

UN P.A.E. SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DE L'INDE ANCIENNE

Catherine MORICE-SINGH

Il s'agit d'un P.A.E. (Projet d'Action Éducative) mené à bien à l'Ecole Française de Delhi (Inde), en 1997, avec quinze de mes élèves, répartis de la sixième à la première ES. Au cours de l'atelier, j'ai présenté les objectifs, la méthodologie utilisée, et les grandes lignes du « résultat » de ce P.A.E. : un livre photocopié d'une centaine de pages.

I. OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE

1) Trois objectifs principaux :

- permettre aux élèves de prendre conscience de la diversité, de la richesse et de la profondeur de la civilisation indienne ;
- les amener à se rendre compte que les mathématiques sont une discipline que chaque civilisation développe selon les problèmes qu'elle a à résoudre ;
- faire une exposition des résultats obtenus et, surtout, rédiger des textes pour les réunir sous forme de « livre » afin de rendre toutes les informations accessibles au plus grand nombre d'élèves, d'enseignants, et de parents.

2) Méthodologie :

J'ai commencé par exposer brièvement à mes élèves les grandes lignes de l'histoire des mathématiques indiennes jusqu'au VI^e siècle, en intégrant au passage des éléments de civilisation pertinents.

Mon but était de leur permettre de sélectionner les thèmes sur lesquels ils auraient envie de travailler (histoire, religion, mathématiques, etc.), et de constituer ensuite des groupes de travail. Le problème majeur n'a pas été de trouver des élèves intéressés par ces sujets, mais de trouver des créneaux horaires en dehors des heures de classe et convenant à tous.

Pour obtenir des informations, nous avons tout d'abord visité le Musée des Sciences et des Techniques de Delhi. Il contient une salle intitulée « Heritage » où se trouvent plusieurs panneaux présentant des notions de mathématiques connues dans

l'Inde ancienne. Malheureusement, ces informations sont en nombre très limité, et il était indispensable de les compléter en cherchant dans les livres.

Les ouvrages traitant de la civilisation indienne ou des mathématiques indiennes ne sont, en général, pas directement à la portée des élèves. J'ai donc apporté toutes les précisions nécessaires.

De leur côté les élèves ont réuni le maximum de photos, de documents, fruits de leurs voyages et expériences personnelles. Sur cette base, ils ont sélectionné les thèmes qu'ils voulaient retenir et ont décidé de la manière de les présenter. Ils ont préparé des textes que nous avons retravaillés en commun pour que l'expression soit correcte et simple. L'étape finale a consisté à réunir les différentes productions sous forme de « livre photocopié », le but principal étant d'obtenir un ensemble de textes sérieux, tout en étant lisibles par des élèves de collège et de lycée.

II. LE « LIVRE »

Nous avons regroupé tous les textes en constituant cinq parties.

A. Première partie : l'époque védique

Après une brève présentation des Védas, textes sacrés de l'Inde ancienne, et du problème de leur datation, nous expliquons l'importance qui était accordée à la transmission orale de ces textes, ainsi qu'à la grammaire. Nous parlons ensuite du rituel védique, principalement du rituel solennel, qui nécessite l'utilisation de trois feux de formes différentes : carrée, circulaire et semi-circulaire.

À la fin de ces deux premiers chapitres, nous montrons quelques photos prises lors d'un rite védique qui a eu lieu à Delhi en décembre 96 : un *soma yajña*. (Assister à un rite védique est devenu une expérience rarissime, le nombre de prêtres capables de les accomplir étant très réduit de nos jours.)

