

CARRÉS GRÉCO-LATINS : MODE D'EMPLOI[⊗]

Michèle AUDIN

Un carré gréco-latin, autrement nommé « bi-carré latin orthogonal » est un échiquier dont chaque case contient deux attributs, un chiffre et une lettre par exemple, comme dans l'exemple ci-dessous.

1V	2R	3C
2C	3V	1R
3R	1C	2V

Les deux attributs sont soumis à des règles très strictes: il y a un et un seul chiffre dans chaque ligne et chaque colonne, de même pour les lettres, de plus un chiffre donne n' arrive avec une lettre donnée qu'une seule fois. L'écrivain Georges PEREC nous explique cela beaucoup plus clairement.¹

« Le plus simple, pour faire comprendre ce qu'est un bi-carré latin orthogonal d'ordre 10 et quelles peuvent en être les applications romanesques, est de partir d'un bi-carré latin orthogonal d'ordre 3.

Supposons donc une histoire en trois chapitres dans laquelle s'agitent trois personnages respectivement nommés Dupont, Durand et Schustenberg. Dotons ces trois individus de deux séries d'attributs: d'une part, des coiffures, soit un képi (K), un melon (M) et un béret (B); d'autre part, des choses (?) que l'on peut tenir à la main: un chien (C), une valise (V) et un bouquet de roses (R). Le problème est alors de raconter une histoire dans laquelle les trois personnages auront tour à tour ces six éléments mais n'auront jamais les deux mêmes. La formule suivante

	Dupont	Durand	Schustenberg
1	KV	BR	MC
2	BC	MV	KR
3	MR	KC	BV

qui n'est rien d'autre qu'un bi-carré latin orthogonal d'ordre 3 (trivial) donne la² solution du problème : dans le premier chapitre Dupont aura un képi et une valise, Durand un béret et des roses, Schustenberg un melon et un chien; dans le second, Dupont aura un béret et un chien, Durand un melon et une valise, Schustenberg un képi et un bouquet de roses; dans le troisième, Dupont portera un melon et des roses, Durand en képi promènera son chien et Schustenberg en béret coltinera une valise. il ne restera plus dès lors qu'à inventer les histoires justifiant ces successives transformations. »

PEREC parle dans ce texte d'applications *romanesques* de la construction des carrés gréco-latins. Nous, mathématiciens, nous y intéressons en général pour d'autres

[⊗] Écrit pour la fête de la science, Strasbourg, octobre 2000.

¹ Dans Georges PEREC, « Quatre figures pour La *Vie mode d'emploi* », L'arc, 76(1979) p. 50-53.

² ... ou en tout cas une ... (note de M. A.)

raisons. En plus de notre goût immodéré pour la résolution de tous les problèmes qui



nous tombent sous les yeux (et PEREC va encore nous expliquer qu'il s'agit d'un problème vieux et classique), notre intérêt pour les carrés gréco-latins a des applications pratiques, par exemple en statistique pour modéliser des plans d'expérience où l'on veut considérer la cohabitation de différents facteurs.

Mais revenons aux applications romanesques. PEREC nous explique encore :

« Dans *La Vie mode d'emploi*, ce ne sont pas deux séries de trois éléments, mais vingt et une fois

deux séries de dix éléments qui sont ainsi permutes et qui déterminent les éléments constitutifs de chaque chapitre.

N.B. On ne peut pas construire des bi-carrés latins orthogonaux à partir de n 'importe quel nombre. Par exemple, il n'existe pas de bi-carré latin d'ordre 2. Pendant plus de deux siècles, il fut tenu pour impossible de construire un bi-carré latin orthogonal d'ordre 10, EULER en ayant conjecturé la non-existence. C'est seulement en 1960 que BOSE, PARKER et SHRIKANDE³ réussirent à en obtenir un spécimen. »

