il soit question d'atteindre partout le niveau de précision requis pour des travaux de recherche pure, nous avons eu des échanges au sujet de possibles améliorations ; à la suite de quoi, le groupe a procédé à des retouches de son projet. Il est donc sans doute utile que cette préface apporte quelques précisions sur les principes mis en œuvre.

Rappelons que l'idée majeure présentée puis développée par Raymond Duval est que « *l'activité conceptuelle implique la coordination de registres de représentation* ». D'une part, le fonctionnement de chaque registre obéit à des règles de traitement, d'autre part des conversions entre registres permettent leurs articulations. Ultérieurement, Robert Adjage (auteur d'une thèse soutenue à Strasbourg en 1999, disponible à l'IREM) en a étudié l'exploitation pédagogique, ce qui l'a amené à énoncer un principe de séparation, selon lequel l'apprentissage d'une notion doit passer au moins une fois par des activités portant spécifiquement sur chaque registre qui la met en jeu (donc des activités le *séparant* des autres registres), et un principe d'articulation. Il est amusant de remarquer au passage que l'illustration de couverture imaginée par le groupe "Livre" aurait très bien pu servir pour la thèse de Robert Adjage, puisque l'apprentissage sur lequel son logiciel ORATIO lui a permis de procéder à des expérimentations est celui des nombres rationnels.

Si l'on songe que le groupe ne s'est pas limité à un sujet, mais a envisagé l'ensemble des contenus du programme de Sixième, on ne peut qu'être impressionné par l'ampleur de la tâche qu'il s'était assignée. Le résultat final obtenu me paraît très intéressant pour un tel essai, qui, soulignons le, constitue une véritable première. Le recours systématique, pour construire et organiser l'activité de toute une année, à des résultats de recherche didactique, n'avait pas encore été entrepris dans l'enseignement du second degré. Je suis persuadé que les collègues qui se seront bien pénétrés de la démarche, grâce en particulier aux indications présentes en regard de nombreux exercices, sauront eux-mêmes l'étendre à leur convenance et améliorer les quelques imperfections qu'ils pourront déceler çà ou là. Ce sera une occasion d'apprécier la souplesse permise par le Cédérom d'accompagnement.

François Pluvinage, avril 2002

PRELIMINAIRE	2
CONCEPTION DE CET OUVRAGE	3
A Introduction	3
B Changements de registre	4
C Progression et apprentissage en spirale	8
D Choix des activités et des exercices	10
E Calcul mental et utilisation raisonnée de la calculatrice	10
F Présentation et mode d'emploi de chaque chapitre	11
G Contenu et utilisation du CDROM	12
CHAPITRES NUMERIQUES	
Chapitre 2 : Addition et soustraction des décimaux	13
Chapitre 4 : Division euclidienne	31
Chapitre 6 : Multiplier un entier par un décimal, diviser deux entiers, quotients	43
Chapitre 8 : Notion de fraction, nombres en écriture fractionnaire, échelles, pourcentages	56
Chapitre 10 : Multiplication de deux nombres décimaux, échelles, pourcentages	73
Chapitre 12 : Quotients	86
NB : Des exercices de gestion de données sont proposés dans les divers chapitres numériques.	
CHAPITRES GEOMETRIQUES	
Chapitre 1 : La règle et le compas	94
Chapitre 3 : Parallèles et perpendiculaires	115
Chapitre 5 : Les angles	132
Chapitre 7 : Symétrie par rapport à une droite, médiatrice d'un segment	146
Chapitre 9 : Aires et périmètres	165
Chapitre 11 : Figures symétriques	181
Chapitre 13 : Espace	191
LE COURS	207
BIBLIOGRAPHIE	245

Préliminaire à la deuxième édition

Cette brochure est le fruit de trois années de travail du groupe « livre » au sein de l'IREM de Strasbourg.

Elle traite de la totalité du programme de sixième (1996), hormis les nombres relatifs. La spécificité de cet ouvrage est qu'il a été écrit avec comme toile de fond la notion de registre de représentation et l'idée de changement de registre.

Le professeur trouvera dans la brochure de nombreuses activités d'introduction aux notions étudiées en classe de sixième, ainsi que les exercices correspondants. De nombreux commentaires pédagogiques illustrent les choix effectués et le contexte dans lequel ils sont proposés. Ces documents sont mis à sa disposition sous forme de fichier dans le CDROM d'accompagnement. Il pourra donc les modifier à sa guise, et disposera ainsi d'une banque de données très riche pour enseigner le programme de sixième, en classe complète ou en séquences de remédiation.

Suite à la demande de nombreux collègues, cette deuxième édition contient en fin d'ouvrage le cours complet correspondant à l'ensemble des chapitres. Les fichiers correspondant à ce cours sont également disponibles sur le CDROM d'accompagnement.

Les auteurs

CONCEPTION DE CET OUVRAGE

A. Introduction

Cet ouvrage présente le fruit de plusieurs années de réflexion d'un groupe d'enseignants de l'IREM de Strasbourg en ce qui concerne le programme de la classe de sixième des collèges (programme entré en vigueur en 1996). Le programme de 6^{ème} est difficile à enseigner, car nous devons faire la transition entre l'école primaire et le collège. Certains élèves peuvent avoir le sentiment qu'ils n'apprennent rien de nouveau, et des professeurs ont l'impression que ce programme est plutôt vide de contenus.

Une des grande difficultés de ce niveau est l'enseignement des nombres décimaux : à l'issue de cette classe, les élèves devraient avoir acquis une certaine maîtrise de la compréhension de leur structure et des opérations s'y rapportant. L'observation des manuels scolaires montre que la plupart des auteurs proposent un ou deux chapitres concernant les opérations sur les nombres décimaux, puis admettent que les notions sur ces nombres sont maîtrisées. Peu d'exercices sont proposés pour renforcer la compréhension de la structure de ces nombres, alors que l'expérience nous montre que de grandes difficultés subsistent chez une majorité d'élèves.

L'autre difficulté, qui est moindre, consiste à placer les bases de la géométrie, en remettant en question certaines conceptions que les élèves ont pu se forger auparavant.

Nous avons donc réfléchi au programme de 6^{ème} dans son ensemble et élaboré une stratégie que nous proposons dans cet ouvrage :

- une progression complète sur l'année.
- des activités d'introduction des différentes notions abordées.
- des exemples d'exercices qui nous semblent indispensables.
- des compléments à ces exercices.

Le chapitre concernant les nombres relatifs n'est cependant pas abordé ici, car le professeur trouvera facilement des activités et des exercices dans les manuels scolaires vu le peu de notions qui ont à être abordées à ce niveau.

Le professeur trouvera au travers de la lecture de cet ouvrage de nombreux points de repère qui lui permettront d'analyser et de remettre ses pratiques en question afin de les améliorer. En effet, toute la méthodologie de notre démarche est décrite, ainsi que les critères qui ont été utilisés pour effectuer ces choix. Ces critères peuvent être réinvestis dans le contexte de la lecture d'autres ouvrages et la conception personnelle d'exercices par le professeur. Nous avons essayé de donner du sens aux notions abordées, et nous proposons également des exercices techniques de réinvestissement pour acquérir une certaine aisance dans les mécanismes qui entrent en jeu.

Le CDROM d'accompagnement contient toutes les activités et tous les exercices qui sont proposés dans cette brochure au format WORDTM 97. On peut sélectionner les activités et les exercices désirés pour les regrouper dans un document à destination des élèves.

B. Changements de registres

Les recherches récentes en didactique des mathématiques ont montré qu'une notion mathématique était mieux comprise et assimilée si l'enseignement prenait en compte les registres de représentation qui entrent en jeu pour cette notion et proposait à l'apprenant d'effectuer des changements de registres de représentation lors de la résolution d'exercices. Les lignes qui suivent vont éclaircir ces idées.

Dans la suite de ce paragraphe, nous préciserons plus spécifiquement les changements de registres du niveau de la 6^{ème}. L'exemple de la notion de fonction affine et d'équation de droite permet d'illustrer nos propos de façon simplifiée, mais claire. Elle fait intervenir quatre registres de représentation :

- **le registre de la langue naturelle** : le concept de fonction affine n'a pas d'expression directe en langue naturelle, il s'appuie sur la proportionnalité. Le plus souvent, il combine une valeur initiale (tare pour la pesée, prise en charge pour le coût d'un transport, abonnement d'électricité pour avoir l'accès au réseau, ...) et une relation de proportionnalité (masse par centilitre, prix par kilomètre, prix par kWh, ...).
- **le registre graphique** : dans le plan repéré, une fonction affine est une fonction qui est représentée par une droite. Elle est caractérisée par son intersection avec l'un des axes de coordonnées (par exemple l'intersection avec l'axe des ordonnées, appelée ordonnée à l'origine) et le coefficient directeur (ou la pente) de la droite.
- **le registre symbolique (algébrique)** : une fonction affine est caractérisée par une expression de la forme $f(x) = ax + b$:
- **le registre des tableaux** : le concept de fonction affine est composé dans le registre des tableaux comme il l'est dans le registre de la langue naturelle. Une soustraction d'une ligne aux autres ramène à un tableau de proportionnalité à partir duquel on peut effectuer un certains nombres de traitements (produits en croix, ...). Les barèmes, tels ceux d'imposition, présentent des tableaux de fonctions affines pour les tranches d'imposition successives.

Dans chacun de ces registres, on peut effectuer des traitements (opérations, « lectures » graphiques c'est à dire détermination de coordonnées...). L'idée fondamentale est qu'il est nécessaire de travailler les changements de registres pour comprendre la notion étudiée. Dans notre exemple, il est donc indiqué de proposer des exercices qui obligent l'élève à passer d'un registre à un autre, dans tous les sens. Dans notre exemple, et de façon non limitative, les changements de registre qui interviennent peuvent être (le lecteur complètera à titre d'exercice !):

- à partir du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine, écrire l'expression algébrique.
- à partir de l'expression algébrique, donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.
- à partir d'indications de valeur initiale et de variation (exemple : prise en charge et prix par km parcouru), faire dessiner une représentation graphique
- inversement, interpréter un graphique de droite.

Il peut être nécessaire de passer par un autre registre de représentation pour répondre à une question posée, sans que ce dernier apparaisse de façon immédiate dans le problème étudié.

Dans les activités et les exercices que nous proposons dans cet ouvrage, nous avons toujours eu présents à l'esprit les changements de registres qui pouvaient intervenir dans les différentes notions abordées. Les commentaires qui accompagnent les activités et les exercices expliciteront cet aspect de notre travail. Le lecteur trouvera ci-dessous les grandes lignes de notre approche.

Registres de représentation qui interviennent en classe de 6^{ème}

L le registre de la langue naturelle

La langue naturelle permet d'exprimer un bon nombre de concepts mathématiques.

nombres :

- seize, deux mille ;
- trois dixièmes, cinq centièmes ;
- dans la division de treize par cinq, le quotient est égal à deux et le reste est égal à trois ;
- le produit de cinq par la somme de huit et de cinq est égal à soixante cinq.

géométrie :

- un triangle isocèle, un rectangle, un carré ;
- dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté le plus long ;

dans le plan, deux droites qui sont perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

N le registre numérique

C'est celui qui entre jeu dès que l'on fait intervenir des grandeurs : calculs, opérations posées.

$$35 + 23 = 58 \qquad \frac{5}{2} - 0,3 \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{array}$$

Nd le registre numérique des nombres décimaux (et entiers)

Dans le registre numérique, on se limite à l'utilisation des nombres entiers et décimaux.

Certains nombres fractionnaires admettent une écriture décimale (cinq demis), mais pas tous (deux tiers).

Nf le registre numérique des nombres fractionnaires

L'écriture fait déjà apparaître une autre dimension liée au trait de fraction.

L'égalité ci-dessous qui peut paraître anodine demande d'effectuer un changement de registre :

$$\frac{4}{10} = 0,4$$

La transcription sur une seule ligne de l'écriture suivante peut demander l'usage de parenthèses :

$$\frac{5+8}{6} = (5+8) \div 6 .$$

Gé le registre géométrique

On représente des figures contenant des informations codées :

droites concourantes, perpendiculaires, points sur des droites, segments de même longueur, utilisation de noms de points, notion d'aire, etc.

Gr le registre des représentations graphiques

Une droite graduée permet de représenter des nombres.

Un repère cartésien permet d'étudier l'alignement de points, l'orthogonalité de droites.

T le registre des tableaux

L'organisation de données peut faire intervenir le registre des tableaux (proportionnalité, double entrée) .

Du point de vue de la théorie des registres de représentation, une opération posée se situe dans le registre numérique.

A le registre algébrique

Il n'est mentionné que pour mémoire car il n'intervient pas en 6^{ème}, mais plus tard dans la scolarité. On mentionnera la résolution d'équations avec l'usage de lettres, le calcul littéral, etc.

Changements de registre en ce qui concerne les nombres, et les nombres décimaux en particulier.

Un nombre décimal peut être perçu comme l'aire d'une figure, en choisissant une unité d'aire et des sous-unités. On se place alors dans le **registre géométrique**. Cette approche a le mérite d'être facilement abordable par tous les élèves, et permet d'élaborer des exercices qui permettent une auto-correction facile par dénombrement de carreaux par exemple.

Un nombre décimal peut-être représenté sur une droite graduée. On se place alors dans le **registre graphique**. La variation de l'échelle utilisée (unité, présence ou non du zéro), accompagnée de la nécessité d'effectuer des comptages pour trouver certains nombres), est un facteur important pour travailler la structure des nombres décimaux.

Dans le **registre numérique**, on écrit les nombres et on utilise des symboles opératoires (additions, multiplications, etc.) pour les manipuler. Nous distinguerons également les diverses écritures d'un nombre (décimale, fractionnaire) qui font intervenir le **registre des nombres décimaux** et le **registre des nombres fractionnaires**. Au niveau qui nous intéresse, on peut adopter plusieurs écritures

d'un même nombre, qui sont autant de changements de registres à travailler de façon pertinente. Par exemple, le passage de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire (en utilisant les fractions décimales, mais pas nécessairement) et réciproquement, sont des activités très importantes.

Dans les lignes qui suivent, nous présentons un aspect fondamental du travail que nous proposons. La lecture qu'on fait d'un calcul n'est pas neutre, et permet de présenter divers aspects pour lire un nombre ou décrire un calcul. On ne se situe pas à proprement parler dans le registre de la langue naturelle au sens de la théorie, car le calcul proposé dans le deuxième exemple devrait se lire « le produit de cinq par le quotient de trois par quatre ». Nous utilisons la langue naturelle pour décrire un calcul en utilisant la langue française, et par un abus que les puristes nous pardonneront, nous dirons que nous utilisons le registre de la langue naturelle.

Premier exemple : la lecture d'un nombre

Le nombre qui s'écrit sous forme fractionnaire $\frac{42}{100}$ peut être lu dans la langue naturelle de plusieurs façons différentes, qui induisent une approche différente :

- « quarante deux centièmes » : on privilégie la langue naturelle et la structure du nombre.
- « 42 divisé par 100 » : l'opération symbolisée par le trait de fraction est mise en évidence, on privilégie l'aspect opératoire.
- « 42 sur 100 » : on privilégie l'aspect graphique sans aucune référence au sens de cette écriture, mais on peut aussi faire référence à une proportion.

Deuxième exemple : la lecture d'un calcul

Par exemple, le calcul qui s'écrit $5 \times \frac{3}{4}$ peut être lu de plusieurs façons :

- « 5 multiplié par 3 divisé par 4 » : la succession des opérations est privilégiée, et on est naturellement invité à les effectuer dans cet ordre.
- « 5 fois 3 quarts » : l'aspect de la multiplication d'un nombre fractionnaire par un entier invite à donner comme réponse 15 quarts. Cet aspect permettra de remédier aux erreurs vue en 5ème après la multiplication des fractions, lorsque des élèves multiplieront numérateur et dénominateur par 5 pour effectuer ce calcul.

De la même façon, le calcul $7 \times 0,3$, pour lequel certains élèves obtiennent à tort 0,21, peut être abordé de deux manières au delà de l'aspect algorithmique si l'élève transforme le nombre décimal en fraction décimale :

- « 7 multiplié par 3 dixièmes » : la valeur 21 dixièmes est suggérée.
- « 7 multiplié par 3 divisé par 10 » la succession des opérations amène à la division de 21 par 10.

Changements de registres en ce qui concerne l'activité géométrique.

En classe de sixième on peut distinguer essentiellement quatre types d'approche d'une activité géométrique qui font intervenir le **registre de la langue naturelle** et le **registre géométrique** :

- à partir d'un texte en langue française, produire une figure. C'est par exemple la réalisation d'un programme de construction, qui est linéaire et demande la compréhension des instructions élémentaires. C'est également le cas de la construction d'une figure dont les dimensions sont données, et qui nécessite l'élaboration d'un schéma codé pour prévoir l'ordre de construction à adopter.
- à partir d'un texte en langue française, produire un texte en langue française. On peut demander une conjecture, voire une petite preuve concernant les propriétés d'une figure que l'on aura construite.

- à partir d'une figure, produire un texte en langue française. C'est par exemple la rédaction d'un programme de construction à partir d'une figure.
- à partir d'une figure, produire une figure. C'est par exemple la reproduction d'une figure codée ou comportant des données numériques (longueurs, angles).

Un aspect important à prendre en compte lors du passage d'un texte à une figure, par exemple lors du tracé des schémas ou des figures, est le codage des propriétés de la figure. En effet, l'absence de codage sera particulièrement sensible et handicapante en 4^{ème} lorsqu'il s'agira de démontrer des propriétés géométriques. En sixième, le professeur pourra insister pour que les élèves codent les figures à partir des définitions données en cours :

- un triangle isocèle : deux côtés de même longueur.
- un triangle équilatéral : trois côtés de même longueur.

En 6^{ème}, nous préconisons les codages qui privilégient la reconnaissance visuelle dans les cas suivants :

- un rectangle : quatre angles droits, même si trois suffisent.
- un losange : quatre côtés de même longueur.
- un carré : quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.
- une médiatrice : le milieu et l'angle droit.
- deux droites perpendiculaires par un carré au niveau du point d'intersection (codage usuel).

Dans le chapitre 1, au début de la section « triangles, losanges », le lecteur trouvera un paragraphe consacré au tracé de schémas à partir d'un texte en français. Cet aspect est souvent négligé dans notre enseignement alors que sa maîtrise est indispensable pour mener à bien la construction des figures. Il demande à être travaillé de façon approfondie par les élèves en difficulté en remédiation par exemple.

Nous n'aborderons pas ici l'aspect qui peut être induit par la géométrie dans le plan repéré, qui fait intervenir des tableaux et éventuellement le registre numérique.

Le lecteur observera que beaucoup d'activités mathématiques qui font intervenir les registres graphiques (au sens large, c'est à dire les travaux dans un repère, mais aussi les figures de géométrie) sont proposées avec une graduation dans leur réalisation. Si on prend comme exemple le repérage sur une droite graduée, les élèves peuvent être amenés à effectuer diverses tâches :

- **une tâche de lecture** : on commence par lire l'abscisse d'un point, en faisant varier l'échelle et les paramètres qui permettent de déterminer cette échelle.
- **une tâche de construction ou de placement** : on demande de placer des points d'abscisse donnée sur une droite graduée dont le repère est donné.
- **une tâche de construction ou de placement** : on demande enfin de construire une droite graduée, en imposant ou en laissant le libre choix de l'échelle à utiliser. Cette dernière tâche demande une certaine maîtrise pour être menée à bien, surtout si l'échelle à utiliser n'est pas indiquée.

Un autre aspect qui peut être pris en compte, mais que nous n'avons pas spécialement développé ici et qui mérite réflexion, est que certains concepts peuvent être approchés de façon « statique » ou de façon « dynamique ». Par exemple, l'activité 3 du chapitre 8 présente un aspect « dynamique » de lecture d'une graduation pour donner une réponse sous forme fractionnaire : on part du segment unité [AB], on le divise en quatre, puis on le multiplie par trois pour arriver à un segment de longueur donnée [AF]. On peut présenter cet exercice sous forme « statique » en privilégiant l'aspect proportion : le segment [AB] mesure quatre unités et le segment [AF] mesure trois unités.

C. Progression et apprentissages en spirale

La plupart des manuels dont disposent les professeurs proposent une répartition des exercices par chapitres plutôt cloisonnés. Il n'est alors pas facile pour le professeur débutant de concevoir une progression qui permette un retour fréquent sur les notions rencontrées, et de dégager des fils directeurs dans la conduite de leur enseignement.

Nous avons donc réfléchi à des progressions possibles en ce qui concerne le programme de sixième. Les choix possibles sont limités, car certaines parties demandent de toute façon à être traitées avant d'autres. La numérotation des chapitres que l'on trouvera dans le sommaire propose la progression que nous avons adoptée.

Nous proposons une alternance entre des chapitres de géométrie et des chapitres numériques, comme le pratiquent la plupart des enseignants. Il est cependant évident que cette alternance ne représente nullement un cloisonnement, car de nombreuses activités numériques utilisent la géométrie comme support, et inversement de nombreux exercices de géométrie présentent un aspect numérique. En revanche, le choix des exercices peut faire intervenir les chapitres antérieurs dans cette progression. L'utilisateur des exercices de cet ouvrage est donc invité à vérifier ce point s'il change l'ordre d'étude des chapitres, particulièrement en ce qui concerne le choix des données numériques dans les exercices de géométrie.

Il paraît important pour chaque chapitre de ne pas vouloir traiter de façon exhaustive toutes les notions abordées. Leur apprentissage et leur acquisition seront favorisées en proposant de les réinvestir fréquemment et de les entretenir tout au long de l'année. Par exemple, les tracés avec la règle et le compas (chapitre 1) seront réutilisés dans tous les autres chapitres de géométrie. Les opérations sur les nombres décimaux seront travaillées tout au long de l'année, y compris dans les chapitres de géométrie.

a) Progression des chapitres de géométrie

Chapitre 1 : La règle et le compas

Chapitre 3 : Parallèles et perpendiculaires

Chapitre 5 : Les angles

Chapitre 7 : Symétrie par rapport à une droite, médiatrice d'un segment

Chapitre 9 : Aires et périmètres

Chapitre 11 : Figures symétriques

Chapitre 13 : Espace

Vu les connaissances que les élèves ont à l'entrée en classe de sixième, il n'y a pratiquement que deux choix possibles :

- commencer par les problèmes de parallélisme et d'orthogonalité, puis traiter les cercles et les reports de longueur.
- commencer par les problèmes de cercles et de reports de longueur, puis traiter le parallélisme et l'orthogonalité.

Les auteurs de cet ouvrage étaient partagés, mais ont finalement opté pour la deuxième solution. En effet, les notions de parallélisme et d'orthogonalité font déjà appel à une perception des figures qui n'est pas évidente pour certains élèves de cet âge. La mise en place des bases de la géométrie (nom des points, segments, droites...) nous a finalement paru plus facile à mettre en œuvre en laissant dans un premier temps de côté l'angle droit et le parallélisme. Si le professeur désire intervertir ces deux chapitres, il devra adapter un certain nombre d'exercices.

La mesure des angles vient compléter tout naturellement cette progression. A l'issue de ces trois chapitres, l'élève devrait être capable de construire n'importe quelle figure géométrique, et d'en percevoir certaines propriétés.

L'ordre des quatre chapitres de géométrie suivants n'est pas inamovible, et pourrait être aisément changé par le professeur. Voici néanmoins quelques points de repère qui éclairent les choix que nous proposons :

- le travail sur la symétrie orthogonale est scindé en deux parties. La première aborde la symétrie proprement dite par la notion de médiatrice, la deuxième exploite les propriétés de la

symétrie orthogonale, et permet une première étude des quadrilatères particuliers. L'ordre de ces deux chapitres ne peut évidemment pas être inversé.

- les aires et les périmètres sont abordés après que les élèves ont travaillé les opérations sur les nombres décimaux de façon suffisamment approfondie, afin qu'ils puissent faire des calculs, et non pas lire les réponses que donne la calculatrice.
- la géométrie dans l'espace est proposée en fin d'année. Certains arguments plaident en faveur de ce choix. Ce chapitre plaît aux élèves, et leur donne une occasion de nombreuses manipulations à travers les exercices proposés. Le découpage de patrons et la réalisation de certains solides, étapes indispensables à la résolution des exercices, permettent de les faire travailler activement à la fin de l'année. De plus, ils sont relativement autonomes, et le professeur peut facilement gérer une classe hétérogène. Il donne une liste d'exercices que les élèves font à leur rythme. Les élèves les plus rapides sont facilement nourris dans le vaste choix possible, les élèves en difficultés peuvent être pris en charge de manière plus individuelle. Ces derniers réussissent souvent mieux ce chapitre s'il est abordé à travers la réalisation de plusieurs solides. Les problèmes rencontrés ne sont pas insurmontables, et ils peuvent les résoudre sans s'appuyer sur des bases qu'ils n'ont pas acquises les années précédentes. Pour conclure, si le professeur relègue ce chapitre en fin d'année, il doit se faire violence pour le traiter effectivement et ne pas le bâcler. En effet, de bonnes bases acquises en sixième permettent d'étudier sereinement la géométrie dans l'espace dans les autres niveaux du collège.

b) Progression des chapitres numériques

Chapitre 2 : Addition et soustraction des décimaux

Chapitre 4 : Division euclidienne

Chapitre 6 : Multiplier un entier par un décimal, diviser un entier par un entier, quotients

Chapitre 8 : Notion de fraction, nombres en écriture fractionnaire, échelles, pourcentages

Chapitre 10 : Multiplication de deux nombres décimaux, échelles, pourcentages

Chapitre 12 : Quotients

Le lecteur aura certainement remarqué l'absence d'un chapitre que l'on trouve dans tous les manuels : le chapitre « gestion de données ». En effet ce thème a été intégré dans l'ensemble des chapitres de la partie numérique. Nous proposons souvent des exercices qui font intervenir des tableaux et des graphiques. Les notions de pourcentage et d'échelle apparaissent explicitement dans deux chapitres, ce qui permet de revenir sur ces notions plusieurs fois, et l'expérience montre que ce n'est pas inutile !

Les opérations sur les nombres décimaux sont abordées de façon progressive dans quatre chapitres successifs dont les titres sont explicites quant à leurs contenus. Il est clair qu'on ne peut pas modifier l'ordre proposé. Nous avons en effet constaté que les élèves arrivant en sixième avaient une connaissance des nombres décimaux et des opérations les concernant tellement fragile qu'un travail en profondeur s'imposait. Nous avons donc conçu une progression sur l'année, qui redonne un sens à ces nombres et à ces opérations.

Chapitre 2 : Les élèves connaissant les nombres décimaux, on peut commencer par travailler leur structure et leur addition. Il faudra alors veiller à prévoir quelques exercices sur le sens des opérations. Le professeur peut, s'il le désire et en éprouve la nécessité, proposer des exercices sur la structure des nombres entiers, mais nous ne les proposons pas dans le cadre de ce travail.

Chapitre 4 : La division euclidienne est étudiée, mais ce chapitre propose également la division avec quotient décimal pour travailler conjointement les deux aspects.

Chapitre 6 : Les élèves ont étudié la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier à l'école primaire. Nous avons choisi de travailler cette notion en lui redonnant du sens au delà de l'aspect purement algorithmique (voir le paragraphe consacré aux changements de registre). La notion de quotient est étudiée en associant la division et la multiplication correspondantes.

Chapitre 8 : La notion de fraction, ainsi que la multiplication d'un entier par une fraction sont abordées dans ce chapitre. Les notions étudiées dans le chapitre précédent sont réinvesties de façon intensive. On peut alors étudier les problèmes de pourcentages et d'échelles, en utilisant des valeurs simples qui permettent de faire du calcul mental en privilégiant le sens.

Chapitre 10 : Les études menées précédemment permettent de donner un sens à la multiplication de deux nombres décimaux. Ce dernier outil étant à ce stade de la progression à la disposition des élèves, le retour aux problèmes de pourcentages et d'échelles permet de renforcer leur étude.

Chapitre 12 : Le quotient des nombres décimaux quelconques est enfin étudié, en faisant le lien avec la multiplication des nombres décimaux.

D. Choix des activités et des exercices

Les activités d'introduction que nous proposons dans cet ouvrage ont été conçues dans l'esprit initial que l'on donne au mot « activité ». Il s'agit au travers d'une problématique, qui peut avoir sa source dans un problème à support géométrique ou algébrique, d'aborder les notions que l'on veut étudier dans le chapitre en cours. Ces activités ont été conçues, testées, modifiées, pour aboutir à celles que le lecteur pourra lire dans les pages suivantes. L'expérimentation nous a prouvé que si ces activités étaient traitées en classe, bien corrigées et commentées, le cœur du chapitre était atteint rapidement dans de bonnes conditions. Chaque activité est systématiquement accompagnée du choix des questions, ainsi que des réactions possibles des élèves. Les formulations qui ne conviennent pas au professeur pourront facilement être modifiées.

Les exercices proposés complètent ces activités. Ils sont classés par rubriques, et un commentaire éclaire leur raison d'être et le contexte dans lequel ils interviennent. A côté de certains exercices techniques, on trouvera des exercices plus classiques. Les changements de registres qui peuvent intervenir sont signalés lorsqu'ils nous semblent importants. Ils le sont de moins en moins fréquemment au fur et à mesure de l'avancée des chapitres, car le travail essentiel se fait au début, et le lecteur assidu saura lui-même cataloguer chaque exercice !

Dans plusieurs rubriques présentant un caractère géométrique, on trouvera des exercices de tracés à main levée. En effet, l'acquisition d'une compétence utilisant les instruments de géométrie passe aussi par le tracé à main levée. Cette approche approximative permet à l'élève de se forger une dextérité utile, et lui fournira finalement un moyen de vérification des tracés réalisés avec les instruments.

De même, on trouvera dans le premier chapitre de géométrie, « section triangles losanges », un commentaire assez long sur le changement de registres intervenant lors de la construction d'une figure à partir des grandeurs de cette figure. L'usage intermédiaire d'un schéma pour passer efficacement de la langue naturelle au registre géométrique y est commenté.

E. Calcul mental et utilisation raisonnée de la calculatrice

L'évaluation à l'entrée en classe de sixième montre que le calcul numérique est moins bien maîtrisé actuellement, phénomène que nous observons quotidiennement dans nos classes. Les tables étaient auparavant entretenues au collège lorsque les élèves avaient à poser des opérations (telles que 125×379). Ce genre de technique ayant tendance à disparaître, il est donc indispensable de proposer régulièrement (pourquoi pas au début de chaque heure) des calculs simples qui entretiennent les techniques de base. Les calculs doivent se faire de tête (8×13 , $56 \div 7$, $480 \div 60$,...). Si le professeur ne pratique pas de façon délibérée un entretien systématique de ces compétences, on constate qu'elles s'effritent peu à peu et qu'à la sortie du collège, beaucoup d'élèves en arrivent à utiliser systématiquement la calculatrice pour effectuer des opérations élémentaires qui sont du domaine du calcul mental. Un de nos collègues enseignant les sciences physiques au lycée raconte l'anecdote suivante, qui est hélas significative : un élève de première scientifique au tableau va chercher sa calculatrice pour effectuer la division de un par deux ! Sans en arriver à cette extrémité, le manque de compétence en calcul mental « simple » a des conséquences désastreuses pour l'apprentissage ultérieur du calcul littéral, de la manipulation des fractions. Nous avons donc développé des exercices techniques pour entretenir la pratique du calcul sans poser d'opérations. De plus, nous pensons qu'il est utile que les élèves connaissent les fractions courantes et leurs écritures décimales (les fractions de dénominateur deux, trois, quatre et

cinq). Le lien avec les pourcentages, et le calcul mental de pourcentages simples sont plus importants que le calcul de pourcentages quelconques à l'aide de la calculatrice. L'éducation à la citoyenneté dont il est tant question se fait par ce biais également. Les commentaires des projets des nouveaux programmes du cycle 3, qui ont été écrits longtemps après que cette brochure a été conçue, vont dans le même sens. La virtuosité calculatoire est exclue, mais on cherche à familiariser les élèves avec des nombres « simples ». Le passage de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire, et réciproquement, doit permettre d'effectuer des calculs simples ($1/4 = 0,25$; $3/4 = 0,75$; ...).

Certaines activités utilisent la calculatrice comme il nous semble qu'elle devrait être utilisée. Son usage devrait rester très occasionnel, pour nous décharger de calculs longs et fastidieux lors de la découverte d'une nouvelle notion par exemple. L'activité 1 du chapitre 4 illustre cette idée. Si des opérations sont nécessaires pour résoudre un autre problème, nous avons volontairement choisi des données numériques qui rendent le calcul accessible à la main sans virtuosité technique. La calculatrice est particulièrement adaptée à une démarche de recherche par essais et erreurs.

Plusieurs rubriques « ordre de grandeur » sont présentes dans plusieurs chapitres. L'objectif est d'apprendre diverses techniques d'estimation d'ordre de grandeur par élimination successives des valeurs proposées.

F. Présentation et mode d'emploi de chaque chapitre

Chaque chapitre se présente de la même façon :

- **OBJECTIFS DU CHAPITRE :**

On annonce en quelques lignes les grands objectifs visés dans le chapitre.

- **REPERES POUR LE CONTENU DU COURS :**

La synthèse du cours devrait contenir tous les points indiqués.

- **ACTIVITES :**

Chaque activité est numérotée. Le début et la fin de l'activité sont indiquées par les traits horizontaux ci-après :

ACTIVITE

Elle est suivie par des commentaires sur l'activité, qui contiennent entre autre la durée estimée de l'activité, et les objectifs poursuivis.

- **EXERCICES :**

Ils sont classés par rubrique, et dans chaque rubrique ils sont classés par thèmes adjacents. En face de chaque exercice, ou de chaque série d'exercices, le lecteur trouvera des commentaires les concernant, ainsi que les changements de registres qui interviennent le cas échéant. La lecture attentive des premiers chapitres et de leurs commentaires permet de bien suivre notre fil directeur, et nos commentaires se font plus rares dans les derniers chapitres !

- **SIGLES UTILISES POUR LES CHANGEMENTS DE REGISTRES :**

Nous avons utilisé des sigles mnémotechniques pour indiquer les registres utilisés. Ils sont en caractères gras, et voici leur liste :

Nd

registre numérique, écriture décimale.

Nf

registre numérique, écriture fractionnaire.

N

registre numérique, qui peut inclure des écritures différentes (décimales, fractionnaires), des calculs à effectuer. Il s'agit ici d'un abus commode, car il englobe les deux registres précédents

L

registre de la langue naturelle (le français).

Gé

registre graphique des figures géométriques.

Gr

registre graphique des représentations graphiques qui représentent des quantités numériques (repères, camemberts,...).

T

registre des tableaux.

Exemples de changements de registres rencontrés :

Les flèches → indiquent des changements de registres que les élèves sont amenés ou invités à faire.

L → Gé

changement du registre de la langue naturelle vers le registre des figures géométriques. Il s'agira souvent de produire une figure à partir d'un texte.

Nd → Nf

passage de l'écriture décimale à une écriture fractionnaire d'un nombre.

N → Gr

passage du registre numérique au registre des représentations graphiques. Il s'agira par exemple de placer un nombre dans un repère, de tracer une représentation graphique,...

G. Contenu et utilisation du CDROM

Le CDROM d'accompagnement contient tous les exercices et toutes les activités de cet ouvrage sous le format WORD™ 97 pour Windows™. Le nom de chaque fichier est celui du chapitre correspondant. Ils sont dans le même ordre et avec la même numérotation que sur le support papier de cette brochure. On a simplement enlevé tous les commentaires. Le professeur pourra donc, à l'aide des fonctions « copier-coller » concevoir la fiche d'exercices qui lui conviendra.

CHAPITRE 02 : ADDITION ET SOUSTRACTION DES DECIMAUX

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

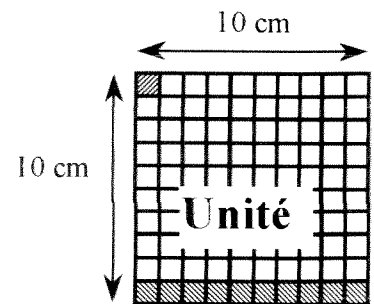
- Donner un sens à l'écriture décimale des nombres.
- Savoir additionner et soustraire correctement des nombres décimaux.
- Travailler le sens de ces opérations.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- Ecriture décimale.
- Ecritures avec des fractions décimales.
- Additions et soustractions de nombres décimaux.
- Comparaison de nombres décimaux.
- Multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1000.
- Troncatures et arrondis.

ACTIVITE 1 Aires et nombres décimaux.

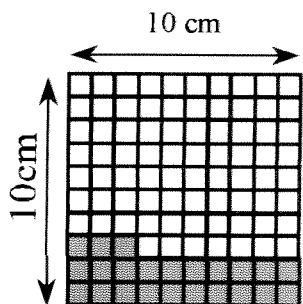
On choisit comme unité d'aire l'aire du carré de 10cm de côté dessiné ci-contre en réduction.



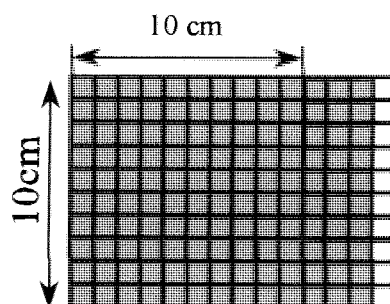
A) Des fractions de l'unité fondamentales !

- 1) Dessiner le carré unité sur du papier millimétré.
- 2) Quelle fraction de l'unité est représentée par l'aire du carré hachuré ?
- 3) Quelle fraction de l'unité est représentée par le rectangle hachuré dans l'autre sens ?

B) Des lectures de fractions d'aires !



- 1) Quelle fraction de l'unité est représentée par la surface hachurée de la figure de gauche ?



- 2) Quelle fraction de l'unité est représentée par la surface hachurée de la figure de gauche ?

C) Des constructions d'aires.

- 1) Tracer un rectangle de côtés 5 cm et 3 cm. Trouver le nombre d'unité d'aire contenues dans ce rectangle. Ecrire ce nombre sous forme décimale et sous forme fractionnaire.
- 2) Même question que précédemment pour un rectangle de côtés :
 15 cm et 6 cm 13 cm et 9 cm 1 cm et 6 mm

D) Des conversions d'unités.

Tracer une figure dont l'aire mesure :

- a. 0,8 unité b. 0,05 unité c. 0,47 unité d. 1,03 unité e. 1,4 unité
 f. 1,54 unité g. 0,0001 unité h. 0,001 unité i. 0,125 unité

Exprimer chacune des mesures ci-dessus sous forme fractionnaire et en utilisant la langue française. Par exemple 0,8 unité s'écrit $\frac{8}{10}$ sous forme fractionnaire et huit dixièmes en langue française.

E) Des calculs.

Pour chacun des calculs suivants, trouver le résultat puis le vérifier en utilisant les figures de la question précédente.

$$0,8 + 0,47 \quad 0,8 + 1,54 \quad 1,4 + 0,47 \quad 0,8 + 0,8 \quad 1,54 + 0,47 \quad 0,8 + 0,125 \quad 0,05 + 0,0001$$

Commentaires sur l'activité 1

Durée : Entre 1h et 2h, avec un travail éventuel à la maison.

Objectif : A partir de la perception des aires, et de leur propriétés additives, donner un sens à la numération décimale et aux écritures décimales, effectuer des additions en vérifiant la validité des réponses grâce au support géométrique.

Dans cette activité, les élèves sont invités à effectuer fréquemment des changements de registres entre la langue française et la figure géométrique, tant pour le sens des nombres décimaux que pour leur addition.

Partie A Gé → N

Il est important que les élèves dessinent l'unité sur du papier millimétré pour l'avoir comme référence visuelle dans toute la suite. La comparaison d'aires et la détection des erreurs s'en trouvera grandement facilitée. Les questions posées permettent de donner un sens au partage de l'unité en dixièmes ou en centièmes à partir de l'interprétation d'un partage d'aires.

Partie B Gé → N

Deux lectures de fractions de l'unité, dont une plus grande que l'unité, permettent aux élèves de s'approprier les idées développées dans cette activité.

Partie C Gé → N Nf → Nd Nd → Nf

Cette partie correspond à une tâche de lecture de figure.

Les élèves sont invités à compter le nombre de sous unités d'aires contenues dans un rectangle imposé. L'expérimentation montre que les élèves proposent plusieurs réponses, et leur mise en commun permet une première synthèse. On pourra faire le lien entre les fractions décimales, leur somme, les écritures décimales. Les trois rectangles proposés couvrent une large gamme de nombres.

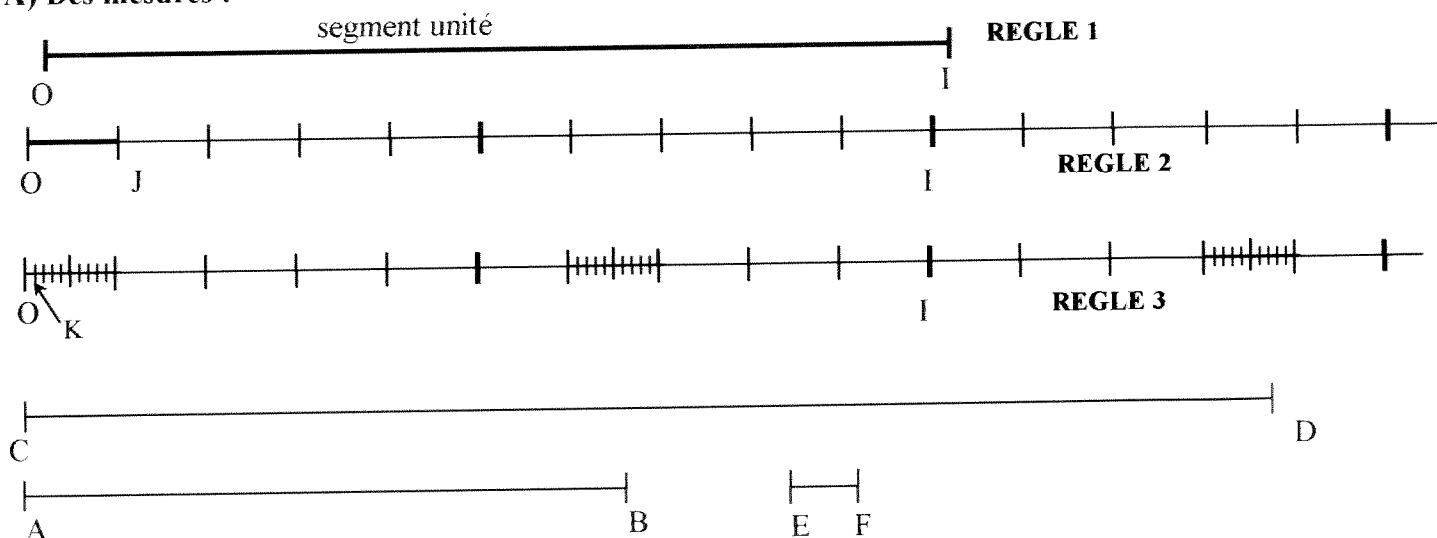
Partie D Ns → Nf N → Gé

Cette partie correspond à une tâche de construction de figure.

Les élèves doivent faire le lien entre l'écriture décimale et le partage de l'unité en sous-unités pertinentes. Ils doivent gérer le passage de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire. Là encore, les réponses peuvent être variées, et on verra des élèves cherchant à tout prix à construire des rectangles, d'autres construisant des figures au hasard, d'autres enfin procèdent de façon structurée en comptant les dixièmes et les centièmes. La correction individuelle des élèves permet de leur donner des pistes pour une meilleure structuration de leur recherche.

Partie E Nd Nf N → Gé Gé → N

Les élèves savent en principe additionner les nombres décimaux, mais font encore beaucoup d'erreurs. Cette partie doit évidemment être traitée sans calculatrice et sans poser d'opération. Les opérations choisies permettent de mettre en évidence les erreurs les plus fréquentes : séparation du traitement de la partie entière et de la partie décimale, problèmes de retenue. Il est fondamental que les élèves fassent le lien avec les parties précédentes, c'est à dire effectuer les additions dans le registre des figures pour vérifier leurs calculs, et soient ainsi placés en situation d'autocorrection.

ACTIVITE 2**A) Des mesures !**

On choisit comme unité de longueur le segment $[OI]$ dessiné ci-dessus (règle 1).

Le but de l'activité est de mesurer la longueur des segments $[AB]$, $[CD]$ et $[EF]$ ci-dessus à l'aide de cette unité.

1) Décaler précisément les règles 1, 2 et 3.

2) On pose la règle 1 sur le segment $[AB]$, et on constate qu'il mesure entre 0 et 1 unités. Un encadrement de la longueur $[AB]$ est donc :

$$0 < AB < 1$$

Donner alors un encadrement à une unité près de la longueur de chacun des segments $[CD]$ et $[EF]$ en les mesurant grâce à la règle 1.

3) Comme le résultat de cette mesure n'est pas précis, on va affiner l'instrument de mesure :

Pour cela, on partage le segment unité en 10 segments de même longueur comme sur la règle 2.

Combien d'unités mesure le segment $[OJ]$?

Donner alors un encadrement à un dixième d'unité près de la longueur de chacun des segments $[AB]$, $[CD]$ et $[EF]$ en les mesurant à l'aide des graduations de la règle 2.

4) Pour obtenir encore un résultat plus précis, on divise le segment $[OJ]$ en 10 segments de même longueur comme sur la règle 3.

Combien d'unités mesure le segment $[OK]$?

Donner alors un encadrement à d'unité près de la longueur de chacun des segments $[AB]$, $[CD]$ et $[EF]$.

B) Des constructions de segments.

A l'aide des règles 2 et 3, dessiner des segments dont les longueurs sont :

a. 8 dixièmes d'unité

b. 5 centièmes d'unité

c. 12 dixièmes d'unité

d. 67 centièmes d'unité

e. 1,64 unités

f. 0,47 unités

C) Des conversions d'unités.

Compléter :

1 unité = dixièmes d'unité = centièmes d'unité

1 dixième d'unité = centièmes d'unité

8 dixièmes d'unité = unité = centièmes d'unité

5 centièmes d'unité = dixièmes d'unité = unité

12 dixièmes d'unité = unité = centièmes d'unité

67 centièmes d'unité = unité = dixièmes d'unité

164 centièmes d'unité = unité = dixièmes d'unité

Commentaires sur l'activité 2

Durée : environ d'une heure , avec un travail éventuel à la maison.

Objectif : comprendre l'utilisation d'une unité de mesure qui n'est pas standard, comprendre les différentes sous-unités employées, donner des encadrements de longueur à une précision donnée.

Les élèves doivent mesurer des longueurs de segments avec des règles fournies par l'énoncé. L'obligation d'avoir recours à des sous unités allant jusqu'au centième d'unité permet de renforcer la compréhension de la numération de position.

Le professeur demandera aux élèves de décalquer soigneusement (les graduations sont régulières !) les trois règles à la maison, afin de pouvoir commencer l'activité immédiatement en classe.

PARTIE A Gr → N

Cette partie correspond à une tâche de lecture de graduation.

Les élèves réalisent des mesures de longueur à l'aide des règles graduées fournies. Les longueurs des segments à mesurer ne correspondent jamais à une graduation existante. Cependant, le professeur est invité à vérifier ce point suivant le modèle d'imprimante qu'il utilise ! Cette activité est une des rares occasions où l'on peut travailler la notion d'encadrement de nombre de façon pertinente, notion qui est très importante pour comprendre la structure du nombre décimal et préparer le terrain pour l'analyse au lycée. Elle prépare également le terrain aux exercices 47 et 48.

PARTIE B L → Gr N → Gr

Cette partie correspond à une tâche de construction de longueur.

Les longueurs à construire sont données en langue française, ou en écriture décimale. Les élèves s'adaptent bien à l'unité de longueur choisie, et peuvent être étonnés d'obtenir une précision de l'ordre du centième d'unité, alors qu'ils sont habitués à mesurer en choisissant le centimètre comme unité.

PARTIE C L → (Gr) → L

le travail effectué dans les questions précédentes permet de mieux comprendre le lien entre les unités et les sous unités. C'est un travail de conversions d'unités.

ECRITURES DES DECIMAUX

1. $L \rightarrow Nd$ a) Ecrire en chiffres les nombres suivants : - trente six unités deux dixièmes sept centièmes - quatre vingt sept unités sept dixièmes deux millièmes - trois centièmes b) Même question avec : - deux cent huit unités, six centièmes quatre millièmes - deux cent vingt unités quarante trois millièmes - quatre dizaines trois dixièmes - cinq centaines six centièmes 2. $Nd \rightarrow L$ Ecrire les nombres suivants en utilisant les mots unités, dixièmes, centièmes, millièmes,.... : 2,8 ; 24,81 ; 7,058 ; 40,007 ; 0,023 ; 4,203 3. $Nd \rightarrow L$ a) Pour chacun des nombres suivants, indiquer quel chiffre représente le 1 (dizaine, unité, dixième,...) : 2 312,485 564,31 875,031 b) Même question avec le chiffre 3.	Numération de position Ces exercices, qui peuvent sembler inutiles, permettent une mise au point avec les élèves en difficulté. Ils sont généralement bien réussis. exercice 1 Passage de la langue naturelle à l'écriture décimale. exercice 2 Passage de l'écriture décimale à la langue naturelle. exercice 3 Repérage de la signification d'un nombre précis en termes de numération de position. Faire le lien entre la position de chaque nombre et sa désignation en langue française.																												
4. $L \rightarrow Nf \rightarrow L$ Compléter : <table border="0"> <tr> <td>1 unité =dixièmes</td> <td>1 unité =centièmes</td> </tr> <tr> <td>1 unité =millièmes</td> <td>1 unité =millionièmes</td> </tr> <tr> <td>1 dixième =unité</td> <td>1 dixième =centièmes</td> </tr> <tr> <td>1 dixième =millièmes</td> <td>1 dixième =millionièmes</td> </tr> <tr> <td>1 centième =unité</td> <td>1 centième =dixième</td> </tr> <tr> <td>1 centième =millièmes</td> <td>1 centième =millionièmes</td> </tr> <tr> <td>1 millième =unité</td> <td>1 millième =dixième</td> </tr> <tr> <td>1 millième =centième</td> <td>1 millième =millionièmes</td> </tr> <tr> <td>1 millionième =unité</td> <td>1 millionième =dixième</td> </tr> <tr> <td>1 millionième =centièmes</td> <td>1 millionième =millièmes</td> </tr> </table> 5. $L \rightarrow Nf \rightarrow L$ Compléter : <table border="0"> <tr> <td>1100 dixièmes =</td> <td>100 centièmes =</td> </tr> <tr> <td>10 centièmes =</td> <td>1000 centièmes =</td> </tr> <tr> <td>10 millièmes =</td> <td>100 millièmes =</td> </tr> <tr> <td>1000 millièmes =</td> <td>100 000 millionièmes =</td> </tr> </table>	1 unité =dixièmes	1 unité =centièmes	1 unité =millièmes	1 unité =millionièmes	1 dixième =unité	1 dixième =centièmes	1 dixième =millièmes	1 dixième =millionièmes	1 centième =unité	1 centième =dixième	1 centième =millièmes	1 centième =millionièmes	1 millième =unité	1 millième =dixième	1 millième =centième	1 millième =millionièmes	1 millionième =unité	1 millionième =dixième	1 millionième =centièmes	1 millionième =millièmes	1100 dixièmes =	100 centièmes =	10 centièmes =	1000 centièmes =	10 millièmes =	100 millièmes =	1000 millièmes =	100 000 millionièmes =	Unités et sous unités Dans ces exercices, il est sous entendu qu'on parle de dixième ou de centième de l'unité. Une précision dans ce sens soit avant l'exercice, soit en synthèse est utile. exercice 4 Il a pour objectif de faire le lien entre les différentes sous unités en choisissant le nombre 1 comme départ, et en faisant varier l'unité de référence. C'est la langue naturelle qui a été choisie, pour renforcer la signification de la position de chaque chiffre exercice 5 Il propose d'écrire sous une autre forme des nombres choisis. Les réponses étant variables, il est intéressant de comparer les différentes réponses des élèves lors de la correction.
1 unité =dixièmes	1 unité =centièmes																												
1 unité =millièmes	1 unité =millionièmes																												
1 dixième =unité	1 dixième =centièmes																												
1 dixième =millièmes	1 dixième =millionièmes																												
1 centième =unité	1 centième =dixième																												
1 centième =millièmes	1 centième =millionièmes																												
1 millième =unité	1 millième =dixième																												
1 millième =centième	1 millième =millionièmes																												
1 millionième =unité	1 millionième =dixième																												
1 millionième =centièmes	1 millionième =millièmes																												
1100 dixièmes =	100 centièmes =																												
10 centièmes =	1000 centièmes =																												
10 millièmes =	100 millièmes =																												
1000 millièmes =	100 000 millionièmes =																												

6. Nd → Nf

On peut écrire 8,35 sous quatre autres formes :

$$8,35 = 8 + 0,35 \quad 8,35 = 8 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$$

$$8,35 = 8 + \frac{35}{100} \quad 8,35 = \frac{835}{100}$$

Ecrire de même :

a) $\begin{array}{r} 13,4 \\ 0,73 \\ 5,800 \\ 0,2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13,04 \\ 7,3 \\ 5,080 \\ 0,02 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13,004 \\ 73 \\ 5,008 \\ 0,002 \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 3,71 \\ 1,34 \\ 2,035 \\ 0,15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,071 \\ 1,304 \\ 2,305 \\ 0,015 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37,1 \\ 1,034 \\ 2,35 \\ 0,0153 \end{array}$

7. Nf → Nd

Ecrire sous forme de nombre décimal les nombres suivants :

$$3 \frac{2}{10} \quad \frac{4}{100} \quad \frac{7}{1000} \quad 3 \frac{31}{100}$$

$$2 \frac{7}{100} \quad 7 \frac{53}{1000}$$

$$\frac{2}{10} \quad \frac{5}{1000} \quad 96 \frac{801}{1000}$$

$$\frac{3}{1000} \quad \frac{25}{1000}$$

8. Nf → Nd

Ecrire sous forme de nombre décimal les nombres suivants :

$$\begin{array}{r} 205 \\ 10 \\ 365 \\ 100 \\ 2401 \\ 1000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3604 \\ 10 \\ 5402 \\ 100 \\ 658 \\ 10 \end{array}$$

9. Nd → Nf

Ecrire les nombres décimaux suivants sous forme de fraction décimale. Donner deux réponses différentes en utilisant des dénominateurs différents.

$$\begin{array}{ll} 0,07 & 0,15 \\ 0,065 & 0,205 \\ 2,5 & 3,06 \\ 15,3 & 62,04 \end{array}$$

Numération de position et fractions décimales

Ces exercices se situent tous dans le cadre numérique.

exercice 6

 Il demande le passage de l'écriture décimale à diverses formes d'écritures utilisant les fractions décimales. Le choix des nombres laisse apparaître diverses variations : *partie entière non nulle, le chiffre de la partie décimale change.*
la succession des chiffres reste la même, mais leur signification change.
la partie entière est nulle, seul varie le chiffre de la partie décimale

exercice 7

Il demande le passage d'une écriture utilisant les fractions décimales à l'écriture décimale. Chaque nombre à additionner correspond à un nombre de l'écriture décimale : il n'y a pas de retenue. C'est un travail sur la numération de position.

Les variations des nombres choisis sont les suivantes :

un nombre entier, avec un chiffre pour chaque position jusqu'au millième.
un nombre entier, avec un chiffre qui nécessite l'écriture d'un zéro.
un nombre dont la partie entière est nulle

exercice 8

Il demande l'écriture décimale à partir d'une fraction décimale unique. Cet exercice n'est pas le même que les exercices qui consistent à diviser un nombre entier par 10, 100 ou 1000. On cherche à renforcer la signification de la numération de position, et la correction devrait être orientée dans ce sens, en faisant éventuellement intervenir un tableau de numération décimale. Les variations sur les nombres permettent de renforcer les significations des dixièmes, centièmes, et constituent un travail préparatoire à l'utilisation des puissances de dix en quatrième.

exercice 9

C'est l'exercice inverse de l'exercice 8.

10. N

Calculer :

$$\begin{array}{llll} 15 \times 10 = & 0,32 \times 1\,000 = & 100 \times 4,2 = & 0,025 \times 10 = \\ 0,48 \times 100 = & 1\,000 \times 724 = & 5,14 \times 10 = & 100 \times 0,2 = \\ 5,4 \times 1\,000 = & 10 \times 9,8 = & 130 \times 100 = & 0,041 \times 1\,000 = \end{array}$$

11. N

Calculer :

$$\begin{array}{llll} 2,1 \div 10 = & 310 \div 100 = & 48\,000 \div 1\,000 = & 1,9 \div 100 = \\ 540 \div 1\,000 = & 5 \div 10 = & 653 \div 10 = & 4,2 \div 1\,000 = \\ 54,2 \div 100 = & 0,05 \div 10 = & 13 \div 100 = & 480 \div 1\,000 = \end{array}$$

Multiplications et divisions par 10, 100 et 1000

exercice 10

C'est un travail dans le cadre numérique, sur la numération de position. multiplications par 10, 100 et 1000.

exercice 11

Divisions par 10, 100 et 1000.

12. N

Calculer :

$$\begin{array}{llll}
 19,6 \div 100 = & 1\,000 \times 3,14 = & 1\,931,5 \div 10 = & 6,72 \times 1\,000 = \\
 0,32 \div 10 = & 0,021 \times 100 = & 10 \times 0,006 = & 96,05 \times 100 = \\
 1\,000 \times 3,4 = & 5\,431,5 \div 100 = & 125\,500 \div 1\,000 = & 10,07 \times 100 = \\
 0,2 \div 100 = & 10\,001,01 \times 100 = & 1\,000 \times 0,201 = & 2,05 \div 1\,000 =
 \end{array}$$

13. N

Compléter :

$$\begin{array}{lll}
 1,7 \times \dots = 170 & 65 \div \dots = 0,65 & \dots \div 1\,000 = 6,01 \\
 5 \div \dots = 0,05 & \dots \div 1\,000 = 0,051 & \dots \times 100 = 12 \\
 47,4 \div \dots = 4,74 & 4,52 \times \dots = 45,2 & 12,4 \times \dots = 12\,400 \\
 \dots \div 100 = 0,054 & \dots \times 0,004 = 40 & 5\,070 \div \dots = 0,0507
 \end{array}$$

14. N

Compléter :

$$\begin{array}{llll}
 100 \times \dots = 45 & \dots \div 10 = 9,8 & \dots \div 1\,000 = 0,05 & \dots \div 10 = 2,05 \\
 \dots \div 100 = 140 & \dots \times 10 = 0,08 & \dots \div 100 = 60 & \dots \times 1\,000 = 49 \\
 100 \times \dots = 5,8 & \dots \div 100 = 1,01 & 1\,000 \times \dots = 2 & \dots \div 100 = 0,07
 \end{array}$$

15. N

 Compléter avec le signe d'opération (+, -, $\times$ ou $\div$) qui convient :

$$\begin{array}{lll}
 45 \dots 100 = 0,45 & 83,4 \dots 10 = 8,34 & 40 \dots 1\,000 = 0,04 \\
 10 \dots 0,9 = 9,1 & 3,15 \dots 10 = 31,5 & 10 \dots 0,4 = 4 \\
 6,4 \dots 100 = 106,4 & 10,57 \dots 10 = 1,057 & 98 \dots 1\,000 = 0,098 \\
 1\,000 \dots 0,05 = 50 & 0,058 \dots 100 = 5,8 & 5,12 \dots 10 = 51,2
 \end{array}$$

16. N

Compléter les égalités ci-dessous pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{ll}
 365 = 3,65 \times \dots & 17 = 0,17 \times \dots \\
 26,3 = 263 \div \dots & 1\,025 = 1,025 \times \dots \\
 15,2 = 152 \div \dots & 0,173 = 17,3 \div \dots \\
 0,025 = 0,25 \div \dots & 0,36 = 36 \div \dots
 \end{array}$$

17. N

Compléter les égalités ci-dessous pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{ll}
 27,3 = 10 \times \dots & 27,3 = \dots \div 100 \\
 1,84 = 100 \times \dots & 20 = 1000 \times \dots \\
 0,184 = \dots \div 100 & 0,013 = \dots \div 1\,000 \\
 670 = 1000 \times \dots & 5,32 = 1\,000 \times \dots
 \end{array}$$

18. N

Compléter les égalités ci-dessous avec l'opération et le nombre adéquat pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{ll}
 2,87 = 0,287 \dots & 20 = 0,02 \dots \\
 27,3 = \dots \dots 10 & 27,3 = 2\,730 \dots \\
 0,184 = \dots \dots 100 & 0,013 = 1,3 \dots \\
 670 = \dots \dots 1\,000 & 5,32 = \dots \dots 1\,000
 \end{array}$$

19. N

Par combien faut-il multiplier les nombres suivants pour que le produit soit compris entre 1 et 10 ?

$$\begin{array}{llll}
 0,235 & \frac{14}{100} & 0,005\,6 & 0,000\,5 \\
 \frac{4}{100} & 0,099 & \frac{15}{1000} & 0,000\,004\,6 & \frac{581}{10000}
 \end{array}$$

exercice 12

Multiplications et divisions mélangées par 10, 100 et 1000.

exercice 13

Choix de la puissance de 10 adéquate (multiplications et divisions).

exercice 14

Choix du nombre adéquat, la puissance de 10 étant fixée.

exercice 15

Choix de l'opération, qui n'est pas forcément une multiplication ou une division.

exercice 16

Identique au 14, le résultat étant écrit en premier.

exercice 17

Exercice identique au 15, le résultat étant écrit en premier.

exercice 18

Il présente une difficulté supplémentaire par rapport aux exercices précédents, l'opération étant à trouver. A ce stade de l'année, une seule réponse est possible, les élèves ne connaissant en principe pas les multiplications et divisions par les puissances de 10 d'exposant négatif.

exercices 19 et 20

La difficulté supplémentaire consiste à trouver la réponse, qui n'est proposée que par un encadrement. Cet exercice peut préparer les problèmes d'écriture scientifiques en classe de quatrième. Le nombre décimal à obtenir n'est pas évident pour une frange non négligeable d'élèves.

20. N

Par combien faut-il diviser les nombres suivants pour que le quotient soit compris entre 1 et 10 ?

4 789 45 871,56 1 100 84,642 47 258,1 6 000 10,967 220 000

21.

Compléter :

$$\begin{aligned}
 3,52 \times \dots &= 352 \text{ centièmes} \times \dots = 3520 \text{ centièmes} = \dots \text{unités} \\
 3,52 \times 100 &= \dots \text{centièmes} \times 100 = \dots \text{centièmes} = \dots \text{unités} \\
 3,52 \times 1000 &= \dots \text{centièmes} \times 1000 = \dots \text{centièmes} = \dots \text{unités} \\
 3,52 \times 10000 &= \dots \text{centièmes} \times 10000 = \dots \text{centièmes} = \dots \text{unités}
 \end{aligned}$$

En déduire $4,6 \times 10$, $4,6 \times 100$, $4,6 \times 1000$

22.

Compléter en utilisant le tableau des unités :

$$\begin{aligned}
 135,2 \div \dots &= 1352 \text{ dixièmes} \div \dots = 1352 \text{ centièmes} = \dots \text{unités} \\
 135,2 \div 100 &= 1352 \dots \div 100 = 1352 \dots = \dots \text{unités} \\
 135,2 \div 1000 &= 1352 \dots 1000 = 1352 \dots = \dots \text{unités} \\
 135,2 \div 10000 &= 1352 \dots \div 10000 = 1352 \dots = \dots \text{unités}
 \end{aligned}$$

En déduire $4,6 \div 10$, $4,6 \div 100$, $4,6 \div 1000$

exercices 21 et 22

Ils utilisent la langue naturelle pour effectuer des multiplications ou des divisions par 10, 100 ou 1000.

La méthode est suggérée dans la première partie, et on demande de façon implicite à l'élève de traiter un autre exemple à la fin de chaque exercice

REPERAGE DES DECIMAUX

Les exercices de cette rubrique sont très formateurs pour les élèves, et passer du temps à leur résolution en vaut la peine. La banque d'exercices proposée dans cette partie est suffisante pour proposer des exercices au groupe classe et des exercices à faire en soutien, à tous les niveaux de difficulté. Ils aident également à la lecture de graphique utilisant des échelles données. Une préparation utile à la réussite de ces exercices consiste à donner les exercices suivants, par exemple en calcul mental :

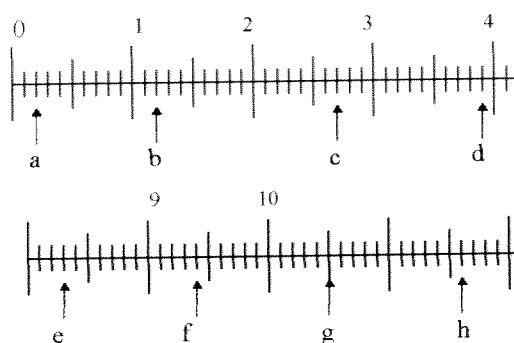
- compter de 0,3 en 0,3 à partir du nombre 1,5
- compter en décroissant de 0, en 0,1 à partir de 10,3 ou de 5,2.
- compter en décroissant de 0,01 en 0,01 à partir de 5,04

L'expérimentation donnera des idées aux professeurs pour les exercices appropriés !

Une consigne utile à donner pour la réussite de ces exercices est de commencer à compléter les graduations principales, voire les graduations secondaires. Les exercices proposés ci-dessus prennent alors tout leur sens quand on observe les réponses des élèves...

23. Gr → N

Ecrire la valeur du nombre décimal qui est repéré sous chaque flèche :



repérage d'un nombre décimal sur une droite graduée

lecture de l'abscisse d'un point

exercice 23

L'échelle est dans un premier temps explicite.

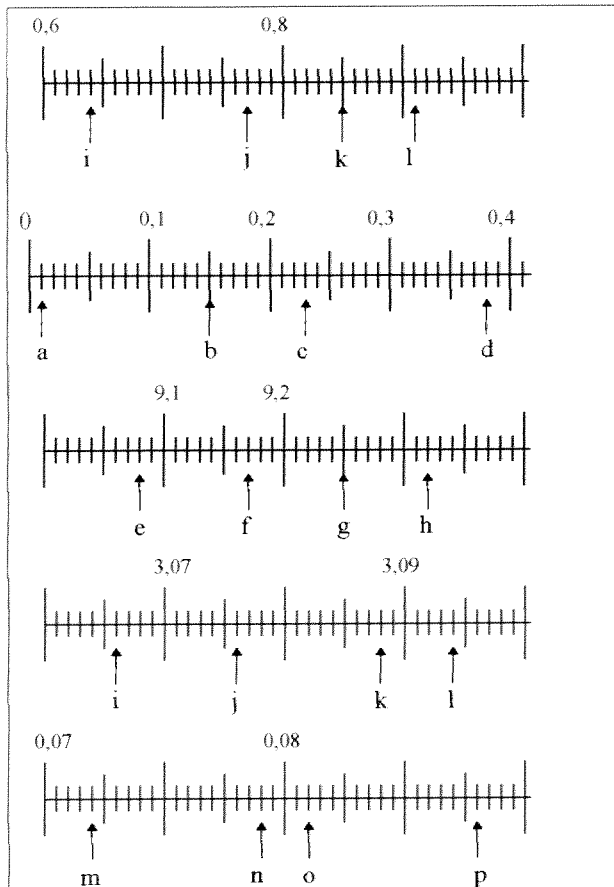
Ces exercices sont bien réussis par les élèves.

Les lettres représentent des nombres et permettent une éventuelle correction rapide par oral. Cette utilisation fait partie de l'initiation au calcul littéral.

Les deux premières graduations ne font appel qu'au dixième d'unité et sont réussies par la très grande majorité des élèves.

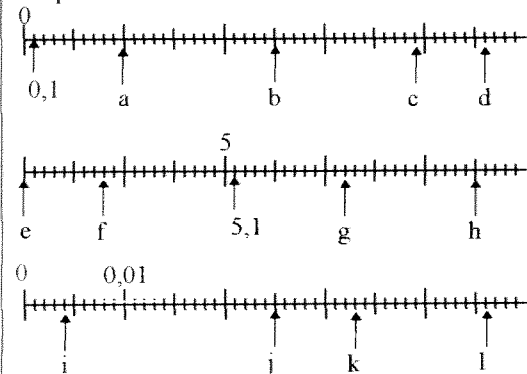
Les autres graduations font intervenir les centièmes ou les millièmes d'unité.

Il est facile de créer une batterie d'exercices en vue de leur utilisation en remédiation.



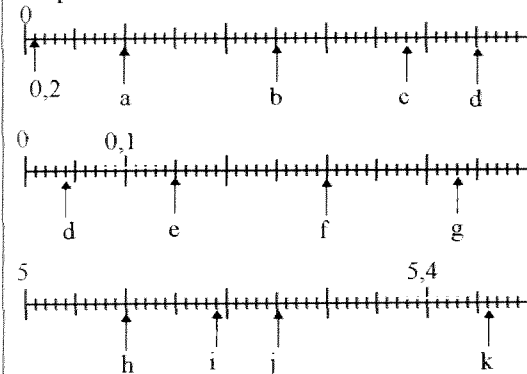
24. Gr → N

Ecrire la valeur du nombre décimal qui est repéré sous chaque flèche :



25. Gr → N

Ecrire la valeur du nombre décimal qui est repéré sous chaque flèche :

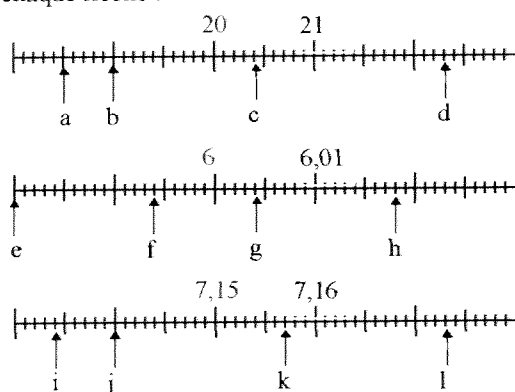


exercices 24, 25, 26 et 27 :

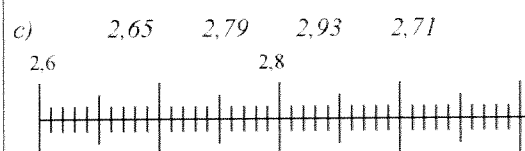
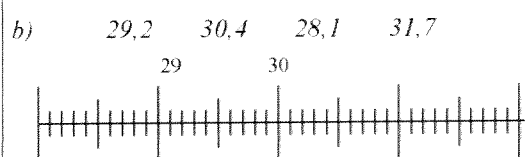
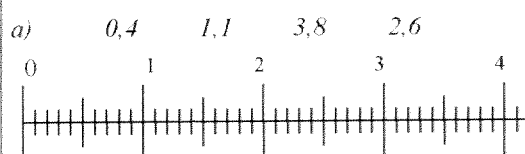
Les échelles choisies dans ces exercices sont moins faciles à manipuler.

26. $Gr \rightarrow N$

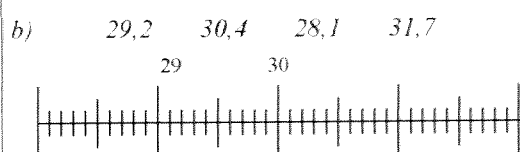
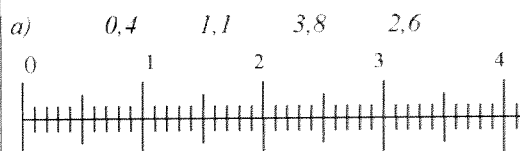
Ecrire la valeur du nombre décimal qui est repéré sous chaque flèche :


 27. $N \rightarrow Gr$

Placer les flèches correspondant aux nombres ci-dessous sur les graduations correspondantes, et écrire le nombre sous la flèche :


 28. $N \rightarrow Gr$

Placer les flèches correspondant aux nombres ci-dessous sur les graduations correspondantes, et écrire le nombre sous la flèche :



repérage d'un nombre décimal sur une droite graduée

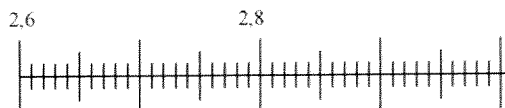
placer un point d'abscisse donnée.

exercices 27 et 28

Ces exercices sont le complément indispensable des exercices précédents. Les nombres étant donnés, leur placement sur une droite graduée est un exercice bien plus facile.

Le professeur peut éventuellement rajouter des nombres qui ne peuvent pas être placés sur les graduations, afin d'amener une réflexion plus approfondie chez ses élèves.

c) 2,65 2,79 2,93 2,71



EXERCICES TECHNIQUES

29. $Ns \rightarrow T \rightarrow Ns$

Effectuer en posant les opérations :

$$\begin{array}{ll} 18,2 + 36,5 & 29,3 - 9,42 \\ 87,5 - 36,1 & 7,072 + 36,777 \\ 8,83 + 66,52 & 20,801 - 7,444 \end{array}$$

30.

Additionner en ligne en regroupant astucieusement les termes :

$$\begin{array}{ll} 35,5 + 43,93 + 64,5 & 81,08 + 51,02 + 61,7 \\ 12,28 + 17 + 13,72 & 0,36 + 4,5 + 1,64 + 9,5 \end{array}$$

31. $Nf \rightarrow L \rightarrow Nf$

Effectuer en écrivant le résultat sous forme de fraction décimale :

$$\begin{array}{lll} \frac{7}{10} + \frac{5}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{100} & \frac{362}{1000} + \frac{7}{100} + \frac{5}{10} \\ \frac{4}{100} + \frac{7}{100} & \frac{51}{100} + \frac{9}{10} & \frac{9}{10} + \frac{1}{100} + \frac{2}{1000} \\ \frac{81}{1000} + \frac{933}{1000} & \frac{36}{100} + \frac{5}{10} & 1 + \frac{2}{10} \end{array}$$

32.

Effectuer et donner le résultat sous forme de fraction décimale :

$$\begin{array}{ll} \frac{7}{10} - \frac{4}{10} & 9 - \frac{1}{10} \\ \frac{92}{100} - \frac{13}{100} & 8 - \frac{3}{100} \\ \frac{123}{1000} - \frac{119}{1000} & 14 - \frac{51}{1000} \\ \frac{9}{10} - \frac{1}{100} & \frac{4}{10} - \frac{2}{1000} \\ \frac{7}{10} - \frac{21}{100} & \frac{5}{100} - \frac{31}{1000} \\ \frac{9}{10} - \frac{36}{100} & \frac{9}{10} - \frac{861}{1000} \end{array}$$

33. $Nd \rightarrow L \rightarrow Nd$

Effectuer en ligne :

$$\begin{array}{ll} 1,5 + 0,8 & 0,85 + 0,28 \\ 0,6 + 0,15 & 0,98 + 0,07 \\ 0,7 + 0,6 & 0,5 + 0,07 \end{array}$$

exercice 29

Il permet de s'assurer que les élèves connaissent les algorithmes d'addition et de soustraction, en particulier le fonctionnement des retenues. Les réactions des élèves sont très variées et imprévisibles sur ce plan.

exercice 30

Un calcul à effectuer doit s'observer avant de le commencer : un regroupement intéressant permet de simplifier énormément les calculs

exercices 31 et 32

Ils utilisent l'écriture fractionnaire des nombres, mais ils ne doivent en aucun cas être traités en parlant de réduction au même dénominateur. C'est la langue naturelle qui doit être utilisée ici.

Par exemple : « 7 dixièmes plus 5 dixièmes est égal à 12 dixièmes » ne pose aucun problème.

« 1 dixième plus 1 centième ne peut pas être effectué car on n'utilise pas la même (sous) unité. On convertit 1 dixième en centièmes, et on effectue donc 10 centièmes plus 1 centième... ».

Ce passage par la langue naturelle pourra être fructueusement réinvesti en classe de 5^{ème} pour l'addition des fractions : il n'est pas possible d'additionner des tiers et des sixièmes, car on n'a pas utilisé la même unité de partage. Il faut d'abord convertir les tiers en sixièmes...

exercices 33 et 34

Leur objectif est de travailler mentalement les additions en utilisant la langue française.

Par exemple, un nombre important d'élèves donne comme résultat 1,13 au calcul $1,5 + 0,8$ (séparation du traitement de la partie entière et de la partie décimale).

Si on traite l'exercice en utilisant la langue naturelle, les élèves prennent conscience de cette erreur, et la corrigent de façon durable : 15 dixièmes

34. Nd → L → Nd Calculer mentalement les résultats des opérations suivantes : <table> <tr> <td>4,8 – 0,6</td> <td>0,64 – 0,27</td> </tr> <tr> <td>0,8 – 0,07</td> <td>2,3 – 1,7</td> </tr> <tr> <td>1,2 – 0,7</td> <td>4,1 – 0,24</td> </tr> </table>	4,8 – 0,6	0,64 – 0,27	0,8 – 0,07	2,3 – 1,7	1,2 – 0,7	4,1 – 0,24	plus 8 dixièmes égale 23 dixièmes. Le fait de raisonner en dixièmes ou centièmes ne pose pas de problème, et l'addition se fait de façon très naturelle. Cette pratique est à entretenir sur plusieurs séances de calcul mental.
4,8 – 0,6	0,64 – 0,27						
0,8 – 0,07	2,3 – 1,7						
1,2 – 0,7	4,1 – 0,24						

CONVERSIONS

exercices 34 à 37 : **Ns → T → NS**

35. Unités de longueur :

Convertir dans l'unité demandée :

4,5 cm = ... dm	0,43 m = ... dam	21 hm = ... cm
0,004 dm = ... mm	2,14 km = ... m	62 000 cm = ... km
0,08 hm = ... dm	120,2 cm = ... m	0,000 2 km = ... m

36. Unités de capacité :

Convertir dans l'unité demandée :

6,58 hL = ... dL	82 L = ... hL	0,845 hL = ... cL
	0,051 daL = ... L	
45 mL = ... L	0,45 L = ... hL	75 000 mL = ... daL
	0,009 dag = ... dL	
20,4 L = ... cL	84,6 dL = ... mL	7,05 cL = ... dL
	5 000 mL = ... hL	

37.

Compléter avec l'unité qui convient :

75 m = 7500 ...	63,2 L = 0,632 ...	9500 m = 9,5 ...
1,4 hm = 140 ...	52,5 dL = 525 ...	45700 cm = 45,7 ...
450 m = 0,45 ...	8,454 hL = 845,4 ...	0,0325 hm = 32,5 ...

38.

Calculer la somme de 5,8 hL, de 850 L et de 50 000 dL en L.
Calculer la somme de 12,546 m, de 5 dam, de 98 dm et de 0,87 m en dm.
Calculer la somme de 6 375 g, de 78,5 dag et de 7 hg en kg.

39.

Compléter les phrases suivantes par “ multiplier ” ou “ diviser ” par 10, 100, 1 000, etc.
Pour convertir un nombre de mètres en kilomètres, on ... ce nombre par
Pour convertir un nombre de millimètres en mètres, on ... ce nombre par
Pour convertir un nombre de décamètres en kilomètres, on ... ce nombre par
Pour convertir un nombre de centimètres en décamètres, on ... ce nombre par
Pour convertir un nombre de mètres en millimètres, on ... ce nombre par

exercices 35 à 38
ce sont des exercices techniques de conversion d'unité. Ils sont à traiter un utilisant un tableau de conversion d'unités et en rappelant le principe des préfixes (déci, centi, déca, hecto, etc) pour les unités autres que les unités d'aire et de volume.

L'utilisation de la multiplication par les puissances de dix ne nous semble pas adaptée à ce niveau, même si elle peut être envisagée comme dans l'exercice 40.

exercice 37
Le choix de l'unité demande une autre lecture d'un tableau de conversion.

exercice 39
il propose de faire le lien entre les différentes unités et la multiplication ou la division par les puissances de 10.

COMPARAISON ET ARRONDIS DE DECIMAUX

40.

Comparer les nombres suivants (c'est-à-dire compléter par le signe $<$, $=$ ou $>$) :

$$\frac{45}{10} \dots \frac{451}{100}$$

$$\frac{51}{10} \dots 5$$

$$4,2 \dots \frac{419}{100}$$

$$9,65 \dots 0, \frac{9646}{1000}$$

$$\frac{81}{100} \dots \frac{8}{10}$$

$$60 \dots \frac{599}{10}$$

$$\frac{85}{10} \dots 8,499$$

$$\frac{478}{10} \dots \frac{4789}{100}$$

41.

Comparer les nombres suivants (c'est-à-dire compléter par le signe $<$, $=$ ou $>$) :

$$51,9 \dots 51,84$$

$$651,2 \dots 65,12$$

$$76,02 \dots 76,2$$

$$3,23 \dots 3,229$$

$$0,0042 \dots 0,04$$

$$54,78 \dots 54,7$$

$$77,05 \dots 77,005$$

$$19 \dots 0,19$$

$$61 \dots 62,504$$

$$45,05 \dots 450,5$$

$$40,5 \dots 40,50$$

$$8,018 \dots 8,1803$$

$$8\,574,2 \dots 999,998$$

$$1,001 \dots 1,0002$$

$$61,04 \dots 61,0400$$

$$46,000 \dots 46$$

42.

Comme on peut le constater, Pierre a fait des taches sur l'exercice ci-dessous qu'il devait résoudre.

Pierre peut-il malgré tout compléter certaines lignes? Si oui compléter avec le signe qui convient en expliquant, sinon donner deux exemples avec des signes différentes.

Compléter avec l'un des signes : $<$, $>$, $=$:

a) $1,75 \dots 6,84$

b) $19,1 \dots 19,042$

c) $5,941 \dots 15,95$

d) $6, \dots 6,295$

e) $9,007 \dots 9, \dots 8$

f) $0,7 \dots 0,73$

g) $0,17 \dots 0,1$

Les exercices de comparaison de nombres peuvent être traités de plusieurs manières différentes :

- en utilisant l'algorithme classique de comparaison, qui s'apparente à l'ordre alphabétique. on compare d'abord les parties entières, puis les dixièmes, les centièmes, etc.

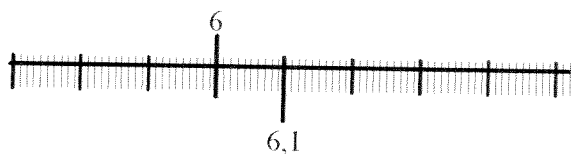
- en utilisant la langue naturelle si les partie entières sont égales : on convertit la partie décimale en utilisant la plus petite unité, et on compare le nombre de dixième ou de centièmes...

Par exemple, 51,9 est plus grand que 51,84, car 90 centièmes est plus grand que 84 centièmes.

- en utilisant le registre graphique, comme le proposent les exercices 44 et 45.

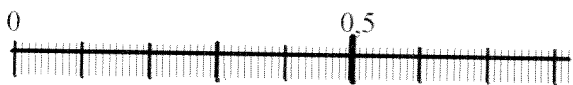
exercice 42

Il propose des situations dans lesquelles on ne peut pas conclure quant à la comparaison de deux nombres. Les élèves sont incités à formuler des hypothèses pour envisager différents cas.

43. $N \rightarrow Gr \rightarrow N$ 

Placer les nombres sur la graduation ci-dessus, puis les ranger dans l'ordre croissant :

7 - 6,3 - 6,08 - 6,15 - 5,9 - 5,74

44. $N \rightarrow Gr \rightarrow N$ 

Placer les nombres sur la graduation ci-dessus, puis les ranger dans l'ordre croissant :

0,15 - 0,7 - 0,02 - 0,37 - 0,4 - 0,69

exercices 43 et 44

ils demandent le classement d'une liste de nombres en passant par leur placement sur une graduation.

45. $N \rightarrow N$ Classer les nombres suivants dans l'ordre décroissant : 6,1478 6,8 6,09 6,15 6,1087 6,085 7,1 6,9458 5,9875 6,005 46. $N \rightarrow N$ Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant : 17,5 17,015 17,15 17,641 17,04 17,091 19,4 16,05 17,605	exercices 45 et 46 Ils sont à traiter après les exercices 43 et 44. Ils devraient être traités uniquement en restant dans le registre numérique, le passage par une graduation ne devant être fait qu'exceptionnellement.
47. Recopier et compléter avec 2 nombres décimaux qui conviennent : 14 < ... < ... < 15 2,5 < ... < ... < 3 6,9 < ... < ... < 7,01 3,6 < ... < ... < 3,7 9,34 < ... < ... < 9,4 7,08 < ... < ... < 7,09 9,99 < ... < ... < 10	exercice 47 C'est classique : il s'agit d'insérer des nombres décimaux entre deux nombres donnés. L'élève doit prendre l'initiative de choisir la sous-unité adéquate.

Les exercices 48 et 49 permettent de travailler l'arrondi des nombres décimaux. Le programme stipule que seul l'arrondi à l'unité est exigible, mais deux arguments plaident en faveur d'un élargissement de ce travail au dixième ou au centième près :

- le caractère formateur pour la compréhension de la structure des décimaux du travail sur les dixièmes et les centièmes.
- le fait que le programme du collège ne fait aucune allusion à ce type d'arrondis, alors qu'ils sont très utiles pour les calculs de valeurs approchées.

Le travail d'encadrement effectué dans l'activité 2 est réinvesti de façon utile dans ces exercices.

La ligne qui propose d'écrire les encadrements est fondamentale, car elle permet de visualiser les deux valeurs approchées possibles pour un nombre. Le choix se fera beaucoup plus facilement à ce moment, car l'expérience montre que la détermination des bornes de l'encadrement est l'obstacle majeur à la réussite des exercices d'arrondi.

Certains nombres peuvent poser un problème d'arrondi, comme par exemple l'arrondi à l'unité de 59,5. Le professeur pourra donner comme convention d'arrondir ce nombre à l'entier supérieur. Le choix d'arrondi ne doit pas être laissé libre, car il faut que l'arrondi d'un nombre soit déterminé de manière unique. Cette convention est celle qui est adoptée pour la conversion des euros.

48. $Ns \rightarrow Ns$

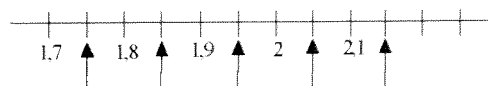
Compléter le tableau suivant :

nombre	17,3	18,621	142,01	48,499	147,5
encadrement par deux entiers consécutifs					
arrondi à l'unité					
encadrement par deux nombres décimaux avec un chiffre après la virgule à 0,1 près.					
arrondi au dixième					

49. $Ns \rightarrow Ns$

Compléter le tableau suivant :

nombre	0,006	1552,501	39,355	59,5	1,47
encadrement par deux entiers consécutifs					
arrondi à l'unité					
encadrement par deux nombres décimaux avec un chiffre après la virgule à 0,1 près					
arrondi au dixième					

50. $Ns \rightarrow G \rightarrow Ns$


Placer les nombres correspondant aux flèches.

Placer approximativement les nombres 1,96 1,733 1,999 2,1454 sur la graduation ci-dessus.

Pour chacun d'eux, indiquer le nombre ayant une décimale et lui étant le plus proche possible.

En déduire l'arrondi au dixième de chacun des nombres.

51.

a. Ecrire 3,56 en choisissant le centième pour unité. Faire de même avec 3,5 et 3,6.

b. 3,56 est-il plus proche de 3,5 ou de 3,6 ?

c. Quel est l'arrondi de 3,56 au dixième ?

52.

a. Ecrire 7,185 en choisissant le millième pour unité. Faire de même avec 7,1 et 7,2.

b. 7,185 est-il plus près de 7,1 ou de 7,2 ?

c. Quel est l'arrondi au dixième de 7,185 ?

53.

Utiliser une méthode semblable à celle des exercices 1 et 2 pour trouver un arrondi au dixième de 2,64, de 5,458 et de 6,78.

 54. $Ns \rightarrow Ns$

a) Arrondir les nombres suivants à l'unité :

17,3 18,62 142,01 48,499 147,5 0,006 1552,501 39,355 59,5

b) Arrondir les nombres ci-dessus au dixième.

