Rallye mathématique d'Alsace 2002

Classe de Première

Exercice 1

Soit ABC un triangle et I le milieu de [AC]. Soit M un point quelconque de [IC].
Où placer le point P sur [AB] pour que (MP) partage le triangle ABC en deux parties de même aire ?

Exercice 2

Trois pirates ont dérobé une cassette remplie de louis d'or. Ils attendent le lendemain matin pour se partager le butin.
Durant la nuit, l'un des pirates se lève sans bruit, ouvre la cassette, jette à la mer un louis d'or pour honorer Lucile, Sainte Patronne des Pirates, et peut partager le reste en trois parties égales. Il empoche la sienne et remet les deux autres dans la cassette. Les deux autres pirates reproduisent tour à tour le même scénario.
Au lever du jour, nos trois compères ouvrent ensemble la fabuleuse cassette, offrent un louis d'or à Lucile et se partagent le butin restant en trois parts égales.
Quel est le nombre minimum de louis d'or contenus initialement dans la cassette ?

Exercice 3

On décompose un entier naturel non nul N en somme d'entiers naturels. On effectue le produit des termes intervenant dans la somme.
Par exemple, pour $N = 10$, les décompositions $10 = 5 + 4 + 1$ et $10 = 4 + 3 + 2 + 1$ donnent respectivement les produits : $5 \times 4 \times 1 = 20$ et $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.
Proposer pour N quelconque une décomposition donnant le produit le plus grand possible.

Rallye mathématique d'Alsace 2002

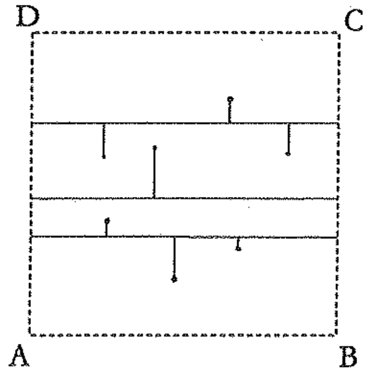
Classe de Terminale

Exercice 1

Dans un parc carré ABCD d'un kilomètre de côté sont placées 288 statues. On construit dans ce parc un réseau de la manière suivante :

1. On construit un certain nombre de chemins parallèles à (AB) allant de [CD] à [BC].
2. On construit d'autre part des chemins secondaires perpendiculaires aux précédents, partant de chacune des 2S8 statues et aboutissant aux chemins principaux (voir la figure).

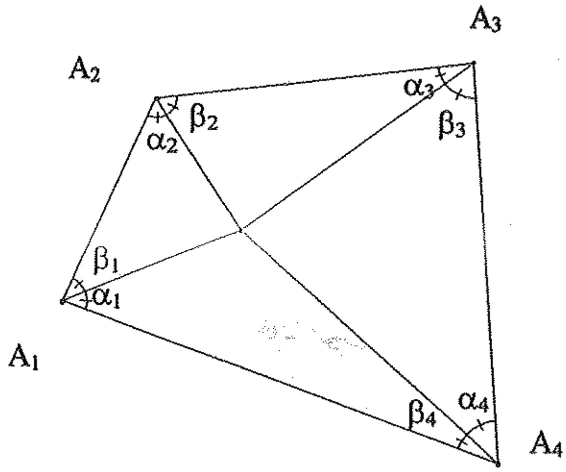
Montrer qu'on peut ainsi construire un réseau de telle sorte que sa longueur totale soit inférieure à 24 kilomètres (la largeur des chemins est négligeable).



Exercice 2

On se donne un quadrilatère convexe { $A_1A_2A_3A_4$ } et M un point quelconque intérieur à ce quadrilatère.

On définit les angles géométriques α_1, α_2, α_3, α_4, β_1, β_2, β_3, β_4, comme indiqué sur la figure.



Montrer l'existence de i entre 1 et 4 tel que : $\alpha_i \leq \beta_i$.

Exercice 3

Quels entiers sont somme d'au moins 2 entiers strictement positifs, tous consécutifs ?