

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES PAR CORRESPONDANCE

Philippe NABONNAND

Archives Poincaré - Université de Nancy 2 - BP 3397 F. 54015 Nancy cedex

e.mail : Philippe.Nabonnand@plg-univ-nancy2.fr

Connaître la personnalité des mathématiciens célèbres n'est pas chose aisée. Leur oeuvre publiée a gommé toute trace d'émotion et de sentiment pour présenter les résultats mathématiques dans toute leur rigueur et leur vérité. Vérité souvent très belle sans doute et admirable, "honneur de l'esprit humain", mais abstraite et froide, figée dans son éternité comme un ciel étoilé par une nuit d'hiver glacée. Ce qui en a éloigné plus d'un, curieux de sciences mais rebuté par son aridité. A tort : les lettres écrites par les mathématiciens à leurs amis ou collègues nous révèlent des personnalités sensibles et passionnées, essayant de résoudre au mieux, non seulement les problèmes scientifiques qu'ils se sont posés mais aussi les mille et un tracas de leur vie quotidienne et les difficultés causées par les événements politiques et sociaux. Cette rubrique vous présente des lettres, ou de larges extraits que nous pensons représentatifs et révélateurs de la personnalité profonde, mais quelquefois méconnue, de nos illustres savants.

Nous poursuivons cette rubrique avec des extraits de la correspondance Poincaré, Mittag-Leffler qui vient d'être publiée par Philippe NABONNAND. Nous remercions vivement les éditions Birkhäuser pour avoir autorisé "*L'Ouvert*" à reprendre ces quelques pages de *La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler*, présentée et annotée par P. NABONNAND, Bâle : Birkhäuser 1999, 421 p.

Sauf exception nous n'avons pas voulu omettre ni modifier les importantes notes renvoyant quelque fois à d'autres lettres ou commentaires non reproduits ici : le lecteur intéressé se reportera au texte intégral du livre publié par Ph. Nabonnand. Nous avons tenu par contre à traduire les textes écrits en allemand et reproduits tels que dans les notes. Le style propre de Mittag Leffler a aussi été conservé.

1) Présentation générale de la correspondance Mittag Leffler-Poincaré.

On peut distinguer quatre périodes dans cette correspondance qui couvre toute la carrière scientifique de Poincaré. Une première période assez courte (neuf lettres entre le 11 avril 1881 et le 9 août 1881) permet aux deux mathématiciens de faire connaissance par l'intermédiaire de Hermite; la seconde période est celle, extrêmement féconde, de la création de la revue *Acta Mathematica* par Mittag-Leffler et de la rédaction par Poincaré des grands mémoires sur les fonctions fuchsiennes (quarante-huit lettres du 19 août 1881 au 5 mars 1887); suit la période du concours du Roi de Suède avec, en particulier, de très intéressantes lettres sur

la gestion, tant scientifique qu'institutionnelle, de l'erreur de Poincaré dans son mémoire présenté au concours (quarante-cinq lettres du 13 juillet 1887 au 20 juillet 1890). La dernière période est celle de la "maturité", nettement moins scientifique, durant laquelle on voit deux universitaires de renom gérer leur réseau d'obligés et d'élèves, s'occuper de nominations dans diverses académies et de propositions au prix Nobel de Physique (cent cinquante-sept lettres du 13 mars 1891 au 10 septembre 1911).

2) La prise de contact.

La période de prise de contact est centrée autour d'un article de Poincaré *Sur les fonctions à espace lacunaire* (Les fonctions à espace lacunaire sont des fonctions analytiques non prolongeables à tout le plan complexe.) que Mittag-Leffler publie dans les *Acta Societatis Scientiarum Fennicae*, 12 (1883), 343-350; *Oeuvres* 4, 28-35.. Hermite lui a fait parvenir le travail de Poincaré à fin de publication. Dans sa lettre à Mittag-Leffler du 28 mars 1881, Hermite exprime l'excellente opinion qu'il a de Poincaré en rapportant les reproches qui lui sont faits parce qu'il "place trop haut et qu'il vante trop Poincaré dans son rapport sur ses travaux" à l'occasion d'une élection à l'Académie des sciences; néanmoins, Mittag-Leffler adoptera au début de leur correspondance un ton assez condescendant et protecteur avec le "jeune homme" qui lui est présenté par Hermite. En effet, Mittag-Leffler est déjà un mathématicien confirmé et reconnu. Il est l'un des élèves les plus brillants de l'école de Berlin. Son théorème sur le développement des fonctions monogènes généralise des résultats de Weierstrass, son vieux maître berlinois, auquel, comme on va le voir, Mittag-Leffler voue une sincère dévotion. Consécration suprême, Hermite et Weierstrass proposeront d'autres démonstrations de son théorème. Mittag-Leffler a donc une position reconnue dans la communauté mathématique que n'a pas encore Poincaré car les travaux de ce dernier sur les équations différentielles ne sont pas encore publiés (seule une note est parue aux *Comptes rendus*). Poincaré a seulement présenté aux *Comptes rendus* deux notes sur les fonctions fuchsienues en février 1881 qui contiennent certes l'essentiel de la théorie mais dont on peut penser que peu de mathématiciens en comprenaient l'importance à l'époque². L'essentiel des notes sur la théorie des fonctions fuchsienues n'est pas encore paru au début de la correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler. Mittag-Leffler est certes impatient de lire les travaux de Poincaré sur les fonctions fuchsienues dont il a lu un compte rendu dans le rapport de Hermite pour le grand prix des Sciences mathématiques, mais il considère qu'en ce qui concerne les fonctions à espace lacunaire, ses propres travaux sont d'une généralité beaucoup plus grande que ceux de Poincaré et de Picard.

