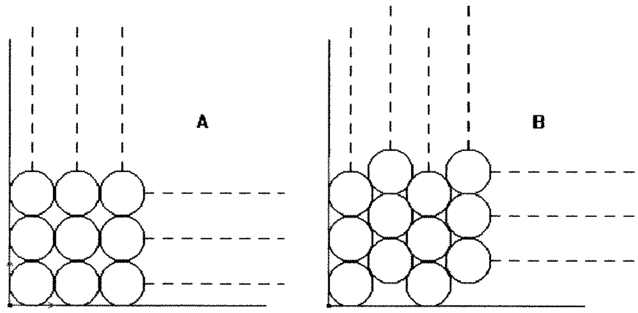
RALLYE MATHÉMATIQUE DE PREMIÈRE 2000

SUJET 1

Émile, le pâtissier, possède des plaques de cuisson carrées de côté un multiple de 10 centimètres. Il peut disposer les gâteaux ronds de 10 centimètres de diamètre qu'il doit faire cuire de deux manières A ou B comme indiqué sur la figure.

Déterminer pour chaque taille de plaque la disposition qui permet de cuire le plus grand nombre de gâteaux en une fournée.



SUJET 2

On dispose d'un tableau ayant 4 lignes et 1998 colonnes. À l'intersection de la ligne m et de la colonne n se trouve l'élément noté $f\,(m,n)$. On donne pour tout entier n compris entre 0 et 1997 la valeur $f\,(0,n) = n + 1$, ce qui permet donc de remplir la première ligne du tableau comme indiqué sur la figure.

Par ailleurs, on sait que pour tout entier m compris entre 1 et 3 et pour tout entier n compris entre 1 et 1997, on a les égalités suivantes :

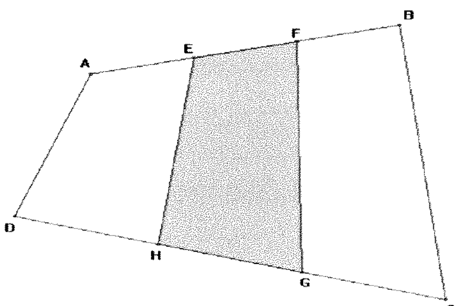
$$f(m, 0) = f(m-1, 1) \qquad \text{et} \qquad f(m, n) = f(m-1, f(m, n-1))\,.$$

Quel nombre de trouve à l'intersection de la dernière ligne et de la dernière colonne ?

	0	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*		*1997*
0	1	2	3	4	5	6		1998
1								
2								
3								$f(3,\ 1997)$

SUJET 3

On considère un quadrilatère convexe quelconque ABCD dans le plan (voir figure). On découpe les segments [AB] et [CD] en trois parties égales, définissant les points E, F, G, H comme indiqué sur la figure. Montrer que l'aire du quadrilatère central EFGH est le **tiers** de celle du quadrilatère total ABCD.



RALLYE MATHÉMATIQUE DE TERMINALE 2000

SUJET 1

Grand organisateur à Lembach des festivités liées à l'Année Mondiale des Mathématiques, Émile le Bon est chargé de placer le mât du drapeau du Rallye Mathématique d'Alsace au centre de la place circulaire de son village.
Il ne dispose pour cela que d'une règle de longueur infinie non graduée à deux côtés parallèles et d'un crayon. Comment doit-il procéder ?

SUJET 2

Montrer que l'on peut trouver un entier de 2000 chiffres divisible par 2^{2000} qui s'écrive seulement avec les chiffres 1 et 2.

SUJET 3

On se donne un entier naturel non nul n. On choisit $n + 1$ nombres entiers tous distincts entre 1 et $2n$. Montrer que parmi eux, il en existe toujours deux dont le quotient est une puissance de 2.