

# OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

Session de 2001  
Classe de PREMIÈRE  
Durée : 4 heures

*Les quatre exercices sont indépendants. Les calculatrices sont autorisées.*

## EXERCICE 1

Les faces d'un dé en forme de tétraèdre régulier sont numérotées de 1 à 4. Le dé est posé sur une table, face «1» contre cette table. Une étape consiste à faire basculer le dé autour de l'une quelconque des arêtes de sa base.

À l'issue de chaque étape, on note le numéro de la face contre la table. On fait la somme  $s$  de tous ces nombres après 2001 étapes, en comptant aussi le «1» initial.

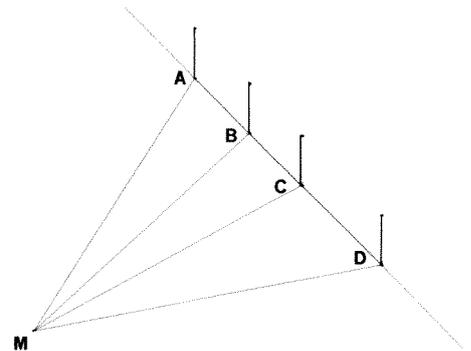
- 1) Donner la valeur maximale et la valeur minimale que l'on peut ainsi obtenir pour  $s$ .
- 2) La somme  $s$  peut-elle prendre toutes les valeurs entières entre ces deux valeurs?

## EXERCICE 2

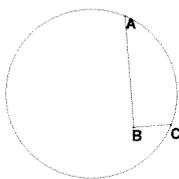
Sur un terrain de jeu sont alignés quatre poteaux, plantés en A, B, C et D dans cet ordre.

Ces poteaux délimitent trois buts de largeurs :  
 $AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $CD = d$ , où  $d$  est une longueur donnée.

Déterminer l'ensemble des points M du terrain d'où l'on voit les trois buts sous des angles  $\widehat{AMB}$ ,  $\widehat{BMC}$  et  $\widehat{CMD}$  égaux.



## EXERCICE 3



Un disque de rayon  $\sqrt{50}$  cm est découpé comme l'indique la figure ci-contre.

On donne  $AB = 6$  cm,  $BC = 2$  cm et l'angle  $\widehat{ABC}$  est un angle droit. Calculer le carré de la distance de B au centre du disque.

## EXERCICE 4

Dessinez un cube  $C$  (un dessin même approximatif en perspective suffira).

Soient A un de ses sommets et B le sommet opposé, c'est-à-dire tel que le milieu du segment  $[AB]$  soit le centre du cube.

Considérons un autre cube  $C'$  admettant aussi (A, B) comme couple de sommets opposés.

Certaines arêtes de  $C$  rencontrent des arêtes de  $C'$ . Justifiez le fait que, en dehors de A et B, on obtient ainsi six points d'intersection entre une arête de  $C$  et une arête de  $C'$ .

Placez l'un d'eux sur le dessin et expliquez comment placer alors les cinq autres.

V étant le volume de  $C$ , quelle est la valeur minimale du volume de la portion d'espace commune aux cubes  $C$  et  $C'$ ?