M. Poincaré est un jeune homme encore je suppose. J'ai été très frappé par le dernier article de M. Picard : "Sur la décomposition en facteurs primaires des fonctions uniformes ayant une ligne de points singuliers essentiels". Mais les résultats de M. Picard comme ceux de M. Poincaré s'obtiennent immédiatement des formules générales que je possède pour exprimer analytiquement

² La correspondance avec Klein, qui était le mathématicien le plus concerné par les travaux de Poincaré sur les fonctions fuchsienues, débute en juin 1881.

une fonction uniforme ayant une infinité de la première classe de points singuliers essentiels. Chez M. Picard les points singuliers sont distribués sur la circonférence d'un cercle. Chez M. Poincaré, ils remplissent l'intérieur d'un espace qui a pour limite un polygone rectiligne. Il n'y a pas de différence essentielle entre les deux résultats. J'espère de trouver assez de loisirs pendant cet été pour pouvoir rédiger mes recherches. [Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 6 avril 1881]

De plus, Poincaré, alors qu'il adopte la présentation de Weierstrass des fonctions analytiques, ne cite pas celui-ci dans la version préliminaire de son article *Sur les fonctions à espace lacunaire*. Il attribue en outre la paternité des fonctions qui "n'ont d'existence que dans un domaine limité" à Hermite. Or, Weierstrass s'était intéressé aux fonctions à espace lacunaire et avait exhibé un certain nombre d'exemples dans son mémoire *Zur Functionlehre* (Monatsberichte der K. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1880, 719-743 et 1881, 228-230; Werke, 2, 201-223; 231-233; traduction française, *Remarques sur quelques points de la théorie des fonctions analytiques*, bulletin des Sciences Mathématiques et Astronomiques, (II) R (1881), 157-183.) Mittag-Leffler rappelle avec vigueur la priorité de Weierstrass à Hermite et Poincaré en signalant que "Weierstrass a parlé de telles fonctions depuis des années dans son cours" (...)

A la mort de Weierstrass en 1897, considérant Poincaré comme "le premier analyste maintenant vivant", Mittag-Leffler lui demandera de rédiger une étude sur Weierstrass. Poincaré répondra favorablement à la demande de Mittag-Leffler et étudiera, en même temps que l'œuvre mathématique de Weierstrass, son style. (*l'Oeuvre mathématique de Weierstrass*, Acta Mathematica, 22 (1898), 1-18.) Il soulignera que Weierstrass est un mathématicien qui "ne cherche pas à voir, mais à comprendre"; tout en reconnaissant les mérites du géomètre et de l'analyste, Poincaré se plaçait résolument du côté de ceux qui veulent voir plutôt que comprendre, qui fondent leur approche sur l'intuition plutôt que sur la logique. Mittag-Leffler, formé à l'école de rigueur "weierstrassienne", critique assez souvent le style d'exposition de Poincaré. Dans sa lettre adressée à Weierstrass le 11 mai 1883, il regrette que le manque de clarté et de rigueur du mode d'exposition de Poincaré nuise à ses idées et affirme la nécessité d'un exposé rigoureux de ses travaux :

Comment trouvez vous le deuxième mémoire de Poincaré "sur les fonctions fuchsiennes" ? C'est vraiment très dommage qu'il n'ait pas été formé dans une université allemande. Bien qu'il soit fourmillant d'idées nouvelles, son travail, me semble-t-il, laisse beaucoup trop à désirer du point de vue formel.

Les commentaires de Mittag-Leffler concernant les travaux de Poincaré oscilleront toujours entre l'enthousiasme le plus vif pour les résultats et une critique non moins acerbe de son style d'exposition. En effet, s'il ne ménageait pas ses commentaires admiratifs pour "le génie de Poincaré" et "ses travaux admirables", il ne ratait pas pour autant une occasion de rappeler que souvent, ses travaux étaient trop peu rigoureux :

Mais il [Poincaré] a pourtant une faute qui est extrêmement à regretter. Il écrit avec trop peu

de soin, c'est incontestable, et ses mémoires sont remplis d'inexactitudes. Que ça ne soit dit qu'entre nous ! Il faut laisser aux grands génies de suivre leur propre chemin et accepter avec reconnaissance ce qu'il nous donne, même si l'on aurait désiré de le recevoir sous une forme plus digestible. [Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 27 octobre 1887]

Mittag-Leffler aura encore le souci, lors du second Congrès international des mathématiciens de Paris en 1900, de saluer la mémoire de Weierstrass et celle de Kowalevskaja en consacrant sa conférence plénière à leur correspondance. Par ailleurs, il écrira à plusieurs reprises des articles sur l'œuvre et la vie de Weierstrass. En 1881, Poincaré ne fait pas de difficultés pour "rectifier une erreur historique". Il propose quelques modifications à son article dans lesquelles il attribue clairement à Weierstrass la paternité des fonctions à espace lacunaire. Toutefois, Mittag-Leffler ne sera pas très satisfait de ces rectifications et le confiera à Hermite dans une lettre datée du 20 août.