 55. $Ns \rightarrow Ns$

a) Tronquer les nombres suivants à l'unité :

17,3 18,621 142,01 48,499 147,5 0,006 1552,501 39,355 59,5

b) Tronquer les nombres ci-dessus au dixième.

exercice 50

Il propose un support graphique pour résoudre les problèmes d'arrondi.

exercices 51, 52 et 53

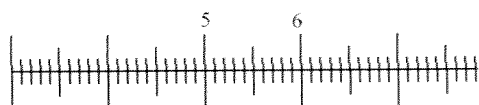
Ils proposent une conversion d'unité pour choisir des arrondis, en se référant aux entiers les proches.

exercice 54

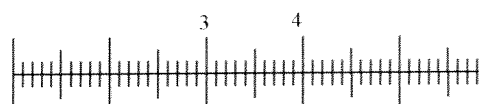
C'est l'aboutissement du travail précédent : les élèves devraient déterminer les valeurs d'arrondis possibles, puis effectuer le choix correct.

 56. $L \rightarrow G$

Reproduire la droite graduée ci-dessous et colorier en rouge la partie correspondant aux nombres supérieurs à 5,7 :


 57. $L \rightarrow G$

Reproduire la droite graduée ci-dessous et colorier en rouge la partie correspondant aux nombres supérieurs à 3,16 :


 58. $L \rightarrow G$

Reproduire la droite graduée ci-dessous et colorier en rouge la partie correspondant aux nombres compris entre 2,02 et 2,16 :



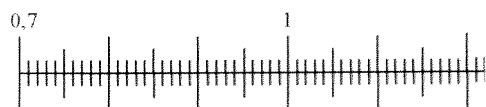
exercices 56, 57, 58 et 59

Ils sont préparatoires aux exercices 60, 61, 62 et 63.

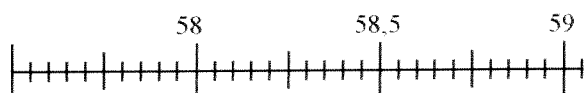
L'énoncé est donné dans la langue naturelle, et la réponse est donnée sous dans le registre graphique.

59. L → G

Reproduire la droite graduée ci-dessous et colorier en rouge la partie correspondant aux nombres compris entre 0,8 et 1,1 :

**60. L → G → L**

Pierre, Jean et Paul sont réunis. Pierre dit qu'il a dépensé plus de 58,40F et Jean dit qu'il a dépensé moins de 57,85F. Avec ces 2 informations, Paul peut-il connaître celui qui a fait la plus grande dépense ? Expliquer en coloriant la droite graduée ci-dessous avec les dépenses de chacun.

**61. L → G → L**

Pierre, Jean et Paul sont réunis. Pierre dit qu'il a dépensé plus de 37,50F et Jean dit qu'il a dépensé plus de 40,50F. Avec ces 2 informations, Paul peut-il connaître celui qui a fait la plus grande dépense ? Si oui, indiquer celui qui est le plus dépensier. Dans le cas contraire, donner deux exemples prouvant que Pierre ou Jean aurait pu faire la plus grande dépense.

62. L → G → L

Pierre, Jean et Paul sont réunis. Pierre dit qu'il a dépensé plus de 85,00F et Jean dit qu'il a dépensé moins de 92,50F. Avec ces 2 informations, Paul peut-il connaître celui qui a fait la plus grande dépense ? Si oui, indiquer celui qui est le plus dépensier. Dans le cas contraire, donner deux exemples prouvant que Pierre ou Jean aurait pu faire la plus grande dépense.

63. au millimètre près !

Un mur d'une pièce a pour longueur 3,949 m. Le long de ce mur, Monsieur Schmitt voudrait mettre côte à côte un buffet de longueur 1,436 m, une table de longueur 0,96 m et une armoire de longueur 1,551 m.

Son premier fils lui dit : " J'arrondis les longueurs des 3 meubles au décimètre. La somme des trois nombres ainsi obtenus est supérieure à 3,949. Il n'est donc pas possible de mettre les trois meubles côte à côte. "

Le second fils de M. Schmitt renchérit : " J'arrondis les longueurs des 3 meubles au centimètre. La somme de des trois nombres ainsi obtenus est supérieure à 3,949. En effet il n'est donc pas possible de mettre les trois meubles côte à côte. "

Ecrire et vérifier les calculs effectués par chaque fils. M. Schmitt doit-il tenir compte de l'avis de ses fils ?

exercices 60, 61, 62

Ils proposent des situations qui peuvent être résolues à l'aide d'un support graphique. Les réponses peuvent être affirmatives ou non. c'est l'occasion de travailler la notion d'exemple et de contre exemple.

exercice 63

Cet exercice, qui est à prendre avec du recul (la précision du millimètre pour ce genre de mesures est critiquable...), a pour objectif de faire prendre conscience des erreurs d'arrondis qui peuvent se produire.

PROBLEMES

Les problèmes sont donnés la plupart du temps en langue française, et demandent pour leur résolution des changements de registre (numérique, graphique) pour leur résolution. Le professeur devrait les proposer lors de la résolution pour montrer leur pertinence.

64.

Julien remplit un grand pot de 2 litres; il verse 1,5 litres de jus d'orange; 0,15l de sirop de citron; 0,3 litres de sirop de sucre; il s'apprête à rajouter 0,25 l d'eau gazeuse... arrête crie maman ! Que se passe-t-il ?

65. *De tête !*

- La porte de mon garage a une hauteur de 1,95 m. Mon auto a une hauteur de 1,43m. Sur le toit j'ai une boîte spéciale pour les skis de hauteur totale 0,5m. Puis je ranger mon auto en laissant les skis sur le toit ?
- J'ai acheté un livre à 7,90€, un cahier à 2,55€, une revue à 8,45€ et un bel agenda à 9,45€. On me demande 28,50€. C'est faux dis-je tout de suite. Pourquoi ? Quel est le vrai montant de mes achats ? Je donne 30€. Combien me rend on ?

66.

Compléter les tickets de caisse suivants :

art.1	7,95
art.2	9,10
art.3	18,00
art.3	14,55
total :	
reçu :	50,00
rendu :	

art.1	13,60
art.2	12,10
art.3	
art.3	3,85
total :	55,05
reçu :	100,00
rendu :	

art.1	10,70
art.2	
art.3	7,35
art.3	10,00
total :	
reçu :	50,00
rendu :	10,65

67. *Mon jardin*

Le périmètre de mon jardin est de 260 m. Je l'ai clôturé avec exactement 253,3 m de grillage. Le portillon du garage est large de 3,52 m. Quelle est la largeur du portillon d'entrée ?

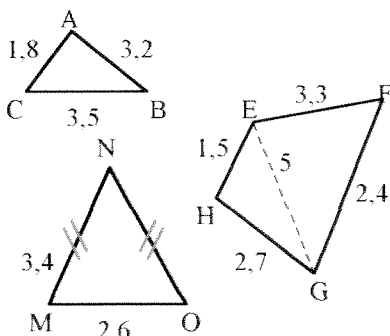
68. *De tête !*

- Papa avait 200 €. Elle a dépensé 61,40 €, puis 29 €, puis 34,70 €. Combien d'argent lui reste-t-il à 10 € près ?
- Quel est l'ordre de grandeur de la somme ci-dessous à 10 unités près ?
 $29,85 + 36,61 + 109,12 + 54 + 27,6 + 19,95 + 38,10$

69. *Gé → N*

Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

Calculer les périmètres des figures ci-dessous :



exercice 64

Problème additif de quantité de liquide qui peut rentrer dans un récipient de capacité donnée

exercice 65

Deux questions demandant un calcul mental rapide.

exercice 66

Trois tickets de caisse à compléter.

Cet exercice est important pour travailler des données numériques présentées sous forme de tableau.. Il est repris dans les autres chapitres, avec des difficultés supplémentaires (nombre d'articles variable). Son contexte fait partie de l'éducation à la citoyenneté.

exercice 67

Problème de périmètre et de longueur de clôture

exercices 68

Ordre de grandeur lors d'achats

exercice 69

Calculs de périmètres : l'énoncé est lu dans le cadre géométrique, on attend une réponse en langue française en passant dans le registre numérique. la première figure est élémentaire.

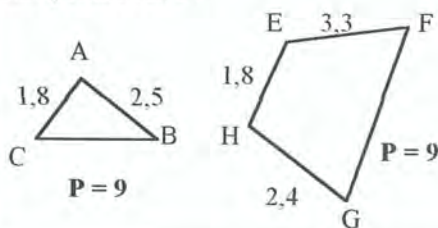
La deuxième figure contient une donnée inutile, que les élèves ont tendance à utiliser.

La troisième figure demande l'interprétation d'un codage.

70. $Gé \rightarrow N$

Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

Calculer la dimension manquante de chacune des figures ci-dessous, connaissant leurs périmètres, P:



exercice 70

Le périmètre étant donné, calculer une longueur manquante

GESTION DE DONNEES

Les exercices ci-dessous utilisent des « grands » nombres, afin de manipuler des grandeurs avec des multiplications ou des divisions par une puissance de dix. Ils ne sont pas faciles d'accès, et peuvent être traités avec des élèves qui ne sont pas en difficulté.

71. A vos postes (d'après INSEE)

 $T \rightarrow N$ et L

Année	1982	1995	1996
Nombre de téléviseurs recensés [en milliers] :			
Télévision noir et blanc	7 682	860	687
Télévision couleur	8 815	19 233	19 602
Montant de la redevance de la télévision [en francs]			
Télévision noir et blanc	280	430	449
Télévision couleur	424	670	700

On pourra résumer tous les résultats des calculs dans un tableau.

A l'aide des données du tableau ci-dessus pour chacune des années :

- 1) Calculer le montant théorique de la recette de la redevance pour chaque type de téléviseur.
- 2) Comparer ces valeurs aux montants effectivement perçus, et expliquer la différence.
- 3) Exprimer le résultat en milliers de francs, puis en millions de francs en arrondissant à 0,1 millions près.

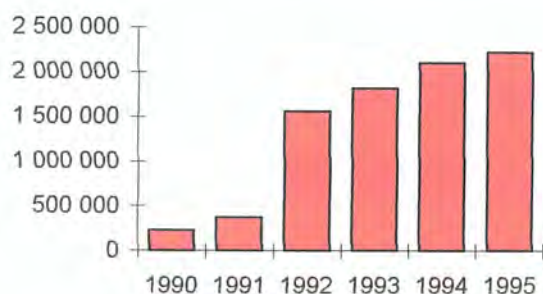
72. A vos jeux ! (d'après INSEE)

 $T \rightarrow G$

Chiffres d'affaires des produits de " La Française des jeux " pour les jeux instantanés.

Source : La Française des Jeux.

	Unités	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Nombre de tickets placés	Millier	226 877	369 715	1 562 197	1 820 270	2 108 859	2 226 410
Montant des placements	Million de F	1 611	3 107	13 655	16 585	17 038	18 609



Sur le diagramme à bandes ci-dessus on a représenté le nombre de tickets placés suivant l'année.

- 1) Sur une feuille de papier millimétré, prendre comme échelle verticale 1 cm pour 100 000 tickets placés. Prendre comme largeur de bande verticale 1 cm. Séparer les bandes par des espaces de 2 cm. Construire ce graphique en relisant les nombres du tableau.

- 2) Sur le même graphique, prendre comme échelle verticale 1 cm pour 1 Milliard de francs de placés. Représenter le montant des placements par des bandes verticales collées aux précédentes.

CHAPITRE 04 : DIVISER UN ENTIER PAR UN ENTIER

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Donner un sens à la division de deux entiers : division avec quotient entier et quotient décimal
- Interprétation du quotient, du reste entier
- Lien entre multiplication et division associées, en particulier pour trouver ou vérifier le quotient d'une division.
- Travailler les conversions de durées.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- vocabulaire : multiple de..., divisible par...
- vocabulaire associé à la division euclidienne : dividende, diviseur, quotient, reste.
- lien entre les quatre nombres ci-dessus.
- propriété du reste, toujours inférieur au diviseur.
- notion d'encadrement.
- critères de divisibilité.

ACTIVITE 1 Diviser sans poser de divisions

- 1) Ecrire les 20 premiers multiples de 32.
 - 2) En déduire, sans poser d'opérations, les résultats des opérations suivantes, et justifier. Comment nomme-t-on le résultat de chaque division ?
 $256 \div 32$ $448 \div 32$ $608 \div 32$
 - 3) A l'aide des résultats de la question 1), sans poser de division, trouver le quotient et le reste des divisions euclidiennes suivantes en justifiant :
 dividende : 482 et diviseur 32 dividende : 574 et diviseur 32
 - 4) Pour la division euclidienne de 16 895 par 32, sans effectuer de division, indiquer si les quotients proposés sont trop grands ou trop petits en expliquant:
 1 000 100 400 500 600 700
- Donner alors un ordre de grandeur du quotient euclidien de 16 895 par 32.
- 5) A l'aide de la calculatrice sans se servir de la touche de division, trouver les deux nombres entiers successifs parmi ceux qui sont proposés et qui sont juste plus petits et plus grands que le quotient de la division euclidienne de 16 895 par 32 :
 510 520 530 540 550 560 570
 - 6) A l'aide de la calculatrice sans se servir de la touche de division, trouver le quotient entier, puis le reste de la division de 16 895 par 32.
-

Commentaires sur l'activité 1

Durée : environ une heure, avec un travail éventuel à la maison.

Objectifs :

- Préciser le lien entre multiplication et division : trouver le quotient d'une division est le même problème que trouver un facteur manquant dans une multiplication.
- Préciser le vocabulaire de la division euclidienne : quotient, reste, dividende, diviseur.
- Introduire ou utiliser la notion d'encadrement d'un nombre.
- Découvrir (?) et utiliser une méthode fort utile en mathématiques : la méthode par essai-erreur. Il s'agit aussi de faire comprendre à l'élève la stratégie d'optimisation qui est sous jacente pour se rapprocher de la solution.

Pour exploiter pleinement cette activité, il est indispensable de bien suivre ses consignes et de lire les commentaires ci-dessous. On pourra remarquer qu'aucune division n'a été posée dans cette activité. Suivant le niveau de la classe et le temps disponible, on pourra faire le lien entre l'algorithme de la division posée et cette activité : on cherche d'abord le nombre de centaines, puis de dizaines, etc.

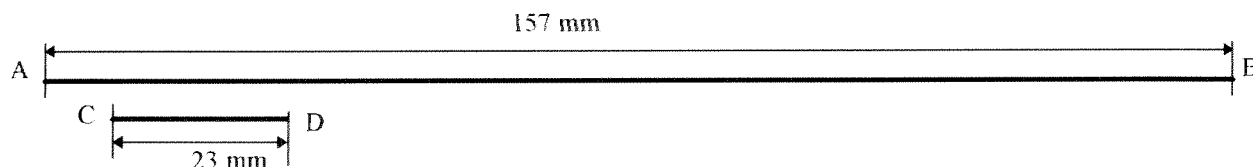
Toute l'activité se place dans le cadre numérique.

Le début de l'activité se fait sans calculatrice !

- 1) Les multiples de 32 s'écrivent facilement sans poser de multiplication ; on rappellera utilement aux élèves qu'il suffit d'ajouter 32 à chaque fois. Si le professeur veut gagner du temps ceci peut bien sûr être préparé à la maison, mais ce serait dommage.
- 2) Il s'agit de lire la table construite dans la question précédente. La notion de quotient est réintroduite, et le professeur est invité à reformuler chaque division en faisant référence à la multiplication : pour trouver $256 \div 32$, on se pose la question : « en 256, combien y a-t-il de fois 32 ? »
- 3) La lecture de la table des multiples de 32 fournit un encadrement des dividendes. On remarquera judicieusement qu'en 482, il y a 15 fois 32 avec un reste, mais qu'il n'y a pas 16 fois 32. Le reste entier se trouve alors à la main (on peut aussi tracer un graphique comme dans l'activité 2).
- 4) Toujours sans calculatrice, l'élève est invité à procéder par essai erreur pour trouver un encadrement du quotient à la centaine d'unités près.
- 5) La calculatrice est utilisée uniquement pour éviter de fastidieuses multiplications (bien que des multiplications à deux chiffres pourraient être demandées : au professeur de choisir). On trouve alors un encadrement à la dizaine près du quotient.
- 6) Enfin, l'élève est invité à trouver le quotient entier par essais-erreurs.

Un autre exercice de recherche de quotient par la même méthode peut aussitôt être proposé pour asseoir la méthode.

ACTIVITE 2 Avec le compas



- 1) Tracer 2 segments [AB] et [CD] ayant les mêmes longueurs que les segments ci-dessus.
- 2) Reporter 4 fois la longueur du segment [CD] sur le segment [AB] à partir du point A. Calculer la longueur du segment obtenu. Vérifier sur le dessin.
- 3) A l'aide d'un compas, compter le nombre maximum de fois que la longueur CD est contenue dans la longueur AB. Vérifier par le calcul.
- 4) Sur le segment [AB] reporter 6 fois la longueur du segment [CD] à partir du point A. On obtient ainsi le segment [AM]. Calculer AM et vérifier sur le dessin.
- 5) Calculer la longueur BM.
- 6) En se servant des résultats précédents, sans faire aucun calcul, compléter la division :

$$\begin{array}{r} 1 \ 5 \ 7 \ 2 \ 3 \\ \hline \dots \end{array}$$

- 7) Tracer un segment [EF] dont la longueur est le double de AB. Combien de fois la longueur CD est-elle contenue dans la longueur EF ? Vérifier à l'aide d'un compas. Quelles remarques peut-on faire ?

Compléter la division suivante sans faire de nouveaux calculs :

$$\begin{array}{r} 3 \ 1 \ 4 \ 2 \ 3 \\ \hline \dots \end{array}$$

Commentaires sur l'activité 2

Durée : environ une heure.

Objectifs :

- Donner un sens graphique à la division euclidienne.
- Faire le lien entre les 4 quantités de la division euclidienne et le graphique.
- Observer que le reste doit toujours être inférieur au diviseur.

Cette activité propose des changements de registre constants entre le graphique, la langue naturelle et le registre numérique (opérations et convention d'écriture de la division). Les démarches des élèves sont variées, et le professeur fera observer l'interprétation des nombres utilisés dans chacun des registres. Dans la suite de ce chapitre, il pourra souvent faire référence à l'interprétation graphique qui est proposée dans cette activité.

- 1) à 3) : on réinvestit le report des longueurs avec un compas. Bien sûr, des erreurs se produiront, qui rendront les élèves attentifs à la précision de leurs tracés. L'expérience montre qu'une grande partie des élèves obtient de bonnes valeurs expérimentales.
- 4) et 5) : on fait établir le lien entre le quotient et le reste de la division et le graphique.
- 6) On fait le lien entre la convention d'écriture de la division posée et les résultats précédents.
- 7) Le segment [EF] se trace sur une diagonale de page, ce qui pose problème à de nombreux élèves ! La perche est tendue pour que les élèves doublent le quotient et le reste, et constatent leur erreur.

ACTIVITE 3 Quel nombre cherche-t-on ?

Résoudre les problèmes suivants :

- 1) Georges range sa collection de livres de poche tous identiques dans ses étagères. Il remplit sa bibliothèque avec 158 livres en mettant 15 livres par étagère. Combien d'étagères sa bibliothèque contient-elle ?
- 2) Anaïs range sa collection de 144 revues dans les étagères de son armoire. Elle remplit chaque étagère avec 34 revues, sauf la dernière où il reste de la place. Combien de revues pourra-t-elle encore rajouter pour remplir son armoire ?
- 3) La maman de Didier coupe le gâteau de Noël en parts égales à l'aide d'un instrument qui permet d'obtenir des tranches qui ont toutes la même épaisseur, afin de ne pas faire de jaloux. Sachant que cette bûche de Noël mesure 207mm de long et que l'épaisseur d'une tranche est de 18mm, combien de tranches d'égale épaisseur pourra-t-elle couper ?
- 4) La maîtresse distribue les 40 petits gâteaux dont elle dispose de façon équitable entre les 6 enfants qui sont présents. Elle gardera pour elle les gâteaux qu'elle ne peut pas distribuer sans léser un des enfants. Combien de gâteaux pourra-t-elle manger ?
- 1) La grand mère a donné 350 € pour ses huit petits enfants. Combien recevra chacun si elle partage équitablement cette somme ?

Commentaires sur l'activité 3

Durée : environ une heure sans calculatrice.

Objectifs :

- Résoudre des problèmes faisant intervenir une division.
- Choisir le type de division adéquat : avec quotient entier ou décimal
- Le cas échéant, donner la bonne réponse en interprétant la division : quotient entier, quotient entier augmenté de 1, reste, complément du reste au diviseur.

Les élèves commettent beaucoup d'erreurs dans cette activité. Un travail approfondi peut être entrepris en classe et/ou en groupe de remédiation, pour donner pleinement un sens aux différents

nombre qui interviennent. Le professeur peut demander une consigne supplémentaire : « indiquer ce que signifie le quotient, le reste entier, la différence entre le diviseur et le reste dans chacun des problèmes ».

TROUVER L'ERREUR!

1. La solution proposée à l'exercice ci-dessous comporte une erreur. Énoncé : Calculer le quotient et le reste de la division de 1721 par 35. Écrire alors l'égalité qui lie le dividende, le diviseur, le quotient et le reste. Solution : $\begin{array}{r} 1721 : 35 = 48 \text{ R } 41 \\ \begin{array}{r} 35 \overline{) 1721} \\ \underline{140} \\ 321 \\ \underline{315} \\ 66 \\ \underline{63} \\ 31 \end{array} \end{array}$ Le quotient est 48 et le reste est 41. Vérification : l'égalité $1721 = (48 \times 35) + 41$ est juste a) Sans faire aucun calcul, expliquer pourquoi on est sûr que la réponse proposée est fausse. b) Corriger l'exercice sans refaire la division	Il s'agit ici d'effectuer une lecture de tableau (la division est posée) avec sa règle de fonctionnement. Pour la question b), une bonne compréhension du quotient et du reste permet de résoudre facilement le problème.
--	---

SENS DES OPERATIONS

2. Résoudre les cinq problèmes suivants, en écrivant soigneusement l'opération que tu fais pour trouver la solution : - Morgane achète un beau livre à 18 €. Combien la caissière va-t-elle lui rendre de monnaie si elle paye avec un billet de 50 € ? - Tante Caroline a donné un billet de 100 € à répartir équitablement entre les cinq enfants de sa sœur. De quelle somme disposera chaque enfant ? - Lucien va dans un magasin de disques pour acheter le dernier compact CD de son groupe préféré, qui coûte 23,25 €. A la caisse, il voit une promotion pour un CD deux titres à 4,60 € qui le tente. Sachant qu'il va acheter les deux disques, combien va-t-il dépenser ? - Les professeurs de mathématiques des classes de 6ème du collège décident de faire une sortie avec cent élèves. Le prix de la sortie est de 7 € pour chaque élève. Quelle est la somme totale que leur donneront les élèves ? - Quatre camarades ont acheté de la nourriture et des boissons pour un montant total de 12,80 €. Combien devra donner chacun s'ils cotisent de façon équitable ? 3. Compléter les égalités ci-dessous pour qu'elles soient exactes. a) $9 \times \dots = 315$ b) $208 = \dots \times 8$ $\dots \times 12 = 168$ $182 = 26 \times \dots$ $\dots \div 23 = 16$ $67 = \dots \div 17$	exercice 2 Les problèmes sont très simples à résoudre et font intervenir les quatre opérations. Un quotient entier avec reste nul et un quotient décimal en font partie. exercice3 : L'exercice se place dans le registre numérique symbolique Il s'agit de faire fonctionner le lien entre multiplication et division.
---	--

DIVISIONS

4. (IREM de Strasbourg)

×			4			
9			36			
5			20			35
		56		63		
	48				16	56
			16			
6		48				

5. (IREM de Strasbourg)

×					8		
		8					20
					16		
			15			20	
			9				
7	49			7			
		18			72		
						24	

6. (IREM de Strasbourg)

×						
	21				27	24
				0		
			36			
		35				
	42		24		54	
		5				
	35			10		
						64

Les exercices 4, 5 et 6 se placent dans le registre des tableaux. Il s'agit de savoir lire, puis compléter un tableau dont on a expliqué le principe de fonctionnement (carré latin).

Ces exercices permettent de réviser les tables de multiplication, de résoudre des problèmes de multiplication à trous.

Les exercices sont de difficulté croissante. Le 4 ne devrait pas poser de problèmes, les deux autres font appel à un peu plus de raisonnement : il faut trouver des multiples d'une même table pour résoudre le problème.

Notons qu'un nombre important d'élèves ne sait pas poser le problème qu'il faut résoudre lorsqu'il s'agit de trouver un nombre de la première ligne ou de la première colonne.

7.

Calculer sans calculatrice et sans poser d'opération. Vérifier chaque résultat avec une multiplication :

- | | | |
|------------------|---------------|-----------------|
| a) $60 \div 4$ | $80 \div 20$ | $180 \div 5$ |
| b) $170 \div 2$ | $48 \div 4$ | $48 \div 4$ |
| c) $480 \div 40$ | $60 \div 15$ | $90 \div 15$ |
| d) $4000 \div 5$ | $400 \div 5$ | $400 \div 50$ |
| e) $70 \div 2$ | $700 \div 20$ | $7000 \div 200$ |
| f) $150 \div 30$ | $800 \div 20$ | $2000 \div 40$ |

8.

Calculer sans calculatrice et sans poser d'opération. Vérifier chaque résultat avec une multiplication :

- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| a) $100 \div 4$ | $200 \div 4$ | $300 \div 4$ |
| b) $20 \div 4$ | $2\,000 \div 40$ | $2\,000 \div 400$ |
| c) $26 \div 13$ | $560 \div 8$ | $91 \div 13$ |
| d) $810 \div 90$ | $840 \div 12$ | $960 \div 120$ |

exercices 7 et 8 :

Les divisions proposées ne posent pas de problème en calcul mental. Elle sont un entraînement utile.

La validité du quotient trouvé se vérifie grâce à la multiplication associée. Ce point est très important pour une autovérification des élèves.

e) $52 \div 13$	$65 \div 5$	$515 \div 5$
f) $84 \div 6$	$850 \div 17$	$63\,000 \div 70$

9.

Compléter les divisions suivantes pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{r|l} 17 & \\ 3 & 8 \end{array}$$

.	1	2
.	1	4
2		

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 0 & . \\ & . & . & 1 \ 5 \\ & & 5 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|cc} 1 & 3 & 4 & . & . \\ & . & . & 1 & 1 \\ & & 2 & & \end{array}$$

10. $L \rightarrow N$

- Encadrer 29 par 2 multiples consécutifs de 4.
- Encadrer 63 par 2 multiples consécutifs de 4.
- Encadrer 45 par 2 multiples consécutifs de 7.
- Encadrer 134 par 2 multiples consécutifs de 7.
- Encadrer 36 par 2 multiples consécutifs de 8.
- Encadrer 195 par 2 multiples consécutifs de 8.

11.

Trouver 2 entiers consécutifs de telle sorte que :

- a) $\dots \times 4 < 45 < \dots \times 4$
b) $7 \times \dots < 104 < 7 \times \dots$
c) $8 \times \dots < 95 < \dots \times 8$

12. $N \rightarrow L$

- a) Sans poser de division et sachant que

$$4 \times 9 < 38 < 4 \times 10$$

trouver le quotient entier de 38 par 4, puis calculer le reste.

- b) Sans poser de division et sachant que :

$$17 \times 12 < 217 < 17 \times 13 \text{ ,}$$

trouver le quotient entier de 217 par 17, puis calculer le reste.

- c) Sans poser de division et sachant que :

$$24 \times 7 < 170 < 25 \times 7$$

trouver le quotient entier de 170 par 7, puis calculer le reste.

13.

Calculus :

- 3 h - 24 min
- 3 h 25 min + 2 h 54 min
- 3 h 24 min + 5 h 45 min
- 3 h 25 min - 1 h 54 min
- 5 h 14 min + 2 h 75 min
- 8 h 24 min - 2 h 54 min
- 5 h 55 min + 5 h 55 min
- 6 h 14 min - 3 h 59 min

14.

Calculus :

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| a) 3 min - 44 s | 3 min - 43 s |
| b) 2 min 44 s + 3 min 46 s | 3 min 43 s - 1 min 59 s |
| c) 3 min 14 s + 4 min 53 s | 8 min 14 s - 4 min 34 s |
| d) 3 min 33 s + 3 min 53 s | 6 min 14 s - 3 min 39 s |

exercice 9 :

Il se situe dans le registre des tableaux. Il s'agit d'interpréter et de comprendre la signification de chacun des nombres, puis d'effectuer les opérations adéquates.

exercice10

L'énoncé est donné en langue naturelle, la réponse est donnée dans le registre numérique symbolique.

exercice 11

La correction devrait insister sur l'usage de la langue naturelle. On retrouve alors l'exercice 10.

exercice 12

L'énoncé est posé dans le registre numérique et demande la réponse dans la langue naturelle après interprétation des encadrements proposés.

exercices 13 et 14 :

Ils pourraient être traités dans un autre chapitre car ils ne demandent pas la notion de division.

Ils permettent de travailler le principe de mesure des durées.

15. Ecrire en minutes les durées suivantes : a. 16 heures un jour un an b. une semaine 18 heures 14 heures c. 3 h 15 min 17 h 03 min 13 h 40 min d. 5 h 12 min 15 h 30 min 12 h 34 min 16. Ecrire en heures et minutes les durées suivantes : a) 120 min 4800 min 300 min b) 245 min 840 min 1 080 min c) 658 min 755 min 855 min 17. Ecrire en secondes les durées suivantes : a) 23 min 15 s 2 h 20 min 3 h 15 min 14 s b) 6 h 32 s 25 min 12 s 39 min 24 s 18. Ecrire en heures, minutes et secondes les durées suivantes : a) 360 s 380 s 4 250 s b) 427 s 1 247 s 10 345 s c) 7 324 s 543 s 8 524 s d) 3 854 s 745 s 7345 s e) 945 s 95 s 8 560 s 12 000 s 150 000s 1 000 000	exercice 15 Les réponses s'obtiennent en effectuant des multiplications. exercice 16 On utilise le principe de la division euclidienne exercice 17 On effectue des multiplications exercice 18 On effectue des divisions euclidiennes
---	---

PROBLEMES

Une première difficulté de la résolution de problèmes pour les élèves consiste à choisir le type de division à effectuer. Le professeur peut avoir à l'esprit que les problèmes à traiter peuvent être classés en deux catégories : les problèmes « discrets » et les problèmes « continus ». Les problèmes « discrets » amènent à s'intéresser naturellement à une division avec quotient et reste entiers. Les problèmes « continus » peuvent amener à s'intéresser à la division euclidienne ou à la division avec quotient décimal. Une deuxième difficulté dans la division euclidienne consiste à déterminer les nombres pertinents pour répondre au problème posé. Les exercices 29 à 33 font intervenir des changements de registre pour travailler cette difficulté. L'exercice 29 et 30 suggèrent une piste de travail : amener les élèves à interpréter chacun des 4 nombres intervenant dans la division euclidienne : le quotient, le quotient augmenté de 1, le reste et la différence entre le diviseur et le reste. L'activité 3 et l'exercice et 30 peuvent être proposés en suivant cette piste.	
19. La documentaliste achète des livres pour le CDI. le prix d'un livre est de 22 €. a) Quel est le prix de 7 livres ? 13 livres ? 15 livres ? 105 livres ? b) Combien peut-on acheter de livres pour 100 € ? Quelle somme d'argent reste-t-il ? c) Même question que b pour 150 €, 200 €, 250 €, 700 € et 900 €. 20. Combien de livres à 15 € peut-on acheter avec 100 € ? Quelle somme d'argent reste-t-il ? 21. Philippe et Pierre décident enfin de ranger correctement leurs livres et prévoient d'acheter des étagères. Ils pourront ranger 35 livres sur chacune d'elles. a) Philippe doit ranger 420 livres. Combien d'étagères lui faut-il ? b) Pierre doit ranger 271 livres. Combien d'étagères lui faut-il ? Combien y aura-t-il de livres sur la dernière étagère ?	exercice 19 L'exercice peut être traité sans calculatrice. La question a) permet de d'entrer dans le problème à l'aide de multiplications. exercice 20 Exercice élémentaire sur la division euclidienne exercice 21 Réponses : a) quotient augmenté de 1. b) quotient augmenté de 1 et interprétation du reste.

22.

Monsieur Durand veut ranger ses 382 diapositives dans des paniers de projection qui contiennent chacun 25 diapositives. Combien doit-il acheter de paniers ? Et pour 500 diapositives ? pour 630 ? pour 842 ?

23.

Combien de verres de 25 cl peut-on remplir avec un tonnelet de 20 litres de jus de fruit ?

24.

71 tonnes de gravier sont à déplacer avec un camion qui peut transporter 6 tonnes à chaque voyage. Combien de voyages faudra-t-il pour transporter tout le gravier ?

25.

Un jardinier a transporté 79 kg de terre à l'aide d'un même seau. Sachant que pour transporter toute la terre le seau a dû être entièrement rempli 19 fois et que la vingtième fois, il ne contenait que 3 kg, calculer la masse de terre que peut contenir le seau lorsqu'il est plein.

26.

Un paquet contient 165 bonbons. En les distribuant équitablement entre plusieurs enfants, chacun en a reçu 6 et alors il en reste 9 dans le paquet. Combien y-at-il d'enfants qui ont reçu des bonbons ?

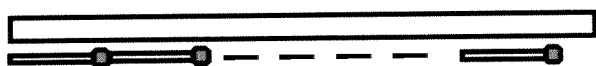
27.

1) Un segment [ST] a pour longueur 200 mm. En plaçant bout à bout, à partir de S, 7 épingles identiques, on constate qu'il reste un espace de 18 mm entre la dernière épingle et le point T. Cet espace est trop petit pour placer une épingle supplémentaire.

Calculer la longueur d'une épingle.

28.

Jean pose 26 allumettes bout à bout le long d'une canne.



Il constate alors qu'il manque 4 mm pour atteindre l'autre extrémité de la canne. En rajoutant une allumette supplémentaire, il dépasse l'extrémité de la canne de 42 mm.

Calculer la longueur de la canne.

29. $T \rightarrow L$

Observer la division suivante qui est exacte :

$$\begin{array}{r} 94 \overline{) 6} \\ 4 \overline{) 15} \end{array}$$

Utiliser les nombres intervenant dans cette division pour compléter le texte suivant :
« Un fermier a récolté ... œufs. Il a entièrement rempli ... boîtes. Il prend une boîte supplémentaire et y met ... œufs. Il lui manque ... œufs pour compléter la dernière boîte. Il lui faut ... boîtes au total »

30. $L \rightarrow T$

Chacune des questions suivantes contient des données qui pourraient être des réponses à un problème. Ecrire la division euclidienne qui pourrait y être associée :

1) Un paquet contenant 75 gâteaux est équitablement partagé entre 13 enfants lors d'un goûter. Chaque enfant mange 5 gâteaux, et il en reste 10 après la distribution.

2) Un fermier a récolté 81 œufs qu'il répartit dans des boîtes de 12 œufs chacune. Il remplit entièrement toutes les boîtes, sauf la dernière dans laquelle il ne met que 9 œufs. Il lui faut 7 boîtes au total.

exercice 22

Quotient augmenté de 1

exercice 23

Quotient entier avec reste nul, problème de conversion, les calculs se font facilement de tête.

exercice 24

Quotient augmenté de 1.

exercice 25

Dividende, reste et quotient connus, retrouver le diviseur.

La division de 79 par 19 fournit la réponse.

exercice 26

Dividende, reste et quotient connus, retrouver le diviseur.

La division de 165 par 6 ne fournit pas directement la réponse correcte, contrairement à l'exercice 25 !

exercice 27 et 28

A rapprocher de l'activité 2.

exercice 29

Cet exercice suggère une piste pour interpréter les 4 nombres qui interviennent dans la division euclidienne. Il s'agit de comprendre la signification en lisant une division posée, et de la retranscrire dans le texte français.

exercice 30

C'est l'exercice inverse du 29, et il devrait être traité après celui-ci.

Les réponses attendues sont :

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 13} \quad 81 \overline{) 12} \\ 10 \overline{) 5} \quad 9 \overline{) 6} \end{array}$$

1)

2)

- 3) Lors d'un goûter d'anniversaire, la maman répartit équitablement les 116 bonbons d'un paquet entre les 9 enfants présents. S'il y avait eu 1 bonbon de plus, chaque enfant aurait eu 13 bonbons et non pas 12.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 6 \ 9 \\ 8 \overline{) 1 \ 2} \end{array}$$

4)

exercice 31

A rapprocher de l'activité 2, et à traiter efficacement après les exercices 29 et 30 !

Réponses :

- 1) quotient augmenté de 1 : 11 paquets.
- 2) reste : 4 œufs
- 3) quotient décimal : 1,4cm
- 4) quotient augmenté de 1 : 16 tables
- 5) différence entre diviseur et reste : il manque 3 œufs.
- 6) attention aux problèmes d'unités. Si tout est en centimètres, quotient décimal : chaque planche mesure 42,5cm.

exercice 32

a) On fait calculer aux élèves les restes des divisions euclidiennes qui peuvent être associées aux égalités.

b) Il s'agit de transférer ces résultats dans le registre numérique sous forme de tableaux (division posés), en prenant garde aux restes qui doivent être inférieurs au diviseur.

exercice 33

Cet exercice peut être proposé après avoir bien travaillé la signification des quantités intervenant dans la division euclidienne, en particulier après les exercices 29 à 32.

exercices 34 à 39

Exercices supplémentaires

31.

Résoudre les problèmes suivants :

- 1) Pour le goûter d'anniversaire de Pauline, sa maman a prévu d'offrir 7 petits gâteaux à chacun des 23 enfants présents. Chaque paquet contient 15 gâteaux. Combien de paquets doit-elle acheter ?
- 2) Un fermier remplit des boîtes de 6 œufs avec la récolte des 94 œufs du matin. Combien d'œufs mettra-t-il dans la dernière boîte s'il remplit toutes les autres ?
- 3) La maman de Didier coupe le reste du gâteau d'anniversaire en parts égales à l'aide d'un instrument qui permet d'obtenir des tranches qui ont toutes la même épaisseur. La longueur du gâteau est de 7cm, et il faut le partager entre 5 convives. Quelle est l'épaisseur d'une tranche ?
- 4) Les 125 élèves de la demi-pension du collège mangent à la cantine par tables de huit. Combien cette cantine dispose-t-elle de tables ?
- 5) Une fermière remplit des boîtes de 12 œufs avec la récolte de 81 œufs de la matinée. Combien œufs lui manque-t-il pour remplir la dernière boîte ?
- 6) Un menuisier veut couper 8 étagères de même longueur les plus grandes possibles dans une planche de 3,4m de long. Quelle est la longueur de chaque étagère ?

 32. $N \rightarrow T$

a) Compléter les 3 égalités suivantes :

$$144 = (11 \times 13) + \dots$$

$$71 = (7 \times 9) + \dots$$

$$309 = (14 \times 21) + \dots$$

b) Grâce aux 3 égalités précédentes, 4 des 6 divisions suivantes peuvent être complétées sans poser d'opérations. Indiquer lesquelles et les compléter. Compléter ensuite les deux autres, si possible sans faire de division.

$$\begin{array}{r} 1 \ 4 \ 4 \ 1 \ 3 \\ a \overline{) b} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 4 \ 4 \ 1 \ 1 \\ c \overline{) d} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 1 \ 9 \\ e \overline{) f} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 1 \ 7 \\ g \overline{) h} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 0 \ 9 \ 2 \ 1 \\ k \overline{) l} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 0 \ 9 \ 1 \ 4 \\ m \overline{) n} \end{array}$$

 33. $N \rightarrow L$

Imaginer un énoncé de problème dans chacun des cas suivants, où le nombre à trouver est celui qui est représenté par un rectangle (commencer par calculer ce nombre inconnu).

1) $20 \times 6 + \square = 133$

2) $16 \times \square + 9 = 89$

3) $\square \times 8 + 6 = 206$

4) $17 \times 8 + 10 = \square$

34.

Une personne veut fabriquer des étagères. Pour cela, elle doit couper des morceaux de 85 cm de long dans une planche de 4 m de longueur. Combien en aura-t-elle ? Quelle est la longueur de la chute ?

35.

Dans un stade, une piste d'athlétisme mesure 400 m de long.

- a) Quelle distance parcourt-on lorsqu'on effectue 15 tours ? 20 tours ? 31 tours ?
b) Combien de tours faut-il effectuer pour parcourir 10 000 m ? 5 km ?

36.

Une boîte de 1 kg de graines permet d'ensemencer une surface de 35 m².

- a) Combien de boîtes de graines faut-il acheter pour ensemencer une surface de 120 m² ?
b) Combien de boîtes faudrait-il acheter pour ensemencer un terrain ayant pour aire le double de la précédente ?

37.

J'achète 2 revues à 6 € l'une et une BD qui coûte 15 €. Je paie avec un billet de 100 €. Quelle somme d'argent va-t-on me rendre ?

38.

On veut acheter, pour un collège, des dictionnaires à 26 € pièce et des bandes dessinées à 6 € pièce. On dispose d'un budget de 500 €.

- a. Combien peut-on acheter de dictionnaires si on achète 12 B.D. ? Quelle somme d'argent restera-t-il alors ?
b. Combien peut-on acheter de B.D. si on achète 12 dictionnaires ? Quelle somme d'argent restera-t-il alors ?

39.

Un couloir a la forme d'un rectangle de 135 cm sur 400 cm. M. Dupont veut recouvrir le sol de dalles ayant la forme d'un carré de 15 cm de côté.

- a) Combien de dalles M. Dupont posera-t-il sur une rangée dans le sens de la longueur ?
b) Combien de dalles entières M. Dupont posera-t-il sur une rangée dans le sens de la largeur ?
c) Il est obligé de couper certaines dalles pour recouvrir le sol jusqu'aux bords et il jette les chutes.

Combien de dalles faudra-t-il pour recouvrir l'ensemble du couloir ?

d) Les dalles sont vendues par paquets de 25 dalles au prix de 95 F le paquet.

Combien de paquets M. Dupont devra-t-il acheter ?

Calculer la somme qu'il déboursa pour l'achat des dalles.

exercice 39

Il utilise la notion de pavage d'aire par des carrés, mais ne pose pas de problème si les aires n'ont pas été travaillées.

40. Problème de divisibilité

Utiliser une et une seule fois chacun des chiffres de 1 à 9 de façon que :

- le nombre formé par les deux premiers chiffres de gauche est divisible par 2.
- le nombre formé par les trois premiers chiffres de gauche est divisible par 3.
- le nombre formé par les quatre premiers chiffres de gauche est divisible par 4.
- et ainsi de suite jusqu'au dernier chiffre...

Pour cet exercice utiliser efficacement les critères de divisibilité, et réfléchir pour limiter les recherches !

41. Mélangez mes chiffres ! (Tournoi de St Michel en L'Herm)

Je suis un nombre de trois chiffres non nuls. Je suis divisible par 94. Changez l'ordre de mes chiffres, et je deviens divisible par 49. Qui suis-je ?

42. (Hypercube n°4 p.19)

C'est une rude tâche pour les surveillants du collège ! Ils doivent compter les élèves présents : ils savent qu'ils sont entre 700 et 800...

Si le premier surveillant les compte par groupe de 8, il en reste 7. Si le deuxième surveillant les compte par groupe de 12, il en reste 7, et si le troisième surveillant les compte par groupes de 15, il en reste toujours 7 ! Quel est le nombre d'élèves présents au collège ?

exercice 40

Pour utiliser les critères de divisibilité, le début est très facile, et on dispose de critères simples jusqu'à la divisibilité par 5. Pour la divisibilité par 6, elle est acquise par celle par 2 et par 3.

La divisibilité par 7 s'obtient par essai-erreur, le critère étant difficile à manipuler ! Certaines séquences sont prometteuses, mais l'unique solution est : 381 654 729.

exercice 41

La méthode par essai erreur et la calculatrice permettent de répondre à ce problème !

exercice 42

La méthode par essai erreur, en choisissant bien la première série de nombres (quel diviseur ?) est efficace.

43. *E-li-mi-nez ! Championnat de jeux mathématiques*

6	7	29	4	13	5	2	8	9
---	---	----	---	----	---	---	---	---

Dans la liste des nombres ci-dessus, :

- éliminez deux nombres de somme 12 et de différence 2.
- puis éliminez deux nombres de somme 12 et de produit 32.
- ensuite, éliminez deux nombres de différence 7 et de produit 78.
- enfin, éliminez deux nombres tels que quand on divise l'un par l'autre, le quotient est 3 et le reste est 2.

Quel est le nombre restant ?

44.

Compléter le tableau suivant, pour des trajets effectués sans arrêt. Ecrire les calculs effectués.

	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
Heure de départ	10 h 53 min		17 h 12 min
Heure d'arrivée		13 h 10 min	20 h 10 min
Durée du trajet	5 h 24 min	3 h 25 min	

45.

Compléter le tableau suivant, pour des trajets effectués sans arrêt. Ecrire les calculs effectués.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Heure de départ	15 h 27 min	12 h 24 min	
Heure d'arrivée	17 h 15 min		14 h 25 min
Durée du trajet		2 h 45 min	3 h 47 min

46. *Compter des cubes.*

- 1) On aligne 4 rangées de 6 cubes chacune. Combien utilise-t-on de cubes au total?
- 2) Même question si on aligne 23 rangées de 13 cubes.
- 3) On a disposé un certain nombre de rangées de 17 cubes. Sachant qu'on a utilisé 527 cubes au total, combien a-t-on disposé de rangées ?

47. *Compter des cubes*

- 1) On a utilisé 323 cubes qu'on a disposé en forme de rectangle. Calculer le nombre de lignes et de colonnes de ce rectangle.
- 2) Même question que 1), si on a utilisé 462 cubes. Donner toutes les solutions !

exercice 43

Utilisation du vocabulaire des opérations, bien que non exigible et peu utilisé en 6^{ème}

exercices 46 à 48

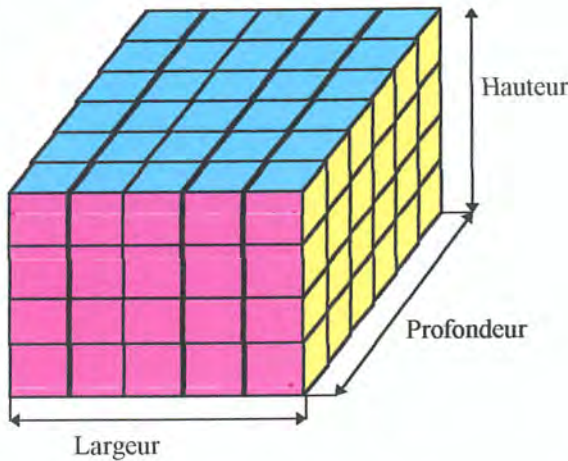
Ces exercices préparent le terrain à la notion de volume d'un pavé droit vu en classe de 6^{ème}.

Ils font intervenir des multiplications, des divisions, et éventuellement des décompositions de nombres entiers en produits d'entiers.

exercice 47

La calculatrice est la bienvenue pour trouver que $19 \times 17 = 323$ et que $462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$

48. Compter des cubes empilés))



- 1) On a empilé des cubes pour former un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) comme le montre la figure ci-dessus. Sur un niveau, on a disposé 6 rangées de 5 cubes. On a superposé 4 niveaux identiques en hauteur. Combien utilise-t-on de cubes au total ?
- 2) Même question si on forme un pavé droit en superposant 15 niveaux formés chacun par 12 rangées de 23 cubes.
- 3) Pour former un pavé droit, on a utilisé au total 1 344 cubes. Sachant qu'un niveau comprend 96 cubes, combien de cubes a-t-on disposés en hauteur ?
- 4) On a cette fois utilisé 2 520 cubes pour former un pavé droit en superposant 15 niveaux en hauteur. Sachant qu'en profondeur, on a disposé 24 cubes, combien de cubes a-t-on disposés en largeur ?
- 5) On a disposé 1771 cubes pour former un pavé droit. Donner le nombre de cubes qu'on a disposé en largeur, en profondeur et en hauteur.
- 6) On a disposé 546 cubes pour former un pavé droit. Donner toutes les façons possibles de disposer les cubes.

exercice 48

La calculatrice peut éventuellement être autorisée pour les seules questions 5) et 6) !

ORDRE DE GRANDEUR

49.

A l'aide de multiplications, donner un ordre de grandeur des quotients suivants, à l'unité de mille près :

$$\begin{array}{ll} 43\,422 : 6 & 75\,946 : 7 \\ 118\,431 : 8 & 34\,537 : 12 \end{array}$$

50.

Parmi les résultats donnés sur une ligne, un seul est bon. Trouver lequel et expliquer pourquoi on élimine les autres.

Opérations	Résultats proposés			
12×98	11 716	2166	976	1176
$13\,064 : 92$	1142	512	12	142
27×304	5 228	908	8 208	8 197

exercice 49

A relier à l'activité 1 : procéder par essai-erreur sur la multiplication associée à une division pour estimer un ordre de grandeur

exercice 50

Choisir un nombre grâce à l'ordre de grandeur et un autre critère.

CHAPITRE 06 : MULTIPLIER UN ENTIER PAR UN DECIMAL, DIVISER UN ENTIER PAR UN ENTIER, QUOTIENTS.

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Donner un nouveau sens à la multiplication d'un entier par un décimal. A noter qu'à l'école primaire, c'est la multiplication d'un décimal par un entier qui a été étudiée. L'élève la considère comme une addition répétée ($0,7 \times 4$ est interprété comme $0,7 + 0,7 + 0,7 + 0,7$): en conséquence, pour l'élève, la multiplication est une opération qui agrandit. Des exercices sont proposés pour montrer qu'elle peut aussi diminuer.
- Diviser un entier par un entier en faisant le lien avec la multiplication (dans la cas où l'écriture décimale du quotient est finie).
- Notion de quotient.
- Résoudre certains problèmes liés à la proportionnalité (prix d'un kilogramme, prix de 700g, ...).

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- savoir multiplier un entier par une fraction décimale.
- savoir effectuer la multiplication d'un entier par un décimal en utilisant des opérateurs.
- multiplier par 0,1 ; 0,01 ou 0,001.
- sensibilisation à la multiplication par certains décimaux (0,5 ; 2,5, ...).
- savoir que la multiplication agrandit ou réduit.
- savoir poser la division de 2 entiers.
- division avec reste (choix du quotient entier ou du quotient décimal).
- valeur approchée d'un quotient.

ACTIVITE 1

1) Parmi les calculs suivants, trouver ceux qui donnent le même résultat.

$$A = 0,4 + 0,4 + 0,4 + 0,4 + 0,4 + 0,4 + 0,4$$

$$B = 0,07 + 0,07 + 0,07 + 0,07$$

$$C = 4 \times 0,7$$

$$D = 7 \times 0,04$$

$$E = (4 \times 7) : 10$$

$$F = (4 \times 7) : 100$$

2) Transformer les produits en somme puis effectuer :

$$5 \times 0,7$$

$$6 \times 0,02$$

$$8 \times 0,5$$

$$4 \times 0,15$$

3) Traduire par un calcul et effectuer :

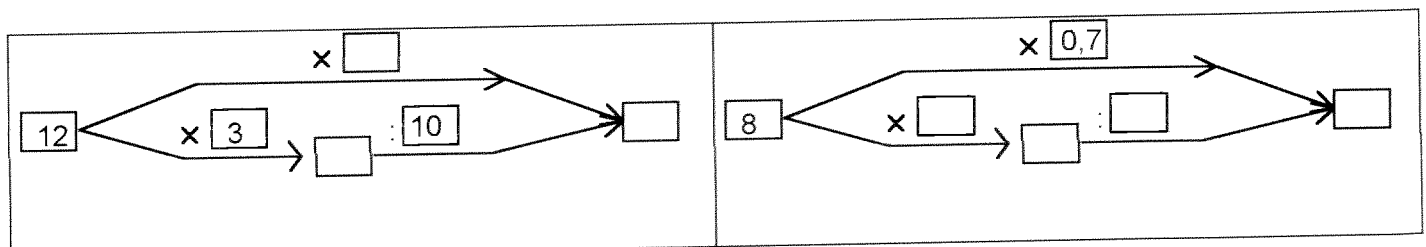
7 fois 3 dixièmes

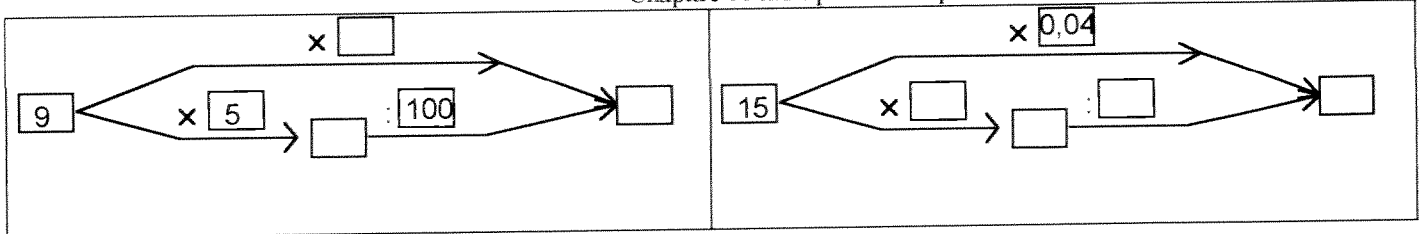
9 fois 11 centièmes

4 fois 5 dixièmes

6 fois 15 centièmes

4) Compléter les schémas suivants :





5) Effectuer sans poser :

$$6 \times 0,5 \quad 7 \times 0,5 \quad 16 \times 0,5 \quad 27 \times 0,5$$

Que remarque-t-on ?

En déduire une manière simple d'effectuer $126 \times 0,5$ et $2246 \times 0,5$

6) Effectuer de même « mentalement » :

$$4 \times 0,25 \quad 24 \times 0,25 \quad 12 \times 0,25 \quad 8 \times 0,25$$

En déduire une manière simple d'effectuer $412 \times 0,25$ et $1684 \times 0,25$.

Commentaires sur l'activité 1

Durée : une heure

Objectif : Définir la multiplication d'un entier par un nombre décimal à partir de l'addition des décimaux qui a été étudiée précédemment. Faire comprendre que multiplier par $\frac{a}{10^n}$ où a et n sont entiers, revient à

multiplier par a et diviser par 10^n (retour chap 2). Dans cette activité il ne s'agit à aucun moment d'entraîner l'élève aux techniques opératoires, mais de donner du sens à la multiplication.

Questions 1 et 2 N → Nd

Les calculs proposés permettent à l'élève de comprendre que multiplier un nombre décimal par un entier revient à réitérer une addition ou à multiplier deux entiers puis à diviser le produit obtenu par une puissance de 10.

Question 3 L → Nd

La langue naturelle permet d'éviter l'erreur suivante : $7 \times 0,3 = 0,21$. L'élève lira 7 fois 3 dixièmes et trouvera tout naturellement 21 dixièmes, puis il donnera l'écriture décimale 2,1.

Question 4 N

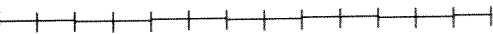
Il s'agit de mettre en place le schéma mental : multiplier par $\frac{a}{10^n}$, revient à multiplier par a et diviser par 10^n . Bien entendu l'étude des puissances de 10 n'est pas au programme de sixième.

Questions 5 et 6 Nd

Afin de préparer le terrain aux calculs de pourcentages, il est utile de montrer aux élèves que multiplier par 0,5 (respectivement 0,25) revient à diviser par 2 (respectivement 4). Pour effectuer ces produits, les élèves utiliseront soit la langue naturelle, soit le schéma mental proposé ci-dessus.

ACTIVITE 2

1) Le segment [AB] ci-dessous a été réduit et mesure en réalité 20cm. Il a été partagé en 13 segments de même longueur.

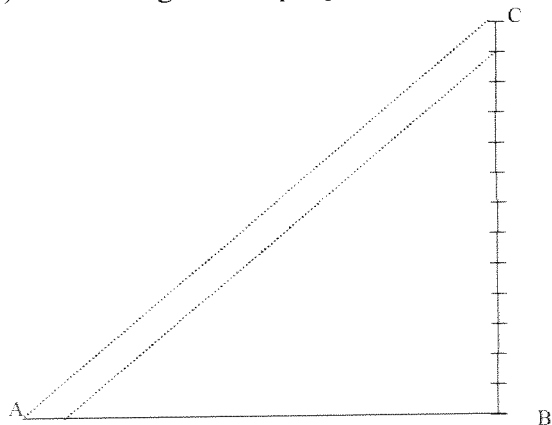
A  B

Essayer de reproduire cette figure en grandeur réelle.

2)

- Julie a pris 1,5 cm pour la longueur de chaque segment. Est-ce correct ? Quelle erreur commet-on en mettant bout à bout 13 segments de cette longueur ?
- Hervé pense que la longueur de chaque segment est 1,6 cm. Est-ce correct ? Quelle erreur commet-on en mettant bout à bout 13 segments de cette longueur ?
- Elodie pense que la longueur de chaque segment est égale à 1,538 cm. Est-ce correct ?

3) Méthode géométrique pour effectuer correctement ce partage.



Tracer le segment $[AB]$ de 20cm de longueur. Tracer un segment $[BC]$ dont la longueur mesure 13cm (car on veut 13 segments de même longueur). Marquer tous les centimètres sur ce segment.

Par chacun des points espacés de 1 cm tracer les parallèles à la droite (AC) . Elles coupent le segment $[AB]$ en les points qui réalisent le partage désiré. La longueur exacte de chaque segment est $\frac{20}{13}$ cm.

4) Méthode algébrique pour approcher ce partage.

A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous qui donne la longueur des segments du partage :

Nombre en cm	$20 \div 13$	$(20 \div 13) \times 2$	$(20 \div 13) \times 3$		$(20 \div 13) \times 12$
Arrondi en cm à 0,1cm près	1,5	3,1			

A l'aide des valeurs de ce tableau, effectuer le partage du segment $[AB]$ en 13 segments.

Commentaires sur l'activité 2

Durée: une heure

Objectifs :

L'activité consiste à montrer l'existence du quotient de 2 entiers, de faire remarquer que ce quotient n'est pas nécessairement un nombre décimal et qu'il peut être encadré par des nombres décimaux. Elle permet enfin d'établir le lien entre la multiplication et la division.

Question 1 Gé → Nd → Gé

Une situation concrète de partage d'un segment permet à l'élève d'être confronté au problème posé par l'approximation décimale. Il est amené à vérifier la validité des résultats trouvés grâce au support géométrique. Dans un premier temps, on pourra suggérer de convertir les 20 cm en millimètres afin de trouver plus facilement une approximation correcte de la longueur d'un segment du partage.

Question 2 Nd

Elle doit faire comprendre à l'élève que le quotient d'un entier a par un entier b ($b \neq 0$) est le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a . Pour vérifier l'exactitude du quotient, on effectue une multiplication. Il s'agit de mettre en place le schéma mental suivant :

$$a \begin{array}{c} \xrightarrow{\div b} \frac{a}{b} \\ \xleftarrow{\times b} \end{array}$$

Question 3 Gé

Une méthode géométrique de partage du segment est proposée pour convaincre l'élève qu'il est réalisable et que par conséquent la longueur en cm d'un segment de ce partage est le quotient de 20 par 13. Le procédé sera justifié en quatrième à l'occasion de l'étude du théorème de Thalès.

Question 4 Nd → Gé

Une méthode calculatoire est proposée afin d'obtenir un partage d'apparence satisfaisante. Cette question est l'occasion d'apprendre aux élèves à utiliser la calculatrice de façon efficace (facteur constant de la calculatrice) et de montrer l'intérêt de prendre les arrondis afin de trouver une longueur approchée la plus proche possible de la valeur exacte. A noter qu'arrondir $\frac{20}{13}$ et multiplier par 6 ne revient pas à arrondir le produit de $\frac{20}{13}$ par 6 obtenu à la calculatrice.

CALCULER SANS POSER D'OPERATIONS

	Sens de la multiplication d'un entier par un décimal
1. L → N Calculer, puis donner l'écriture décimale : 8 fois 4 dixièmes ; 11 fois 5 centièmes ; 3 fois 3 dixièmes ; 6 fois 30 centièmes ; 4 fois 2 centièmes ; 20 fois 3 dixièmes 2. N → L → N Calculer : 4×25 ; 8×125 En déduire : $125 \times 0,8$; $4 \times 0,25$; $0,2 \times 5$; $0,125 \times 8$; $16 \times 0,25$; $12 \times 0,5$; $0,5 \times 28$; $0,25 \times 48$	<i>passage de la langue naturelle à l'écriture symbolique.</i> exercice 1 Il consiste à effectuer ces produits sans poser d'opérations. Une unité est donnée : l'élève fait un produit d'entiers, puis en changeant d'unité trouve l'écriture décimale. Cet exercice doit permettre aux élèves d'éviter des erreurs du type « $4 \times 0,4 = 0,16$ ». exercice 2 Il doit familiariser l'élève aux produits courants et utiles. On demandera aux élèves de trouver plusieurs façons pour les effectuer. Il utilisera soit la langue naturelle comme dans l'exercice précédent, soit le schéma mis en évidence dans les activités pour multiplier un nombre par $\frac{a}{10^n}$. On peut aussi utiliser la multiplication par 0,1 ; 0,01 ; ... en remarquant que par exemple $0,25 = 25 \times 0,01$.
3. N → L → N Effectuer les produits : $11 \times 0,8$ $23 \times 0,03$ $12 \times 0,05$ $0,06 \times 9$ $0,005 \times 3$ $0,22 \times 5$ $9 \times 0,009$ $80 \times 0,8$ $400 \times 0,04$ $5 \times 0,005$	exercice 3 Ce n'est pas un exercice de technique opératoire. Les objectifs sont les mêmes que ceux de l'exercice précédent.
4. Convertir en minutes, secondes : 0,3 min ; 0,5 min ; 1,5 min 1,2 min ; 0,25 min ; 3,5 min 1,1 min ; 0,9 min ; 0,75 min	exercice 4 Il montre un aspect pratique de la multiplication par d'un entier (ici 60) par un nombre décimal.

5. Trouver le nombre manquant : $\begin{array}{ll} 80 \times \dots = 24 & 100 \times \dots = 6 \\ 40 \times \dots = 24 & \dots \times 300 = 6 \\ 8 \times \dots = 6,4 & 120 \times \dots = 6 \end{array}$	Lien entre multiplication et division On résout l'exercice 5 sans poser de divisions. (ex : on remarque que $80 \div 10 = 8$ et $8 \times 3 = 24$ donc $80 \times 0,3 = 24$)									
6. Trouver le nombre manquant : $\begin{array}{ll} \dots \times 400 = 20 & \dots \div 4 = 0,3 \\ \dots \div 1000 = 0,07 & \dots \div 60 = 0,05 \\ \dots \times 300 = 60 & \dots \div 4 = 4,5 \end{array}$	exercice 6 Traiter cet exercice en faisant le lien entre multiplication et division									
7. On peut écrire le nombre 15,25 sous la forme suivante : $15,25 = 15 + (2 \times 0,1) + (5 \times 0,01)$ Ecrire de la même manière les nombres décimaux suivants : <table><tr><td>23,6</td><td>0,47</td><td>1,207</td></tr><tr><td>0,607</td><td>12,059</td><td>0,984</td></tr><tr><td>100,045</td><td>40,98</td><td>5,006</td></tr></table>	23,6	0,47	1,207	0,607	12,059	0,984	100,045	40,98	5,006	Numération de position exercices 7 et 8 Il s'agit de faire le lien avec la numération de position. Cela a déjà été fait à l'école primaire en faisant apparaître les dixièmes, les centièmes,...
23,6	0,47	1,207								
0,607	12,059	0,984								
100,045	40,98	5,006								
8. Ecrire sous forme décimale les nombres suivants : $12 + (5 \times 0,1) + (7 \times 0,01)$ $9 + (3 \times 0,01) + (7 \times 0,0001)$ $85 + (6 \times 0,001) + (3 \times 0,1) + (2 \times 0,01)$										
9. Effectuer les produits suivants : $7 \times 0,1 ; 9 \times 0,01 ; 70 \times 0,1 ; 93 \times 0,1 ; 8 \times 0,001 ; 80 \times 0,001 ; 97 \times 0,01 ; 9757 \times 0,1 ; 800 \times 0,1$	Multiplications par 0,1 ; 0,01 ; ... exercices 9 et 10 Ils entraîneront les élèves à multiplier un nombre entier par 0,1 ; 0,01 ; ...									
10. Effectuer les produits suivants : $0,1 \times 745 ; 0,01 \times 6 ; 0,001 \times 60 ; 0,1 \times 90 ; 0,001 \times 1 ; 0,01 \times 6300$										
11. Effectuer : $0,4 \times 200 ; 30 \times 0,06 ; 0,04 \times 400 ; 500 \times 0,3$	exercice 11 L'élève devra décomposer le produit et utiliser la multiplication par 10 ; 100 ; ... et celle par 0,1 ; 0,01 ; ...									
12. Compléter sans refaire de calcul en sachant que : $39 \times 697 = 27\,183$: <table><tr><td>a) $39 \times 6,97 = \dots$</td><td>$3,9 \times 69,7$</td></tr><tr><td>$390 \times 0,697 = \dots$</td><td>$3,9 \times 6,97$</td></tr><tr><td>$0,39 \times 697 = \dots$</td><td>$39 \times 0,697$</td></tr></table> b) $\dots \times 6,97 = 2718,3$ $3900 \times \dots = 2,7183$ $3,9 \times \dots = 2718,3$	a) $39 \times 6,97 = \dots$	$3,9 \times 69,7$	$390 \times 0,697 = \dots$	$3,9 \times 6,97$	$0,39 \times 697 = \dots$	$39 \times 0,697$	exercices 12 à 14 L'élève pourra être amené à utiliser les schémas avec des opérateurs proposés en activité et à multiplier par 10 ; 100 ; ... et par 0,1 ; 0,01 ; ...			
a) $39 \times 6,97 = \dots$	$3,9 \times 69,7$									
$390 \times 0,697 = \dots$	$3,9 \times 6,97$									
$0,39 \times 697 = \dots$	$39 \times 0,697$									
13. Sachant que $65 \times 24 = 1560$, trouver, sans poser d'opération, le résultat des multiplications suivantes : <table><tr><td>$6,5 \times 24$</td><td>$65 \times 0,24$</td><td>$6,5 \times 240$</td><td>$0,65 \times 24$</td></tr><tr><td>$2,4 \times 65$</td><td>$650 \times 2,4$</td><td>$2400 \times 0,065$</td><td>$650000 \times 2,4$</td></tr></table>	$6,5 \times 24$	$65 \times 0,24$	$6,5 \times 240$	$0,65 \times 24$	$2,4 \times 65$	$650 \times 2,4$	$2400 \times 0,065$	$650000 \times 2,4$		
$6,5 \times 24$	$65 \times 0,24$	$6,5 \times 240$	$0,65 \times 24$							
$2,4 \times 65$	$650 \times 2,4$	$2400 \times 0,065$	$650000 \times 2,4$							

14.

Sachant que $725 \times 120 = 87000$, trouver, sans poser d'opération, le résultat des multiplications suivantes :

$$7,25 \times 120 \quad 12 \times 0,725 \quad 1200 \times 0,725 \quad 7,25 \times 12$$

$$725 \times 0,12 \quad 72,5 \times 12 \quad 725 \times 0,012 \quad 1,2 \times 7250$$

QUOTIENTS

 15. $L \rightarrow Nd$

Répondre aux questions suivantes sans effectuer de division et en donnant une justification :

- le quotient de 9 par 6 est-il égal à 1,5 ?
- le quotient de 16 par 5 est-il égal à 3,2 ?
- le quotient de 25 par 3 est-il égal à 8,33 ?
- le quotient de 14 par 8 est-il égal à 1,75 ?
- le quotient de 45 par 50 est-il égal à 0,9 ?
- le quotient de 17 par 7 est-il égal à 2,428 ?

 16. $T \rightarrow N$

Trouver la bonne réponse a, b, c, ou d sans poser d'opération et en justifiant :

Opération	a	b	c	d
$26 \div 8 =$	4,6	3,25	2,25	3,1
$150 \div 12 =$	10,6	11,55	20,5	12,5
$60 \div 25 =$	3,1	2,5	2,4	1,98
$7 \div 28 =$	4	0,5	0,3	0,25
$540 \div 72 =$	8,5	7,6	6,5	7,5

 17. $N \rightarrow Nd$

Compléter les divisions suivantes :

$$\begin{array}{r} 1 \ 7 \ 8 \ 2 \ 4 \ 5 \\ 0 \overline{) \quad \quad \quad} \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \ 3 \ 0 \ 4 \ \dots \\ 0 \overline{) \quad \quad \quad} \end{array}$$

 18. $S \rightarrow Nd$

Calculer les nombres a, b, c et d :

$36 \times a = 45$

$b \times 24 = 18$

$12 \times d = 3$

$c \times 30 = 615$

Lien avec la multiplication

exercice 15

Il consiste à vérifier l'exactitude d'un quotient en effectuant un produit.

exercice 16

Il s'agit encore d'utiliser le lien entre multiplication et division.

L'élève trouvera la réponse juste en cherchant un ordre de grandeur du produit associé et en éliminant des réponses (en cherchant par exemple le chiffre non nul situé le plus à droite dans l'écriture décimale)

exercices 17 et 18

Ils consistent à trouver la bonne opération permettant de trouver le nombre manquant. Il s'agit de travailler le sens des opérations

technique de la division

exercices 19 à 21

Ils doivent permettre à l'élève de poser des divisions. Il est important, là aussi, de faire constamment le lien avec la multiplication afin de vérifier l'exactitude du quotient. On propose deux écritures différentes du quotient (— ; ÷).

 19. $N \rightarrow Nd$

Effectuer les opérations afin de trouver l'écriture décimale des nombres suivants :

$$a) \quad \frac{3}{4} \quad 5 \div 8$$

$$b) \quad \frac{1}{8} \quad \frac{19}{4}$$

$$c) \quad 6 \div 5 \quad \frac{7}{20}$$

$$d) \quad \frac{7}{50} \quad \frac{35}{7}$$

e) $4 \div 500$ $\frac{1}{25}$
 f) $\frac{200}{1}$ $9 \div 60$

20. N et Nd

Parmi les quotients suivants, trouver ceux qui ne sont pas des nombres décimaux :

a) $42 \div 30$ $54 \div 12$ $28 \div 30$
 b) $\frac{21}{14}$ $\frac{14}{21}$ $\frac{84}{70}$
 c) $44 \div 11$ $444 \div 11$ $4444 \div 11$
 $444444 \div 11$

21. N

Encadrer les quotients suivants par 2 entiers consécutifs (exemple : $5 < 49 \div 9 < 6$)

$\frac{4}{3}$ $10 \div 4$ $\frac{20}{3}$ $\frac{12}{5}$
 $98 \div 16$ $133 \div 43$ $72 \div 145$
 $\frac{1005}{61}$ $751 \div 750$ $2780 \div 41$

22. N → Nd

1) Sylvie a calculé $\frac{22}{7}$. Elle écrit : $\frac{22}{7} = 3,14$. Qu'en pensez-vous ?

2) Jacques a calculé $\frac{8}{9}$. Il écrit : $\frac{8}{9} \approx 0,888\ 888$. Qu'en pensez-vous ?

23. N → Nd

1) Pierre a écrit : $45 \div 13 = 3,461538462$. Qu'en pensez-vous ?

2) Jean a écrit : $1\ 001 \div 50\ 000 \approx 0,02002$. Qu'en pensez-vous ?

24. N → Nd

Vérifier par essai-erreur.

a) Calculer $40 \div 5$. En déduire :

$4 \div 5$ $4 \div 50$
 $4 \div 500$ $400 \div 5000$

b) Calculer $7 \div 2$. En déduire :

$7 \div 20$ $7 \div 200$
 $700 \div 20$

25. N → Nd Vérifier par essai-erreur.

Calculer $60 \div 4$. Vérifier avec une multiplication.

En déduire les résultats de :

$6 \div 4$ $60 \div 40$ $6 \div 40$
 $600 \div 4$ $6 \div 400$ $600 \div 40$

Vérifier chaque résultat avec une multiplication.

26. N → Nd Vérifier par essai-erreur.

Calculer $72 \div 6$. Vérifier avec une multiplication.

En déduire les résultats de :

$72 \div 60$ $7200 \div 6$ $72 \div 6000$
 $720 \div 60$ $720 \div 6000$

exercice 20

Pour répondre à la question, l'élève va être amené à poser la division et à vérifier si elle se termine ou pas.

exercice 21

Il oblige l'élève à effectuer une multiplication pour vérifier la validité de l'encadrement.

exercices 22 et 23

Diverses stratégies sont possibles. L'examen de la dernière décimale permet parfois de conclure.

L'exercice 22 doit amener l'élève à se demander si le nombre décimal proposé est le quotient exact. Là encore c'est en effectuant une multiplication que l'on pourra trancher.

exercice 23

On pourra utiliser la calculatrice et montrer qu'il est parfois difficile de savoir si le résultat affiché est exact.

exercices 24, 25, 26 et 27

A partir d'un quotient, il s'agit d'en déduire d'autres. On peut permettre à l'élève de trouver la réponse par essai erreur. Sachant que $40 \div 5 = 8$, alors pour trouver $4 \div 50$, l'élève pourra calculer $50 \times 0,8$, puis $50 \times 0,08$ jusqu'à ce qu'il trouve le quotient demandé.

27. $N \rightarrow Nd$

Dans cet exercice, il est également demandé de vérifier chaque division à l'aide d'une multiplication

a) Calculer $100 \div 4$. En déduire :

$$10/4 \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{40} \quad \frac{10}{4000}$$

b) Calculer un quotient de 2 entiers et en déduire :

$$\frac{6}{20} \quad \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{8} \quad \frac{4}{80}$$

 28. $N \rightarrow Nd$

Vrai ou Faux ? Justifier la réponse :

- | | |
|------------------------|----------------------|
| a) $4 \div 5 = 0,8$ | $10 \div 3 = 3,3333$ |
| b) $1 \div 40 = 0,025$ | $16 \div 6 = 2,666$ |
| c) $20 \div 25 = 0,8$ | $8 \div 50 = 0,16$ |
| d) $90 \div 20 = 0,45$ | $12 \div 7 = 1,7$ |
| e) $12 \div 60 = 0,02$ | $5 \div 3 = 1,66$ |
| f) $3 \div 15 = 0,2$ | $2 \div 500 = 0,004$ |

 29. $N \rightarrow Nd$

Trouver le nombre manquant

- | | |
|-----------------------------|------------------------|
| a) $8 \times \dots = 6$ | $100 \times \dots = 6$ |
| b) $40 \times \dots = 24$ | $\dots \times 30 = 6$ |
| c) $8 \times \dots = 640$ | $12 \times \dots = 9$ |
| d) $\dots \times 4 = 20$ | $\dots \div 4 = 20$ |
| e) $\dots \div 1000 = 0,07$ | $\dots \div 60 = 0,05$ |
| f) $\dots \times 40 = 60$ | $\dots \div 4 = 4,5$ |

 30. $S \rightarrow Nd \rightarrow S$

Encadrer les quotients suivants au dixième près, sans calculatrice.

- | | | | |
|-------------------|-----------------|----------------|----------------|
| a) $\frac{7}{3}$ | $\frac{8}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{3}$ |
| b) $\frac{5}{6}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{8}{3}$ | $\frac{7}{6}$ |
| c) $\frac{15}{7}$ | $\frac{12}{11}$ | $\frac{28}{9}$ | $\frac{7}{9}$ |
| d) $\frac{8}{11}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{38}{3}$ | $\frac{11}{6}$ |

exercice 28

Vérifier en effectuant la multiplication inverse.

exercice 29

Il force l'élève à utiliser le lien entre la multiplication et la division. A noter que la division n'est pas toujours nécessaire pour trouver le nombre manquant : il suffit parfois de connaître les tables de multiplications et d'utiliser les règles de multiplications et de divisions par 10, 100 et 1000.

exercice 30

L'élève est invité à poser la division (il pourra être intéressant de situer sans calcul les quotients par rapport à 1).

PROBLEMES

31. $L \rightarrow Nd$

Un paquet de 12 barres de chocolat coûte 6 €. Quel est le prix d'une barre de chocolat ?

32. $L \rightarrow Nd$

Un paquet de 60 pochettes en plastique coûte 3 €. Calculer le prix d'une pochette.

33. $L \rightarrow Nd$

Jean paie 21 € le pot de 4kg de peinture. Quel est le prix d'un kg de peinture?

34. $L \rightarrow Nd$

Julie mange cinq fois par semaine à la cantine. Pour quinze semaines, la note s'élève à 264 €. Quel est le prix d'un repas à la cantine ?

35. $L \rightarrow Nd$

Un kg de pommes coûte 1,5 €. J'ai acheté 4 kg de pommes et 5 kg d'oranges pour 15 €. Calculer le prix d'un kg d'oranges.

36. $L \rightarrow Nd$

Calculer le prix d'un pot de confiture lorsque :

- a) 16 pots coûtent 20 €
- b) 15 pots coûtent 12 €

37. $L \rightarrow Nd$

En faisant 5 pas, un enfant parcourt 3 mètres. Quelle est la longueur d'un de ses pas ?

38. $L \rightarrow Nd$

Une plaque de 250g de chocolat est partagée équitablement entre 8 personnes. Quelle masse de chocolat chacun mange-t-il ?

39. $L \rightarrow Nd$

Une voiture consomme en moyenne 6 litres de super pour 100 km.

- 1) Quelle sera la consommation prévisible pour 400 km ? pour 50 km ? pour 250km ?
- 2) Avec 54 litres dans le réservoir, quelle distance peut-on espérer parcourir ? Et avec 21 litres ?

40. $L \rightarrow Nd$

Une douzaine d'œufs coûte 3 €. Quel est le prix de 8 œufs ? de 10 œufs ? de 3 œufs ?

41. $L \rightarrow Nd$

Un automobiliste roule à une vitesse constante et parcourt 60 km en 40 min.

- a) Combien fait-il de kilomètres en 1h ? en 50 min ? en 10 min ?

Les problèmes 31 à 67 permettent aux élèves d'utiliser les propriétés de linéarité de la proportionnalité. A ce stade de l'étude, il ne convient pas de parler de la règle de trois ou de la quatrième proportionnelle.

Une erreur fréquente consiste à diviser le nombre le plus grand par le plus petit. Dans l'exercice 31, des élèves effectuent $12 \div 6$. Si tel était le cas les 12 barres coûteraient 12×2 € ! Les élèves devront donc être habitués à vérifier les résultats en effectuant une multiplication qui leur permettra de repérer les erreurs évidentes.

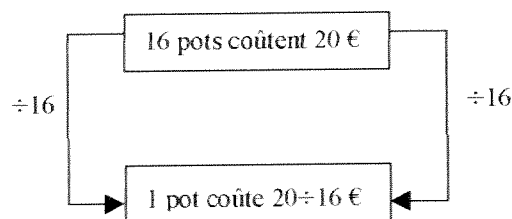
exercices 31 à 38

On calcule le coefficient de proportionnalité.

exercice 36

Pour le résoudre, faire dire par l'élève (langue naturelle) que 16 pots coûtent 20 €. 1 pot c'est 16 fois moins que 16 pots, donc 1 pot coûte 16 fois moins que les 16.

On peut aussi faire tracer le schéma suivants :



Dans la question b) on ne divise pas le nombre le plus grand par le plus petit.

exercices 39 à 42

On ne veut pas calculer le coefficient de proportionnalité mais les propriétés de linéarité.

L'élève pourra remarquer que $400 = 4 \times 100$, $50 = 100 \div 2$, ...

exercice 41

Il convient d'utiliser la linéarité de la proportionnalité.

A noter par exemple que $1 \text{ h} = 40 \text{ min} + 20 \text{ min}$ et $20 \text{ min} = 40 \text{ min} \div 2$

b) Combien de temps met-il pour faire 30 km ? 45 km ?

42. $L \rightarrow Nd$

a) On sait que 600 g de viande coûtent 5 €. Calculer le prix de 100 g. En déduire celui d'un kg.

b) On sait que 450 g de viande coûtent 12 €. Calculer le prix de 50 g. En déduire celui d'un kg.

43. $L \rightarrow Nd$

Calculer le prix d'un kg de viande, sachant que :

a) 400 g coûtent 2 €

b) 350 g coûtent 7 €

c) 250 g coûtent 4 €

d) 700g coûtent 14 €

44. $L \rightarrow Nd$

Un mètre de tissu coûte 12 €.

1) Combien paiera-t-on pour acheter 1,3 m ? 60 cm ? 2,5 m ?

2) Quelle longueur peut-on acheter avec 60 € ? 42 € ? 51 € ?

45. $L \rightarrow Nd$

Un coupon de tissu est vendu 6 € le mètre. Calculer le prix de 20m, de 1,2m, de 70cm, de 1cm de ce tissu.

46. $L \rightarrow Nd$

Combien coûtent (préciser le calcul à faire) :

a) 3kg de pommes à 1,50 € le kg.

b) 600g de viande à 9 € le kg.

c) 0,8 m de tissu à 21 € le m.

d) 90m de fil de fer à 0,49 € le m.

e) 2,5kg de ciment à 2 € le kg.

47. $S \rightarrow L$

Inventer un problème où le calcul à faire est $30 \div 24$
Résoudre ce problème.

48. $S \rightarrow L$

Inventer un problème où le calcul à faire est $24 \div 30$.
Résoudre ce problème.

49. $L \rightarrow Nd$

Un tour de piste d'un circuit automobile mesure 1,431km. Quelle distance parcourt-on en faisant 2 fois le tour ? 4 fois le tour ? 7 fois le tour ?

50. $L \rightarrow Nd$ Avant l'Euro...

Le cours officiel de la lire est le suivant : 1 000 lires valent 3,62F

Combien coûtent 10 000 lires ? 50 000 lires ? 150 000 lires ?

51. $L \rightarrow G\acute{e} \rightarrow Nd$

Un triangle équilatéral a un périmètre de 63cm. Quelle est la longueur de son côté ?

exercices 44 à 46

On privilégie l'utilisation du coefficient de proportionnalité.

L'élève doit être entraîné à démarrer la proportionnalité de la façon suivante :

1 m de tissu coûte 12 €.

2 m de tissu coûtent 2×12 €.

3 m de tissu coûtent 3×12 €.

1,3 m de tissu coûte $1,3 \times 12$ €.

On multiplie donc par 12 la longueur du tissu.

Il conviendra de familiariser l'élève à multiplier le prix unitaire par la quantité exprimée avec l'unité adéquate. On peut noter une certaine réticence de la part de certains élèves à effectuer ce calcul lorsque la quantité est un nombre compris entre 0 et 1.

exercices 47 et 48

Ils devront être traités l'un à la suite de l'autre. Il s'agit de convaincre certains élèves qu'il est possible de diviser un entier par un entier plus grand et de donner du sens à ce quotient.

exercices 49 et 50

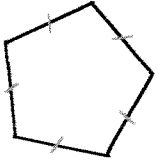
Ils conduisent à multiplier un entier par un décimal.

exercice 51

Savoir utiliser dans un cadre géométrique la multiplication d'un entier par un décimal ou la division de deux entiers.

52. $Gé \rightarrow Nd$

Ce pentagone a pour périmètre 49cm. Quelle est la longueur de son côté ?

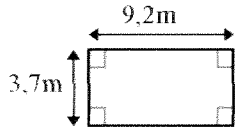


53. $L \rightarrow Gé \rightarrow Nd$

Un carré a comme coté 80,93m. Quel est son périmètre ?

54. $Gé \rightarrow Nd$

Calculer le périmètre de ce rectangle



55. $L \rightarrow Nd$

Pierre parcourt sur son vélo 177km en 5 heures. Combien parcourt-il en moyenne en une heure ?

56. $L \rightarrow Nd$

Gilles a obtenu les notes suivantes aux quatre devoirs de mathématiques.

11 16 13 14

Tous les devoirs ont le même coefficient.

Quelle est sa moyenne ?

Quelle note doit-il obtenir au cinquième devoir pour avoir un 14 de moyenne ?

Quelle note doit-il obtenir au cinquième devoir pour avoir un 15 de moyenne ?

57. $T \rightarrow Nd$ *Chez le marchand de tissus.*

Recopier et compléter :

article	prix du m en €	longueur en m	prix en €.
double rideau	16		68
voilage		20	245

58. $S \rightarrow L$

Un kg de viande coûte 17 €.

Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

- a) $17 \times 0,3$?
- b) $17 \div 2$?
- c) $17 \div 10$?

59. $S \rightarrow L$

Un kg de chocolat coûte 32 €.

Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

- a) $32 \times 0,25$?
- b) $32 \div 4$?
- c) $32 \div 1000$?
- d) $32 \div 5$?

exercices 55 et 56

Des problèmes qui conduisent à diviser 2 entiers entre eux.

exercice56

Il permet d'introduire la notion de moyenne sur un exemple bien connu des élèves.

Pour résoudre les questions 2 et 3, il faudra réinvestir le lien entre division et multiplication.

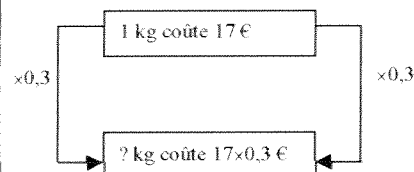
exercice57

Faire remarquer que $\text{prix du mètre en €} \times \text{longueur en mètre} = \text{prix en €}$.

exercices 58 à 63

Ils sont très formateurs. Ils consistent à interpréter la signification d'un calcul et à donner du sens aux calculs proposés en utilisant la langue naturelle. Ce changement de registre est souvent négligé.

Dans l'exercice 58, l'opérateur est donné : ici c'est $\times 0,3$.



60. S → L

Une plaquette de 250g de beurre coûte 1,80 €.

Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

- a) $1,80 \times 4$?
b) $1,80 \times 2$?

61. S → L

Un litre de vin coûte 5 €.

Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

- a) $5 \times 0,75$?
b) $5 \div 2$?

62. L → S → L

Un appartement de 107m² coûte 95 000 €.

Que calcule-t-on si on effectue $95\,000 \div 107$?

63. L → S → L

Un « plein » de 50 litres de super coûte 48 €.

Que calcule-t-on lorsqu'on effectue $48 \div 50$?

64. L → Nd

Une voiture a parcouru 5km en 6 minutes. Combien de temps met-elle pour parcourir 1 km à la même vitesse ?

65. L → Nd

Combien de minutes y a-t-il en 1 000 secondes ?

66. L → Nd

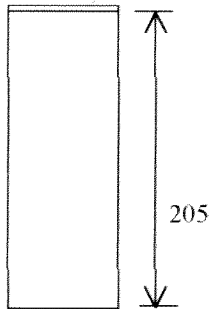
« Tu me poses une question toutes les 15 secondes », dit un père à son enfant.

Combien de questions poserait-il en une heure ?

67. L → Nd

Entre la tablette du bas et celle du haut d'une bibliothèque il y a 205 cm. On doit placer entre ces 2 tablettes 6 autres ayant chacune une épaisseur de 2 cm afin de disposer d'étagères ayant toutes la même hauteur.

Peut-on y ranger des livres ayant 32 cm ? 28 cm ? 27,6 cm ? 27,5 cm ?



exercices 64 à 66

Ils permettent de confronter les élèves aux problèmes liés aux durées qui nécessitent des conversions et donc des divisions ou des multiplications par 60.

exercice 67

Deux difficultés sont à noter :

- le nombre d'étagères n'est pas égal au nombre d'intervalles délimités par ces étagères
- où faut-il arrêter la division permettant de calculer la hauteur des étagères ?

ORDRE DE GRANDEUR

68. L → Nd

Répondre aux questions suivantes sans poser d'opération, en utilisant des ordres de grandeur :

- a) Je possède 15 €. Cela me suffira-t-il pour acheter 28 caramels à 0,45 € ?

exercice 68

Il s'agit d'habituer les élèves à estimer un résultat ou à vérifier l'exactitude d'une réponse.

b) J'achète 510 g de saumon à 19 € le kg. Ai-je assez avec 8 € pour payer ?

69. L → Nd

J'ai acheté 15 pieds d'impatiènes pour 63 €.

a) Un pied d'impatiènes coûte-t-il

- entre 2 € et 3 € ?
- entre 3 € et 4 € ?
- entre 4 € et 5 € ?
- entre 5 € et 6 € ?

b) Calculer le prix exact d'un pied de ces impatiènes.

70. L → Nd

Un groupe de 12 personnes mange dans un restaurant. Le montant de l'addition est 139 €.

a) Chaque personne devra-t-elle verser

- entre 5 € et 10 € ?
- entre 10 € et 20 € ?
- entre 20 € et 30 € ?

b) Calculer le montant exact de la somme versée par chaque personne.

