LE GUIDE DE SURVIE MATHS 974

CYCLE 4

Illustration : Simon Grondin, PSTD2A 2021, Lycée Ambroise Vollard

Pascal Dorr & Florian Tobé © 2021 - maths974.fr

LE GUIDE DE SURVIE EN MATHÉMATIQUES

KÉZAKO ?

Ce « guide de survie » rassemble un ensemble **indispensable** de **savoir-faire et de connaissances mathématiques** à travailler tout au long du cycle 4.

OÙ ? QUAND ?

On peut l'utiliser au collège ou à la maison aussi souvent que nécessaire pour consolider les savoir-faire. Ce guide peut tout à fait convenir à des élèves de Seconde pour réactiver des notions non maîtrisées ou tout simplement “oubliées” !

POUR QUI ?

Cet outil s'adresse en priorité aux élèves. Il a également été conçu pour les spécialistes ou non des mathématiques : enseignants, assistants pédagogiques, parents, grands frères, grandes sœurs... Il permet ainsi de rendre **les mathématiques accessibles à toutes et à tous**.

POURQUOI ?

Ce guide permet la mise en place d'une cohérence et d'une continuité au niveau des apprentissages des mathématiques. C'est un outil **collaboratif** qui a pour but de favoriser un langage commun entre tous les acteurs (enseignants, élèves et famille). Cet outil se voudra **évolutif** au fil du temps pour s'adapter aux besoins de toutes et de tous.

COMMENT ?

L'ensemble des notions mathématiques abordées au cycle 4 sont organisées de manière succincte : pas de leçon, ni d'activité, mais juste des **procédures** ou **des propriétés,** souvent accompagnées d'un **exemple concret**. Les cinq thèmes transversaux des programmes de mathématiques sont abordés dans ce guide :

- Nombres et calculs ;
- Organisation et gestion de données,
- Grandeurs et mesures ;
- Espace et géométrie ;
- Algorithmique et programmation.

Ce guide possède une **table des matières** et un **index thématique** (qui figure en dernière page) pour que chacun puisse s'y retrouver rapidement.

Auto-évaluation : je coche le niveau qui me correspond !

Un **repère de progressivité** indique le niveau à partir duquel la notion commence à être travaillée :

◆◇◇ À partir de la 5e

◆◆◇ À partir de la 4e

◆◆◆ À partir de la 3e

Le guide de survie en mathématiques
cycle 4 – version 2021

Pascal DORR, professeur de mathématiques
collège de Terre-Sainte, SAINT-PIERRE

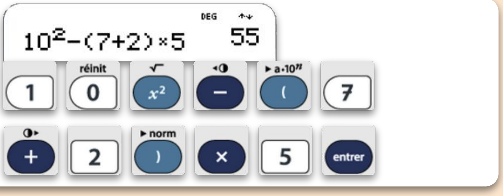
Florian TOBÉ, professeur de mathématiques
collège de la Ligne des Bambous, SAINT-PIERRE

Remerciements

- ***Karim BOUASLA et Claire LAGARDE, Professeurs de mathématiques,***
  pour leur confiance et leurs fructueuses remarques d'améliorations.
- ***David BLANC et Isabelle CHARLIER, Professeurs de mathématiques,***
  pour leurs relectures attentives.

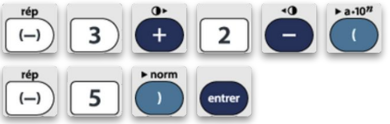
Table des matières

001 Calculer une expression

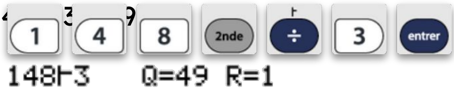


002 Calculer avec des relatifs

-3 + 2 – (-5) = 4



003 Réaliser une division euclidienne



004 Décomposition en fact. premiers

005 Fraction et forme décimale

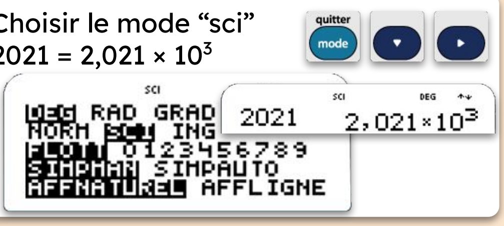
On peut passer de l'écriture fractionnaire d'un nombre à sa forme décimale (et inversement) à l'aide de la touche ◂▸

Ex : $\frac{3}{5} = 0{,}6$

006 Notation scientifique

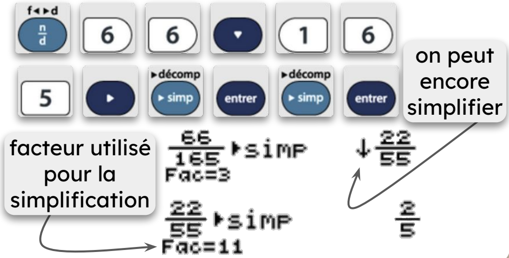
Choisir le mode "sci"