M. Poincaré a bien voulu faire quelques corrections mais je trouve pourtant qu'il soit injuste envers Weierstrass.

3) La création des *Acta Mathematica*

Dans le même temps, impressionné par la lecture des notes sur les fonctions fuchsiennes de Poincaré aux *Comptes rendus* et convaincu par sa correspondance avec Hermite, Mittag-Leffler se rend compte que Poincaré est un "véritable génie mathématique". L'importance des résultats obtenus par Poincaré offre alors à Mittag-Leffler l'opportunité de mettre en œuvre un projet de publication d'un journal mathématique. Les revues françaises n'étaient plus aussi dynamiques que dans la période précédente. Les journaux allemands, en particulier le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* et les *Mathematische Annalen*, reflétaient bien l'intense activité et la créativité des mathématiciens allemands. Cependant, leur diffusion était limitée du fait de la langue allemande, peu lue en dehors de sa zone d'influence naturelle. D'autre part, les relations amicales qu'entretenait Mittag-Leffler avec son maître français Hermite et ses maîtres allemands, Weierstrass et Kronecker, lui permettaient d'envisager le soutien des écoles mathématiques françaises et allemandes à son entreprise.³

L'occasion de mettre en œuvre son projet éditorial lui était fournie par sa rencontre avec Poincaré. En effet, pour hisser rapidement sa revue au niveau international qu'il souhaitait, Mittag-Leffler avait non seulement besoin des contributions des meilleures plumes mathématiques mais aussi de publier dès les premiers tomes des travaux d'une importance exceptionnelle. Il se souvenait que le succès de la revue fondée par Crelle, le *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, avait été assuré par les contributions d'Abel à la résolution de quelques unes des plus

³ Si Hermite soutient sans ambiguïté le projet de Mittag-Leffler, ce dernier pouvait craindre que les Allemands n'accueillent pas avec le même enthousiasme la création d'un nouveau journal, qui ne pouvait que concurrencer le *Journal de Crelle*, alors dirigé par Kronecker et Weierstrass. Ces derniers ne s'opposeront pas au projet puisque Kronecker, selon ses dires, trouvera le nom définitif des *Acta mathematica* et que Weierstrass manifesterà à plusieurs reprises son intention de publier des articles dans la nouvelle publication.

fameuses conjectures de la théorie des fonctions elliptiques. Les fonctions fuchsienues sont de l'avis de Mittag-Leffler "les plus remarquables qui ont été trouvées après les fonctions elliptiques" et les résultats obtenus par Poincaré "feront la concurrence avec ceux d'Abel". Mittag-Leffler considère que les circonstances sont comparables à celles de la découverte des fonctions elliptiques et que la diffusion des nouvelles idées nécessite la création d'un nouveau journal. Mittag-Leffler reprend les mêmes arguments dans la préface du premier fascicule des *Acta mathematica* en insistant sur l'aspect international de son entreprise :

L'époque à laquelle nous commençons notre publication est certainement l'une des plus fécondes dans l'histoire des mathématiques, par le grand nombre et l'importance des découvertes qui touchent aux principes les plus essentiels de l'analyse. On sait combien, en divers pays, ce mouvement a été puissamment secondé par des journaux mathématiques, qui contiennent les œuvres des plus grands géomètres de notre temps. Nous nous sommes proposés le même but, de servir la science, en réunissant et associant les recherches nouvelles qui concourent à son progrès, par la nouveauté des résultats ou l'originalité des méthodes. Des mathématiciens éminents dans tous les pays, en nous assurant de leur collaboration, nous ont donné un témoignage de sympathie qui nous pénètre de reconnaissance, et que nous voulons justifier par les soins et le zèle que nous apporterons à notre publication.

Mittag-Leffler espère donc à juste raison que Poincaré fera le succès du journal suédois de la même manière qu'Abel pour le *Journal de Crelle*. Poincaré accepte de rédiger cinq mémoires, dans lesquels il expose les démonstrations des résultats annoncés dans les notes aux *Comptes rendus*, et de les confier au nouveau journal. Les lettres dans lesquelles il transmet à Mittag-Leffler son accord sont malheureusement perdues. On est réduit à faire des suppositions sur les motivations du choix de Poincaré de publier ses mémoires fondamentaux sur les fonctions fuchsienues dans les *Acta mathematica*. On peut d'abord penser qu'il est flatté que Mittag-Leffler fonde le succès de son journal sur sa participation. D'autre part, il est clair que Poincaré est conscient de la nécessité de diffuser rapidement ses travaux en Allemagne, tant pour des raisons de prestige que de priorité. L'Allemagne reste sans conteste la nation dominante en mathématiques ; de plus sa querelle de priorité et de dénomination avec les mathématiciens allemands Klein et Schwarz ne pouvait que l'inciter à se faire reconnaître le plus rapidement possible en Allemagne. En outre, comme il l'explique dans une lettre adressée à l'historien des mathématiques suédois Eneström le 3 juin 1884, Poincaré accorde une importance particulière à annoncer rapidement ses nouveaux résultats à quelques mathématiciens reconnus :

Si les auteurs sont généralement pressés d'avoir leurs tirages à part, ce n'est pas pour faire une ample distribution à tous leurs amis, mais pour envoyer aussitôt que possible un exemplaire à une dizaine de grands noms à qui ils désirent faire connaître leurs travaux.