71. L → Nd

Un morceau de bois mesure 7 m de long. On le découpe en 8 morceaux de longueurs égales.

a) La longueur de chaque morceau sera-t-elle

- supérieure à 1 m ?
- entre 0,8 m et 0,9 m ?
- entre 0,9 m et 1 m ?

b) Calculer la longueur exacte de chaque morceau.

72. T → Nd

Pour chacun des produits et quotients suivants, un seul des résultats donnés est juste.

Trouver lequel, sans effectuer le calcul, après avoir expliqué pourquoi les autres sont faux.

CALCULS	R 1	R 2	R 3
$2504 \times 0,502$	1200,008	1257,008	1257,08
$398 \times 4,94$	196,12	1966,15	1966,12
$2870 \div 350$	8,2	82	9
$3765 \div 7500$	1,02	0,502	5,02

73. T → Nd

Trouver sans poser d'opération le bon résultat (a, b, c ou d) :

	a	b	c	d
$1,2 \times 3 =$	0,36	3,6	360	36
$4,5 \times 32 =$	0,144	1,44	14,4	144
$14 \times 0,7 =$	9,8	98	0,098	0,98
$11,25 \times 34 =$	38,25	3,825	0,3825	382,5
$25 \times 0,94 =$	23,5	2,35	0,235	0,0235
$6 \times 12,5 =$	72,30	7,5	750	75
$0,125 \times 8 =$	0,1000	10	1	1000

exercices 69 à 71

Avant d'effectuer une division, il est bon de connaître un encadrement ou une valeur approchée du quotient.

exercices 72 et 73

On joue à la fois sur l'ordre de grandeur et sur le dernier chiffre du produit. Pour vérifier les quotients, il est plus simple d'effectuer des produits.

CHAPITRE 08 : NOTION DE FRACTION, ECHELLES, , POURCENTAGES

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Donner du sens au mot fraction, au mot numérateur, au mot dénominateur et aux notions qu'ils représentent.
- Prendre une fraction d'un nombre.
- Multiplier un nombre par une fraction, donner du sens à cette opération.
- Prendre $a\%$ d'un nombre, donner du sens au mot et à la notion de pourcentage et au symbole %.
- Appliquer une échelle, donner du sens au mot et à la notion d'échelle.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- Notion de fraction : fraction d'aire, de longueur,...
- Différentes écritures d'une fraction.
- Prendre une fraction d'un nombre.
- Prendre un pourcentage d'une quantité.
- Appliquer une échelle.

ACTIVITE 1

Fractions d'aires.

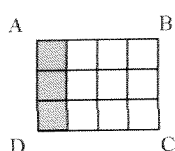


Figure 1

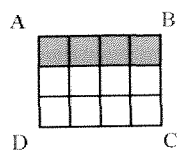


Figure 2

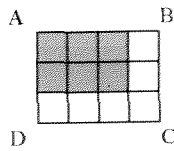


Figure 3

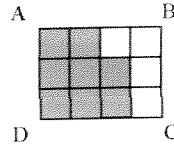


Figure 4

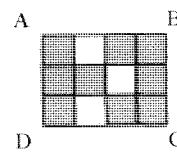


Figure 5

On a dessiné ci-dessus cinq rectangles que l'on a quadrillé régulièrement.

- 1) Quelle fraction de l'aire du rectangle ABCD est hachurée :
 - a) sur la figure 1 ?
 - b) sur la figure 2 ?
 - c) sur la figure 3 ?
 - d) sur la figure 4 ?
 - e) sur la figure 5 ?
- 2) Dessiner trois rectangles dont les côtés mesurent 3 cm et 8 cm. Colorier sur ces dessins les deux tiers, les trois quarts et les cinq sixièmes de leur aire.
- 3) Sur quatre figures différentes :
 - a) Colorier une aire qui représente les huit quinzièmes de la surface d'un rectangle IJKL.
 - b) Colorier une aire qui représente les vingt seizièmes de la surface d'un rectangle IJKL.
 - c) Colorier une aire qui représente $\frac{7}{12}$ de la surface d'un rectangle IJKL.
 - d) Colorier une aire qui représente $\frac{61}{66}$ de la surface d'un rectangle IJKL.

Commentaires sur l'activité 1

Durée : Environ une heure

Objectif : Elle vise à donner du sens à l'écriture fractionnaire, en favorisant le passage de l'écriture symbolique au registre graphique, et vice-versa, à travers les fractions d'aires.

A l'aide de la langue naturelle, on peut aussi voir deux tiers comme deux fois un tiers, et ainsi favoriser les passages du symbolique à la langue naturelle et au graphique.

Question 1 : Gé -> N

C'est une tâche de lectures de fractions à partir de la perception d'aires. On peut se repérer avec les carreaux, les lignes, les colonnes et écrire ainsi des égalités de fractions. Ainsi, pour le premier rectangle, on peut envisager 1 colonne sur 4 ($1/4$) ou 3 carreaux sur 12 ($3/12$)

Question 2 : N -> Gé ou L -> Gé

C'est une tâche de constructions de figures. On peut diviser le rectangle en 3 colonnes et 8 lignes. Pour les deux tiers, la langue naturelle indique qu'on prend le tiers et qu'on le multiplie par 2. Dans ce cas, on peut se repérer avec les colonnes. Pour les $3/4$, se repérer avec les lignes, et pour les $5/6$, avec les carreaux.

Question 3 : N -> Gé ou LN -> Gé

Il faut, en plus, ici, choisir le bon rectangle. Une des fractions dépasse l'unité.

ACTIVITE 2

Fractions et calculs

1) Trouver les calculs qui donnent le même résultat :

trente fois deux cinquièmes

$$(30 \times 5) \div 2$$

$$(30 \times 2) \div 5$$

$$30 \times 2,5$$

$$30 \times 0,4$$

$$(30 \div 5) \times 2$$

$$(30 \div 2) \times 5$$

trente fois cinq demis

2) Parmi ces calculs, lequel correspond à $\frac{2}{5}$ de 30 ? à $\frac{5}{2}$ de 30 ?

3) Calculer $30 \times \frac{5}{6}$ et $30 \times \frac{6}{5}$ de plusieurs façons différentes.

Commentaires sur l'activité 2

Durée : environ 20 minutes

Objectif : Elle vise à faire le lien entre prendre une fraction d'un nombre et multiplier ce nombre par cette fraction.

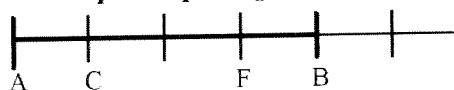
On peut alors envisager les différentes façons de multiplier un nombre par une fraction.

ACTIVITE 3

Partages de segments.

Dans toute la suite, les points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K et L sont situés sur une graduation régulière.

Un exemple de partage de segments.



On choisit le segment [AB] comme unité de longueur.

Pour obtenir le segment [AF] à partir du segment unité [AB], on peut adopter trois points de vue :

(a) On divise le segment [AB] en 4 parties égales, et on en prend 3 pour obtenir le segment [AF]

La longueur du segment $[AB]$ est divisée par 4, puis multipliée par trois pour obtenir la longueur du segment $[AF]$.

On peut schématiser cette opération par :

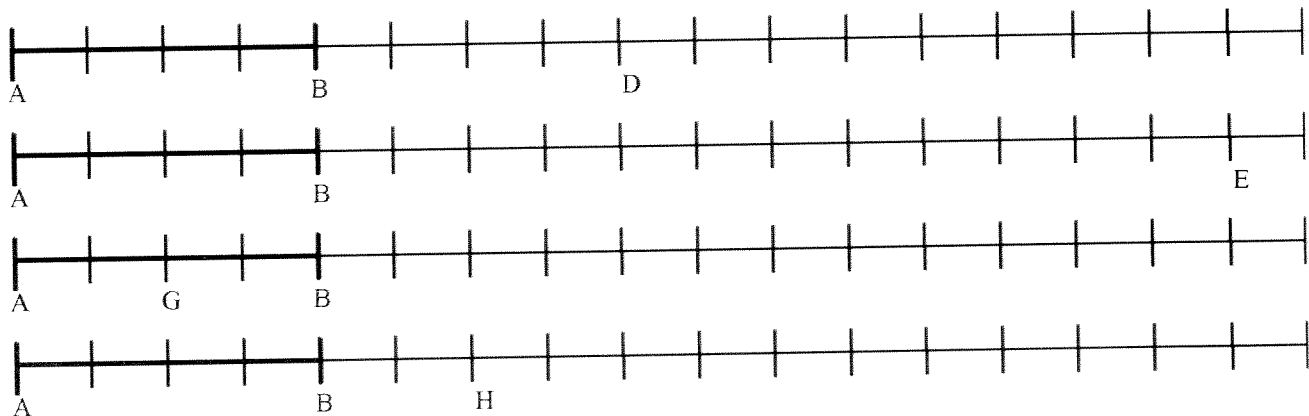
$$(b) \quad AB \xrightarrow{\div 4} AC \xrightarrow{\times 3} AF$$

On dit que le segment $[AF]$ mesure les trois quarts du segment $[AB]$, ce qui se traduit par la relation entre les longueurs :

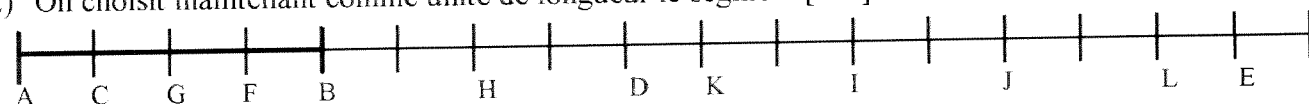
$$(c) \quad AF = AB \times \frac{3}{4} \quad \text{ou bien} \quad AF = \frac{3}{4} \times AB$$

1) En adaptant le nom des points pour chacun des segments $[AD]$, $[AE]$, $[AG]$ et $[AH]$:

- écrire une phrase comme (a).
- faire un schéma comme (b).
- écrire la relation entre les longueurs comme (c).



2) On choisit maintenant comme unité de longueur le segment $[AK]$.



Reprendre la question 1) avec les segments $[AB]$, $[AC]$, $[AD]$, $[AI]$, $[AJ]$ et $[AL]$.

3) Recopier et compléter les points de suspension en utilisant seulement les noms des points ci-dessus :

- Le segment $[AF]$ mesure les trois huitièmes du segment ...
- Le segment $[AK]$ mesure les neuf sixièmes du segment ...
- Le segment $[BH]$ mesure la moitié du segment ...
- Le segment $[HJ]$ mesure $\frac{7}{12}$ du segment ...
- Le segment $[HJ]$ mesure $\frac{12}{5}$ du segment ...

4) Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{3}{9} \times BJ = \dots \quad \frac{8}{3} \times AF = \dots \quad \frac{7}{12} \times \dots = CD \quad \frac{7}{5} \times \dots = HJ$$

Commentaires sur l'activité 3 :

Durée : environ une heure.

Objectif : Elle vise à faire manipuler des fractions de longueurs. Elle garde aussi les objectifs de l'activité précédente, en ce qui concerne le sens des fractions.

Question 1 : Gr -> N ou L ou Gr

On lit des fractions, comme dans l'activité 1, mais deux de celles-ci dépassent l'unité. On doit trouver des fractions de la longueur AB qui est choisie comme unité.

Question 2 : Gr -> N ou L ou Gr

Mêmes objectifs mais, ici, l'unité change pour chacun des cas.

Question 3 : Gr -> N

Pour les deux premiers cas, il s'agit de retrouver l'unité.

ACTIVITE 4 A main levée !

Partie A

Sur une feuille blanche, ou sur une feuille à carreaux sans tenir compte des carreaux, tracer à la règle quatre segments de longueur quelconque. A main levée, sans aucun instrument de mesure :

- 1) Partager un des segments en quatre parties de même longueur.
- 2) Partager un autre des segment en trois parties de même longueur.
- 3) Partager un autre des segments en cinq parties de même longueur.
- 4) Partager le dernier des segments en six parties de même longueur.

A l'aide d'une calculatrice et d'une règle, vérifier que les différents segments ont été partagés correctement. Recommencer plusieurs fois pour arriver à estimer correctement à vue d'œil ces partages.

Partie B

Sur une feuille blanche, ou sur une feuille à carreaux sans tenir compte des carreaux, tracer à la règle quatre segments de longueur quelconque. A main levée, sans aucun instrument de mesure :

- 1) Marquer les trois quarts d'un segment.
- 2) Marquer les deux tiers d'un autre segment.
- 3) Marquer les trois cinquièmes d'un autre segment.
- 4) Marquer les cinq sixièmes d'un autre segment.
- 5) Marquer les quatre tiers d'un autre segment.
- 6) Marquer les cinq quarts d'un autre segment.
- 7) Marquer les sept cinquièmes d'un autre segment.

Commentaires sur l'activité 4 :

Durée : environ 30 minutes.

Objectif : Passage du registre graphique graphique au registre symbolique fractionnaire. Mise en place de « visualisations mentales » de fractions.

ACTIVITE 5 ECHELLES

PARTIE 1

- 1) Construire un triangle ABC tel que $AB = 3,6$ cm, $AC = 4,4$ cm et $BC = 2,8$ cm.
- 2) Construire le triangle obtenu en ajoutant 3 cm à chaque côté de ABC.
- 3) Construire le triangle obtenu en multipliant chaque côté de ABC par 3.
- 4) Lequel des deux triangles des questions 2 et 3 est-il un agrandissement du triangle ABC à l'échelle 3 ?
- 5) Construire le triangle ABC à l'échelle 1,5.
- 6) Construire le triangle ABC à l'échelle $\frac{1}{2}$.
- 7) Construire le triangle ABC à l'échelle 0,75.

PARTIE 2

Compléter les phrases suivantes par un nombre et les adjectifs « petites » ou « grandes » :

Pour un dessin à l'échelle 10, les dimensions sur le dessin sont fois plus.....que les dimensions réelles.

Pour un dessin à l'échelle 1/10, les dimensions sur le dessin sont fois plus.....que les dimensions réelles.

Pour un dessin à l'échelle 2, les dimensions réelles sont fois plus.....que les dimensions sur le dessin.

Pour un dessin à l'échelle 1/100, les dimensions réelles sont fois plus.....que les dimensions sur le dessin.

Pour un dessin à l'échelle, les dimensions sur le dessin sont 100 fois plus grandes que les dimensions réelles.

Pour un dessin à l'échelle, les dimensions réelles sont 3 fois plus grandes que les dimensions sur le dessin.

PARTIE 3

L'échelle d'une carte est $\frac{1}{300\,000}$.

1) Compléter par un nombre et les adjectifs « petites » ou « grandes » :

les dimensions réelles sont fois plus.....que les dimensions sur la carte.
les dimensions sur la carte sont fois plus.....que les dimensions réelles.

2) Compléter le schéma et le tableau ci-dessous :

1 cm sur la carte $\longrightarrow$ cm en réalité

1 cm sur la carte $\longrightarrow$ km en réalité

Distance réelle	Distance sur la carte
90 km	
18 km	
	12 cm
	15 cm

Commentaires sur l'activité 5 :

Durée : environ 30 minutes

Objectifs :

Partie 1 : Agrandir ou réduire un dessin ne consiste pas à ajouter ou soustraire une longueur, mais à multiplier ses dimensions par un même nombre, l'échelle de cette reproduction. Si les dimensions sont divisées par 4, elles sont multipliées par $\frac{1}{4}$.

Partie 2 : Donner du sens à la notion d'échelle en passant par la langue naturelle.

Partie 3 : Donner du sens à la notion d'échelle d'une carte en passant par la langue naturelle et en utilisant des schémas. Relier la langue naturelle et ces schémas.

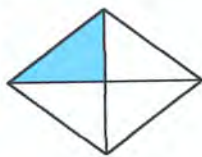
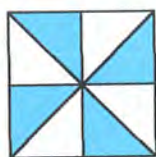
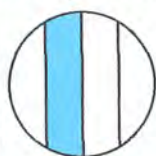
FRACTIONS

1. $L \rightarrow G \rightarrow L$ *Fractions d'aire.*

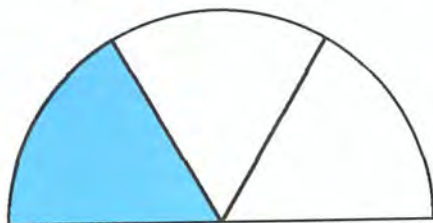
Le professeur a demandé aux élèves de colorier en bleu un quart des surfaces délimitées par chacune des figures suivantes :

un cercle, un triangle équilatéral, un carré et un losange.

Corriger les erreurs de Patrick.

2. $G \rightarrow L$

Fraction de disque.



Richard prétend avoir représenté un tiers de disque en bleu. Quelle erreur a-t-il commise ?

exercice 1

Donner du sens à $1/4$; veiller à ce que le partage soit régulier.

exercice 2

Prendre conscience de l'importance de chaque mot (le tiers de l'aire du disque n'est pas ce qui est attendu....)

3. $L \rightarrow N$

a. Prendre le centième de :

5 ; 592 ; 603 ; 740 ; 8342 ; 98

b. Prendre le millième de :

7400 ; 52 ; 3 ; 437 ; 40000 ; 500

4. $L \rightarrow N$

a. Un élève doit calculer $\frac{2}{5}$ de 30. Trouver, parmi les calculs suivants, ceux qui donnent la bonne réponse :

$$30 \times \frac{2}{5} \quad 30 \div \frac{2}{5} \quad 30 \times 0,4$$

$$(30 \times 2) \div 5 \quad (30 \div 2) \times 5 \quad (30 \times 5) \div 2$$

b. Un élève doit calculer $\frac{1}{3}$ de 30. Trouver, parmi les calculs suivants, ceux qui donnent la bonne réponse :

$$30 \times \frac{1}{3} \quad 30 \times 3 \quad 30 \div \frac{1}{3} \quad 30 \times 0,3333$$

$$30 \times 3$$

exercice 3

Pratique du calcul mental

5. *L->S*

Calculer :

1) $\frac{2}{3}$ de 27 ; le quart de 20 ; $\frac{7}{6}$ de 48.

2) $\frac{3}{4}$ de 28 ; $\frac{5}{3}$ de 27 ; $\frac{5}{4}$ de 28.

6. *Calcul mental.*Effectuer $16 \times 0,5$. Par quelle fraction faut-il multiplier 16 pour obtenir le même résultat ?

Donner la moitié des nombres suivants : 74; 333; 25; 9.

Calculer : $0,5 \times 702$; $0,5 \times 386$; $7\,016 \times 0,5$;

Compléter :

La moitié de ... est 14.

La moitié de ... est 18,3.

La moitié de ... est 7,5.

La moitié de ... est 2,75.

Calculer : $\frac{1}{2} \times 79$; $785 \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \times 1\,024$; $9 \times \frac{1}{2}$.

7. *Calcul mental.*a) Effectuer $64 \times 0,25$. Par quelle fraction faut-il multiplier 64 pour obtenir le même résultat ?

Donner la quart des nombres suivants : 51; 39; 10; 25.

Calculer : $0,25 \times 200$; $0,25 \times 444$; $24 \times 0,25$.

Calculer $\frac{1}{4} \times 20$; $\frac{1}{4} \times 60$; $420 \times \frac{1}{4}$; $804 \times \frac{1}{4}$.

Compléter

Le quart de ... est 16.

Le quart de ... est 20.

Le quart de ... est 2,8.

Le quart de ... est 0,36.

8.

a) Effectuer $100 \times 0,75$. Par quelle fraction faut-il multiplier 100 pour obtenir le même résultat ?

b) Donner les trois quart de : 100; 500; 19; 3 075.

c) Calculer : $0,75 \times 1\,000$; $0,75 \times 448$; $880 \times 0,75$; $0,75 \times 7$.

d) Calculer $\frac{3}{4} \times 20$; $\frac{3}{4} \times 120$; $840 \times \frac{3}{4}$

e) Compléter :

Les trois quart de ... font 150

Les trois quart de ... font 69.

Les trois quart de ... font 132.

Les trois quart de ... font 7 500.

9.

Calculer

$36 \times \frac{3}{4}$; $\frac{1}{6} \times 36$; $\frac{5}{6} \times 72$

$\frac{3}{10} \times 90$; $\frac{2}{5} \times 25$; $\frac{7}{11} \times 110$

10.

$\frac{11}{10} \times 70$; $\frac{4}{3} \times 12$; $49 \times \frac{8}{7}$

exercice 6

Utiliser les différentes écritures de $\frac{1}{2}$.Prendre conscience que multiplier un nombre par 0,5, le multiplier par $\frac{1}{2}$, le diviser par 2,

prendre la moitié de ce nombre, sont des opérations qui donnent le même résultat.

exercice 7

Même exercice que 6 avec $\frac{1}{4}$, 0,25 et le quart.

exercice 8

Même exercice que 7 avec $\frac{3}{4}$, 0,75 et les trois-quarts.

exercices 9 et 10

Travail avec l'écriture symbolique, la fraction étant à droite ou à gauche

$28 \times \frac{9}{7}$

$\frac{10}{9} \times 63$

$\frac{7}{6} \times 48$

FRACTIONS

11. Gé->N

Pour chaque cas, indiquer la fraction de la surface du rectangle qui a été hachurée. Lorsque c'est possible, donner plusieurs fractions.

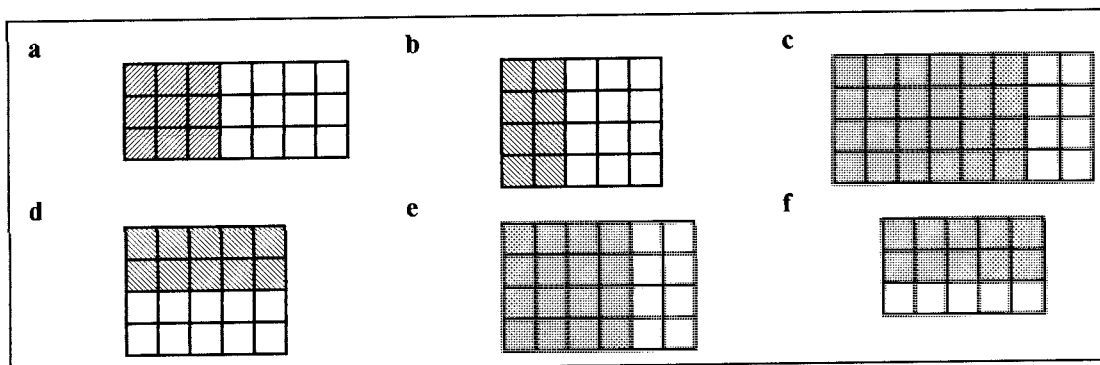
exercice 11

Lectures de figures

Perceptions de fractions à l'aide d'aires

Ecriture de fractions égales

Prolongement de l'activité 1



12. L->N

Pour chacun des cas suivants, dessiner un rectangle de 8 carreaux sur 6 carreaux, puis colorier la fraction de la surface indiquée. Ecrire alors, dans chaque cas, la fraction avec un dénominateur égal à 48. Quelles remarques peut-on faire ?

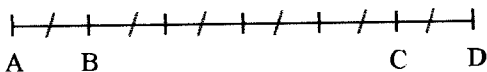
- a. $\frac{5}{6}$ b. $\frac{3}{8}$ c. $\frac{3}{4}$
 d. $\frac{2}{3}$ e. $\frac{6}{8}$ g. $\frac{16}{24}$
 h. $\frac{9}{12}$

exercice 12

Constructions de figures.

Avoir toutes les fraction écrites avec le même dénominateur (le nombre de carreaux) pour pouvoir écrire des égalités.

13. Gr->N



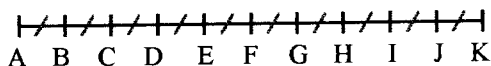
Observer le dessin ci-dessus, puis compléter les pointillés par une fraction exprimée en langue française :

- AB est égale à de AD.
 AB est égale à de AC.
 AC est égale à de AD.
 BC est égale à de AD.
 AD est égale à de AC.
 BD est égale à de BC.
 BD est égale à de AD.

exercice 13

Lecture de graduations

14. Gr->N



- a) A quelle fraction de la longueur AE est égale la longueur AB ?
 b) A quelle fraction de la longueur AE est égale la longueur AD ?
 c) A quelle fraction de la longueur AE est égale la longueur AG ?
 d) A quelle fraction de la longueur AE est égale la longueur AK ?

exercice 14

Lecture graphique et utilisation de l'écriture symbolique de e à h.

De a à d, lecture et utilisation de la langue naturelle.

- e) Compléter : $AB = \frac{\dots}{\dots} \times AF$
- f) Compléter : $BH = \frac{\dots}{\dots} \times AF$
- g) Compléter : $DG = \frac{\dots}{\dots} \times AF$
- h) Compléter : $AK = \frac{\dots}{\dots} \times AF$

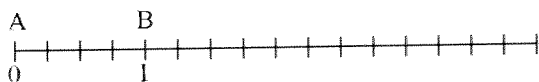
15. L N Gr

Tracer un segment [AB] de longueur 12 cm. Sous ce segment, construire les segments suivants :

- a) Un segment [CD] dont la longueur est égale à $\frac{1}{3}$ de la longueur AB.
- b) Un segment [EF] dont la longueur est égale à $\frac{3}{4}$ de la longueur AB.
- c) Un segment [GH] dont la longueur est égale à $\frac{7}{12}$ de la longueur AB.
- d) Un segment [IJ] tel que $IJ = \frac{5}{6} \times AB$.
- e) Un segment [KL] tel que $KL = AB \times \frac{3}{2}$.
- f) Un segment [MN] tel que $MN = AB \times \frac{5}{4}$.

16. N->Gr

Tracer un segment [AB] de longueur 4 cm, puis la demi-droite [AB) d'origine A et passant par le point B.



Marquer les points correspondants aux fractions suivantes : $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{7}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{7}{4}, \frac{5}{4}, \frac{14}{4}$.

17. N->Gr

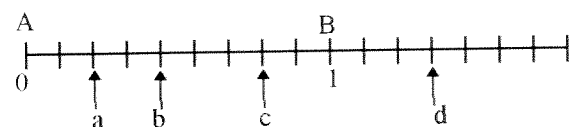
Tracer un segment [AB] de longueur 3 cm, puis la demi-droite [AB) d'origine A et passant par le point B. Graduer régulièrement cette demi-droite afin d'obtenir un dessin ressemblant à la figure ci-dessous :



Marquer les points correspondants aux fractions suivantes : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{2}, \frac{13}{6}, \frac{7}{3}, \frac{12}{6}, \frac{10}{3}$.

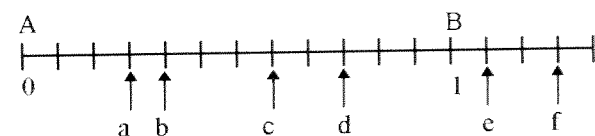
18. Gr->N

Indiquer les fractions correspondant aux flèches :



19. Gr->N

Indiquer les fractions correspondant aux flèches :



exercice 15

L et N->Gr de a à c.

N->Gr de d à f.

exercice 16

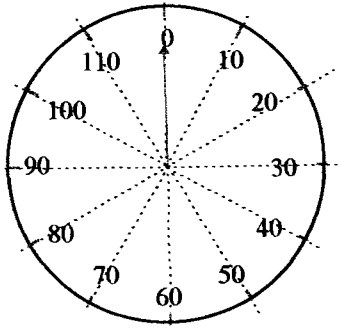
Placer des fractions sur une droite graduée.

On peut faire le lien avec les décimaux.

exercices 18 et 19

Lire des fractions sur une droite graduée.

20. N->Gr Prendre une fraction d'angle.



Indiquer combien pèsent les personnes suivantes grâce aux indications fournies :

- 1) Lorsque le petit Nicolas monte sur la balance, l'aiguille tourne de $\frac{1}{6}$ de tour.
- 2) Lorsque sa grande sœur se pèse, l'aiguille se stabilise après $\frac{1}{3}$ de tour.
- 3) Lorsque la mère se pèse, l'aiguille tourne d'abord de $\frac{3}{4}$ de tour, puis revient en arrière de $\frac{1}{12}$ de tour.
- 4) Lorsque le père monte sur la balance, l'aiguille s'affole ! Elle tourne d'abord de $\frac{4}{3}$ de tour, puis elle revient en arrière de $\frac{1}{3}$ de tour, puis elle remonte $\frac{1}{6}$ de tour pour se stabiliser enfin.

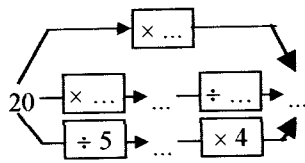
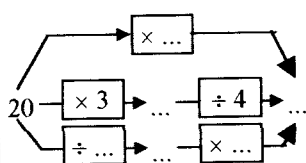
21. Retrouver une fraction d'angle.

En prenant pour modèle la balance de l'exercice ci-dessus, indiquer avec des phrases en français les fractions d'angle dont tourne l'aiguille partant de 0 pour indiquer les poids ci-dessous :

- 1) 40 kg
- 2) 90 kg, puis 70 kg en se stabilisant.
- 3) 70 kg, puis 60 kg en se stabilisant.

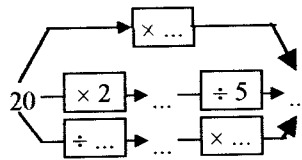
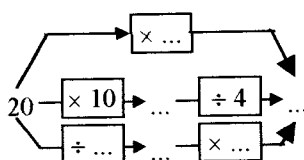
22.

Compléter les schémas de calcul suivants par des nombres entiers ou décimaux :



23.

Compléter les schémas de calcul suivants par des nombres entiers ou décimaux :



exercice 20

Placer des fractions sur une graduation circulaire.

exercice 21

Lire des fractions sur une graduation circulaire.

Retrouver des fractions à partir de nombres.

C'est l'exercice inverse de l'exercice 20

exercice 22

Multiplier un nombre par $\frac{4}{5}$ peut être envisagé de 3 façons différentes :

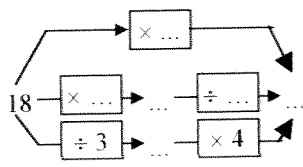
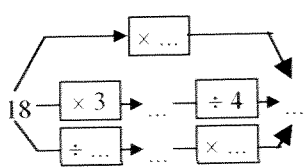
Le multiplier par 0,8.

Le diviser par 5 et multiplier le résultat par 4.

Le multiplier par 4 et diviser le résultat par 5.

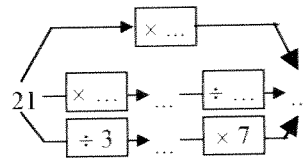
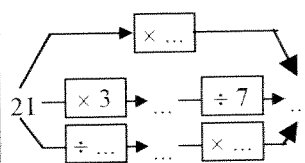
24.

Compléter les schémas de calcul suivants par des nombres décimaux ou fractionnaires:



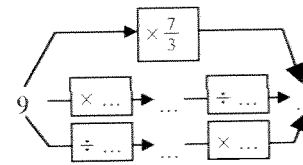
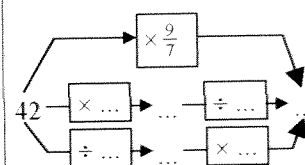
25.

Compléter les schémas de calcul suivants par des nombres décimaux ou fractionnaires:



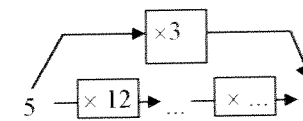
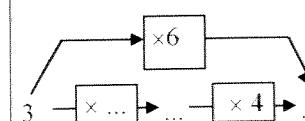
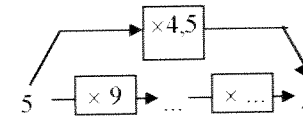
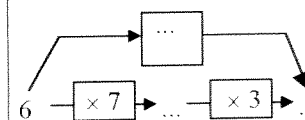
26.

Compléter les schémas de calcul suivants par des nombres entiers :



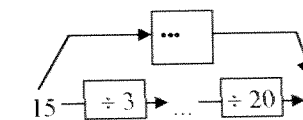
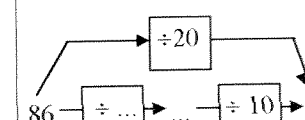
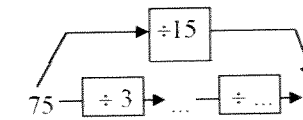
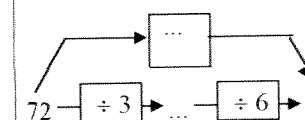
27.

Les résultats de la première et de la deuxième ligne sont égaux.
 Compléter la première ligne par l'opération et le nombre adéquats.
 Compléter les pointillés de la deuxième ligne par des nombres :



28.

Les résultats de la première et de la deuxième ligne sont égaux.
 Compléter la première ligne par l'opération et le nombre adéquats.
 Compléter les pointillés de la deuxième ligne par des nombres :



exercice 27 et 28

Multiplications et divisions successives
 Avec ce genre d'exercices, on voit que pour diviser un nombre par 12, on peut le diviser par 4 puis diviser le résultat par 3. On prépare ainsi une approche possible de la multiplication de deux fractions.

29.

Calculer $\frac{4}{5}$ de 30 ; $\frac{2}{5}$ de 30 ; $\frac{7}{5}$ de 30 ; $\frac{9}{5}$ de 30 ; $\frac{6}{5}$ de 30 ; $\frac{3}{5}$ de 30.
 Dans quels cas le résultat est-il supérieur à 30 ?

30.

Regrouper les calculs donnant le même résultat, puis effectuer :

$$40 \div 5 \times 4 \quad 40 \times 5 \div 4 \quad 40 \times 0,8 \quad 40 \times 1,25 \quad 40 \times 4 \div 5$$

$$40 \div 4 \times 5 \quad 40 \times \frac{4}{5} \quad 40 \times \frac{5}{4}$$

31.

Trouver les nombres entiers à mettre à la place des points pour que l'égalité obtenue soit exacte.

$$\dots \times \frac{3}{4} = 12$$

$$\dots \times \frac{9}{5} = 27$$

$$\frac{2}{3} \times \dots = 12$$

$$\frac{4}{7} \times \dots = 20$$

32.

Recopier et compléter les points pour que l'égalité obtenue soit exacte :

$$\frac{\dots}{8} \times 64 = 24$$

$$\frac{\dots}{7} \times 21 = 15$$

$$\frac{\dots}{9} \times 90 = 130$$

$$\frac{3}{\dots} \times 55 = 33$$

$$\frac{3}{\dots} \times 36 = 27$$

$$9 \dots \times 28 = 36$$

33.

Recopier et compléter par la fraction adéquate :

$$8 \times \frac{\dots}{\dots} = 7$$

$$15 \times \frac{\dots}{\dots} = 50$$

$$\frac{\dots}{\dots} \times 9 = 10$$

$$\frac{\dots}{\dots} \times 5 = 9$$

34.

Dans un collège de 350 élèves, 150 sont demi-pensionnaires.

$$\text{Compléter : } 150 = 350 \times \frac{\dots}{\dots}$$

Quelle fraction de l'ensemble des élèves représentent les élèves demi-pensionnaires ?

35.

Dans un groupe de 500 personnes, 150 ont entre 30 et 40 ans, 125 entre 40 et 50 ans et les autres plus de 50 ans.

$$\text{Compléter : } 150 = 500 \times \frac{\dots}{\dots} ; \quad \text{Compléter : } 125 = 350 \times \frac{\dots}{\dots}$$

Quelle fraction du nombre total d'élèves représente chacun des trois groupes ?

36. *N → Nf*

a) Exprimer en fraction de litre :

$$1 \text{ dL} \quad 25 \text{ cL} \quad 33 \text{ cL} \quad 50 \text{ cL} \quad 1 \text{ mL} \quad 75 \text{ cL}$$

b) Exprimer en fraction de kilogramme :

$$100 \text{ g} \quad 250 \text{ g} \quad 500 \text{ g} \quad 750 \text{ g} \quad 200 \text{ g}$$

c) Exprimer en fraction d'heure :

$$15 \text{ min} \quad 30 \text{ min} \quad 20 \text{ min} \quad 40 \text{ min} \quad 12 \text{ min}$$

$$45 \text{ min} \quad 5 \text{ min} \quad 25 \text{ min} \quad 12 \text{ min} \quad 24 \text{ min}$$

37. .

Compléter les phrases en toutes lettres :

le dixième d'un mètre c'est

le centième d'un litre c'est

le millième d'un gramme c'est ...

le centième d'un centimètre c'est

le centième d'un hectomètre c'est

le millième d'un décilitre c'est

exercice 29

Reconnaître des fractions supérieures à l'unité.

exercice 31

On peut procéder par essai-erreur pour déboucher sur une stratégie de résolution.

exercice 33

Prépare les problèmes 34 et 35.

On peut trouver plusieurs fractions dans chaque cas et écrire les fractions égales.

exercice 36

L'objectif est de voir les fractions usuelles de différentes unités de mesure.

exercice 37

On travaille dans la langue naturelle sur les fractions d'unités de mesure.

38.

Quelles fractions de la mesure d'un angle plat représentent les angles dont les mesures sont :

90° ? 20° ? 30° ? 10° ? 45° ? 60° ? 135° ? 270° ? 120° ?

39.

Convertir en minutes :

$\frac{3}{4}$ h $\frac{2}{5}$ h 0,7h $\frac{2}{3}$ h $\frac{3}{10}$ h 0,8h

PROBLEMES

40. L et N et G

D'après DEP

Un disque de rayon 4 cm représente un gâteau.

a) Partager ce gâteau en huit parts égales.

b) Colorier en bleu la part de Jean : $\frac{3}{8}$ du gâteau.

c) Colorier en jaune la part de Paul : $\frac{1}{4}$ du gâteau.

d) Quelle fraction du gâteau reste-t-il après le passage de Jean et de Paul ?

e) Le chat a droit à $\frac{1}{16}$ du gâteau. Colorier sa part en rouge. Quelle fraction de gâteau reste-t-il après le passage de Jean, de Paul et du chat ?

exercice 40

Passage d'un texte à un graphique circulaire.

41.

Pierre et Philippe ont chacun une tablette de chocolat qui pèse 240 g. Pierre en mange les trois quarts et Philippe les deux tiers. Qui est le plus gourmand des deux ?

42.

Jean avait 140 €. Il en dépense les deux septièmes. Quelle somme a-t-il dépensée ? Quelle somme lui reste-t-il alors ?

43.

Une cuve contient 128 L d'eau. On en vide les cinq huitièmes. Combien de litres d'eau reste-t-il alors dans la cuve ?

44.

Un gâteau pèse 750 g. Jacques en prend les trois dixièmes et Delphine les trois cinquièmes. Calculer la masse de gâteau qui reste puis indiquer quelle fraction de la masse totale représente ce reste.

exercices 42 et 43

La difficulté est graduée : Il y a une question intermédiaire dans l'exercice 42, il n'y en a pas dans l'exercice 43 où on demande donc un raisonnement en deux étapes.

Dans chaque problème, « prendre une fraction de » se fait mentalement, en commençant par une division.

POURCENTAGES sans poser d'opérations

45.

Calculer 10% de 70 ; de 35 ; de 100 ; de 409 ; de 1131

46. 45.

Calculer 50% de 84 ; de 1 000 ; de 486 ; de 2.

47.

Calculer 5% de 58 ; de 14 ; de 100 ; de 1250.

48.

Calculer 25% de 64 ; de 144 ; de 1 000 ; de 90.

exercice 45

$10\% = 10/100 = 1/10$. Prendre 10% d'un nombre, c'est le diviser par 10.

exercice 46

Pratique du calcul mental : prendre 50% revient à diviser par 2

exercice 47

5% peut être vu comme la moitié de 10%

exercice 48

Prendre 25% d'une quantité revient à en prendre le quart.

49.

Calculer 1% de 100 ; de 8 ; de 90 ; de 137 ; de 1432.

50.

Compléter les étiquettes suivantes en choisissant les pourcentages parmi 1%, 5%, 10%, 20%, 50% :

Prix : 510F	Prix : 780F	Prix : 900F
Rabais : 51F	Rabais : 390F	Rabais : 45F
Soit ...%	Soit ...%	Soit ...%

Prendre le quart d'un nombre, c'est le diviser par 2 puis diviser le résultat par 2.

exercice 50

Il s'agit ici de tester les différents pourcentages proposés pour trouver la bonne réponse. On travaille l'ordre de grandeur.

POURCENTAGES

51. Pour faire des confitures, maman pèse les fruits dénoyautés et rajoute 40% du poids en sucre. Quel poids de sucre doit-elle rajouter à : • 2 kg de prunes ? • 1,5 kg de myrtilles ? • 3 kg d'abricots ? • 2,4 kg de quetsches ? 52. Jean a 9 € d'argent de poche par mois. « Si tu me donnais 10% de plus, je pourrais m'acheter ce jeu à 10 € » dit-il à son père. Vrai ou faux ? 53. Dans une classe de 30 élèves, 30% portent des lunettes. Combien d'élèves n'en portent pas ? 54. Un libraire consent une réduction de 10% sur le prix des fins de série de quelques livres. Un livre coûte 43€. Quel est le montant de la remise ? Quel est le nouveau prix de ce livre ? 55. Un patron annonce 20% d'augmentation sur le salaire mensuel des ouvriers de son usine. M. HILBERT gagne actuellement 1200 € par mois. Combien gagnera-t-il de plus ? Quel est le montant de son nouveau salaire ? 56. Un commerçant décide d'augmenter de 5% le prix de cet objet qui valait 200 €. Quel est le nouveau prix ? Voyant le mécontentement de ses clients, il décide d'enlever 5% à ce nouveau prix. Qu'en pensez vous ? 57. Un ministre décide de diminuer de 17% le salaire horaire de ses employés, fixé auparavant à 25 € de l'heure. Quel est alors le nouveau salaire horaire ? Les employés se mettent en grève, et demandent au ministre d'augmenter de 17% le nouveau salaire horaire. Le ministre accepte... Qu'en pensez vous ?	exercice 51 Calculs à faire sans poser d'opérations exercice 55 Une première occasion de voir que les deux pourcentages ne s'appliquent pas au même prix.
---	---

58. On liquide les stock

Compléter les étiquettes :

Réduction de 10%	
Ancien prix	Nouveau prix
20 €	
45 €	

Réduction de 30%	
Ancien prix	Nouveau prix
36 €	
42 €	

Réduction de 25%	
Ancien prix	Nouveau prix
88 €	
72 €	

59. Des augmentations

Compléter les étiquettes :

Augmentation de 10%	
Ancien prix	Nouveau prix
12 €	
32 €	

Augmentation de 30%	
Ancien prix	Nouveau prix
120 €	
220 €	

Augmentation de 25%	
Ancien prix	Nouveau prix
160 €	
240 €	

ECHELLES**60.**

Un rectangle a comme dimensions 7 cm et 1,4mm.
Dessiner ce rectangle en dimensions réelles, puis à l'échelle 2.

61.

Un rectangle a comme dimensions 2,5 cm et 13 cm.
Dessiner ce rectangle en dimensions réelles, puis à l'échelle $\frac{1}{3}$.

62.

Dans un livre de Sciences Naturelles, on a représenté des insectes à l'échelle 10.

- 1) Des insectes mesurent dans la réalité :
11 mm 2 mm 1,8 mm.
Combien mesurent leurs représentations sur le livre ?
- 2) La représentation d'un insecte sur le livre mesure 3 cm.
Combien cet insecte mesure-t-il dans la réalité ?

63.

Dessiner le plan de la chambre rectangulaire de Julie à l'échelle $\frac{1}{100}$, sachant que sa longueur est de 4 m et sa largeur de 3 m.
Quelle est l'aire réelle de sa chambre ?
Quelle est l'aire de sa chambre sur le dessin ?

exercices 60 et 61

Dessiner une figure grandeur réelle, puis la redessiner en respectant une échelle

exercice 62

Appliquer une échelle, une échelle inverse, sans passer par une figure.

exercice 63

Dessin à l'échelle, et effet sur les aires.

64.

Une automobile miniature est à l'échelle $\frac{1}{43}$. Elle mesure 6 cm de long.
Quelle est la vraie longueur de cette automobile ?

65.

Cette carte est à l'échelle $\frac{1}{100\,000}$. Quelle est la distance sur la carte de deux villes distantes de 2500 km ?

66.

Sur cette maquette, la tour de 14 étages mesurant 49 m de hauteur dans la réalité, mesure 49 cm.

L'échelle de représentation choisie est-elle de : 1, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, 100, 1 000 ?

67.

Le triangle ABC a ses côtés qui mesurent : 2,5 cm 4,5 cm et 3,6 cm.

Dessiner ce triangle à l'échelle 3.

Que deviennent les angles de la figure agrandie ?

68.

Sur cette carte à l'échelle $\frac{1}{10\,000}$, deux endroits sont distants de 14 cm. Quelle est la distance réelle qui les sépare ?

exercice 66

Choix d'une échelle par essai-erreur, question de bon sens !

exercice 67

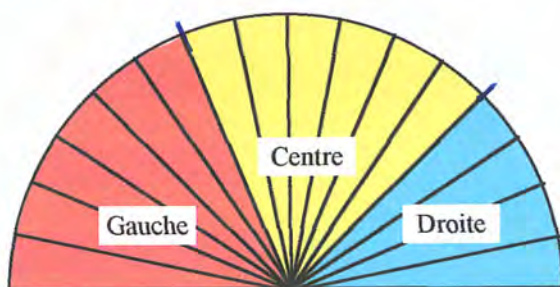
Effet d'un agrandissement sur les angles

exercice 68

Echelle inverse.

GESTION DE DONNEES

69. Lire un graphique semi-circulaire Gr->N



Les élections viennent d'avoir lieu. On a représenté ci-dessus la répartition du nombre de députés suivant leur tendance politique sur un diagramme semi-circulaire divisé au départ en seize secteurs de même mesure.
Sachant qu'il y a 256 députés en tout, retrouver le nombre de députés de chaque tendance.

exercice 69

Lecture d'un graphique.

70. *Tracer un graphique circulaire.* L et N->Gr

Dans une classe de 6ème, les élèves ont choisi d'effectuer leurs devoirs de la façon suivante pendant les études dirigées :

- la moitié fait ses exercices de mathématiques.
- les deux tiers révisent pour leur interrogation d'anglais.
- $\frac{1}{12}$ des élèves travaillent leur français.

• le reste des élèves font leur compte rendu de sciences et vie de la terre.

Représenter la répartition du travail de ces élèves par matière à l'aide d'un diagramme circulaire

exercice 70

Si cet exercice est traité après le 69, beaucoup d'élèves traceront un graphique semi-circulaire !

AUTRES EXERCICES

71.

Matthieu possède 60 €. Il dépense le sixième de cette somme pour acheter un livre puis les trois-quarts de cette somme pour acheter un cadeau à son frère. Quelle somme d'argent lui reste-t-il ?

exercice 71

La difficulté est principalement dans la lecture d'énoncé.

72.

Noémie possède 60 €. Elle dépense le sixième de cette somme pour acheter un livre puis les trois-quarts du reste pour acheter un cadeau à son frère. Quelle somme d'argent lui reste-t-il ?

CHAPITRE 08 : MULTIPLICATION DE DEUX NOMBRES DECIMAUX, ECHELLES, POURCENTAGES

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

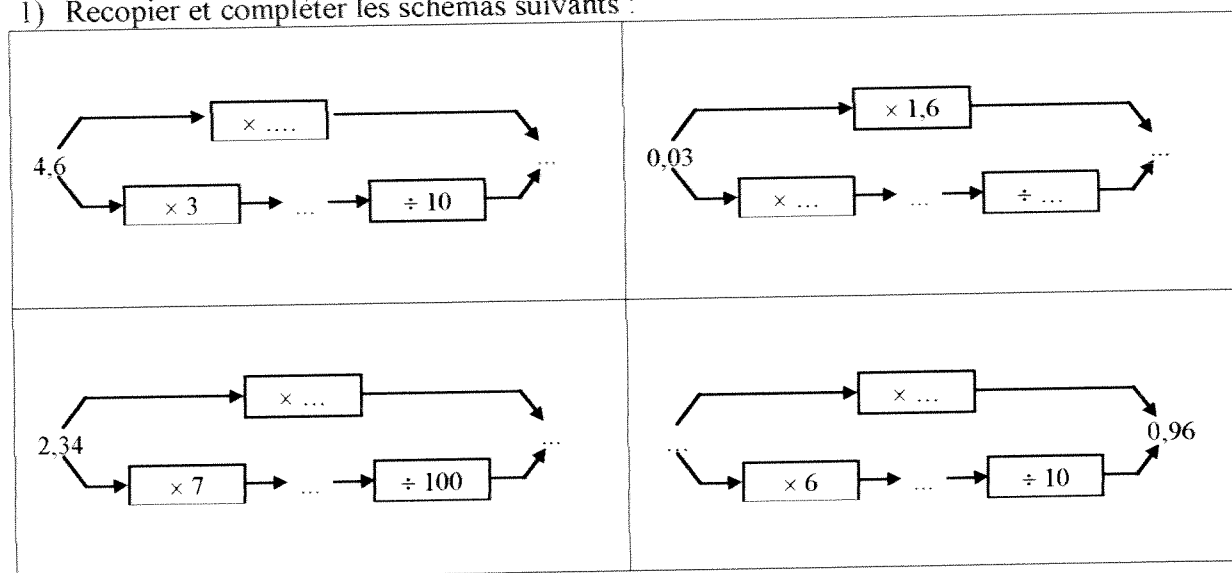
- Réinvestir la multiplication d'un entier par un décimal introduite dans le chapitre 4 et prolonger à la multiplication de deux nombres décimaux.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS :

- Savoir multiplier un nombre décimal par un nombre décimal.
- Savoir diviser un nombre décimal par un nombre entier.
- Savoir appliquer un pourcentage.
- Savoir appliquer une échelle.

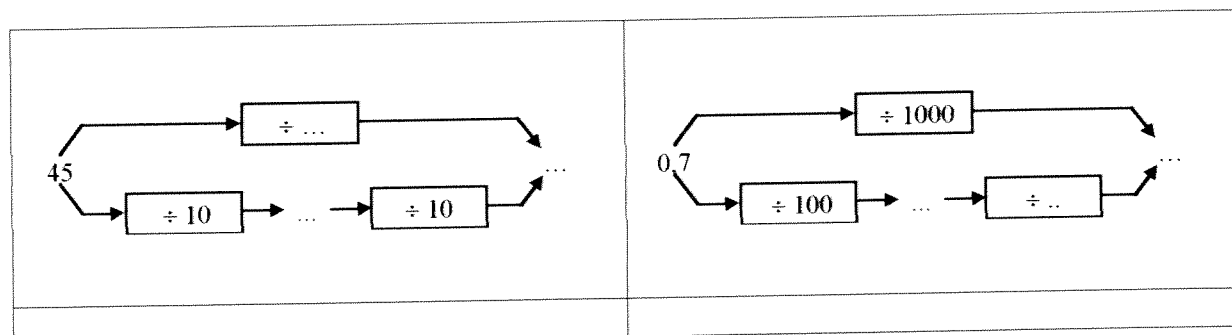
ACTIVITE 1

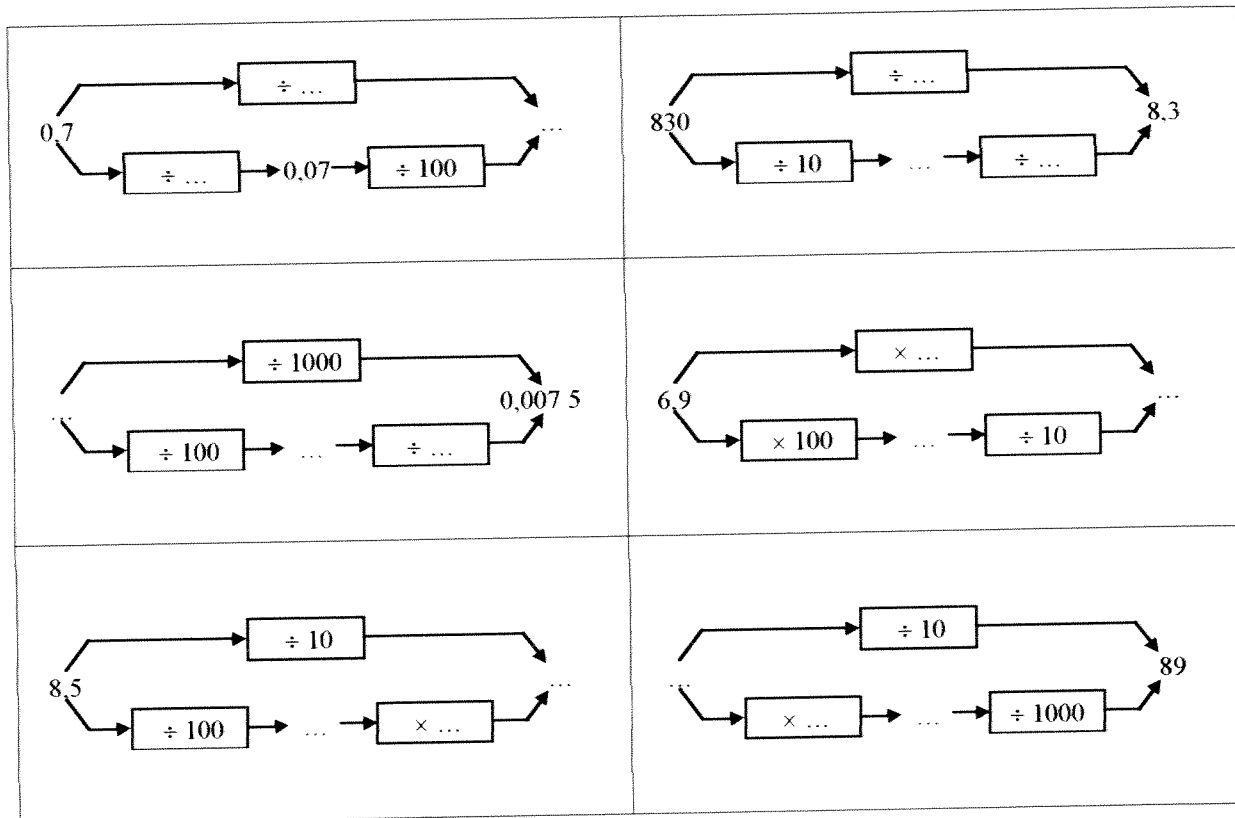
1) Recopier et compléter les schémas suivants :



A l'aide des quatre schémas ci-dessus, compléter les opérations suivantes avec un nombre décimal :
 $4,6 \times \dots = \dots$ $0,03 \times 1,6 = \dots$ $2,34 \times \dots = \dots$ $\dots \times \dots = 1,08$

2) Recopier et compléter les schémas suivants :





Compléter les phrases suivantes, après avoir observé les schémas ci-dessus :

Diviser par 10, puis diviser par 10 revient à

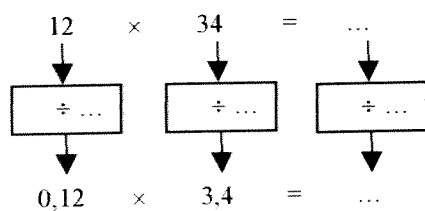
Diviser par 100, puis diviser par 10 revient à

Diviser par 10, puis diviser par 100 revient à

Multiplier par 100, puis diviser par 10 revient à

Diviser par 100, puis multiplier par 10 revient à

3) Effectuer 12×34 , puis compléter le schéma suivant :



En utilisant pour chaque calcul un schéma de même type que le précédent, trouver parmi les produits suivants, ceux qui sont égaux :

A = $0,12 \times 3,4$

B = $1,2 \times 3,4$

C = $34 \times 0,12$

D = $1,2 \times 34$

E = $1,2 \times 0,34$

F = $120 \times 0,34$

G = $12 \times 0,34$

H = $340 \times 0,12$

I = $0,034 \times 12$

4) Donner l'écriture décimale de $\frac{3}{10}$, puis calculer $\frac{3}{10} \times \frac{6}{10}$ et écrire le produit sous la forme d'une

fraction décimale. Compléter $\frac{3}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{\dots}{\dots}$.

Calculer de la même façon :

$$\frac{7}{100} \times \frac{4}{10}$$

$$\frac{12}{10} \times \frac{3}{100}$$

$$\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{10} \times \frac{18}{100}$$

Commentaires sur l'activité 1

Durée : une heure

Objectifs : Introduire la multiplication de deux nombres décimaux en réinvestissant ce qui a été fait au chapitre 4 pour la multiplication d'un nombre entier par un nombre décimal.

Question 1

Dans le chapitre 4, les élèves ont appris à multiplier un entier par $\frac{a}{10^n}$. On étend ce procédé à un nombre décimal.

Question 2

Afin de préparer la question 4, les élèves mettent en évidence les règles pour multiplier et diviser successivement par 10^n .

Question 3

Présentation d'un autre point de vue pour effectuer la multiplication de deux nombres décimaux. Etablir le lien avec la multiplication qui est posée pour comprendre pour quelle raison on y compte le nombre de chiffres après la virgule.

Question 4

Cette question permet de préparer la multiplication des fractions étudiée en classe de cinquième. Il s'agit de faire découvrir des règles de calculs et de donner du sens à l'opération.

ACTIVITE 2 FRACTION D'AIRES ET MULTIPLICATION DES DÉCIMAUX.

Dessiner un carré dont le côté mesure 10 cm sur une feuille de papier millimétré.

L'unité de longueur mesure 10 cm, et ce carré représente une unité d'aire.

- 1) Dessiner les rectangles suivants dont on donne les dimensions exprimées avec l'unité d'aire choisie ci-dessus.

Rectangle	Longueur	Largeur
1	0,3	0,2
2	0,4	0,3
3	0,25	0,15
4	1,2	0,2

- 2) A l'aide du dessin, indiquer combien mesure l'aire de chacun de ces rectangles.

- 3) Recopier les calculs ci-dessous et donner leur résultat :

$$0,3 \times 0,2 \quad 0,4 \times 0,3 \quad 0,25 \times 0,15 \quad 1,2 \times 0,2$$

Vérifier votre réponse à l'aide des questions 1) et 2).

- 4) Dessiner plusieurs rectangles non superposables qui ont pour aire 0,12 unités d'aire.

En lisant les longueurs des côtés, donner plusieurs produits de nombres décimaux qui sont égaux à 0,12.

- 5) Dessiner les rectangles suivants :

- un côté mesure 0,2 unité de largeur, son aire mesure 0,32 unités d'aire.
- un côté mesure 0,5 unité de largeur, son aire mesure 0,6 unités d'aire.
- un côté mesure 0,8 unité de longueur, son aire mesure 0,08 unités d'aire.

Commentaires sur l'activité 2

Durée : une heure

Objectifs : Complément naturel de l'activité 1 : cette activité permet de rendre la multiplication des décimaux plus concrète en s'appuyant sur le calcul d'aires de rectangles

Il est vivement conseillé de faire les tracés sur une feuille de papier millimétré.

Question 1

Constructions des rectangles

Question 2

Lectures d'aires. Un carré de coté 0,1 unité a pour aire $\frac{1}{100}$ d'unité d'aire : un rectangle de dimensions

0,3 sur 0,2 unité a pour aire $\frac{6}{100}$ d'unité d'aire ou 0,06 d'unité d'aire.

Question 3

L'élève doit vérifier la cohérence du résultat en établissant le lien entre le calcul algébrique et le support géométrique.

Question 4

A partir d'un tracé, écrire le produit permettant de calculer l'aire.

Question 5

Par simple lecture graphique l'élève trouvera la dimension manquante. On pourra sans insister introduire la division d'un décimal par un décimal, qui sera travaillée en cinquième.

TROUVER L'ERREUR

1.

Trouver les erreurs et corriger :

$\begin{array}{r} 6,4 \\ \times 3,2 \\ \hline 128 \\ 192 \\ \hline 3,20 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3,1 \\ \times 1,9 \\ \hline 279 \\ 31 \\ \hline 58,9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 61,2 \\ \times 2,04 \\ \hline 2448 \\ 1224 \\ \hline 14,688 \end{array}$
--	---	--

2.

Jean effectue 35×24 et il trouve 840.

Sans poser de calculs il écrit :

$$3,5 \times 2,4 = 84 \qquad 0,35 \times 2,4 = 0,084$$

Corriger, si nécessaire, les erreurs.

3.

Christine effectue 45×38 et elle trouve 171.

Sans poser d'opérations, elle écrit :

$$4,5 \times 3,8 = 1,71 \qquad 0,45 \times 0,38 = 0,0171$$

Corriger, si nécessaire, les erreurs.

4.

Corriger les erreurs :

$$\begin{array}{ll} 2,7 \times 3,4 = 6,28 & 1,2 + 5,8 = 6,10 \\ 5,15 - 3,2 = 2,13 & \end{array}$$

exercices 1 à 4

L'élève se met à la place du professeur et doit découvrir des erreurs. Ce type d'exercices est à la fois motivant et formateur.

Les erreurs à relever sont :

- mauvais positionnement de la virgule
- multiplication posée et mauvais décalage
- multiplication séparée de la partie entière et de la partie décimale

CALCULS SANS POSER D'OPERATIONS

5.

Compléter et calculer :

$$0,3 \times 0,4 = (3 \times 4) \div \dots = \quad 3,1 \times 0,3 = (31 \times 3) \div \dots =$$

$$4 \times 0,35 = \dots$$

$$0,08 \times 0,02 = \dots$$

$$0,12 \times 0,2 = \dots$$

$$0,25 \times 0,04 = \dots$$

$$0,3 \times 0,3 = \dots$$

$$2800 \times 0,003 = \dots$$

6.

Calculer sans poser d'opération en s'inspirant de l'exercice 5:

a) $0,03 \times 200$

$0,03 \times 1,2$

b) $0,03 \times 5000$

$0,03 \times 2,4$

c) $1,8 \times 0,7$

$1,8 \times 0,07$

d) $1,8 \times 700$

$1,8 \times 0,02$

e) $0,22 \times 40$

$0,22 \times 0,4$

7.

Calculer sans poser d'opération en s'inspirant de l'exercice 5:

a) $0,22 \times 500$

$0,22 \times 0,6$

b) $1,4 \times 0,05$

$1,4 \times 0,02$

c) $1,4 \times 200$

$0,014 \times 0,2$

d) $0,05 \times 15$

$1,5 \times 1,2$

8.

Compléter (ne pas oublier les virgules) :

4,5	$\times 2,4$	$\times 1,4$
180	112	36
15,3	6,4	

9.

Compléter par $\times 10$, $\times 100$, $\times 1000$, $\div 10$, $\div 100$ ou $\div 1000$, puis calculer :

$$(4,2 \times 10) \times 100 = 4,2 \dots = \dots$$

$$(54 \times 1000) \div 100 = 54 \dots = \dots$$

$$(0,09 \times 10) \div 100 = 0,09 \dots = \dots$$

$$(12 \times 100) \times 10 = 12 \dots = \dots$$

$$(0,16 \div 10) \times 100 = 0,16 \dots = \dots$$

$$(150 \div 10) \div 100 = 150 \dots = \dots$$

$$(4,5 \div 10) \times 100 = 4,5 \dots = \dots$$

$$(14,2 \div 10) \div 10 = 14,2 \dots = \dots$$

$$(4,2 \div 1000) \times 10 = 4,2 \dots = \dots$$

10.

$\times$	0,3	0,5		
0,2				
			0,15	
		0,6	0,12	
	0,12			0,44

Compléter le tableau multiplicatif ci-dessus.

exercices 5 à 7

Savoir utiliser le schéma introduit dans l'activité 1 question 3. Le positionnement de la virgule dans le produit doit avoir un sens pour l'élève. Il convient aussi de l'habituer à trouver une valeur approchée afin de vérifier l'exactitude du résultat

exercice 8

L'élève est plus motivé à compléter une opération que de l'effectuer sans enjeu.

exercice 9

Multiplications et divisions successives

exercices 10 et 11

L'élève doit à la fois découvrir le fonctionnement du tableau et trouver l'ordre pour le compléter et en même temps il s'entraîne à effectuer des multiplications.

11.

×		0,6		0,03
		0,012		
1,4			0,07	
	0,012		0,06	
		0,3		

Compléter le tableau multiplicatif ci-dessus.

12.

Compléter les multiplications suivantes pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{ll}
 15,6 \times \dots = 0,156 & 847 \times \dots = 0,847 \\
 2,7 \times \dots = 0,027 & 0,54 \times \dots = 0,054 \\
 \dots \times 64,5 = 0,006\,45 & \dots \times 0,01 = 6,98
 \end{array}$$

13.

Compléter les multiplications suivantes pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{ll}
 0,1 \times \dots = 14,6 & 0,01 \times \dots = 0,087 \\
 0,001 \times \dots = 4,87 & \dots \times 0,01 = 0,009\,2 \\
 \dots \times 0,1 = 0,061 & \dots \times 0,001 = 3,4
 \end{array}$$

14.

Compléter les multiplications suivantes pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{ll}
 74,2 \times \dots = 0,742 & 6,37 \times \dots = 0,006\,37 \\
 \dots \times 0,98 = 9,8 & 0,008\,1 \times \dots = 0,81 \\
 100 \times \dots = 0,98 & 10 \times \dots = 0,96 \\
 0,1 \times \dots = 0,63 & \dots \times 0,01 = 9,05
 \end{array}$$

15.

Ecrire sous forme décimale les nombres suivants :

$$\begin{array}{ll}
 0,234 \times 100 & 144,3 \times 0,1 \\
 0,7065 \times 1000 & 21500 \div 10 \\
 12,50 \times 0,01 & 1,978 \times 10 \times 0,01 \\
 3480 \div 100 & 24,5 \times 0,01
 \end{array}$$

16.

Compléter les égalités ci-dessous pour qu'elles soient exactes :

$$\begin{array}{ll}
 3,14 = 10 \times \dots & 15,2 = \dots \div 100 \\
 2,04 = 100 \times \dots & 32 = 1000 \times \dots \\
 250,1 = 2,501 \times \dots & 230 = 2,3 \times \dots \\
 0,52 = 520 \div \dots & 0,021 = 2,1 \div \dots
 \end{array}$$

17.

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre a
- Multiplier ce nombre par $0,4$
- Multiplier le résultat par $0,25$

1) Exécuter ce programme avec :

$$a = 1 \quad a = 2 \quad a = 3 \quad a = 25 \quad a = 100$$

2) Remplacer ce programme par un programme plus court. Expliquer.

18.

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre a
- Ajouter $0,4$ à ce nombre
- Multiplier le résultat par $0,3$

Exécuter ce programme avec :

$$a = 0,16 \quad a = 2 \quad a = 1,9$$

exercices 12 à 16

Multiplications et divisions par des puissances de 10.

exercice 17 à 18

Des instructions sont données en langue naturelle et il faut les traduire en notation symbolique. C'est aussi une introduction aux variables.

19.

Ecrire les calculs en ligne puis effectuer :

- a) La somme de 0,5 et 0,65
- b) La différence entre 1,3 et 1,16
- c) Le produit de 0,3 par 0,15
- d) Le quotient de 4 par 5

20.

- 1) Calculer le produit de 3 par 52
- 2) En déduire 5 produits égaux à 0,0156.

21.

- 1) Calculer le produit de 27 par 12
- 2) En déduire 5 produits égaux à 0,324.

22.

Calculer le plus simplement possible :

$$\begin{array}{ll} 0,4 \times 1,8 \times 0,25 & 40 \times 0,27 \times 0,25 \\ 0,8 \times 18 \times 1,25 & 1,6 \times 111 \times 0,5 \\ 2,5 \times 4 \times 13 & 6,8 \times 50 \times 0,2 \end{array}$$

23.

Calculer le plus simplement possible :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 4,8 \times 0,25 \times 4 & 3,5 \times 4 \times 0,025 \\ \text{b)} & 1,25 \times 6 \times 8 \times 40 & 0,5 \times 9,35 \times 2 \\ & 2,5 \times 4 \times 13 & 0,05 \times 289,35 \times 2 \end{array}$$

exercices 19 à 21

Passage de la langue naturelle à la notation symbolique.

exercices 22 et 23

Utiliser les propriétés d'associativité et de commutativité de la multiplication et mettre en évidence des produits faciles à calculer.

POURCENTAGES

24.

Compléter :

Calculer 5% de 160, c'est effectuer $163 \times \dots$ Calculer 30% de 42, c'est effectuer $\dots$ Calculer 50% de 420, c'est effectuer $\frac{1}{2} \times \dots$ Calculer 10% de 35, c'est effectuer $35 \div \dots$ **25.**

Compléter :

En effectuant $32 \times 0,07$, on calcule $\dots\%$ de $\dots$ En effectuant $0,25 \times 150$, on calcule $\dots\%$ de $\dots$ En effectuant $54 \div 4$, on calcule $\dots\%$ de $\dots$ En effectuant $213 \times 0,1$, on calcule $\dots\%$ de $\dots$ En effectuant $32 \times 0,07$, on calcule $\dots\%$ de $\dots$ En effectuant $95 \div 5$, on calcule $\dots\%$ de $\dots$

exercice 24 à 26

Apprendre à passer de la langue naturelle à la notation symbolique et réciproquement.

26.

Compléter le tableau :

prix en €	taux de réduction	montant de la réduction en €
450	5%	$450 \times 0,05$
75	15%	
...	20%	$20 \times 0,2$
80	...	$80 \times 0,025$
...	...	$150 \times \frac{1}{2}$

27. Calcul mental

Prendre 10% d'un nombre, c'est le multiplier par...
Calculer ainsi 10% de 13,5 ; de 140,02 ; de 19 ; de 0,7

28. Calcul mental

Prendre 20% d'un nombre, c'est le multiplier par...
Calculer ainsi 20% de 6,95 ; de 14,3 ; de 0,02 ; de 50

29. Calcul mental

Prendre 25% d'un nombre, c'est le multiplier par...
Calculer ainsi 25% de 88 ; de 1,2 ; de 0,08 ; de 60

30.

Donner un ordre de grandeur :
21% de 67,2 ; 13% de 95 ; 39% de 14,32

31.

Compléter :
Augmenter 48 de 5%, c'est calculer $48 + (...)$
Diminuer 890 de 8%, c'est calculer
..... 94 de ...%, c'est calculer $94 - (0,4 \times ...)$
..... 130 de 10%, c'est calculer $..... + (130 \times ...)$
... .. de ...%, c'est calculer $225 + (0,07 \times 225)$
... .. de ...%, c'est calculer $125 - (125 \div 10)$

32.

Un journal coûte 0.80 €. Son prix augmente de 5%. Pour calculer le nouveau prix, Denise écrit :
 $0,80 \text{ €} + 5\% = 0,84 \text{ €}$.
Son professeur n'est pas content. Expliquer pour quelles raisons ?

33.

Un commerçant consent un rabais de 20% sur un objet coûtant 67,50 €.
1) Quel est le montant de la réduction ?
2) Quel est le prix après la réduction ?

34.

Une baguette de pain coûte aujourd'hui 0,68 €.
Demain, son prix augmentera de 5%.
1) Quel est le montant de l'augmentation ?
2) Quel sera le nouveau prix de cette baguette ?

35.

Tapis en soldes
Le prix d'un magnifique tapis est de 540 €.

exercices 27 à 29

Savoir appliquer mentalement des pourcentages simples.

exercice 30

Sans poser d'opération, trouver un ordre de grandeur.
On peut vérifier ensuite à la calculatrice.

exercices 31 et 32

Trouver la nouvelle valeur après une augmentation ou une diminution.

exercices 32 à 41

Problèmes de la vie courante nécessitant d'appliquer un pourcentage.

Le commerçant le solde en appliquant une réduction de 15%.

- 1) Quel est le montant de la réduction ?
- 2) Quel est le prix du tapis après la remise ?

36.

Le taux de la TVA sur le lait est de 5,5%.

Un litre de lait coûte 0,56 € HT.

- 1) Quel est le montant de la TVA pour un litre de lait ?
- 2) Quel est le prix d'un litre de lait TTC ?

37.

Un objet coûte 153,50 € hors taxes. Le taux de la TVA est de 19,6%.

- 1) Quel est le montant de la taxe ?
- 2) Quel est le prix TTC de cet objet ?

38.

Compléter la facture suivante :

Article	Montant HT	Taux de la TVA	Montant de la TVA	Prix TTC
Filet de bœuf	21 €	5,5%	...	...
Boisson	4,60 €	5,5%	...	...
Nappes papier	12 €	20,6%	...	...
			Total	...

39.

Un jeans coûte 65 €. On annonce : 25% de réduction.

- a) Calculer le montant de la réduction
- b) Calculer le nouveau prix du jeans.

40.

Le prix du super augmentera cette nuit de 2,5%.

Combien coûtera un litre de super actuellement à 1,22 € ?

41.

Le « livret jeune » rapporte 4,75% d'intérêts par an.

Je place 400 € ; je ne touche pas à ma fortune.

- a) Quels intérêts vais-je toucher dans un an ?
- b) Quelle somme sera inscrite sur mon livret à ce moment là ?
- c) Quelle somme sera inscrite sur mon livret dans deux ans ?
- d) Quelle somme sera inscrite sur mon livret dans trois ans ?

ECHELLES

42.

Sur la carte de Belle-Ile au $\frac{1}{25\,000}$, quelle distance réelle est représentée par 1 cm ?

Le Palais est distant de Bangor de 5 km. Quelle est cette distance sur la carte ?

L'île mesure environ 68 cm sur la carte de la pointe du Grand Guet à la pointe de Kernodis : quelle est la distance réelle ?

43.

Sur la carte de France au $\frac{1}{1\,000\,000}$, quelle distance réelle est représentée par 1 cm ?

Nîmes est à 46 km de Montpellier. Quelle est cette distance

exercices 42 à 47

L'élève doit savoir appliquer une échelle. La distance sur la carte est le produit de la distance réelle par l'échelle.

sur la carte ?

En ligne droite, Lyon est à 9,5 cm de Grenoble sur la carte.
Quelle est la distance réelle ?

44.

Sur un plan de Wolfisheim (67), 2,2 cm représentent 220 m.

Quelle est l'échelle de ce plan : $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1\,000}$, ou $\frac{1}{10\,000}$?

La « rue de la Mairie » mesure environ 4,6 cm sur le plan.
Quelle est sa longueur en réalité ?

Quelle est la distance, sur la carte, de 2 maisons situées à 1 km l'une de l'autre ?

45.

Sur ma carte du Golfe du Morbihan au $\frac{1}{50\,000}$, que représente 1 cm ?

1) Auray est à 15 km de Vannes. Quelle est la distance entre ces villes sur la carte ?

2) Sur cette carte, la presqu'île de Quiberon mesure environ 16 cm du nord au sud. Quelle est la longueur réelle de cette presqu'île ?

46.

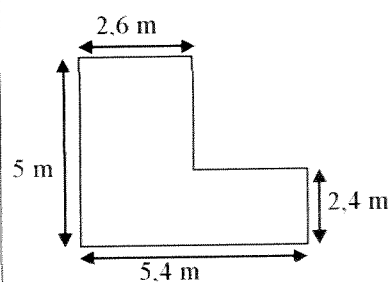
1) Sur une carte de la région Rhône-Alpes, 1 cm représente 2 km. Quelle est l'échelle de cette carte :

2) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{200\,000}$, $\frac{2}{10\,000}$, $\frac{1}{20\,000}$, $\frac{2}{100\,000}$?

2) Le lac du Bourget mesure à peu près 9 cm du nord au sud. Quelle est sa longueur réelle ?

3) Annecy est à 45 km de Chambéry par l'autoroute. Quelle est cette distance sur la carte ?

47.



On veut tracer le plan de cette pièce à l'échelle 1/50.

a) Remplir le tableau ci-dessous :

Dimensions réelles en mètres	Dimensions sur le dessin en mètres	Dimensions sur le dessin en centimètres

b) Que remarque-t-on ?

Dessiner le plan de cette pièce.

exercice 44

Le calcul de l'échelle d'une carte n'est pas au programme de sixième. Ici il faut procéder par essai-erreur.

PROBLEMES

48.

Aire du rectangle

Compléter le tableau suivant :

longueur	largeur	Aire
7,8 cm	4,1 cm	
20,3 cm	12,7 cm	
7,32 m	0,9 m	
36 mm	5,2 cm	

49.

La facture au supermarché

Compléter la facture suivante, et arrondir au centime près si nécessaire :

article	Prix au kg	poids	Prix
veau	13,11 €	1,120 kg	
oranges	1,20 €	2,500 kg	
Côtes de porc	6,95 €	0,750 kg	
Champignons	13,20 €	0,200 kg	

50.

L'euro

Sur un extrait de compte de la banque, on peut lire en décembre 1998 :

Le taux indicatif de l'euro est de 6,63 F pour un euro.

Quel est le montant en euros du compte dont le solde est 2 725 F ?

51.

Madame Martin achète 31,50 m de tissu fleuri à 4,50 € le mètre.

Combien va-t-elle payer ?

52.

Monsieur Dupont veut clôturer son terrain qui est un rectangle de longueur 41,20 m et de largeur 29 m.

Il achète du grillage à 5,34 € le mètre.

Combien lui coûtera sa clôture ?

53.

Un automobiliste fait le plein du réservoir d'essence avec 47,9 L.

Un litre de super coûte 1,05 €.

Quel est le prix de ce plein ?

54.

Quelle est la longueur d'un cercle :

- 1) de rayon 7 cm ?
- 2) de rayon 10,3 cm ?
- 3) de rayon 4,9 cm ?

55.

Papa veut recouvrir la chambre de son enfant avec de la moquette qui coûte 28,38 € le mètre carré.

Cette chambre est un rectangle dont les dimensions sont 4,1 m et 3,5 m.

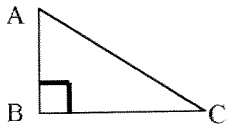
Quelle est l'aire de cette chambre ?

Quel est le prix à payer pour cette moquette ?

exercices 48 à 59

Divers problèmes nécessitant d'effectuer des multiplications. Là encore il faut que l'élève s'habitue à trouver un ordre de grandeur du résultat.

56.



Compléter le tableau suivant :

AB	AC	Aire du triangle ABC
7,5 cm	3,6 cm	
9,3 cm	4 cm	
10,5 cm	14,3 cm	

57.

Un panneau en aggloméré est vendu 10,80 € le m².

- a) Calculer le prix d'un panneau de 120 cm sur 80 cm.
 b) Calculer le prix d'un panneau de 150 cm sur 80 cm.

58.

Des champignons sont vendus 6,50 € le kg. Compléter le tableau ci-dessous :

QUANTITES	PRIX A PAYER
	$6,5 \times 2,3 =$
	$6,5 \div 10 =$
	$6,5 \times 0,2$
700 grammes	
1,2 kg	

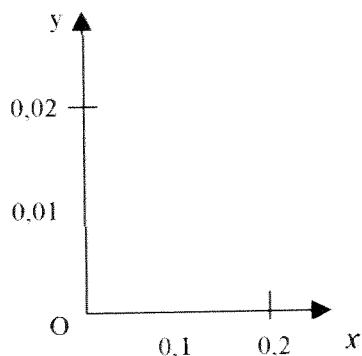
59.

Des oranges sont vendues 1,38 € le kilo. Calculer le prix de 500 g, de 1,3 kg et de 600 g de ces oranges.

60.

Compléter le tableau ci-dessous :

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$y = 0,8 \times x$						
x	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$y = 0,8 \times x$						



Reproduire le repère ci-dessus sur une feuille de papier millimétré, puis

exercices 60 et 61

C'est une occasion de faire un graphique. La correction est évidente dans l'exercice 60, les points obtenus étant alignés.

placer, dans ce repère, les points dont les coordonnées (x ; y) sont les nombres du tableau ci-dessus.

61.

Même exercice que le précédent avec $y = x^2$.

ORDRE DE GRANDEUR

62.

Parmi les résultats donnés, un seul est bon. Trouver lequel et expliquer ce qui fait «éliminer les autres.

Opérations	Résultats proposés			
$3,7 \times 7,3$	21,21	212,1	27,01	2,01
$5,9 \times 1,9$	12,81	5,81	11,22	11,21
$0,097 \times 23,5$	0,2275	2,2795	0,0275	2,295
$0,012 \times 28,5$	0,3431	3,435	0,0343	0,343

exercices 62 à 64

Calculer un ordre de grandeur du résultat.

63.

Compléter le tableau ci-dessous :

<i>PRODUIT</i>	<i>ORDRE DE GRANDEUR DU PRODUIT</i>	<i>RESULTAT EXACT</i>
$50,14 \times 4,07$		
$1982,32 \times 5,8$		
$0,042 \times 68$		
$0,0082 \times 310$		

64.

Réponds aux questions suivantes sans poser d'opération, en utilisant des ordres de grandeur :

- 1) Je possède 15 €. Cela me suffira-t-il pour acheter 28 timbres à 0,46 € ?
- 2) J'achète 510 g de saumon à 19,10 € le kg. Ai-je assez avec 10 € pour payer ?

CHAPITRE 12 : QUOTIENTS

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Diviser un nombre décimal par 0,1 ou 0,01 ou 0,001.
- Reconnaître deux quotients égaux.
- Transformer un quotient de décimaux en un quotient d'entiers.
- Mettre fin au "théorème élève" : la division ne peut pas agrandir.
- Une division peut, parfois, en 6^{ème}, être remplacée par une multiplication.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- Diviser un nombre décimal par 0,1 ou 0,01 ou 0,001.
- Différentes écritures d'un quotient.

ACTIVITE 1 Quotients égaux

1) a) Effectuer les divisions suivantes. Que remarque-t-on ?

$$\frac{1200}{60}$$

$$\frac{12}{60}$$

$$\frac{1200}{6000}$$

$$\frac{12000}{600}$$

$$\frac{12000}{60000}$$

$$\frac{120}{6}$$

b) Compléter :

$$\frac{120}{3600} = \frac{1200}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{360} = \frac{12}{\dots\dots\dots}$$

2)

- Dans 6 unités, combien de fois y a-t-il un dixième ?
- Dans 6 unités, combien de fois y a-t-il un centième ?
- Dans 6 unités, combien de fois y a-t-il trois dixièmes ?
- Dans 6 unités, combien de fois y a-t-il trois centièmes ?

e) En déduire les résultats des quotients suivants : $\frac{6}{0,1}$ $\frac{6}{0,01}$ $\frac{6}{0,3}$ $\frac{6}{0,03}$

3) On considère les quotients suivants :

$$\frac{12}{6}$$

$$\frac{1,2}{6}$$

$$\frac{12}{0,6}$$

$$\frac{1,2}{0,6}$$

$$\frac{12}{0,06}$$

$$\frac{1,2}{0,06}$$

- Trouver le résultat de chacun d'eux en procédant comme à la question 2.
- Comment reconnaît-on ici deux quotients égaux ?

4) Compléter :

Multiplier un nombre par 0,1 revient à **diviser** ce nombre par

$$0,5 \times 0,1 = 0,5 \div \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Diviser un nombre par 0,1 revient à ce nombre par	$\frac{12}{0,1} = 12 \times \dots = \dots$
Diviser un nombre par 0,01 revient à ce nombre par	$\frac{12}{0,01} = 12 \times \dots = \dots$
Multiplier un nombre par 0,5 revient à ce nombre par	$242 \times 0,5 = 242 \div \dots = \dots$
Diviser un nombre par 0,5 revient à ce nombre par	$\frac{242}{0,5} = 242 \times \dots = \dots$
Multiplier un nombre par 0,25 revient à ce nombre par	$24 \times 0,25 = 24 \div \dots = \dots$
Diviser un nombre par 0,25 revient à ce nombre par	$\frac{24}{0,25} = 24 \times \dots = \dots$

Commentaires sur l'activité 1

Durée : environ 1 heure

Objectif : Le quotient de deux nombres décimaux peut être vu sous différents angles :

- Certains quotients peuvent être remplacés par d'autres, plus simples à effectuer (quotients égaux).
- Certains quotients peuvent être remplacés par des produits, plus simples à effectuer. Diviser un nombre par 0,1 revient à le multiplier par 10, ce nombre est donc agrandi.
- Pour trouver le résultat décimal de $\frac{a}{b}$, on peut se poser la question : « dans a, combien de fois y a-t-il b ? » et utiliser ainsi la langue naturelle.

Question 1 : N

Trois des quotients sont égaux à 0,2 et trois autres à 20. Lorsque le numérateur et le dénominateur sont multipliés ou divisés par la même puissance de 10, le quotient est inchangé.

Question 2 : L et N

On peut se poser la question « Dans 6 unités combien de fois y a-t-il un dixième ? » pour trouver le résultat de $\frac{6}{0,1}$. Il faut alors convenir du choix de l'unité et se ramener à la question « Dans 60 dixièmes combien de fois y a-t-il un dixième ? » On obtient ainsi le résultat plus simplement et on peut alors constater qu'effectuer $6 \div 0,1$ revient à effectuer $60 \div 1$.

Question 3 : L et N

Il s'agit de généraliser le résultat de la question 1.

Pour $12 \div 0,6$: « Dans 120 dixièmes, combien de fois y a-t-il 6 dixièmes ? »

Question 4: L et N

On veut ici montrer que certains quotients peuvent aisément être remplacés par des produits plus simples à effectuer.

De même que la multiplication par 0,1 diminue le nombre multiplié, la division par 0,1 agrandit le nombre divisé.

CALCULS SANS POSER D'OPERATIONS

1.

On donne le produit : $457 \times 29 = 13\,253$

Compléter :

$$45,7 \times \dots = 13\,253 \quad \text{donc} \quad \frac{13\,253}{45,7} = \dots$$

$$4,57 \times \dots = 13,253 \quad \text{donc} \quad \frac{13,253}{4,57} = \dots$$

$$\frac{13\,253}{2,9} = \dots \quad \text{car} \quad 2,9 \times \dots = 13\,253$$

$$\frac{13\,253}{0,029} = \dots \quad \text{car} \quad 0,029 \times \dots = 13\,253$$

2.

a. Dans 2,4, combien de fois y a-t-il 4 dixièmes ?

En déduire le résultat de $\frac{2,4}{0,4}$.

b. Dans 2,4, combien de fois y a-t-il 2 centièmes ?

En déduire le résultat de $\frac{2,4}{0,02}$.c. Procéder de même pour trouver $\frac{8}{0,002}$.

3.

Compléter les égalités ci-dessous :

$$\dots \div 0,01 = 5,1 \quad \dots \div 0,1 = 87$$

$$\dots \div 0,001 = 65,3 \quad \dots \div 0,01 = 0,4$$

$$\dots \div 0,01 = 58 \quad \dots \div 0,1 = 0,07$$

4.

Compléter les égalités ci-dessous :

$$58 \div \dots = 580 \quad 4,82 \div \dots = 48,2$$

$$0,043 \div \dots = 4,3 \quad 5,23 \div \dots = 0,523$$

$$0,006 \div \dots = 6 \quad 0,521 \div \dots = 52,1$$

5.

Compléter :

$$364 \div \dots = 3\,640$$

$$298,7 \div \dots = 298\,700$$

$$\dots \div 0,01 = 29$$

$$\dots \div 0,1 = 13,6$$

$$\dots \div 0,001 = 0,125$$

6.

Compléter les égalités ci-dessous avec la bonne opération pour qu'elles soient vraies :

$$9,6 \dots 0,01 = 0,096 \quad 7,8 \dots 1\,000 = 0,007\,8$$

$$0,56 \dots 10 = 0,056 \quad 0,52 \dots 0,001 = 520$$

$$100,1 \dots 100 = 0,1 \quad 100,05 \dots 10 = 110,05$$

7.

a. Compléter les égalités ci-dessous :

$$\frac{16}{0,08} = \frac{\dots}{8} = \dots \quad \frac{0,26}{1,3} = \frac{\dots}{13} = \dots$$

exercice 1

Continuer à travailler le lien entre multiplication et division.

Le résultat de chaque quotient put donc être vérifié à l'aide d'une multiplication.

exercice 2

Utiliser le lien entre multiplication et division ainsi que la langue naturelle pour trouver les résultats de certains quotients.

On peut trouver le résultat d'un quotient en écrivant le numérateur et le dénominateur dans la même unité.

Pour diviser 2,4 par 0,02, on cherche combien de fois 2 centièmes il y a dans 240 centièmes.

exercices 3 à 6

On multiplie et on divise par des puissances de 10.

Si on divise par 0,1 ou 0,01... le nombre de départ (cherché) est plus petit que le nombre final.

exercice 4

Il faut comparer le nombre final et le nombre de départ.