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	7	6	5	0	9	8	2	3	4	Combes 2
	1	8	9	0	2	4	6	3	5	7	
2	8	2	1	7	6	0	9	3	4	5	Combes 2
	7	2	8	9	0	3	5	4	6	1	
3	9	8	3	2	1	7	0	4	5	6	Sixième
	6	1	3	8	9	0	4	5	7	2	
4	0	9	8	4	3	2	1	5	6	7	Cinquième
	5	7	2	4	8	9	0	6	1	3	
5	2	0	9	8	5	4	3	6	7	1	Quatrième
	0	6	1	3	5	8	9	7	2	4	
6	4	3	0	9	8	6	5	7	1	2	Troisième
	9	0	7	2	4	6	8	1	3	5	
7	6	5	4	0	9	8	7	1	2	3	Deuxième
	8	9	0	1	3	5	7	2	4	6	
8	3	4	5	6	7	1	2	8	9	0	Premier
	2	3	4	5	6	7	1	8	9	0	
9	5	6	7	1	2	3	4	9	0	8	Rez-de-ch.
	3	4	5	6	7	1	2	0	8	9	
10	7	1	2	3	4	5	6	0	8	9	Caves
	4	5	6	7	1	2	3	9	0	8	

³ Dans BOSE R. C.; SHRIKHANDE S. S.; PARKER, E. T. *Further results on the construction of mutual orthogonal Latin squares and the falsity of Euler's conjecture*, Canad. J. Math. 12 1960 180-203. Ils montrent dans cet article qu'on peut construire des carrés gréco-latins de tous les ordres sauf 2 et 6.

Le tableau précédent est à la fois un exemple d'un tel spécimen et une des utilisations que PEREC en a faites dans *La Vie mode d'emploi*. Le carré représente un immeuble parisien vu de face, dont on aurait retiré la façade, celui représenté page 2. Chaque case est ainsi une pièce d'un appartement, un morceau d'escalier, une cave. Elle devient un chapitre du livre.

Pour écrire chaque chapitre, PEREC s'impose vingt et une paires de contraintes. Par exemple, deux citations à prendre dans deux listes de dix auteurs. Au premier étage, à gauche de l'escalier (case 8,4), dans le chapitre 23, on trouvera donc une (en fait deux) citation(s) de Jules VERNE⁴ et une de JOYCE⁵.

Encore des mathématiques... et de la poésie. L'utilisation de chacune des paires de contraintes dans tel ou tel chapitre est régie par le grand carré gréco-latin. Mais comment les vingt et une paires de contraintes sont-elles combinées entre elles ? Grâce à une « nouvelle » règle mathématique empruntée... à un poète du moyen-âge, Arnaud DANIEL, la *quéinine*⁶.

Et le romanesque ? Cette structure compliquée ne fait-elle que stimuler l'imagination de l'écrivain ? Tous les mathématiciens à la recherche de nouveaux bi-carrés latins orthogonaux trouveront les mêmes solutions, mais seul PEREC pouvait écrire *La Vie mode d'emploi*.

Des questions. Et dans quel ordre les cases du carré, devenues chapitres, apparaissent-elles dans le roman ?

Pourquoi le roman n'a-t-il que quatre-vingt-dix-neuf chapitres ? Quel est le numéro manquant ?

Pour en savoir plus. En plus des articles de PEREC et de BOSE *et al.* cités, on peut lire *La bibliothèque oulipienne*, ouvrage collectif édité par Seghers, le merveilleux *Cahier des charges de la Vie mode d'emploi* publié par le CNRS... et on doit lire *la Vie mode d'emploi*⁷.

Michèle AUDIN
Institut de Recherche Mathématique Avancée
Université Louis Pasteur et CNRS
7 rue René Descartes
67084 STRASBOURG CEDEX FRANCE

E-mail
Michele.Audin@math.u-strasbg.fr
Url
<http://www-irma.u-strasbg.fr/~maudin>

⁴ Description du contenu de la malle de *L'Île mystérieuse*, bibliothèque du capitaine Némoto

⁵ La maison de poupée est la maison dont Bloom rêve à la fin d' *Ulysse*

⁶ Dont le nom est lié, lui, à un autre écrivain amateur de mathématiques, Raymond QUENEAU

⁷ *La Vie mode d'emploi* : Romans, Hachette, collection POL, 1978.