Néanmoins, compte tenu de la germanophobie en France, Poincaré ne pouvait pas publier l'intégralité de ses mémoires dans une revue allemande. L'offre de Mittag-Leffler, élève de Weierstrass, introduit auprès de la communauté mathématique allemande, lui donne l'occasion d'être lu par les mathématiciens allemands sans heurter les sentiments nationalistes de ses compatriotes. Enfin, Poincaré ne cesse

pas pour autant ses collaborations avec les journaux français; ses travaux concernant la théorie qualitative des équations différentielles sont publiés dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* et ceux sur les formes quadratiques et cubiques dans le *Journal de l'Ecole polytechnique*. Si Mittag-Leffler considère la collaboration de Poincaré comme essentielle au succès de son entreprise, Poincaré assoit son statut et sa reconnaissance internationale grâce à ses publications dans les *Acta mathematica*. Les espoirs de Mittag-Leffler ne sont pas déçus et très rapidement, grâce en particulier aux contributions régulières de Poincaré, les *Acta mathematica* deviennent un journal de renommée internationale dans lequel publient des mathématiciens de premier plan et de tous pays. Certes, l'essentiel des mémoires publiés dans les dix premiers numéros proviennent d'Allemagne et de France; néanmoins, Mittag-Leffler a réussi à créer une entreprise qui permet les échanges et la diffusion des travaux entre les deux pays; on peut penser que les idées de Poincaré n'auraient pas été reçues en Allemagne de la même manière sans les *Acta mathematica*. De même, les travaux de Cantor seraient certainement restés ignorés en France pendant longtemps sans leur traduction en français dans les *Acta*. Poincaré et Klein étaient parfaitement convaincus de l'importance acquise par les *Acta*, notamment pour la diffusion des idées nouvelles en mathématiques. Dans le cadre de la politique de traduction de textes allemands, Poincaré propose le 14 août 1883 à Mittag-Leffler de publier celle du programme d'Erlangen de Klein en argumentant qu'“une certaine publicité donnée à ces idées sera utile à bien des géomètres et surtout aux Français”. Mittag-Leffler ne donnera pas suite à ce projet qui avait suscité l'enthousiasme de Klein. En un peu plus d'une année, les *Acta* apparaissent aux yeux de la plupart des mathématiciens comme un vecteur essentiel pour la diffusion de leurs travaux. Dès le début, Mittag-Leffler se préoccupa de créer les meilleures conditions pour en assurer la pérennité et la qualité. Outre le soutien de nombreux mathématiciens européens, Mittag-Leffler s'était aussi assuré celui des autorités politiques et administratives de Scandinavie. Ainsi, le roi de Suède et de Norvège Oscar II soutiendra financièrement le journal, de même que les gouvernements du Danemark, de Norvège et de Suède.

Mittag-Leffler à Poincaré - Stockholm 29/3/1882

Mon cher ami,

J'ai à vous remercier des deux lettres et de l'envoi de votre mémoire dans les *Mathematischen Annalen*. J'ai parcouru votre mémoire sans avoir eu le temps de l'étudier au fond pourtant. J'ai guère besoin de vous dire que je suis frappé de la plus grande admiration de votre génie et de la beauté des résultats que vous avez obtenu[s]. Je ne crois que je me trompe quand je vous assure que vos découvertes feront la concurrence avec celles d'Abel et que vos fonctions sont les plus remarquables qui ont été trouvé[es] d'après les fonctions elliptiques. Mais certainement que Monsieur Klein a raison que vous avez tort d'appeler vos fonctions, fonctions Fuchsiennes et Kleinéennes. Elles doivent porter le nom

des fonctions de Poincaré⁴. C'est le seul nom qui est juste et raisonnable. Si je parviendrai une fois de travailler sur ce champ fertile que vous avez ouvert à l'analyse je tacherai d'introduire ce nom au lieu de vos noms. Je vous prie de m'excuser en avance mais je ne pourrai[s] faire autrement. Voulez vous me faire la service de me dire où je trouverai les publications de Fuchs et de Klein qui vous ont amené d'appeler vos fonctions après eux⁵