Lorsque le résultat est plus grand que le nombre de départ, on a divisé par 0,1 ou 0,01 ou 0,001... etc.

exercice 5

Il faut ici retrouver le diviseur ou le nombre de départ en utilisant les remarques faites dans les exercices précédents.

exercice 7

Effectuer un quotient de deux décimaux en utilisant un quotient d'entiers qui lui est égal, le numérateur et le dénominateur étant multipliés par des puissances de 10.

b. Utiliser la méthode ci-dessus pour calculer :

$$3,2 \div 0,16$$

8.

Trouver pour chaque quotient un quotient de dénominateur 1 ou 10 ou 100 qui lui est égal, puis effectuer sans poser d'opération :

$$\frac{12}{2.5}$$

$1.8 \div 0.5$

$$8 \div 0.05$$

2.

Calculer sans poser d'opération :

$$2,4 \div 0,08$$

$$24 \div 1,2$$

6

$$54 \div 0.06$$

$$5.4 \div 0.6$$

$$5,4 \div 0,06$$

10.

Effectuer les calculs suivants :

$$7,2 \div 12$$

$$12,5 \div 25$$

$$\begin{array}{r} 12, \\ 0,8 \\ \hline 2,5 \end{array}$$

11.

Effectuer les calculs suivants :

$$8,4 \times \frac{7}{3}$$

$$1,4 \times \frac{2}{7}$$

$$0,72 \times \frac{5}{6}$$

exercice 8

Effectuer un quotient de deux décimaux en utilisant un quotient d'entier qui lui est égal, le dénominateur étant 1 ou une autre puissance de 10 ou remplacer la division par une multiplication (diviser par 0,5, c'est multiplier par 2....)

exercice 9

On choisit des quotients relativement simples, pour éviter l'utilisation de la calculatrice.

On utilise

- la langue naturelle
- ou la transformation d'un quotient de décimaux en un quotient d'entiers.
- ou la transformation de la division en multiplication

exercice 11

On travaille de nouveau la multiplication d'un nombre par une fraction, le nombre de départ n'étant plus entier, mais décimal.

exercice 12

exercice 12
Les tableaux suivants peuvent être complétés par "multiplication à trou" ou par la technique de la division, lorsqu'il s'agit de trouver le quotient d'un nombre par 0,6

12.

Compléter le tableau ci-dessous :

x	15		1,2		200		0,01				
$0,6 \times x$		0,9		0,072		1800		0,048	5,4	36	0,24

13.

Compléter le tableau ci-dessous :

x	15		1,2		200		0,01				
$0,5 \times x$		0,9		0,072		1800		0,048	5,4	36	0,24

Que remarque-t-on ? Expliquer.

14. Ecrire le nombre manquant : - sous la forme d'une fraction (numérateur et dénominateur entiers) - sous la forme d'un nombre décimal lorsque c'est possible $0,6 \times \dots = 0,012$ $0,8 \times \dots = 10$ $1,2 \times \dots = 0,06$ $1 \times \dots = 0,3$ $15 \times \dots = 1,2$ $1,2 \times \dots = 15$	exercice 14 Il faut, ici trouver le quotient puis le transformer à l'aide d'une des méthodes vues dans les exercices précédents.
---	--

PROBLEMES

15. L'EURO Au 31 décembre 1998, le relevé bancaire de M. Durand indiquait un montant de 6 565,93 EUROS. Le taux indicatif de change à cette date était de 1 EURO pour 6,63F. Quel était le montant en Francs du compte de M. Durand ? 16. Julie collectionne les pièces de 10 cents. Elle possède en tout 56,30 € en pièces de 10 cents. Combien a-t-elle de pièces ? 17. Charades 1) Un centième de mon tout vaut un dixième. Quel est mon tout ? 2) Un millième de mon tout vaut trois centièmes. Quel est mon tout ? 3) Un dixième de mon tout vaut quatre vingt quinze dixièmes. Quel est mon tout ? 18. Mme MULLER a utilisé 2,750 kg de graines de gazon pour ensemer sa pelouse de 36 m². Quel poids de graines faut-il pour ensemer 1 m² ? Arrondir le résultat à 10 g près. 19. Un triangle ABC rectangle en A a une aire de 12,7 m². Le côté AB mesure 5 cm. Quelle est la longueur du côté AC ? 20. Calculer le prix au mètre carré des plateaux en bois ci-dessous : a) Un plateau en pin massif de 140 cm de long sur 80 cm de large vendu 25 €. b) Un plateau en sapin blanc de 120 cm de long sur 80 cm de large vendu 14 €. c) Un plateau en aggloméré de 150 cm de long sur 80 cm de large vendu 14 €. 21. Une boîte de 300 g de mastic est vendue 31,50 €. Calculer le prix d'un kg de ce mastic. 22. Une peinture a un pouvoir couvrant de 16 m²/L. Ceci signifie qu'avec un litre de cette peinture, on peut recouvrir 16 m². a) Calculer la surface que l'on peut recouvrir avec un pot de 0,5 L. b) Calculer la quantité de peinture nécessaire pour recouvrir un mur de 4,10 m de long et 2,50 m de haut.	Tous ces problèmes abordent une grande variété de situations - La vie courante : - La proportionnalité - Les mesures - Les aires
---	--

c) Un pot de 0,5 L de cette peinture est vendu 10 €. Calculer le prix d'un litre de cette peinture.

23.

Voici un programme de calcul :

- a) Choisir un nombre a
- b) Multiplier ce nombre par 0,4
- c) Multiplier le résultat par 0,3

- 1) Faire fonctionner ce programme avec $a = 10$ et $a = 0,8$
- 2) Trouver la valeur de a pour que le résultat final soit :
 - a) 6
 - b) 0,048

24.

Voici un programme de calcul :

- a) Choisir un nombre a
- b) Ajouter 0,3 à ce nombre
- c) Multiplier le résultat par 0,4

- 1) Faire fonctionner ce programme avec $a = 10$ et $a = 0,8$
- 2) Trouver la valeur de a pour que le résultat final soit :
 - a) 24
 - b) 6
 - c) 0,048

25.

J'ai acheté 600 g d'oranges pour 0,51 €. Calculer le prix d'un kg de ces oranges.

26.

Un ballotin de chocolat de 250 g est vendu 12 €.

Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$12 \times 2 \qquad 12 \div 0,25 \qquad 12 \times 4$$

27.

Un morceau de fromage pesant 200 g est vendu 1,2 €.

Que calcule-t-on lorsqu'on effectue :

$$1,2 \times 2,5 \qquad 1,2 \div 0,2 \qquad 1,2 \times 5 \qquad 1,2 \div 2$$

28.

La longueur d'un rectangle mesure 5,1 cm. La largeur de ce rectangle mesure les $\frac{2}{3}$ de sa longueur.

- 1) Dessiner ce rectangle
- 2) Calculer son périmètre et son aire.

29. L'aire du rectangle

Compléter le tableau suivant :

longueur	largeur	Aire
9,7 cm	3,5 cm	
4,3 cm		11,61 cm ²
	12,55 m	488,195 m ²

30. La facture au supermarché

Compléter la facture suivante, et arrondir au centime près si nécessaire :

article	Prix au kg	poids	Prix
Pommes	1,2 €	1,250 kg	
Poires	...	0,800 kg	12 €
Bœuf	11 €		5,55 €

exercices 23 et 24

Ce genre d'exercices prépare le calcul littéral en 5ème et en 4ème.

On est aussi amené à mettre des parenthèses lorsque c'est nécessaire.

Si on multiplie un nombre par 0,3 puis le résultat par 0,4 alors le nombre de départ est multiplié par 0,12.

Exercices 26 et 27

Il s'agit ici de donner un sens à des calculs par rapport à des informations contenues dans un texte.

exercice 28

On revoit ici les notions de périmètre et d'aire d'un rectangle (il est important que ceci soit fait dans pratiquement tous les chapitres).

exercices 29 à 32

Chacun des tableaux proposés a une règle de fonctionnement :

- Longueur $\times$ Largeur = Aire
- Prix au kg $\times$ Poids en kg = Prix payé

On peut alors raisonner avec des équations à trous.

31. *La facture au marché gare*

article	Prix au kg	Poids en kg	Prix à payer
Côte de bœuf	10 €	2,940	
Girolles	11 €	0,760	
Poulet	4 €	1,400	
		Total	

32.

Des pommes sont vendues 1,2 € le kg. Compléter le tableau ci-dessous :

QUANTITES	PRIX A PAYER
400 g	
	1,8 €
	0,3 €
	2,7 €
	6,3 €

ORDRE DE GRANDEUR

33. *De tête !*

- 1) Je dispose de 2 €. Puis-je acheter 100 billes à 19 eurocents ?
- 2) J'ai acheté 39 nounours en gélatine pour 1 €. Combien coûte approximativement un nounours ?
- 3) Au supermarché, les bonbons à la menthe sont vendus par paquets de 25 au prix affiché de 3 eurocents pièce. Combien coûte approximativement un tel paquet ?
- 4) J'ai fait le plein de gasoil pour 30 €. Sachant que le litre coûte 0,89 €, combien ai-je approximativement acheté de litres de carburant ?
- 5) J'ai acheté pour 1 € de friandises à 4 eurocents pièce. Combien en ai-je prises ?

Il faut régulièrement travailler le calcul mental et l'ordre de grandeur, en particulier dans les situations dites concrètes.

34.

Un Euro vaut 0,787564 livre irlandaise. Effectuer les conversions suivantes en prenant comme valeur approchée de l'Euro 0,8 livre.

Livres			160	20	32		0,6	4	120
Euros	10	50				0,4			

GESTION DE DONNEES

35. *Le poids des francs*

Les valeurs ci-dessous sont adaptées pour cet exercice, et ne correspondent pas tout à fait aux valeurs réellement utilisées.

exercices 35 et 36
Les données proposées sont réelles. Ces problèmes demandent évidemment du temps pour être traités !

Type de pièces.	Valeur du sac en F.	Nombre de pièces par sac	Poids normal D'un sac en kg	Poids minimum d'un sac en kg	Poids maximum d'un sac en kg	Poids normal d'une pièce en g	Tolérance sur le poids d'une pièce en g
10F	30 000	3 000	19,5	19,35	19,65	6,5	0,05
5F	10 000		20		20,06	10	0,03
2F	5 000			18,675		7,5	0,03
1F			24			6	0,03
50cts	2 000		18	17,8	18,2	4,5	
20cts		5 000	20	19,75	20,25	4	
10cts	800		24	23,6			0,05
5cts	600	12 000		23,4	24,6		0,05

On donne ci-dessus un tableau dont se servent les banquiers pour évaluer le nombre de pièces dont ils disposent.

A la Banque de France, pour vérifier le nombre de pièces contenues dans des sacs, on les pèse.

Dans tout cet exercice, on ne tiendra pas compte du poids du sac.

Questions pour comprendre les nombres contenus dans la première ligne :

- Quelle est la valeur d'un sac de pièces de 10 F ?
- Quelle est le poids normal d'une pièce de 10 F à la fabrication ?
- Quelle est la tolérance de fabrication d'une pièce de 10 F ?
- Quel est le poids minimum d'une pièce de 10 F ?
- Quel est le poids maximum d'une pièce de 10 F ?
- Quel est le poids normal d'un sac de pièces de 10 F ?
- Quel est le poids normal d'un sac de pièces de 10 F ?
- Quel est le poids d'un sac de pièces de 10 F qui pèseraient toutes 6,45 g ?
- Quel est le poids d'un sac de pièces de 10 F qui pèseraient toutes 6,55 g ?

1) Si un sac rempli de pièces de 10 F pèse 19,65 kg, mais ne contient que des pièces pesant 6,45 g, combien de pièces contient-il en réalité ? Quelle est alors la valeur réelle du contenu du sac ?

2) Répondre à une question du même genre en prenant le poids minimum du sac et le poids maximum des pièces.

3) Remplir toutes les cases vides de ce tableau !

36. Vu dans une grande surface de bricolage.

Voici un tableau et une formule qu'on peut voir au rayon découpe du bois d'une grande surface de bricolage :

Support	Épaisseur En mm	t/m ³
Novopan	16	0,692
	19	0,644
Trifly	8	
		0,690
Latté	toutes	0,500

Formule :

$$\begin{array}{ccccc} \text{Surface} & \times & \text{épaisseur} & \times & \text{densité} = \text{poids} \\ \text{m}^2 & & \text{mm} & & \text{t/m}^3 \quad \text{kg} \end{array}$$

- Que pensez vous du choix des unités dans cette formule ?
- Quel est le poids d'un mètre carré de Novopan d'épaisseur 16 mm ?
- Un panneau de Novopan d'épaisseur 19 mm pèse 30,59 kg. Quelle est sa surface ?
- Un panneau de 3 m² de Trifly d'épaisseur 8 mm pèse 17,28 kg. Quelle est la densité de ce panneau ?
- Un panneau de Trifly de 1,25 m² pèse 12,9375 kg. Quelle est l'épaisseur de ce panneau sachant que sa densité est de 0,690 t/m³ ?
- Quelle épaisseur maximum de Latté doit-on prendre pour qu'un panneau de 2,4 m² de Latté pèse 16,8 kg au maximum ?

CHAPITRE 01 : LA REGLE ET LE COMPAS

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Utiliser la règle graduée et le compas.
- Revoir les figures géométriques de base.
- Travailler les propriétés du cercle, reporter les longueurs à l'aide d'un compas.
- Tracer un triangle connaissant les longueurs des trois côtés, tracer un losange vu comme deux triangles isocèles accolés.
- Apprendre à écrire pas à pas un programme de construction.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- Notions de points, segment, droite, demi-droite.
- Milieu d'un segment.
- Définition du cercle, vocabulaire relatif au cercle.
- Triangle isocèle, équilatéral, losange.

ACTIVITE 1

- 1) Tracer un segment $[AB]$ de longueur 5 cm.
- 2) Placer un point C situé à 5 cm du point A (on écrira $AC = 5$ cm). Tracer le triangle ABC. Quelle est la particularité du triangle ABC ? Comment appelle-t-on un tel triangle ?
- 3) Placer sur la même figure quatre autres points situés à 5 cm du même point A. On les appellera D,E,F et G.
- 4) Avec quel instrument peut-on tracer une ligne qui passe par les points C,D,E,F et G ? Comment appelle-t-on cette ligne ?
- 5) Placer un point H sur le cercle de centre A et de rayon 5 cm. Sans la mesurer, combien vaut la distance AH ? Quelle est la particularité du triangle ABH ?
- 6) Placer un point J de telle façon que le triangle ABJ soit isocèle en A. Où se trouve ce point J ? Pourquoi ?
- 7) Placer deux points K et L situés à moins de 5 cm du point A. Où se situent-ils par rapport au cercle déjà tracé ?
- 8) Placer deux points M et N situés à plus de 5 cm du point A. Où se situent-ils par rapport au cercle déjà tracé ?

Commentaires sur l'activité 1

Durée : entre 20 et 40 minutes, suivant le niveau des élèves

Objectifs :

Nommer les points sur une figure de géométrie

Utiliser la règle graduée et le compas

Voir et revoir les propriétés du cercle et du triangle isocèle, et le vocabulaire adéquat.

L'activité se place dans les registres de la langue naturelle et Géométrique, et l'élève est amené à faire des allers retours entre ces registres. Il sera très formateur pour le lecteur de décortiquer les changements de registres effectués dans chaque question !

- 1) On mettra en place la convention de notation graphique des points.
- 2) Reconnaître un triangle isocèle : il a deux côtés de même longueur.
- 3) Une proportion importante d'élèves ne réussit pas cette question : ils se limitent à placer des points sur les horizontales et les verticales, ou bien ne respectent pas la distance imposée.
- 4) Le compas n'est pas utilisé de façon naturelle, et on veillera à la mise en place du vocabulaire : centre et rayon d'un cercle.
- 5) Propriétés réciproques du cercle (question 4) et du triangle isocèle (question 2).
- 6) Utilisation des propriétés du cercle et du triangle isocèle.
- 7) Points intérieurs au cercle.
- 8) Points extérieurs au cercle.

Les questions 7) et 8) permettent d'aborder une idée importante à transmettre aux élèves :

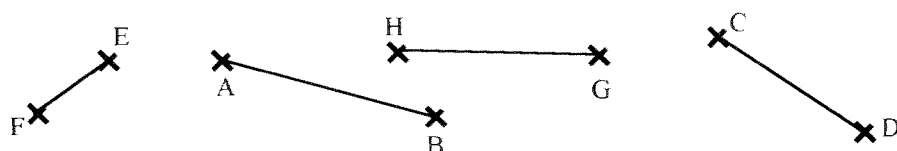
Le cercle de centre A et de rayon 5 cm peut être considéré comme la frontière entre deux régions du plan :

- l'ensemble des points situés à moins de 5 cm de A (intérieur du cercle)
- l'ensemble des points situés à plus de 5 cm de A (extérieur du cercle)
- la frontière séparant ces deux régions est l'ensemble des points situés à exactement 5 cm de A.

Cette idée est reprise dans le chapitre qui traite de la médiatrice d'un segment. Le programme n'en fait pas mention, mais il nous semble important de développer cette vision chez les élèves, et le lecteur averti aura reconnu des notions simples de topologie... Plusieurs exercices permettant de travailler ces idées sont proposés dans ce chapitre.

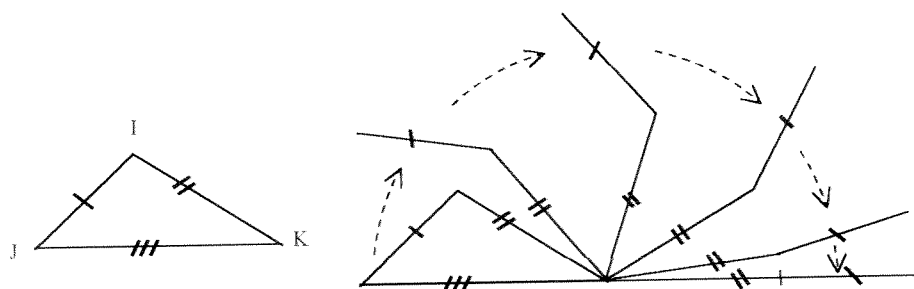
ACTIVITE 2 Reports de longueur au compas.

1)



Classer les segments ci-dessus du plus court au plus long en utilisant uniquement la règle non graduée et le compas.

2)



Hector prétend qu'il peut mesurer en une seule fois le périmètre du triangle IJK, à la place de mesurer les longueurs des trois côtés et de les additionner. Pour expliquer le principe de sa méthode, il fait un schéma en disant qu'il imagine qu'il déplie le triangle, pour mettre les trois côtés du triangle bout à bout et à plat. Il suffit alors de mesurer le segment (rouge) ainsi obtenu !

- Tracer une droite.
- A l'aide du compas, reporter les longueurs des côtés du triangle IJK et appliquer la méthode d'Hector pour mesurer en une seule fois le périmètre du triangle IJK.

Commentaires sur l'activité 2

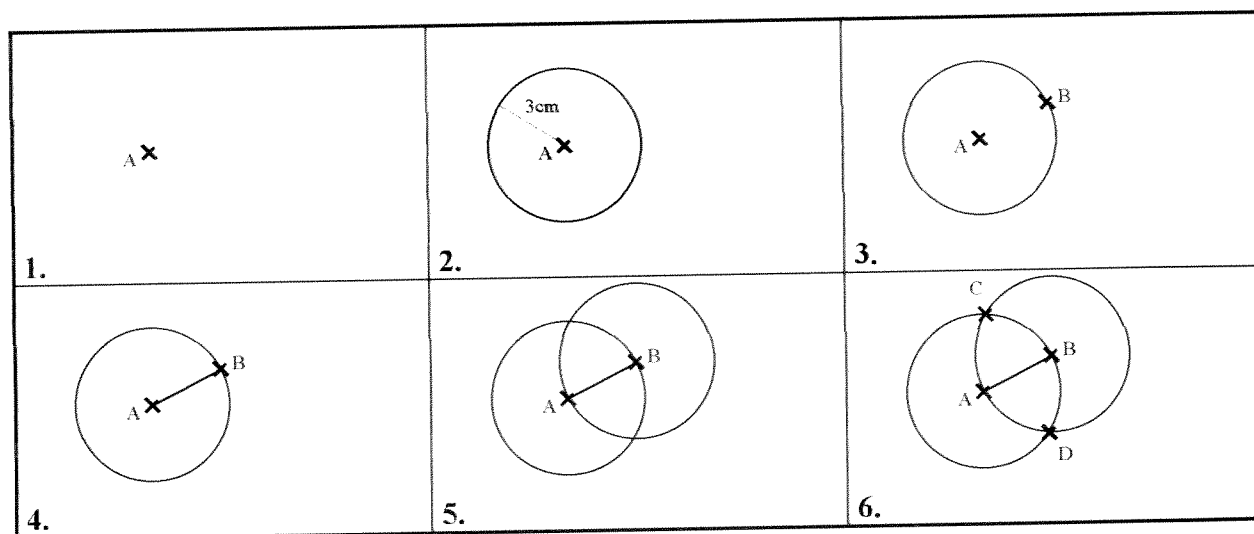
Durée : environ 30 minutes.

Objectif : Utiliser le compas comme outil de report de longueur, en faisant abstraction de la règle graduée.

Cette activité se place dans le registre géométrique.

- Le travail peut être proposé sur papier blanc, ou sur un quadrillage en prenant comme convention de ne pas utiliser les carreaux (qui forment une graduation). Les élèves tracent une demi droite, et reportent les longueurs à partir de la même origine avec le compas.
- Le périmètre d'un triangle est vu comme la somme de la longueur des côtés. Les exercices 15 et 16 prolongent cette activité.

ACTIVITE 3 Films et programmes de construction.



On a dessiné ci-dessus le film de la construction d'une figure.

La figure 6 est la figure qu'on désirait obtenir.

Les différentes étapes ont été numérotées de 1 à 6.

- Reproduire la figure 6 en suivant les étapes du film de la construction.
- Ecrire le programme de construction de la figure 6, c'est à dire les instructions en français qui permettent de construire la figure 6. Pour cela, on peut s'aider du film ci-dessus, et numéroter les instructions de 1 à 6.

Commentaires sur l'activité 3

Durée : environ trente minutes.

Objectif : A partir du film de la construction d'une figure, écrire le programme de construction correspondant.

Cet exercice est fondamental pour l'apprentissage de la rédaction des programmes de construction. A chaque étape du film de construction correspond une instruction de tracé et une seule, éventuellement complétée de l'appellation d'un point. On peut ainsi travailler les instructions élémentaires et mettre l'accent sur les éléments pertinents d'un programme de construction. Par la suite, on proposera aux élèves de dessiner d'abord le film de la construction d'une figure, puis d'écrire le programme de construction correspondant. Le fait de dessiner le film de la construction oblige les élèves à sérier les étapes, et à n'écrire qu'une seule construction par étape. La dernière étape de cet apprentissage consiste à écrire le programme sans passer par le film, mais elle peut se faire après le chapitre 3.

La fonction « historique » des logiciels de géométrie (Géoplan, Cabri, ...) permet d'obtenir des films de construction en direct : elle permet de visionner étape par étape la construction d'une figure et pourra être exploitée de façon judicieuse si on dispose de ce matériel avec les élèves

1) Gé

La reproduction de la figure permet de s'approprier ses éléments.

2) Gé → L

La rédaction des différentes instructions permet de bien préciser le vocabulaire : cercle, centre, rayon, segment, points d'intersection.

ACTIVITE 4 Tracé d'une ellipse point par point.

Sur une feuille blanche, exécuter le programme de construction suivant :

- 1) Placer deux points O et P distants de 60 mm en haut de la feuille.
- 2) Tracer un segment [AB] de longueur 10 cm au centre de la feuille.
- 3) Placer un point C sur le segment [AB].
- 4) Le cercle de centre O et de rayon AC coupe le cercle de centre P et de rayon BC en deux points.
Marquer ces deux points en rouge. Effacer les deux cercles et le point C.
- 5) Changer la position du point C sur le segment [AB], et refaire la même construction que dans la question 4).

Marquer beaucoup de points rouges en modifiant la position du point C sur le segment [AB]. Ces points rouges sont sur une ligne appelée ellipse.

Commentaires sur l'activité 4

Durée : environ une heure pour une construction soignée. Le travail peut être commencé en fin d'heure (prévoir 20 minutes) à terminer à la maison.

Objectif : exécuter un programme de construction. Effectuer des tracés soigneux. utiliser le compas pour reporter des longueurs

L → Gé

La somme des distances d'un point aux deux foyers O et P d'une ellipse est constante égale à 10 cm. On obtient ainsi grâce au compas des points d'une ellipse. Il est conseillé au lecteur d'effectuer une construction, et de préciser aux élèves où positionner les points O, P, A et B sur la feuille.

Cet exercice est le premier d'une série d'exercices qui ont pour thème le tracé d'une courbe mathématique. Deux familles de tracés sont rencontrées :

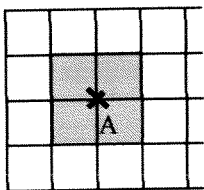
- les tracés point par point : l'intersection de deux courbes (droites, cercles) permet d'obtenir des points. L'expérience montre que les tracés des élèves sont dispersés, et ne permettent pas de « voir » la courbe se dessiner. De plus, il est plus facile d'effectuer un programme de construction de façon répétitive en dessinant des points rapprochés.
- les tracés par enveloppe de droite ou de segment ou de cercle : la courbe à tracer se devine en construisant son enveloppe. Là encore, le fait d'effectuer des tracés rapprochés facilite la tâche.

Le professeur peut aider les élèves à élaborer une stratégie de tracé afin d'obtenir un résultat agréable à l'œil.

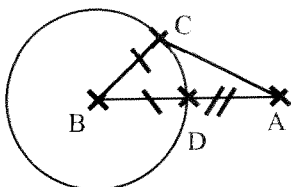
TROUVEZ L'ERREUR !

1.

Sur le quadrillage ci-dessous dont les lignes sont espacées de 1 cm, Ernest dit avoir colorié la zone contenant tous les points qui sont à moins de 1 cm du point A.



2. *description de figure*



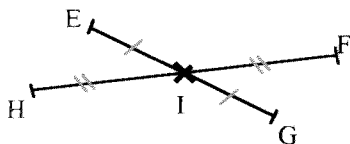
Juliette a décrit la figure ci-dessus :

ABC est un triangle quelconque.

Le cercle de milieu B, de rayon BC coupe le segment [AB] en un point D.

Corriger cette description !

3. *description de figure*



Elise propose la description de cette figure :

Le point I est le centre des segments [EG] et [FH].

Corriger cette description !

4.

Trois points R, S et T ont été placés sur une feuille. Jean remarque que $RS = RT$. Didier s'exclame « S est donc le milieu du segment [RT] ! ». Montrer que cette affirmation est fausse en donnant un exemple.

exercice 1

C'est le complément de l'activité 1. Beaucoup d'élèves ont de fausses représentations sur l'ensemble des points à distance donnée d'un point.

exercice 2

Confusion entre centre et milieu.

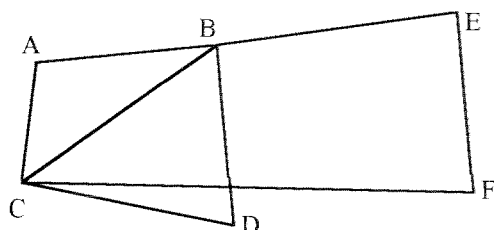
exercice3

Confusion entre milieu et centre.

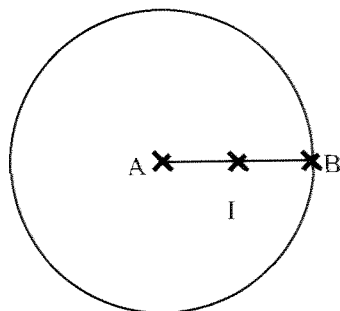
exercice 4

Les élèves pensent souvent, et même dans les classes ultérieures, que l'égalité des distances caractérise le milieu d'un segment. Il manque bien sûr la propriété d'alignement des points.

5.



Corriger la figure que Romain a tracé ci-dessus. Le texte de l'exercice était :
« Tracer deux quadrilatères ABCD et BCEF. »

6. *programme de construction*

Patrick a tracé la figure ci-dessus pour effectuer le programme de construction suivant :

- 1) Tracer un segment [AB].
- 2) Placer le milieu I du segment [AB].
- 3) Tracer le cercle de diamètre [AB].

Trouver l'erreur !

exercice 5

C'est le problème de l'ordre des points dans un quadrilatère, qu'il convient de travailler régulièrement.

exercice 6

Confusion entre diamètre et rayon d'un cercle.

CERCLES, REPORTS DE LONGUEURS

7.

Placer deux points A et B distants de 7 cm. Tracer le cercle C de centre A et de rayon 4 cm, et le cercle C' de centre B et de même rayon. Appeler M et K les points d'intersection de C et C'.

8.

Tracer un segment [AB] de 9 cm de longueur. Les cercles C de centre A et de rayon 5 cm et C' de centre B et de rayon 3 cm se coupent-ils ? Pourquoi ?

9.

Tracer le cercle C de centre O et de rayon 3 cm. Placer un point A sur le cercle, et un point B sur ce cercle tel que $AB = 3$ cm. Que peut-on dire du triangle ABO ? Pourquoi ?

10.

- 1) Placer un point A.
- 2) Tracer un cercle de rayon 3 cm passant par A.
- 3) Tracer un cercle de rayon 2 cm de centre A.
- 4) Placer un point B qui est à l'extérieur de ces deux cercles.
- 5) Tracer le cercle de diamètre [AB].

exercices 7)à 12) **L → Gé**

Exercices sur la notion de cercle et du vocabulaire correspondant.

exercice 10

Cet exercice permet d'utiliser le compas pour reporter le rayon du cercle Il prépare la notion de médiatrice d'un segment.

11.

- 1) Tracer un segment $[AB]$ de 3 cm de longueur.
- 2) Tracer un cercle de rayon 2 cm passant à la fois par A et par B.
- 3) Tracer un cercle de rayon 4 cm passant à la fois par A et par B.

12.

Placer deux points A et B distants de 5 cm. Tracer le cercle de centre B passant par A. Quel est le rayon de ce cercle ?

13.

Dessiner deux triangles ABC et AEF isocèles de sommet A, tels que les segments $[AB]$ et $[EF]$ mesurent 4 cm. Où sont situés les points B, C, E et F ? Pourquoi ?

14.

Tracer un segment $[KJ]$ mesurant 7 cm et placer son milieu I.
Tracer le cercle de centre I et de rayon 3,5 cm. Que se passe-t-il ?

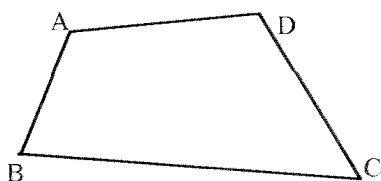
15.

- 1) Tracer un segment $[BC]$ de longueur 8 cm.
 - 2) Tracer le cercle de diamètre $[BC]$
 - 3) Placer un point A sur ce cercle tel que $AC = 4$ cm.
 - 4) Tracer le cercle de diamètre $[AC]$. Il coupe le segment $[BC]$ au point H.
 - 5) Tracer le cercle de diamètre $[AB]$.
- Si la figure est tracée correctement, alors ce cercle passe par le point H.

exercice 13

Triangle isocèle et rayon d'un cercle.

16.



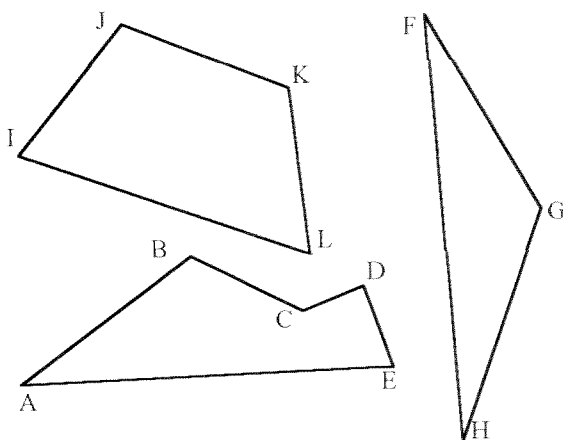
A l'aide du compas et de la règle non graduée :

- 1) Reproduire le quadrilatère ABCD ci-dessus.
- 2) « Déplier » le périmètre de cette figure sur une droite.
- 3) Construire un triangle qui a le même périmètre que ce quadrilatère.

exercices 16 à 18 Gé

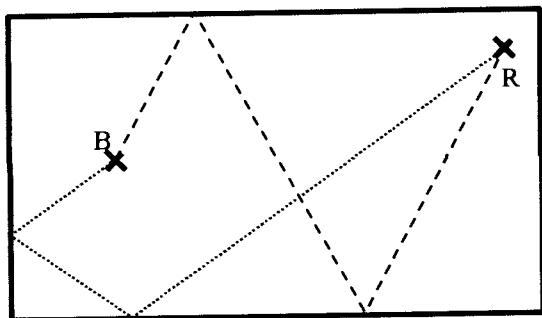
Utilisation du compas pour reporter des longueurs.

17.



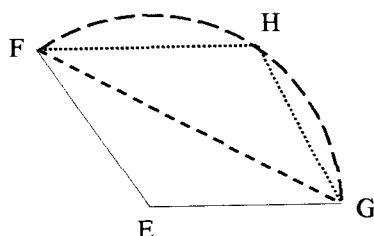
En n'utilisant que la règle non graduée et le compas, ranger par ordre croissant les périmètres du pentagone ABCDE, du triangle FGH et du quadrilatère IJKL.

18.



Le rectangle ci-dessus représente une table de billard. Les lignes polygonales en pointillés représentent deux trajets possibles de la boule blanche (le point B) vers la boule rouge (le point R). Sans règle graduée, indiquer quel est le trajet le plus court.

19.

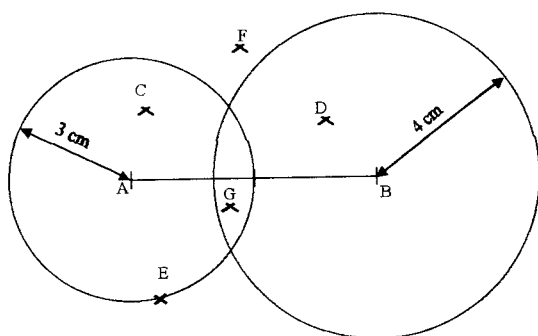


L'arc de centre E de rayon EF est représenté en pointillés « longs ». Classer dans l'ordre croissant les longueurs des trois lignes en pointillés différents.

exercice 19

Cet exercice fait appel à l'intuition : la ligne droite est la plus courte distance qui joint deux points. La corde est plus courte que l'arc de cercle.

20.



$[AB]$ est un segment de longueur 6 cm. On a tracé le cercle de centre A de rayon 3 cm, et le cercle de centre B de rayon 4 cm.

Compléter le tableau suivant en cochant d'une croix la case correspondante, puis placer les points H, K et L sur la figure en lisant le tableau.

le point est	A	B	C	D	E	F	G	H	K	L
à moins de 3cm de A										
à plus de 3cm de A									X	
exactement à 3cm de A								X		X
à moins de 4cm de B								X	X	
à plus de 4cm de B										
exactement à 4cm de B										X

exercices 20 à 24

Travail du cercle en tant que frontière de deux zones (voir activité 1)

exercice 20 $G \rightarrow T$ et $T \rightarrow G$

Le tableau proposé est à double entrée. Sa lecture ne devrait pas poser de problème particulier.

La lecture de la figure permet de percevoir les cercles comme des zones frontières.

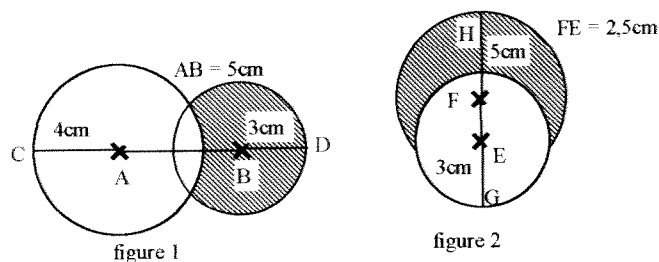
L'ambiguïté des formulations « à plus » et « à moins » est levée par « exactement à ».

Une fois la lecture effectuée, les trois dernières colonnes ne devraient plus poser de gros problèmes.

21.

- 1) Tracer un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. Tracer le cercle de centre A de rayon 4 cm, et le cercle de centre B de rayon 5 cm.
- 2) Hachurer en vert l'ensemble de tous les points qui sont à moins de 4 cm du point A **et** à moins de 5 cm du point B.
- 3) Refaire la figure du 1). Hachurer en rouge l'ensemble de tous les points qui sont à moins de 4 cm du point A **ou bien** à moins de 5 cm du point B.
- 4) Refaire la figure du 1). Hachurer en bleu l'ensemble de tous les points qui sont à moins de 4 cm du point A **et** à plus de 5 cm du point B.

22. zones



- 1) Décrire comment on peut obtenir la zone hachurée de la figure 1.
- 2) Décrire comment on peut obtenir la zone hachurée de la figure 2.

23.

La radio libre « Mathcollège » dispose de trois émetteurs qui sont disposés en triangle, de telle sorte que :

$AB = 5\text{ km}$, $BC = 6\text{ km}$, $AC = 3,5\text{ km}$. La portée de chacun de ces émetteurs est de 4 km. Faire un plan en prenant comme échelle 1 cm pour 1 km, et hachurer la zone couverture de cette radio, c'est à dire toute l'étendue à partir de laquelle on pourra capter cette radio.

24.

Tracer un triangle ABC tel que :

$AB = 4,8\text{ cm}$ $BC = 6\text{ cm}$ $AC = 4,5\text{ cm}$

Colorier en rouge la zone constituée de tous les points situés :

- à plus de 3 cm du point B

et à

- moins de 3 cm du point A

et à

- l'intérieur du triangle ABC.

exercice 21 **L → G**

A partir de la langue naturelle, identifier des zones entières du plan.

Travail sur « et » et « ou ».

exercice 22 **G → L**

C'est l'exercice inverse du 21.

exercice 23 **L → G**

Usage du « ou », et portée d'un émetteur.

exercice 24 **L → G**

Usage du « et »

DROITES, DEMI-DROITES, SEGMENTS

25.

- 1) Tracer deux segments $[AB]$ mesurant 7 cm et $[CD]$ mesurant 9 cm ayant le même milieu I.
- 2) Tracer quatre segments de 5 cm de longueur, ayant le même milieu O.

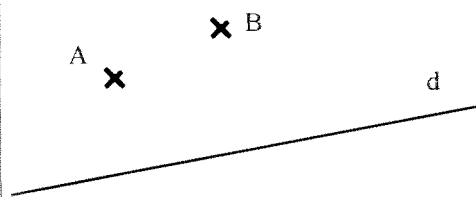
26.

Placer trois points A, B et C non alignés. Tracer et nommer toutes les droites passant par ces points. Combien y en a-t-il ?

exercices 25 à 32 **L → Gé**

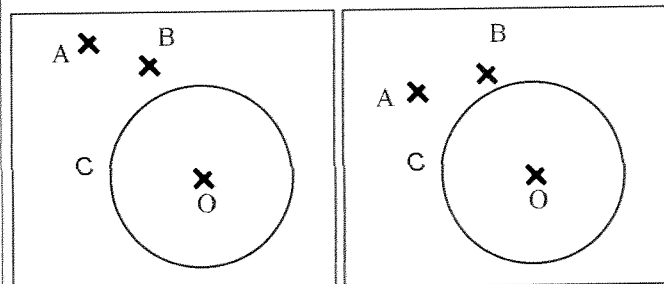
Utilisation du vocabulaire élémentaire de la géométrie.

27. Dessiner quatre droites d_1, d_2, d_3 et d_4 sécantes deux à deux. Nommer A, B, C et D les points d'intersection respectifs de d_1 et d_2, d_2 et d_3, d_3 et d_4, d_1 et d_4. Tracer en vert les segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. Comment s'appelle la figure verte ? 28. Dessiner trois droites d_1, d_2 et d_3 sécantes deux à deux. Nommer A, B et C les points d'intersection respectifs de d_1 et d_2, d_2 et d_3, d_3 et d_1. Tracer en vert les segments [AB], [BC] et [CA]. Comment s'appelle la figure verte ? 29. Tracer une droite (xy). Placer deux points A et B distincts sur cette droite. Tracer en rouge l'intersection des demi-droites [AB) et [BA). Comment s'appelle la figure rouge ? 30. Tracer deux segments [AB] et [CD] tels que (faire trois figures différentes) : a) les droites (AB) et (CD) soient sécantes en M, M appartienne au segment [AB] et M appartienne au segment [CD]. b) les droites (AB) et (CD) soient sécantes en M, M appartienne au segment [AB] et M n'appartienne pas au segment [CD]. c) les droites (AB) et (CD) soient sécantes en M, M n'appartienne pas au segment [AB] et M n'appartienne pas au segment [CD]. 31. Placer quatre points alignés dans cet ordre : A, B, C et D. Repasser en vert le segment [AB], en bleu le segment [BC], en noir le segment [CD], en rouge l'intersection du segment [AC] avec le segment [BD]. Comment appelle-t-on le segment rouge ? 32. 1) Dessiner un losange ABCD. Placer un point I à l'extérieur de ce losange. 2) Placer le point J, tel que A soit le milieu du segment [IJ]. 3) Placer le point K, tel que B soit le milieu du segment [JK]. 4) Placer le point L, tel que C soit le milieu du segment [KL]. 5) Placer le point M, tel que D soit le milieu du segment [LM]. Que constate-t-on ? 6) Vérifier que les segments [IK] et [JL] semblent avoir la même longueur.	exercice 32 La figure est complexe à réaliser, et la question 6) propose une autovérification de la qualité de la construction
33. Placer trois points A, B et C non alignés en prenant $AC = 3$ cm. Placer des points alignés avec A et B, et distants de 4 cm de C. Expliquer la méthode utilisée. 34. Placer quatre points A, B, C et D non alignés trois par trois. Tracer et nommer toutes les droites passant par ces points. Combien y en a-t-il ?	exercices 33 à 37 Problèmes d'intersection exercice 33 et 34 Problème de dénombrement et d'appellation de droite.

35. *intersection*

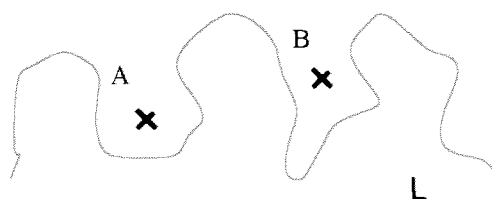
Reproduire la figure ci-dessus.

Existe-t-il un point aligné avec A et B, et situé sur d ? Si oui, le placer sur le dessin et le nommer M.

36. *intersections*

Reproduire les deux figures ci-dessus. Sur chacune des figures, placer si possible des points alignés avec A et B et situés sur le cercle C.

37.



Reproduire quatre fois la figure ci-dessus avec du papier calque.

Sur chacune de ces figures :

- 1) Marquer en rouge les points d'intersection entre le segment $[AB]$ et la ligne L.
- 2) Marquer en rouge les points d'intersection entre la droite (AB) et la ligne L.
- 3) Marquer en rouge les points d'intersection entre la demi droite $[AB)$ et la ligne L.

Marquer en rouge les points d'intersection entre la demi-droite $[BA)$ et la ligne L.

exercice 35

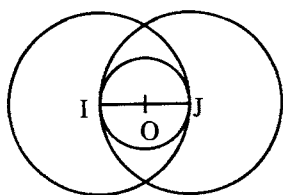
Le point d'intersection de la droite (AB) et de la droite d n'est pas apparent sur le dessin, ce qui peut poser un problème.

exercice 37

Distinction entre segment, droite et demi droite.

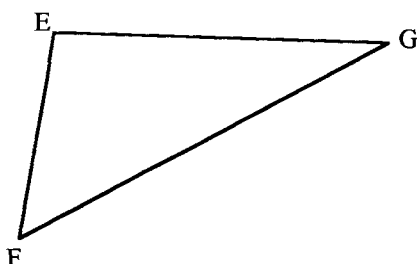
REPRODUCTIONS DE FIGURES

38.

Reproduire la figure ci-dessous en prenant $IJ = 4$ cm.

39.

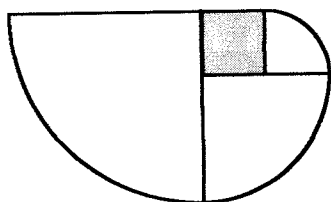
Reproduire à l'aide du compas et de la règle non graduée seulement le triangle ci-dessous.

exercice 39 **Gé**

Construction d'un triangle en reportant les longueurs de chaque côté.

40.

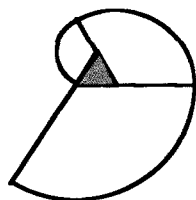
Reproduire la figure ci-dessous, obtenue à partir d'un carré de côté 2 cm et de quarts de cercles, puis la continuer suivant le même principe.

exercices 40 à 42 **G**

Il faut comprendre et prolonger une règle de formation de la figure.

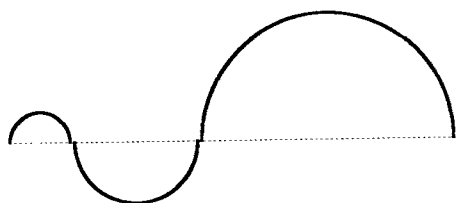
41.

Reproduire la figure ci-dessous, obtenue à partir d'un triangle équilatéral de côté 2 cm et de tiers de cercles, puis la continuer suivant le même principe.



42.

- 1) Reproduire le serpent in ci-dessous, fait de demi cercles (le premier demi-cercle a pour rayon 0,5 cm).
- 2) Indiquer une règle de construction.
- 3) Le prolonger vers la droite selon cette règle.



43.

Tracer 3 droites (d_1), (d_2) et (d_3) qui se coupent respectivement en A, B et C comme l'indique la figure ci-dessous. Tracer ensuite sur la droite (d_1) un point M qui n'est pas sur le segment [AC] et tel que $AM = 1$ cm.

Tracer l'arc MP de centre A.

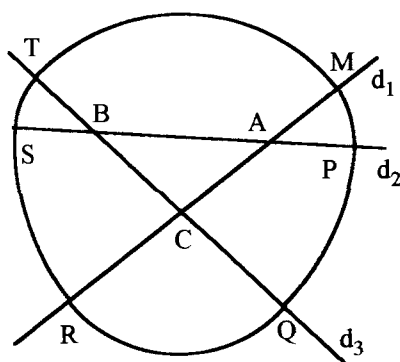
Tracer l'arc PQ de centre B.

Tracer l'arc QR de centre C.

Tracer l'arc RS de centre A.

Tracer l'arc ST de centre B.

Si la figure est bien faite on peut tracer l'arc TM de centre C.



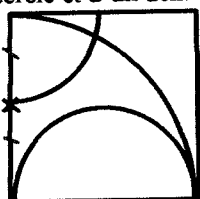
exercice 43 L et G

La reproduction de la figure n'est pas aisée ! C'est la lecture du texte combinée à la lecture de la figure qui permet de comprendre son fonctionnement.

En réalité, c'est une courbe de largeur constante.

44.

Reproduire la figure ci-dessous qui est constituée d'un carré, de deux quarts de cercle et d'un demi cercle, en commençant par un carré de côté 4 cm.

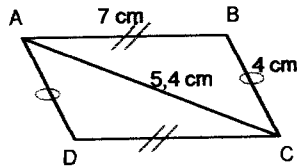
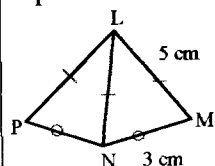


exercice 44 L et G

L'exercice est plus difficile qu'il ne semble à priori !

45.

A partir des schémas ci-dessous, tracer :

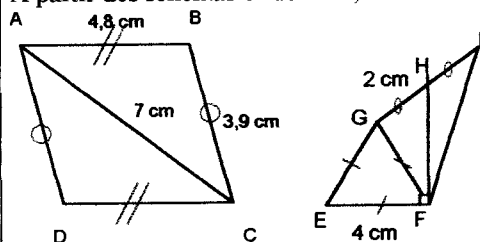


exercices 45 et 46

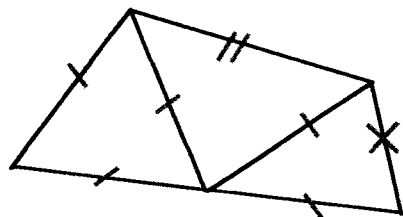
A partir d'un schéma (la forme réelle n'est pas respectée, tracer une figure en tenant compte des longueurs indiquées et du codage

46.

A partir des schémas ci-dessous, tracer :



47. Retrouver les points !



1) Faire un schéma à main levée de la figure ci-dessus, et retrouver le nom des différents points sachant que :

- ABD est un triangle équilatéral.
- BDC est un triangle isocèle.
- CDE est un triangle isocèle.
- D est le milieu du segment [AE].

2) Reproduire cette figure sachant que :

- $BD = 3 \text{ cm}$ et $BC = 3,7 \text{ cm}$.

exercice 47

1) **L et Gé**

Lire et comprendre un codage, et faire le lien avec la description en langue française

2) **Gé**

Le schéma étant maintenant complet, on est ramené aux exercices précédents

TRIANGLES, LOSANGES

Les exercices 49 à 51 sont très importants pour la formation des élèves : ce sont les premiers exercices de construction de figure (triangle, quadrilatère) que les élèves sont amenés à effectuer à partir d'un texte. Pour mener à bien ces constructions, le professeur demande le tracé d'un schéma à main levée contenant les indications du texte : la tâche en est simplifiée. Mais chacun connaît les difficultés et les réticences qu'ont les élèves à passer par cet intermédiaire. C'est pourtant le passage le plus important : il s'agit de passer du registre de la langue naturelle au registre du dessin géométrique. Ce passage est difficile, voire impossible, si on ne passe pas par l'intermédiaire schéma du registre graphique. Et nombre d'élèves ne savent en fait pas tracer un schéma à partir d'un texte.

Il faut en fait distinguer trois phases pour établir un schéma à partir d'un texte français. Illustrons ces trois phases à l'aide de l'exercice 32)a) : « Construire un triangle ABC isocèle en B tel que $AB = 5 \text{ cm}$ et $AC = 6 \text{ cm}$. »

- 1) Il faut repérer la nature de la figure à tracer, et tracer sa forme en codant éventuellement ses caractéristiques (ici le triangle isocèle et on codera deux côtés de même longueur).
- 2) On peut alors nommer les différents points, en tenant compte des contraintes (ici, le triangle est isocèle en B ; on commencera donc par placer B ; ce peut être l'ordre des points pour un quadrilatère).
- 3) A la fin seulement on peut marquer les longueurs et les angles (ici 5 cm et 6 cm). Il est parfois nécessaire de rajouter un segment qui n'est pas tracé, et cette contrainte est difficile à gérer : certains élèves qui ont mené à bien les étapes 1) et 2) reviennent à l'étape 2) (position des points) pour pouvoir placer les longueurs ou les angles.

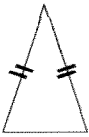
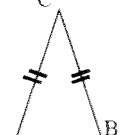
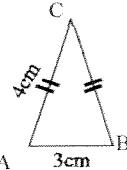
Cet apprentissage est souvent escamoté, avec les conséquences que l'on connaît. Il faudrait que dans un premier temps les élèves fassent un véritable programme de construction des schémas à partir du texte français en trois étapes. A partir du schéma codé, il n'y a plus de changement de registre à faire : il ne s'agit plus que d'une reproduction de figure (qui peut néanmoins présenter des difficultés).

C'est pourquoi il est indispensable d'effectuer d'abord l'exercice 48, afin de faciliter l'apprentissage de la construction d'un schéma à main levée à partir d'un texte français.

48.

Voici le film de la construction en trois étapes du **schéma à main levée** de la figure suivante :

un triangle ABC **isocèle en C** tel que $AB = 3\text{ cm}$ et $AC = 4\text{ cm}$

triangle isocèle	nom des points (isocèle en C)	longueurs (et angles)
		
1) dessin de la forme avec codage	2) A B C placer le nom des points	3) marquer les données de l'énoncé

Dessiner le film de la construction des schémas des figures suivantes :

- 1) LMN est un triangle isocèle en A tel que $AB = 2\text{ cm}$ et $BC = 3,5\text{ cm}$
- 2) IJKL est un losange tel que $IJ = 4\text{ cm}$ et $IK = 3\text{ cm}$

49.

- 1) Construire un triangle ABC **isocèle en B** tel que $AB = 5\text{ cm}$ et $AC = 6\text{ cm}$.
- 2) Construire un triangle DEF **isocèle en F** tel que $DF = 6\text{ cm}$ et $DE = 7,2\text{ cm}$.
- 3) Construire un triangle GIL **isocèle en L** tel que $GL = 3\text{ cm}$ et $GI = 5,2\text{ cm}$.
- 4) Construire un triangle ABC **équilatéral** tel que $AC = 6\text{ cm}$.

50.

Construire les **losanges** :

- a) ABCD tel que $AB = 5\text{ cm}$ et $AC = 4\text{ cm}$.
- b) EFGH tel que $FH = 4\text{ cm}$ et $EH = 5\text{ cm}$.

51.

- a) Construire un triangle ABC isocèle en B tel que $AC = 5\text{ cm}$ et $BC = 4\text{ cm}$.
- b) Construire les points D et E tels que le quadrilatère BCDE soit un losange et $BD = 6\text{ cm}$.

52.

- a) Marquer trois points A, B et C tels que :
 $AB = 4,7\text{ cm}$ $AC = 2,3\text{ cm}$ $BC = 3,6\text{ cm}$
Marquer en rouge le point du segment $[AB]$ situé à 3 cm du point C.
- b) Marquer trois points A, B et C tels que :
 $AB = 4,7\text{ cm}$ $AC = 2,3\text{ cm}$ $BC = 3,6\text{ cm}$
Marquer en rouge les points de la droite (AB) situé à 3 cm du point C.

53.

Tracer un segment $[AB]$ de 5 cm de longueur. Tracer un arc de cercle de centre A de rayon 4 cm et un arc de cercle de centre B de rayon $2,5\text{ cm}$ qui se coupent en un point C. Tracer le triangle ABC.

54.

- a) Tracer un segment $[AB]$ mesurant 8 cm . Placer le point I milieu du segment $[AB]$.
- b) Construire 3 points C, D et E de telle sorte que les triangles AIC, AID, et AIE soient isocèles en I.

exercice 48 L → Gé

Exercice fondamental pour apprendre à tracer correctement un schéma.

Il faut bien faire comprendre aux élèves que plutôt que de revenir une étape en arrière, il est préférable de recommencer au début en cas d'erreur !

exercice 49 L → Gé → Gé

Cet exercice se fait bien en deux étapes : construction d'un schéma utilisable, et reproduction de la figure grandeur réelle à partir du schéma.

exercice 50 L → Gé → Gé

Même exercice que le 49 avec des losanges.

exercice 51 L → Gé → Gé

Le schéma et la construction peuvent se faire en deux étapes, *sur la même figure*.

exercices 52 à 54 L → Gé

Exercices de tracé variés.

55. Tracer trois losanges non superposables dont les côtés mesurent 3 cm. 56. Tracer trois losanges non superposables dont une diagonale mesure 4 cm. 57. 1) Tracer un segment $[AB]$ de 4 cm de longueur. 2) Tracer un losange ABC_1D_1 dont un des côtés est le segment $[AB]$. 3) Tracer un losange ABC_2D_2 dont un des côtés est le segment $[AB]$. 4) Tracer de même trois autres losanges ABC_3D_3, ABC_4D_4 et ABC_5D_5 dont un des côtés est le segment $[AB]$. 5) Marquer en rouge les points C_1, C_2, C_3, C_4 et C_5. Où se trouvent ces points ? Expliquer pourquoi. 6) Marquer en vert les points D_1, D_2, D_3, D_4 et D_5. Où se trouvent ces points ? Expliquer pourquoi. 58. 1) Tracer un triangle ABC dont les trois angles sont plus petits que l'angle droit. 2) Tracer à l'extérieur du triangle ABC le triangle ABD équilatéral 3) Tracer à l'extérieur du triangle ABC le triangle BCE équilatéral. 4) Tracer à l'extérieur du triangle ABC le triangle CAF équilatéral. 5) Si la figure est bien faite, les segments $[AE]$, $[DC]$ et $[BE]$ sont concourants en un point T. 59. Tracer tous les triangles isocèles possibles de 20 cm dont un côté mesure 6 cm et un autre 4 cm. 60. Tracer tous les triangles isocèles possibles qui ont 15 cm de périmètre et dont un côté mesure 4 cm. 61. Tracer un losange ayant 20 cm de périmètre et dont une diagonale mesure 3 cm. 62. Tracer un quadrilatère $ABCD$ sachant que ABC est un triangle équilatéral de côté 5 cm et que ADC est un triangle isocèle en D, et que le périmètre du quadrilatère $ABCD$ est 22 cm. 63. Tracer un segment $[AB]$ de longueur 5 cm. Tracer deux cercles de rayon 6 cm et de centres A et B. On appelle E et F leurs points d'intersection. 1) Expliquer pourquoi $AE = AF$ 2) Expliquer pourquoi $BE = BF$ 3) Expliquer pourquoi $AE = BE$ 4) Finalement, quelle est la nature du quadrilatère $AEBF$?	exercice 55 à 57 L → Gé Variations autour du losange, pour comprendre ses articulations. exercice 58 L → Gé Construction d'une figure complexe avec autovérification de la qualité de la construction. On voit apparaître le point de Toricelli du triangle. exercice 59 et 60 L → Gé Un raisonnement est nécessaire pour tracer les triangles. Ces exercices peuvent être repris en 5^{ème}. exercice 61 L → Gé Un raisonnement est nécessaire pour tracer le losange. exercice 62 L → Gé Un raisonnement est nécessaire pour tracer les triangles. Décomposition d'un quadrilatère en deux triangles. On obtient deux solutions : un quadrilatère convexe et un quadrilatère non convexe. exercice 63 L → Gé → L Après tracé d'une figure, cette dernière sert de support à un raisonnement simple qui permet de reconnaître un losange en utilisant les propriétés du cercle.
---	--

PROGRAMMES DE CONSTRUCTION

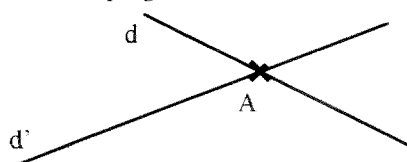
64.

Ecrire un programme de construction de la figure ci-dessous.



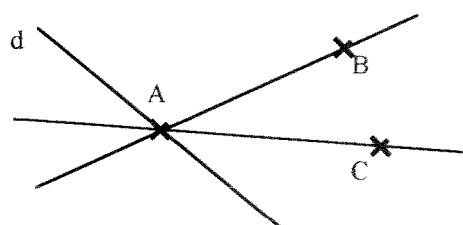
65.

Ecrire un programme de construction de la figure ci-dessous.



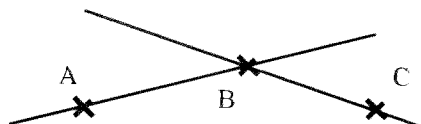
66.

Ecrire un programme de construction de la figure ci-dessous.



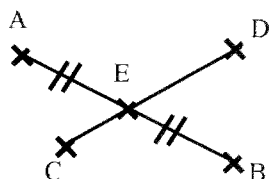
67.

Ecrire un programme de construction de la figure ci-dessous.



68.

Ecrire un programme de construction de la figure ci-dessous.

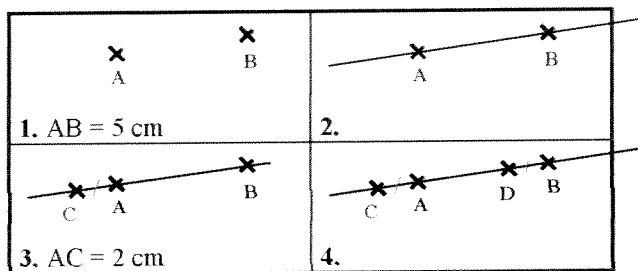
exercices 64 à 68 : **Gé** → **L**

Il s'agit d'écrire un programme de construction simple, ne faisant pas intervenir de longueurs. Seule compte la position relative des objets géométriques.

exercice 68

On veillera à préciser que le point E est le milieu du segment [AB], mais pas nécessairement le milieu du segment [CD].

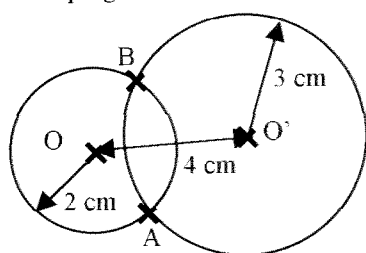
69.



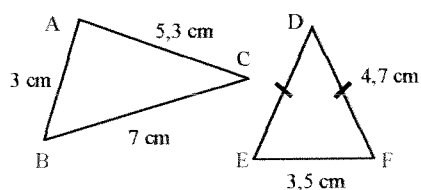
Ecrire un programme de construction de la figure 4, à partir du film de sa construction.

70.

Ecrire le programme de construction de cette figure

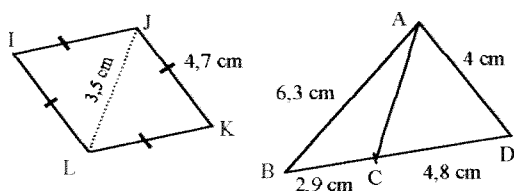


71.



Ecrire un programme de construction de chacune des figures ci-dessus.

72.



Ecrire un programme de construction de chacune des figures ci-dessus.

exercice 69 **Gé** → **L**

Le film de la construction de la figure est donné, il s'agit d'écrire les instructions en utilisant le vocabulaire des segments droites, demi-droites.

exercice 70 **Gé** → **L**

Le programme de construction peut être écrit avec ou sans passage par le film de la construction.

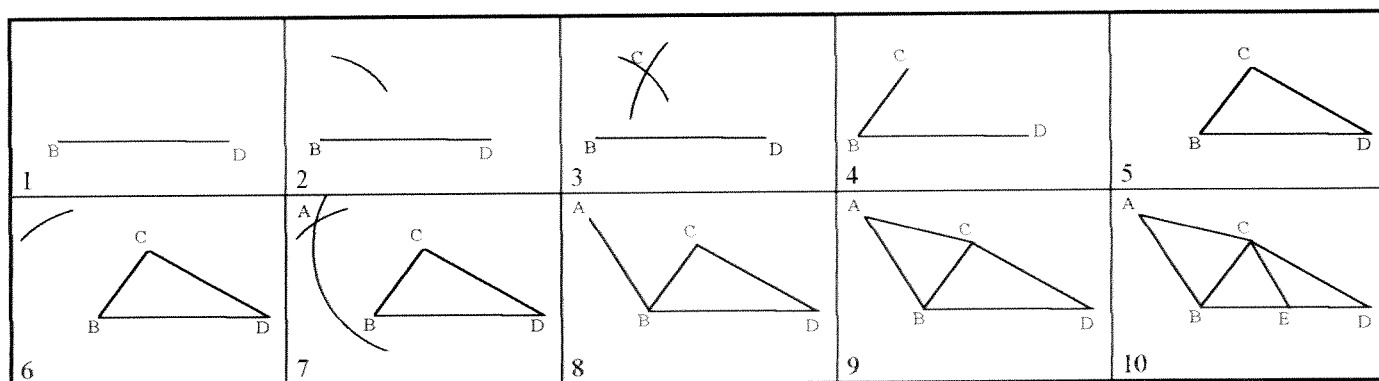
Utilisation du vocabulaire relatif aux cercles.

exercice 71 et 72 **Gé** → **L**

exercice 73 **Gé** → **L**

Peut-être donné en devoir à la maison. Il ne pose cependant pas de problème particulier.

73.



On a reproduit ci-dessus le film de la construction de la figure 10, c'est à dire les différentes étapes qui permettent de construire cette figure. On donne les dimensions suivantes :

$AB = AC = 5 \text{ cm}$ $BD = 7 \text{ cm}$ $BC = 4 \text{ cm}$ $CD = 6 \text{ cm}$

E est le milieu du segment [BD].

- 1) Reproduire cette figure en respectant les dimensions indiquées, ainsi que l'ordre de construction donné.
- 2) Ecrire les différentes instructions qui permettent de tracer la figure 10. Chaque instruction correspond à une étape numérotée de 1 à 10. Une seule instruction est à exécuter à chaque étape.

COURBES ET FIGURES

exercice 74 à 80 **L** → **Gé**

Ces exercices ont pour objectif le tracé de jolies courbes, à caractère mathématique. Elles peuvent être coloriées et affichées dans la salle de classe. Leur réalisation demande en premier lieu la lecture fine et la compréhension d'instructions de tracé. En réalité, on n'obtient pas une courbe complète, mais on voit apparaître une courbe. Deux types de réalisations sont proposées :

- les courbes obtenues point par point : chaque point est obtenu par un certain procédé de construction. Si on construit suffisamment de points, on devine qu'ils appartiennent à la même courbe que l'on peut extrapoler.
- les courbes obtenues par enveloppe de segment ou de cercles : on voit apparaître à l'intérieur ou à l'extérieur des lignes tracées une courbe (en réalité, on trace les tangentes à chaque point de la courbe).

L'expérience montre que les élèves font des constructions désordonnées au début, et que dans ces conditions il est difficile de voir le but auquel on tend. De plus l'algorithme de construction est à reprendre à chaque fois et les constructions deviennent vite fastidieuses. Si les élèves construisent les points ou les lignes de façon rapprochée et régulière, la construction en est de beaucoup facilitée et ils éprouvent le plaisir de voir se dessiner petit à petit la courbe. certains trouvent naturellement cette façon de procéder, tandis qu'il faudra le suggérer à d'autres. Il faut bien répéter aux élèves qu'ils devront certainement recommencer plusieurs fois avant d'obtenir un résultat satisfaisant, ce qu'ils ont parfois du mal à accepter.

74. Une conchoïde de cercle (point par point)

- a) Tracer un cercle de rayon 2,5 cm et marquer un point O sur ce cercle.
- b) Tracer un point M_1 sur ce cercle. Tracer la droite (OM_1) . Tracer sur cette droite en rouge, les points N_1 et P_1 tels que : $M_1N_1 = M_1P_1 = 5 \text{ cm}$.
- c) Tracer un point M_2 sur ce cercle. Tracer la droite (OM_2) . Tracer sur cette droite en rouge, les points N_2 et P_2 tels que : $M_2N_2 = M_2P_2 = 5 \text{ cm}$.
- d) Tracer un point M_3 sur ce cercle. Tracer la droite (OM_3) . Tracer sur cette droite en rouge, les points N_3 et P_3 tels que : $M_3N_3 = M_3P_3 = 5 \text{ cm}$.
- e) Recommencer avec d'autres points $M_4, M_5, \dots$ beaucoup de points sur le cercle.

75. Une astroïde (par enveloppe de segments)

- Tracer 2 droites perpendiculaires (D) et (D'). Appeler O leur point d'intersection.
- Tracer un point M_1 sur la droite (D). Si c'est possible, tracer 2 points N_1 et N'_1 de la droite (D') de telle sorte que : $M_1N_1 = 8$ cm et $M_1N'_1 = 8$ cm.
Tracer les segments $[M_1N_1]$ et $[M_1N'_1]$.
- Tracer un point M_2 sur la droite (D). Si c'est possible, tracer 2 points N_2 et N'_2 de la droite (D') de telle sorte que : $M_2N_2 = 8$ cm et $M_2N'_2 = 8$ cm.
Tracer les segments $[M_2N_2]$ et $[M_2N'_2]$.
- Tracer un point M_3 sur la droite (D). Si c'est possible, tracer 2 points N_3 et N'_3 de la droite (D') de telle sorte que : $M_3N_3 = 8$ cm et $M_3N'_3 = 8$ cm.
Tracer les segments $[M_3N_3]$ et $[M_3N'_3]$.
- Continuer ainsi avec un point M_4 , un point M_5 , ... beaucoup de points sur la droite (D).
On voit ainsi apparaître une courbe que les mathématiciens appellent astroïde.

76. Une courbe de poursuite en partant d'un triangle

- Construire un triangle ABC équilatéral de 15 cm de côté.
 - Placer le point A_1 sur le côté AB à 1 cm de A.
 - Placer le point B_1 sur le côté BC à 1 cm de B.
 - Placer le point C_1 sur le côté CA à 1 cm de C.
 - Tracer le triangle $A_1B_1C_1$.
 - Placer le point A_2 sur le côté A_1B_1 à 1 cm de A_1 .
 - Placer le point B_2 sur le côté B_1C_1 à 1 cm de B_1 .
 - Placer le point C_2 sur le côté C_1A_1 à 1 cm de C_1 .
 - Tracer le triangle $A_2B_2C_2$.
- Continuer jusqu'à ce que le dernier triangle dessiné ait des côtés de moins de 1 cm.

77. Une courbe de poursuite en partant d'un carré

Faire une construction analogue à celle de l'exercice précédent en partant d'un carré de 15 cm de côté.

78. Une cardioïde (par enveloppe de cercle)

- Sur une feuille blanche, placer un point O à 14 cm du bord supérieur et 7 cm du côté droit.
- Tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm.
- Partager ce cercle en 18 parties égales à l'aide d'un rapporteur.
- Nommer A un des points du cercle obtenus précédemment.
- Construire 17 cercles de la façon suivante :
Leur centre est l'un des points de partage du cercle.
Chacun de ces cercles passe par le point A.
- On voit apparaître, à "l'extérieur" de ces cercles, une courbe appelée cardioïde.

exercice 78

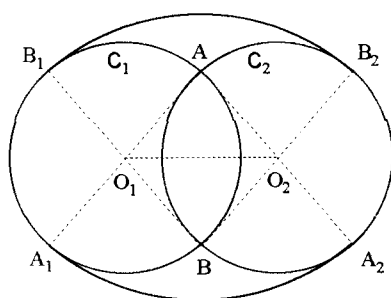
Les quatre premières questions ont objet le tracé d'un cercle avec 18 points sur sa périphérie. Le professeur peut :

- soit donner cette figure toute faite aux élèves
- soit la proposer dans le chapitre sur les angles
- soit la proposer à ce stade de l'année, sans entrer dans le détail de l'utilisation du rapporteur.

79. Tracer un ovale.

- Tracer un segment O_1O_2 de 4 cm.
- Tracer le cercle C_1 de centre O_1 et de rayon 3 cm.
- Tracer le cercle C_2 de centre O_2 et de rayon 3 cm.
- Appeler A et B les points d'intersection des deux cercles.
- Tracer la droite (O_1A)
- Appeler A_1 le deuxième point d'intersection de (O_1A) avec le cercle C_1 .
- Tracer la droite (O_2A) .
- Appeler A_2 le deuxième point d'intersection de (O_2A) avec le cercle C_2 .
- Tracer la droite (O_1B) .

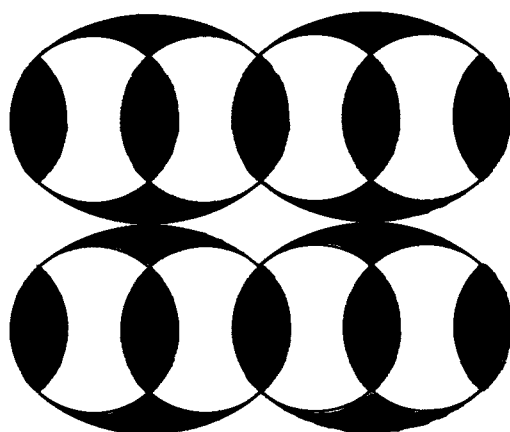
- 10) Appeler B_1 le deuxième point d'intersection de (O_1B) avec le cercle C_1 .
- 11) Tracer la droite (O_2B) .
- 12) Appeler B_2 le deuxième point d'intersection de (O_2B) avec le cercle C_2 .
- 13) Continuer par deux tracés d'arcs de cercle (les centres sont à trouver !) pour obtenir la figure ci-dessous :



exercice 80

La difficulté consiste à placer les ovales les uns à par rapport aux autres pour que leur tangence soit assurée !

80.



Tracer quatre ovales et les disposer comme sur la figure ci-dessus.

CHAPITRE 03 : PARALLELES ET PERPENDICULAIRES

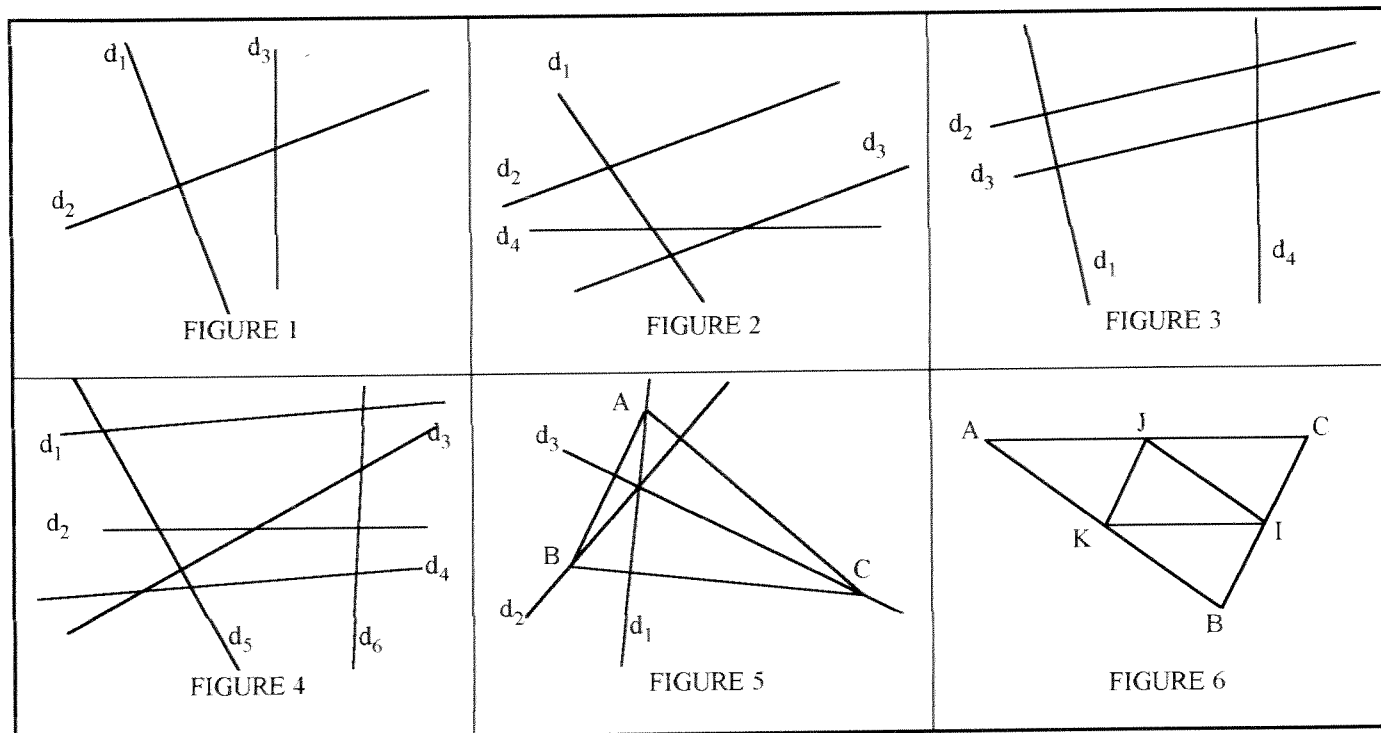
OBJECTIFS DU CHAPITRE

- Reproduire des figures, lire et comprendre les codages d'une figure, coder une figure, faire à main levée le schéma d'une figure à partir des données, reconnaître et tracer des parallèles et des perpendiculaires.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- Droites perpendiculaires.
- Droites parallèles.
- Propriétés de trois droites parallèles, perpendiculaires.
- Triangle rectangle, rectangle, carré, trapèze (bien que ce dernier quadrilatère ne figure pas explicitement dans les programmes).

ACTIVITE 1 A VUE D'OEIL



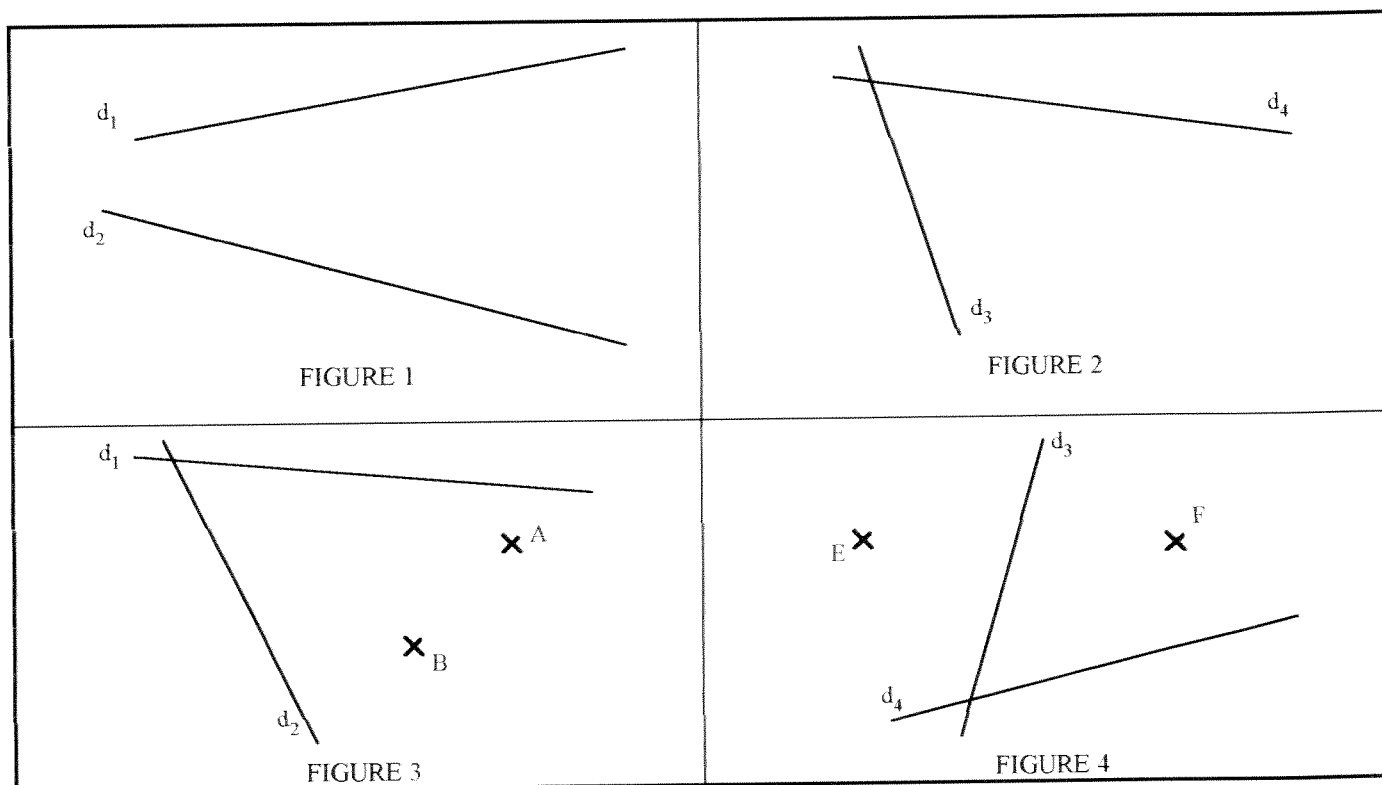
- 1) Pour chacune des figures ci-dessus, indique les droites qui te semblent parallèles.
- 2) Pour chacune des droites ci-dessus, indique les droites qui te semblent perpendiculaires.

Commentaires sur l'activité 1

Durée : 15 minutes

Objectif : On s'appuie sur les acquis de l'école primaire pour faire reconnaître, à vue d'œil (donc sans instrument), des droites parallèles et perpendiculaires entre elles. A noter que certains élèves les confondent avec des droites horizontales ou verticales. Ces exercices figurent régulièrement dans les évaluations à l'entrée en 6^{ème}.

Dans la figure 6, les élèves perçoivent bien les segments qui sont tracés, et demandent si cette figure contient des droites parallèles : une explication du professeur sera bienvenue : une droite existe même si elle n'est pas tracée en tant que telle.

ACTIVITE 2 A MAIN LEVEE !

Tous les tracés ci-dessous doivent être exécutés à main levée.

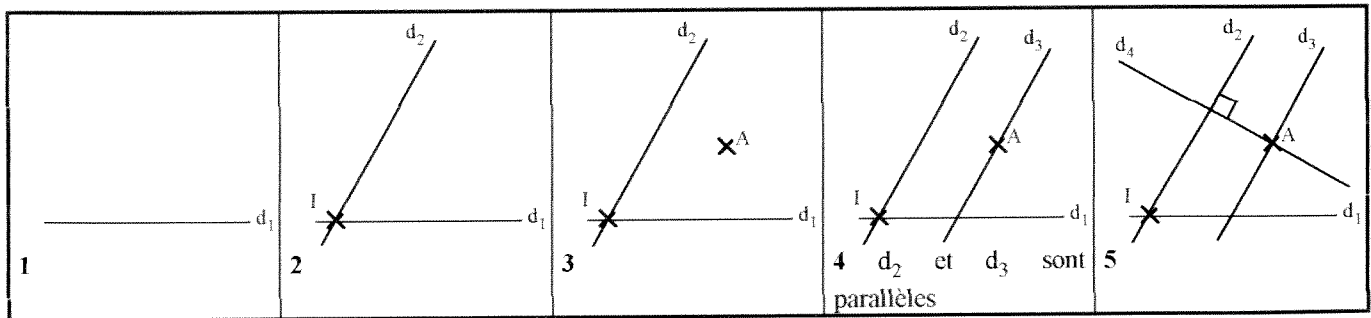
- 1) Sur la figure 1, tracer une droite parallèle à d_1 et une droite parallèle à d_2 .
- 2) Sur la figure 2, tracer une droite perpendiculaire à d_3 et une autre droite perpendiculaire à d_4 .
- 3) Sur la figure 3, tracer la droite parallèle à d_1 passant par A et la droite parallèle à d_2 passant par B .
- 4) Sur la figure 4, tracer la droite perpendiculaire à d_3 passant par E et la droite perpendiculaire à d_4 passant par F .

Commentaires sur l'activité 2

Durée : 15 à 20 minutes

Objectif : Se reporter à la remarque d'introduction concernant les tracés à main levée. Cette activité doit permettre à l'élève de s'approprier le vocabulaire et de lui apprendre à être attentif à la formulation des consignes (tracer une droite, tracer la droite...).

ACTIVITE 3 PROGRAMME DE CONSTRUCTION



On a représenté ci-dessus le film de la construction d'une figure en cinq étapes.

Ecrire les cinq instructions qui permettent de réaliser la figure 5 à partir du film de la construction, en les numérotant de 1 à 5.

Commentaires sur l'activité 3

Durée : 15 à 20 minutes

Objectif : A partir d'un film, écrire un programme de construction. Le film suggère la succession des instructions (une et une seule à chaque étape). Comme dans l'activité 2, l'élève se familiarisera avec le vocabulaire et sera rendu attentif à la précision de la formulation des instructions. L'activité pourra être prolongée par l'exercice 51.

ACTIVITE 4 Un lieu de points.

- 1) Tracer un segment $[AB]$ de 10 cm de longueur.
 - 2) Tracer une droite d_1 passant par A.
 - 3) Tracer la droite Δ_1 passant par le point B et perpendiculaire à la droite d_1 .
 - 4) Nommer C_1 le point d'intersection de d_1 et Δ_1 .
 - 5) Tracer une droite d_2 passant par A.
 - 6) Tracer la droite Δ_2 passant par le point B et perpendiculaire à la droite D_2 .
 - 7) Nommer C_2 le point d'intersection de d_2 et Δ_2 .
 - 8) Recommencer plusieurs fois les étapes 2 à 5.
- Si la figure est bien faite, les points C sont sur un même cercle Tracer ce cercle, préciser son centre et son rayon.

Commentaires sur l'activité 4

Durée : 30 minutes, puis finir à la maison

Objectif : Construire une courbe points par points en exécutant une suite d'instructions données sous la forme d'un texte. Cette activité incitera l'élève à s'appliquer pour faire un tracé précis. A noter qu'il faut tracer des droites et non pas des segments ! Pour l'élève un autocontrôle est possible et il mettra en évidence une propriété géométrique qui sera démontrée en quatrième.

ACTIVITE 5 La tourniquette

- 1) Tracer un triangle ABC quelconque.
- 2) Placer un point M sur le segment [AB], qui ne soit pas au milieu de ce segment.
- 3) La droite parallèle au segment [AC] passant par le point M coupe le segment [BC] en N. Placer le point N.
- 4) La droite parallèle au segment [AB] passant par le point N coupe le segment [AC] en P. Placer le point P.
- 5) La droite parallèle au segment [BC] passant par le point P coupe le segment [AB] en Q. Placer le point Q.
- 6) Recommencer une construction analogue aux trois constructions précédentes pour placer les points R, S et T.

Que remarque-t-on, si la figure est bien faite?

Commentaires sur l'activité 5

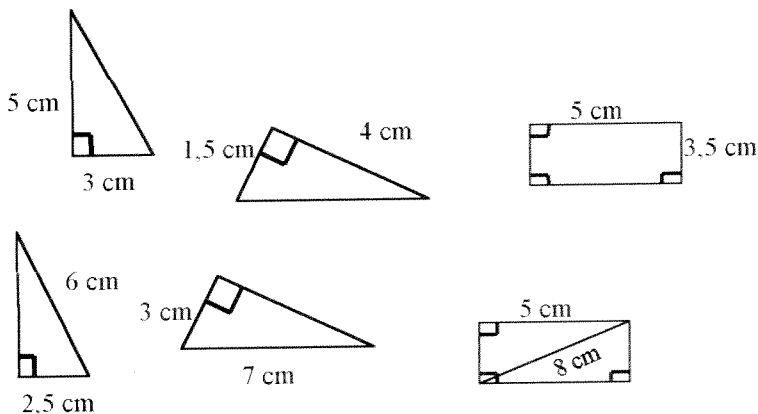
Durée : 30 minutes

Objectif : Tracer des parallèles avec soin en utilisant une règle et une équerre. Un autocontrôle est possible car les points T et M sont confondus lorsque la figure est bien faite.

REPRODUCTIONS DE FIGURES

1.

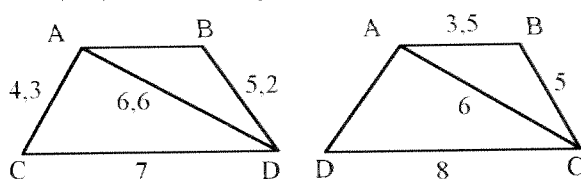
Reproduire les six figures ci-dessous en grandeur réelle.



2.

Toutes les dimensions sont en centimètres.

Reproduire en vraie grandeur les trapèzes suivants (pour chaque trapèze, les bases (AB) et (CD) sont parallèles) :



3.

exercices 1 à 14

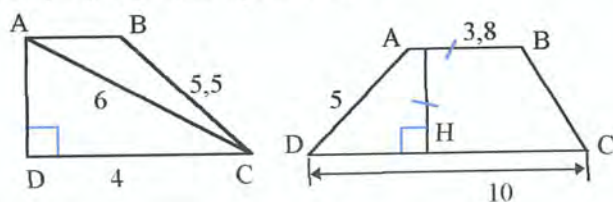
Ces reproductions apprendront aux élèves à être attentifs aux hypothèses indiquées soit sur le schéma, soit dans un texte.

Prolongement possible :

on peut demander par écrit ou à l'oral un programme de construction de chaque figure.

Toutes les dimensions sont en centimètres.

Reproduire en vraie grandeur les trapèzes suivants (pour chaque trapèze, les bases (AB) et (CD) sont parallèles) :



4.

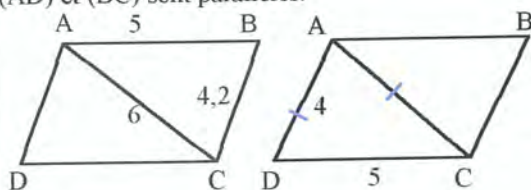
Toutes les dimensions sont en centimètres.

Reproduire les parallélogrammes ci-dessous :

pour chaque parallélogramme ABCD :

(AB) et (CD) sont parallèles.

(AD) et (BC) sont parallèles.



5.