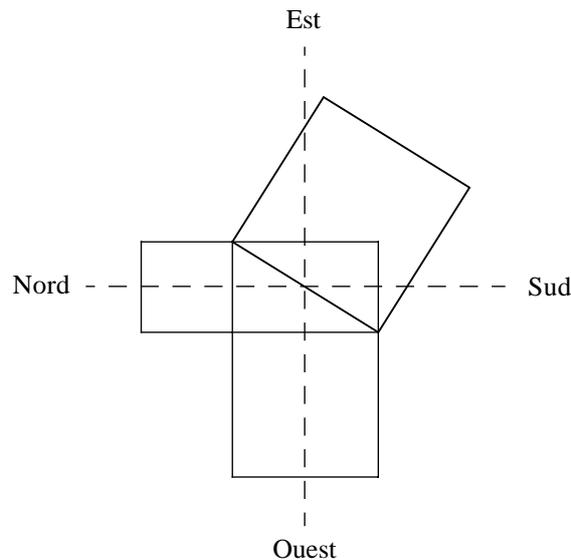
Le troisième chapitre parle de la numération et de l'expression des nombres dans les textes indiens les plus anciens. Nous en avons profité pour comparer les systèmes d'expression des nombres dans différentes langues européennes.

Le dernier chapitre de cette première partie est le plus important en ce qui concerne les mathématiques puisque des « règles de constructions géométriques » y sont exposées. En effet le rituel védique ne s'accomplissait pas dans des temples, mais sur le sol, en plein air. Des aires sacrificielles y étaient tracées à l'aide de cordes souples non graduées, et des autels y étaient élevés à l'aide de pierres de forme et de taille précises. L'ensemble de ces règles de construction se trouvent dans les *śulba-sūtra*.

Par exemple : tracer un carré de côté donné avec une corde non graduée, tracer un carré d'aire égale à n fois l'aire d'un carré donné, faire la « somme » ou la « diffé-

rence » de deux carrés, transformer un carré en un rectangle de même aire ou le contraire, transformer un carré en un cercle de même aire, agrandir des figures, etc.

La plupart de ces constructions sont évidemment basées sur le « théorème de Pythagore » qui est cité dans le plus ancien des *śulba-sūtra*, celui de *Baudhāyana* (800 av. J.-C. ?) : la diagonale du rectangle « produit » ce que le côté parallèle à la ligne est-ouest et le côté parallèle à la ligne nord-sud « produisent » séparément.



Il faut préciser que les *śulba-sūtra* étaient des textes destinés à être appris par cœur, et qu'ils ne contiennent donc aucune démonstration.

B. Deuxième partie : les Jaïns et les Bouddhistes

1) Les Jaïns

Le Jaïnisme est né en Inde vers le VI^e siècle avant notre ère. C'est une religion moins connue que le Bouddhisme, et sans doute plus difficile à observer. Ces deux religions sont nées en réaction contre la domination des Brahmanes, le rituel védique et le système des castes en général.

Le dernier « prophète » jaïn s'appelle *Mahāvīra*. L'histoire de sa vie est connue par un grand nombre de légendes, cependant son existence réelle est certaine.

Dans la formation du moine jaïn les mathématiques avaient apparemment une place très importante. Malheureusement, la plupart des textes les plus anciens ne nous sont pas parvenus.

La cosmologie jaïna est très élaborée. Pour donner les dimensions physiques et temporelles de l'univers (divisé en trois parties : les Enfers, le monde où nous vivons, les Cieux), les Jaïns avaient besoin d'unités de longueur et de temps incroyablement grandes. Par exemple :

- *rajju* : 1 *rajju* serait égal à la distance parcourue par un dieu qui volerait pendant 6 mois à la vitesse de 2 057 152 *yojana* par seconde... c'est-à-dire 16 457 216 km/s, si on prend 8 km pour 1 *yojana* !
- *acalātmaka* : 1 *acalātmaka* serait égal à $8\,400\,000^{16} \times 84^{15}$ ans.
- *śrīṣapraheḷikā* : 1 *śrīṣapraheḷikā* serait égal à $8\,400\,000^{28}$ ans.
- *palyopama* : Soit une cavité cylindrique de 100 *yojana* de diamètre et 100 *yojana* de hauteur. Elle est remplie de cheveux fins tassés de manière que même un fleuve ne pourrait pénétrer cette masse. Si on retire un cheveu tous les 100 ans, le nombre d'années mises pour retirer tous les cheveux serait égal à la durée d'un *palyopama*.