⁴ La polémique extrêmement vive entre Poincaré et Klein au sujet de ces dénominations est la partie apparente de leur concurrence scientifique. Le prétexte invoqué par Klein était la sous-estimation par Poincaré des travaux de Fricke et surtout de Schwarz. Dans sa lettre adressée à Poincaré le 19 juin 1881, il souligne l'importance de ceux-ci : *La dénomination "fonctions fuchsienues" provient, pour autant que je le comprenne bien, de ce que vous avez été conduit à ces idées par les travaux de Fuchs. Fondamentalement toutes ces recherches sont basées sur Riemann. Pour mon développement propre, l'observation très voisine que fait Schwarz dans le volume 75 du Journal de Borchardt (que je vous recommande expressément, au cas où vous devriez ne pas le connaître encore) a été d'une signification déterminante.* (traduit par la rédaction). Correspondance d'Henri Poincaré et de Felix Klein, Oeuvres de Poincaré, II, 26-65. Mittag-Leffler avait déjà abordé la question de la dénomination des nouvelles fonctions de Poincaré dans sa lettre adressée à Hermite le 20 août 1881 : *Pour les fonctions Fuchsienues je trouve qu'il a eu raison parce que les grands mérites de M. Fuchs sont incontestables. Pour les fonctions Kleinéennes qui ont donné lieu à ce nom fonctions Kleinéennes, elles sont guère d'une grande importance pour mériter l'honneur d'un nom spécial dans l'Analyse. [AS] Mittag-Leffler reviendra sur la question de l'appellation des fonctions kleinéennes dans une lettre adressée à Hermite le 3 août 1882 dans laquelle il fait part de l'opinion de Weierstrass au sujet de la querelle Klein-Poincaré : [...] il [Weierstrass] trouve que Poincaré a parfaitement raison. La seule chose qu'il ne paraissait pas approuver c'était le nom "fonctions Kleinéennes". Et c'est vrai que le nom est drôle. M. Poincaré l'avait introduit à cause d'une lettre de M. Klein où M. Klein lui communiquait des certaines choses. Mais ces choses n'étaient pas de Klein. Elles étaient de M. Schottky ce que M. Klein avait oublié de dire. Je tiens cette histoire de M. Klein lui-même. [AS] Le point de vue de Poincaré est défendu avec vigueur dans sa réponse au commentaire que Klein fait à la suite de l'article de Poincaré paru dans les Mathematischen Annalen en 1882.*

⁵ Poincaré a toujours considéré le mémoire *Über eine Classe von Functionen mehrerer Variabeln, welche durch Umkehrung der Integrale von Lösungen der linearen Differentialgleichungen mit rationalen Koeffizienten entstehen* [Journal für die reine und angewandte mathematik 89 (1880) 151-169] comme ayant inspiré sa théorie des fonctions fuchsienues. Dans son mémoire présenté en 1880 pour le grand prix de l'Académie, Poincaré fait une analyse du mémoire de Fuchs et montre que les conditions énoncées, pour que l'inverse du quotient de deux solutions d'une équation différentielle du second ordre soit méromorphe, ne sont pas suffisantes. Il reprend l'analyse de Fuchs en approfondissant les cas où l'intégration de l'équation se fait avec des fonctions doublement périodiques et ceux où l'équation admet deux points singuliers à distance finie. L'étude de ces exemples contient en germe la méthode qu'utilisera Poincaré dans l'élaboration définitive de sa théorie. Dans sa lettre du 12 juin 1880, Poincaré informe Fuchs de ses travaux : *Dans le cas où ces points singuliers ne sont qu'au nombre de deux je trouve que la fonction que vous avez définie jouit de propriétés fort remarquables et comme j'ai l'intention de publier les résultats que j'ai obtenus, je vous demande la permission de lui donner le nom de fonction Fuchsienne puisque c'est vous qui l'avez découverte.* [Correspondance Poincaré-Fuchs, Oeuvre de Poincaré, 11, 13-25.] Dans sa réponse à la note de Klein [1882] (voir note n°2), il précise sans ambiguïté les raisons qui justifient à ses yeux ses appellations :

Mais il ne m'était pas possible d'oublier les découvertes si remarquables que le savant professeur d'Heidelberg a publiées dans le Journal de Crelle. Elles sont le fondement de la théorie des équations linéaires et, sans elles, je n'aurais pu aborder l'étude de mes transcendentes qui se lient si facilement à cette théorie. [...] Quant à M. Fuchs, dans ses mémoires des Tomes 83 et 89 du Journal de Crelle, il s'est élevé à un point de vue nouveau et a mis en lumière le lien étroit qui unit la théorie des équations différentielles à celles de certaines équations uniformes. Ce fut la lecture de ces mémoires qui devint le point de départ de mes recherches. En ce qui concerne les fonctions kleinéennes, j'aurai cru commettre une injustice si je leur avais donné un autre nom que le vôtre. C'est M. Schottky qui a découvert la figure qui faisait l'objet de votre lettre,

Dites-moi aussi, je vous en prie, où M. Fuchs a publié son dernier article contre M. Klein ⁶ Fuchs m'envoie en général tout ce qu'il écrit mais je n'ai rien reçu sur ce sujet. Et maintenant j'ai une proposition à vous faire et une prière à vous adresser. Nous, les mathématiciens dans / les pays scandinaves, ont le projet de publier un nouvel journal mathématique d'après le modèle du *journal de Crelle*.⁷ On m'a demandé de devenir l'éditeur principal. Les autres éditeurs seront Malmsten et Gylden en Suède, Broch, Bjerknes, Lie et Sylow en Norvège, Lorenz et Zeuthen au Danemark et Lindelöf en Finlande⁸. Le journal sera publié en français et en allemand mais surtout en français. Je vous prie à garder cette confiance ⁹ strictement à vous seul pour quelques temps encore. Vous savez que c'est Abel, un norvégien, qui a fait surtout le succès du *journal de Crelle*.¹⁰ Maintenant

mais c'est vous qui avez "ihre prinzipielle Wichtigkeit betont" ; comme vous le dites à la fin de votre savant travail : "Über eindeutige Funktionen mit linearen Transformationen in sich".