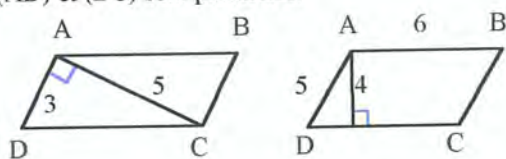
Toutes les dimensions sont en centimètres.

Reproduire les parallélogrammes ci-dessous :

pour chaque parallélogramme ABCD :

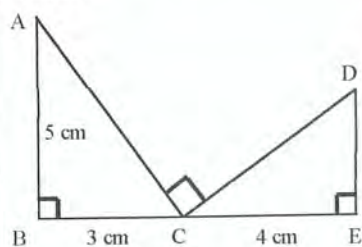
(AB) et (CD) sont parallèles.

(AD) et (BC) sont parallèles.



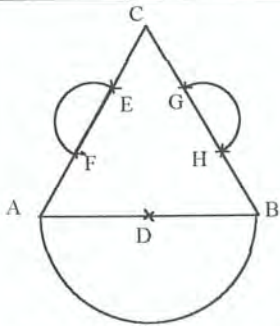
6.

Reproduire la figure ci-dessous, en respectant les indications fournies par l'énoncé.



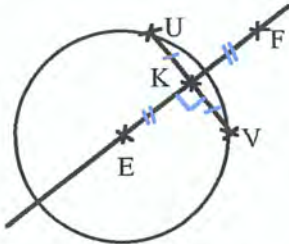
7.

Reproduire la figure ci-dessous, en respectant les indications fournies par l'énoncé.



ABC est un triangle équilatéral
 tel que $AB = 6 \text{ cm}$
 D est le milieu du segment $[AB]$.
 $AF = EF = CE = CG = GH = HB$

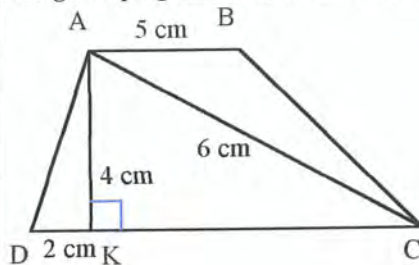
8.



Reproduire la figure ci-dessus en prenant :
 $EU = 3 \text{ cm}$ et $UV = 4 \text{ cm}$.

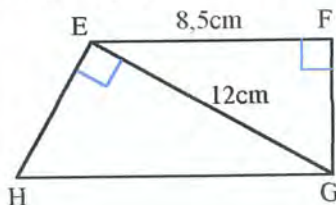
9.

Construire en vraie grandeur le trapèze ci-dessous, sachant que les segments
 (AB) et (CD) sont parallèles.
 Rédiger le programme de construction de la figure.



10.

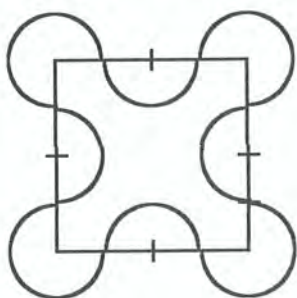
Construire grandeur réelle le trapèze EFGH ci-dessous, dans lequel les droites
 (EF) et (HG) sont parallèles.
 Rédiger le programme de construction de la figure.



11.

exercices 11 à 14

Reproduire la figure ci-dessus, formée d'un carré de côté 8 cm, de demi-cercles et de trois-quarts de cercle de même rayon.



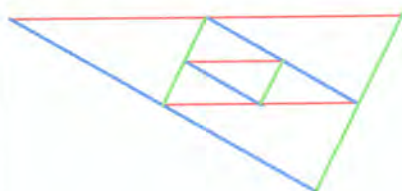
Ne pas demander le programme de construction. Dans l'exercice 11, la figure est formée de demi-cercles et de trois-quarts de cercle de même rayon.

exercices 12 à 14

Le professeur aura intérêt à préciser les cotés qui sont parallèles.

12.

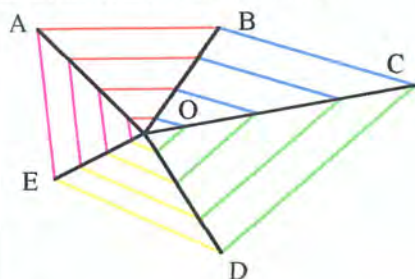
Tracer un « petit » triangle. Tracer à partir de ce triangle une figure telle que celle qui est représentée ci-dessus en partant du triangle le plus intérieur sachant que les segments qui ont la même couleur sont parallèles.



13.

Tracer 5 segments $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$, $[OD]$ et $[OE]$ et le polygone $ABCDE$. Tracer 3 points sur le segment $[OA]$.

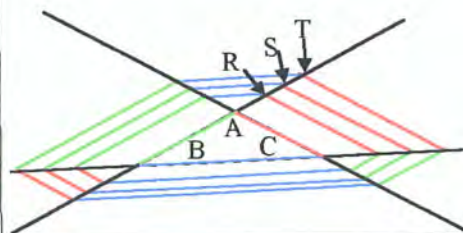
Compléter le dessin comme sur la figure ci-dessous sachant que les segments de la même couleur sont parallèles.



14.

Tracer un triangle ABC , puis les droites (AB) , (AC) et (BC) . Sur la demi-droite $[AB)$, à l'extérieur du segment $[AB]$, tracer 3 points R , S et T .

Compléter le dessin comme sur la figure ci-dessus sachant que les segments de la même couleur sont parallèles.



exercices 15 à 20

Ils permettent aux élèves d'exécuter des instructions élémentaires (tracés de points, de droites, de cercles...) et de se familiariser avec le vocabulaire de base.

Il n'est pas nécessaire de faire un schéma avant de réaliser la figure.

Pour la plupart de ces exercices une autocorrection est possible.

15.

- Tracer une droite d .
 - Marquer un point A sur d et un point B n'appartenant pas à d .
 - Construire sur d , deux points C et D tels que $AC = AD = AB$.
- Si la construction est bien faite, les droites (CB) et (BD) sont perpendiculaires. Le vérifier.

16.

- Tracer un cercle de rayon 5 cm.
 - Marquer 4 points A , B , C et M sur ce cercle.
 - Construire la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (BC) . Appeler D son point d'intersection avec la droite (BC) .
 - Construire la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB) . Appeler E son point d'intersection avec la droite (AB) .
 - Construire la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AC) . Appeler F son point d'intersection avec droite (AC) .
- Si la figure est bien faite, les points D , E et F sont alignés. Le vérifier.

17.

- Tracer un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
 - Tracer un diamètre $[AC]$ de ce cercle, puis placer deux points B et D sur ce cercle.
 - Construire la droite passant par D et parallèle à la droite (AB) . Appeler E son point d'intersection avec le cercle.
 - Construire la droite passant par E et parallèle à la droite (BC) . Appeler F son point d'intersection avec le cercle.
 - Construire la droite passant par F et parallèle à la droite (CD) . Appeler G son point d'intersection avec le cercle.
- Si la figure est bien faite, deux points sont confondus, lesquels ?

18.

- Placer un point O puis tracer le cercle de centre O et de rayon 5 cm.
- Placer sur ce cercle deux points A et B .
- Tracer la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point O . Elle coupe la droite (AB) en I . Placer I .
- Tracer le cercle de centre I qui passe par A .

19.

- Tracer un segment $[AB]$ mesurant 8 cm.
- Construire le cercle de diamètre $[AB]$; marquer son centre O .
- Placer sur ce cercle le point C tel que $AC = 4$ cm.
- Quelle est la particularité du triangle OAC ? Explique pourquoi.
- Tracer la droite d passant par O et perpendiculaire à la droite (AB) . Cette droite coupe le cercle en deux points E et F . Quelle est la particularité des triangles OBF et OCF ? Explique pourquoi.

20.

- Dessiner un rectangle $ABCD$. Placer un point I à l'extérieur de ce rectangle.
- Placer le point J , tel que A soit le milieu du segment $[IJ]$.
- Placer le point K , tel que B soit le milieu du segment $[JK]$.
- Placer le point L , tel que C soit le milieu du segment $[KL]$.
- Placer le point M , tel que D soit le milieu du segment $[LM]$. Que constate-t-on ?
- Vérifier que les segments $[IK]$ et $[JL]$ semblent perpendiculaires.

TRACES DE FIGURES ELEMENTAIRES

21.

Pour chacun des triangles ci-dessous :

1) Dessiner à main levée un schéma qui contient les caractéristiques du triangle.

2) Tracer le triangle à partir du schéma, si c'est possible.

a- Le triangle ABC est rectangle en A tel que $AB = 3$ cm et $AC = 4,5$ cm.

b- Le triangle DEF est rectangle en F tel que $FE = 2$ cm et $DE = 5$ cm.

c- Le triangle HIJ est rectangle et isocèle en I tel que $IJ = 3,5$ cm.

d- Le triangle KLM est rectangle en K tel que $KM = 4$ cm et $ML = 3$ cm.

22.

Pour chacune des figures ci-dessous, on commencera par dessiner un croquis à main levée.

1) Construire un triangle ABC **rectangle en A** tel que $AB = 4$ cm et $AC = 6$ cm.

2) Construire un triangle DEF **rectangle en D** tel que $DE = 4$ cm et $EF = 6$ cm.

3) Construire un triangle GHI **rectangle en H** tel que $GH = 6$ cm et $GI = 8$ cm.

4) Construire un triangle ABC **rectangle et isocèle en B** tel que $AB = 5$ cm.

5) Construire un triangle EFG **rectangle et isocèle en F** tel que $EF = 3,5$ cm.

23.

Construire les **rectangles** :

a) ABCD tel que $AB = 5$ cm et $AD = 4$ cm.

b) MNPQ tel que $MN = 5$ cm et $MP = 6$ cm.

c) EFGH tel que $EF = 4$ cm et $EG = 7$ cm.

d) IJKL tel que $IJ = 3$ cm et $IK = 4$ cm.

24.

Construire un carré ABCD tel que $AB = 5,8$ cm.

25.

Construire un parallélogramme ABCD tel que :

- $AB = 7$ cm $AD = 5$ cm

- (AB) et (CD) sont parallèles.

- (AD) et (BC) sont parallèles.

Comparer les formes des parallélogrammes construits par les élèves de la classe.

26.

Construire un parallélogramme ABCD tel que :

- $AB = 7$ cm $AD = 5$ cm

- Une des diagonales mesure 6 cm.

- (AB) et (CD) sont parallèles.

- (AD) et (BC) sont parallèles.

Comparer les formes des parallélogrammes construits par les élèves de la classe.

27.

Construire un trapèze ABCD dont les bases [AB] et [CD] sont parallèles, tel que :

- (AB) et (AD) sont perpendiculaires.

- $AD = 5$ cm $AB = 4,5$ cm $BC = 6$ cm.

Peut-on ainsi tracer plusieurs trapèzes non superposables ?

28.

Construire un trapèze rectangle ABCD tel que :

- les bases [AB] et [CD] sont parallèles.

- les côtés [AB] et [AD] sont perpendiculaires.

- $AD = 5$ cm $AB = 4,5$ cm $BC = 6$ cm.

Combien peut-on construire de trapèzes non superposables ?

exercices 21 à 28

Ces exercices mettent en jeu des figures élémentaires (triangles rectangles et isocèles, rectangles, carrés, parallélogrammes et trapèzes). Les instructions sont données sous forme de textes. Il est indispensable que les élèves fassent d'abord un schéma à main levée sur lequel seront indiqués les caractéristiques de la figure.

TRACES DE FIGURES COMPOSEES DE TRIANGLES ET DE QUADRILATERES

exercices 29 à 38

Les figures sont en général composées de figures élémentaires accolées. Le tracé d'un schéma à main levée est bien entendu indispensable avant de réaliser la figure. Il convient d'insister sur la bonne utilisation des instruments de géométrie et sur l'ordre dans lequel les tracés doivent être faits.

29.

Tracer un triangle ABC tel que :

$AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$ et $CA = 7 \text{ cm}$.

Tracer à l'extérieur du triangle ABC :

Le triangle ACD rectangle et isocèle en C.

Le triangle ABE rectangle et isocèle en A.

Le triangle BCF rectangle et isocèle en B.

Si la figure est bien faite, le triangle EDF est équilatéral.

30.

a) Construire un triangle IJK rectangle en J tel que $IJ = 4,8 \text{ cm}$ et $IK = 7 \text{ cm}$.

b) Construire le point L tel que le triangle JKL soit rectangle en K et $KL = 4 \text{ cm}$.

31.

a) Construire un triangle IJK rectangle en J tel que $IJ = 4 \text{ cm}$ et $JK = 7 \text{ cm}$.

b) Construire les points L et M tels que le quadrilatère JKLM soit un rectangle et $KL = 4 \text{ cm}$.

32.

a) Construire un triangle EFG isocèle en G tel que $EF = 4 \text{ cm}$ et $FG = 5 \text{ cm}$.

b) Construire les points H et I tels que le quadrilatère FGHI soit un rectangle et $HG = 3 \text{ cm}$.

33.

a) Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$.

b) Construire les points D et E tels que le quadrilatère ABDE soit un rectangle et $AD = 6 \text{ cm}$.

34.

a) Construire un triangle ABC isocèle en B tel que $AB = 5 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.

b) Construire le carré ABDE extérieur à ABC.

35.

a) Construire un triangle EDF rectangle et isocèle en F, tel que $FD = 5 \text{ cm}$.

b) Construire des points G et H tels que le quadrilatère EFGH soit un losange et $FH = 4 \text{ cm}$.

36.

a) Construire un triangle EFG rectangle en F tel que $EF = 3 \text{ cm}$ et $EG = 6 \text{ cm}$.

b) Construire des points H et I tels que le quadrilatère FGHI soit un rectangle et $FH = 7 \text{ cm}$.

37.

a) Construire un triangle ABC tel que $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.

b) Marquer le point M sur le segment [BC] tel que $BM = 2 \text{ cm}$.

c) Construire un point N sur le segment [AB], un point P sur le segment [AC] et un point Q sur le segment [BC], de telle sorte que le quadrilatère MNPQ soit un rectangle.

38.

a) Dessiner un triangle ABC rectangle en A.

b) Trouver un point D tel que le triangle ACD soit rectangle en C et le triangle ABD rectangle en B.

TRACES DE FIGURES ELEMENTAIRES ET DE DROITES

exercices 39 à 45

Les figures sont composées de figures élémentaires, de droites perpendiculaires et de droites parallèles.

39.

- Construire un triangle ABC tel que $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 6,3 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.
- Construire la droite d passant par A et perpendiculaire à la droite (AB).
- Construire la droite d' passant par C et perpendiculaire à la droite (AB).

40.

- Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm, puis la droite (AB). Tracer le point M de [AB] tel que $AM = 2 \text{ cm}$.
- Tracer la droite (D) qui est perpendiculaire à la droite (AB) et qui passe par le point M.
- Tracer un point N de la droite (D) tel que $MN = 6 \text{ cm}$. Tracer la droite (AN).
- Tracer la droite (D_1) passant par le point B et perpendiculaire à (AN). La droite (D_1) coupe (D) au point H. Tracer les droites (BN) et (AH).

Lorsque la figure est bien faite on constate que les droites (AH) et (BN) sont perpendiculaires.

41.

- Construire un triangle ABC isocèle en B tel que $AB = 4 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.
- Construire la droite d passant par A et parallèle à la droite (BC).
- Construire la droite d' passant par C et perpendiculaire à la droite (AB).

42.

- Construire un triangle ABC tel que $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 7 \text{ cm}$ et $BC = 10 \text{ cm}$.
- Construire la droite d passant par A et parallèle à la droite (BC).
- Construire la droite d' passant par C et perpendiculaire à la droite (AB).

43.

- Construire un triangle ABC isocèle en B tel que $AB = 5,2 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.
- Construire la droite d passant par B et perpendiculaire à la droite (AC).
- Construire la droite d' passant par C et parallèle à la droite (AB).

44.

- Construire un rectangle ABCD que $AB = 4 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$.
- Construire la droite d passant par A et parallèle à la droite (BD).
- Construire la droite d' passant par B et parallèle à la droite (AC). Placer le point d'intersection I de d et d' .

45.

- Tracer un triangle ABC tel que $BC = 14 \text{ cm}$, $AB = 10 \text{ cm}$ et $AC = 12 \text{ cm}$.
- Construire un carré BCDE de telle sorte que le triangle ABC ne soit pas à l'intérieur du carré BCDE.
- Les droites (AE) et (BC) sont sécantes en F. Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en G.
- Tracer la parallèle à la droite (BE) passant par F. Elle coupe le segment [AB] en H.
- Tracer la perpendiculaire à la droite (FH) passant par H. Elle coupe le segment [AC] en I.
- Tracer en rouge le quadrilatère FGIH. Si les tracés sont corrects, c'est un carré.

exercice 45 : on indique un procédé pour tracer un carré inscrit dans un triangle.

TRACES ET RAISONNEMENT

exercices 46 à 50

Des tracés simples sont à réaliser ou sont

46.

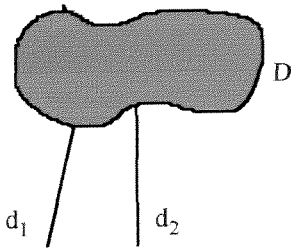
Tracer un triangle ABC rectangle en B, tel que $BC = 4$ cm et $AB = 9$ cm.
Tracer le triangle BCD rectangle et isocèle en C.
Que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ? Quelle propriété a-t-on appliquée ?

donnés : l'élève doit ensuite faire une conjecture. Pour la justifier, il lui est demandé d'énoncer une propriété étudiée en cours. Il conviendra d'insister sur les hypothèses de chaque exercice.

47.

- Tracer un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 7$ cm et $BC = 4,5$ cm.
- Placer le point H du segment [AB] tel que $HB = 3$ cm.
- Tracer la droite (Δ) perpendiculaire à la droite (AB) et passant par H.
- Que peut-on dire des droites (Δ) et (BC) ? Quelle propriété a-t-on appliquée ?

48.



On a reproduit ci-dessus la figure tracée par André qui correspond au programme de construction suivant :

- Tracer une droite D.
- Tracer une droite d_1 perpendiculaire à la droite D.
- Tracer une droite d_2 perpendiculaire à la droite D.

« Je ne suis vraiment pas content, car j'ai fait une grosse tache de confiture sur ma copie. Je suis obligé de recommencer ma figure. » dit André.

« De toute façon, tu aurais du recommencer ! » réplique Charles.

Expliquer la remarque de Charles !

49.

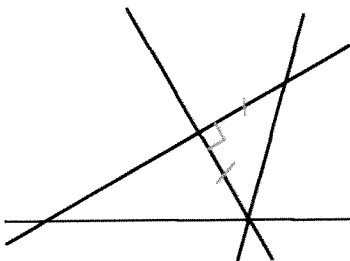
Les instructions du programme de construction ci-dessous ont été mélangées. Les remettre dans le bon ordre !

- Tracer le segment [KC].
- Placer le point H sur le segment [AC] en prenant $AH = 2$ cm.
- Tracer un segment [AC] de longueur 6 cm.
- Tracer le segment [AB].
- Tracer un segment [BH] perpendiculaire au segment [AC] de 5 cm de longueur.
- Tracer le segment [BC].
- Placer le point K sur le segment [AB], de telle sorte que les droites (KC) et (AB) soient perpendiculaires.

exercice 49 **Gé et L**

Cet exercice demande d'effectuer des allers retours constants entre le texte et la figure.

50.



Trouver sur la figure ci-dessus les droites d_1 et d_2 et les points A, B, C et D sachant que :

- les droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires
- le point A est sur d_1 et d_2
- le point B est sur d_1
- le triangle ACD est isocèle

exercice 50 **Gé et L**

Cet exercice demande d'effectuer des allers retours constants entre le texte et la figure.

- le point A est sur le segment [BC].

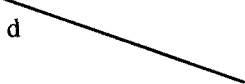
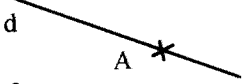
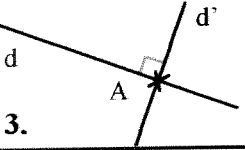
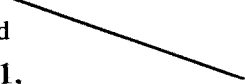
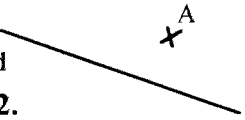
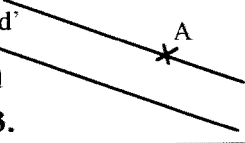
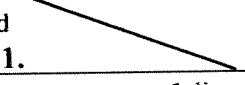
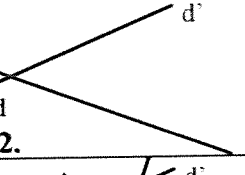
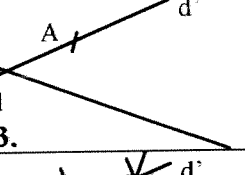
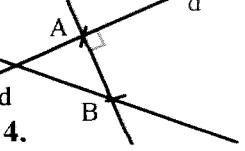
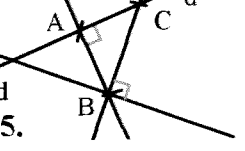
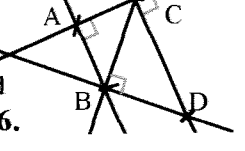
FILMS ET PROGRAMMES DE CONSTRUCTION

 exercices 51 à 56 : $Gé \rightarrow L$

Prolongement de l'activité 3. L'élève est amené à écrire des instructions élémentaires à partir d'un film.

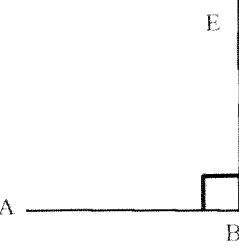
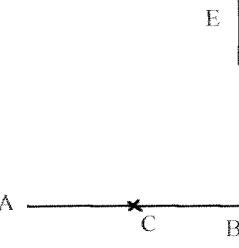
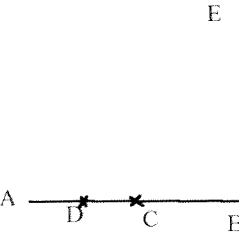
51.

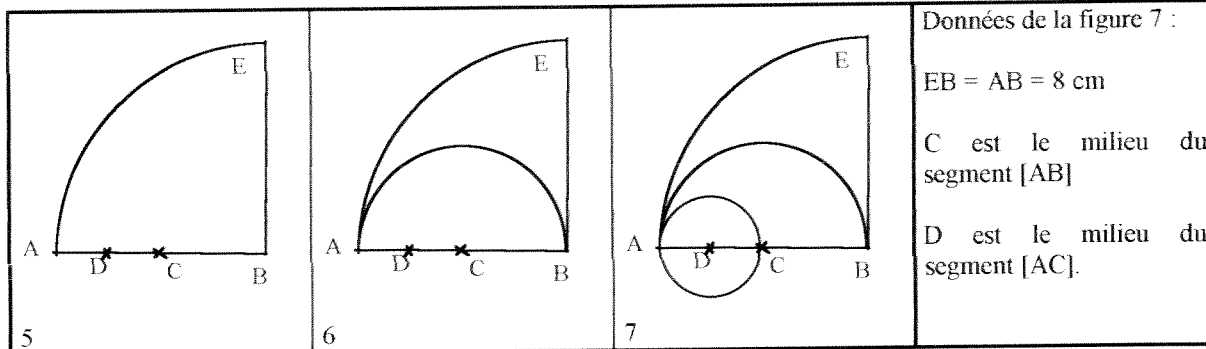
Ecrire les instructions correspondant à chacun des films de construction ci-dessous.

FILM 1	 1.	 2.	 3.
FILM 2	 1.	 2.	 3.
FILM 3	 1.	 2.	 3.
	 4.	 5.	 6.

52.

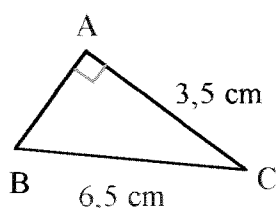
La figure 7 est la figure finale à obtenir à la fin du film. Ecrire les sept instructions correspondantes qui permettent de tracer cette figure.

 1	 2	 3	 4
--	--	--	--



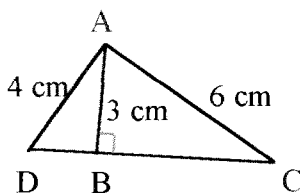
53.

Dessiner un film de la construction de la figure ci-dessous, et numéroté les différentes étapes. Attention, il ne faut qu'un seul tracé par étape. Ecrire ensuite le programme de construction de cette figure, c'est à dire les instructions qui permettent de la tracer.



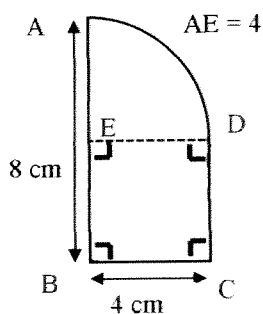
54.

Dessiner un film de la construction de la figure ci-dessous, et numéroté les différentes étapes. Attention, il ne faut qu'un seul tracé par étape. Ecrire ensuite le programme de construction de cette figure, c'est à dire les instructions qui permettent de la tracer.



55.

- 1) Dessiner un film de la construction de la figure ci-dessus, et numéroté les différentes étapes.
- 2) Ecrire ensuite le programme de construction correspondant.



56.

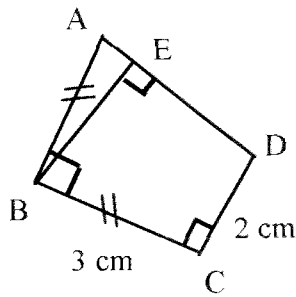
- 1) Dessiner un film de la construction de la figure ci-dessus, et numéroté les différentes étapes.
- 2) Ecrire ensuite le programme de construction correspondant.

exercice 53

On connaît la longueur d'un côté et de l'hypoténuse. L'élève a tendance à commencer par l'hypoténuse !

exercice 54

On peut dire aux élèves de commencer par le segment [AB] et non pas [AD] ou [AC]. On s'intéressera ensuite au tracé du triangle ABC, puis à celui de ABD. Le point D est obtenu par intersection d'une droite et d'un cercle.



COURBES ET FIGURES

57. Une ellipse par enveloppe de segments

- 1) Tracer un cercle de centre O, de rayon 8 cm.
- 2) Placer un point F tel que $OF = 5$ cm.
- 3) Prendre un point M_1 sur le cercle
- 4) Tracer la droite passant par M_1 et perpendiculaire au segment $[FM_1]$.
- 5) Prendre un point M_2 sur le cercle.
- 6) Tracer la droite passant par M_2 et perpendiculaire au segment $[FM_2]$.
- 7) Continuer de même en prenant de nombreux points sur le cercle. On voit apparaître à l'intérieur des droites une courbe appelée ellipse.

58. Une rosace à quatre branches.

- 1) Tracer deux droites d et d' perpendiculaires, se coupant en un point O.
 - 2) Prendre un point A_1 sur d .
 - 3) Placer sur d' un point B_1 tel que $A_1B_1 = 9$ cm.
 - 4) Tracer la perpendiculaire en O à la droite (A_1B_1) .
 - 5) Marquer en rouge le point d'intersection de cette droite avec la droite (A_1B_1) .
 - 6) Prendre un point A_2 sur d .
 - 7) Placer sur d' un point B_2 tel que $A_2B_2 = 9$ cm.
 - 8) Tracer la perpendiculaire en O à la droite (A_2B_2) .
 - 9) Marquer en rouge le point d'intersection de cette droite avec la droite (A_2B_2) .
- Recommencer avec un point A_3 , un point A_4 ,... beaucoup de points sur la droite d .

59. Un losange comprenant des motifs.

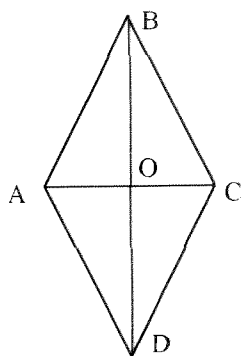
- 1) Tracer deux droites perpendiculaires en O, O étant approximativement au centre d'une feuille blanche.
- 2) Placer les points A, B, C, D sur ces droites (voir le schéma ci-contre) de telle sorte que $OA = OC = 6$ cm et $OB = OD = 10$ cm.

exercices 57 à 59 :

Un tracé précis et soigné est indispensable. Ces exercices sont motivants pour les élèves car les figures obtenues sont jolies.

exercice 58 :

Il s'agit du tracé d'une courbe point par point.



- 3) Effacer les parties des droites qui ne sont pas sur les segments $[AC]$ et $[BD]$.
- 4) Tracer les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.
- 5) La droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point O coupe le segment $[AB]$ en E . Tracer uniquement ce point E , mais pas la droite (OE) .
- 6) La droite parallèle à la droite (AC) passant par le point E coupe les segments $[OB]$ et $[CB]$ respectivement en F et en G . Tracer les segments $[OE]$, $[OG]$ et $[EG]$, mais pas la droite (EG) .
- 7) La droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point F coupe le segment $[AB]$ en H . Tracer uniquement ce point H , mais pas la droite (OH) .
- 8) La droite parallèle à la droite (AC) passant par le point H coupe les segments $[OB]$ et $[CB]$ respectivement en I et en J . Tracer les segments $[HF]$, $[FJ]$ et $[HJ]$, mais pas la droite (HJ) .
- 9) La droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point I coupe le segment $[AB]$ en K . Tracer uniquement ce point K , mais pas la droite (OK) .
- 10) La droite parallèle à la droite (AC) passant par le point K coupe les segments $[OB]$ et $[CB]$ respectivement en L et en M . Tracer les segments $[KI]$, $[IM]$ et $[KM]$, mais pas la droite (KM) .
- 11) La droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point L coupe le segment $[AB]$ en N . Tracer uniquement ce point N , mais pas la droite (ON) .
- 12) La droite parallèle à la droite (AC) passant par le point N coupe le segment $[CB]$ en P . Tracer les segments $[LN]$ et $[LP]$, mais pas la droite (NP) .
- 13) Refaire une construction analogue dans le triangle ACD !
- 14) Colorier la figure obtenue.

REPRODUCTIONS ET PROPRIETES GEOMETRIQUES

60.

On donne ci-dessous trois figures dont on a codé les propriétés géométriques :

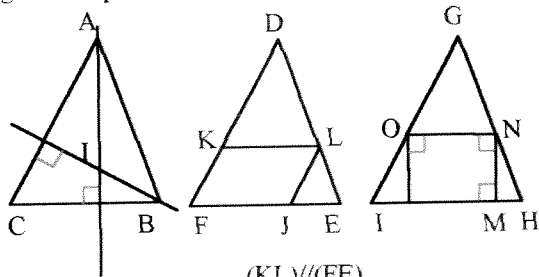
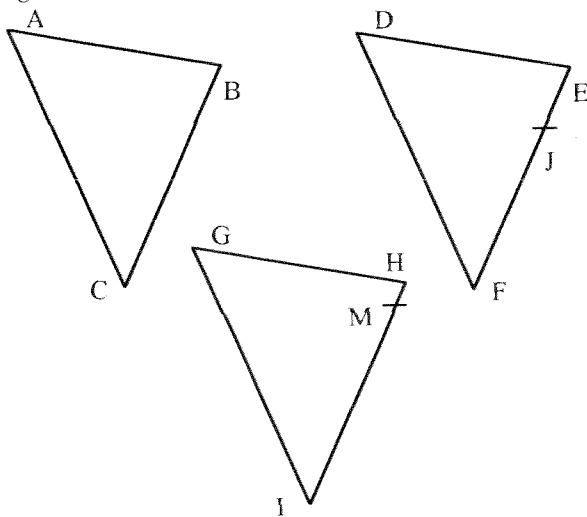


Figure 1

$(KL) \parallel (FE)$
 $(LJ) \parallel (DF)$

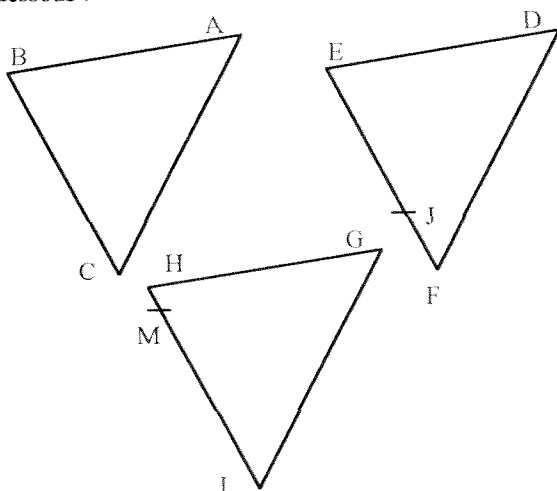
Découper les trois triangles ci-dessous, et les reproduire sur votre cahier sans les retourner (il suffit de placer les sommets des triangles sur le calque).

Compléter les triangles découpés pour obtenir des figures ayant les mêmes propriétés géométriques que celles de la figure 1.



61.

Même exercice que le précédent à partir des trois triangles ci-dessous :



exercices 60 et 61 :

Il faut reproduire des figures en tenant compte des propriétés géométriques (orthogonalité, parallélisme,...) et non pas des dimensions. Ces exercices, difficiles pour les élèves, nécessitent de la part du professeur des explications orales complémentaires.

Les triangles n'ont pas la même forme que les triangles de la figure 1, mais ils ont la même orientation.

exercice 61

Sur les figures ci-contre, l'orientation des triangles a changé. Cet exercice n'est pas facile, et demande à prendre en compte les propriétés géométriques de la figure.

CHAPITRE 05 : LES ANGLES

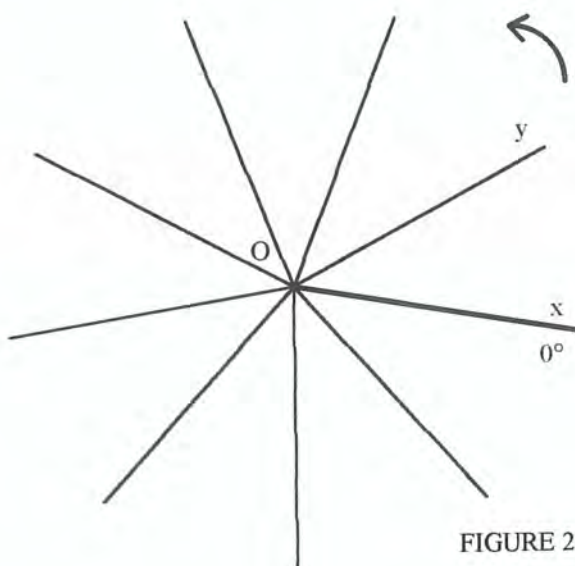
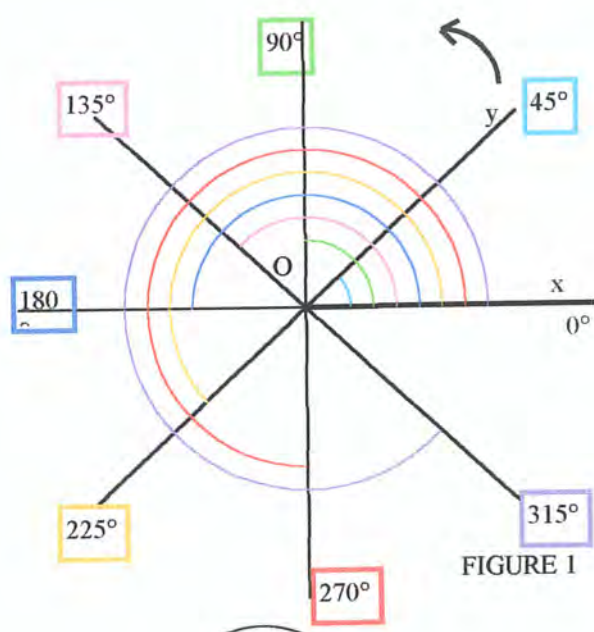
OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Nommer un angle.
- Mesurer un angle avec le rapporteur (mesurer et tracer).
- Evaluer à vue d'œil la mesure d'un angle, pour contrôler l'exactitude d'un tracé.
- Tracer un triangle connaissant les longueurs de deux côtés et l'angle entre ces deux côtés.
- Tracer un triangle connaissant un côté et deux angles (bien que ce ne soit pas exigible en 6^{ème}).
- Tracer des figures plus complexes faisant intervenir des angles.
- Reproduction d'un angle à la règle et au compas.
- Les objectifs communs à tous les chapitres de géométrie (Figure – figure, texte – figure...).
- Angle saillant et angle rentrant pour certains exercices qui sortent du cadre strict du programme.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS

- Notion d'angle, vocabulaire et notations.
- Mesure des angles.
- Angles particuliers : angle nul, droit, plat, aigu, obtus.

ACTIVITE 1



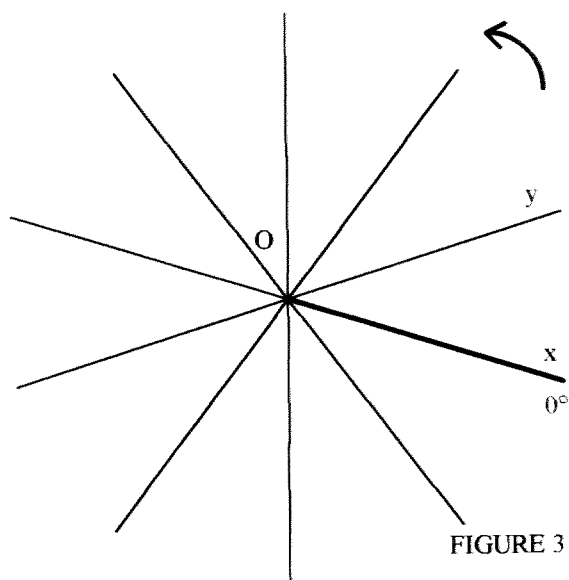


FIGURE 3

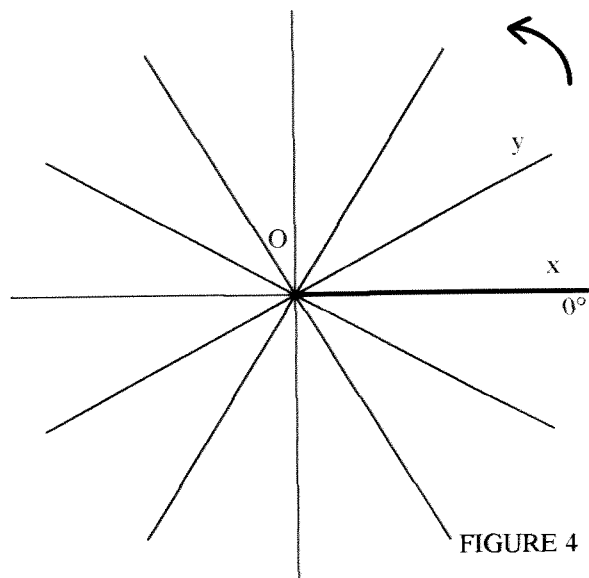


FIGURE 4

Sur chacune des quatre figures ci-dessus, on a dessiné des **secteurs angulaires de même mesure**.

1) Reproduire ces quatre figures sur votre cahier à l'aide de papier calque : il suffit de décalquer le centre, et de pointer l'extrémité de chacun des segments.

2) Calculer la valeur de l'angle $\widehat{xOy}$ pour chacune des figures.

En mesurant les angles à partir de la demi-droite $[Ox)$, et en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, écrire la valeur en degrés de chacun des angles qu'on peut ainsi obtenir de la même façon que sur la figure 1. Les angles auront une valeur comprise entre 0 et 360° .

3) Décalquer les cinq angles ci-dessous.

Si on place l'angle $\widehat{JKL}$ sur la figure 1, en alignant le côté JK sur la demi-droite $[Ox)$, on constate que : $135^\circ < \widehat{JKL} < 180^\circ$.

Si on place l'angle $\widehat{JKL}$ sur la figure 2, en alignant le côté JK sur la demi-droite $[Ox)$, on constate que : $120^\circ < \widehat{JKL} < 160^\circ$.

Si on place l'angle $\widehat{JKL}$ sur la figure 3, en alignant le côté JK sur la demi-droite $[Ox)$, on constate que : $144^\circ < \widehat{JKL} < 180^\circ$.

Si on place l'angle $\widehat{JKL}$ sur la figure 4, en alignant le côté JK sur la demi-droite $[Ox)$, on constate que : $120^\circ < \widehat{JKL} < 150^\circ$.

On peut donc obtenir l'encadrement le plus précis possible de l'angle $\widehat{JKL}$: $144^\circ < \widehat{JKL} < 150^\circ$

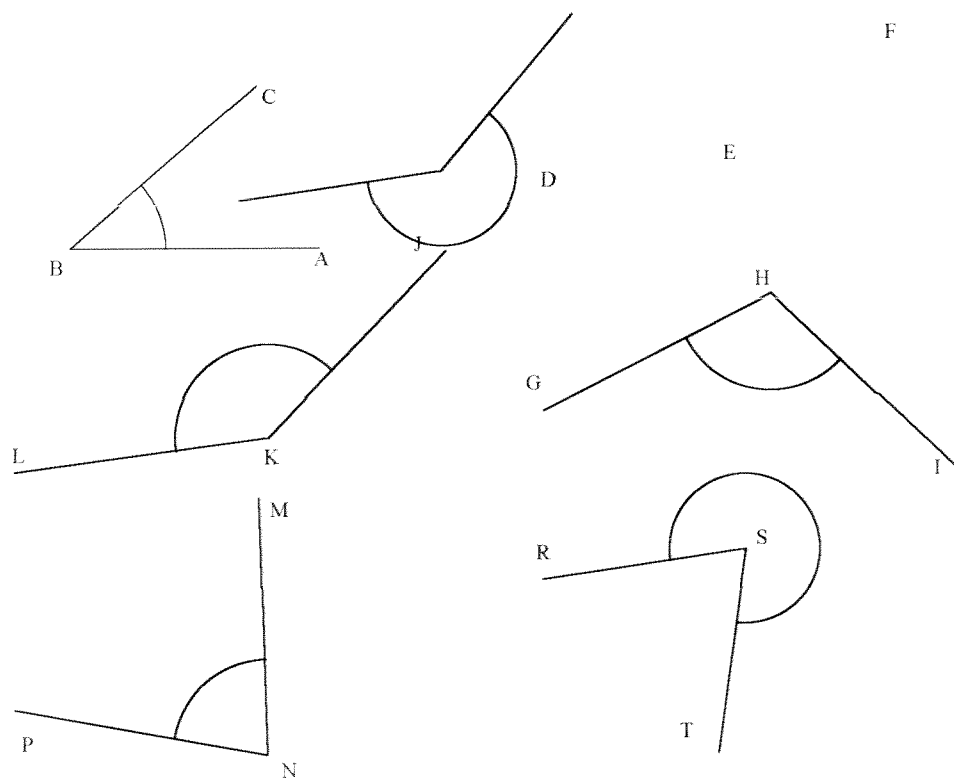
A l'aide des figures 1 à 4 de votre cahier, donner un encadrement aussi précis que possible de la mesure de chacun des angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{DEF}$, $\widehat{GHI}$, $\widehat{JKL}$, $\widehat{MNP}$ et $\widehat{RST}$.

4) Mesurer chacun des cinq angles au rapporteur, et vérifier que la valeur trouvée est cohérente avec les valeurs trouvées dans la question 3).

Commentaires sur l'activité 1

Durée : environ 1 heure

Objectif : Activité non obligatoire, elle renforce l'évaluation des angles à vue d'œil, les élèves ayant été familiarisés avec des gabarits au cours moyen. Un autre objectif est de calculer et d'encadrer des angles (les mesures vont jusqu'à 360° afin d'élargir la vision).. On a choisi le sens trigonométrique.

ACTIVITE 2 A vue d'œil !**Première approche (à deux)**

Le premier élève dessine 5 angles (**dans tous les sens**) sur du papier blanc dont il connaît la mesure.

Il présente la feuille à un deuxième élève, qui doit estimer à vue d'œil la mesure des angles en degrés, et les inscrire sur la feuille.

Quand le deuxième élève a fini, le premier élève marque les vraies mesures des angles à côté, pour comparer.

Echanger les rôles, et recommencer jusqu'à estimer fréquemment les angles à 5 degrés près !

Deuxième approche (tout seul)

A l'aide d'une règle, sur du papier blanc, tracer des angles qui ont pour mesure à vue d'œil :

10° 45° 30° 60° 120° 170°.

Vérifier à l'aide d'un rapporteur, et marquer la valeur réelle de l'angle sur le dessin.

Même question avec les angles suivants :

36° 15° 130° 96° 164° 75°.

Même question avec les angles suivants :

55° 23° 112° 148° 85° 40°.

Continuer jusqu'à ce que les performances s'améliorent !

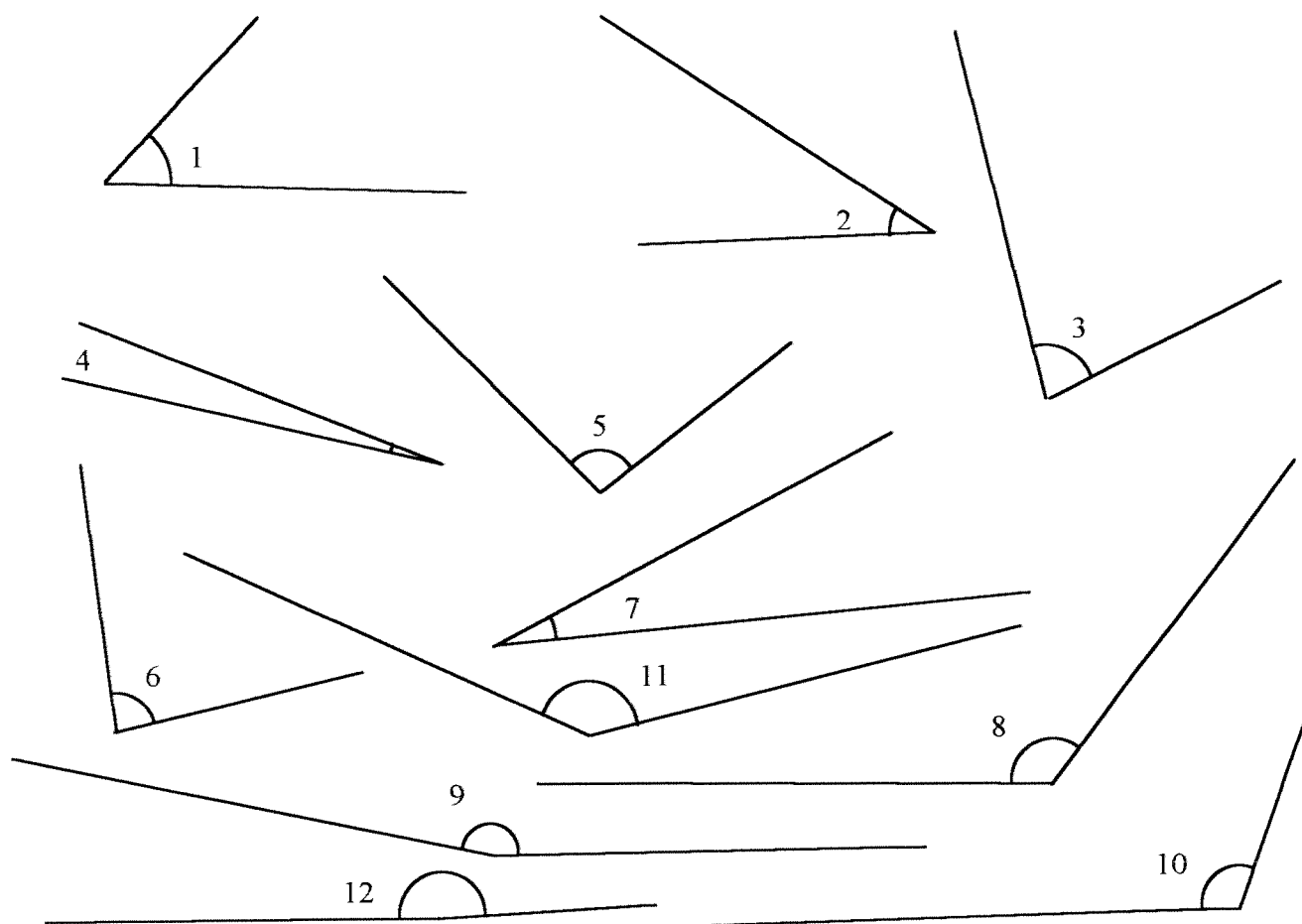
Commentaires sur l'activité 2

Durée : Adaptable, de 15 minutes à 1 heure.

Objectif : Apprendre à estimer à vue d'œil la mesure d'un angle en degrés afin de corriger les erreurs éventuelles faites avec le rapporteur.. Tracés d'angles.

Certains élèves deviennent rapidement très performants.

ACTIVITE 3



- 1) Parmi les angles ci-dessus, indiquer ceux qui sont obtus et ceux qui sont aigus.
- 2) En utilisant du papier calque si nécessaire, classer ces angles par valeurs croissantes de leurs mesures en degrés.
- 3) On donne ci-dessous, les valeurs possibles pour ces angles. En utilisant un rapporteur, choisir la bonne valeur de chaque angle en degrés.

Angle n°																		
Valeurs en °	5	8	11	20	22	25	31	33	36	49	51	53	76	78	80	80	82	84
Angle n°																		
Valeurs en °	95	97	99	107	109	111	124	126	128	141	143	145	166	168	170	177	179	181

Commentaires sur l'activité 3

Durée : Adaptable, de 30 minutes à 1 heure.

Objectif : Donner un sens aux notions d'angles aigus et obtus.

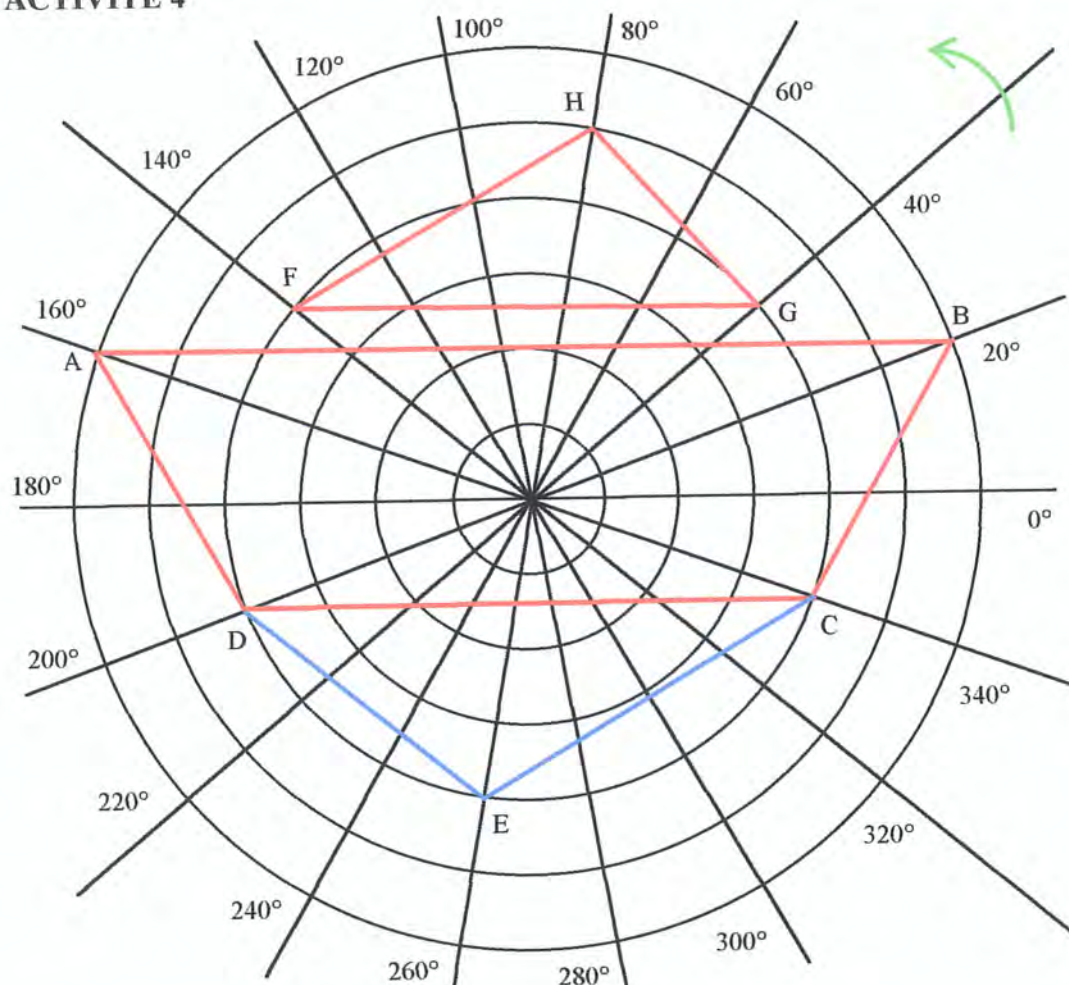
Reconnaître visuellement la différence entre un angle aigu et un angle obtus, afin d'avoir un esprit critique sur la lecture du rapporteur.

Rapport entre aigu et inférieur à 90° , entre obtus et supérieur à 90° .

C'est la première utilisation du rapporteur.

Les angles sont disposés dans tous les sens pour obliger l'élève à mesurer les angles dans toutes les situations.

ACTIVITE 4



On a représenté ci-dessus une « cible radar ».

Tous les cercles ont le même centre, et ont pour rayon en centimètres : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

On a tracé des demi-droites dont l'origine est le centre commun à tous les cercles. La demi-droite horizontale à gauche est repérée par 0° . Les autres sont repérées à partir de celle-ci en mesurant l'angle compris entre 0° et 360° en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

1) Romain a dessiné sur cette cible un bateau à voile. Tous les points sont situés sur une intersection de cercle et de demi-droite. Pour dicter par téléphone cette figure à un Thibault qui dispose de la même cible, il donne deux informations.

Par exemple pour le point A, il indique qu'il faut le placer à 6 cm et à 160° .

Indiquer ce qu'il dira pour chacun des points de son bateau.

2) On donne dans le tableau ci-dessous les informations que Thibault lui a dictées en échange. Mais Thibault n'a pas toujours utilisé des points d'intersection des cercles et des demi-droites. Construire la figure de Thibault en plaçant les points suivants :

point	longueur	angle	point	longueur	angle	point	longueur	angle
A	6	80°	D	5,3	217°	G	3,7	300°
B	4,6	33°	E	5	320°	H	2	0°
C	5	149°	F	3,2	270°	I	0	

Pour finir, tracer le triangle ABC en rouge, le rectangle BCDE en bleu et le rectangle FGHI en vert.

4) Tracer une figure simple, et proposer à votre voisin de la tracer en lui fournissant des indications comme dans les questions précédentes.

Commentaires sur l'activité 4**Durée :** 1 heure.**Objectif :** Elle n'est pas obligatoire et peut se faire à n'importe quel moment de l'année. Elle a pour but de faire fonctionner un autre système de repérage que les coordonnées cartésiennes : les coordonnées polaires.**TRACER DE JOLIES COURBES****1. Tracer une cardioïde**

Tracer un cercle de rayon 5 cm.

A l'aide d'un rapporteur, placer 36 points régulièrement répartis sur ce cercle.

Numéroter les points de 1 à 36, en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Continuer la numérotation dans le même sens, le point 1 est aussi le 37, le point 2 est le 38, ...

A l'aide d'une règle, relier les points de la façon suivante :

1 à 2, 2 à 4, 3 à 6, 4 à 8, ..., 18 à 36,

19 à 38, 20 à 40, ..., 35 à 70 et 36 à 72.

A l'intérieur des segments tracés, on voit apparaître une cardioïde obtenue par enveloppe de segments.

exercices 1 et 2

Partages de cercles.

2. Tracer une néphroïde

Tracer un cercle de rayon 5 cm.

A l'aide d'un rapporteur, placer 36 points régulièrement répartis sur ce cercle.

Numéroter les points de 1 à 36, en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

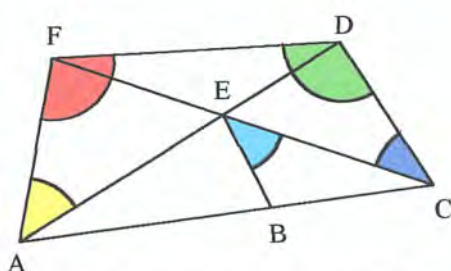
Continuer la numérotation dans le même sens, le point 1 est aussi le 37, le point 2 est le 38, ...

A l'aide d'une règle, relier les points de la façon suivante :

1 à 3, 2 à 6, 3 à 9, 4 à 12, ..., 18 à 54,

19 à 57, 20 à 60, ..., 35 à 105 et 36 à 108.

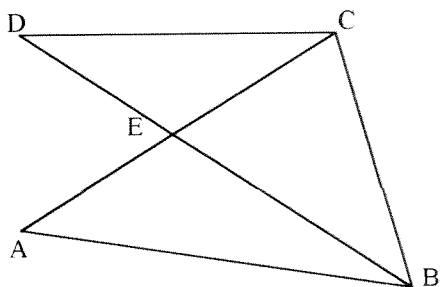
A l'intérieur des segments tracés, on voit apparaître une courbe nommée néphroïde obtenue par enveloppe de segments.

NOMMER UN ANGLE**3. Gé->N**

Nommer chacun des angles colorés de cette figure à l'aide de trois points.
Parmi les angles ci-dessus, indiquer ceux qui sont aigus et ceux qui sont obtus.

exercice 3Deux visions possibles pour l'angle $\widehat{BAC}$:

- le sommet est A (écrit au milieu) et les côtés [AB] et [AC].
- On fait aller le crayon de B vers A puis de A vers C.

4. *N->Gé*

Reproduire la figure ci-dessus, qui est formée des triangles BCD et BCA ayant le côté [CB] commun.

Marquer les angles suivants :

$\widehat{CEB}$ en rouge

$\widehat{BAC}$ en vert

$\widehat{BDC}$ en bleu

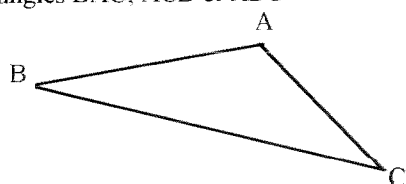
$\widehat{DCB}$ en noir

Parmi les angles ci-dessus, indiquer ceux qui sont aigus et ceux qui sont obtus.

MESURER UN ANGLE

5.

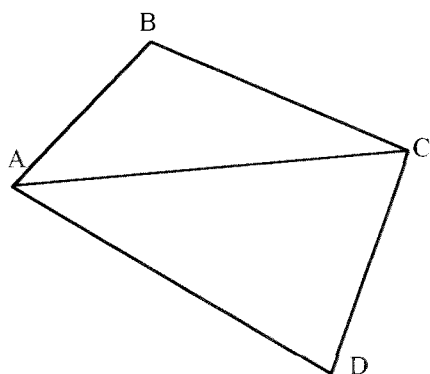
Reproduire la figure ci-dessous à la règle et au compas puis mesurer les angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ABC}$



6.

Reproduire la figure ci-dessous au compas puis mesurer les angles suivants :

$\widehat{ABC}$ $\widehat{ABD}$ $\widehat{DBC}$ $\widehat{ADC}$
 $\widehat{ADB}$ $\widehat{BDC}$ $\widehat{DAB}$ $\widehat{ADC}$



7.

Reproduire la figure ci-dessous à la règle et au compas.

Mesurer les angles suivants :

$\widehat{ABC}$ $\widehat{ABD}$ $\widehat{DBC}$ $\widehat{ADC}$
 $\widehat{ADB}$ $\widehat{BDC}$ $\widehat{DAB}$ $\widehat{ADC}$

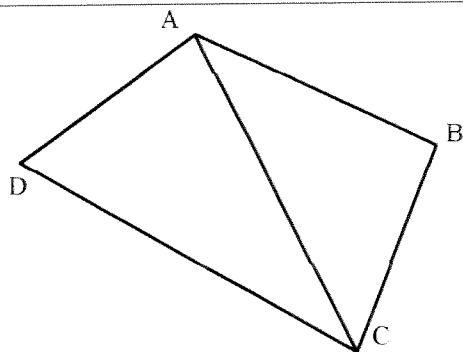
exercice 5

Distinction entre angle aigu et angle obtus.

Mesure des angles avec le rapporteur dans différentes figures.

Travail sur les notations.

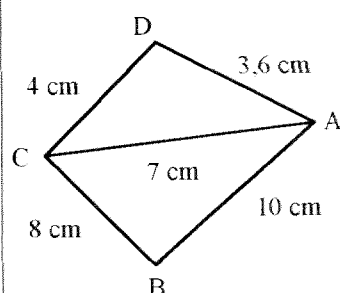
Repérage des côtés de l'angle pour les mesures.



8.

1) Construire la figure ci-dessous.

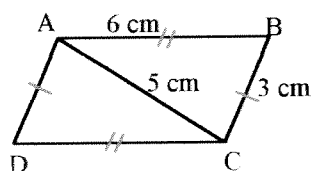
2) Mesurer les angles ci-dessous :

 $\widehat{ABC}$ $\widehat{ABD}$ $\widehat{DBC}$ $\widehat{ADC}$
 $\widehat{ADB}$ $\widehat{BDC}$ $\widehat{DAB}$ $\widehat{ADC}$


9.

1) Construire la figure ci-dessous.

2) Mesurer les angles ci-dessous :

 $\widehat{ABC}$ $\widehat{ABD}$ $\widehat{DBC}$ $\widehat{ADC}$
 $\widehat{ADB}$ $\widehat{BDC}$ $\widehat{DAB}$ $\widehat{ADC}$


exercice 9

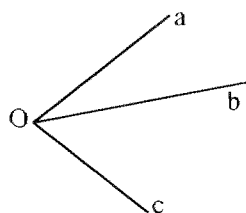
Première approche des angles alternes-internes.

CONSTRUIRE ET MESURER UN ANGLE

10.

Sur la figure ci-dessous, on sait que : $\widehat{aOc} = 53^\circ$ et $\widehat{cOb} = 27^\circ$

a. Reproduire cette figure en vraie grandeur.

b. Que peut-on dire des demi-droites $[Oa)$ et $[Ob)$? Le prouver avec des calculs.


exercices 10 à 16

On travaille sur les notions d'angles droits et plats et leurs liens avec les droites perpendiculaires et les points alignés.

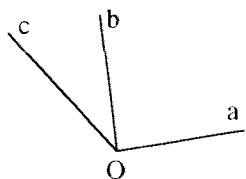
L'élève peut alors prendre conscience que le calcul peut-être une preuve, mais que la mesure n'en est jamais une. (Un seul résultat pour le calcul, des mesures différentes, pour un même angle, suivant les figures de chaque élève, dans une classe).

11.

Sur la figure ci-dessous, on sait que : $\widehat{aOc} = 123^\circ$ et $\widehat{bOc} = 33^\circ$.

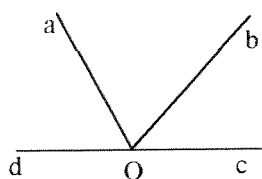
a. Reproduire cette figure en vraie grandeur.

b. Que peut-on dire des demi-droites $[Oa)$ et $[Ob)$? Le prouver avec des calculs.



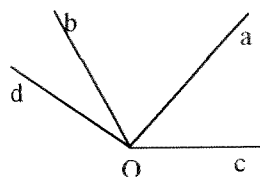
12.

Même exercice que précédemment avec : $\widehat{dOc} = 180^\circ$, $\widehat{dOb} = 133^\circ$ et $\widehat{cOa} = 137^\circ$



13.

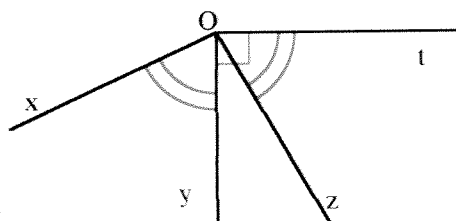
Même exercice que précédemment avec : $\widehat{dOc} = 135^\circ$, $\widehat{dOa} = 108^\circ$ et $\widehat{cOb} = 116^\circ$.



14.

a) Reproduire la figure ci-dessous en prenant $\widehat{tOz} = 70^\circ$ et en respectant le codage des angles.

b) Faire une conjecture sur les demi-droites $[Ox)$ et $[Oz)$, et vérifier par le calcul.

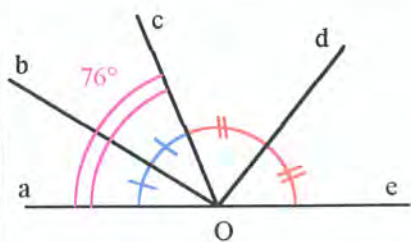


15.

a) Reproduire la figure ci-dessous, en respectant le codage des angles, et en sachant que l'angle $\widehat{aOe}$ est plat.

b) Faire une conjecture sur les demi-droites $[Ob)$ et $[Od)$, et vérifier par le calcul.

exercices 12 et 13
Ils sont d'un niveau supérieur.

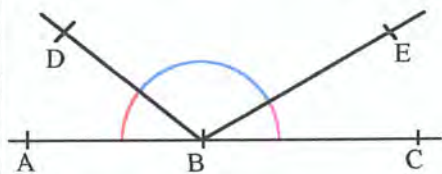


16.

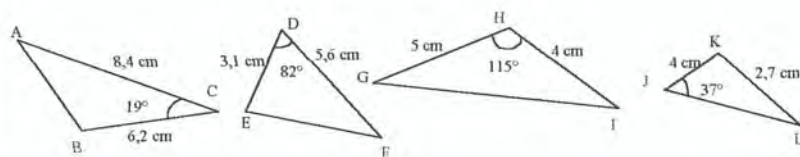
Reproduire la figure ci-dessus en prenant :

$$\widehat{ABD} = 26^\circ \quad \widehat{DBE} = 117^\circ \quad \widehat{EBC} = 38^\circ.$$

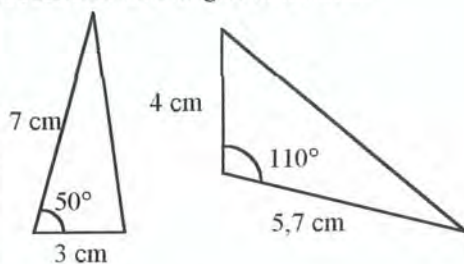
Les points A, B et C sont-ils alignés ? Vérifier par le calcul.

17. *Gé*

Reproduire les triangles ci-dessus grandeur réelle. Mesurer les angles et les longueurs manquantes, et les marquer en vert sur la figure : ils serviront à vérifier que les tracés sont corrects.

18. *Gé*

Construire les triangles ci-dessous.

19. *L et N → Gé*

Faire un schéma à main levée de chacun des triangles ci-dessous en y indiquant les longueurs et les angles.

Construire alors les triangles :

- triangle END tel que $EN = 5$ cm, $ND = 4$ cm et $\widehat{EDN} = 40^\circ$
- triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $\widehat{ACB} = 50^\circ$ et $AC = 4$ cm
- triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 40^\circ$ et $BC = 6$ cm
- triangle ABC rectangle en C tel que $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $AB = 6$ cm
- triangle ABC isocèle en B tel que $\widehat{ABC} = 40^\circ$ et $AB = 6$ cm

exercice 17

On connaît, pour chaque triangle, un angle et les deux côtés.

Ces deux côtés sont les deux côtés de l'angle, pour les trois premiers triangles.

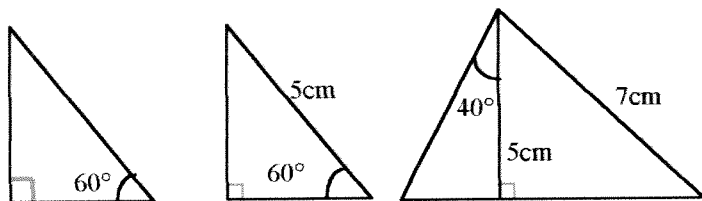
On peut obtenir deux triangles différents pour le troisième cas.

exercice 19

Passage d'un texte à une figure en passant par un schéma.

20.

Construire les triangles ci-dessous.



21.

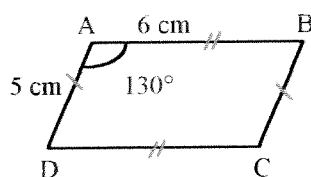
Faire un schéma à main levée de chacun des triangles ci-dessous en y indiquant les longueurs et les angles.

Construire alors les triangles :

- triangle ABC isocèle en C tel que $\widehat{ABC} = 70^\circ$ et $AC = 7$ cm
- triangle ABC tel que $AB = 7$ cm, $BC = 10$ cm et $\widehat{ACB} = 40^\circ$
- triangle ABC isocèle en B tel que $\widehat{ACB} = 50^\circ$ et $BC = 7$ cm
- triangle ABC rectangle en C tel que $\widehat{CAB} = 35^\circ$ et $AC = 6$ cm
- triangle EFG isocèle en E tel que $\widehat{EFG} = 40^\circ$ et $EF = 6$ cm
- triangle SVP isocèle en V tel que $\widehat{SVP} = 100^\circ$ et $SV = 5$ cm
- triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $BC = 6$ cm

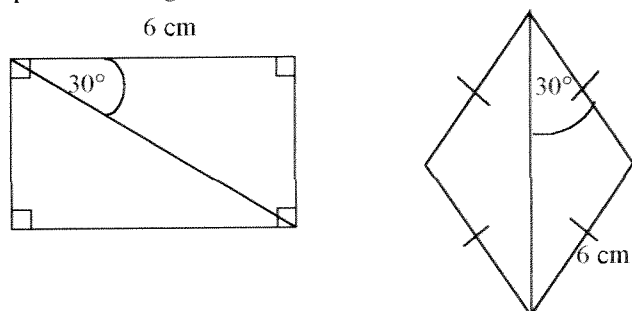
22.

Construire la figure ci-dessous puis mesurer les angles suivants :

 $\widehat{ABC}$ $\widehat{ABD}$ $\widehat{DBC}$ $\widehat{ADC}$ $\widehat{ADB}$ $\widehat{BDC}$ $\widehat{DAB}$ $\widehat{ADC}$


23.

Reproduire les figures ci-dessous en vraie grandeur :



24.

Faire un schéma à main levée de chacun des rectangles ci-dessous en y indiquant les longueurs et les angles.

Construire alors les rectangles ABCD :

- $AC = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 35^\circ$
- $AD = 4$ cm et $\widehat{CAD} = 60^\circ$
- $BD = 6$ cm et $\widehat{ABD} = 30^\circ$

exercice 20

On connaît, ici, pour chaque triangle, un côté et deux angles adjacents à ce côté.

Cet exercice prépare l'exercice 21.

exercice 21

Passage du texte à une figure en utilisant un schéma.

Coder les particularités des différents triangles sur les schémas.

exercice 23

Exercice préparatoire aux exercices 24 et 25

25.

Faire un schéma à main levée de chacun des losanges ci-dessous en y indiquant les longueurs et les angles.

Construire alors les losanges ABCD :

a) $AB = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{ABC} = 100^\circ$

b) $AB = 6 \text{ cm}$ et $\widehat{BCA} = 30^\circ$

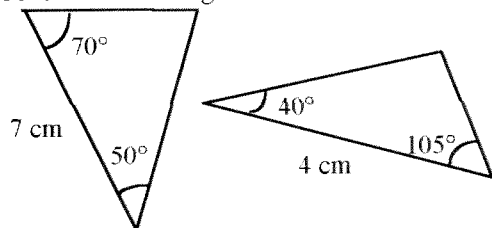
c) $AB = 4 \text{ cm}$ et $\widehat{BAD} = 40^\circ$

$AB = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{ABD} = 50^\circ$

AUTRES EXERCICES

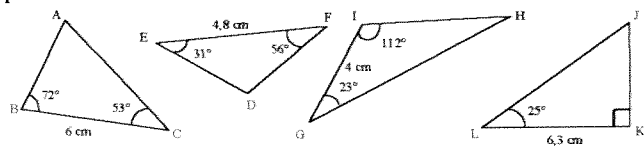
26.

Construire les triangles ci-dessous.



27.

Reproduire les triangles ci-dessous en grandeur réelle. Mesurer les angles et les longueurs manquantes, et les marquer en vert sur la figure : elles serviront à vérifier que les tracés sont corrects.



28.

Dessiner le quadrilatère ABCD de la façon suivante :

- 1) Construire un triangle ABC tel que $AC = 7 \text{ cm}$, $\widehat{BAC} = 40^\circ$ et $\widehat{BCA} = 65^\circ$
- 2) Construire le triangle ADC tel que $AD = BC$ et $DC = AB$, les points B et D étant de part et d'autre de la droite (AC) .

29.

Dessiner le quadrilatère ABCD de la façon suivante :

- 1) Construire un triangle ABD tel que $AD = 4 \text{ cm}$, $\widehat{ADB} = 30^\circ$ et $\widehat{DAB} = 115^\circ$.
- 2) Construire le triangle DBC rectangle en B tel que les droites (AB) et (DC) soient parallèles.

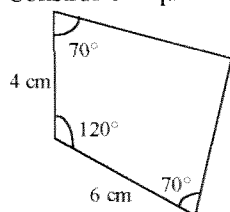
30.

Construire le triangle suivant:

triangle ORF tel que $OF = 5 \text{ cm}$, $\widehat{FOR} = 35^\circ$ et $\widehat{RFO} = 120^\circ$

31.

Construire le quadrilatère ci-dessous.



exercices 26 et 27

Théoriquement, ces constructions ne sont pas exigibles en 6^{ème}, mais il est utile, voire recommandable de les envisager.

exercices 28 et 29

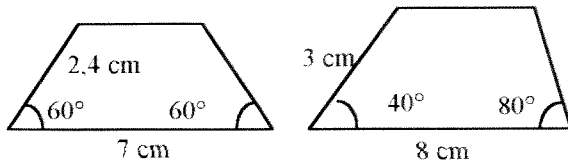
Figures plus complexes.

exercices 31 à 33

Ces exercices sont très formateurs même si, théoriquement, ils ne sont pas exigibles. Ainsi, avec les constructions de trapèze, on réinvestit, avec profit, celle des parallèles.

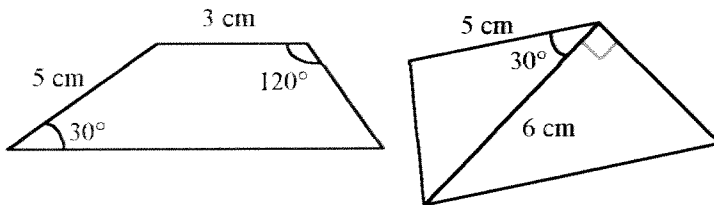
32.

Construire les trapèzes ci-dessous.



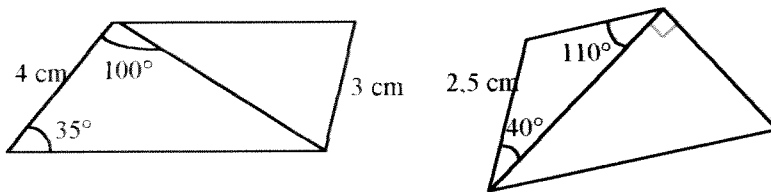
33.

Construire les trapèzes ci-dessous.



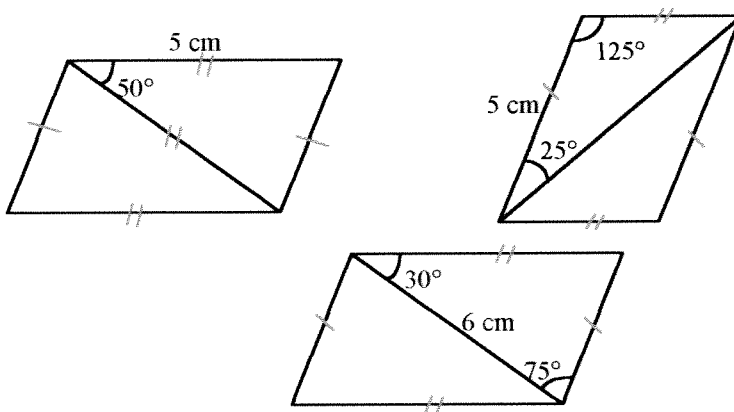
34.

Construire les trapèzes ci-dessous.



35.

Construire les parallélogrammes ci-dessous

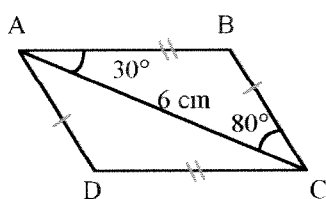


36.

Construire la figure ci-dessous.

Mesurer les angles suivants :

$\widehat{ABC}$ $\widehat{ABD}$ $\widehat{DBC}$ $\widehat{ADC}$
 $\widehat{ADB}$ $\widehat{BDC}$ $\widehat{DAB}$ $\widehat{ADC}$



exercice 35

Cet exercice prépare bien ce qui va être fait en 5^{ème}.

37.

Pour chacune des figures décrites ci-dessous, faire un schéma à main levée qui résume les indications fournies, puis tracer la figure en grandeur réelle :

1) Tracer un triangle ABC tel que : $AB = 3 \text{ cm}$, $AC = 4,7 \text{ cm}$, $\widehat{BAC} = 49^\circ$

2) Tracer un triangle EFG tel que : $EF = 5,3 \text{ cm}$, $\widehat{GEF} = 29^\circ$, $\widehat{GFE} = 63^\circ$

3) Tracer un quadrilatère HIJK tel que :

$HI = 3 \text{ cm}$, $HK = 5 \text{ cm}$, $IJ = 4,2 \text{ cm}$, $\widehat{IHK} = 61^\circ$, $\widehat{JIK} = 27^\circ$.

4) Tracer un quadrilatère LMNO tel que :

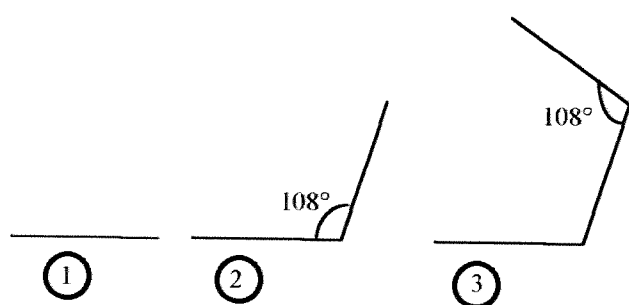
$OM = 5 \text{ cm}$, $\widehat{LOM} = 120^\circ$, $\widehat{LMO} = 25^\circ$, $\widehat{MON} = 34^\circ$, $\widehat{OMN} = 107^\circ$

38.

On a représenté ci-contre, les trois premières étapes du film de la construction d'une figure.

Chaque segment dessiné mesure 3 cm. Poursuivre le tracé de la même manière.

Si le tracé est soigné, la courbe se referme : On obtient un polygone régulier à cinq côtés (pentagone).



39.

Même exercice que le précédent :

1) Avec un angle de 120° (hexagone)

2) Avec un angle de 135° (octogone)

3) Avec un angle de 140° (ennéagone)

4) Avec un angle de 144° (décagone)

5) Avec un angle de 150° (dodécagone).

exercice 38

Le tracé doit être soigneux pour que le polygone se ferme.

CHAPITRE 07 : SYMETRIE PAR RAPPORT A UNE DROITE MEDIATRICE D'UN SEGMENT

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Construction du symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle.
- Travail expérimental pour découvrir les propriétés de conservation des symétries axiales.
- Médiatrice d'un segment (définition, construction).
- Propriétés de la médiatrice.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS :

- Symétrique d'un point par rapport à une droite.
- Construction du symétrique d'un point à l'aide de l'équerre et de la règle graduée.
- Construction du symétrique d'un point à l'aide du compas et de la règle non graduée.
- Propriétés de conservation des symétries axiales.
- Une droite et son symétrique se coupent sur l'axe de symétrie.
- Définition de la médiatrice d'un segment et reconnaissance visuelle (droite perpendiculaire et milieu).
- Caractérisation de la médiatrice d'un segment (points équidistants des extrémités du segment) et reconnaissance visuelle des segments de même longueur.

ACTIVITE 1

A Utilisation du papier calque

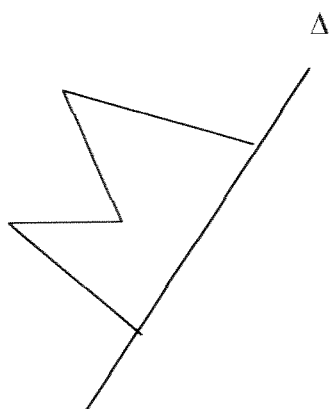


Figure 1

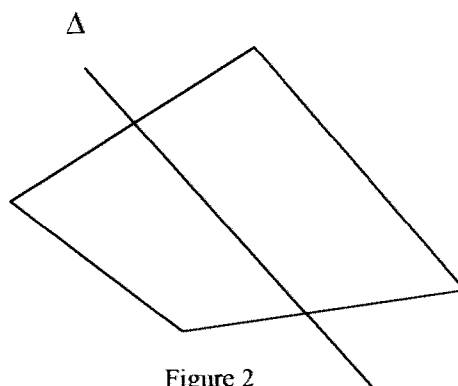


Figure 2

- 1) Reproduire la figure 1 sur du papier calque.
- 2) Plier la feuille de papier calque suivant la droite Δ .
- 3) Repasser par transparence en vert toute la figure de départ sur le calque.
- 4) Déplier la feuille de papier calque. On doit alors voir la figure de départ et sa symétrique par rapport à la droite Δ en vert.
- 5) Reprendre les questions 1) à 4) avec la figure 2.

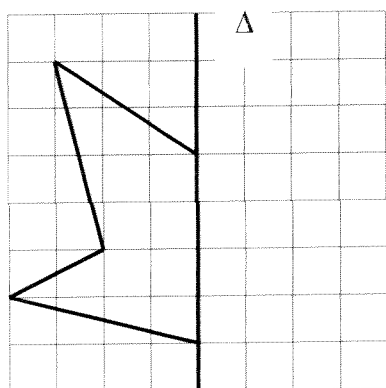
B Utilisation du papier quadrillé

figure 3

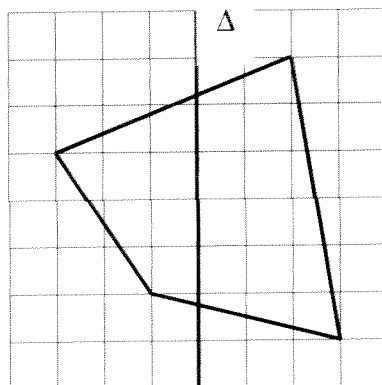


figure 4

Construire la symétrique de chaque figure par rapport à la droite Δ .

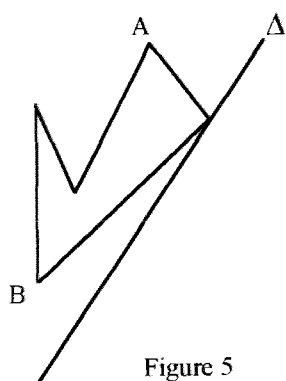
C Sur papier blanc, avec la règle graduée et l'équerre

Figure 5

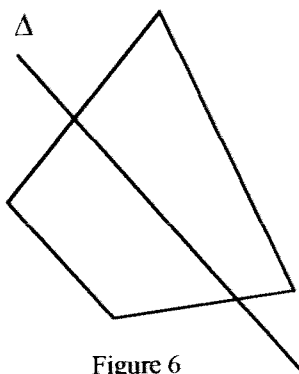


Figure 6

- 1) Décaler la figure 5, et la reproduire telle quelle sur du papier blanc.
 - a) Sur le papier calque, placer les points A et B, ainsi que leurs symétriques par rapport à la droite Δ , A' et B' . Tracer, en pointillés, les segments $[AA']$ et $[BB']$. Que remarque-t-on ?
 - b) Utiliser les remarques de la question précédente pour construire le symétrique du polygone par rapport à la droite Δ en utilisant la règle graduée et l'équerre.
- 2) Répondre aux mêmes questions que 1) avec la figure 6.

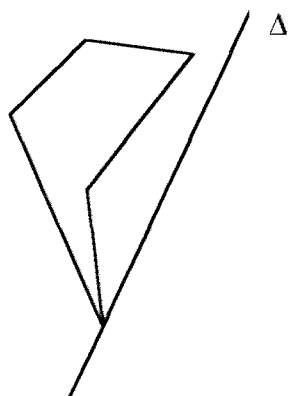
D A main levée

Figure 7

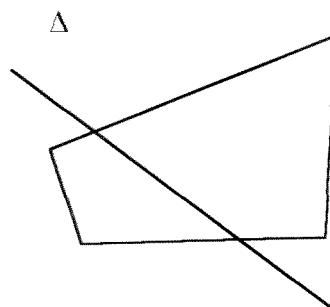


Figure 8

- 1) Reproduire la figure 7 sur du papier blanc.
Construire, à main levée, sans l'aide d'aucun instrument de géométrie, la symétrique de la figure 7 par rapport à la droite Δ .
- 2) Même question avec la figure 8.

Commentaires sur l'activité 1

Durée : une heure environ

Objectifs :

Cette activité propose plusieurs approches de la construction du symétrique d'une figure par rapport à une droite : en utilisant le papier calque, en utilisant du papier quadrillé, en utilisant la règle graduée et l'équerre et enfin à main levée.

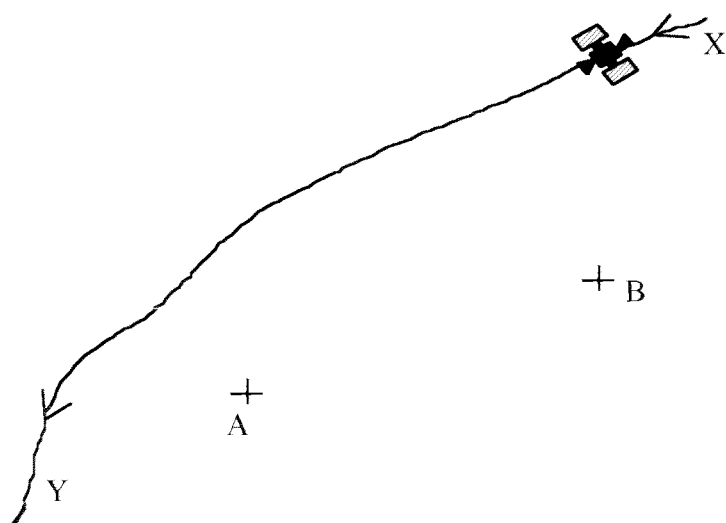
Dès l'école maternelle et ensuite à l'école primaire, l'élève a été familiarisé avec les symétries axiales par la construction de figures par pliages. Il s'agit maintenant de mettre en évidence de nouvelles façons de construire la symétrique d'une figure et de faire apparaître des propriétés de cette transformation géométrique.

En utilisant le papier calque, puis le papier quadrillé, l'élève utilisera une méthode vue à l'école primaire. A noter pour les figures 2 et 4 les difficultés dues au fait que la figure est située de part et d'autre de l'axe de symétrie.

La construction à l'aide de l'équerre et de la règle graduée devrait permettre de mettre en évidence des propriétés des symétries axiales et de dégager la définition du symétrique d'un point par rapport à une droite.

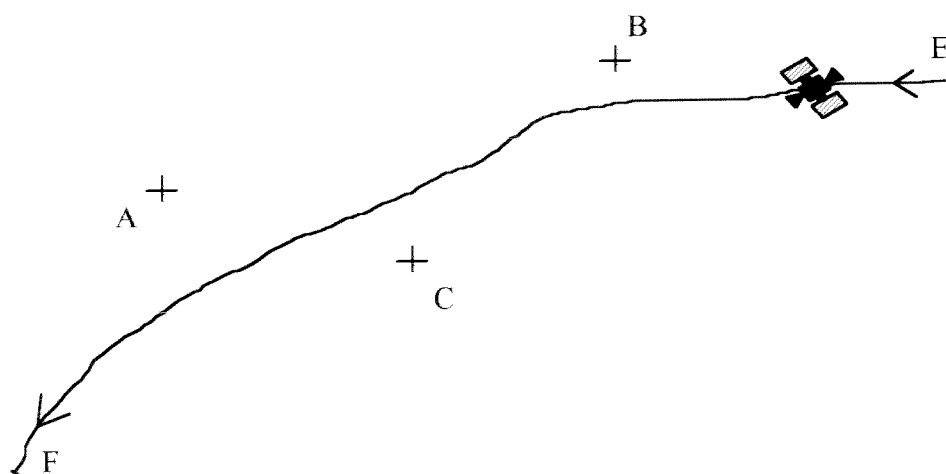
Enfin l'élève doit ensuite apprendre à tracer approximativement le symétrique à main levée. On peut l'inciter à chercher les symétriques de points particuliers en traçant à main levée des perpendiculaires et en reportant approximativement des longueurs. Il sera indispensable de faire vérifier la construction en utilisant le papier calque. Certains élèves ont tendance à construire l'image par une translation. Au cas où les erreurs seraient trop importantes, il conviendra de reprendre les étapes A et B.