2) Les Bouddhistes

Le prince *Siddhārtha*, le futur *Buddha*, serait né une quarantaine d'années après *Mahāvīra*. Le Bouddhisme est une religion bien connue, et, contrairement au jaïnisme, elle s'est répandue hors du territoire indien.

En ce qui concerne les mathématiques, dans un texte du I^{er} siècle avant notre ère, le futur *Buddha* est supposé avoir cité les noms des puissances de dix dans une échelle centésimale, en commençant par le *koṭi* (10^7). Il aurait ainsi obtenu le *tallakṣaṇa*, égal à 10^{53} , et il aurait mentionné d'autres numérations au-dessus du *tallakṣaṇa*.

C. Troisième partie : Quelques pages d'histoire

Dans cette partie, nous présentons brièvement les plus grands empereurs de l'Inde ancienne et les grandes dynasties.

1) La dynastie des *Maurya*

Candragupta Maurya accède au trône vers 320 av. J.-C. et devient le souverain du premier grand empire indien, pendant 24 ans. À la fin de sa vie, il se convertit au jaïnisme et abdique en faveur de son fils.

Le plus célèbre des *Maurya* fut incontestablement l'empereur *Aśoka*, le petit-fils de *Candragupta Maurya*.

2) L'empereur *Aśoka*

Aśoka est l'empereur le plus respecté, le plus aimé de toute l'histoire indienne. Sa grandeur, ses principes de tolérance et de non-violence, son amour de l'humanité ont été remarquables. Il considérait tous les hommes comme ses enfants. Il avait fait graver ses pensées sur des piliers ou des rocs, dans tous les coins de son empire. La

République indienne a d'ailleurs adopté comme emblème le « chapiteau aux lions », qui se trouvait au sommet d'un pilier portant une de ses inscriptions.

En 185 av. J.-C., le dernier roi de la dynastie des *Maurya* est assassiné et le grand empire va se désagréger peu à peu.

Au début de l'ère chrétienne l'empereur *Kaniṣka* réussit à constituer à nouveau un royaume assez grand. Il fait graver des inscriptions et prend l'année de son sacre comme première année de son calendrier : ce système de datation s'appelle l'ère *śaka*. Pour passer d'une date *śaka* à la date équivalente de l'ère chrétienne, il suffit d'ajouter 78 ans.

3) La dynastie des *Gupta*

Vers l'an 320 de notre ère, une nouvelle dynastie va s'imposer : *Candragupta I* fonde la dynastie des *Gupta*. Pendant près de 200 ans, la civilisation indienne sera à son apogée.

D. Quatrième partie : l'astronomie et les mathématiques

1) L'établissement du calendrier utile au rituel védique nécessitait des connaissances en astronomie, car il fallait prévoir les solstices, les pleines lunes, les éclipses, etc. Chaque mois de l'année était désigné par le nom de la constellation dans laquelle la pleine lune apparaissait, le premier mois étant celui qui correspondait au solstice d'hiver.

Au début de l'ère chrétienne, des traités d'astronomie nouveaux sont composés : les *Siddhānta*. Le développement de l'astronomie va ensuite dépendre étroitement de celui des mathématiques.

2) Une nouvelle façon d'exprimer les nombres apparaît : c'est le système décimal de position. Dans des textes Jaïns du IV^e ou V^e siècle de notre ère (ou antérieurs à ces dates), des nombres sont exprimés en citant les chiffres dont ils sont composés, dans l'ordre, et de droite à gauche. Par exemple, 98 553 se dira : trois, cinq, cinq, huit, neuf.

Pour éviter les répétitions et pour équilibrer les expressions dans des textes en vers, les noms des nombres pouvaient aussi être remplacés par des mots de la langue sanskrite les « représentant ». Le même exemple, 98 553, pouvait donc se dire : mondes (3), flèches (5), sens (5), serpents (8), planètes (9).

3) Dans le troisième chapitre de cette partie, nous parlons d'*Āryabhaṭa*, le plus célèbre astronome-mathématicien de l'Inde ancienne.