⁶ Poincaré, dans les lettres manquantes, a dû faire état de la lettre datée du 4 mars 1882 que Fuchs venait de lui envoyer et dans laquelle il annonçait qu'il allait répliquer à la note de Klein (1882) commentant l'article de Poincaré paru dans les *Mathematischen Annalen*. Dans cette note, Klein affirme entre autre que Fuchs n'a rien publié sur le sujet : *Ainsi, notamment, toutes les recherches que M. Schwarz et moi-même avons publiées depuis un certain temps déjà dans cette direction, se tournent vers le domaine des "fonctions fuschienues", sur lesquelles M. Fuchs n'a lui-même jamais rien publié* (traduction de la rédaction). Dans sa lettre à Poincaré datée du 4 mars, Fuchs exprime son indignation et annonce qu'il a rédigé une note pour répondre à Klein : *Mais dans sa note, il [Klein] a aussi osé de faire une assertion qui répugne à la vérité. Il dit que je n'ai publié en aucun lieu un mémoire concernant les fonctions qui se reproduisent par des substitutions linéaires. C'est pourquoi je crois le devoir à la dignité de la science, et aussi à vous, Monsieur, de témoigner publiquement que l'assertion de M. Klein n'est pas vraie.* Dans sa note aux *Nachrichten* datée elle-aussi du 4 mars, Fuchs cite un certain nombre de ses travaux ((1877), (1880), (1876)), en commente rapidement les résultats et rappelle que Klein lui-même en a souligné l'importance. En particulier dans le second de ceux-ci Fuchs rappelle qu'il étudie la variable comme une fonction du quotient de deux solutions indépendantes et que le troisième a été commenté par Klein lui-même dans les *Mathematischen Annalen* (1877) :

En ce qui concerne finalement l'insinuation contre la conclusion de la note, comme quoi j'aurais été influencé sur le fond par les recherches personnelles de Fuchs cela est tout simplement et historiquement faux. Mes recherches commencent en 1874 avec la détermination de tous les groupes finis de transformations linéaires à une variable. En 1876 j'ai ensuite montré que de cette manière le problème soulevé alors par Fuchs, consistant à déterminer toutes les équations différentielles linéaires intégrables d'ordre 2, était réglé eo-ipso. L'affaire est donc exactement à l'inverse de ce qu'indique Fuchs. Ce n'est pas dans son travail que j'ai puisé les idées, mais au contraire, c'est son thème qui doit être traité avec mes idées. (traduction de la rédaction).

⁷ Mittag-Leffler signale dans l'annonce de la mort de Lie publiée dans les *Acta mathematica* (1899) que l'idée de créer un journal de mathématiques dans les pays scandinaves lui revenait : *Sophus Lie appartient à la rédaction de ce journal depuis sa fondation à la fin de l'année 1882. C'était bien lui qui avait le premier compris que l'époque était venue d'éditer un grand journal mathématique scandinave. C'est lui qui dans une entrevue que nous eûmes à Stockholm au printemps de 1882 me proposa de tenter cette entreprise et de la diriger moi-même comme rédacteur en chef du nouveau journal.*

⁸ A la requête de Lie, Malmsten et Zeuthen, Mittag-Leffler ajoutera au comité éditorial du nouveau journal, Backlund, Daug, Holmgren et Petersen (cf. Domar, on the foundation of *Acta Mathematica*, *Acta Mathematica* 148 (1982), 3-8)

⁹ [confidence]

¹⁰ Abel a publié la plupart de ses principaux mémoires dans les 4 premiers tomes du *Journal für die reine und angewandte Mathematik* (6 notes ou articles dans le tome 1 (1826), 3 dans le tome 2 (1827), 4 dans le tome 4 (1828) et 4 dans le tome 4 (1829)). En particulier, ses mémoires fondamentaux sur la théorie des fonctions elliptiques (Recherches sur les fonctions elliptiques, Précis d'une théorie des fonctions elliptiques, ...) et des extraits de celui sur les

nous avons pensé M. Gylden et moi que vous, un français, serez peut-être assez généreux pour vouloir faire le succès de notre journal ¹¹. Voudriez vous nous donner votre mémoire “*Sur les groupes fuchsien*” pour être publié le premier mémoire dans le journal ¹². Il sera publié tout de suite et vous recevrez tant de tirages à part que vous désirez et sitôt que possible. Le premier numéro du journal paraîtra au commencement de l’année 83 ¹³ mais vous pouvez distribuer votre tirage à part quand vous désirez. Est-ce que vous nous donneriez les quatre mémoires suivants aussi ¹⁴? Je sais parfaitement que ma proposition est bien prétentieux, mais pensez-y que les pays scandinaves et surtout les suédois sont les amis les plus chaud[s] de la France et qu’il ne peut nullement être regardé comme une trahison contre votre patrie que vous publiez chez nous. Vous auriez du reste comme collègues les premiers géomètres de la France et de l’Allemagne. Je ne doute pas qu’en France M. Hermite en premier lieu et après Messieurs / Picard et Appel[l] seront de nos collaborateurs ¹⁵ En Allemagne, en Italie et en Russie

intégrales de différentielles algébriques (appelées depuis intégrales abéliennes), dans lequel il expose son théorème d’addition, (Remarques sur quelques propriétés générales d’une certaine sorte de fonctions transcendentes, Démonstration d’une propriété générale d’une certaine classe de fonctions transcendentes), sont publiés dans ce journal et ont contribué de manière essentielle à son succès. *Ce qui fut un vrai bonheur pour Abel, ce sont les relations qu’il noua à Berlin avec Crelle, homme excellent qui accueillit le jeune géomètre dans sa maison, l’encouragea de toute manière et devint pour lui un ami absolument dévoué. La rencontre d’Abel avec Crelle, dit M. Holst, fut pour tous deux le grand événement de leur vie et c’est dans leur première entrevue que furent jetées les bases du Journal für die reine und angewandte Mathematik.* [Mansion le centenaire d’Abel, la revue des questions scientifiques 1902, 603-618]

¹¹ La même idée que la participation de Poincaré serait une garantie de succès pour les débuts du nouveau journal est exprimée de la même manière dans une lettre de Mittag-Leffler à Malmsten datée du mois de mars 1882 [Domar 1982, p. 5].

