

## DANS NOS CLASSES,... EN 6<sup>e</sup>, CONSTRUCTION D'UN TRIACONTAÈDRE

Il y a près de 15 ans, j'ai été sollicité pour intégrer l'équipe de l'IREM de Strasbourg chargée de la rédaction de manuels scolaires pour le Collège (collection Istra pour ceux qui s'en souviennent...) Dans la répartition des tâches, ma passion de la géométrie a fait que je me suis retrouvé tout naturellement en charge du livre de 6<sup>e</sup>, notamment du chapitre intitulé *Solides*. Je me suis donc investi dans la recherche d'exercices, que je souhaitais bien sûr des plus motivants. C'est ainsi que grâce à l'un de mes bons amis, chercheur et cristallographe à ses heures, je suis tombé sur un article de *Pour la Science*, concernant un quasi cristal qui avait alors donné bien des frayeurs aux cristallographes...

Cette « frayeur » vient de nous être partagée par Philippe Lombard lors de sa conférence aux journées APMEP de Gérardmer, que j'ai suivie avec un intérêt tout particulier, car tout en me ramenant 15 ans en arrière, elle m'apportait certaines explications sur l'origine de cette découverte (figure I)... qui avait pour nom *triacontaèdre* et qui était constituée de 30 losanges

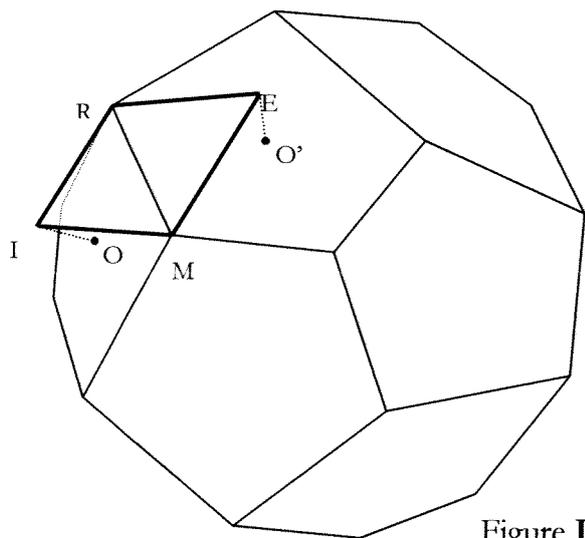


Figure I

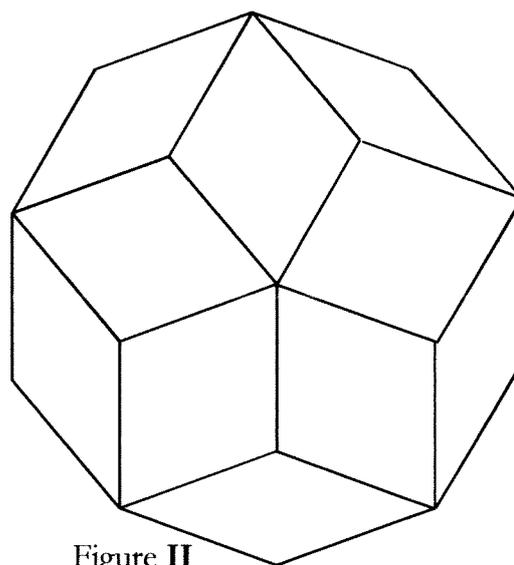


Figure II

parfaitement identiques (figure II)...

D'où la frayeur devant ce qui pouvait apparaître comme un cristal ayant une symétrie d'ordre 5, ce qui est interdit comme tout cristallographe le sait !

Pour ceux qui n'ont pas eu la chance d'écouter cette conférence, vous pourrez en savoir un peu plus dans les actes des Journées de Gérardmer (BV de l'APMEP n°428).

La <sup>1</sup>figure I devrait néanmoins vous permettre de comprendre assez facilement comment obtenir un tricontaèdre à partir d'un dodécaèdre... Fabuleux non !!!

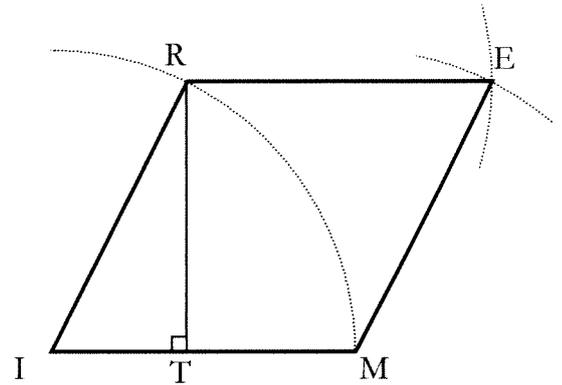
Et maintenant, voici l'exercice que j'avais rédigé à l'époque (ex. n°32 page 220) en souhaitant vous donner l'envie de rouvrir ces « vieux » livres de l'IREM de Strasbourg où vous pourrez trouver une mine d'exercices !