ACTIVITE 2 trajectoires de fusées (d'après IREM de Lyon)



- 1) La ligne (XY) est la trajectoire d'un vaisseau spatial qui peut communiquer avec les satellites situés en A et en B. Il ne capte que la station la plus proche.
Sur quelle partie de la trajectoire va-t-il communiquer avec A ? Sur quelle partie va-t-il communiquer avec B ?

- 2) On lance un deuxième vaisseau spatial sur une autre trajectoire. Dessiner une trajectoire de votre choix et indiquer comme dans le paragraphe précédent, les parties où il va pouvoir communiquer avec A et avec B. Dessiner la zone contrôlée par le satellite A et celle contrôlée par le satellite B.
- 3)

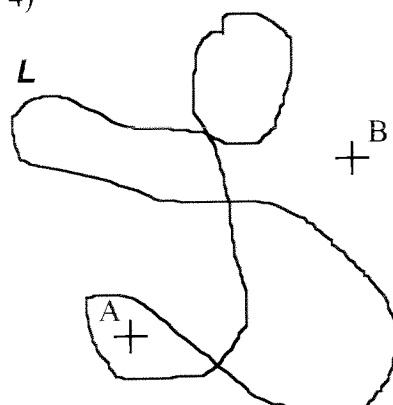


(EF) est la trajectoire d'un vaisseau spatial.

Ce vaisseau communique avec 3 satellites de radio A, B et C. Il ne capte que le satellite le plus proche.

Trouve la portion de la trajectoire où il communique avec A, celle où il communique avec B et celle où il communique avec C.

4)



Placer en rouge les points de cette courbe L qui sont à égale distance des points A et B.

Commentaires sur l'activité 2

Durée : une heure environ

Objectifs :

Cette activité doit permettre aux élèves de mettre en évidence que la médiatrice du segment $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants des points A et B. En remarquant que la médiatrice de $[AB]$ est la frontière entre le demi-plan contenant les points plus proches de A que de B et le demi-plan contenant les points plus proches de B que de A, les élèves découvriront la caractérisation des points de la médiatrice. Pour comparer les distances, il faudra encourager les élèves à utiliser le compas : ils se familiariseront ainsi avec la construction de la médiatrice au compas et à la règle non graduée.

TROUVER L'ERREUR

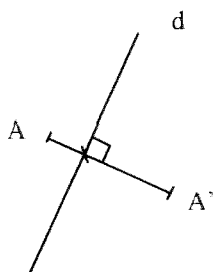
Les figures ci-dessous peuvent-elles être symétriques par rapport à la droite d ? Expliquer pourquoi.

exercices 1 à 6

Utiliser les propriétés des symétries axiales pour signaler les erreurs

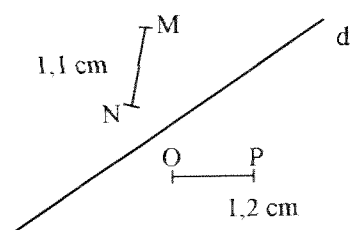
1.

Les deux points A et A' :



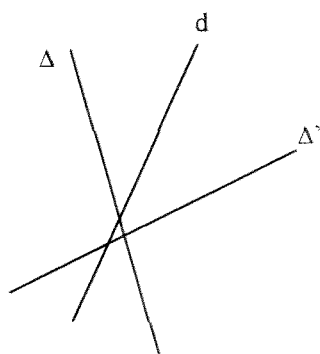
2.

Les deux segments $[MN]$ et $[OP]$



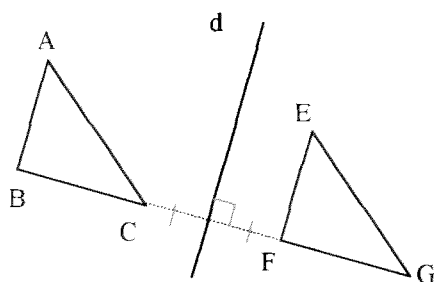
3.

Les deux droites Δ et Δ' :



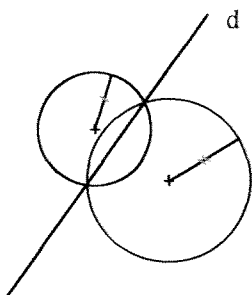
4.

Les deux triangles ABC et EFG



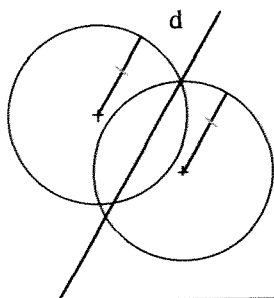
5.

Les deux cercles :



6.

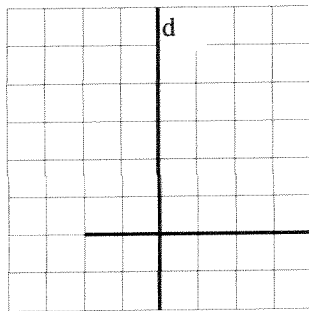
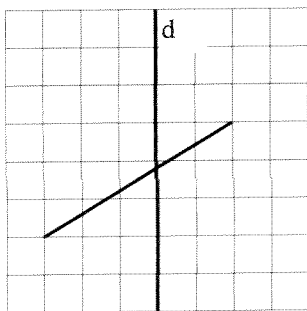
Les deux cercles :



TRACER DES SYMETRIQUES

7.

Construire le symétrique du segment par rapport à la droite d.

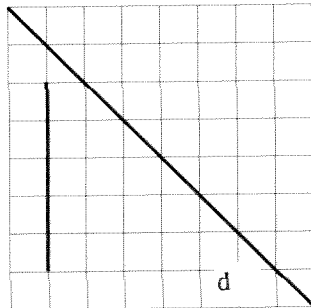
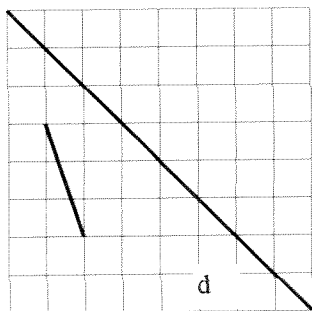


exercices 7 à 15

Constructions du symétrique d'une figure en utilisant du papier quadrillé. On prêter attention aux variables didactiques suivantes : l'inclinaison de l'axe (vertical, horizontal, incliné à 45°), la position de la figure par rapport à l'axe et enfin l'axe qui coupe ou non la figure. Dans le cas de l'inclinaison de 45° , utiliser les diagonales perpendiculaires des carrés.

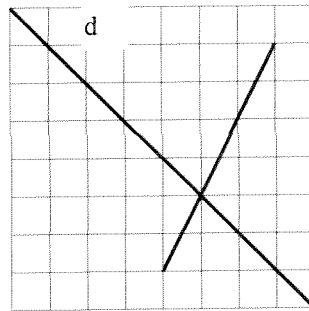
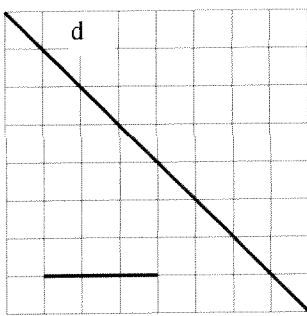
8.

Construire le symétrique du segment par rapport à la droite d.



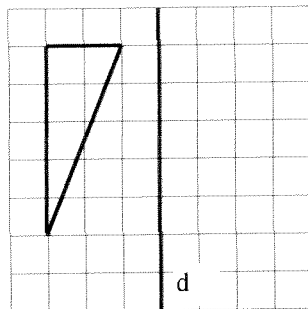
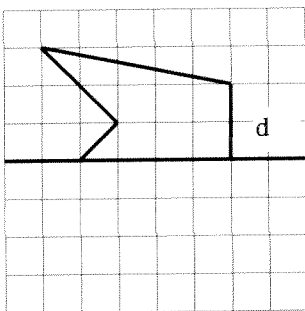
9.

Construire le symétrique du segment par rapport à la droite d.



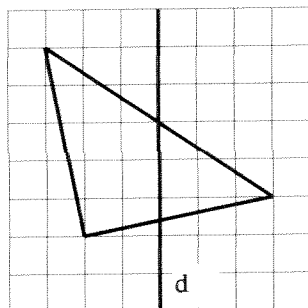
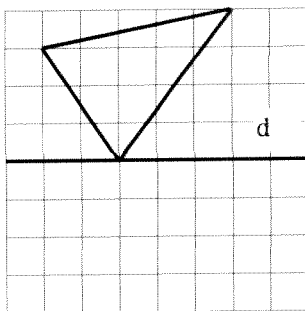
10.

Construire la symétrique de la figure par rapport à la droite d.



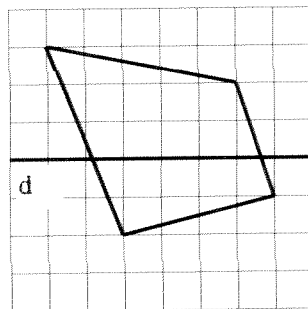
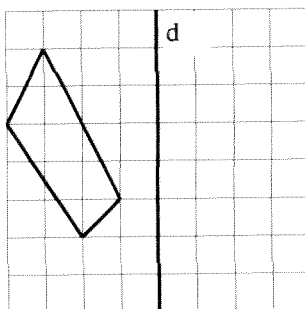
11.

Construire le symétrique du triangle par rapport à la droite d.



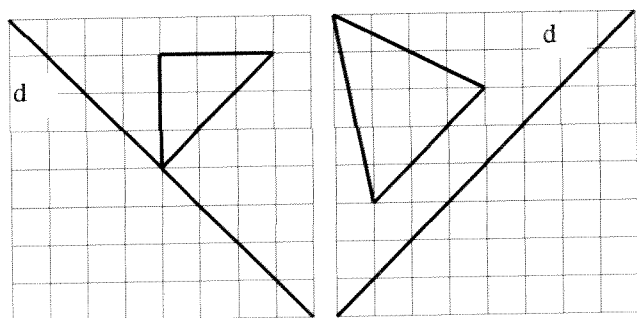
12.

Construire le symétrique du quadrilatère par rapport à la droite d.



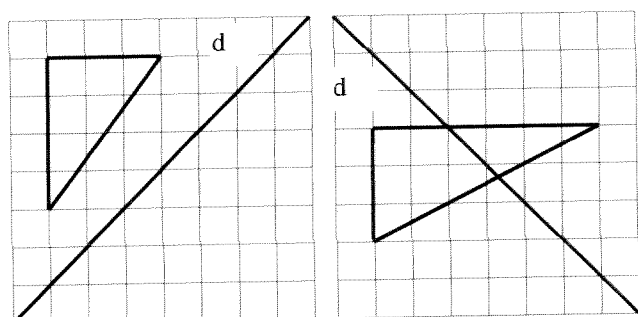
13.

Construire le symétrique du triangle par rapport à la droite d.



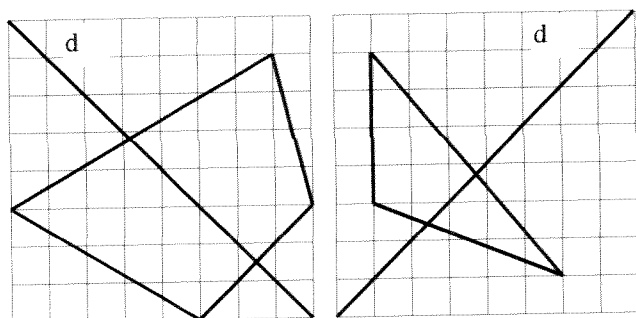
14.

Construire le symétrique du triangle par rapport à la droite d.

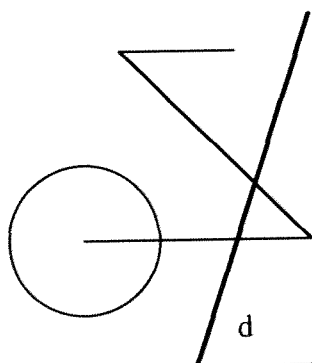


15.

Construire la symétrique de la figure par rapport à la droite d.

16. *A la règle non graduée et au compas*

En utilisant uniquement la règle non graduée et le compas : construire la symétrique de la figure par rapport à la droite d.

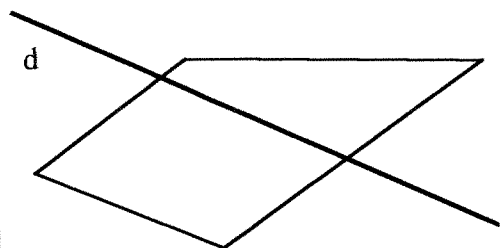


exercices 16 et 17

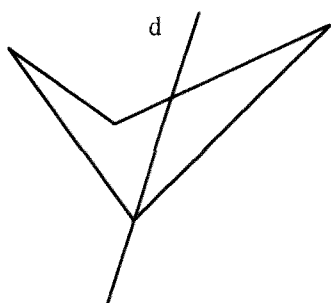
Constructions de la symétrique d'une figure en utilisant le compas et la règle non graduée

17. A la règle non graduée et au compas

En utilisant uniquement la règle non graduée et le compas :
Construire la symétrique de la figure par rapport à la droite d.

**18. A la règle graduée et à l'équerre**

Construire la symétrique de la figure uniquement à l'aide de la règle graduée et de l'équerre.

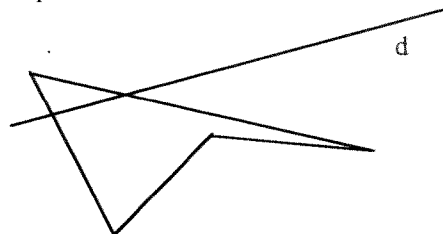


exercices 18 et 19

Constructions de la symétrique d'une figure en utilisant la règle graduée et l'équerre.

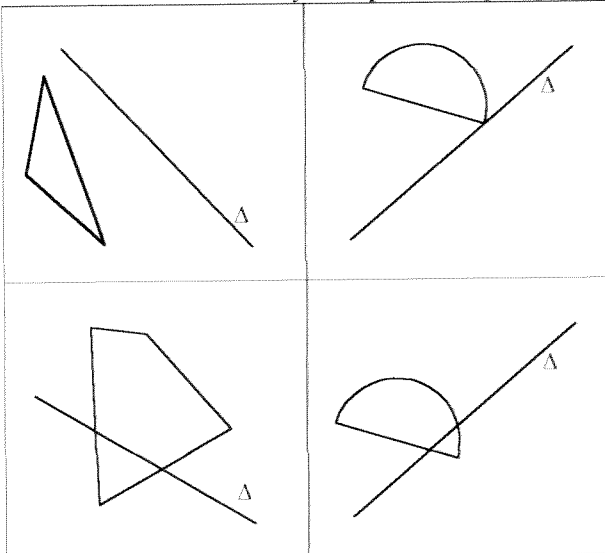
19. A la règle graduée et à l'équerre

Construire la symétrique de la figure uniquement à l'aide de la règle graduée et de l'équerre.

**20. Méthode de construction libre**

Reproduire les figures ci-dessous sur du papier blanc.

Construire dans chacun des cas la symétrique de la figure par rapport à la droite Δ .

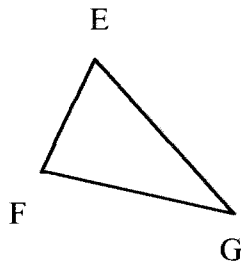


exercices 20 à 24

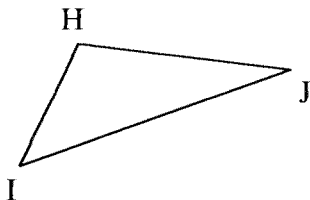
Constructions de la symétrique d'une figure avec méthode au choix. A noter que dans les exercices 21 à 24, l'axe de symétrie n'est pas tracé.

21. Méthode de construction libre

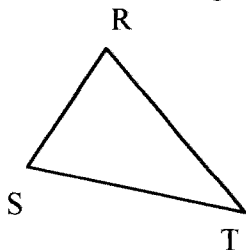
- 1) Dessiner le symétrique du triangle EFG par rapport à la droite (EF).
- 2) Dessiner le symétrique du triangle EFG par rapport à la droite (FG) en utilisant une couleur différente.
- 3) Dessiner le symétrique du triangle EFG par rapport à la droite (GE) en utilisant une couleur différente.

**22. Méthode de construction libre**

Dessiner le symétrique du point J par rapport à la droite (HI).

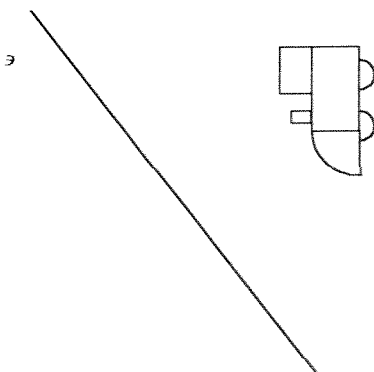
**23. Méthode de construction libre**

Dessine en couleur le symétrique du triangle RST par rapport à la droite (RM), où M est le milieu du segment [ST].

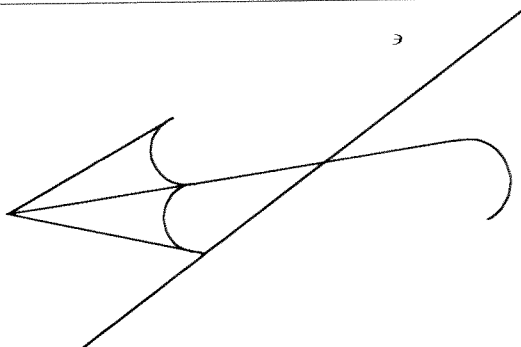
**24.**

Tracer un rectangle EFGH.

Tracer le symétrique de ce rectangle par rapport à la droite (EG).

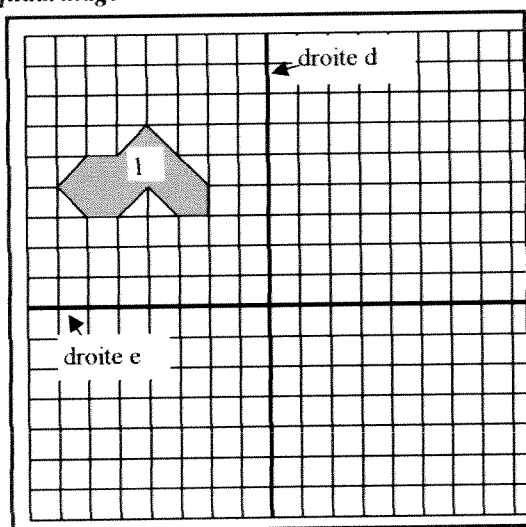
25. A main levée**exercice25**

Construction de la symétrique d'une figure à main levée. On encouragera l'élève à faire un tracé point par point



Construire à main levée la symétrique de chacune des figures par rapport à la droite Δ .

26. Avec un quadrillage



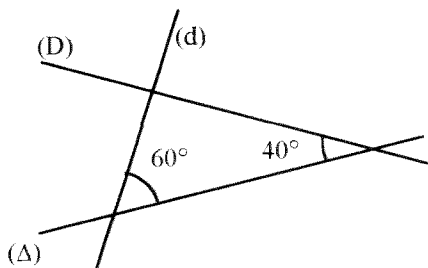
Reproduire la figure ci-dessus sur un quadrillage.

- Construire la symétrique de la figure 1 par rapport à la droite d ; on obtient la figure 2.
- Construire ensuite la symétrique de la figure 2 par rapport à la droite e ; on obtient la figure 3.
- Construire ensuite la symétrique de la figure 3 par rapport à la droite d ; on obtient la figure 4.
- Citer toutes les paires de figures qui sont symétriques par rapport à une droite, même si cette droite n'est pas tracée.

exercices 26

Etre capable de reconnaître des figures symétriques par rapport à une droite.

27. Sans quadrillage

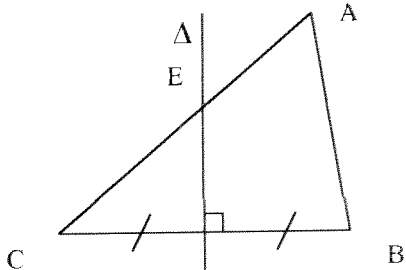
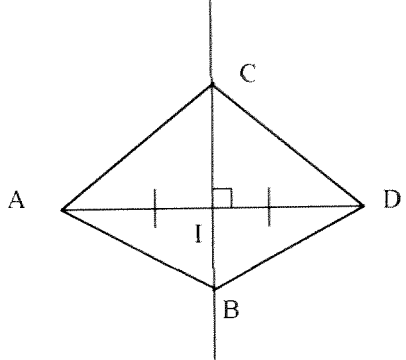


Reproduire les droites Δ , d et D comme ci-dessus, puis construire les symétriques de d et D par rapport à Δ .

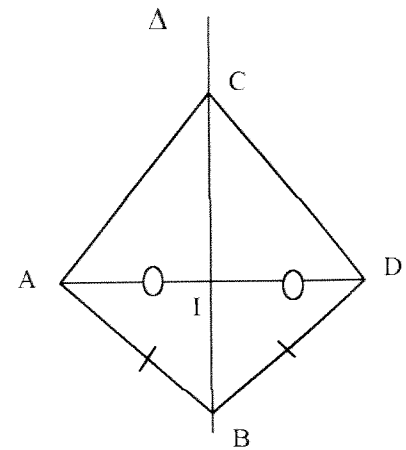
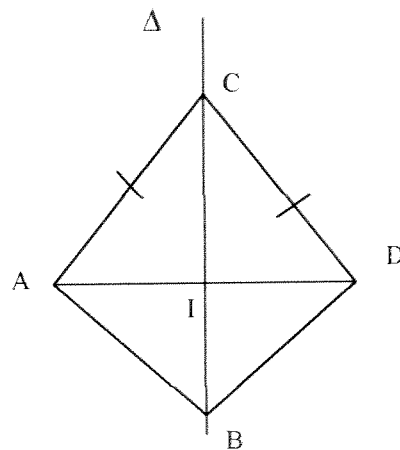
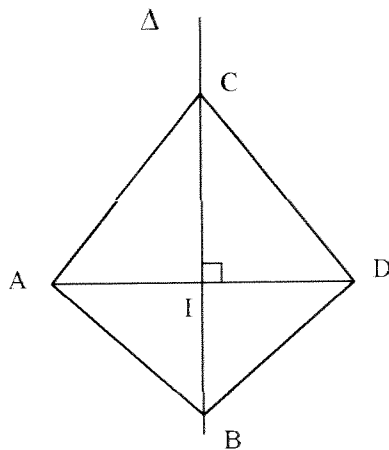
exercice 27

On utilise les angles pour construire le symétrique.

MEDIATRICE D'UN SEGMENT

28. Tracer un triangle ABC, puis construire à la règle et au compas, la médiatrice du segment [AB]. Ecrire le programme de construction de cette médiatrice. 29. Tracer un rectangle ABCD, puis construire à la règle et au compas, la médiatrice du segment [AC]. 30. Tracer un triangle ABC tel que $AB = 10$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 15$ cm. Construire, à la règle et au compas, les médiatrices des segments [AB], [AC] et [BC]. Si la figure est bien faite, ces trois médiatrices sont concourantes. 31. Tracer un triangle ABC tel que $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm et $\widehat{BAC} = 130^\circ$. Construire ensuite les médiatrices des segments [AB], [AC] et [BC] à la règle et à l'équerre	exercice 28 Utiliser correctement le vocabulaire de géométrie et savoir organiser une suite d'instructions. exercices 29 Tracer la médiatrice d'un segment dans une figure complexe. exercices 30 et 31 construire des médiatrices et observer leur point de concours (à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle).
32. <i>Savoir justifier</i>  a) Reproduire la figure ci-dessus sachant que $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm et $BC = 7$ cm. b) Expliquer pourquoi Δ est la médiatrice de [AB]. c) Expliquer pourquoi $EB = EC$.	exercice 32 Utiliser la définition de la médiatrice après la reconnaissance visuelle de droites perpendiculaires et du milieu d'un segment et utiliser la propriété des points de la médiatrice (équidistance aux extrémités)
33. <i>Savoir justifier</i>  a) Reproduire cette figure en vraie grandeur sachant que $AD = 8$ cm, $AC = 6$ cm et $AB = 4$ cm. b) Compléter : La droite ... est la médiatrice du segment [...] car c) Trouver des segments de même longueur. Justifier.	exercices 33 et 34 Utiliser la définition de la médiatrice et une caractérisation des points de la médiatrice d'un segment.

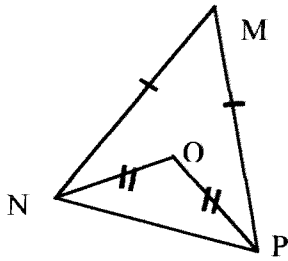
34. Médiatrice ou non?



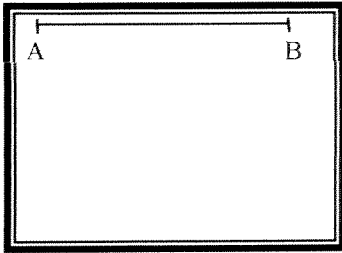
Les indications codées fournies par les figures ci-dessus permettent-elles de dire dans chaque cas que la droite Δ est la médiatrice du segment $[AD]$?

- Si la réponse est oui, expliquer pourquoi.
- Si la réponse est non, indiquer la ou les données manquantes pour que Δ soit la médiatrice de $[AD]$.

35. Placer deux points A et B puis construire des points $C_1, C_2, C_3, \dots$ tels que les triangles $ABC_1, ABC_2, ABC_3, \dots$ soient isocèles en $C_1, C_2, C_3, \dots$. Que peut-on dire des points C ? Le justifier.	exercice 35 Utiliser la caractérisation des points de la médiatrice d'un segment.
36. Placer deux points A et B puis construire des points $C_1, C_2, C_3, \dots$ tels que les triangles $ABC_1, ABC_2, ABC_3, \dots$ soient isocèles en B. Que peut-on dire des points C ? Le justifier.	exercice 36 Attention ! l'égalité de distances ne signifie pas nécessairement l'appartenance à une même médiatrice.
37. 1) Tracer un cercle C de centre O et de rayon 3 cm, placer deux points A et B sur C, tels que $AB = 4$ cm. 2) Tracer la médiatrice d du segment $[AB]$. 3) Expliquer pourquoi $OA = OB$. 4) Expliquer pourquoi d passe par le point O. 38. 1) Tracer un triangle ABD isocèle en A tel que $AB = 4,5$ cm et $BD = 5,6$ cm. 2) Placer le point C tel que le triangle BCD soit équilatéral. 3) Indiquer des points appartenant à la médiatrice du segment $[BD]$. Justifier. 4) Tracer, à la règle seule, la médiatrice du segment $[BD]$. Expliquer. 39. 1) Tracer un segment $[AB]$ mesurant 4,9 cm puis construire, à la règle et au compas, la médiatrice Δ du segment $[AB]$. 2) Construire un point C, sur Δ, tel que $AC = 6$ cm. 3) Quelle est la particularité du triangle ABC ? Justifier. 40. Sur du papier blanc 1) Tracer un segment $[MN]$ mesurant 4 cm. 2) Tracer deux cercles de rayon 3 cm passant par M et N. Marquer leurs centres en rouge. 3) Tracer deux cercles de rayon 5 cm passant par M et N. Marquer leurs centres en rouge. 4) Où sont situés les centres de ces cercles ? Explique pourquoi.	exercices 37 à 42 Utiliser des propriétés pour justifier un résultat. Ce sont de petits exercices de raisonnement, dans lesquels il s'agit de bien mettre en évidence les hypothèses et la propriété utilisée. exercice 40 Cet exercice peut être en cinquième le point de départ pour introduire le cercle circonscrit à un triangle.

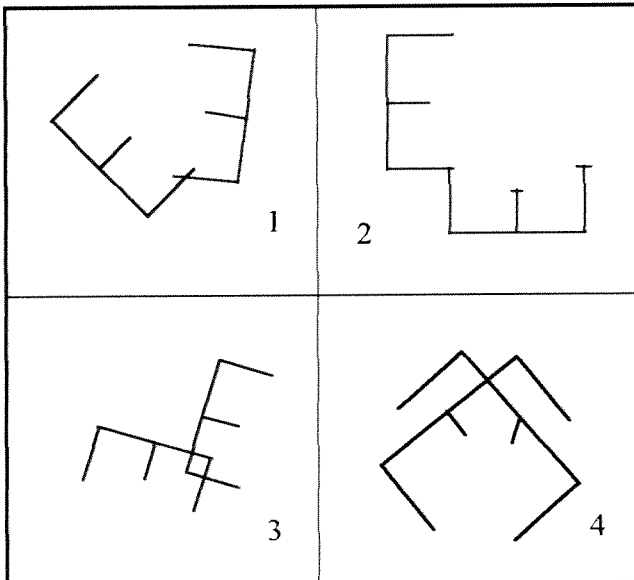
41. *Savoir justifier*

Compléter : la droite ... est la médiatrice du segment ... Justifier.

42. *A la règle non graduée et au compas*

Avec la règle non graduée et le compas uniquement, tracer la médiatrice du segment $[AB]$ en ne faisant aucun tracé en dehors du cadre.

PROBLEME

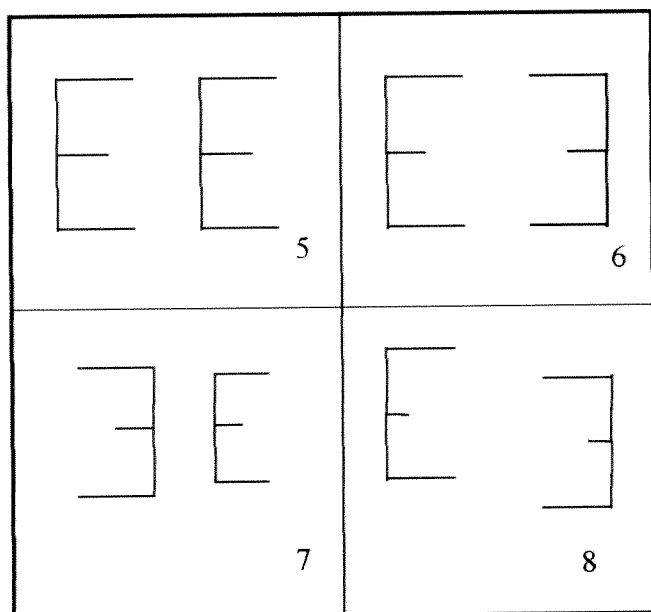
43. *Symétrique ou non ?*

Pour chacun des rectangles ci-dessus, indiquer si les deux figures formées par des « E » sont symétriques par rapport à une droite. Si oui, dessiner la en vert, et vérifier avec un calque. Sinon, expliquer pourquoi elles ne peuvent pas être symétriques par rapport à une droite.

exercices 43 et 44

Utiliser des propriétés pour justifier que des figures ne sont pas symétriques par rapport à une droite. On peut expliquer pour quelles raisons des figures ne sont pas symétriques, mais on ne peut pas justifier la symétrie de 2 figures, puisque les hypothèses sont incomplètes.

44. Symétrique ou non ?

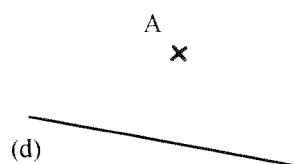


Pour chacun des rectangles ci-dessus, indiquer si les deux figures formées par des « E » sont symétriques par rapport à une droite. Si oui, dessiner la en vert, et vérifier avec un calque. Sinon, expliquer pourquoi elles ne peuvent pas être symétriques par rapport à une droite.

exercice 44

Noter pour les figures 5 et 7 un problème fin d'expression avec le mot « deux » (l'ensemble des deux figures a un axe de symétrie, sans que l'un des E soit le symétrique de l'autre). De même, pour la figure 6, on peut discuter par rapport à un ou deux axes acceptables.

45. Equerre interdite !



Reproduire la figure ci-dessus sur du papier blanc.

- 1) En utilisant uniquement la règle non graduée et le compas, construire la droite perpendiculaire à la droite d passant par le point A.
- 2) En utilisant uniquement la règle non graduée et le compas, construire la droite parallèle à la droite d passant par le point A.

46. A la règle graduée et au compas

Tracer un triangle ABC tel que $AB = 8 \text{ cm}$, $AC = 10 \text{ cm}$ et $\widehat{BAC} = 50^\circ$. Construire ensuite, à la règle non graduée et au compas :

- La droite D_1 passant par le point A et perpendiculaire à la droite (BC)
- La droite D_2 passant par le point B et perpendiculaire à la droite (AC)
- La droite D_3 passant par le point C et perpendiculaire à la droite (BA)

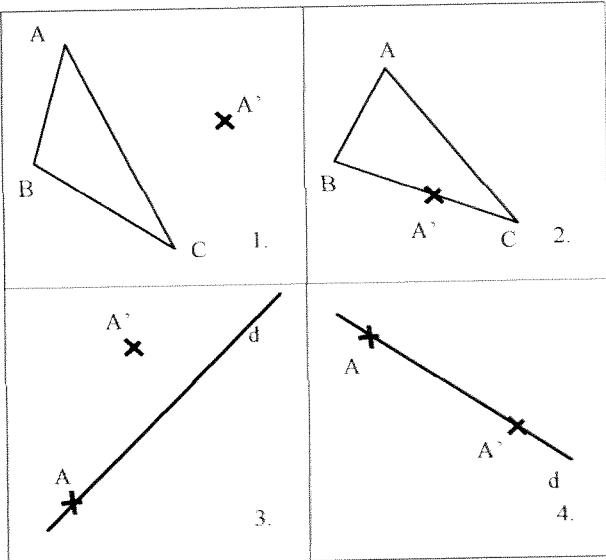
Si la figure est bien faite, les trois perpendiculaires sont concourantes.

47.

Même exercice que le précédent avec $\widehat{BAC} = 110^\circ$ au lieu de $\widehat{BAC} = 50^\circ$.

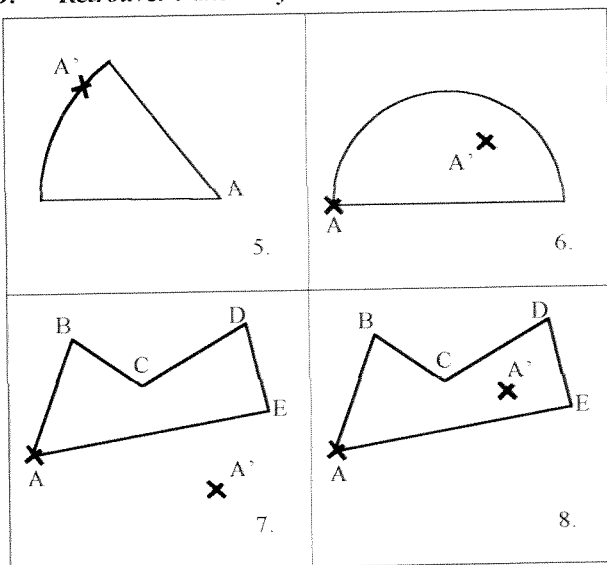
exercices 45 à 47

Utiliser la construction de la médiatrice d'un segment avec le compas et la règle pour obtenir la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné.

48. Retrouver l'axe de symétrie

Dans chacune des figures ci-dessus, les points A et A' sont symétriques par rapport à une droite Δ qui n'est pas tracée.

Construire la symétrique de la figure proposée par rapport à la droite Δ .

49. Retrouver l'axe de symétrie

Dans chacune des figures ci-dessus, les points A et A' sont symétriques par rapport à une droite Δ qui n'est pas tracée.

Construire la symétrique de la figure proposée par rapport à la droite Δ .

50.

Tracer un cercle (C) de diamètre [AB].

Placer un point D sur ce cercle.

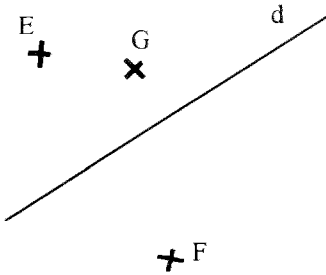
Construire à l'aide d'un compas le symétrique du point D par rapport à la droite (AB).

exercices 48 et 49

Savoir utiliser la définition du symétrique d'un point par rapport à une droite et construire la symétrique d'une figure. Il faut d'abord tracer la médiatrice de [AA'] et la reconnaître comme axe de symétrie.

exercices 51 et 52

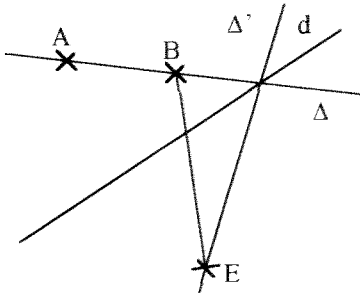
Une droite et sa symétrique se coupent sur l'axe de symétrie.

51. Avec la règle non graduée

Reproduire une figure analogue.

Les points E et F sont symétriques par rapport à la droite d.

Construire la symétrique de la droite (EG) par rapport à la droite d en traçant uniquement deux lignes droites avec la règle non graduée.

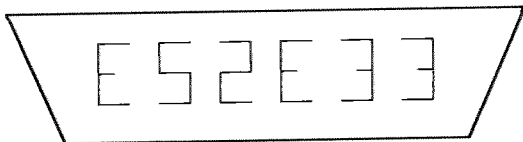
52. Avec la règle non graduéeLes droites Δ et Δ' sont symétriques par rapport à la droite d.

Les points A et E sont symétriques par rapport à la droite d.

Construire à la règle non graduée uniquement le symétrique du point B par rapport à la droite d.

53. Dans le rétroviseur !

Retrouver le numéro d'immatriculation de la voiture qu'on voit dans le rétroviseur à l'aide d'une symétrie axiale. Dessiner l'axe de la symétrie utilisée sur la figure.

54. Dans le rétroviseur (avec une plaque étrangère) !

Retrouver le numéro d'immatriculation de la voiture qu'on voit dans le rétroviseur à l'aide d'une symétrie axiale. Dessiner l'axe de la symétrie utilisée sur la figure.

55. Un problème de peinture

Certaines ambulances ont le mot « AMBULANCE » écrit sur le capot avant du véhicule, de telle sorte qu'un automobiliste puisse lire correctement ce mot dans son rétroviseur. Ecrire le modèle à donner au carrossier pour qu'il peigne les symboles sur le capot d'une ambulance.

Faire de même avec le mot « POLICE ».

exercices 53 à 57

L'image obtenue par un miroir est le prétexte pour construire la symétrique d'une figure.

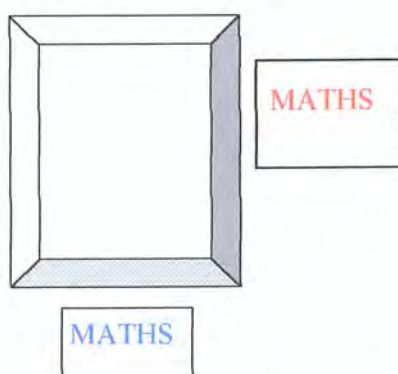
56. *Message secret*

V T B A C E R I
 Z O N T E A C I G E Z
 Z Y W E T B I O N E Z
 G E Z E I C N B E Z

Sébastien a écrit un le message ci-dessus l'aide d'un miroir.

Retrouver ce message sans miroir !

Où faudrait-il placer un miroir pour lire correctement ce message ?

57. *Image dans un miroir*

Sophie a écrit « MATHS » en rouge sur une feuille.

Marc a écrit « MATHS » en bleu sur une feuille.

Dessiner en couleur les reflets de ces feuilles dans le miroir.

58. *A la règle non graduée et au compas*

Tracer un segment $[AB]$ sans tenir compte du quadrillage d'une feuille.

En utilisant uniquement la règle non graduée et le compas, construire le milieu de ce segment.

59. *Avec la règle non graduée et l'équerre*

Tracer un cercle à l'aide d'un objet usuel (pièce de monnaie, verre, ...).

Retrouver précisément le centre de ce cercle avec la règle non graduée et l'équerre.

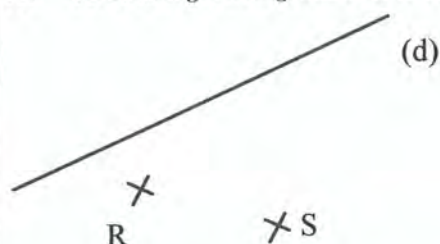
60.

1) Tracer un segment $[AB]$ de 4 cm de longueur.

2) Rappeler la définition d'un cercle.

3) Tracer un cercle de rayon 5 cm passant à la fois par les points A et B.

Tracer quatre autres cercles de rayons tous différents passant à la fois par les points A et B.

61. *Avec la règle non graduée et le compas*

Tracer une droite (d) et deux points R et S situés d'un même côté de (d) , comme

exercices 58 à 60 :

Utiliser la caractérisation des points de la médiatrice.

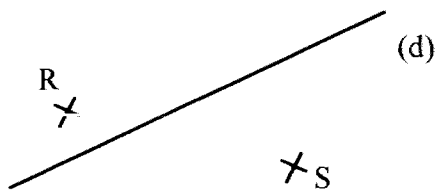
exercices 61 à 63

Utiliser une caractérisation des points de la médiatrice d'un segment et la définition d'un cercle. Les 3 exercices sont classés par difficultés croissantes.

sur la figure ci-dessus.

Construire précisément un cercle passant par les points R et S dont le centre est situé sur la droite (d).

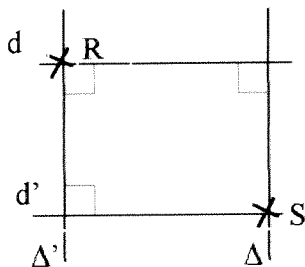
62. Avec la règle non graduée et le compas



Tracer une droite (d) et deux points R et S situés de part et d'autre de (d), comme sur la figure ci-dessus.

Construire précisément un cercle passant par les points R et S dont le centre est situé sur la droite (d).

63. Avec la règle non graduée et le compas



Construire une figure comme ci-dessus.

Construire précisément tous les cercles passant par les points R et S et dont les centres sont situés sur l'une des droites d, d', Δ et Δ' .

CHAPITRE 09 : PERIMETRES ET AIRES

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Donner un sens à la notion de périmètre.
- Donner un sens à la notion d'aire d'une surface, une unité d'aire étant choisie.
- Distinguer ces deux notions.
- Visualiser les unités d'aire : mm^2 , cm^2 , dm^2 , et comprendre le principe de conversion de ces unités.
- Donner un sens aux formules d'aire du rectangle et du triangle rectangle.
- Savoir appliquer la formule qui permet de calculer la longueur d'un arc de cercle ou d'un cercle.

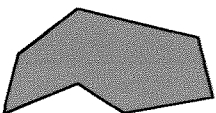
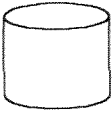
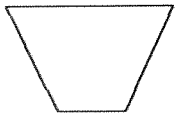
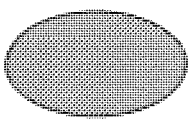
REPERES POUR LE CONTENU DU COURS :

- Notion de périmètre.
- Longueur ou périmètre du cercle.
- Notion d'aire.
- Aires du rectangle, du carré et du triangle rectangle.
- Les unités d'aire et la conversion des unités d'aire.

ACTIVITE 1 Classez les familles (d'après IREM de Montpellier)

Classer les cadres ci-dessous en trois familles, en choisissant des critères de classement qui semblent intéressants.

Il suffit de tracer trois colonnes, et d'y inscrire les numéros correspondants.

1) Monsieur Dupont veut tapisser son salon	2) La bouteille d'eau minérale a permis de remplir sept verres.	3) Monsieur Durand veut clôturer son jardin.	4) Une éprouvette contient 10 cm^3
5) 25 ha	6) Les ouvriers sont en train de refaire la bordure du trottoir.	7) Madame Muller vide l'eau de sa piscine.	8) Un athlète court sur la piste extérieure du stade.
9) Madame Schmitt repeint la cabane de son jardin.	10) 5,3 L	11) 2,98 m	12) $8,7 \text{ dm}^2$
13) 	14) 	15) On remplit ce cylindre de sable 	16) 
17) 	18) 	19) La quantité d'air contenue dans une bouteille de plongée permet de respirer pendant 30 mn à une profondeur de 20 m sous l'eau.	20) Les ouvriers sont en train de paver la place de la cathédrale.

Commentaires sur l'activité 1

Durée : entre 30 min et 45 min

Objectifs : L, Gé, N → T

Repérer les situations relatives aux longueurs, aux aires et aux volumes

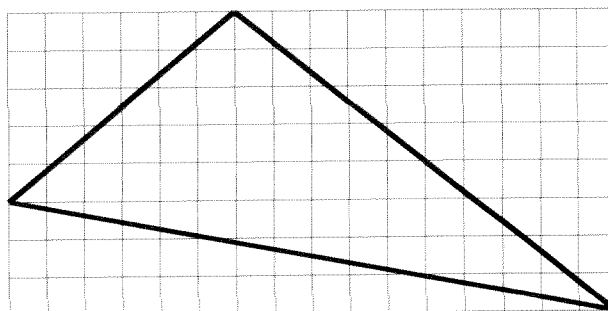
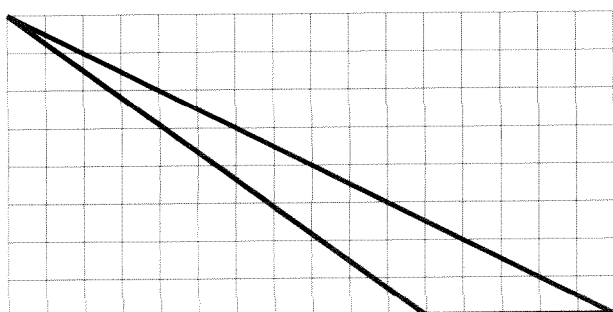
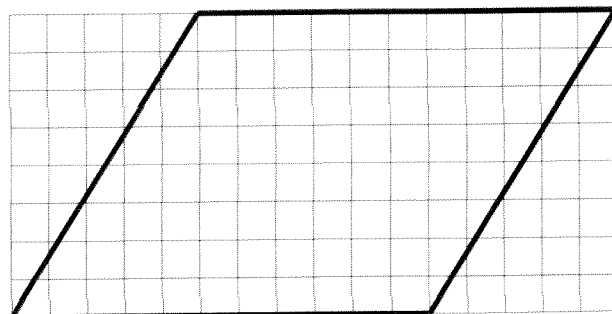
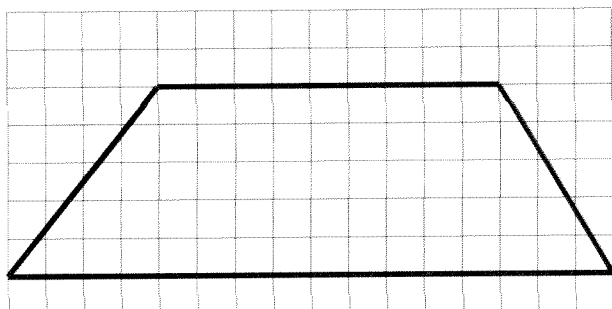
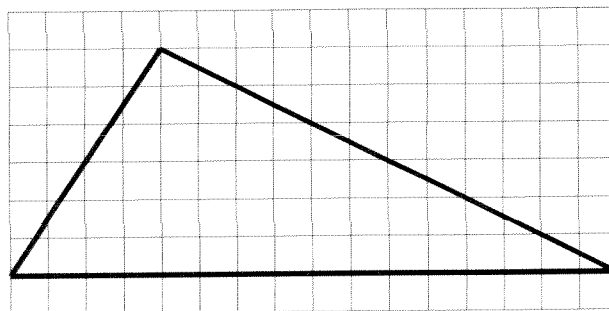
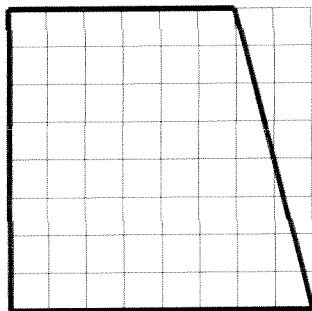
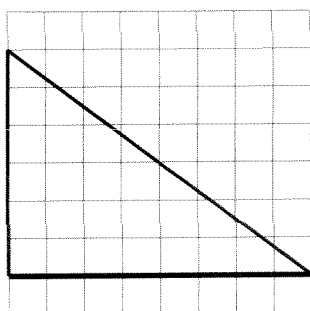
Trouver des critères qui permettent une classification d'objets ou de situations, sans que ceux-ci puissent être classés dans deux catégories différentes.

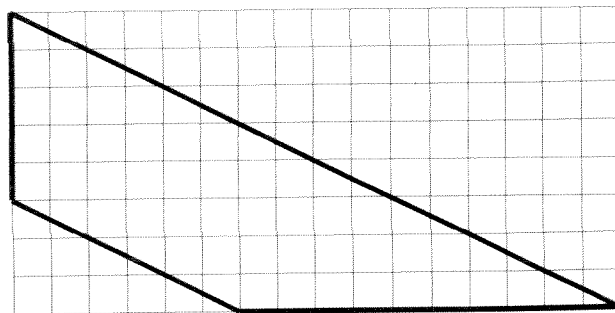
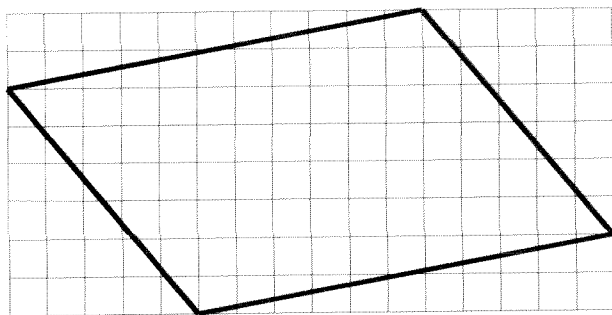
Cette activité peut être menée de plusieurs façons différentes. On peut laisser les élèves totalement libres de créer leurs catégories, ou préciser dans les consignes que chaque situation doit être classée une fois et une seule. Les élèves font preuve d'imagination et proposent souvent une classification suivant la façon dont est donnée la situation : figure, texte, nombre. Ceci peut être exploité par le professeur (changements de registre !) pour rendre attentifs les élèves aux diverses façons dont peuvent être posés des problèmes. Généralement, quelques élèves pensent à une classification du type longueur, aire et volume. La correction peut se faire en envoyant des élèves bien choisis au tableau pour écrire leur classification en justifiant leur choix. Toute classification cohérente mérite de retenir l'attention !

ACTIVITE 2 calculer des aires sans formules

Trouver l'aire déterminée par chaque figure, exprimée en nombre de carreaux.

Les sommets de chaque polygone sont sur les nœuds du quadrillage





Commentaires sur l'activité 2

Durée : plus d'une heure. Un travail à la maison est souhaitable.

Objectif : Gé → N

Calculer des aires à l'aide d'un quadrillage, par addition, soustraction, reconfiguration.

Visualiser que l'aire du triangle rectangle est égale à la moitié de l'aire du rectangle.

Cet exercice est fondamental pour travailler la notion d'aire. Il s'agit de compter le nombre de carreaux (d'unités d'aire) que contient cette surface. Les approches peuvent être variées, et le professeur veillera à mettre en évidence plusieurs traitements possibles pour la même figure (addition, soustraction et reconfiguration). Les figures que l'on manipule peuvent être soit numérotées, soit nommées avec les noms de points que l'on aura introduit. La correction est grandement facilitée par l'usage d'un rétroprojecteur.

Cet exercice n'est pas facile pour les élèves, et diverses erreurs de principe apparaissent (liste non exhaustive) :

- considérer à tort que des points sont sur le quadrillage. Cette erreur peut être éliminée en rajoutant une contrainte supplémentaire : les seuls points dont la position sur le quadrillage est sûre sont les sommets du polygone étudié.
- effectuer des calculs faux, la figure étant correctement découpée. L'addition ou la soustraction d'aires, pour obtenir celle désirée, n'est pas évidente pour une portion non négligeable d'élèves, et demande à être travaillée de façon spécifique (découpages réels avec papier, ciseaux).

ACTIVITE 3 Unités d'aire

A) Autour du centimètre carré

Sur du papier millimétré :

1) Tracer plusieurs surfaces différentes qui ont toutes pour aire 1 cm^2 .

Comparer les figures obtenues par les élèves de la classe.

Essayer d'en obtenir une dizaine.

2) Tracer sur la feuille une surface dont l'aire est un demi centimètre carré.

Comparer les figures des élèves de la classe.

B) Diverses unités d'aire

Un millimètre-carré (mm^2) est l'aire d'un carré de 1 mm de côté.

Un centimètre-carré (cm^2) est l'aire d'un carré de 1 cm de côté.

Un décimètre-carré (dm^2) est l'aire d'un carré de 1 dm de côté.

- 1) Dessiner, sur une feuille de papier millimétré, trois carrés dont les aires respectives sont 1 mm^2 , 1 cm^2 et 1 dm^2 .
- 2) Dessiner, sur cette feuille, un rectangle de 10 cm de long et 2 cm de large. Combien contient-il de cm^2 ? de mm^2 ? de dm^2 ?
- 3) Dessiner, sur cette feuille, un carré de côté 8 mm. Combien contient-il de mm^2 ? de cm^2 ? de dm^2 ?

- 4) Dessiner, sur cette feuille, un rectangle de 10 cm de long et 12 cm de large. Combien contient-il de cm^2 ? de mm^2 ? de dm^2 ?
- 5) Dessiner, sur cette feuille, un rectangle de 5 cm de long et 8 mm de large. Combien contient-il de cm^2 ? de mm^2 ? de dm^2 ?
- 6) Dessiner, sur une feuille de papier millimétré, au moins 6 rectangles dont l'aire est égale à 12 cm^2 . Indiquer leurs dimensions en cm et en mm.
- 7) Comment peut-on trouver :
 - Le nombre de cm^2 contenus dans un rectangle ?
 - Le nombre de mm^2 contenus dans un rectangle ?
 - Le nombre de dm^2 contenus dans un rectangle ?
 Répondre à ces questions par des phrases.

Commentaires sur l'activité 3

Durée : environ une heure. La fin peut être donnée à la maison

Objectif : L $\rightarrow$ Gé Gé $\rightarrow$ L N $\rightarrow$ Gé Gé $\rightarrow$ N

Visualiser les unités d'aire perceptibles à l'œil.

Comprendre leur définition et les liens entre ces unités (conversions).

Calculer l'aire d'un rectangle en comptant le nombre d'unités d'aire.

Dans cette activité, il faut inviter les élèves à constamment vérifier leurs réponses à l'aide du papier millimétré et des aires de référence. Beaucoup d'erreurs sont manifestes et peuvent être facilement détectées. Le principe de conversion des longueurs est fortement ancré et revient à la moindre occasion. On peut inciter les élèves à choisir l'unité de longueur qui semble la mieux adaptée à la figure étudiée, puis à convertir les longueurs et les aires de façon indépendante.

Cette activité est très riche, au delà de l'objectif immédiat du travail sur les unités d'aire. Elle permet de travailler encore une fois la signification des nombres décimaux ainsi que leur produit.

ACTIVITE 4 Avec des sommets de quadrillage

Figure 1

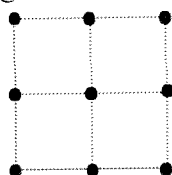


Figure 2 : interdit !

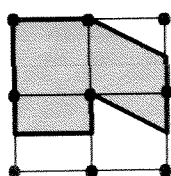


Figure 3 : correct !

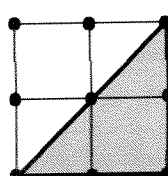
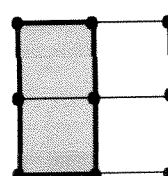


Figure 4: correct!



Dessiner à l'aide de papier quadrillé, 9 points répartis sur un carré de côté 2 cm comme l'indique la figure 1.

A l'aide des points marqués uniquement, dessiner autant de polygones possibles, de formes différentes, ayant pour aire 2 cm^2

(Il en existe d'autres que des rectangles...).

L'aire de la figure 2 est bien de 2 cm^2 , mais les sommets de la figure ne sont pas tous sur des points marqués.

Les figures 3 et 4 sont correctes : leur aire est bien de 2 cm^2 , et les sommets des figures sont tous sur les points marqués.

Même question en marquant 16 points sur un carré de côté 3 cm !

Commentaires sur l'activité 4

Durée : ajustable de 15 min à 45 min

Objectif :

Calculer des aires par addition et soustraction d'aires simples.

Utiliser son imagination pour tracer des figures variées.

Cette activité est très motivante pour les élèves. Le professeur sera amené à débloquent certains élèves qui s'enferment dans les polygones classiques. La notion d'aire suppose tout de même qu'un intérieur soit défini, ce qui demande d'exclure les situations de croisements de côtés.

ACTIVITE 5 A périmètre constant

Sur du papier quadrillé, construire quatre rectangles différents dont le périmètre mesure 16 cm, et dont les aires sont toutes différentes.

Essayer d'obtenir un rectangle dont le périmètre mesure 16 cm et dont l'aire est la plus grande possible.

ACTIVITE 6 A aire constante

Sur du papier quadrillé, construire quatre rectangles différents dont l'aire mesure 12 cm^2 , et dont les périmètres sont différents.

Essayer d'obtenir un rectangle dont l'aire mesure 12 cm^2 et dont le périmètre est le plus grand possible.

Commentaires sur les activités 5 et 6

Durée : environ 30 min pour la première, un peu moins pour la seconde quand les élèves ont compris comment procéder. Les deux activités devraient être traitées sur deux séquences différentes, avec une recherche éventuelle à la maison.

Objectif :

Ces deux activités sont incontournables pour bien faire saisir l'indépendance de l'aire et du périmètre d'une figure.

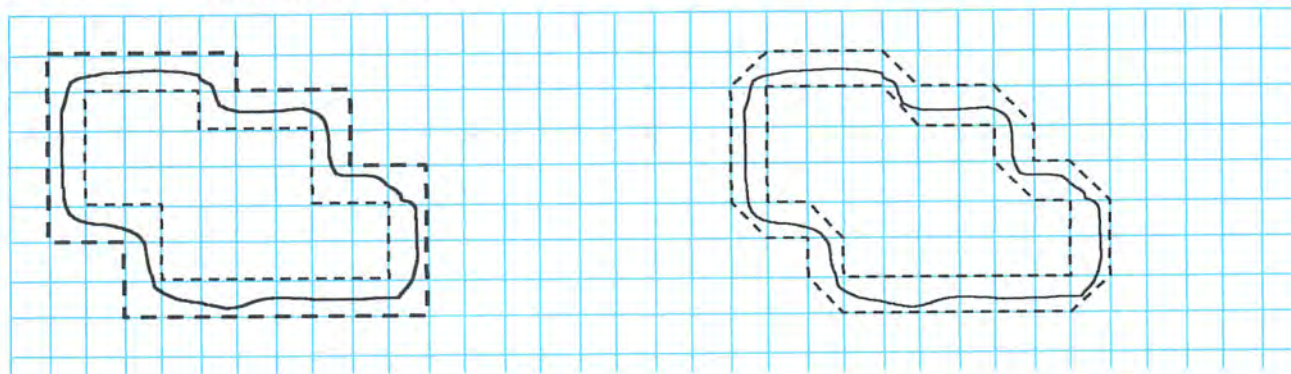
L'aire des rectangles peut être trouvée directement à l'aide du quadrillage, et permet de repérer directement les erreurs faites.

Les élèves sont souvent bloqués par le choix limitatif de nombres entiers pour les côtés des rectangles.

C'est l'occasion pour le professeur de faire toucher aux élèves du doigt des notions mathématiques importantes qu'ils rencontreront ultérieurement :

- A périmètre constant, l'aire peut devenir très petite, et sa valeur peut se rapprocher de zéro autant que l'on veut. Certains élèves proposent même une ligne droite comme solution. Loin de dénigrer cette idée, on peut rebondir dessus. Cette idée est très intéressante, surtout qu'elle est souvent assortie d'une erreur : ils proposent une ligne de longueur 16 cm, alors que 8 cm serait plus nécessaire pour assurer la continuité.
- A aire constante, le périmètre peut être rendu aussi grand que l'on veut, même si l'on ne peut plus qu'imaginer le rectangle correspondant. La notion d'infini pointe le bout de son nez !

ACTIVITE 7 Encadrer des aires



Il n'est parfois pas possible de calculer l'aire de certaines figures.

Mais on peut calculer une valeur approchée de leur aire en les comparant à des aires de figures connues.

Sur les figures ci-dessus, on aimerait trouver une valeur approchée de l'aire de la surface limitée par le trait continu.

- 1) Sur la figure de gauche :
 On a dessiné en pointillés un polygone dont l'aire est supérieure à celle de la surface.
 On a dessiné en pointillés un polygone dont l'aire est inférieure à celle de la surface.
 Sachant que le côté d'un carreau mesure 0,5 cm, donner un encadrement de l'aire de la surface étudiée.
- 2) Même question avec la figure de droite.

Commentaires sur l'activité 7

Durée : plus de 30 min

Objectif :

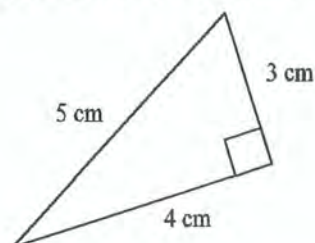
Montrer comment on peut approcher la mesure d'une aire, en utilisant la notion d'encadrement.

On pourra observer que l'on ne peut pas obtenir un encadrement du périmètre par cette méthode (il suffit de donner beaucoup « d'ondulations » à la courbe délimitant la figure).

Cet exercice peut être repris ultérieurement pour encadrer l'aire du cercle (en 5^{ème}).

TROUVER L'ERREUR

1. VRAI ou FAUX ? Justifier !



Le périmètre de ce triangle est-il égal à :

$$5 + 4 + 3 = 12 \text{ cm ?}$$

L'aire de ce triangle est-elle égale à :

$$(5 \times 4) \div 2 = 10 \text{ cm}^2 ?$$

2. VRAI ou FAUX ? Justifier si possible !

- 1) Deux figures qui ont le même périmètre ont-elle la même aire ?
- 2) Si une figure 1 a un périmètre inférieur à celui d'une autre figure 2, alors l'aire de la figure 1 est-elle aussi inférieure à celle de la figure 2 ?
- 3) L'aire d'un triangle rectangle s'obtient-elle par la multiplication de deux côtés

exercice 1 Gé $\leftrightarrow$ N

Le choix des côtés d'un triangle peut poser un problème.

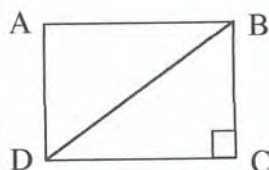
exercice 2

A faire après avoir résolu un certain nombre d'exercices, comme étant une synthèse.

entre eux suivie de la division de son résultat par 2 ?

4) Le nombre π est-il égal à 3,14 ?

5)



ABCD est un rectangle

L'aire du triangle BCD est-elle égale à la moitié de l'aire du rectangle ABCD ?

6) Le périmètre du triangle BCD est-il égal à la moitié du périmètre du rectangle ABCD ?

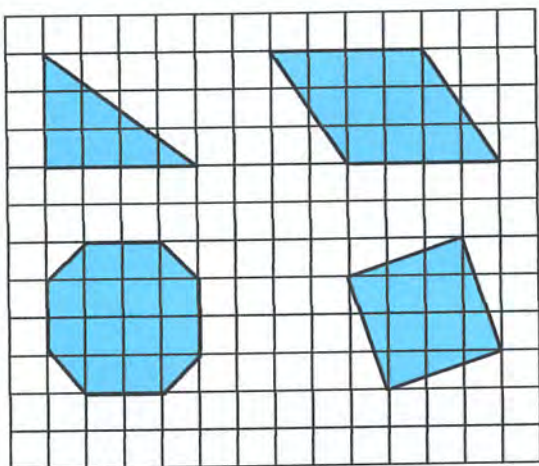
7) Le nombre π est-il égal à 3,141 592 654 ?

AIRES ET PERIMETRES

exercices 3 à 10 **Gé** → **N Gé** → **L**

Pour ces exercices, il faut rappeler que l'on choisit une unité d'aire (le carreau) et que l'on compte le nombre d'unités d'aire contenu dans la figure. On peut aussi être amené à choisir une unité de longueur, qui est le côté de carreau. On constatera une confusion entre le carreau comme unité d'aire et le carreau comme unité de longueur.

3. Calcul d'aire

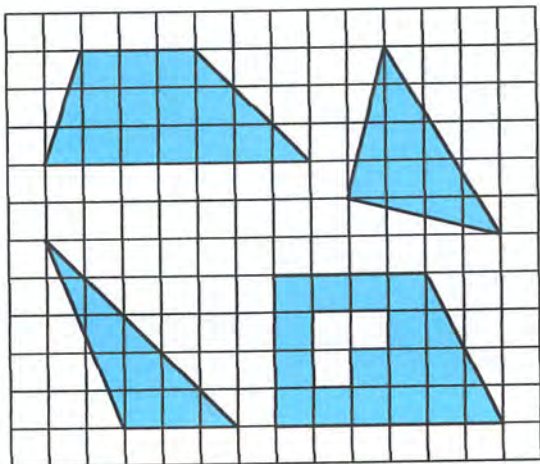


Donner la mesure de l'aire de chacune des surfaces ci-dessus en prenant le carreau comme unité d'aire.

exercice 3

C'est la suite de l'activité 2.

4. Calcul d'aire

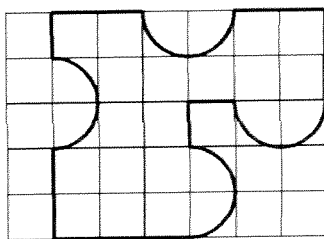


exercice 4

C'est la suite de l'activité 2.

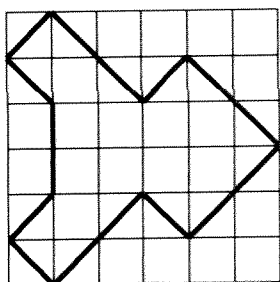
Donner la mesure de l'aire de chacune des surfaces ci-dessus en prenant le carreau comme unité d'aire.

5. *Figure en réduction*



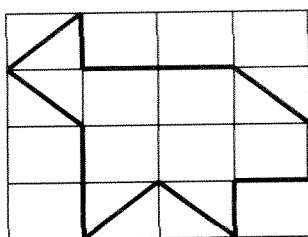
Le quadrillage ci-dessus est formé en réalité de carrés de côtés 3 cm.
Calculer en cm^2 l'aire déterminée par la figure.
Calculer une valeur approchée de son périmètre à 1 mm près.

6. *Figure en réduction*



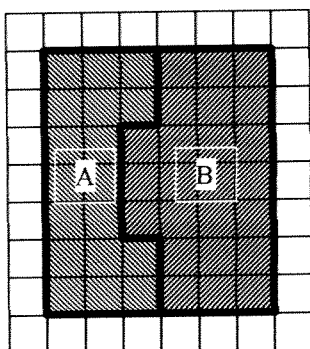
Le quadrillage ci-dessus est formé en réalité de carrés de côté 1,5 cm. Calculer en cm^2 l'aire déterminée par cette figure.

7. *Figure en réduction*



Le quadrillage est formé de rectangles dont les côtés mesurent 3 cm et 4 cm. On peut prouver, et nous admettons, que les diagonales d'un tel rectangle mesurent exactement 5 cm.
Calculer le périmètre de la figure, puis l'aire qu'elle détermine.

8. *Evaluation 6^{ème}*



Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-contre.

- 1) Indiquer la bonne réponse parmi les trois ci-dessous :
 - l'aire de la parcelle A est la plus grande.
 - les deux parcelles ont la même aire.
 - l'aire de la parcelle B est la plus grande.
- 2) Indiquer la bonne réponse parmi les trois ci-dessous :

exercice 5

Le calcul d'aire est facile par découpage et recollage des demi cercles.

Beaucoup d'élèves vont calculer le périmètre de cette figure de la même façon.

La longueur du cercle est un obstacle important pour la réussite de cet exercice, car sa formule reste fort mystérieuse.

exercice 6

L'aire du carré unité n'est souvent pas vue en première lecture par les élèves. Bien sûr, il est plus simple de procéder en deux étapes en prenant d'abord comme unité d'aire le carreau, puis de calculer l'aire de la figure en cm^2 .

Le regroupement des demi carrés n'est pas évident.

exercice 7

Rares sont les occasions que l'on a de calculer le périmètre et l'aire d'une figure polygonale !

Cet exercice est très intéressant pour la calcul du périmètre, et peut aider à la réussite de l'exercice 5 avec des demi-cercles.

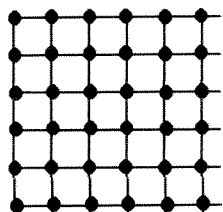
exercice 8

Distinction aire périmètre.

Ne pas oublier le choix des unités de longueur et d'aire.

- le périmètre de la parcelle A est la plus grande.
- les deux parcelles ont le même périmètre.
- le périmètre de la parcelle B est la plus grande.

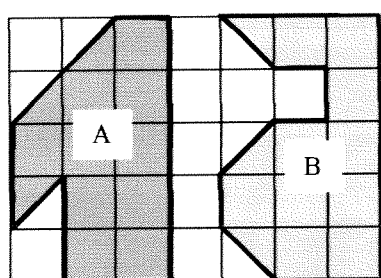
9. Avec un quadrillage



Dans cet exercice, on se limitera à tracer des figures qui restent dans un carré de côté 5 unités de longueur.

Un prenant comme unité de longueur le côté d'un carreau, dessiner autant de polygones que possibles ayant comme périmètre 12 unités de longueur, et écrire leur aire à côté en prenant le carreau comme unité d'aire.

10. Avec des carreaux



Le quadrillage est formé de carrés tous identiques.
Comparer le périmètre de la figure A à celui de la figure B.
Comparer l'aire de la figure A à celle de la figure B.

exercice 9

A rapprocher de l'activité 5, mais la forme de la figure est plus libre. La notion de périmètre est mieux travaillée ici. Exclure les situations où les côtés des polygones se croisent (voir remarque de l'activité 4).

exercice 10

Une difficulté supplémentaire apparaît : l'existence d'une longueur supplémentaire qui est la longueur de la diagonale du carré.

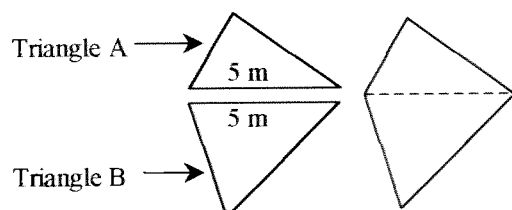
on trouve :

figure A : 12 côtés et 3 diagonales.

figure B : 15 côtés et 3 diagonales.

la comparaison ne pose pas de problème !

11. Evaluation 6^{ème}



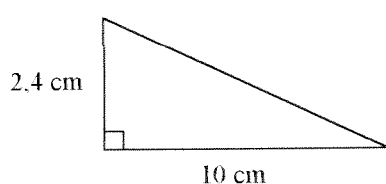
Le périmètre du triangle A est 12 m
Le périmètre du triangle B est 17 m.
La figure F est formée à l'aide des deux triangles, comme indiqué sur le dessin.
Quel est le périmètre de la figure F ?

exercice 11

Les périmètres ne s'additionnent pas !
A mettre en relation avec les exercices 5 et 26.

12.

Reproduire ce triangle en vraie grandeur puis calculer son aire en cm^2 , puis en dm^2 .



exercice 12 Gé → N

La figure étant tracée, éventuellement sur un papier quadrillé ou millimétré, le calcul de l'aire peut être vérifié en comptant les carreaux.

13.

Tracer un rectangle de côté 5 cm et 4,2 cm, puis calculer le nombre de cm^2 et le nombre de mm^2 contenus dans ce rectangle.

14.

Le périmètre d'un rectangle mesure 15 cm, sa largeur 2 cm. Dessiner ce rectangle en vraie grandeur, puis calculer son aire.

15.

L'aire d'un rectangle mesure 14,4 cm^2 , sa largeur 6 cm. Dessiner ce rectangle en vraie grandeur, puis calculer son périmètre.

16.

Le périmètre d'un carré mesure 18,8 cm. Dessiner ce carré, en vraie grandeur, puis calculer son aire.

17.

Deux rectangles ont la même aire qui est de 28 cm^2 .

La largeur du premier rectangle est de 4 cm et celle du deuxième est de 5 cm.

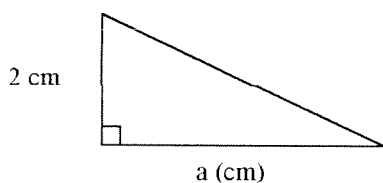
Calculer les périmètres de chacun de ces deux rectangles.

18.

Un rectangle et un carré ont chacun 30 cm de périmètre. La longueur du rectangle mesure 9 cm. Calculer l'aire de chacun de ces deux quadrilatères.

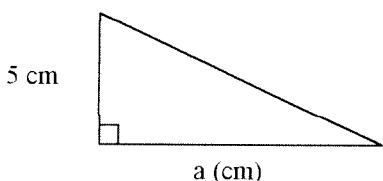
19.

L'aire de ce triangle rectangle est 6 cm^2 . Calculer la longueur a.



20.

L'aire de ce triangle rectangle est 9 cm^2 . Calculer la longueur a.



21.

L'aire d'un carré est 36 cm^2 . Calculer le périmètre de ce carré.

22.

L'aire d'un carré est 38,44 cm^2 . Trouver le côté de ce carré.

23.

L'aire d'un triangle rectangle isocèle est 24,5 cm^2 . Trouver la longueur d'un côté de l'angle droit de ce triangle.

exercice 13 L → Gé → N

même remarque que pour l'exercice 12.

exercice 14 à 18 L → Gé → N

Calcul d'une dimension d'un carré ou d'un rectangle connaissant le périmètre. Le tracé de la figure est imposé, ce qui permet d'avoir un support visuel pour la résolution du problème. Le changement de registre qui consiste à tracer un schéma du problème n'est pas fait naturellement par les élèves, c'est pourquoi il est imposé ici.

exercices 19 et 20 Gé → N

Trouver la longueur d'un côté de l'angle droit dans un triangle rectangle.

On peut imaginer le rectangle correspondant qui permet de contourner le problème de la division ou multiplication par 2.

exercice 21 à 23 L → N

Ces exercices sont la continuation des exercices 14 à 18. Le passage par le registre du schéma n'est pas proposé, mais il est fortement souhaitable. Le professeur devrait insister sur ce point lors de la correction.

24.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui concerne cinq rectangles (écrire les calculs qui ont été faits) :

Longueur	3 m	4,2 m			
Largeur	2,5 m		3 cm		
Périmètre		12 m		24 m	44m
Aire			14,7 cm ²	35 m ²	72 m ²

25.

Compléter le tableau ci-dessous en prenant 3,14 pour valeur approchée de π :

Rayon du cercle en cm	12			50		
Diamètre du cercle en cm		25				30
Périmètre du cercle en cm (valeur approchée)			628		1256	

exercice 24 **T** → **N** → **T**

Les données sont présentées dans un tableau simple. Cet exercice complète les exercices précédents

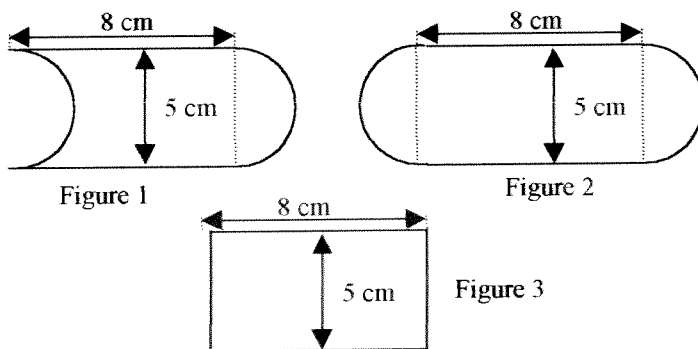
Les dernières colonnes se cherchent par essais-erreurs. Ce sont des nombres entiers

exercice 25 **T** → **N** → **T**

Les données sont présentées dans un tableau simple. L'exercice vise à s'approprier la formule donnant le périmètre du cercle, en faisant également intervenir le rayon et le diamètre.

26.

- 1) Sans faire de calculs, comparer les aires déterminées par chacune des figures ci-dessous.
- 2) Sans faire de calculs, comparer les périmètres de chacune des figures ci-dessous.
- 3) Calculer le périmètre et l'aire pour chacune des figures ci-dessous :

exercice 26 **Gé** → **N**

Exercice semblable à l'exercice 5, les données étant directement accessibles et la figure plus simple !

Les questions préliminaires devraient aider à ne pas faire les erreurs concernant les périmètres.

27.

L'équateur est un cercle imaginaire entourant la terre. Son rayon approximatif est 6 400 km. Quelle est la longueur approximative de l'équateur ?

28.

En un an, la terre décrit approximativement un cercle autour du soleil. Le rayon de ce cercle mesure environ 150 millions de km. Quelle distance la terre parcourt-elle chaque année ?

29.

La planète Vénus tourne autour du soleil en décrivant une orbite presque circulaire de rayon environ 108 millions de km.

- 1) Quelle est la longueur de son orbite ?
- 2) Cette orbite est parcourue en 225 jours à peu près. Combien Vénus parcourt-elle de km en un jour ? En une heure ?

30.

On veut entourer une pelouse ronde de rayon 1 m par une petite bordure de grillage.

- 1) Quelle longueur de grillage faut-il prévoir ?
- 2) Le grillage est vendu par rouleaux de 5 m. Combien de rouleaux faut-il acheter ?

exercices 27 à 33

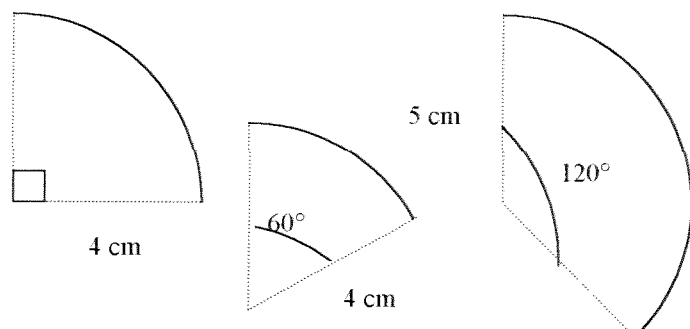
calculs de longueurs de cercle ou d'arc de cercle.

31.

Je dois coudre au bord d'une nappe ronde de 1,5 m de diamètre un galon. Quelle longueur de galon me faut-il ? Ce galon est vendu au mètre. Combien de mètres dois-je prévoir ?

32.

Dessiner les arcs de cercle ci-dessous en vraie grandeur, puis calculer leurs longueurs :

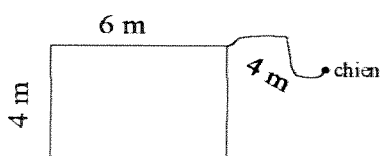


33. *D'après IREM de Grenoble*

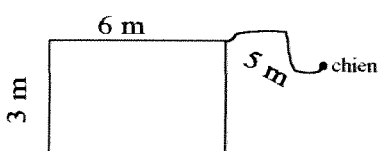
Un chien (symbolisé par le point) est attaché à une laisse. Il ne peut pas rentrer dans la cabane représentée par le rectangle.

Dessiner et hachurer à l'échelle 1/100 la zone dans laquelle il peut se promener dans chacun des trois cas suivants :

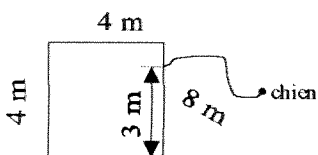
1)



2)



3) La distance entre le point d'attache de la laisse et le coin de la cabane est 3 m.



exercice 33

Cet exercice se place dans le cadre graphique. Il permet de travailler la notion d'arc de cercle, de cercle tracé comme ensemble des points à égale distance du centre, le tracé du cercle à l'aide d'une corde, la notion de contour d'une surface.

Il est utile de prévoir des ficelles et des boîtes pour que les élèves puissent visualiser ce qui se passe.

CONVERSIONS

34.

Compléter :

$$150 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$$

$$0,015 \text{ hm}^2 = \dots \text{ m}^2$$

$$3,4 \text{ ha} = \dots \text{ a}$$

$$15\,200 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$$

exercice 34 à 41 **N → T → N**

Exercices techniques de conversion. On peut efficacement passer par le registre des tableaux (tableau de conversion) pour traiter ces exercices.

35.
Exprimer en m^2 :

15000 cm^2	0,005 dam^2	0,15 ha
1,54 dm^2	5342 mm^2	0,000056 km^2

36.
Convertir en m^2 :

1230 $cm^2 =$	2 $dam^2 =$	300000 $mm^2 =$
540 $dm^2 =$	1,5 $dam^2 =$	5 $hm^2 =$
0,32 $hm^2 =$	0,041 $dam^2 =$	0,5 $km^2 =$

37.
Convertir en ares (a) :

5 ha =	610000 $m^2 =$	65 $dam^2 =$
3,7 ha =	0,45 $hm^2 =$	6,4 $km^2 =$
400 $m^2 =$	5000 $dm^2 =$	621 $hm^2 =$

38.
Calculer :

3 $m^2 + 45 dm^2 + 0,041 dam^2 = \dots m^2$
0,7 a + 1,7 $dam^2 + 625 m^2 = \dots dam^2$
60 $cm^2 - 140 mm^2 = \dots cm^2$
7 $m^2 - 210 dm^2 = \dots dm^2$
2,9 a + 0,05 ha = ... a
5100 $cm^2 - 20,3 dm^2 = \dots dm^2$

39.
Comparer :

5 m^2 et 499 dm^2	3500 a et 0,34 km^2	9,54 m^2 et 953000 cm^2
0,054 cm^2 et 5,51 mm^2	71 ha et 69000 a	8,7 m^2 et 0,09 a

40.
Classer ces aires dans l'ordre croissant :

52 m^2 4,9 dam^2 5190 dm^2 490,2 m^2 4,899 a

41.
Classer ces aires dans l'ordre décroissant :

9,4 cm^2 0,000932 m^2 939 mm^2 0,0941 dm^2 9,389 cm^2

PROBLEMES

42. Une terrasse a la forme d'un rectangle de 6 m de long sur 4,40 m de large. On veut la recouvrir de dalles en pierre. Ces dalles sont des carrés de 40 cm de côté, elles sont vendues 7 € pièce. Calculer le montant de la dépense. 43. Les volets d'une maison ont la forme de rectangle de 1,38 m de long et 60 cm de large. Ils sont en bois. On veut les traiter avec de la lasure. Sachant que cette maison comporte 4 fenêtres ayant chacune deux volets de cette dimension et qu'avec un litre de ce produit, on peut recouvrir, en moyenne, 10 m^2, calculer la quantité de lasure nécessaire pour les enduire d'une couche.	exercice 42 Pavage d'une surface à l'aide de dalles. exercice 43 Aire de rectangle, quantité de peinture pour recouvrir une surface.
--	--

44.

On veut repeindre les quatre murs d'une cuisine de 3,50 m de long, 3 m de large et 2,80 m de haut.

- Calculer l'aire de la surface à peindre.
- Le pouvoir couvrant de la peinture choisie est de 75 m² pour 10 L. Calculer la quantité de peinture nécessaire pour une couche.

45.

- Tracer un rectangle ABCD dont les dimensions sont $AB = 4,6$ cm et $AD = 3,4$ cm. Marquer sur le côté [AD] le point F tel que $AF = 2,5$ cm et sur le côté [CD] le point E tel que $CE = 2,2$ cm.

- Calculer l'aire du triangle FBE.

46.

Lorsqu'on découpe une bande de 2 cm de large le long de la longueur d'un certain rectangle, son aire diminue de 47,8 cm². Lorsqu'on découpe ensuite une bande de 3 cm de large le long de la largeur du nouveau rectangle, alors son aire diminue de 27,3 cm². Calculer les dimensions du rectangle initial.

47.

Un carré RSTU a le côté qui mesure 9 cm. On veut placer un point M sur [ST] et un point N sur [TU] tels que les segments [RM] et [RN] partagent la surface du carré en trois parties d'aires égales. Calculer SM et UN.

48.

Un champ de forme rectangulaire a une longueur de 213 m de long et une aire de 298,2 a. On l'entoure d'une clôture qui coûte 4 € le mètre. Calculer le montant de la dépense.

49.

Au centre d'un terrain carré, on a construit une maison carrée. La distance entre la construction et la limite de la propriété est de 5 m. On sait que l'espace qui n'est pas occupé par la maison est de 232 m². Calculer l'aire de la propriété.

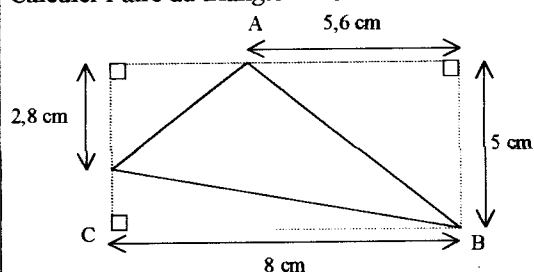
50.

On veut carrelé une cuisine de 4,5 m de long et 3,6 m de large avec des carreaux de 30 cm de côté. Sur le pourtour on met une rangée de carreaux gris et au milieu on place des carreaux de couleur.

- Combien faudra-t-il de carreaux de chaque sorte ?
- Calculer la dépense, si la pose coûte 21 € le mètre-carré, les carreaux gris 2€ pièce et les carreaux de couleur 4 € pièce.

51.

Calculer l'aire du triangle ABC ci-dessous :



exercice 44

Aire de rectangle, quantité de peinture pour recouvrir une surface.

exercice 45

Aire d'un triangle inscrit dans un rectangle.

exercice 46

Calcul de la longueur d'un côté d'un rectangle connaissant l'aire et un côté.

exercice 47

Partage d'un carré en parties de même aire.

exercice 48

Calcul de la longueur d'un côté d'un rectangle, périmètre et prix d'une clôture.

exercice 49

Calcul d'aire.

exercice 50

Pavage du sol d'une cuisine par des carreaux et coût de la dépense.

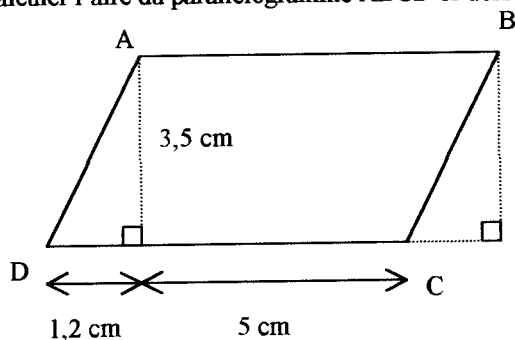
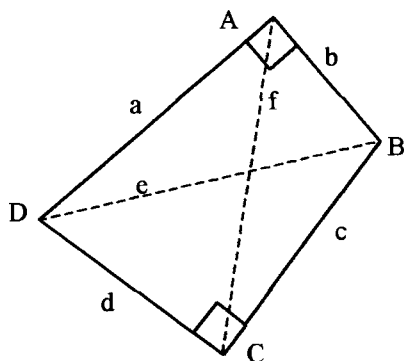
exercice 51

Aire d'un triangle par soustraction d'aires.

Cet exercice est à rapprocher de ceux utilisant un quadrillage.

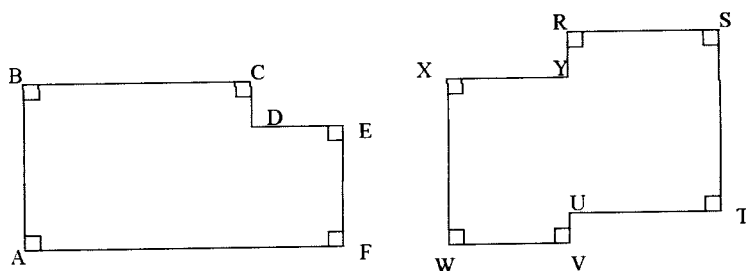
52.

Calculer l'aire du parallélogramme ABCD ci-dessous :

53. *Calcul littéral d'aire*

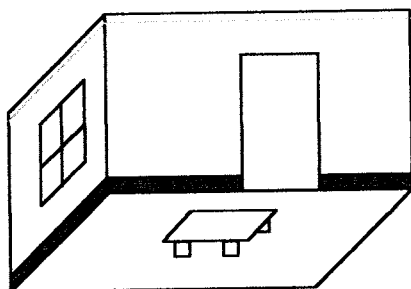
Sur la figure ci-dessus, les lettres a, b, c, d, e, f, désignent les longueurs des côtés et des diagonales du quadrilatère ABCD.