¹² Poincaré a annoncé que les démonstrations des théorèmes, cités dans l’article *Sur les fonctions uniformes qui se reproduisent par des substitutions linéaires* publié aux *Mathematischen Annalen*, seraient “publiées prochainement dans un travail de longue haleine”. D’autre part, dans les lettres perdues, Poincaré a dû répondre à Mittag-Leffler qui lui demandait de rédiger sa théorie des fonctions fuchsiennes et lui annoncer la rédaction du premier mémoire consacré à ce sujet. On peut donc penser que le mémoire sur les groupes fuchsien a été rédigé au premier trimestre de 1882.

¹³ Le premier fascicule des *Acta mathematica* sera imprimé début décembre 1882. Mittag-Leffler en présentera la première copie au roi Oscar à la mi-décembre 1882 [Domar 1982, p. 8] : *Avant hier j’ai été chez sa Majesté pour lui offrir le premier exemplaire du premier fascicule de notre journal. Mais c’est seulement aujourd’hui que je puisse vous envoyer des exemplaires. Je n’ai reçu d’autres que celui qui était destiné à sa Majesté auparavant. Je vous envoie d’abord deux exemplaires dont l’un pour l’institut. Le roi a été extrêmement gracieux. Je lui ai donné la lecture de votre dépêche et d’une partie de votre lettre. Il m’a prié de vous rappeler votre promesse de faire imprimer dans les Comptes rendus ainsi que dans les publications mathématiques de la France quelques mots sur le Journal. Pour le Bulletin [des Sciences Mathématiques], Monsieur Tannery m’a promis de dire quelques mots. Pour les autres journaux ou publications, vous avez bien voulu prendre la peine d’arranger l’affaire.* [Lettre de Mittag-Leffler à Hermite datée du 14 décembre 1882-AS]. Dans une lettre adressée à Weierstrass, datée du 15 décembre, Mittag-Leffler évoque aussi sa visite chez le roi : *Ich habe gestern das erste Exemplar des ersten Heftes der neuen Zeitschrift dem König übergeben.* [IML](Institut Mittag-Leffler-Djurskolm)

¹⁴ Dans les lettres perdues, outre l’annonce de la rédaction de son premier mémoire sur les groupes fuchsien, Poincaré a dû informer Mittag-Leffler de son projet d’organiser la rédaction de son travail en cinq mémoires.

¹⁵ Mittag-Leffler ne recevra en fait confirmation du soutien actif de Picard que le 18 avril 1882, par l’intermédiaire d’Hermite : *M. Appell a été toute la semaine absent de Paris et je n’ai pu*

les meilleurs auteurs nous enverront des articles ¹⁶. Il sera aussi une convention entre les éditeurs scandinaves de toujours publier leurs meilleures choses dans le journal.

Je vous prie de ne dire rien à personne encore sur notre projet parce que la réalisation de ce projet dépend de vous. Si vous refusez je suis de l'avis que nous devons attendre deux ou trois ans encore. Entre nous c'est incontestable que notre journal fera un peu la concurrence avec le journal de Weierstrass et Kronecker ¹⁷ et c'est une chose que je n'aimerais pas quand Weierstrass est encore à la tête de ce journal ¹⁸. C'est seulement l'avantage énorme de pouvoir publier vos découvertes qui pourrait m'y décider. Le premier éditeur de la Suède fera imprimer le journal. On formera une association de quelques riches gens en Suède qui payeront la perte économique qu'on aura possiblement pendant les première[s] cinq années ¹⁹. Je n'ai rien voulu faire pour former cette association avant d'avoir reçu votre réponse. Peut-être que vous avez donné déjà votre premier mémoire au journal de l'école polytechnique et que vous ne voulez pas le reprendre. Est-ce que vous ne voulez admettre dans ce cas qu'il sera publié en même temps chez nous et en France? J'irai en Finlande me marier au milieu du mois de Mai

20

encore m'entretenir avec lui de votre grand projet, mais M. Picard me charge de vous exprimer sa plus vive sympathie pour l'entreprise et de vous donner l'assurance de son active collaboration.

¹⁶ Mittag-Leffler réussira au-delà de toute espérance à fonder un journal international réputé. Dans le tome 10, la rédaction des *Acta mathematica* donne des résultats statistiques sur ses auteurs : Le cahier 1 : 1 a paru en décembre 1882, le cahier 10 : 4 le 30 novembre 1887. Les dix tomes publiés ont contenu en tout 162 mémoires ou notes dont 95 (embrassant 2382 pages) sont rédigés en français, 66 (embrassant 1561 pages) en allemand et 1 (embrassant 36 pages) en anglais.