N'étant pas cristallographe, je dois bien avouer que ce qui m'avait attiré en premier c'est la construction des losanges constituant ce *triacontaèdre*. En effet leur construction s'intégrait parfaitement dans l'esprit des programmes de 6<sup>e</sup> de l'époque et de ce que je recherchais, à savoir une construction originale qui ne soit pas *gratuite* or celle-ci débouchait sur une construction d'un solide récemment mis à jour ! Que demander de mieux !

Voici donc cette construction :

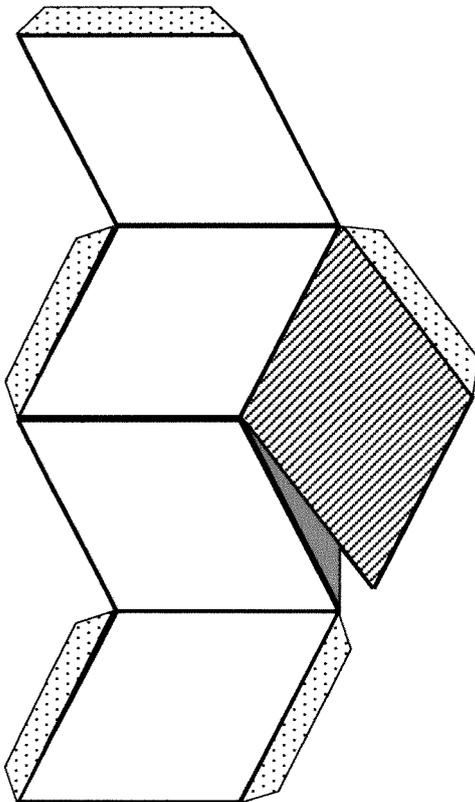
1<sup>o</sup> Tracer un triangle TRI rectangle en T tel que la longueur du côté [RT] soit le double de celle du côté [IT].

2<sup>o</sup> Construire le losange MIRE tel que les points M, T, I soient alignés.



Bien entendu, les élèves ne disposaient pas de

la figure...



Il restait maintenant à construire un tel tricontaèdre... J'ai alors cherché comment rendre cette construction la plus aisée possible pour mes élèves de 6<sup>e</sup>. C'est ainsi que j'ai imaginé puis opté pour la solution consistant à faire réaliser, par chaque élève, trois éléments de base constitués de cinq losanges identiques (construits selon le modèle décrit précédemment) comme celui représenté ci-contre.

On peut demander à chaque élève d'en réaliser un, ce qui est très formateur pour l'utilisation des instruments de dessin et le soin et la précision que l'on doit apporter aux figures en géométrie.

<sup>1</sup> Les points O et O' sont les centres respectifs de deux pentagones réguliers du dodécaèdre ayant un côté commun (ici le côté [RM]) ; les segments IO et EO' sont respectivement orthogonaux à ces pentagones tels que M, I, R et E soient coplanaires et O'E = OI)

On peut ensuite faire photocopier le modèle obtenu sur du carton léger au format A4 <sup>(2)</sup>.

Dans un premier temps, après avoir soigneusement découpé chaque élément de base, les élèves doivent coller le losange hachuré sur la languette en grisé. Comme il en avait trois à monter, cela a permis de bien laisser sécher les premiers collés, ce qui est indispensable pour la suite des opérations...

Dans un deuxième temps, les élèves se sont associés en binôme pour assembler six éléments de base de façon à obtenir le triacontaèdre. Opération loin d'être évidente pour beaucoup, aussi bien pour les problèmes de collage que pour l'assemblage ! Mais le désir d'obtenir le solide demandé, *pour voir de quoi il a l'air vraiment*, a permis de surpasser ces problèmes et puis j'étais là pour les plus maladroits...

Finalement cette petite activité a donné satisfaction à plus d'un, à commencer par mon ami chercheur à qui j'ai offert le premier triacontaèdre monté par mes soins : lui aussi était impatient de *le voir* !

À vous de *jouer* maintenant avec patience et persévérance...

Et, comme je n'en doute pas un seul instant, certains d'entre-vous ont déjà entrevu des prolongements<sup>3</sup> à ce petit exercice... Qu'ils n'hésitent pas en nous en faire profiter. En particulier, une démonstration, montrant que la valeur de la tangente de l'angle  $\widehat{RIM}$  est 2, serait la bienvenue !

---

<sup>2</sup> En partant d'un triangle rectangle TRI où  $TI = 3$  cm, l'élément de base constitué de cinq losanges ainsi disposés remplit assez bien une feuille A4.

<sup>3</sup> Comme de *corser la chose* en imposant la longueur du côté du losange de base, par exemple  $RI = 8$  cm... mais pas en 6<sup>e</sup> bien sûr !