Quelles sont les longueurs à connaître pour calculer son aire ? Ecrire la formule qui permet de la calculer.

54. *Comparaisons d'aires et de périmètres*

Les deux terrains ABCDEF et RSTUVWX sont deux terrains clôturés. On sait que $AB = 10$ m, $AF = 9$ m, $CD = 2$ m, $DE = 3$ m, $XY = WV = 4$ m, $RS = UT = 5$ m, $XW = 10$ m, $UV = 2$ m et $RY = 3$ m.

- Quel est le terrain dont la clôture est la plus courte ?
- Quel est le terrain dont l'aire est la plus petite ?

55. *La décoration d'une chambre*

on a représenté l'intérieur de la chambre par « transparence » : le sol avec une table, le mur de gauche avec une fenêtre et le mur du fond avec une porte ; les autres murs n'ont pas d'ouverture.

exercice 52

Aire d'un parallélogramme, obtenue soit par découpage et reconfiguration, soit par soustraction d'aire du rectangle construit autour du parallélogramme, soit par somme de l'aire du rectangle intérieur et de celles de deux triangles rectangles.

Cet exercice est à rapprocher de ceux utilisant un quadrillage.

exercice 53

Utilisation d'une lettre pour désigner une longueur.

Reconnaissance des données pertinentes pour calculer une aire de triangles rectangles.

Eventuellement, calcul approché à l'aide de mesures.

exercice 54

Calculs d'aires et de périmètres de figures se ramenant à des rectangles.

exercice 55

Aires et périmètres dans le cadre de la rénovation d'une pièce d'habitation.

M.MULLER veut entièrement refaire sa chambre, qui est une pièce rectangulaire comportant une porte et une fenêtre. Il prend les mesures suivantes :

longueur de la pièce : 5 m.

largeur de la pièce : 3 m.

hauteur de la pièce : 2,5 m.

dimensions de la porte : 2 m et 1 m.

dimensions de la fenêtre : carré de 0,9 m de côté.

Il envisage de tapisser les murs, de peindre le plafond, de fixer des baguettes vertes en haut du mur sur tout le tour de la pièce, d'acheter des plinthes bleues de hauteur 10cm, de peindre sa porte et de vernir ses plinthes.

Indiquer ce qu'il calcule lorsqu'il effectue les opérations suivantes, et quels nombres sont utiles pour son travail (tapisserie, peinture,...) :

$$A = 3 \times 5 \quad B = 2,5 \times 5 \quad C = 2,5 \times 3$$

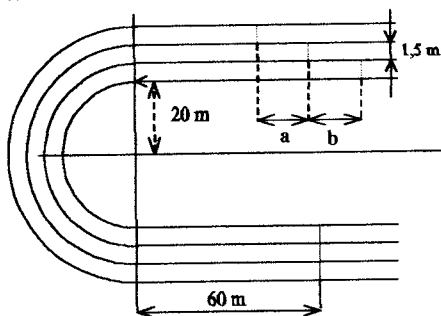
$$D = (B + C) \times 2 \quad E = 2 \times 1$$

$$F = 0,9 \times 0,9 \quad G = D - (E + F)$$

$$H = 3 \times 2 + 5 \times 2 \quad J = H - 1$$

$$K = J \times 0,1$$

56. Le stade



On a schématisé un stade qui permet à des athlètes de pratiquer le 200 m.

Les traits bleus représentent les points de départ des coureurs.

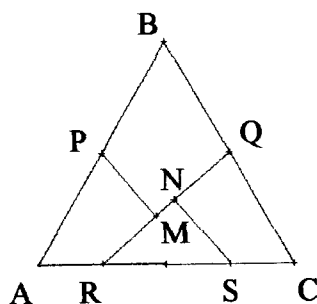
La ligne rouge représente l'arrivée de la course.

Expliquer pourquoi les lignes de départ sont décalées, et calculer une valeur approchée des nombres a et b à 1 cm près.

57.

- 1) Quel est le côté d'un carré dont l'aire est 100 cm^2 ?
- 2) Quel est le côté d'un carré dont l'aire est 49 m^2 ?
- 3) Quel est le côté d'un carré dont l'aire est 121 dm^2 ?
- 4) A la question « trouver le côté d'un carré dont l'aire est 60 cm^2 », Jean a répondu 7,7 cm et Pierre a répondu 7,8 cm.
 - a) Qui a raison, et pourquoi ?
 - b) Proposer une autre réponse.

58. Un puzzle



Construire un triangle équilatéral ABC, et divisez le en quatre morceaux tels que :

$$AC = 8 \text{ cm} \quad AP = BP \quad CQ = BQ$$

$$AR = \frac{1}{4} \times AC \quad CS = \frac{1}{4} \times CA$$

Les droites (PM) et (SN) sont perpendiculaires à la droite (RQ).

Couper les quatre pièces, et les assembler pour former un carré.

exercice 56

Calcul de longueur d'arc de cercle, explication du décalage existant lors du départ des courses d'athlétisme.

exercice 57

Calcul de la longueur du côté d'un carré connaissant son aire.

Il est évidemment hors de question de parler de la racine carrée d'un nombre à ce propos.

La méthode par essai-erreur est évidemment employée.

Attention aux problèmes d'unité !

La question 4 restera ouverte puisque $\sqrt{60}$ est un irrationnel. On pourra trouver une approximation décimale de la longueur du côté, en indiquant bien qu'on n'a pas trouvé la réponse. Les élèves peuvent également comprendre que le nombre cherché n'est pas décimal en raisonnant sur le dernier chiffre. S'il finissait par 1, son produit par lui-même finirait par 1, s'il finissait par 2 ...

exercice 58

Construire une figure d'après un schéma et des données numériques.

Les fractions de longueur peuvent être réinvesties.

Puzzle pour former un carré.

CHAPITRE 11 : FIGURES SYMETRIQUES

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

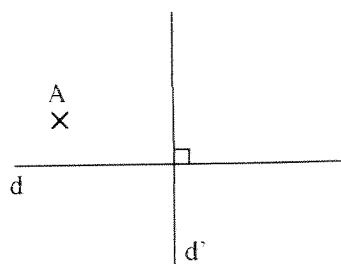
- Savoir reconnaître si une figure possède ou non un ou plusieurs axes de symétries.
- Connaître et nommer les axes de symétrie des figures usuelles (médiatrice d'un segment, diagonale).
- Connaître et utiliser la propriété des angles à la base d'un triangle isocèle.
- Connaître et utiliser les propriétés des diagonales du rectangle, du losange et du carré.
- Caractériser la bissectrice d'un angle comme l'axe de symétrie de cet angle.
- Savoir construire la bissectrice d'un angle à la règle et au compas.
- Utiliser les propriétés de la symétrie axiale et de la médiatrice.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS :

- Axes de symétrie d'un segment.
- Reconnaître un triangle isocèle à partir de ses angles.
- Reconnaître un triangle équilatéral à partir de ses angles.
- Reconnaître un rectangle, un losange, un carré à partir de leurs diagonales.

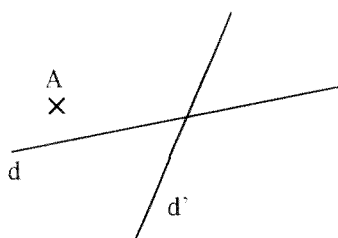
ACTIVITE 1 Symétriques de points

PARTIE A



- 1) Reproduire la figure ci-dessus. Les droites d et d' sont perpendiculaires.
- 2) Construire le point B, symétrique du point A par rapport à la droite d .
- 3) Construire le point C, symétrique du point B par rapport à la droite d' .
- 4) Construire le point D, symétrique du point C par rapport à la droite d . Que constate-t-on ?

PARTIE B



- 1) Reproduire la figure ci-dessus. Les droites d et d' ne sont pas perpendiculaires.
- 2) Construire le point B, symétrique du point A par rapport à la droite d .
- 3) Construire le point C, symétrique du point B par rapport à la droite d' .
- 4) Construire le point D, symétrique du point C par rapport à la droite d . Que constate-t-on ?

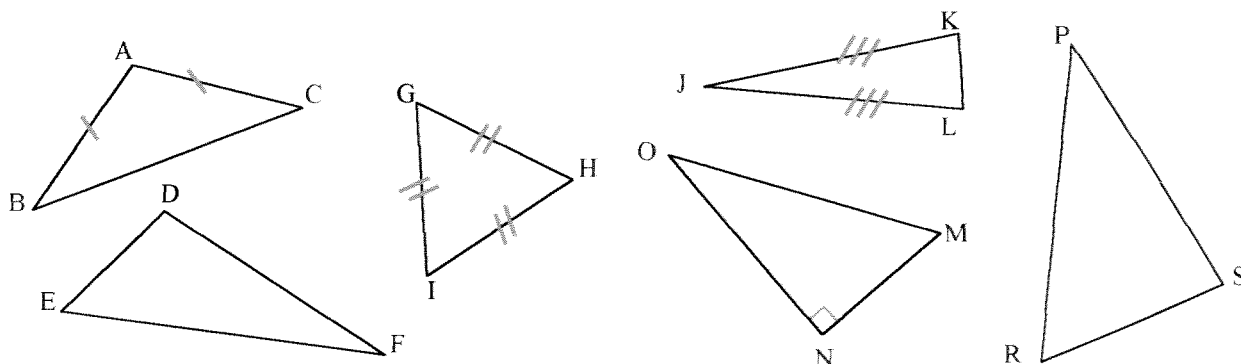
Commentaires sur l'activité 1

Durée : 30 min environ

Objectifs :

Il s'agit, dans la partie A, de construire un rectangle à l'aide de ses axes de symétrie. Dans la partie B, on montre l'importance de l'orthogonalité des droites D et D' .

ACTIVITE 2 Triangles et axes de symétrie



Certains des triangles ci-dessus ont une particularité :

on peut tracer une droite telle que le symétrique du triangle concerné se superpose parfaitement au triangle de départ.

Une telle droite est appelée un **axe de symétrie** du triangle.

parmi les triangles ci-dessus, quels sont ceux :

- 1) qui n'ont aucun axe de symétrie.
- 2) qui ont exactement un axe de symétrie.
- 3) qui ont exactement deux axes de symétrie.
- 4) qui ont exactement trois axes de symétrie.

Commentaires sur l'activité 2

Durée : 30 min environ

Objectif :

Apprendre à reconnaître les triangles qui ont ou non un ou plusieurs axes de symétrie. Pour cela, on peut de nouveau faire fonctionner les images mentales de pliage. L'élève pourra être amené à caractériser les triangles ayant un axe de symétrie à l'aide de ses côtés ou de ses angles. C'est également une occasion de retravailler les propriétés de la symétrie axiale et de la médiatrice d'un segment.

ACTIVITE 3 Quadrilatères et axes de symétrie

Dans cette activité, on demande de tracer des quadrilatères admettant certains axes de symétrie.

Dans la mesure du possible, on essaiera d'en tracer d'autres que des rectangles, losanges et carrés !

Répondre aux questions dans n'importe quel ordre.

- 1) Tracer deux quadrilatères qui n'ont aucun axe de symétrie.
- 2) Tracer un quadrilatère qui admet un seul axe de symétrie : une de ses diagonales
- 3) Tracer un quadrilatère qui admet un seul axe de symétrie qui n'est pas une de ses diagonales.
- 4) Tracer un quadrilatère qui admet un seul axe de symétrie : une droite qui n'est ni une diagonale, ni la droite qui passe par les milieux de deux côtés opposés.
- 5) Tracer un quadrilatère qui a exactement deux axes de symétrie : ses deux diagonales.
- 6) Tracer un quadrilatère qui a exactement deux axes de symétrie qui ne sont pas ses diagonales.
- 7) Tracer un quadrilatère qui a exactement trois axes de symétrie.

8) Tracer un quadrilatère qui a exactement quatre axes de symétrie.

Commentaires sur l'activité 3

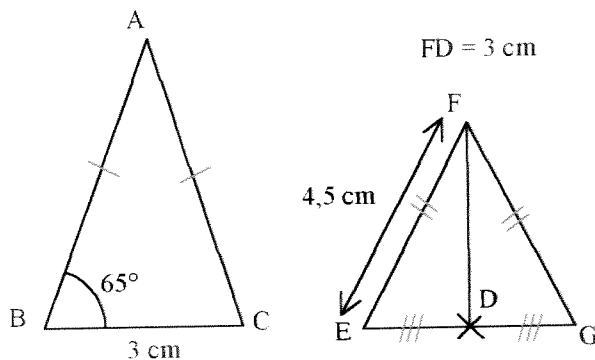
Durée : 30 min environ

Objectifs :

Apprendre à reconnaître les quadrilatères qui ont ou non un ou plusieurs axes de symétrie. Caractériser un quadrilatère ayant un axe de symétrie à l'aide de ses diagonales

TRIANGLES

1. Reproduction de figures



Reproduire en grandeur réelle les triangles dont on a dessiné les schémas ci-dessus.

2.

Tracer un triangle ABC isocèle en A tel que $AI = 4 \text{ cm}$ et $\widehat{BAI} = 20^\circ$, I étant le milieu du segment [BC].

3.

Tracer un triangle ABC isocèle en A tel que $AI = 4 \text{ cm}$ et $AB = 6 \text{ cm}$, I étant le milieu du segment [BC].

4.

Tracer un triangle EFG isocèle en F tel que $EG = 4 \text{ cm}$ et $\widehat{FGE} = 50^\circ$.

5.

Tracer un triangle EFG isocèle en F tel que $FG = 4 \text{ cm}$ et $\widehat{FGE} = 50^\circ$.

6.

Tracer un cercle C de centre O. Placer deux points A et B sur ce cercle. En utilisant uniquement la règle graduée, construire très précisément un point D tel que :

- le point D soit sur le cercle C
- le triangle ABD soit isocèle en D

7.

Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$ et $\widehat{ABC} = 40^\circ$. Construire le point E symétrique du point B par rapport à la droite (AC). Que peut-on dire des triangles BCE et BAE ? Justifier.

8.

Tracer un rectangle ABCD. Construire, à la règle non graduée et au compas, le point E du segment [AB] tel que le triangle AEC soit isocèle en E.

exercices 1 à 13

L'objectif est de construire un triangle isocèle en utilisant les propriétés liées à son axe de symétrie :

- Un triangle est isocèle s'il a deux angles égaux et réciproquement.
- L'axe de symétrie d'un triangle isocèle a trois propriétés : il passe par le sommet principal, le milieu de la base et il est perpendiculaire à cette base. Deux de ces propriétés suffisent pour caractériser cet axe).

exercices 2 à 10

On pourra commencer par un schéma à main levée.

exercice 4

Le triangle peut être construit sans utiliser les propriétés de la symétrie, ce qui n'est pas le cas pour celui de l'exercice 5.

exercice 6

Il donne l'occasion de revenir sur les propriétés de la médiatrice d'un segment.

9.

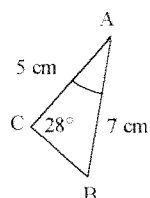
Tracer un triangle ayant un axe de symétrie, un côté de longueur 8 cm et un autre côté de longueur 6 cm. Combien y a-t-il de solutions ?

10.

Tracer un triangle ayant un axe de symétrie, un côté de longueur 6 cm et un angle de 40° . Combien y a-t-il de solutions ?

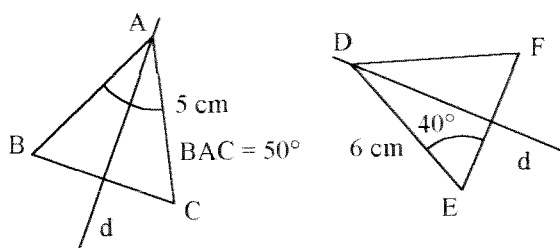
11.

Reproduire la figure ci-dessous, puis tracer le point D tel que la droite (AC) soit l'axe de symétrie du triangle ABD.



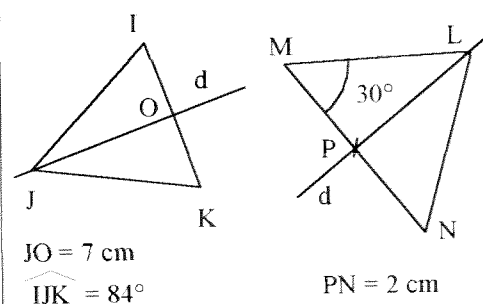
12.

Reproduire les triangles ci-dessous sachant que la droite d est un axe de symétrie de la figure.



13.

Reproduire les triangles ci-dessous sachant que la droite d est un axe de symétrie de la figure.



exercices 9 à 13

Ils travaillent plus particulièrement la notion d'axe de symétrie.

exercice 10

Le but de cet exercice est de voir qu'il faut construire le symétrique de B par rapport à la droite (AC).

LOSANGES

14.

Sur une feuille blanche, construire un losange ABCD tel que $AC = 4$ cm et $BD = 8,2$ cm. Calculer l'aire de ce losange.

15.

Construire un losange ABCD tel que $AC = 7$ cm et $\widehat{BAC} = 40^\circ$

16.

- 1) Tracer un triangle équilatéral ABC tel que $AB = 5$ cm.
- 2) Construire le losange ABCD.

exercices 14 à 18

Connaître et utiliser les propriétés des diagonales d'un losange dans des problèmes de construction. En début d'année, le losange était considéré comme deux triangles isocèles accolés.

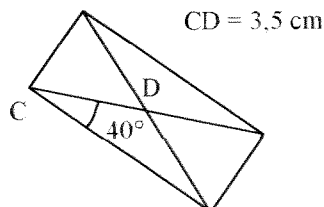
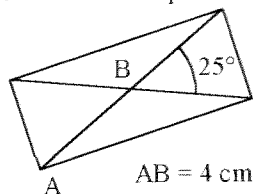
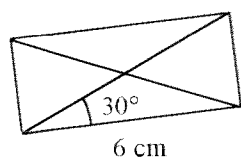
17. Construire un segment [AC] mesurant 8 cm, puis plusieurs losanges AB_1CD_1, AB_2CD_2, AB_3CD_3,.....ayant [AC] pour diagonale. Que remarque-t-on ? Expliquer. 18. Tracer un losange ABCD de centre O. Trouver des triangles particuliers ayant leurs sommets parmi A, B, C, D et O. Justifier.	exercice 17 C'est une occasion de faire le lien entre diagonale d'un losange et médiatrice.
---	--

RECTANGLES

19. 1) Tracer un segment [AC] mesurant 6 cm. 2) Construire le rectangle ABCD tel que $AB = 4$ cm, sans utiliser l'équerre. 3) Ecrire le programme de construction de ce rectangle. 20. Sur une feuille blanche, construire un rectangle ABCD tel que $AB = 5$ cm et $AC = 8$ cm, sans utiliser l'équerre. 21. a) Construire un triangle ABC isocèle en A tel que $BC = 7$ cm et $\widehat{ABC} = 70^\circ$. b) Construire le rectangle BCDE de centre A. 22. Construire un rectangle ABCD de centre O tel que $AB = 7$ cm et $\widehat{ABO} = 35^\circ$. 23. Construire un segment [AC] mesurant 8 cm, puis plusieurs rectangles AB_1CD_1, AB_2CD_2, AB_3CD_3,.....ayant [AC] pour diagonale. Que remarque-t-on ? Expliquer. 24. Tracer un cercle C de centre O, placer deux points A et B sur ce cercle. Construire un rectangle ABCD en utilisant la règle non graduée seule. 25. Tracer un rectangle ABCD de centre O. Trouver des triangles particuliers ayant leurs sommets parmi A, B, C, D et O. Justifier. 26. a) Tracer deux segments [AC] et [BD] ayant le même milieu O tels que $AC = 14$ cm et $BD = 14,2$ cm. Tracer le quadrilatère ABCD. Est-il un rectangle ? Justifier. b) Tracer deux segments [AC] et [BD] ayant le même milieu O tels que $AC = 14$ cm et $BD = 14$ cm. Tracer le quadrilatère ABCD. Est-il un rectangle ? Justifier. 27. Tracer un rectangle ABCD tel que $AB = 4$ cm et $BC = 7$ cm. 28. Tracer un rectangle RSTU tel que $RT = 8$ cm et $RS = 6$ cm.	exercices 19 et 20 Savoir tracer un rectangle sans utiliser d'équerre, en utilisant la propriété caractéristique de ses diagonales. Un des objectifs à atteindre est le codage « automatique » de ces diagonales et la reconnaissance d'un tel codage comme caractérisation de diagonales d'un rectangle. exercice 21 On utilise, dans cet exercice la propriété des angles à la base d'un triangle isocèle. exercice 26 Un codage rigoureux permet l'identification d'un rectangle au vu de ses diagonales.
--	---

29.

Reproduire les rectangles ci-dessous en tenant compte des données.



exercice 29

Commencer par coder les trois schémas à l'aide de la propriété des diagonales du rectangle.

CARRES

30.

- 1) Tracer un segment $[AC]$ mesurant 6 cm.
- 2) Construire le carré $ABCD$, sans utiliser l'équerre.
- 3) Ecrire le programme de construction de ce carré.

31.

Sur une feuille blanche, construire un carré $ABCD$ tel que $AC = 6,2$ cm. Calculer l'aire de ce carré.

32.

Tracer un cercle C de centre O , placer un point A sur ce cercle puis construire le carré $ABCD$ de centre O .

33.

Tracer un carré $ABCD$ de centre O . Trouver des triangles particuliers ayant leurs sommets parmi A, B, C, D et O . Justifier.

34.

Tracer deux segments $[AC]$ et $[BD]$ perpendiculaires et ayant le même milieu O tels que $AC = 14$ cm et $BD = 14,2$ cm. Tracer le quadrilatère $ABCD$. Est-il un rectangle ? un carré ? Justifier.

exercice 30

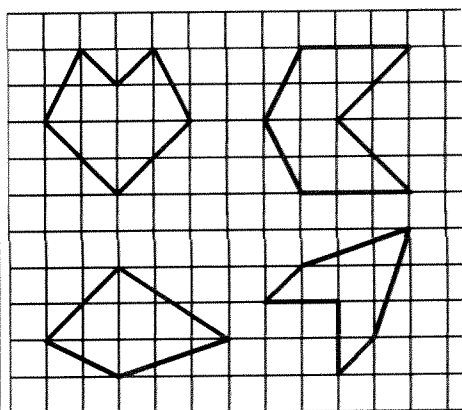
Connaître et utiliser la propriété caractéristique des diagonales du carré.

exercice 31

Certains élèves mesurent le côté du carré pur calculer son aire. C'est une occasion de leur faire remarquer que seules les données de l'énoncé sont à prendre en compte, en confrontant les différents résultats.

AXES DE SYMETRIE

35. Avec un quadrillage



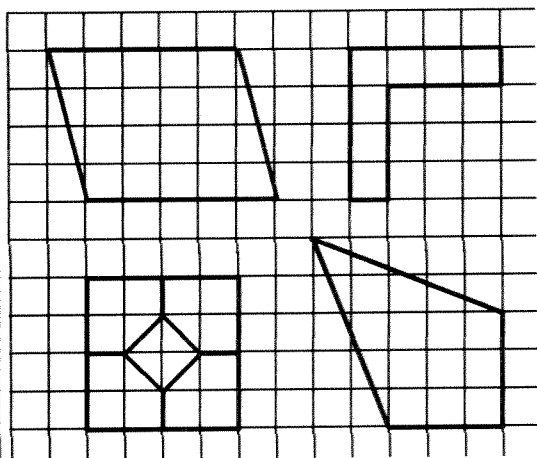
exercices 35 et 36

Reconnaître, avec un quadrillage, des figures ayant un axe de symétrie :

Pour cela, on peut entraîner l'élève à plier mentalement cette figure suivant l'axe éventuel.

Tous les sommets des polygones sont sur les points d'intersection du quadrillage.
Reproduire les figures ci-dessus, et tracer tous leurs axes de symétrie s'ils existent.

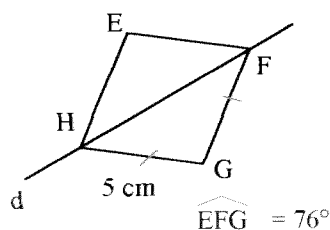
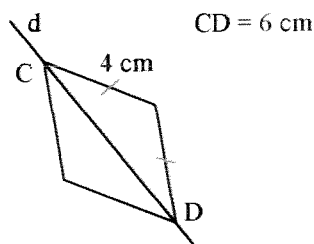
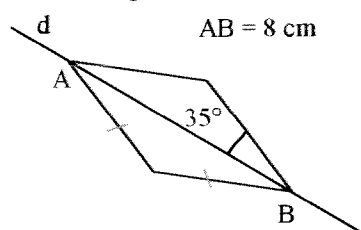
36. Avec un quadrillage



Tous les sommets des polygones sont sur les points d'intersection du quadrillage.
Reproduire les figures ci-dessus, et tracer tous leurs axes de symétrie s'ils existent.

37.

Tracer les figures ci-dessous sachant que la droite d est un axe de symétrie :



exercice 37

On peut commencer par coder la figure à l'aide des propriétés de la symétrie axiale.

38.

Tracer un losange ABCD.

Placer un point E sur le segment [AD].

Construire les points suivants au compas :

- 1) F, symétrique de E par rapport à la droite (AC).
- 2) G, symétrique de E par rapport à la droite (BD).
- 3) K, symétrique de F par rapport à la droite (BD).
- 4) L, symétrique de G par rapport à la droite (AC).
- 5) Si la figure est bien faite, deux de ces points sont confondus. Lesquels ?

39. A la règle non graduée uniquement

Tracer un triangle ABC isocèle en A et noter d son axe de symétrie.

Placer un point E sur le segment [AB]. Construire à la règle non graduée le symétrique H du point E par rapport à la droite d .

40.

Dans un jeu de cartes, chercher toutes les cartes qui admettent un ou plusieurs axes de symétrie.

BISSECTRICE D'UN ANGLE

41.

Tracer un triangle ABC. Construire à la règle et au compas, la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$. Ecrire le programme de construction de cette bissectrice.

42.

Tracer un triangle ABC tel que $AB = 10$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 15$ cm.

Construire, à la règle et au compas, les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$. Si la figure est bien faite, ces trois bissectrices sont concourantes.

Essayer avec un autre triangle de son choix.

43.

1) Tracer un triangle ABC tel que $AB = 10$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 15$ cm.

2) Construire, à la règle et au compas, les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$. Appeler I leur point d'intersection.

3) Tracer la droite passant par le point I et perpendiculaire à la droite (BC). Appeler A' son point d'intersection avec (BC).

4) Tracer la droite passant par le point I et perpendiculaire à la droite (AC). Appeler B' son point d'intersection avec (AC).

5) Tracer la droite passant par le point I et perpendiculaire à la droite (AB). Appeler C' son point d'intersection avec (AB).

Tracer le cercle de centre I et de rayon IA' . Si la figure est bien faite, il passe aussi par B' et C'.

exercice 43

Une première approche du cercle inscrit dans un triangle.

PROBLEMES

44.

Tracer un carré ABCD. Appeler Δ la médiatrice du segment [AB].

Placer un point E sur le côté [AD].

Construire à la règle non graduée et à l'équerre les points suivants :

- 1) F, symétrique de E par rapport à la droite Δ .
- 2) G, symétrique de E par rapport à la droite (AC).
- 3) H, symétrique de E par rapport à la droite (BD).

exercice 44

Construire en utilisant les propriétés de la symétrie axiale.

45.

Tracer un segment [AC] mesurant 12 cm. Placer son milieu O. Tracer un segment [BD] passant par O et perpendiculaire à [AC] tel que $OB = 6$ cm et $OD = 6,1$ cm. Tracer le quadrilatère ABCD. Est-ce un carré ? un rectangle ? un losange ? Justifier.

exercice 45

Coder la figure avec les renseignements de l'énoncé. Le codage caractéristique permet alors de répondre à la question.

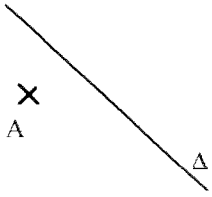
46.

Tracer une droite Δ , placer un point A hors de Δ . Construire un quadrilatère ABCD qui n'est pas un rectangle tel que Δ soit un axe de symétrie de ce quadrilatère. Comment appelle-t-on un tel quadrilatère ?

47.

Tracer une droite Δ , placer un point A sur Δ . Construire un quadrilatère ABCD qui n'est pas un losange tel que Δ soit un axe de symétrie de ce quadrilatère.

48. A la règle non graduée et à l'équerre



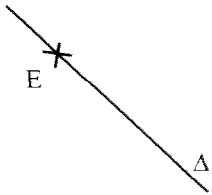
Reproduire une figure analogue.

Construire à la règle non graduée et à l'équerre un rectangle ABCD dont Δ est un axe de symétrie (on commencera par placer le centre du rectangle).

49.

Reproduire une figure analogue à la figure ci-dessous.

Construire à la règle non graduée et au compas un losange EFGH dont Δ est un axe de symétrie.



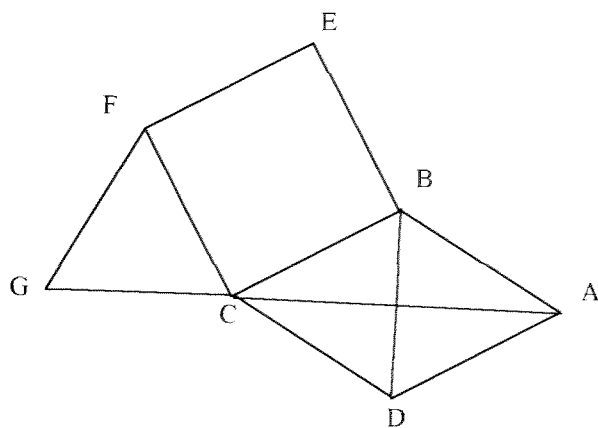
50.

Tracer une droite Δ, placer un point A hors de Δ. Construire un carré ABCD tel que Δ soit un axe de symétrie de ce carré et tel que le point C ne soit pas sur Δ.

51.

Tracer une droite Δ, placer un point A hors de Δ. Est-il possible de construire un carré ABCD tel que Δ soit un axe de symétrie de ce carré et tel que le point C soit sur Δ ?

52. Justifier



On a tracé un losange ABCD tel que $\widehat{BCD} = 60^\circ$ et $BC = 4$ cm, un carré EFCB et un triangle équilatéral FCG.

Les points A, C et G sont-ils alignés ? Justifier.

53.

ABC est un triangle tel que $AB = 4$ cm, $BC = 9$ cm et $\widehat{ABD} = 30^\circ$. Tracer le point D du côté [BC] tel que $BD = 4$ cm. Tracer [AD]. Tracer la médiatrice de [AD] qui coupe [AD] au point I. Cette droite est-elle l'axe de symétrie du triangle ABD ? Justifier.

Quelle est la mesure de $\widehat{IBD}$ et de $\widehat{BAD}$? Justifier.

exercices 50 et 51

On pourra commencer par chercher les axes de symétrie d'un carré. Dans l'exercice 50, plusieurs solutions sont possibles. Par contre on ne peut pas construire le carré demandé dans l'exercice 51, car si C est sur un axe de symétrie du carré, A le serait aussi.

54.

1) Tracer deux segments $[AC]$ et $[BD]$ de la façon suivante (faire d'abord un schéma) :

- les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont perpendiculaires
- $AC = 10$ cm et $BD = 6$ cm
- le milieu O de $[AC]$ est sur le segment $[BD]$, à 4 cm de B .

2) Sur une autre figure, tracer deux segments $[AC]$ et $[BD]$ de la façon suivante (faire d'abord un schéma) :

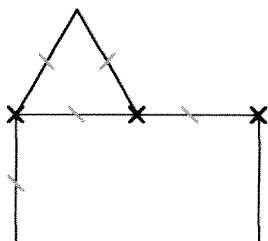
- les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont perpendiculaires
- $AC = 10$ cm et $BD = 6$ cm
- le milieu O de $[AC]$ est aussi celui de $[BD]$.

3) Dans quels cas a-t-on :

- $AB = BC$?
- $AB = AD$?
- $ABCD$ losange ?

Justifier les réponses.

55. *Retrouver la figure complète*



La figure ci-dessus est formée d'un rectangle de longueur 4 cm et d'un triangle équilatéral.

Cette figure représente la « moitié » d'une figure qui a été coupée suivant un axe de symétrie.

Dessiner la figure de départ (donner toutes les possibilités).

exercice 54

Coder la figure avec les renseignements de l'énoncé. Le codage caractéristique permet alors de répondre à la question.

CHAPITRE 13 : ESPACE

OBJECTIFS DU CHAPITRE :

- Etude du cube et du pavé droit.
- Construire des patrons de cubes et de pavés droits.
- Lire et savoir représenter des objets de l'espace en perspective cavalière.
- Appréhender la notion de volume d'un solide, avec l'analogie du pavage du plan pour les aires.
- Volume du pavé droit.
- Découvrir les unités de volume et leur conversion.

REPERES POUR LE CONTENU DU COURS :

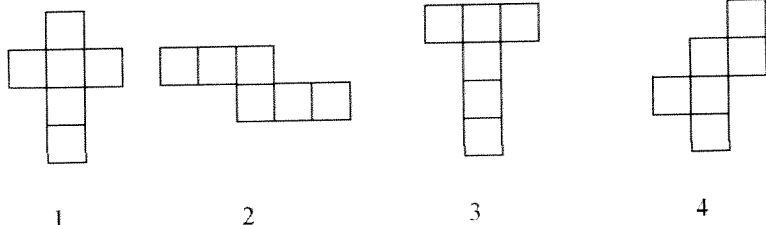
- Cube et parallélépipède rectangle (ou pavé droit).
- Patron ou développement d'un cube et d'un parallélépipède rectangle.
- Règles de la perspective cavalière.
- Volume.
- Volumes du parallélépipède rectangle et du cube.
- Unités de volume.
- Conversion des unités de volume.

COMMENTAIRES SUR CE CHAPITRE

Au démarrage de ce chapitre, l'hétérogénéité des élèves par rapport à leurs connaissances de la géométrie dans l'espace est particulièrement importante. Le professeur pourra donner une liste d'exercices alternant les différentes tâches que les élèves font dans l'ordre indiqué. Certains élèves auront le temps de tous les traiter, alors que d'autres n'en auront fait que très peu. Les élèves peuvent facilement s'autocorriger lorsqu'il s'agit de réaliser un patron en conformité avec des perspectives ou réciproquement. Le professeur vérifie que quelques points sont exacts. Il peut aussi disposer de transparents pour la correction.

ACTIVITE 1 Patrons de cube

Partie A



On a dessiné ci-dessus quatre patrons différents d'un cube numérotés de 1 à 4.

Le patron 1 est le plus fréquemment utilisé, mais il y a bien d'autres patrons possibles !.

- 1) Dessiner et découper sur une feuille de papier quadrillé ces patrons (prendre comme arête du cube 2 ou 3 cm), et les assembler.
- 2) Il existe au total 11 patrons différents d'un cube. Trouvez les tous !

Commentaires sur l'activité 1

Durée : très variable suivant les conditions.

Objectifs : *Patron* – *>Solide*

Imaginer des formes différentes d'un patron, pour mieux comprendre, à partir de la figure plane, comment les différentes arêtes vont s'assembler dans l'espace.

Cette activité est très intéressante à faire en groupe réduit, avec un matériel qui permet de construire très rapidement toutes sortes de patrons (type CLIXI ou autre). Une heure complète permet de laisser chercher les élèves qui se passionnent pour ce jeu, puis de proposer d'établir une classification de ces patrons pour être sûr qu'ils les ont tous trouvés.

La classification suivant le nombre de carrés alignés est presque toujours proposée.

On pourra donc compter les patrons ayant 4 carrés alignés, puis trois, puis deux.

ACTIVITE 2 Patrons de parallélépipèdes rectangles

Partie A fabriquer une boîte

Avant de venir en cours : Chercher à la maison une petite boîte en carton : boîte de tube de dentifrice, de produit de beauté, de médicament (sans le contenu !) et observer comment elle est fabriquée en la démontant.

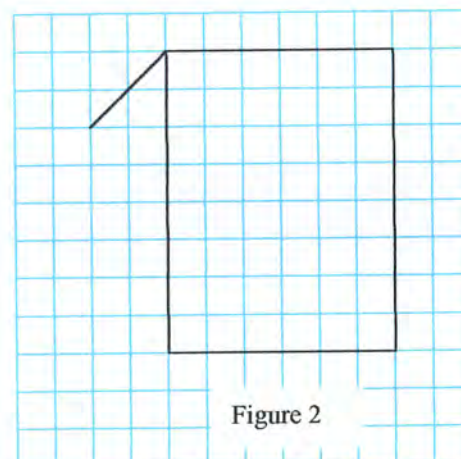
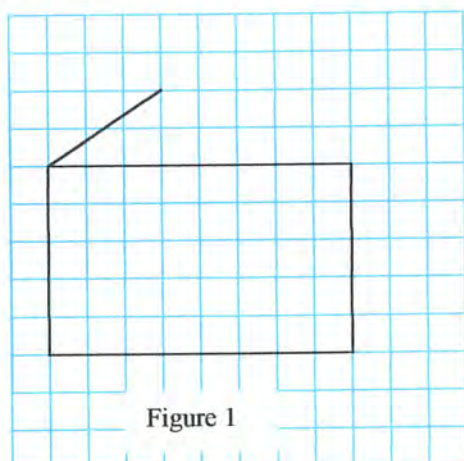
A partir de cette observation, fabriquer une boîte dont les côtés mesurent : 2,5 cm, 3 cm et 4 cm.

Partie B représenter une boîte

On a commencé à représenter sur la figure 1 ci-dessous la boîte qui a été fabriquée dans la partie A.

La face rectangulaire dont les côtés mesurent 2,5 cm et 4 cm a été dessinée en vue de face, et on a tracé une des arêtes qui mesure dans la réalité 3 cm. Compléter cette figure.

Compléter de même la figure 2, sur laquelle la face dont les côtés mesurent 3 cm et 4 cm a été dessinée en vue de face.



Commentaires sur l'activité 2

Durée : entre 20 et 40 min, suivant ce qui a été demandé à la maison et l'expérience des élèves

Objectif :

Construire le patron d'un pavé droit.

Découvrir les règles de la perspective cavalière et en compléter deux.

Partie A

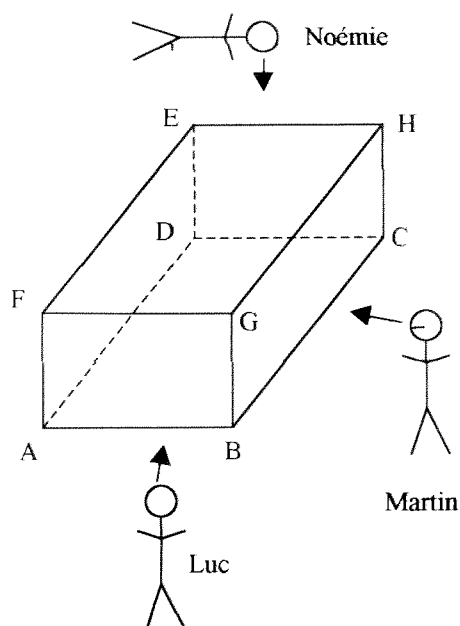
Certains élèves ont déjà construit des patrons de pavés droits, d'autres ont à peine construit un cube à l'école primaire. Le professeur se sera assuré que tous les élèves savent construire un cube (en

principe, tous les élèves connaissent le patron du cube en forme de croix). La difficulté consiste bien sûr à repérer les rectangles qui forment le pavé droit, et à les disposer correctement. Plusieurs essais-erreurs sont nécessaires pour qu'enfin le pavé droit apparaisse.

Partie B

Le professeur peut expliquer les règles de perspective cavalière a priori, ou a posteriori en laissant les élèves faire. De toutes façons, ils ont déjà tous vu des dessins en perspective cavalière. On a choisi différentes directions de lignes de fuite pour habituer les élèves à changer de point de vue.

ACTIVITE 3 Perspectives et points de vue (d'après IREM de Strasbourg)



Le but de cette activité est d'apprendre à utiliser le vocabulaire utile à la description d'un solide dans l'espace, suivant l'endroit où on le regarde.

Voici un parallélépipède rectangle transparent, observé depuis trois points de vue différents par Luc, Martin et Noémie.

1) Recopier et compléter le tableau suivant qui indique ce que voient Paul, Martin et Noémie :

	Luc voit	Martin voit	Noémie voit
Devant	ABGF		
Derrière			
A gauche			
A droite			
Dessous			
Dessus			

- 2) Dessiner rapidement un pavé droit en perspective cavalière comme celui qui est dessiné ci-dessus.
- Patricia voit la face EHCD devant et la face ADEF à droite. Dessiner Patricia au bon endroit, avec sa tête du bon côté et tracer la flèche dirigée vers la face qu'elle voit devant elle (comme ci-dessus).
 - Quentin voit la face EFGH derrière et la face BGHC dessus. Dessiner Quentin au bon endroit, avec sa tête du bon côté et tracer la flèche dirigée vers la face qu'il voit devant lui (comme ci-dessus).

Commentaires sur l'activité 3

Durée : de 15 à 25min

Objectif :

Apprendre à utiliser le vocabulaire utile pour décrire la situation (devant, à droite, ...) d'une face par rapport à l'observateur.

Changer la situation de l'observateur.

On pourra remarquer que pour plus de facilité lors de la correction, les noms des faces sont désignées à l'aide de quatre points. On veillera simplement à ce que l'ordre des points soit respecté.

1) $Gé \rightarrow L$

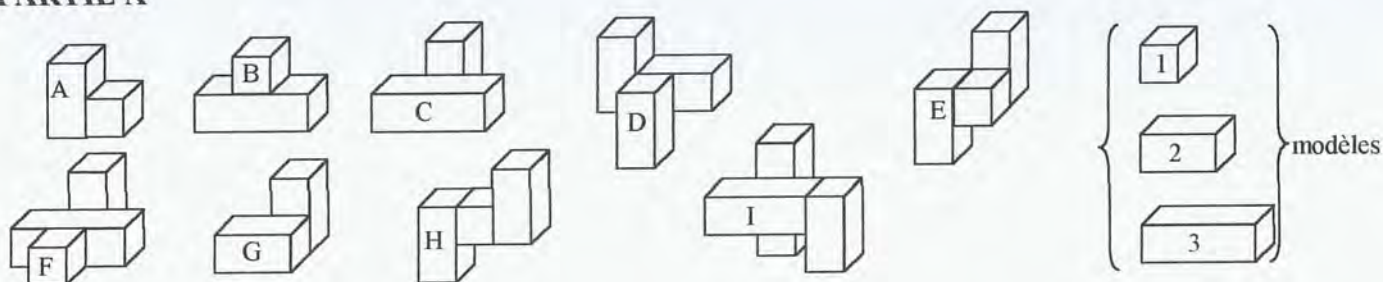
Les résultats sont consignés dans un tableau à double entrée, mais ce n'est pas le plus important.

2) $L \rightarrow Gé$

C'est l'exercice inverse du précédent.

ACTIVITE 4 Perspectives, volumes et ombres... (d'après IREM de Nice et de Lorraine)

PARTIE A



On a représenté ci-dessus neuf pièces A, B, C, D, E, F, G, H, I, formées par des assemblages de pièces des modèles 1, 2 et 3. Si c'est possible, fabriquer ces pièces avec des tasseaux de bois de section carrée de 1 cm.

La barre 2 est obtenue par assemblage de deux cubes 1.

La barre 3 est obtenue par assemblage de trois cubes 1.

1) Pour chaque pièce, combien faut-il de pièces 1, 2 ou 3 ? Pour répondre, compléter le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									

2) Le cube étant choisi comme unité de volume, quel est le volume de chaque pièce ?

Partie B Dessiner des ombres

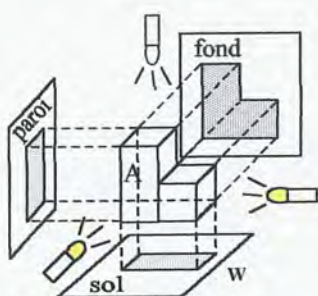


Figure 1

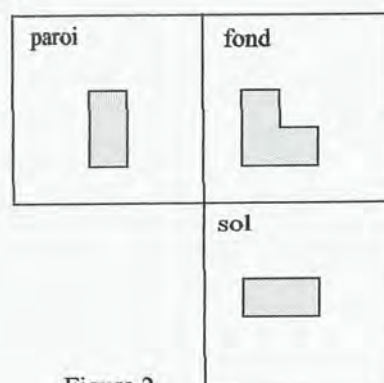


Figure 2

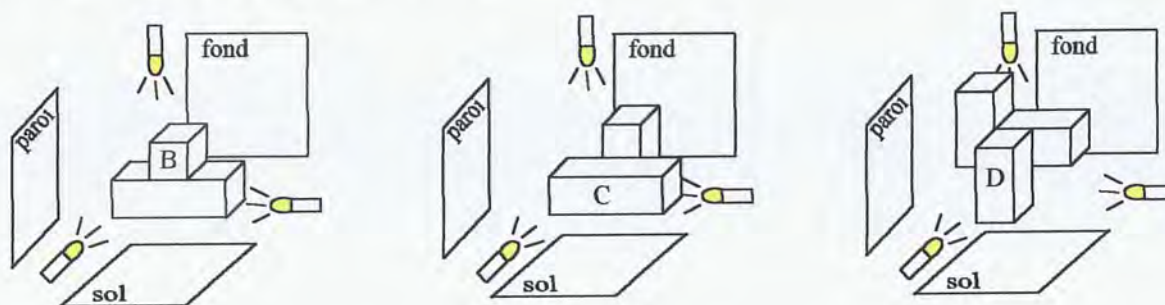
On place une lampe allumée successivement dans les trois positions comme ci-dessus.

On a représenté en gris les ombres qu'un observateur peut voir pour la pièce A sur la paroi, le fond et le sol.

Le but de l'exercice est de représenter la forme réelle des ombres de différentes pièces sur les parois en prenant exemple sur la figure 2.

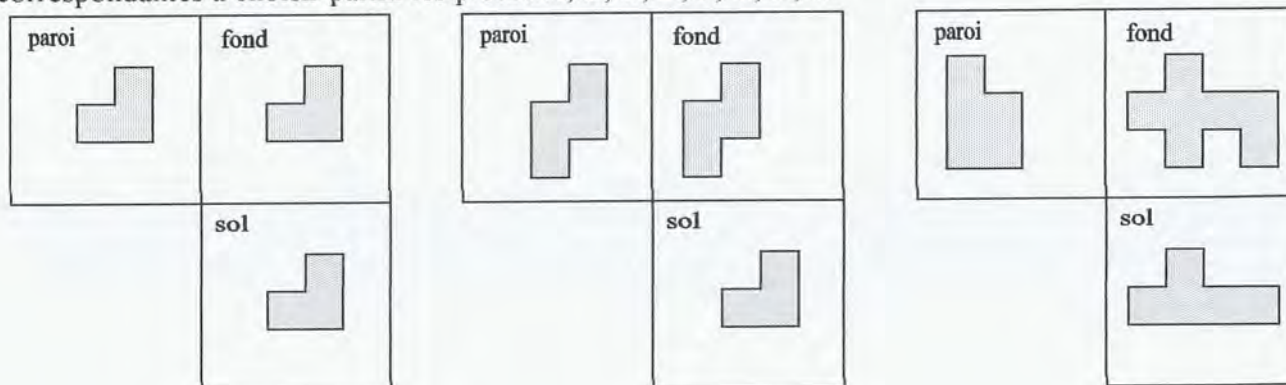
La position des pièces n'a pas d'importance. On s'intéresse uniquement à la forme de l'ombre.

Dessiner les ombres qu'on peut observer sur la paroi, le fond et le sol pour les trois pièces B, C et D comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Partie C reconnaître des pièces à partir de leur ombre

On a dessiné ci-dessous les ombres sur la paroi, le fond et le sol de trois pièces. Retrouver les pièces correspondantes à choisir parmi les pièces A, B, C, D, F, G, H, I.



Commentaires sur l'activité 4

Durée : entre 20 min et 1h !

Objectif :

Le programme de 6^{ème} ne fait pas référence à ce genre d'exercice, mais il est très formateur pour aiguïser la vision des solides dans l'espace à partir d'une perspective cavalière ou des trois plans desquels on peut l'observer. Cette approche est très semblable à celle utilisée dans la représentation utilisée en « dessin industriel », mais on ne s'intéresse pas ici aux problèmes d'arêtes cachées ou non. Le fait de ne traiter que l'ombre de l'objet simplifie l'approche et suffit amplement.

Partie A Gé → T

A partir de la perspective cavalière, décomposer un des solides proposés suivant les solides élémentaires 1, 2 ou 3. Cette approche permet de déterminer le volume de chaque objet.

Partie B Perspective → Représentations planes

L'exercice est assez facilement réussi par les élèves, qui doivent à chaque fois changer la position de l'observateur suivant la position de la lampe.

Partie C Représentations planes → Perspective

C'est l'exercice inverse de la partie B, qui est bien sûr plus difficile, mais les élèves se montrent motivés, ... et efficaces !

TROUVER L'ERREUR

1.

Pierre dit qu'il est possible de construire un patron de pavé droit constitué de six rectangles tous identiques de dimensions 6 cm et 3 cm. Jean pense au contraire que c'est impossible. Qui a raison ? Expliquer.

exercice 1

Assemblage des faces d'un pavé droit

2.

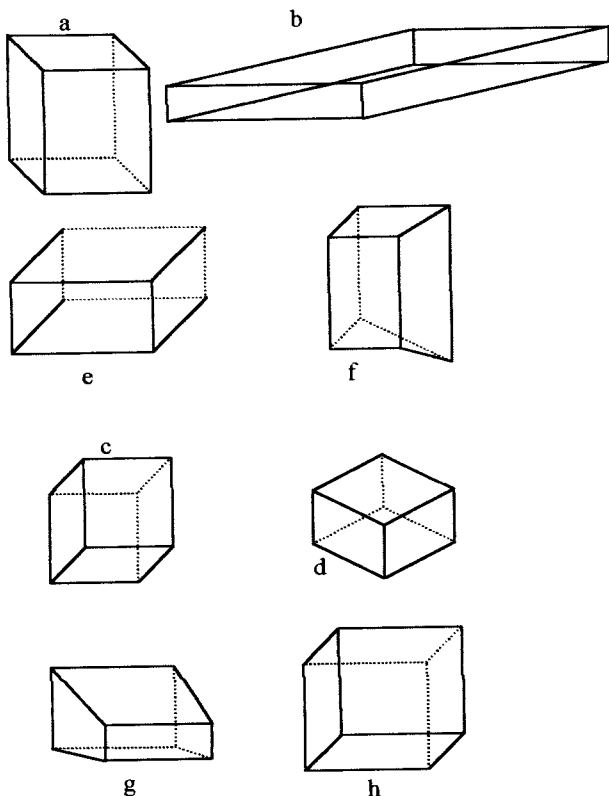
Parmi ces dessins, retrouver ceux qui sont des représentations de pavés droits en perspective cavalière. Expliquer pourquoi les autres n'en sont pas.

exercice 2

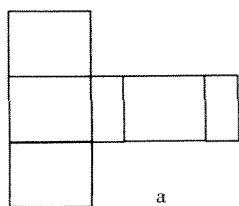
b) Il manque les pointillés

Attention, le d) n'est pas une perspective cavalière car aucune des faces du solide n'est dessinée en vue de face. C'est un autre type de perspective.

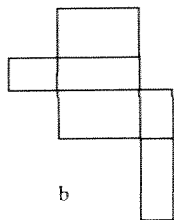
f) et g) Le parallélisme n'est pas respecté.



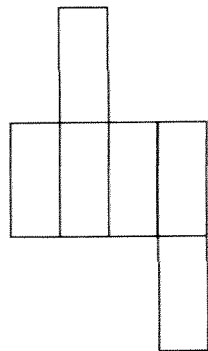
3. Parmi ces dessins, retrouver ceux qui sont des patrons de pavés droits :



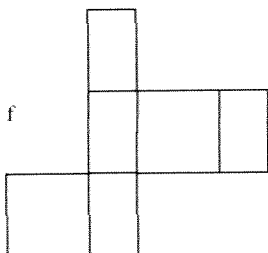
a



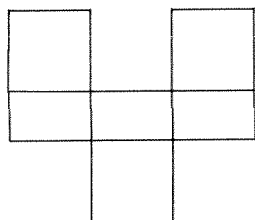
b



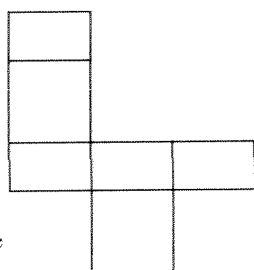
c



f



d



e

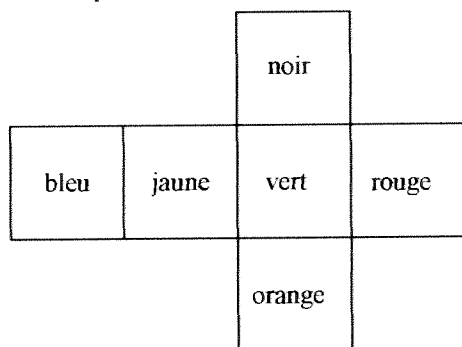
exercice 3

En l'absence de codage, on observera les longueurs sur la figure. Le professeur peut rajouter un codage s'il le désire.

PATRON VERS PERSPECTIVE

4. Cube couleur (IREM de Strasbourg)

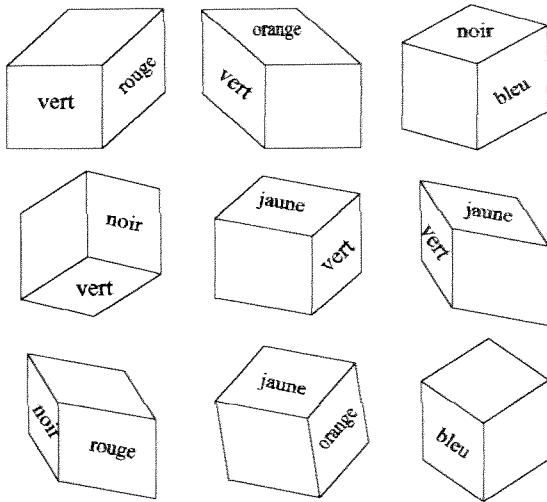
Voici le patron d'un cube avec ses couleurs :



Ce cube est représenté 9 fois en perspective.
Colorier chaque face avec la couleur qui manque.

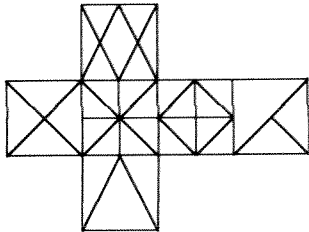
exercice 4

Les élèves sont invités à fabriquer le cube pour visualiser les points de vue proposés par la perspective cavalière.

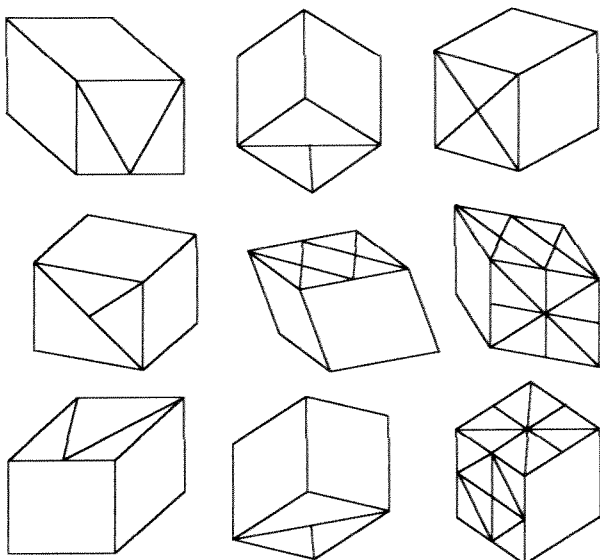


5. Cube décoré (IREM de Lorraine)

Voici le patron d'un cube. Reproduire ce patron sur du papier blanc en choisissant une arête de 4 cm.

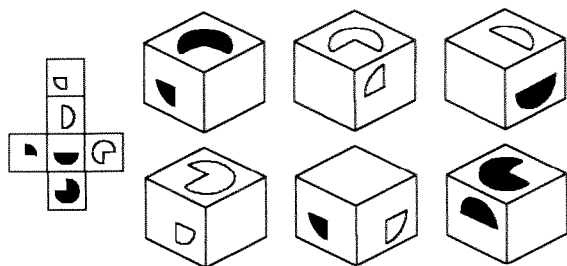


Reproduire également les motifs qui décorent les faces en utilisant simplement les milieux des arêtes. Construire ce cube. Compléter ensuite les dessins ci-dessous, en retrouvant les motifs qui manquent.



exercice 5

C'est un exercice très semblable au précédent, mais avec une difficulté supplémentaire : chaque tracé sur le cube présente une orientation qu'il faut respecter, ce que les élèves ne remarquent pas tout de suite. D'autre part, il faut rendre les élèves attentifs à respecter les milieux des arêtes sur les dessins.

6. *IREM de Clermont Ferrand*

Voici un patron d'un cube, sur lequel est dessiné un symbole sur chaque face.

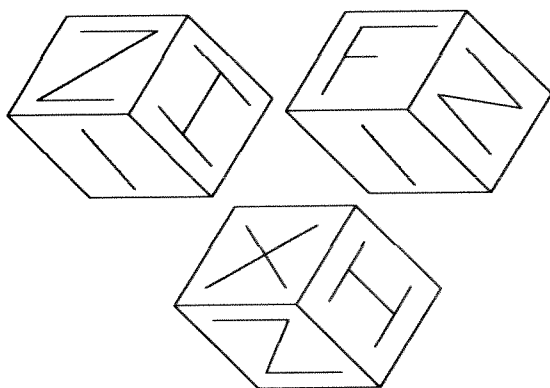
Sur les six cubes représentés en perspective, il manque à chacun, sur une face, un symbole.

Retrouver les symboles manquants, mais attention : un des cubes est faux. Lequel ?

exercice 6

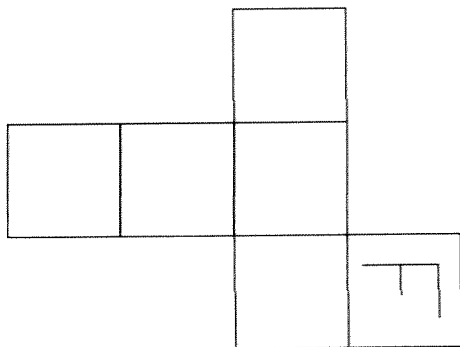
Exercice dans la lignée des deux précédents !

PERSPECTIVE VERS PATRON

7. *Le dé est jeté (Mathématiques sans frontières)*

On a représenté ci-dessus trois points de vue d'un même cube en perspective.

On a représenté ci-dessous un patron de ce même cube.



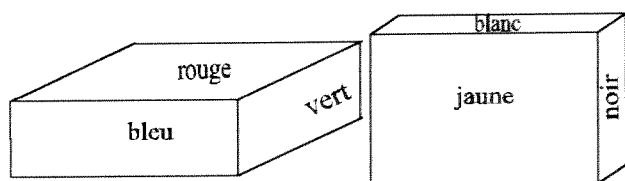
Compléter le patron de ce cube. Vérifier en le réalisant.

exercice 7 à 9

Ce sont les exercices inverses des précédents. Dans le cadre d'une classe hétérogène, on peut proposer tous les exercices de ces deux rubriques, en alternant les changements de registre.

exercice 7

Il faut bien vérifier que les trois perspectives sont correctes. Il y a le problème du « N » et du « Z », ainsi que du « H » et du « I » !

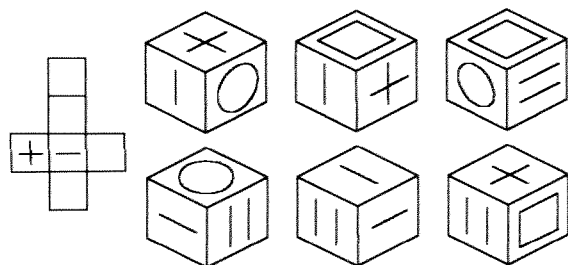
8. *IREM de Strasbourg*

exercice 8

La difficulté provient du respect des dimensions des faces. Les élèves ignorent très souvent cette contrainte en première lecture. On peut les inviter à prévoir les dimensions de chaque face en les associant à leur couleur.

Un parallélépipède rectangle a ses six faces de couleurs différentes : blanc, jaune, vert, rouge, bleu et noir. Ci-dessus deux perspectives cavalières représentent ce parallélépipède rectangle, en respectant les proportions des longueurs des arêtes. Sachant que ses dimensions en centimètres sont $6 \times 4 \times 2$, représenter en grandeur réelle un patron de ce solide avec toutes ses couleurs. Vérifier en le réalisant.

9. IREM de Clermont Ferrand



Un des six cubes représenté en perspective est différent des autres. Dessiner sur le patron les symboles manquants représentés sur les cinq « bons » cubes. Vérifier en le réalisant.

exercice 9

Attention à l'orientation des figures sur chaque face !
Le professeur doit inviter les élèves à respecter le parallélisme des figures avec les arêtes du cube.

DESCRIPTION VERS PATRON

10.

Construire le patron du parallélépipède rectangle dont les faces sont coloriées en noir, blanc, rouge, vert, bleu et jaune, grâce à la description ci-dessous :

« Si je tiens la face rouge devant moi ses dimensions sont 5 cm et 4 cm.

La face noire est alors au dessus, et la face de droite est bleue.

Si je tiens la face bleue devant moi, alors ses dimensions sont 4 cm et 3 cm. La face rouge est alors à droite, et la face verte est au dessus.

Si je tiens la face blanche devant moi ses dimensions sont 5 cm et 4 cm.

La face de dessus est noire, et la face de droite est jaune. »

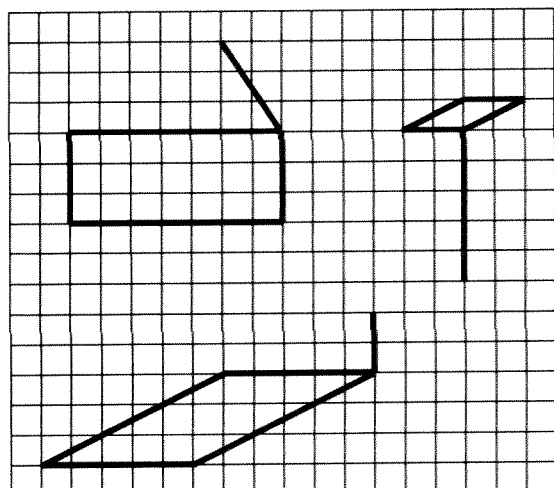
exercice 10

L → Perspective → Patron

Il est utile de passer par une perspective cavalière pour résumer les données !

PERSPECTIVES

11. Avec un quadrillage

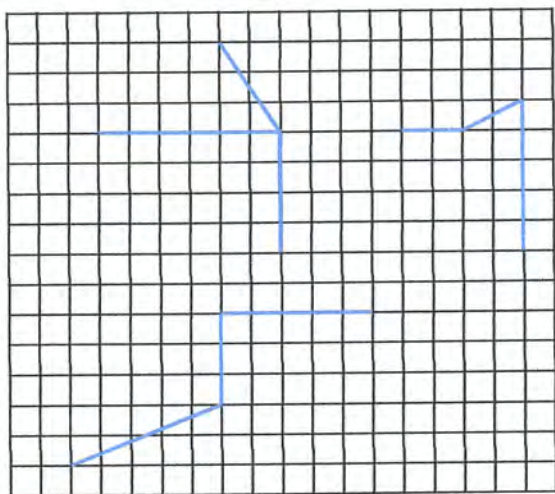


exercice 11

compléter des perspectives, une face étant entièrement dessinée.

On a commencé à dessiner ci-dessus trois pavés droits en perspective cavalière.
Recopier et compléter ces dessins sur le cahier, en n'oubliant pas les pointillés.

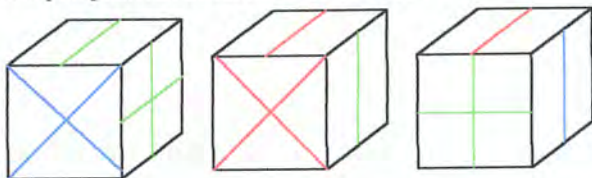
12. Avec un quadrillage



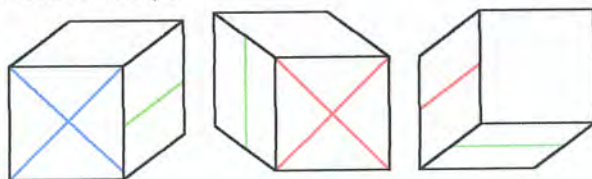
On a commencé à dessiner ci-dessus trois pavés droits en perspective cavalière.
Recopier et compléter ces dessins sur le cahier, en n'oubliant pas les pointillés.

13.

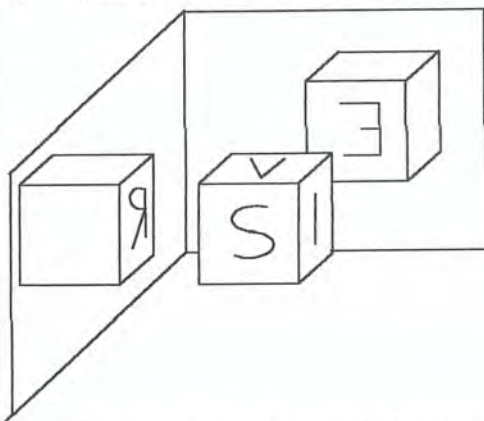
Sur un cube, on a dessiné des motifs de différentes couleurs. On ne s'est servi que des sommets du cube et des milieux des arêtes. Voici trois perspectives différentes de ce cube :



Recopier et compléter les trois perspectives suivantes (on pourra réaliser le cube) :



14. (IREM de Clermont Ferrand)



Un cube est posé devant deux miroirs et on peut voir ainsi deux de

exercice 12

Compléter des perspectives, les directions des arêtes étant données. Cette exercice complète le précédent.

exercice 13

Perspective → Patron → Perspective

C'est une synthèse des exercices précédents

Les couleurs peuvent être complétées avec les élèves ou rétroprojectées.

Les couleurs sont dessinées sur le fichier du CDRom

exercice 14

Attention à l'effet de retournement d'un miroir !

ses faces cachées.

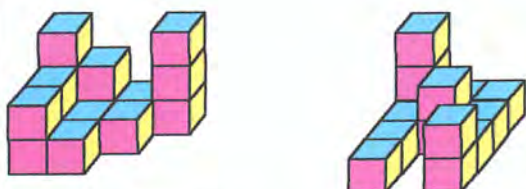
Compléter les faces vides du dessin sur le miroir.

Quelle lettre peut-être écrite sur la face de dessous pour que l'on puisse écrire un mot français avec toutes les lettres dessinées sur le cube ?

VOLUMES

On trouvera dans le chapitre 4 des exercices de dénombrement de cubes dans un pavé droit.

15.



Compter le nombre de cubes contenus dans l'empilement de la figure de gauche ci-dessus. Avant d'enlever des cubes, on avait réalisé un grand cube de quatre petits cubes d'arête. Combien a-t-on enlevé de cubes ?

Compter le nombre de cubes contenus dans l'empilement de la figure de droite ci-dessus. Avant d'enlever des cubes, on avait réalisé un grand parallélépipède rectangle en empilant quatre couches rectangulaires toutes formées de cinq rangées de quatre cubes. Combien a-t-on enlevé de cubes ?

exercice 15

Compter le nombre de cubes d'un empilement à partir d'une perspective cavalière, ainsi que son complément pour former un pavé droit.

16.

Calculer le nombre de cubes de 5 cm d'arête que l'on peut disposer à l'intérieur d'un cube ayant 50 cm d'arête.

exercice 16

Pavage d'un cube.

17.

Un bidon d'huile a 20,4 cm de long, 5,6 cm de large et 22 cm de haut. Calculer sa capacité en litre.

exercice 17

Volume d'un pavé droit.

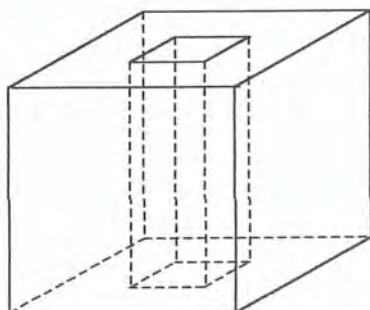
18.

Un cube est posé sur l'une de ses faces carrées qui a pour périmètre 52 cm. Calculer l'aire totale et le volume du cube.

exercice 18

Volume du cube, périmètre du carré.

19.



Dans un cube d'arête 3 cm, on fait un évidement d'un pavé droit comme indiqué sur la figure.

Sur la face de dessus, le carré qui correspond à cet évidement a pour côté 1 cm.

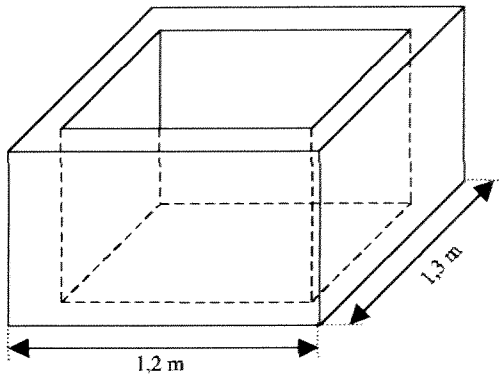
Calculer le volume du solide ainsi obtenu.

exercice 19

Volume du pavé droit.

La position de l'évidement n'a évidemment aucune importance.

20.



On a réalisé une cuve en béton en forme de parallélépipède rectangle comme indiqué sur la figure ci-dessus.

Les parois de béton ont une épaisseur de 10 cm.

Sachant que le volume intérieur de cette cuve est de 1 404 L, calculer la hauteur de cette cuve.

Calculer le volume de béton nécessaire pour réaliser les quatre parois verticales de cette cuve.

21.

Un pavé droit a pour longueur 14 cm, pour largeur 10 cm et pour hauteur 7 cm.

1) Parmi les calculs ci-dessous, retrouver celui qui permet de calculer le volume du pavé en n'oubliant pas d'indiquer l'unité.

2) Parmi les calculs ci-dessous, retrouver celui qui permet de calculer la longueur totale des arêtes du pavé en n'oubliant pas d'indiquer l'unité.

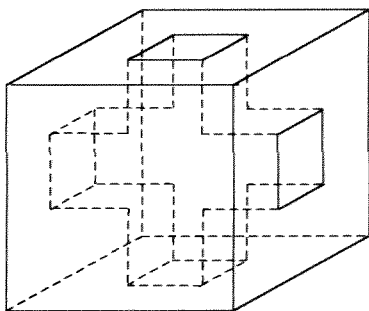
3) Parmi les calculs ci-dessous, retrouver celui qui permet de calculer l'aire totale des faces du pavé en n'oubliant pas d'indiquer l'unité.

$$A \quad (14 \cdot 10 \cdot 7) \cdot 2 \quad B \quad 2 \cdot [(14 \cdot 10) + (10 \cdot 7) + (7 \cdot 14)]$$

$$C \quad 2 \cdot 14 \cdot 10 \cdot 7 \quad D \quad (4 \cdot 14) + (4 \cdot 10) + (4 \cdot 7)$$

$$E \quad 14 \cdot 10 \cdot 7 \quad F \quad 14 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 6$$

22.



Dans un cube d'arête 3 cm, on fait un évidement de deux pavés droits perpendiculaires comme indiqué sur la figure.

Sur la face de dessus et sur la face de droite, le carré qui correspond à cet évidement a pour côté 1 cm.

Calculer le volume du solide ainsi obtenu.

23.

Un bassin a la forme d'un pavé droit de 1,50 m de longueur, de 1,20 m de largeur et de 40 cm de profondeur. On veut le remplir avec un seau pouvant contenir 15 L. Combien de fois faudra-t-il remplir ce seau ?

exercice 20

Compréhension de la forme d'un solide à partir de la perspective cavalière.

Volume d'un pavé droit.

exercice 21

De nombreux changements de registre interviennent !

Reconnaître la nature de ce qu'on calcule à partir de l'expression numérique.

Cet exercice est très formateur car il oblige l'élève à rentrer dans une expression écrite par quelqu'un d'autre.

exercice 22

Volume du cube.

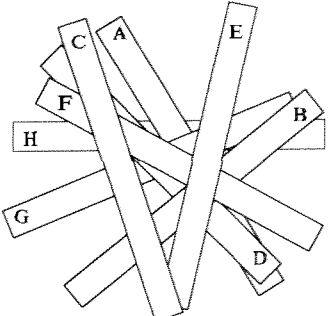
Compréhension de la structure d'un solide à partir de la perspective cavalière.

exercice 23

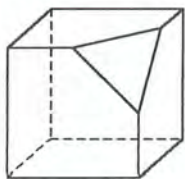
Volume d'un pavé droit, division.

24. On creuse un bassin ayant la forme d'un pavé droit de 5,50 m de long et de 4,80 m de large, pour qu'il contienne 660 hL. Calculer la profondeur qu'il faudra lui donner.	exercice 24 Calcul de la dimension d'un solide connaissant le volume et deux arêtes.
25. Convertir en cm^3 : 6 m^3 1300 mm^3 $60,4 \text{ dm}^3$ $0,09 \text{ dm}^3$ $4,13 \text{ m}^3$ 26. Convertir en L : 600000 mm^3 25 cL $23,4 \text{ m}^3$ 190 dm^3 $0,07 \text{ m}^3$ 27. Ranger par ordre croissant : 75 cL 740 cm^3 $0,751 \text{ dm}^3$ 76 mL $7,1 \text{ dL}$ 28. Ranger par ordre décroissant : 715 dL 7104 dm^3 $7,1 \text{ m}^3$ 7099 L 730000 cm^3 29. Peut-on verser $3,1 \text{ m}^3$ de fuel dans une cuve d'une contenance de 40 hL ? 30. Un pavé droit de longueur 2 dam, de largeur 2 m et de hauteur 2 dm. Peut-il contenir 8 hL ? 31. Calculer le nombre de fois que l'on peut remplir un verre de 8 cL avec $2,24 \text{ dm}^3$ de liquide.	exercices 25 à 31 Exercices de conversion de volume.

AUTRES EXERCICES

32.  On a représenté ci-dessus 8 baguettes posées l'une sur l'autre, qui sont désignées par les lettres de A à H. Indiquer quelle baguette on doit prendre en premier, en deuxième, ... jusqu'à la huitième, si l'on ne veut pas faire bouger les autres.	Exercice 32 Pour visualiser la superposition dans l'espace de baguettes. Pensez au mikado !
--	---

33. Un cube sectionné



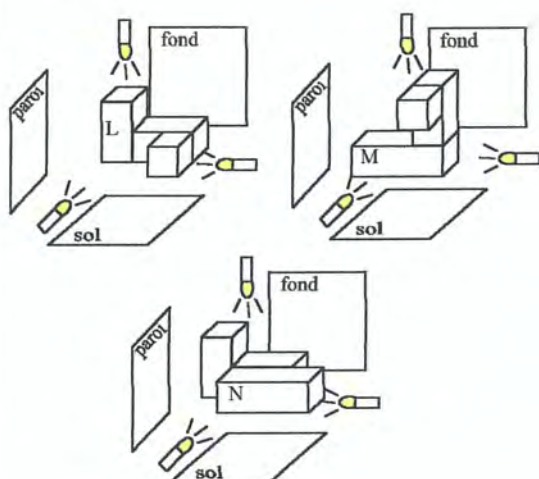
On a coupé un coin d'un cube en passant par le milieu de trois arêtes comme indiqué sur la perspective cavalière ci-dessus.
Dessiner en grandeur réelle le patron du solide ainsi obtenu.

exercice 33

Dessiner le patron d'un solide à partir de la perspective cavalière.

Exercice non exigible bien sûr, mais réalisable par de nombreux élèves.

34. Ombres

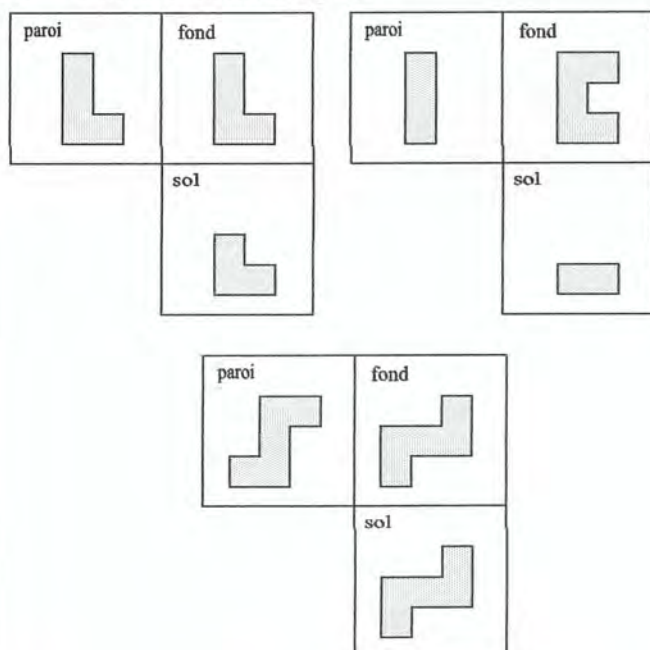


Dessiner en grandeur réelle les ombres des pièces L, M et N sur la paroi, le fond et le sol.

exercices 34 à 36

Ils constituent la suite de l'activité 4.

35. Ombres : retrouver la pièce



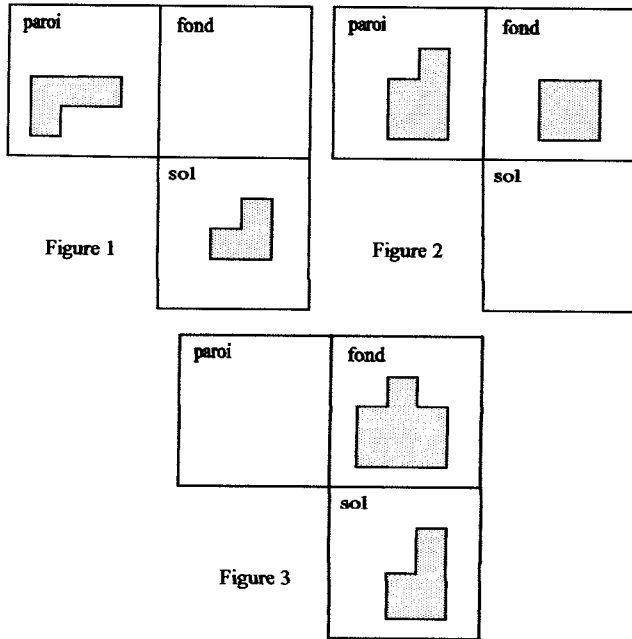
On a représenté ci-dessus les ombres de trois pièces X, Y et Z, qui sont formées d'assemblages des pièces 1, 2 et 3 de l'activité 4.
Retrouver la forme de chaque pièce à partir de ses trois ombres.

exercice 35

C'est l'exercice inverse du précédent. A partir des ombres, retrouver la forme de la pièce (à choisir dans celles de l'activité).

Cet exercice demande une bonne vision de l'espace !

36. Des ombres erronées !



exercice 36

Relever les contradictions qui apparaissent dans chaque dessin est relativement facile.

Eléonore a dessiné les ombres de trois objets différents comme dans l'activité 4.

Elle n'a pas encore fini ses dessins, que son voisin lui dit :

« Tu as fait une erreur sur chaque figure, corrige les d'abord ! »

Expliquer pourquoi chacune des figures comporte une erreur.

LE COURS

Les pages qui suivent constituent un additif à la première édition de cet ouvrage. Elles contiennent le cours complet des différents chapitres et complètent les paragraphes « repères pour le contenu du cours » qui figurent au début de chacun des chapitres. Le cours du chapitre 12 « quotients » n'existe pas, car les notions utiles pour sa compréhension ont déjà été étudiées. Chaque professeur écrira facilement son contenu !

Le cours proprement dit est suivi d'une rubrique intitulée « points de repère / méthodes » qui sont des compléments utiles : erreurs fréquentes, conseils méthodologiques, exercices modèles...

Le vocabulaire à connaître est écrit en caractères gras.

Les fichiers présents sur le CDROM comportent parfois des figures en couleur pour leur utilisation éventuelle sur des transparents pour rétroprojecteur.

COURS CHAPITRE 01 : LA REGLE ET LE COMPAS

POINT



Les **points** A et B sont marqués par une croix.

On les nomme généralement par une lettre majuscule de l'alphabet.

SEGMENT

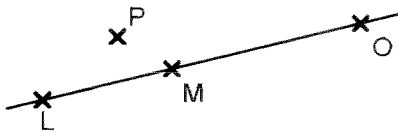


Le **segment** [CD] est représenté ci-contre.

Les points C et D sont appelés les **extrémités du segment** [CD].

Le segment [CD] mesure 3 cm. On écrit $CD = 3 \text{ cm.}$. C'est la distance entre les points C et D, ou la longueur du segment [CD].

DROITE, POINTS ALIGNES.



Par deux points distincts L et M, il ne passe qu'une seule **droite**. On l'appelle la droite (LM).

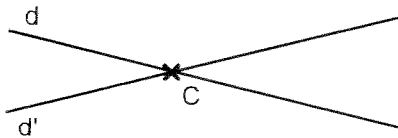
Les points L, M et O sont **alignés**.

Les points L, M et R ne sont pas alignés.

Le point O est sur la droite (LM).

Le point O n'est pas sur le segment [LM].

DROITES SECANTES

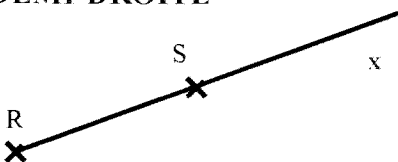


Les droites d et d' se coupent en C.

On dit aussi que les droites d et d' sont **sécantes en C**.

Le point C est le **point d'intersection** des droites d et d'.

DEMI-DROITE

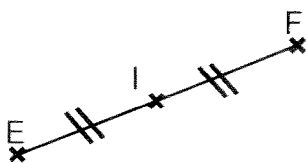


La **demi-droite** [Rx) est la demi droite d'origine R, passant par le point S. Elle est représentée en bleu sur la figure.

« x » n'est pas un point, mais représente une direction.

On note aussi cette demi-droite [RS).

MILIEU D'UN SEGMENT



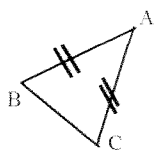
Définition :

Dire que le point I est le **milieu du segment** [EF] signifie deux choses :

- I est sur le segment [EF]
- $EI = IF$

Les segments de même longueur sont codés avec le même signe sur la figure.

TRIANGLE ISOCELE

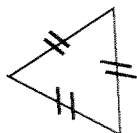


Définition :

Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de la même longueur

Le triangle ABC est isocèle en A.

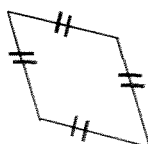
TRIANGLE EQUILATERAL



Définition :

Un **triangle équilatéral** est un triangle qui a les trois côtés de la même longueur

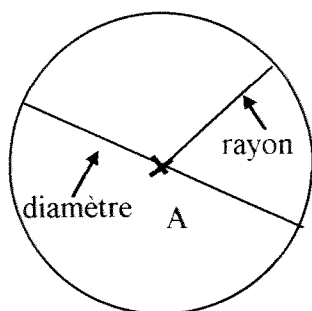
LOSANGE



Définition :

Un **losange** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de la même longueur

CERCLE



Définition :

Le **cercle** de **centre A** et de **rayon 2 cm** est l'ensemble de **tous** les points situés à 2 cm de A.

Un **diamètre** d'un cercle est un segment joignant deux points du cercle en passant par le centre de ce cercle

La longueur du diamètre est égale au double de la longueur du rayon de ce cercle.

POINTS DE REPERE / METHODES

Pour nommer un segment, une droite, une demi-droite ou une longueur :

Usage du crochet ou de la parenthèse :

- Un crochet signifie que l'objet géométrique s'arrête au point auquel il se rapporte.
- Une parenthèse signifie que l'objet géométrique continue indéfiniment au delà du point auquel il se rapporte.

L'absence de crochet et de parenthèse signifie qu'on désigne une longueur. On écrit donc :

Le segment [AB].

La droite (AB).

La demi droite [AB).

La longueur AB.

Pour désigner un cercle :

Un cercle est entièrement défini de deux façon différentes :

- par son centre et son rayon.
- ou bien par un diamètre : le centre du cercle est alors le milieu du diamètre et le rayon mesure la moitié du diamètre.

COURS CHAPITRE 02 : ADDITION ET SOUSTRACTION DES DECIMAUX

ECRITURE DECIMALE

millions			milliers	centaine	dizaine	unité	dixième	centième	millième			millionième
						8,	6	5				
						0,	1					
						0,	0	1				
						0,	0	0	1			

La **partie entière** du nombre 8,65 est 8.

La **partie décimale** du nombre 8,65 est 0,65.

Le nombre 0,1 est égal à un dixième. Ce tableau montre qu'un dixième est égal à dix centièmes et qu'un dixième est aussi égal à cent millièmes.

Le nombre 0,01 est égal à un centième. Ce tableau montre qu'un centième est égal à dix millièmes.

Le nombre 0,001 est égal à un millième.

ECRITURES AVEC DES FRACTIONS DECIMALES

On peut écrire des nombres décimaux sous plusieurs formes à l'aide de fractions décimales :

$8,65 = 8 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100}$ Cette écriture met en évidence la signification de chacun des chiffres (unité, dixième, centième).

$8,65 = 8 + \frac{65}{100}$ Cette écriture met en évidence la partie entière et la partie décimale.

$8,65 = \frac{865}{100}$ Cette écriture met en évidence le nombre de centièmes que contient ce nombre.

ADDITION ET SOUSTRACTION DE NOMBRES DECIMAUX

Pour additionner ou soustraire des nombres décimaux, on peut s'inspirer des exemples ci-dessous :

Exemples : Pour additionner 0,7 et 0,54, on peut adopter les points de vue ci-dessous.

Ecriture décimale :

En ligne : $0,7 + 0,54 = 1,24$

Opération posée :

$$\begin{array}{r} 0,7 \\ + 0,54 \\ \hline 1,24 \end{array}$$

Langue française :

0,7 représente sept dixièmes.

0,54 représente 54 centièmes.

Pour les additionner, on transforme les dixièmes en centièmes.

0,7 représente aussi 70 centièmes.

La somme de 70 et 54 centièmes est égale à 124 centièmes, soit 1,24 unités.

Fraction décimale :

$$0,7 = \frac{7}{10} = \frac{70}{100}$$

$$0,54 = \frac{54}{100}$$

$$\frac{70}{100} + \frac{54}{100} = \frac{124}{100}$$

$$\frac{124}{100} = 1,24$$

COMPARAISON DE NOMBRES DECIMAUX

Pour comparer deux nombres décimaux, on peut s'inspirer des exemples ci-dessous :

Exemple 1 : Comparer les nombres 56,78 et 83,12.

On compare leurs parties entières, et comme elles sont différentes, on a tout de suite la réponse:

Comme $56 < 83$ on peut dire que $56,78 < 83,12$.

Exemple 2 : Comparer les nombres 83,25 et 83,3.

Leurs parties entières sont toutes les deux égales à 83. On continue la comparaison.

Les chiffres des dixièmes sont différents. Comme $2 < 3$, on peut dire que $83,25 < 83,3$.

Exemple 3 : Comparer les nombres 83,25 et 83,3.

Leurs parties entières sont toutes les deux égales à 83.

On compare leurs parties décimales, et comme l'un des nombres comporte des centièmes, on compare leur nombre de centièmes. La partie décimale de 83,25 comprend 25 centièmes et celle 83,3 comprend 30 centièmes.

Comme $25 < 30$, on peut dire que $83,25 < 83,3$.

MULTIPLIER OU DIVISER UN NOMBRE DECIMAL PAR 10, 100 ou 1000

Multiplier un nombre par 10, 100 ou 1000 agrandit ce nombre.

En pratique, on déplace la virgule de 1, de 2 ou de 3 rangs vers la droite en rajoutant des zéros si c'est nécessaire.