¹⁷ *Journal für die reine und angewandte Mathematik* dirigé, depuis la mort de Borchardt en 1880, par Kronecker et Weierstrass.

¹⁸ Weierstrass ne publiera aucun mémoire original aux *Acta mathematica*. Une traduction en français de son mémoire sur la théorie des fonctions elliptiques paraîtra dans le tome 6 de la revue. Il n'en soutiendra pas moins l'initiative de Mittag-Leffler et lui écrira, trois ans après la création des *Acta* : *J'ai hâte de vous exprimer d'emblée la satisfaction avec laquelle j'accompagne les progrès réjouissants de votre entreprise. En tant que co-éditeur de la plus ancienne des revues mathématiques existant actuellement, on me pardonnera peut-être une pointe de jalousie de ce que vous ayez réussi dès le début à gagner comme collaborateurs des Acta tant de maîtres confirmés et des jeunes talents naissent, et cela pas uniquement dans les pays scandinaves, mais aussi d'Allemagne, de France, d'Italie. C'est mon vœu et mon espoir, que les Acta puissent continuer à rester, avec le même succès brillant, un organe international pour le développement de notre science, la plus cosmopolite de toutes.* [Nörlund, G. Mittag-Leffler, *Acta Mathematica* 50 (1927), I-XXIII.] (traduction de la rédaction)

¹⁹ En avril 1882, Mittag-Leffler et Malmsten rédigeront une annonce pour collecter des fonds auprès d'éventuels mécènes scandinaves. Le roi Oscar affirmera publiquement son soutien à l'entreprise en souscrivant personnellement 1500 couronnes. La souscription réunira 26 000 couronnes ce qui, avec la subvention annuelle des gouvernements du Danemark, de Norvège et de Suède, permettait de financer au moins cinq volumes. Hermite participera à la souscription en donnant 1000 francs, c'est à dire 720 couronnes [Domar 1982, p. 6].

²⁰ En mai 1882, Mittag-Leffler épouse Signe Lindfors (1861-1921) qu'il avait rencontrée lorsqu'il était en poste à Helsingfors (Helsinki). Une grande partie de la fortune de Mittag-Leffler provient de son mariage : *Mittag-Leffler's wealth was based on the fortune of Signe's grandfather, Henrik Borgström, a Helsingfors tobacco businessman whose only child, Emilia, married the Finnish general Julius av Lindfors. Signe, being the only child of this marriage, received the whole of the fortune founded on Borgström's commercial success. Mittag-Leffler used this money at once*

Après nous irons directement à Paris où j'espère d'avoir le bonheur de faire votre connaissance personnelle ²¹ Si le projet du journal se réalisera nous ferons un peu la tournée de l'Europe pour que je puisse m'entendre avec les géomètres étrangers ²²

J'ai été et je suis encore très occupé par mon cours à l'université et c'est l'explication pourquoi j'ai répondu si tard à votre appel de communiquer le principal de mes recherches dans ce genre. J'ai deux cours à faire un sur la théorie des fonctions - deux leçons par semaine - et un autre sur la théorie des fonctions elliptiques, aussi deux heures par semaine. Mais je travaille outre ça beaucoup avec mes élèves. Ne me regardez pas comme trop insolent et exaucez si possible ma prière [je] vous prie avec la plus grande admiration de votre génie votre très dévoué.

Gösta Mittag-Leffler

to found *Acta Mathematica* in 1882, and from then until the end of his life he remained its editor and lived in Stockholm. [*Grattan-Guinness Materials for the History of Mathematics in the Institut Mittag-Leffler, Isis, 62 (1971) 1636-374.*]

²¹ Mittag-Leffler avait annoncé, l'été précédent, son mariage avec Mlle Lindfors à Hermite et prévu sa visite en France. Dans sa lettre du 27 septembre 1881, Hermite se réjouit de la prochaine visite de Mittag-Leffler et de sa future épouse : *Veillez faire savoir à votre chère fiancée que nous serons on ne peut plus heureux de vous voir après votre mariage, nous accueillons avec joie l'espérance de votre voyage en France, [...]*. Mittag-Leffler évoque rapidement sa présence en France au printemps 1882 dans son article biographique sur Kowalewska et Weierstrass : *J'avais visité Paris au printemps 1882 [...]*.

²² Mittag-Leffler et son épouse feront le tour de l'Europe mathématique à l'occasion de leur voyage de noces. Dans sa lettre adressée à Kowalewska le 8 août 1882, Weierstrass émet quelques doutes sur l'intérêt pour Mme Mittag-Leffler de visiter les meilleurs mathématiciens européens à l'occasion de son voyage de noces : *Mittag-Leffler et Madame étaient ici la semaine précédente, du mercredi jusqu'au dimanche soir ; nous étions souvent ensemble. La jeune femme a beaucoup plu ; on admirait aussi beaucoup sa toilette très élégante et pourtant très simple. Vu de Paris, Mittag-Leffler a fait un voyage, à proprement parler, mathématique : Strasbourg, Heidelberg, Göttingen, Leipzig, Halle, Berlin. Certainement très intéressant pour lui ; mais je n'affirmerais pas qu'il en fut de même pour la jeune femme* (traduction de la rédaction).