Parmi ses contributions nous pouvons citer la définition de la fonction sinus utilisant une demi-corde, une méthode d'extraction des racines carrées très proche de la méthode moderne, et des algorithmes de calcul concernant des suites arithmétiques.

E. Cinquième partie : les mathématiques védiques ?

Nous avons choisi de terminer par les « mathématiques védiques » puisque nous avons commencé par l'époque védique...

Mais les « mathématiques védiques » font partie du XX^e siècle ! En effet, cette appellation désigne un ensemble de formules (seize exactement) qui permettent de faire certains calculs mentalement et très rapidement. Ces formules auraient été trouvées par un prêtre hindou, et publiées en 1965. Certains prétendent qu'elles *sont* dans les Védas et d'autres qu'elles *n'y sont pas* !

Il n'en reste pas moins qu'elles sont intéressantes et originales. Par exemple : écrire directement le développement décimal de fractions comme $1/19$, $1/29$, $1/39$ (sans effectuer la division), dire si un nombre aussi grand que l'on veut est divisible par 19, 29, 39, etc. et, si oui, donner le quotient (toujours sans effectuer la division), faire des multiplications comme $99\,999\,996 \times 99\,999\,995$ mentalement en quelques secondes, sans écrire de calculs intermédiaires.

III. CONCLUSION

Après ces explications, les participants à l'atelier ont souhaité tout d'abord lire en détail la première partie du livre. Il était en effet impossible de lire tout.

Ils ont ensuite posé quelques questions d'ordre général sur la civilisation indienne (sans lien spécial avec les mathématiques).

Le nombre maximum de questions a en fait porté sur la dernière partie : les mathématiques védiques. J'ai donc repris quelques procédés, et je les ai détaillés à l'aide de plusieurs exemples.

Nous n'avons malheureusement pas eu le temps d'aborder les méthodes de divisibilité par 13, 23, 33, etc., 11, 21, 31, etc. et 17, 27, 37, etc., mais les personnes intéressées trouveront des explications dans le livre *Vedic Mathematics* édité chez Motilal Banarsidass.

IV. LISTE DES PRINCIPAUX OUVRAGES UTILISÉS

H. ARVON, *Le Bouddhisme*, « Que sais-je ? », Presses Universitaires de France, 1951 (réédition 1991).

ĀRYABHATA, *Āryabhaṭīya* by K.S. SHUKLA in collaboration with K.V. SARMA, Indian National Science Academy, New-Delhi, 1976.

A.K. BAG, *Mathematics in Ancient and Medieval India*, Chaukhambha Orientalia, Varanasi, Delhi, 1979.

J. BLOCH, *Les inscriptions d'ASOKA*, Société d'édition « Les Belles Lettres », Paris, 1950.

- D.M. BOSE, *A concise History of Science in India*, Indian National Science Academy, New-Delhi, 1971 (réimpression 1989).
- C. CAILLAT et R. KUMAR, *La cosmologie jaïna*, Édition Kumar Gallery, New-Delhi, 1981.
- B.B. DATTA, *Ancient Hindu Geometry, The Science of the Sulba*, Cosmo Publications, Delhi, 1993.
- H.G. FRANZ, *L'Inde Ancienne*, Bordas Civilisations, Paris, 1990.
- L. FREDERIC, *Dictionnaire de la Civilisation indienne*, Robert Laffont, coll. Bouquins, Paris, 1987.
- A. GUERINOT, *La Religion Djaïna*, Librairie Orientaliste Paul Geuthner, Paris, 1926.
- M.D. PANDIT, *Mathematics As Known To The Vedic Samhitas*, Indian Books Centre, Delhi, 1993.
- L. RENOUE et J. FILLIOZAT, *L'Inde Classique, Tomes I et II*, A. Maisonneuve, 1953 (réimpression 1985).
- SWĀMĪ ŚRĪ BHĀRATĪ KRṢṂA TĪRTHAJĪ, *Vedic Mathematics*, Motilal Banarsidass, Delhi, 1965.