Exemples :

$$52,645 \times 100 = 5\,264,5$$

$$98,4 \times 1000 = 98\,400$$

Diviser un nombre par 10, 100 ou 1000 diminue ce nombre.

En pratique, on déplace la virgule de 1, 2 ou 3 rangs vers la gauche, en rajoutant des zéros si c'est nécessaire.

Exemples :

$$650,5 \div 100 = 6,505$$

$$5,4 \div 100 = 0,054$$

TRONCATURES ET ARRONDIS

La **troncature à l'unité** d'un nombre est égale à sa partie entière.

L'**arrondi à l'unité** d'un nombre est le nombre entier qui lui est le plus proche .

Exemple 1 : Pour le nombre 23,6 :

Le nombre 23 est la troncature à l'unité de 23,6.

Le nombre 24 est l'arrondi à l'unité de 23,6 car 23,6 est plus proche de 24 que de 23.

Exemple 2 : Pour le nombre 6,49 :

Le nombre 6 est la troncature à l'unité de 6,49.

Le nombre 6 est l'arrondi à l'unité de 6,49 car 6,49 est plus proche de 6 que de 7.

POINTS DE REPERE / METHODES /

Zéros utiles et zéros inutiles

Dans l'écriture décimale d'un nombre, certains zéros sont indispensables car ils indiquent la position des autres chiffres. Si on les supprime, la valeur du nombre est modifiée :

890 ne représente pas la même quantité que 89.

58,07 ne représente pas la même quantité que 58,7.

Dans l'écriture décimale d'un nombre, certains zéros sont inutiles, et par convention on ne les écrit pas. Il peut par contre être utile de les faire apparaître, par exemple pour comparer deux nombres.

078 représente la même quantité que 78

54,2300 représente la même quantité que 54,23.

17,000 représente la même quantité que 17.

Une erreur fréquente à éviter pour comparer des nombres décimaux :

On veut comparer les nombres 23,6 et 23,34. Ces nombres ont la même partie entière 23.

Leurs parties décimales sont formées par les nombres 6 et 34,

mais il est faux de dire que $23,34 > 23,6$ car on ne peut pas comparer les parties décimales sous cette forme 6 et 34, car le 6 représente le nombre de dixièmes et le 34 représente le nombre de centièmes.

Comparer des nombres décimaux et chercher des mots dans le dictionnaire :

Si on veut comparer deux nombres qui ont la même partie entière, on peut utiliser la méthode proposée dans l'exemple 2.

Dans le dictionnaire, le mot frein est classé avant le mot freiner. Par analogie, on peut dire que $124,35 < 124,3579$:

f	r	e	i	n		
l	2	4,	3	5		
f	r	e	i	n	e	r
l	2	4,	3	5	7	9

Additionner ou soustraire des nombres décimaux écrits sous forme de fraction décimale.

Pour additionner ou soustraire des nombres décimaux écrits sous forme de fraction décimale, il faut veiller à les avoir écrit avec le même dénominateur.

Exemple : Additionner $\frac{7}{10}$ et $\frac{4}{100}$.

On utilise la même « unité », à savoir les centièmes.

$$\frac{7}{10} + \frac{4}{100} = \frac{70}{100} + \frac{4}{100} = \frac{74}{100}$$

Une erreur fréquente à éviter en multipliant un nombre par 10, 100 ou 1000 :

Il est faux de multiplier un nombre décimal par 100, en rajoutant deux 0 à sa partie décimale.

Il faut déplacer sa virgule pour qu'il augmente.

Faux : $56,235 \times 100 = 56,23500$

Juste : $56,235 \times 100 = 5\,623,5$.

Une erreur fréquente à éviter en divisant un nombre par 10, 100 ou 1000 :

Il est faux de diviser un nombre décimal par 10 en enlevant un zéro à sa partie entière.

Il faut déplacer sa virgule.

Faux : $890,3 \div 10 = 89,3$

Juste : $890,3 \div 10 = 89,03$.

Conversions d'unités.

Les principes exposés ci-dessous sont **valables** pour les **conversions d'unités de longueur** dérivées du mètre, et la plupart des **unités rencontrées en physique** (Volts, Watts, Ohms, ...), ainsi que pour les **litres** et les **ares**.

Ils sont **FAUX** pour les unités d'aire du type m^2 et les unités de volume du type m^3 .

Le principe utilisé est l'utilisation des préfixes, c'est à dire qu'on met un préfixe devant l'unité choisie qui indique le multiple ou le sous multiple considéré. Ces préfixes sont les suivants :

MULTIPLES		signification	SOUS MULTIPLES		signification
déca	da	10 fois plus grand	déci	d	10 fois plus petit
hecto	h	100 fois plus grand	centi	c	100 fois plus petit
kilo	k	1 000 fois plus grand	milli	m	1 000 plus petit
méga	M	1 000 000 de fois plus grand	micro	μ	1 000 000 plus petit

Pour effectuer n'importe quelle conversion des unités de cette catégorie, on peut se servir du tableau de conversion des unités suivant :

		$\times 1000$		$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\div 10$	$\div 10$	$\div 10$	$\div 1000$	
Préfixe	mega	kilo	hecto	déca	U	déci	centi	milli	micro		
Abréviation (grammes)	Mg	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	μg		
					0,	0	2	3			
		0,	0	0	0	0	2	3			
							2,	3			
Abréviation (litres)	ML	kL	hL	daL	L	dL	cL	mL	μL		
				5	2,	1					
		0,	5	2	1						
			5	2	1	0					
		$\times 100$		$\times 1000$	$\div 100$	$\div 1000$					

La lecture de ce tableau permet par exemple d'effectuer les conversions suivantes :

$$0,023 \text{ g} = 0,000023 \text{ kg} = 2,3 \text{ cg}$$

$$52,1 \text{ L} = 0,521 \text{ hL} = 5210 \text{ cL}$$

Donner correctement l'arrondi à l'unité d'un nombre décimal.**Exemple :** Donner l'arrondi à l'unité du nombre 32,6.

Cet arrondi peut être 32 ou 33 car 32,6 est compris entre les nombre entiers 32 et 33.

Pour savoir lequel des nombres 32 ou 33 est le plus proche de 32,6, on va comparer 32,6 au nombre 32,5 qui est le « milieu » de 32 et 33.

On peut adopter plusieurs points de vue complémentaires pour ne pas se tromper.

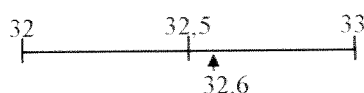
Comparer les chiffres après la virgule :

Pour choisir entre 32 et 33, on regarde le premier chiffre après la virgule :

- s'il est inférieur à 5, c'est 32.
- s'il est supérieur à 5, c'est 33.
- s'il est égal à 5, on regarde le chiffre suivant en appliquant une règle identique.

Comme $6 > 5$, 32,6 est plus proche de 33 que de 32.

L'arrondi à l'unité de 32,6 est donc 33.

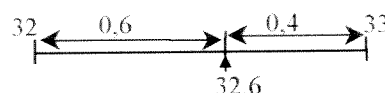
**Comparer aux entiers les plus proches :**

Pour choisir entre 32 et 33 :

- on regarde la quantité qui sépare 32,6 de 32, qui vaut 0,6 (car $32,6 - 32 = 0,6$)
- on regarde la quantité qui sépare 32,6 de 33, qui vaut 0,4 (car $33 - 0,6 = 0,4$).

Comme $0,4 < 0,6$, 32,6 est plus proche de 33 que de 32.

L'arrondi à l'unité de 32,6 est donc 33.

**Donner l'arrondi d'un nombre décimal au dixième, au centième, ...**

Suivant le problème à traiter, on peut être amené à arrondir un nombre à une précision autre que l'unité. Les règles d'arrondi sont les mêmes que pour arrondir à l'unité.

Exemple : Arrondir le nombre 5,261 au dixième près.Cet arrondi peut être 5,2 ou 5,3 car $5,2 < 5,261 < 5,3$.

On va donc comparer 5,261 au nombre 5,25 qui est le « milieu » de 5,2 et 5,3.

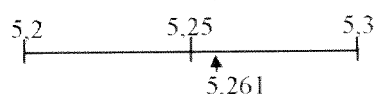
Comparer les chiffres après la virgule :

Pour choisir entre 5,2 et 5,3, on regarde le deuxième chiffre après la virgule pour comparer par rapport à 5,25 :

- s'il est inférieur à 5, c'est 5,2.
- s'il est supérieur à 5, c'est 5,3.
- s'il est égal à 5, on regarde le chiffre suivant en appliquant une règle identique.

Comme $6 > 5$, 5,261 est plus proche de 5,3 que de 5,2.

L'arrondi à l'unité de 5,261 est donc 5,3.

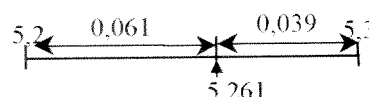
**Comparer aux entiers les plus proches :**

Pour choisir entre 5,2 et 5,3 :

- on regarde la quantité qui sépare 5,261 de 5,2, qui vaut 0,061 (car $5,261 - 5,2 = 0,061$)
- on regarde la quantité qui sépare 5,261 de 5,3, qui vaut 0,039 (car $5,3 - 5,261 = 0,039$).

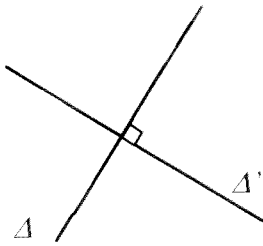
Comme $0,039 < 0,061$, 5,261 est plus proche de 5,3 que de 5,2.

L'arrondi à l'unité de 5,261 est donc 5,3.



COURS CHAPITRE 03 : PARALLELES ET PERPENDICULAIRES

DROITES PERPENDICULAIRES



Définition :

Deux droites Δ et Δ' sécantes sont **perpendiculaires** si elles forment un angle droit..

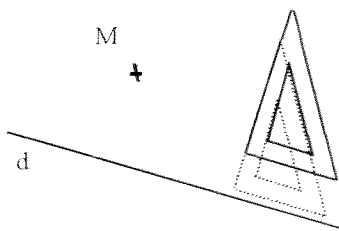
On code la figure en dessinant un petit carré au niveau de l'intersection des deux droites (voir sur la figure).

On écrit parfois en abrégé $\Delta \perp \Delta'$

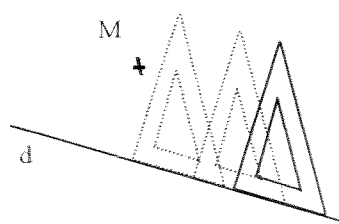
Propriété :

Par un point M , on ne peut tracer qu'une seule droite perpendiculaire à une droite d donnée.

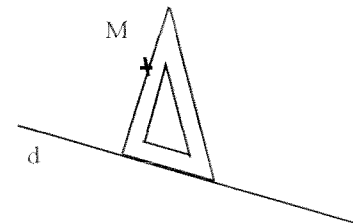
TRACE DE LA DROITE PERPENDICULAIRE A LA DROITE d PASSANT PAR LE POINT M .



1. Repérer l'angle droit de l'équerre, et **la poser n'importe où** sur la droite d **sans s'occuper du point M .**

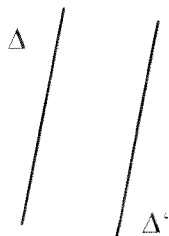


2. Faire **glisser l'équerre sur la droite d** , jusqu'à ce que l'équerre passe par le point M . Changer la position de l'équerre si c'est nécessaire.



3. Tracer la droite, sans oublier de ne pas s'arrêter sur la droite d !

DROITES PARALLELES



Définition :

Deux droites Δ et Δ' qui ne se coupent pas sont **parallèles**.

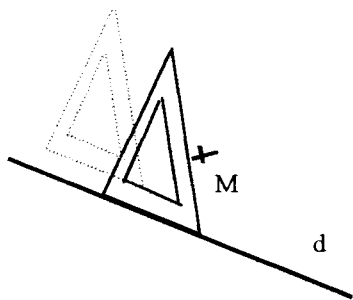
Il n'existe pas de codage universel du parallélisme.

On écrit parfois en abrégé $\Delta // \Delta'$,

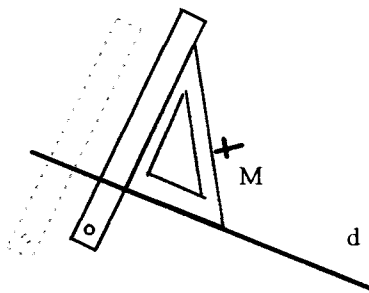
Propriété :

Par un point M , on ne peut tracer qu'une seule droite parallèle à une droite d donnée.

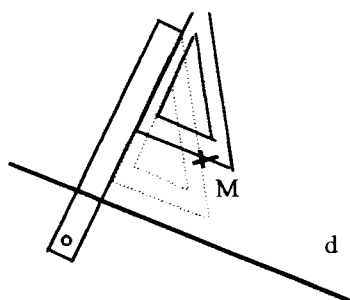
TRACE DE LA DROITE PARALLELE A LA DROITE d PASSANT PAR LE POINT M .



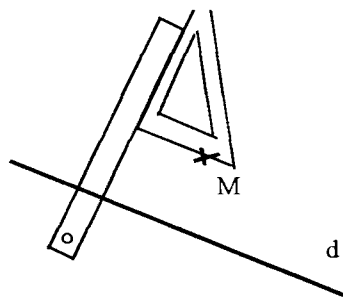
1. Poser un des bords de l'angle droit de l'équerre sur la droite d .



2. Poser la règle contre l'autre bord de l'angle droit de l'équerre.



3. Faire glisser l'équerre le long de la règle, pour amener le bord de l'angle droit sur le point M . Changer la position de l'équerre si ce n'est pas possible.



4. Tracer la droite, sans oublier de la prolonger suffisamment !

PROPRIETES DES DROITES PARALLELES ET PERPENDICULAIRES.

Propriété 1 :

Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Propriété 2 :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Propriété 3 :

Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.

Cette propriété permet de contrôler le parallélisme de deux droites, ou de tracer deux droites parallèles (voir le film de construction ci-dessus).

TRIANGLE RECTANGLE



Définition :

Un **triangle rectangle** est un triangle qui a deux côtés perpendiculaires.

TRAPEZE



Définition :

Un **trapèze** est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

Les deux côtés parallèles sont appelés les bases du trapèze.

RECTANGLE



Définition :

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

CARRE

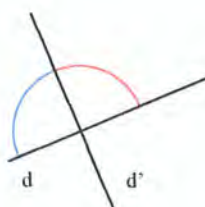


Définition :

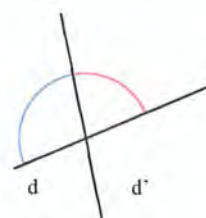
Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et qui a les quatre côtés de la même longueur.

POINTS DE REPERE / METHODES /

RECONNAITRE DEUX DROITES PERPENDICULAIRES A VUE D'ŒIL.



Les droites d et d' semblent perpendiculaires, car les angles marqués en rouge et bleu de chaque côté de ces droites semblent avoir la même mesure,



Les droites d et d' ne sont pas perpendiculaires sur cette figure, car les angles marqués en rouge et bleu de chaque côté de ces droites n'ont pas la même mesure.

COURS CHAPITRE 04 : DIVISION EUCLIDIENNE

OPERATIONS

Addition :

$$3 + 4 = 7$$

7 est la somme de 3 et de 4

3 et 4 sont les termes de cette somme.

Multiplication :

$$6 \times 8 = 48$$

48 est le produit de 6 par 8.

6 et 8 sont les facteurs de ce produit.

Soustraction :

$$9 - 5 = 4$$

4 est la différence de 9 et de 5.

9 et 5 sont les termes de cette différence.

Division avec reste nul :

$$39 \div 3 = 13$$

13 est le quotient de 39 par 3.

39 est le dividende, et 3 est le diviseur.

CRITERES DE DIVISIBILITE

Propriété :

Pour savoir si un nombre entier est divisible par 2, on regarde son chiffre des unités :
si celui-ci est 0, 2, 4, 6 ou 8, alors ce nombre est divisible par 2, sinon il ne l'est pas.

Exemples :

342 est divisible par 2 car son chiffre des unités est 2.

325 n'est pas divisible par 2 car son chiffre des unités n'est ni 0, 2, 4, 6 ou 8.

Propriété :

Pour savoir si un nombre entier est divisible par 5, on regarde son chiffre des unités :
si celui-ci est 0 ou 5, alors ce nombre est divisible par 5, sinon il ne l'est pas.

Exemples :

325 est divisible par 5 car son chiffre des unités est 5.

342 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.

Propriété :

Pour savoir si un nombre entier est divisible par 3, on calcule la somme de ses chiffres :
si cette somme est un multiple de 3, alors ce nombre est divisible par 3, sinon il ne l'est pas.

Exemples :

372 est divisible par 3

car la somme de ses chiffres est égale à 12 ($3 + 7 + 2 = 12$) et 12 est un multiple de 3.

323 n'est pas divisible par 3

car la somme de ses chiffres est égale à 8 ($3 + 2 + 3 = 8$) et 8 n'est pas un multiple de 3.

Propriété :

Pour savoir si un nombre entier est divisible par 9, on calcule la somme de ses chiffres :
si cette somme est un multiple de 9, alors ce nombre est divisible par 9, sinon il ne l'est pas.

Exemples :

8 523 est divisible par 9,

car la somme de ses chiffres est égale à 18 ($8 + 5 + 2 + 3 = 18$) et 18 est un multiple de 9.

372 n'est pas divisible par 9,

car la somme de ses chiffres est égale à 12 ($3 + 7 + 2 = 12$) et 12 n'est pas un multiple de 9.

MULTIPLE DE, DIVISIBLE PAR

Définition :

0, 14, 28, 42, 56, 70 sont des **multiples** de 14, car ils sont dans la table de multiplication de 14.
On dit aussi que 0, 14, 28, 42, 56, 70 sont **divisibles** par 14.

Exemples :

378 est un multiple de 14 car $378 = 14 \times 27$.

492 n'est pas un multiple de 14, car il n'existe pas d'entier qui multiplié par 14 soit égal à 492.

$14 \times 35 = 490$ et $14 \times 36 = 504$

644 est divisible par 14 car $644 \div 14 = 46$ (ce qui signifie aussi que $644 = 14 \times 46$).

829 n'est pas divisible par 14 car : $59 \times 14 = 826$ et $60 \times 14 = 840$.

DIVISION EUCLIDIENNE

$$\begin{array}{r}
 \text{le dividende est } 23 \rightarrow \begin{array}{r} 23 \\ - 20 \\ \hline 3 \end{array} \\
 \text{le reste est } 3 \rightarrow 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{le diviseur est } 4 \rightarrow \begin{array}{r} 4 \\ 5 \end{array} \\
 \text{le quotient est } 5 \rightarrow 5
 \end{array}$$

Propriété :

Dans une division euclidienne, le reste est toujours inférieur au diviseur

Ici, on a bien $3 < 4$.

Propriété :

Dans une division euclidienne on a la relation :
dividende = (quotient $\times$ diviseur) + reste :

Ici, on a : $23 = (5 \times 4) + 3$

Vocabulaire :

Définition :

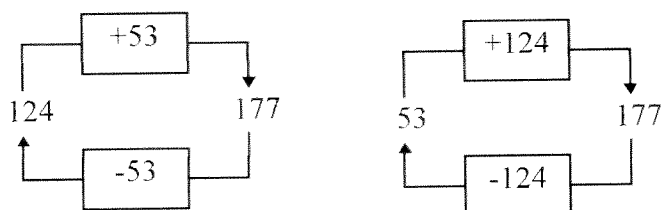
Le nombre 23 est encadré par deux multiples successifs de 4 : les nombres 20 et 24.

On écrit alors cet **encadrement** sous l'une des formes suivantes :

$20 < 23 < 24$ ou bien $4 \times 5 < 23 < 4 \times 6$

POINTS DE REPERE / METHODES

LIENS ENTRE ADDITION ET SOUSTRACTION

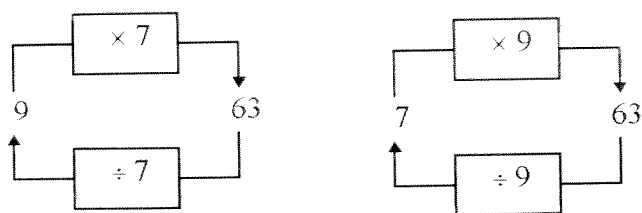


Ces schémas montrent que :

$$124 + 53 = 177$$

$$177 - 53 = 124$$

$$177 - 124 = 53$$

LIENS ENTRE MULTIPLICATION ET DIVISION :

Ces schémas montrent que :

$$9 \times 7 = 63$$

$$63 \div 7 = 9$$

$$63 \div 9 = 7$$

ALGORITHME DE LA DIVISION

On a écrit ci-dessous la démarche qui permet de poser la division de 13 619 par 26 :

Pour se faciliter la tâche, on peut écrire la liste des multiples de 26 :

$$1 \times 26 = 26$$

$$2 \times 26 = 52$$

$$3 \times 26 = 78$$

$$4 \times 26 = 104$$

$$5 \times 26 = 130$$

$$6 \times 26 = 156$$

$$7 \times 26 = 182$$

$$8 \times 26 = 208$$

$$9 \times 26 = 234$$

$$\begin{array}{r|l} 13619 & 26 \\ - 130 & 5 \\ \hline 6 & \end{array}$$

13 est plus petit que 26. On prend donc le nombre 136.

On regarde les multiples de 26, et on constate que :

$$5 \times 26 < 136 < 6 \times 26$$

$$5 \times 26 = 130, \text{ et on effectue } 136 - 130 = 6$$

$$\begin{array}{r|l} 13619 & 26 \\ - 130 & 52 \\ \hline 61 & \\ - 52 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

On abaisse le chiffre 1.

On regarde les multiples de 26, et on constate que :

$$2 \times 26 < 61 < 3 \times 26$$

$$2 \times 26 = 52, \text{ et on effectue } 61 - 52 = 9$$

$$\begin{array}{r|l} 13619 & 26 \\ - 130 & 523 \\ \hline 61 & \\ - 52 & \\ \hline 99 & \\ - 78 & \\ \hline 21 & \end{array}$$

On abaisse le chiffre 9.

On regarde les multiples de 26, et on constate que :

$$3 \times 26 < 99 < 4 \times 26$$

$$3 \times 26 = 78, \text{ et on effectue } 99 - 78 = 21$$

Conclusion :

Dans la division de 13 619 par 26,
le quotient entier est 523 et le reste est 21.

Vérifications :

- Le quotient entier est bien 523 :

$$523 \times 26 = 13\,598$$

$$524 \times 26 = 13\,624$$

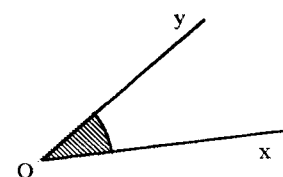
donc on a : $523 \times 26 < 13\,619 < 524 \times 26$

- Le reste est bien 21 :

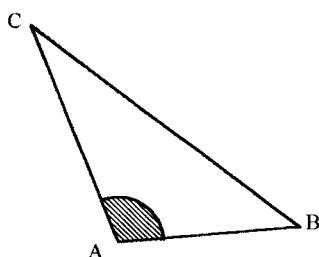
$$13\,619 - (523 \times 26) = 13\,619 - 13\,598 = 21$$

COURS CHAPITRE 05 : ANGLES

NOTION D'ANGLE, VOCABULAIRE ET NOTATIONS.



On a dessiné ci-contre un **angle** (saillant).
Le point O est appelé le **sommet** de l'angle.
Les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ sont les **côtés de l'angle**.
Cet angle est noté $\widehat{xOy}$, ou bien $\widehat{yOx}$.



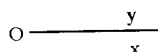
Dans le triangle ABC ci-contre, on a mis en évidence un **angle**.
Le point A est appelé le **sommet** de l'angle.
Les segments $[AB]$ et $[AC]$ sont les **côtés de cet angle**.
Cet angle est noté $\widehat{CAB}$ ou bien $\widehat{BAC}$.

MESURE DES ANGLES

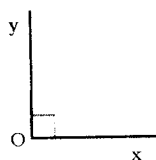
L'unité d'angle usuelle est le **degré**.
Soixante dix degrés est noté 70° .

Le rapporteur permet de mesurer les angles dont la mesure est comprise entre 0° et 180° .

ANGLES PARTICULIERS.



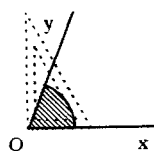
L'**angle nul** mesure 0° .



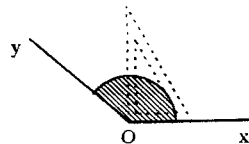
L'**angle droit** mesure 90°



L'**angle plat** mesure 180°



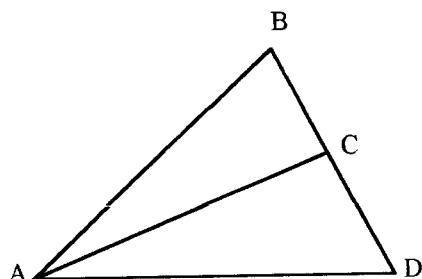
Un **angle aigu** a sa mesure comprise entre 0° et 90° .



Un **angle obtus** a sa mesure comprise entre 90° et 180° .

POINTS DE REPERE / METHODES /

Nommer un angle.



Pour nommer un angle, il faut utiliser trois points : un point désigne le sommet, les deux autres points permettent de connaître ses côtés.

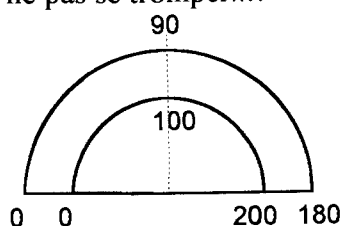
En effet pour la figure ci-contre, l'angle $\widehat{A}$ n'a aucune signification.

Il y a trois angles de sommet A :

$\widehat{BAC}$, $\widehat{CAD}$ et $\widehat{BAD}$.

Mesurer un angle avec le rapporteur.

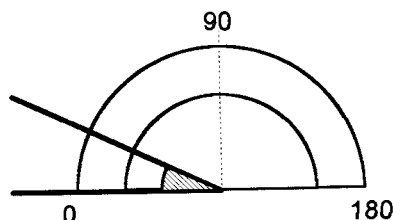
Le rapporteur permet de mesurer les angles en degrés, mais certaines précautions sont indispensables pour ne pas se tromper...!



Choisir la bonne série de graduations: l'échelle des degrés va de 0° à 180° .

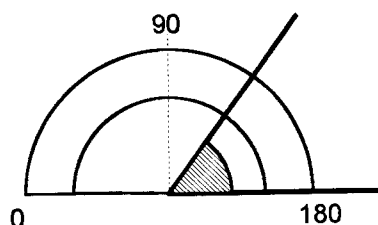
Les grades sont repérés de 0 à 200, mais cette unité n'est pas utilisée en mathématiques.

Certains rapporteurs ont deux séries de graduations qui vont de 0° à 180° , dans les deux sens.



Bien centrer le rapporteur sur le sommet de l'angle (flèche bleue).
Ajuster la demi-droite correspondant à 0° (flèche rouge).

L'angle se lit directement dans ce cas.



Bien centrer le rapporteur sur le sommet de l'angle (flèche bleue).
Ajuster la demi-droite correspondant à 0° (flèche rouge).

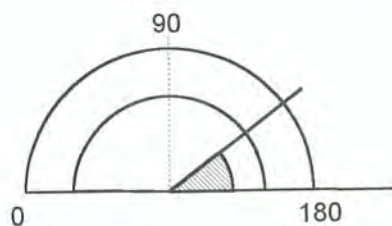
Attention à la lecture de la valeur de l'angle :
la graduation 180 correspond en réalité à 0° !

Il faut alors compter les degrés.

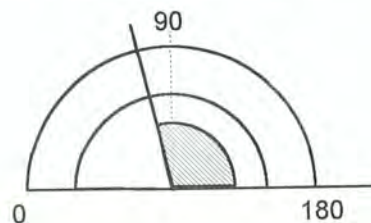
Certains rapporteurs permettent de lire directement la mesure en degrés dans ce cas.

Une erreur à ne pas faire

La plupart des erreurs de mesure d'un angle proviennent d'une mauvaise lecture des graduations du rapporteur. A la place de mesurer 37° , on mesure 143° , ou à la place de mesurer 103° on mesure 77° . Il est facile de ne pas se tromper, en regardant si l'angle est aigu ou bien obtus !

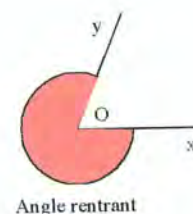
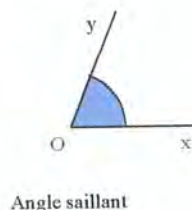


Valeur lue sur le rapporteur : 143° .
Valeur réelle : 37° . C'est un angle aigu.



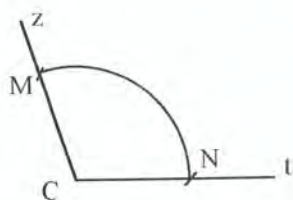
Valeur lue sur le rapporteur : 77° .
Valeur réelle : 103° . C'est un angle obtus.

Angle saillant et angle rentrant.



Par convention, si on demande de mesurer l'angle $\widehat{xOy}$ ci-dessus, on donne la valeur de l'**angle saillant** (en bleu sur la figure). Mais on pourrait aussi s'intéresser à l'**angle rentrant** (en rouge sur la figure) comme on a l'a fait dans certains exercices. La mesure d'un angle rentrant est comprise entre 180° et 360° .

Reproduction d'un angle à la règle et au compas.



Pour reproduire l'angle $\widehat{zCt}$ ci-contre, on trace un arc de cercle de centre C qui coupe les demi-droites $[Cz)$ et $[Ct)$ en M et N. On obtient alors un triangle CMN isocèle en C, qu'il est facile de reproduire au compas.

COURS CHAPITRE 06 : MULTIPLIER UN ENTIER PAR UN DECIMAL, DIVISER UN ENTIER PAR UN ENTIER, QUOTIENTS.

MULTIPLIER UN NOMBRE ENTIER PAR 0,1 ou 0,01 ou 0,001

Propriété :

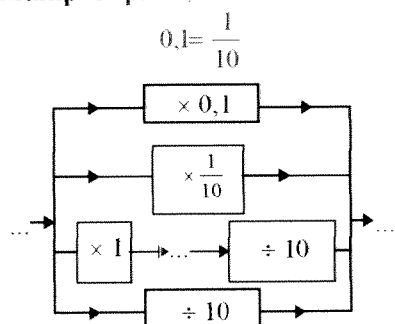
- Multiplier un nombre par 0,1 revient à le diviser par 10.
- Multiplier un nombre par 0,01 revient à le diviser par 100.
- Multiplier un nombre par 0,001 revient à le diviser par 1 000.

Remarques :

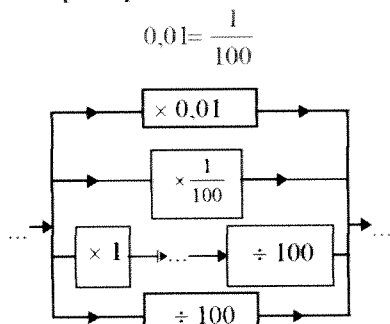
On peut comprendre et retenir ces propriétés si on sait que :

0,1 est égal à un dixième ; 0,01 est égal à un centième ; 0,001 est égal à un millième .

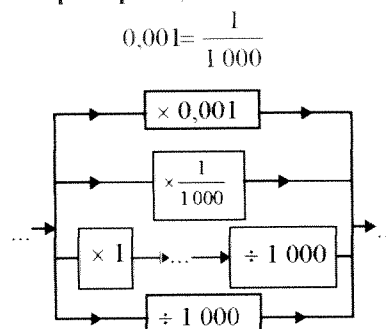
Multiplier par 0,1 :



Multiplier par 0,01 :



Multiplier par 0,001 :



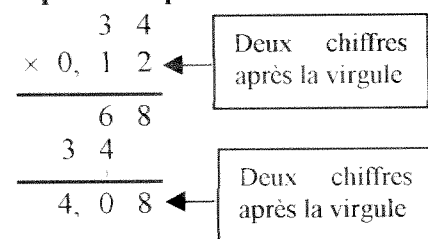
MULTIPLIER UN NOMBRE ENTIER PAR UN NOMBRE DECIMAL

Exemples : On peut adopter les points de vue ci-dessous pour multiplier 34 par 0,12 :

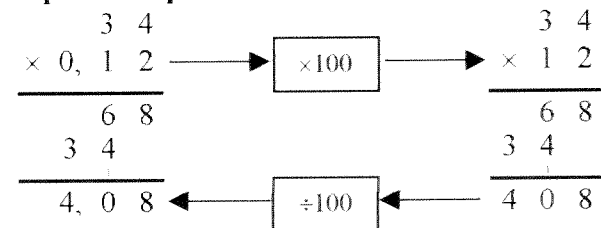
Ecriture décimale :

En ligne : $34 \times 0,12 = 4,08$

Opération posée :

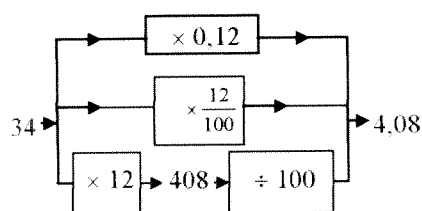


Opération posée :



Utilisation des opérateurs :

On sait que : $0,12 = \frac{12}{100}$



Fractions décimales :

$$\begin{aligned}
 &34 \times 0,12 \\
 &= 34 \times \frac{12}{100} \\
 &= (34 \times 12) \div 100 \\
 &= 408 \div 100 \\
 &= 4,08
 \end{aligned}$$

MULTIPLIER un nombre par 0,5 ou par 0,25**Propriété :**

- Multiplier un nombre par 0,5 revient à le diviser par 2.
- Multiplier un nombre par 0,25 revient à le diviser par 4.

Exemples :

$$16 \times 0,5 = 16 \div 2 = 8$$

$$16 \times 0,25 = 16 \div 4 = 4$$

NOTATION DU QUOTIENT

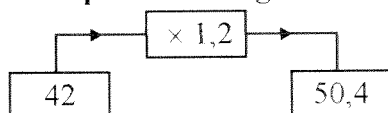
Notation : Le quotient de la division d'un nombre a par un nombre b différent de zéro se note $\frac{a}{b}$ et se lit « a divisé par b » ou « a sur b ».

QUOTIENT DE DEUX ENTIERS

Le quotient de deux nombres peut être décimal.	Le quotient de deux nombres peut ne pas être décimal.
Exemple : $\frac{22}{8}$ est un nombre décimal. $\begin{array}{r} 22 \\ - 16 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 2,75 \end{array}$ On vérifie que le quotient est bien 2,75 : $\frac{22}{8} = 2,75 \quad \text{car} \quad 8 \times 2,75 = 22$	Exemple : $\frac{17}{6}$ n'est pas un nombre décimal. $\begin{array}{r} 17 \\ - 12 \\ \hline 50 \\ - 48 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \hline 2,833 \end{array}$ On vérifie que 2,833 n'est pas le quotient exact : $\frac{17}{6} \neq 2,833 \quad \text{car} \quad 6 \times 2,833 = 16,998$ Mais on obtient alors l'encadrement suivant au millièmes près : $2,833 < \frac{17}{6} < 2,834$

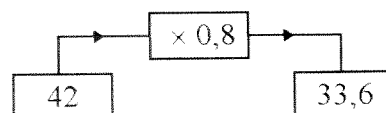
LA MULTIPLICATION PAR UN NOMBRE DECIMAL PEUT AUGMENTER OU DIMINUER UN NOMBRE.

Multiplier par un nombre supérieur à 1 agrandit.



AGRANDISSEMENT
car 1,2 est supérieur à 1.

Multiplier par un nombre inférieur à 1 diminue :



DIMINUTION
car 0,8 est inférieur à 1.

DIFFERENTES ECRITURES D'UN QUOTIENT

Propriété : a , b et k sont deux nombres, et b et k sont différents de zéro.

On ne change pas la valeur d'un quotient en multipliant ou en divisant le dividende et le diviseur b par le même nombre k .

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

Exemple 1 :

Pour effectuer le quotient de 7 800 par 260, on peut aussi effectuer le quotient de 780 par 26.

$$\frac{7\,800}{260} = \frac{780}{26} \quad \frac{7\,800}{26} = \frac{780 \times 10}{26 \times 10} = \frac{780}{26}$$

Exemple 2 :

Ecrire la fraction $\frac{7}{5}$ avec le nombre 10 comme dénominateur pour calculer sa valeur décimale :

$$\frac{7}{5} = \frac{14}{10} \quad \frac{7}{5} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10}$$

la valeur décimale de $\frac{7}{5}$ est donc 1,4.

POINTS DE REPERE / METHODES /

EXERCICE MODELE .**ENONCE :**

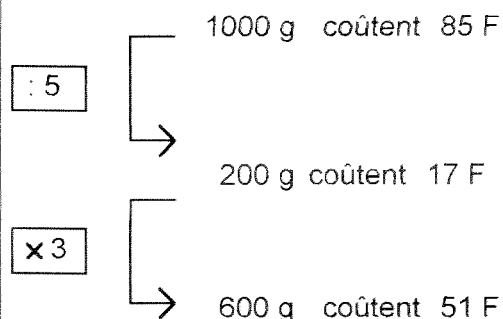
Un morceau de viande est vendu 85 F le kg. On veut calculer le prix d'un rôti de 600 g.

SOLUTION (on présente quatre démarches différentes qui aboutissent bien sûr au même résultat) :

Il faut d'abord faire les conversions nécessaires :

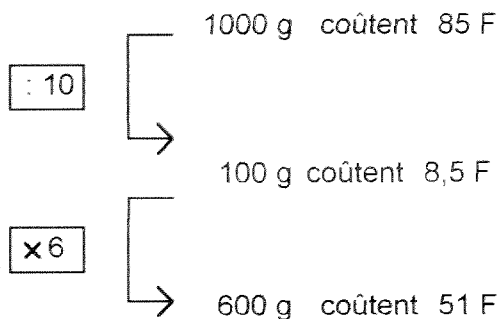
$$1 \text{ kg} = 1\,000\text{g}$$

$$600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg}$$

Schéma au brouillon :**Calcul à effectuer :**

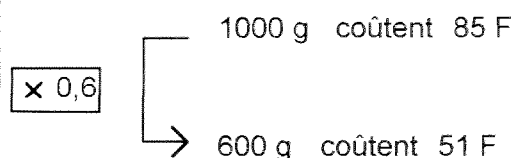
$$(85 \div 5) \times 3 = 17 \times 3 = 51$$

Le rôti coûte donc 51 F

Schéma au brouillon :**Calcul à effectuer :**

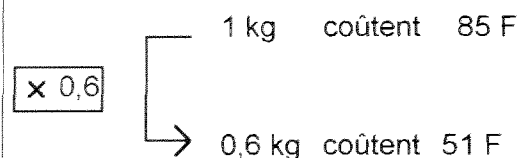
$$(85 \div 10) \times 6 = 8,5 \times 6 = 51$$

Le rôti coûte 51 F

Schéma au brouillon :**Rédaction :**

$$85 \times 0,6 = 51$$

Le rôti coûte 51 F

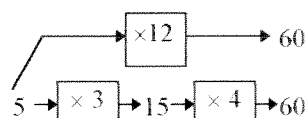
Schéma au brouillon :**Rédaction :**

$$85 \times 0,6 = 51$$

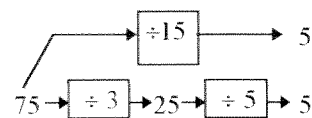
Le rôti coûte 51 F

Multiplications ou divisions successives.

En l'absence de parenthèses, on peut appliquer les opérateurs de multiplications et les opérateurs de divisions dans n'importe quel ordre. Cette propriété permet souvent de simplifier les calculs :



Multiplier un nombre par 3, puis multiplier le résultat par 4, revient à multiplier ce nombre par 12 car $3 \times 4 = 12$.



Diviser un nombre par trois, puis diviser le résultat par 5, revient à diviser ce nombre par 15 car $3 \times 5 = 15$.

Utiliser un ordre de grandeur pour déterminer un quotient.

Il est facile de vérifier que $7 \div 5 = 1,4$.

Grâce à ce résultat, on peut calculer le quotient de la division $7000 \div 50$.

On sait que les chiffres qui composent les nombres sont 1 et 4, mais on peut hésiter entre les nombres :

14 000

1 400

140.

Pour choisir parmi ces nombres, on procède par essai-erreur en faisant la multiplication associée.

On estime l'ordre de grandeur du résultat (sans poser de multiplication) :

$$50 \times 14\,000 = 5 \times 14 \times 10 \times 1\,000 = 70 \times 10\,000 = 700\,000.$$

non.

$$50 \times 1\,400 = 5 \times 14 \times 10 \times 100 = 70 \times 1\,000 = 70\,000$$

non.

$$50 \times 140 = 5 \times 14 \times 10 \times 10 = 70 \times 100 = 7\,000$$

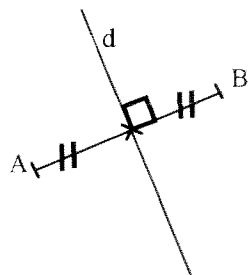
juste.

Les opérations ci-dessus montrent que $7\,000 \div 50 = 140$.

COURS CHAPITRE 07 : SYMETRIE ORTHOGONALE

PAR RAPPORT A UNE DROITE

MEDIATRICE D'UN SEGMENT



Définition :

La **médiatrice d'un segment** $[AB]$ est la droite d qui est perpendiculaire au segment $[AB]$ et passe par le milieu du segment $[AB]$

SYMETRIQUE D'UN POINT PAR RAPPORT A UNE DROITE

Définition :

On se donne une droite d .

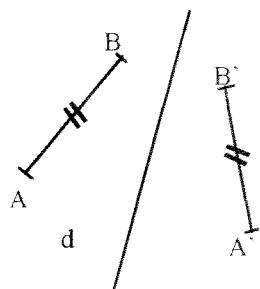
- Si un point A n'est pas situé sur la droite d , on dit que le point A est le **symétrique** du point B par **rapport à la droite d** lorsque la droite d est la médiatrice du segment $[AB]$. On dit aussi que les points A et B sont **symétriques par rapport à la droite d** .
- Si un point C est situé sur la droite d , son symétrique par rapport à la droite d est le point C lui-même.

Première méthode de construction d'un symétrique : avec l'équerre et la règle graduée.

	Construction du symétrique du point A par rapport à la droite d : 1) Repérer à vue d'œil où sera ce symétrique (appelé B). 2) Tracer la droite perpendiculaire à la droite d passant par le point A. Elle coupe la droite d en le point I. 3) Reporter la longueur AI sur cette perpendiculaire, de l'autre côté de la droite d (voir dessin). Ce report de longueur peut être effectué avec un compas ou une règle graduée. Le symétrique du point C est le point C lui-même.
--	---

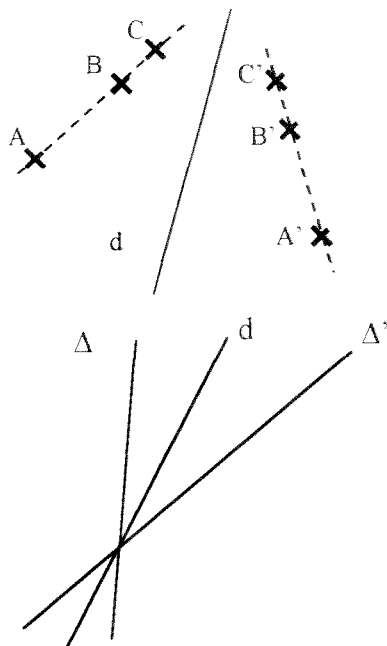
PROPRIETES DE LA SYMETRIE ORTHOGONALE

Propriétés :



Le symétrique d'un segment par rapport à une droite d est un segment de même longueur.

Les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont symétriques par rapport à la droite d : ils ont la même longueur.



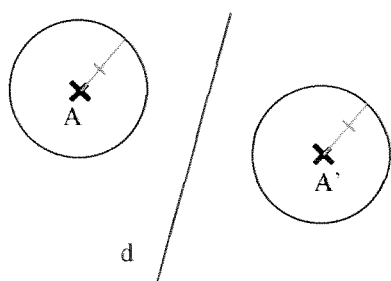
Les symétriques de trois points alignés par rapport à une droite sont trois points alignés.

Les points A, B et C sont alignés. Leurs symétriques A', B' et C' par rapport à la droite **d** sont aussi alignés.

Le symétrique d'une droite par rapport à une droite **d** est une droite. Deux droites symétriques sont sécantes sur la droite de symétrie.

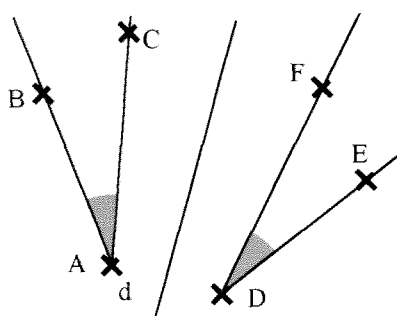
Le symétrique de la droite Δ par rapport à une droite **d** est la droite Δ' .

Les droites Δ et Δ' se coupent sur la droite **d**.



Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon. Les centres de ces deux cercles sont symétriques par rapport à la droite **d**.

Les deux cercles ci-contre sont symétriques par rapport à la droite **d**. Leurs centres A et A' sont symétriques par rapport à la droite **d**.



Le symétrique d'un angle par rapport à une droite **d** est un angle de même mesure.

Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EDF}$ sont symétriques par rapport à la droite **d** : ils ont la même mesure.

PROPRIETES DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT

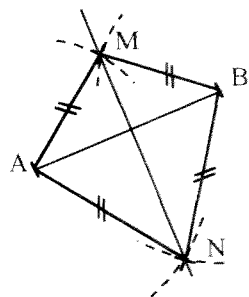
Propriété :

Si un point est à égale distance des extrémités A et B du segment [AB], alors ce point est sur la médiatrice du segment [AB].

Propriété :

Si un point est sur la médiatrice d'un segment [AB], alors ce point est à égale distance des extrémités A et B du segment [AB].

CONSTRUCTION DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT



Propriété :

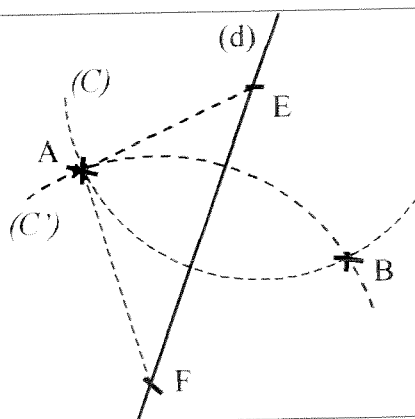
Si deux points sont à égale distance des extrémités d'un segment, alors la droite qui passe par ces deux points est la médiatrice de ce segment.

Cette propriété permet de construire la médiatrice du segment $[AB]$ à l'aide du compas et de la règle non graduée :

- 1) Tracer un arc de cercle de centre A et un arc de cercle de centre B de même rayon qui se coupent en M.
- 2) Tracer un arc de cercle de centre A et un arc de cercle de centre B de même rayon qui se coupent en N.
- 3) Tracer la droite (MN) : c'est la médiatrice du segment $[AB]$.

Remarque : Il est commode de garder le même rayon pour les arcs de cercle du 1) et du 2), mais ce n'est pas une obligation.

Deuxième méthode de construction d'un symétrique : à la règle non graduée et au compas.



Construction du symétrique du point A par rapport à la droite d :

- 1) Repérer à vue d'œil où sera ce symétrique (appelé B).
- 2) Choisir deux points E et F quelconques sur la droite d .
- 3) Tracer un arc de cercle (C) de centre E passant par A, près de l'endroit où sera le point B.
- 4) Tracer un arc de cercle (C') de centre F passant par A, qui recoupe l'arc précédent en le point B.

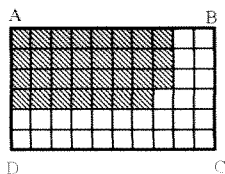
POINTS DE REPERE / METHODES

Une propriété de la médiatrice d'un segment

La médiatrice du segment $[AB]$ est la **frontière** entre deux catégories de points

- D'un côté de la médiatrice ceux qui sont plus proches du point A
- De l'autre côté de la médiatrice ceux qui sont plus proches du point B.

COURS CHAPITRE 08 : NOTION DE FRACTION, ECHELLES, POURCENTAGES



Fraction d'aire.

On choisit comme **unité** d'aire le rectangle ABCD.

On **partage** ce rectangle en 60 carreaux identiques.

On colorie 31 carreaux.

On dit alors qu'on a colorié trente et un soixantièmes de l'aire du rectangle ABCD.

On écrira aussi qu'on a colorié $\frac{31}{60}$ l'aire du rectangle ABCD.

Fraction de longueur.

On choisit comme **unité** de longueur le segment [AB].

On **partage** ce segment en 5 segments de même longueur.

On place les points C et D sur un des points ainsi obtenus.

On dit alors que la longueur AC est égale aux trois cinquièmes de la longueur AB.

On écrira aussi que le segment [AC] représente les $\frac{3}{5}$ du segment [AB].

On écrit : $AC = \frac{3}{5} \times AB$.

On dit alors que la longueur AD est égale les sept cinquièmes de la longueur [AB].

On écrira aussi que le segment [AD] représente les $\frac{7}{5}$ de segment [AB].

On écrit : $AD = \frac{7}{5} \times AB$

DIFFERENTES ECRITURES D'UNE FRACTION

Propriété : a , b et k sont trois nombres, et b et k sont différents de zéro.

On ne change pas la valeur d'un nombre en écriture fractionnaire en multipliant ou en divisant le **numérateur** a et le **dénominateur** b par le même nombre k .

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

Exemples :

Simplifier la fraction $\frac{15}{6}$:

$$\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

(divisions par 3)

$$\frac{15}{6} = \frac{5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{5}{2}$$

on dit qu'on a simplifié la fraction $\frac{15}{6}$ par 3

Ecrire la fraction $\frac{7}{5}$ avec le nombre 10 comme dénominateur (pour calculer sa valeur décimale) :

$$\frac{7}{5} = \frac{14}{10}$$

(multiplications par 2)

$$\frac{7}{5} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10}$$

PRENDRE UNE FRACTION D'UN NOMBRE

Propriété : a et b sont deux nombres, et b est différent de zéro.

Pour multiplier un nombre par $\frac{a}{b}$, on peut :

- Le multiplier par a et diviser le résultat par b .
- Le diviser par b , et multiplier le résultat par a .
- Le multiplier par le résultat de la division de a par b .

Exemple pour illustrer ces trois méthodes :

Pour prendre les quatre cinquièmes du nombre 15 :

- on divise 15 par 5. On obtient 3.
- puis on multiplie 3 (un cinquième de 15) par 4 (le nombre de cinquièmes). On obtient 12.

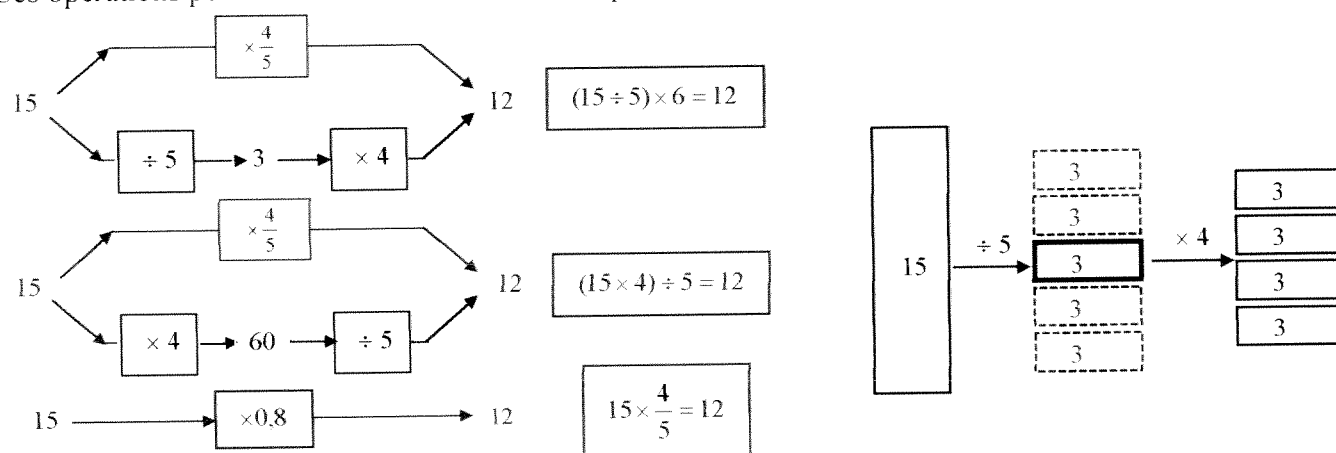
Pour prendre les quatre cinquièmes du nombre 15, on peut aussi :

- multiplier 15 par quatre. On obtient 60.
- puis diviser 60 par 5. On obtient 12.

Pour prendre les quatre cinquièmes du nombre 15, on peut aussi :

- diviser 4 par 5. On obtient 0,8.
- Puis multiplier 15 par 0,8. On obtient 12.

Ces opérations peuvent se schématiser à l'aide des opérateurs et du schéma suivants :



Remarque : Selon les cas, on choisit la méthode la plus adaptée au calcul à faire.

PRENDRE UN POURCENTAGE D'UNE QUANTITE

Propriété : a est un nombre.

Prendre $a\%$ d'une quantité, revient à multiplier cette quantité par $\frac{a}{100}$.

Exemple : prendre 15% de 245.

On calcule $\frac{15}{100} \times 245$ et on trouve 36,75.

POINTS DE REPÈRE / MÉTHODES /

Choisir la bonne méthode pour calculer une fraction d'une quantité.

- Calculer $15 \times \frac{7}{3}$

On remarque $15 \div 3 = 5$, et on effectue donc ce calcul de la façon suivante : $15 \times \frac{7}{3} = (15 \div 3) \times 7 = 5 \times 7 = 35$

Il est maladroit d'effectuer d'abord 15×7 et de diviser le résultat 105 par 3.

Il est encore plus maladroit d'effectuer la division de 7 par 3 car elle ne finit pas !

- Calculer $13 \times \frac{18}{6}$

On remarque que $18 \div 6 = 3$, et on effectue donc ce calcul de la façon suivante : $13 \times \frac{18}{6} = 13 \times 3 = 39$

Il est maladroit d'effectuer 13×18 , puis de diviser le résultat 234 par 6.

Il est encore plus maladroit d'effectuer la division de 13 par 6 car elle ne finit pas !

- Calculer $12 \times \frac{14}{21}$

On peut remarquer que les divisions de 12 par 21 et de 14 par 21 ne finissent pas.

On effectue donc ce calcul de la façon suivante : $12 \times \frac{14}{21} = (12 \times 14) \div 21 = 168 \div 21 = 8$

- Calculer $15 \times \frac{7}{9}$

On remarque que les divisions de 15 par 9 et de 7 par 9 ne finissent pas.

Mais dans ce cas, le résultat de cette opération est un nombre qui n'admet pas d'écriture décimale :

$$15 \times \frac{7}{9} = (15 \times 7) \div 9 = 105 \div 9.$$

Suivant le problème à résoudre :

- ♦ on donne comme réponse le nombre $\frac{105}{9}$.
- ♦ ou une approximation décimale du quotient de la division de 105 par 9.

EXERCICE MODÈLE un problème de pourcentage.

Énoncé :

Un jeu coûte 360F. Paul en paye 80%. Quelle somme doit payer Paul ?

Solution :

On calcule $\frac{80}{100} \times 360$.

On peut utiliser n'importe laquelle des méthodes suivantes :

- $\frac{80}{100} \times 360 = (80 \div 100) \times 360 = 0,8 \times 360 = 288.$
- $\frac{80}{100} \times 360 = (80 \times 360) \div 100 = 28\,800 \div 100 = 288$
- $\frac{80}{100} \times 360 = (360 \div 100) \times 80 = 3,6 \times 80 = 288$

Paul doit donc payer 288F.

COURS CHAPITRE 09 : PERIMETRES ET AIRES

PERIMETRE

Etymologie du mot périmètre :

du grec **péri**, qui signifie autour et du grec **metros** qui signifie mesure.

Définition :

Le **périmètre** d'une figure est le contour qui limite sa surface, ou bien la longueur de ce contour.

Exemples : voir les exercices modèles.

LONGUEUR OU PERIMETRE DU CERCLE

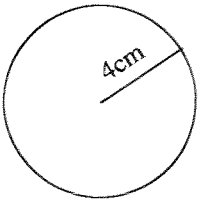
Propriété :

La longueur L d'un cercle de rayon R et de diamètre d est donnée par les formules :

$$L = 2 \times \pi \times R \quad \text{où } \pi \text{ représente le nombre pi.}$$

$$L = \pi \times d$$

Exemple :

	Calcul de valeurs approchées de la longueur de ce cercle : en prenant la valeur de π fournie par la calculatrice : $L = 2 \times \pi \times 4 \approx 25,132\,741\,23$ on arrondira suivant les besoins. en prenant 3,14 pour valeur approchée de π : $L = 2 \times 3,14 \times 4 \approx 25,12$
---	--

Remarque :

L'écriture décimale du nombre π comporte un nombre infini de décimales. On choisit une valeur approchée de ce nombre pour effectuer des calculs approchés.

Des calculs ont permis d'établir que : $\pi \approx 3,141\,592\,654$

AIRE

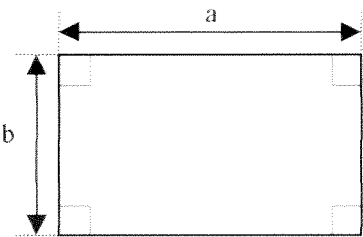
Définition :

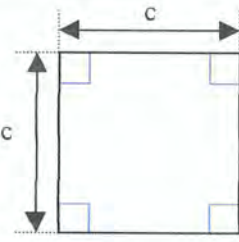
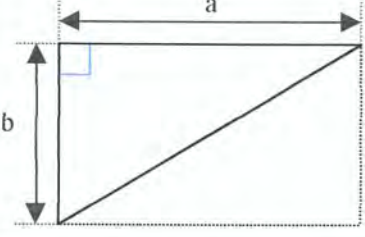
Une unité d'aire étant choisie, l'aire d'une figure plane fermée est le nombre d'unités d'aire contenues dans la surface de cette figure.

AIRES DU RECTANGLE, DU CARRE ET DU TRIANGLE RECTANGLE

ATTENTION : Dans les formules ci-dessous, les longueurs a et b doivent être exprimées dans la même unité. L'unité de l'aire en dépendra.

Par exemple, si a et b sont exprimées en centimètres, l'aire sera exprimée en centimètres carrés.

	aire du rectangle : $A = a \times b$	L'aire d'un rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur
--	--	---

	aire du carré : $A = c \times c$ Remarque : $a \times a$ s'écrit aussi a^2	L'aire d'un carré est égale au produit de son côté par lui même.
	aire du triangle rectangle : $A = (a \times b) \div 2$	L'aire d'un triangle rectangle est égale au produit des longueurs des côtés de l'angle droit divisé par deux.

UNITES D'AIRE

Définition :

Un mètre carré est l'aire d'un carré de côté 1 mètre.

Le mètre carré est noté : m^2 .

On utilise aussi des multiples et des sous multiples du mètre carré :

le décamètre carré : dam^2

le décimètre carré : dm^2

l'hectomètre carré : hm^2

le centimètre carré : cm^2

le kilomètre carré : km^2

le millimètre carré : mm^2

Les unités agraires sont utilisées pour exprimer les aires de terrains, champs, ... :

un are est égale à un décamètre carré.

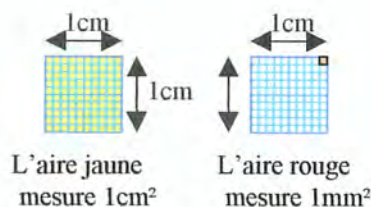
1 a = 1 dam^2

un hectare est égale à un hectomètre carré.

1 ha = 1 hm^2

CONVERSION DES UNITES D'AIRE

1 $km^2 = 100 \text{ hm}^2$	1 $dm^2 = 0,01 \text{ m}^2$
1 $hm^2 = 100 \text{ dam}^2 = 1 \text{ ha}$	1 $cm^2 = 0,01 \text{ dm}^2$
1 $dam^2 = 100 \text{ m}^2 = 1 \text{ a}$	1 $mm^2 = 0,01 \text{ cm}^2$



POINTS DE REPERE / METHODES /

A propos des formules d'aire et de périmètre

- Les formules des périmètres des figures usuelles, sauf celle du cercle, ne sont pas à retenir par cœur : le calcul des périmètres des rectangles, carrés et triangles est très facile.
- La formule qui donne l'aire d'un carré est un cas particulier de celle qui donne l'aire d'un rectangle : la longueur est égale à la largeur.
- La formule qui donne l'aire d'un triangle rectangle est facile à retrouver : un rectangle est formé de deux triangles rectangles superposables.
- Pour calculer l'aire d'une figure complexe, on essaye de se ramener par décompositions, recollements, ... à des figures connues (voir les exercices modèles).

Conversions des unités d'aire

Le principe des préfixes (déci pour dixième,...) n'est pas valable pour les unités d'aire : un dm^2 n'est pas égal à un dixième de m^2 .

Les changements d'unité ne se font pas de 10 en 10 comme pour les unités de longueur, mais de 100 en 100. Ce résultat se retrouve facilement :

Par définition, un dm^2 est l'aire d'un carré de côté 1 dm. On a donc :

$$1 \text{ dm}^2 = 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = 0,01 \text{ m}^2$$

De même, un dam^2 est l'aire d'un carré de côté 1 dam. On a donc :

$$1 \text{ dam}^2 = 1 \text{ dam} \times 1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2.$$

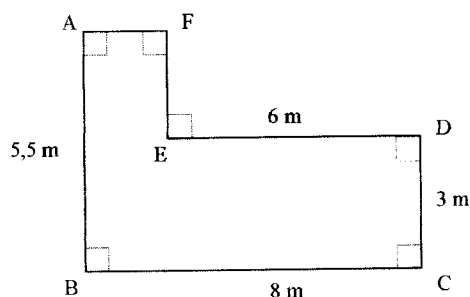
On peut se servir d'un tableau de conversion sur le modèle ci-dessous.

dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2
			1	2,	1			
			1	2	1	0		
0,	0	0	1	2	1			

Grâce à ce tableau on lit facilement les conversions suivantes : $12,1 \text{ dm}^2 = 1\,210 \text{ cm}^2 = 0,001\,21 \text{ dam}^2$

EXERCICE MODELE 1

Enoncé : Calculer le périmètre et l'aire de la figure ci-dessous :



Solution :

Calcul du périmètre du polygone ABCDEF :

Le périmètre P de la figure ci-dessus est égal à la longueur de la ligne qui la délimite.

Les longueurs AF et FE ne sont pas données, mais faciles à calculer. Les autres longueurs sont connues.

Toutes les longueurs sont exprimées en mètres.

$$AF = BC - DE = 8 - 6 = 2$$

$$FE = AB - CD = 5,5 - 3 = 2,5$$

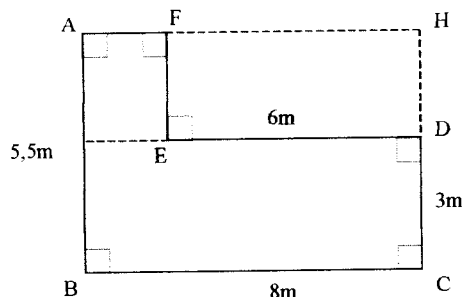
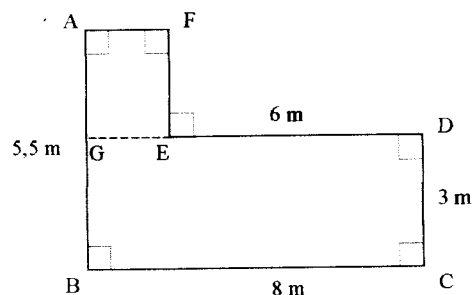
On a donc :

$$\begin{aligned} P &= AF + FE + ED + DC + CB + BA \\ &= 2 + 2,5 + 6 + 3 + 8 + 5,5 \\ &= 27 \end{aligned}$$

Conclusion : le périmètre du polygone ABCDEF est égal à 27 mètres.

Calcul de l'aire du polygone ABCDEF :

L'aire A de cette figure peut se calculer de plusieurs façons différentes :



- 1) En décomposant la figure ABCDEF en deux rectangles BCDG et AFEG.

- 2) Ou bien en complétant la figure pour obtenir le rectangle ABCH. On peut calculer l'aire du polygone ABCDEF en retranchant l'aire du rectangle EDHF au rectangle ABCH.

Toutes les longueurs sont exprimées en mètres.

Voici les calculs correspondant à la première méthode :

$$\begin{aligned} A &= \text{aireBCDG} + \text{aireAFEG} \\ &= BC \times CD + EF \times AF \\ &= 8 \times 3 + 2,5 \times 2 \\ &= 24 + 5 \\ &= 29 \end{aligned}$$

Voici les calculs correspondant à la deuxième méthode :

$$\begin{aligned} A &= \text{aireABCH} - \text{aireEFHD} \\ &= BC \times AB - EF \times ED \\ &= 8 \times 5,5 - 2,5 \times 6 \\ &= 44 - 15 \\ &= 29 \end{aligned}$$

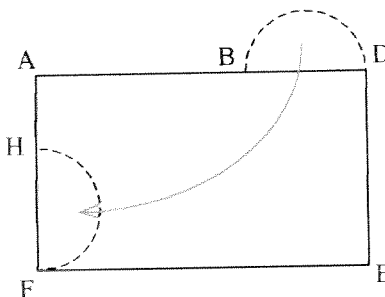
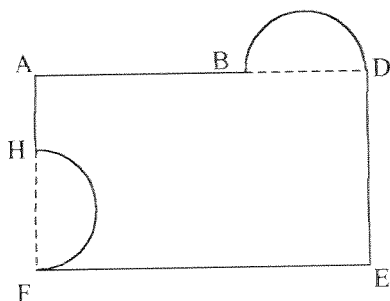
Conclusion : L'aire du polygone ABCDEF mesure 29 m².

EXERCICE MODELE 2

Enoncé :

ADEF est un rectangle dont les dimensions AF et AD valent respectivement 8 cm et 5 cm. Les diamètres des demi-cercles sont BD et HF et ils mesurent 3 cm.

- 1) Calculer la valeur exacte de l'aire de la figure ci-dessous.
- 2) Calculer la valeur approchée de son périmètre à 0,001 cm près.



Solution :

- 1) Pour calculer l'aire de cette figure, on « coupe » le demi-cercle de diamètre BD, et on le « colle » sur le demi-cercle de diamètre HF. La figure de départ et le rectangle ADEF ont donc la même aire A .

Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

$$\begin{aligned} A &= AD \times ED \\ &= 8 \times 5 \\ &= 40 \end{aligned}$$

Conclusion : L'aire de cette figure est égale à 40 cm².

- 2) Le périmètre de cette figure s'obtient en ajoutant les longueurs des segments aux longueurs des demi-cercles la composant.

Les longueurs des segments AB et HA ne sont pas connues, mais on peut calculer facilement :

$$AB = AD - BD = 8 - 3 = 5$$

$$HA = AF - HF = 5 - 3 = 2$$

La longueur totale des segments est donc égale à :

$$\begin{aligned} &AB + DE + EF + HA \\ &= 5 + 5 + 8 + 2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

La longueur des deux demi-cercles de diamètre 3cm est égale à la longueur d'un cercle complet de diamètre 3cm. Elle vaut donc :

$$\pi \times 3 \approx 9,424\,7 \text{ (en prenant la valeur de } \pi \text{ fournie par la calculatrice).}$$

On arrondit donc à 9,425.

D'où la valeur approchée du périmètre :

$$20 + 9,425 = 29,425$$

Conclusion : Le périmètre de la figure vaut donc approximativement : 29,425 cm.

COURS CHAPITRE 10 : MULTIPLIER DEUX NOMBRES DECIMAUX

MULTIPLIER UN NOMBRE DECIMAL PAR UN NOMBRE DECIMAL

Exemples : On peut adopter les points de vue ci-dessous pour multiplier 6,8 par 0,23 :

Ecriture décimale :

Opération posée :

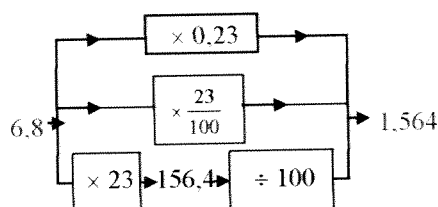
$$\begin{array}{r} 6,8 \\ \times 0,23 \\ \hline 204 \\ 136 \\ \hline 1,564 \end{array}$$

On effectue l'opération sans tenir compte de la virgule. Il y a trois chiffres après la virgule au résultat 1 564 (un pour 6,8 et deux pour 0,23).

En ligne : $6,8 \times 0,23 = 1,564$

Utilisation des opérateurs :

On sait que : $0,23 = \frac{23}{100}$



Fractions décimales :

$$\begin{aligned} 6,8 \times 0,23 &= \frac{68}{10} \times \frac{23}{100} \\ &= \frac{68 \times 23}{10 \times 100} \\ &= \frac{1564}{1000} \\ &= 1,564 \end{aligned}$$

DIVISER UN NOMBRE DECIMAL PAR UN NOMBRE ENTIER

Exemple :

Pour calculer le quotient de la division de 16,11 par 3 :

$$\begin{array}{r} 16,11 \quad | \quad 3 \\ - 15 \quad | \quad 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

On pose la division d'un nombre décimal par un entier comme la division de deux entiers, jusqu'à ce qu'on arrive au reste dans la colonne du chiffre des unités.

$$\begin{array}{r} 16,11 \quad | \quad 3 \\ - 15 \quad | \quad 5, \\ \hline 11 \end{array}$$

On abaisse le 1, qui correspond au chiffre des dixièmes.
On rajoute la virgule au quotient à ce moment là.

$$\begin{array}{r} 16,11 \quad | \quad 3 \\ - 15 \quad | \quad 5,3 \\ \hline 11 \\ - 9 \quad | \quad 21 \\ \hline 21 \\ - 21 \quad | \quad 0 \end{array}$$

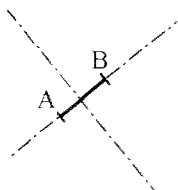
On finit la division.

Conclusion :

Le quotient de la division de 16,11 par 3 est égal à 5,37.

COURS CHAPITRE 11 : FIGURES SYMETRIQUES

AXES DE SYMETRIE D'UN SEGMENT

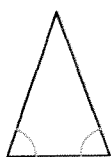


Propriété :

Un segment a deux axes de symétrie :

- La médiatrice de ce segment
- La droite qui contient ce segment.

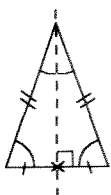
RECONNAITRE UN TRIANGLE ISOCELE



Propriété :

Si on sait qu'un triangle a deux angles de même mesure, alors on peut dire que ce triangle est isocèle.

PROPRIETES D'UN TRIANGLE ISOCELE



Triangle
isocèle

Propriété :

Si on sait qu'un triangle est isocèle, alors :

- il a deux angles de même mesure
- il a un axe de symétrie.

Propriété :

L'axe de symétrie d'un triangle isocèle est aussi :

- la médiatrice du côté opposé au sommet principal.
- la bissectrice de l'angle du sommet principal.

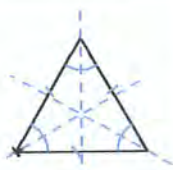
RECONNAITRE UN TRIANGLE EQUILATERAL



Propriété :

Si on sait qu'un triangle a trois angles de même mesure, alors on peut dire que ce triangle est équilatéral.

PROPRIETES D'UN TRIANGLE EQUILATERAL



Triangle équilatéral
(toutes les propriétés ne sont pas codées)

Propriété :

Un triangle équilatéral a :

- trois angles de même mesure.
- trois axes de symétrie.

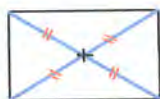
Propriété :

Chaque axe de symétrie d'un triangle équilatéral est aussi :

- la médiatrice d'un côté du triangle.
- la bissectrice d'un angle du triangle.
- la hauteur issue d'un sommet du triangle.

RECONNAITRE UN RECTANGLE

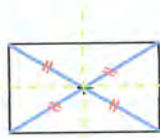
Voici une façon parmi d'autres de reconnaître un rectangle :



Propriété :

Si on sait qu'un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et ont la même longueur, alors on peut dire que ce quadrilatère est un rectangle

QUELQUES PROPRIETES D'UN RECTANGLE



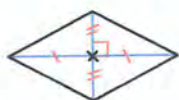
Propriétés :

Un rectangle a :

- deux axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.
- ses diagonales qui ont la même longueur
- ses diagonales qui se coupent en leur milieu.

RECONNAITRE UN LOSANGE

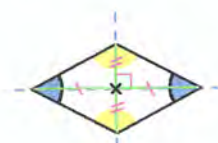
Voici une façon parmi d'autres de reconnaître un losange :



Propriété :

Si on sait qu'un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires, alors on peut dire que ce quadrilatère est un losange.

QUELQUES PROPRIETES D'UN LOSANGE



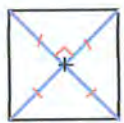
Propriétés :

Un losange a

- deux axes de symétrie qui sont ses diagonales.
- ses diagonales qui sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
- ses diagonales sont les bissectrices des angles du losange.

RECONNAITRE UN CARRE

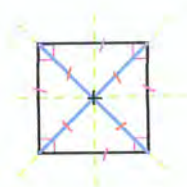
Voici une façon parmi d'autres de reconnaître un carré :



Propriété :

Si on sait qu'un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et de même longueur, alors on peut dire que ce quadrilatère est un carré.

QUELQUES PROPRIETES D'UN CARRE

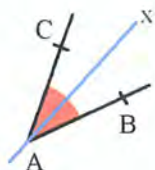


Propriétés :

Un carré a :

- ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
- ses diagonales qui ont la même longueur.
- ses diagonales qui sont perpendiculaires.
- quatre axes de symétrie : ses deux diagonales et les médiatrices de ses côtés.

AXE DE SYMETRIE D'UN ANGLE



Propriété :

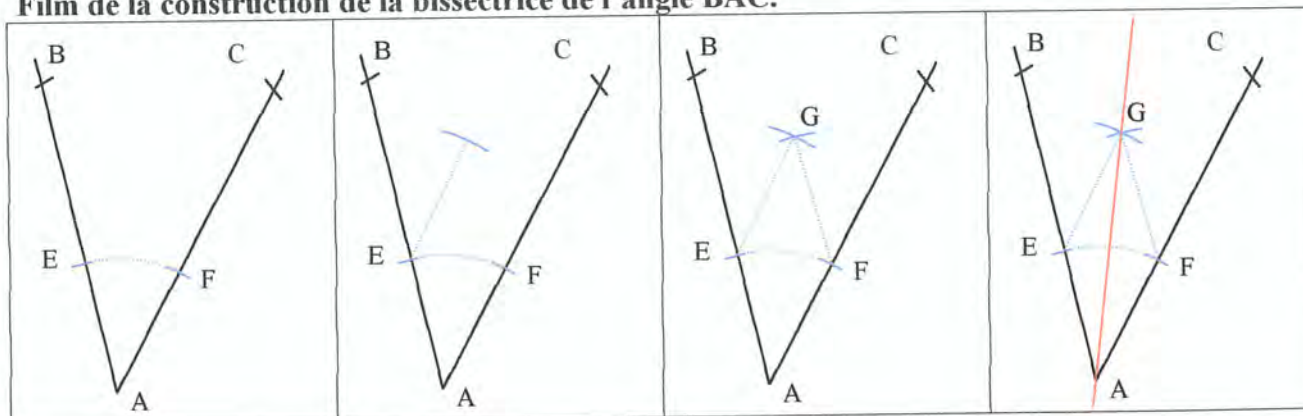
Un angle a un axe de symétrie : sa bissectrice.

CONSTRUCTION DE LA BISSECTRICE D'UN ANGLE

Méthode :

Pour construire la bissectrice d'un angle avec une règle non graduée et un compas, on construit les sommets d'un losange dont deux côtés sont sur les côtés de l'angle.

Film de la construction de la bissectrice de l'angle BAC.



COURS CHAPITRE 13 : ESPACE

CUBE ET PARALLELEPIPEDE RECTANGLE (OU PAVE DROIT)

Définitions :

Un **cube** est un solide dont les six faces sont des carrés.

Un **parallélépipède rectangle** (ou **pavé droit**) est un solide dont les six faces sont rectangulaires.
arête, sommet, face ?

PATRON OU DEVELOPPEMENT D'UN CUBE ET D'UN PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

Vocabulaire :

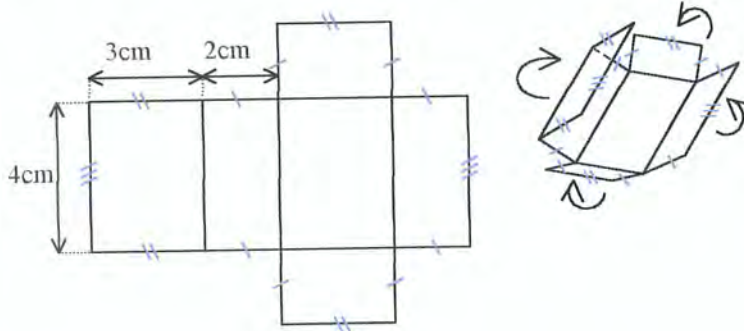
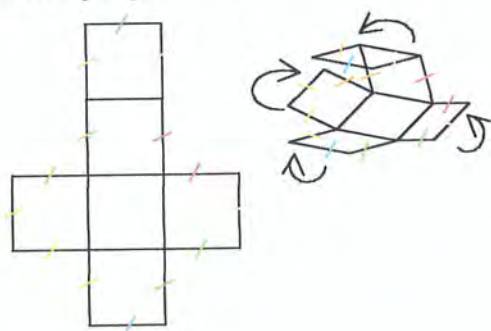
On a dessiné ci-dessous deux **patrons** ou **développements** :

- celui d'un cube d'arête 4cm.
- celui d'un parallélépipède rectangle dont les trois dimensions en centimètres sont 2, 3 et 4.

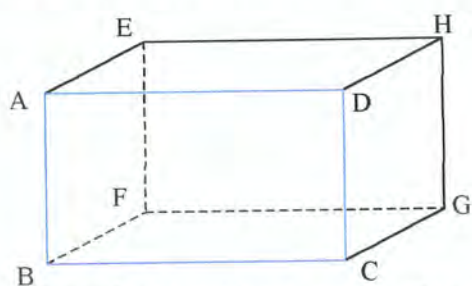
Les patrons sont dessinés ici à l'échelle un demi pour une question de place.

Les côtés de même longueur sont codés sur le pavé droit.

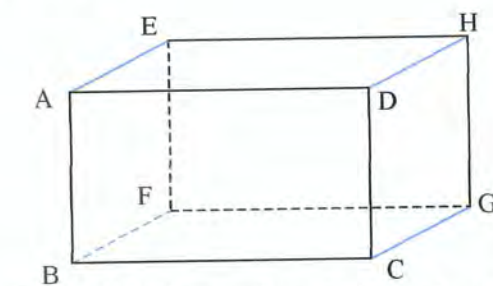
A côté, on a dessiné une étape du pliage de ce patron pour assembler ce solide. Les flèches indiquent le sens de pliage.



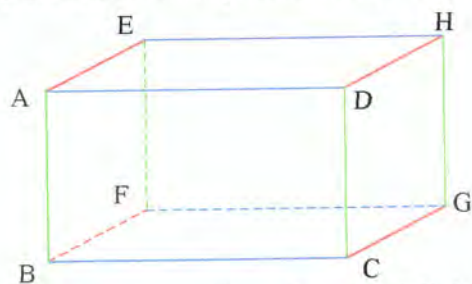
REGLES DE LA PERSPECTIVE CAVALIERE



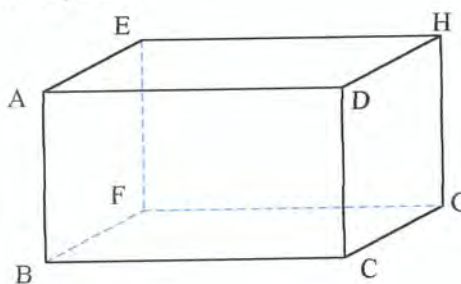
La **face de devant** est représentée sans déformation en respectant une échelle.



On choisit de représenter les autres arêtes du solide suivant une **fuyante**.



Les **arêtes parallèles** dans la réalité sont parallèles sur le dessin, et les arêtes parallèles sur le dessin sont parallèles dans la réalité.



Dans la réalité, M est le milieu du segment [HD].

Sur le dessin, M est le milieu du segment [HD].

- Le **milieu d'un segment** dans la réalité est représenté par le milieu du même segment sur la perspective cavalière. Les **arêtes cachées** sont représentées par des pointillés.

ATTENTION :

La perspective cavalière déforme les longueurs et les angles des faces qui ne sont pas dessinées en vue de face ou de derrière.

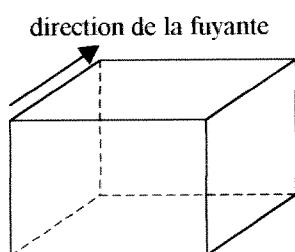
Exemples et contre-exemples de perspectives d'un parallélépipède rectangle :

Figure 1

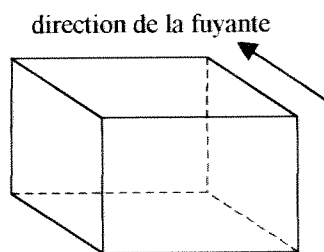


Figure 2

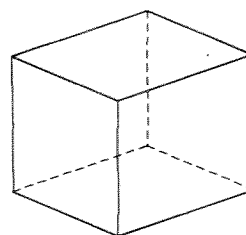


Figure 3

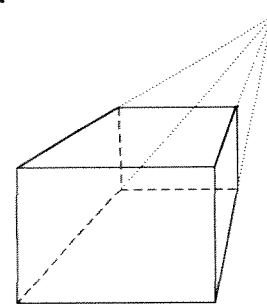


Figure 4

Les figures 1 et deux sont deux représentations d'un pavé droit en perspective cavalière : une face est représentée en vue de face, et le parallélisme des arêtes est respecté en suivant la direction de la fuyante.

La figure 3 n'est pas une représentation en perspective cavalière, car aucune des faces du solide n'est dessinée en vue de face. Par contre la parallélisme des arêtes est respecté. Pour les plus curieux : il s'agit d'une perspective axonométrique.

La figure 4 n'est pas une représentation en perspective cavalière. Une face du solide est bien dessinée en vue de face, mais le parallélisme des arêtes n'est pas respecté. Il s'agit ici d'une perspective à un point de fuite, utilisée par exemple en dessin d'art.

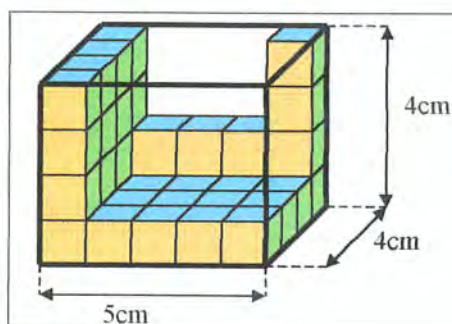
VOLUME**Définition :**

Une unité de volume étant choisie, le volume d'un solide est le nombre d'unités de volume contenues dans ce solide.

VOLUMES DU PARALLELEPIPEDE RECTANGLE ET DU CUBE

ATTENTION : Dans les formules ci-dessous, les longueurs a , b , c doivent être exprimées dans la même unité. Par exemples, si ces longueurs sont exprimées en centimètres, le volume est exprimé en centimètres cubes.

	volume du parallélépipède rectangle : $V = a \times b \times c$	Le volume d'un parallélépipède rectangle est égal au produit de ses trois dimensions.
	volume du cube : $V = c \times c \times c$	Le volume d'un cube est égal au produit de son côté par son côté par son côté.

Exemple :

On a représenté ci-contre un pavé droit dont les côtés mesurent 4cm, 4cm et 5cm.

Son volume est égal à :

$$V = 5 \times 4 \times 4 = 80\text{cm}^3$$

Lorsqu'on effectue 5×4 , on calcule le nombre de cubes d'arête 1cm contenus dans une « tranche horizontale ».

Lorsqu'on multiplie le résultat par 4, on calcule le nombre de « tranches horizontales » qu'on peut y mettre.

UNITES DE VOLUME**Définition :**

Un **mètre cube** est le volume d'un cube d'arête 1m.

Le mètre cube est noté : m^3 .

On utilise aussi des multiples et des sous multiples du mètre cube :

le décamètre cube : dam^3

le décimètre cube : dm^3

l'hectomètre cube : hm^3

le centimètre cube : cm^3

le kilomètre cube : km^3

le millimètre cube : mm^3

On utilise souvent le **litre** et ses multiples pour mesurer des volumes. Le litre est noté en abrégé par la lettre « L » majuscule (il y a quelques années, le « l » minuscule était utilisé).

Un **litre** est le volume d'un cube d'arête 10cm, c'est à dire 1 dm^3 .

Le principe des préfixes est valable avec les litres :

1 **décilitre** est égal à un dixième de litre.

1 **centilitre** est égal à un centième de litre.

1 **millilitre** est égal à un millième de litre.

1 **hectolitre** est égal à cent litres.

CONVERSION DES UNITES DE VOLUME

$1\text{km}^3 = 1\,000\text{hm}^3$	$1\text{dm}^3 = 0,001\text{m}^3$	$1\text{L} = 1\text{dm}^3 = 1\,000\text{cm}^3$	$1\text{dL} = 100\text{cm}^3$
$1\text{hm}^3 = 1\,000\text{dam}^3$	$1\text{cm}^3 = 0,001\text{dm}^3$	$1\text{daL} = 10\text{L}$	$1\text{cL} = 10\text{cm}^3$
$1\text{dam}^3 = 1\,000\text{m}^3$	$1\text{mm}^3 = 0,001\text{cm}^3$	$1\text{hL} = 100\text{L}$	$1\text{mL} = 1\text{cm}^3$

On peut se servir d'un tableau de conversion sur le modèle ci-dessous :

dam^3		m^3		hL	daL	dm^3	L	dL	cL	cm^3	mL		mm^3
					3	7,	0	5					
					3	7	0	5	0				
		0,	0		3	7	0	1					

Grâce à ce tableau on lit facilement les conversions suivantes :

$$37,05\text{ dm}^3 = 37\,050\text{ cm}^3 = 0,037\,01\text{ m}^3 = 37,05\text{ L} = 3\,705\text{ cL}$$

- « Décimaux, entiers ... en 6^{ème}, toute une histoire ! »
brochure S178 de l'IREM de Strasbourg mars 2001.
- « Voir et raisonner : à la conquête de l'espace au collège »
brochure S172 de l'IREM de Strasbourg 1997
- « Les nombres décimaux à l'école et au collège »
Douady R., Perrin M.J. Irem de Paris 7 1986
- « Activités pour la classe de sixième : nombres décimaux, aires et périmètres »
brochure de l'IREM de Montpellier 1996
- « Apprentissages mathématiques en 6^{ème} »
INRP, Ermel, hatier enseignants 1991
- « Les nombres relatifs au collège »
brochure de l'IREM de Poitiers septembre 1996
- « Le nombre décimal en sixième »
brochure de l'IREM de grenoble
- « Les débuts de l'algèbre au collège : au pied de la lettre ! »
Gérard Combier, Jean-Claude Guillaume, André Pressiat INRP 1996
- « De points en courbes »
histoire, construction, utilisation pédagogique des courbes mathématiques célèbres
CRDP de Dijon 1987

Articles

- « Le rôle du calcul mental dans la connaissance des nombres, des opérations et dans la résolution de problèmes »
Denis Butlen, Anne-Marie Montfort, Monique Pezard, COPIRELEM
Repères IREM n°41 octobre 2000 p 5 à 24
- « Maturation du fonctionnement rationnel – Fractions et décimaux : acquisitions d'une classe, projets de programme »
Robert Adjage, Annales de didactique et de sciences cognitives ULP Irem de Strasbourg Vol.7 2 001.
- « Evolution de la notion de nombre au collège »
Jean-luc Gasser
Repères IREM n°51 avril 2003