$2021 = 2{,}021 \times 10^3$

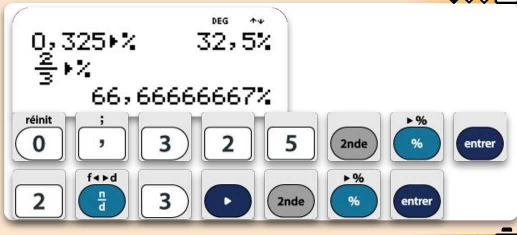


Simplifier une fraction 007

$\frac{66}{165} = \frac{22}{55} = \frac{2}{5}$



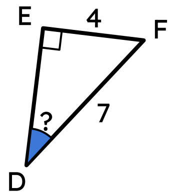
Convertir un nombre en % 008



Calculer un angle 009

Si on a $\sin(\widehat{EDF}) = \frac{4}{7}$

Alors on trouve $\widehat{EDF} = 35°$



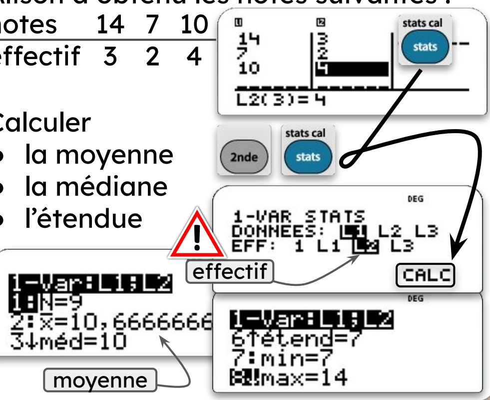
Statistiques 010

Alison a obtenu les notes suivantes :

notes	14	7	10
effectif	3	2	4

Calculer

- la moyenne
- la médiane
- l'étendue



011 Nombres décimaux

Partie entière $\boxed{2}$ ← 2,415 → Partie décimale $\boxed{0{,}415}$

$$2{,}415 = 2 + \frac{415}{1000} = 2 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}$$

Partie entière			Décimales		
C	D	U	1/10	1/100	1/1000
		2 ,	4	1	5

012 Multiplier par 10, 100 ou 1 000

Cela revient à rendre le nombre 10, 100 ou 1 000 fois **plus grand**.

17 $\boxed{\times 10}$ → 170 $\boxed{\div 10}$ → 17

56,38 $\boxed{\times 10}$ → 563,8 $\boxed{\div 10}$ → 56,38

3,2 $\boxed{\times 100}$ → 320 $\boxed{\div 100}$ → 3,2

0,586 $\boxed{\times 1000}$ → 586 $\boxed{\div 1000}$ → 0,586

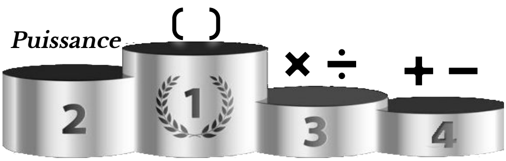
013 Diviser par 10, 100 ou 1 000

Cela revient à rendre le nombre 10, 100 ou 1 000 fois **plus petit**.

014 Organiser ses calculs

Priorité aux ( ), puis aux puissances, ensuite aux multiplications ou divisions et enfin aux additions et soustractions.

- $10 - \underline{(1 + 2)}\times 3 = 10 - \underline{3\times 3} = 10 - 9 = 1$
- $2\times\underline{3^2} + 8\div 2 = \underline{2\times 9} + \underline{8\div 2} = 18 + 4 = 22$



On fait les calculs de la gauche vers la droite lorsque l'expression ne comporte que des + et − , ou que des × et des ÷.

- $\underline{40 - 7} + 20 = 33 + 20 = 53$
- $\underline{15 \div 3} \times 2 = 5 \times 2 = 10$

015 Comparer des grands

Le plus grand nombre est celui qui a le plus de chiffres.

$\underbrace{4\ 556\ 400}_{\text{7 chiffres}} > \underbrace{99\ 234}_{\text{5 chiffres}}$

9 667 749 < 9 755 221

6 < 7

S'ils ont le même nombre de chiffres, on compare leurs chiffres en partant de la gauche.

016 Comparer 2 nombres décimaux

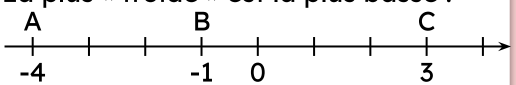
Pour comparer 5,3 et 5,295, on compare les chiffres des unités (5), et comme ils sont égaux on compare les chiffres des dixièmes (3>2) donc :

5,3 > 5,295

Partie entière			Décimales		
C	D	U	1/10	1/100	1/1000
		5 ,	3	0	0
		5 ,	2	9	5

017 Comparer des relatifs

Penser aux températures :
La plus « froide » est la plus basse !



→ Avec deux négatifs : le plus petit est celui qui a la distance la plus éloignée de 0 : -4 < -1.

→ Avec un négatif et un positif : le plus petit est le nombre négatif : -4 < 3.

→ Et dans tous les cas le plus petit nombre est celui que l'on rencontre en premier : -100 < 25.

018 Ajouter et soustraire des relatifs

→ Ajouter deux relatifs :
- de même signe : 3 + 6 = 9 ; (-5) + (-2) = (-7)
- de signes contraires : 13 + (-7) = 6 ; (-7) + 4 = -3

→ Soustraire deux relatifs :
15 – 2 = 13 ; 12 – (-1) = 12 + 1 = 13

“Soustraire, c’est ajouter l’opposé.”

019 Calculer une somme algébrique

A = 7 – 12 + 9 – 15
A = 7 + (-12) + 9 + (-15)
A = 7 + 9 + (-12) + (-15)
A = 16 + (-27)
A = -11

Remplacer toutes les soustractions par des additions de l’opposé puis regrouper les positifs et les négatifs.

020 Multiplier ou diviser deux relatifs

(+) × (+) = (+)
(–) × (–) = (+)
(+) × (–) = (–)
(–) × (+) = (–)

Exemples :
- (+4) × (+5) = (+20)
- (-6) × (-2) = (+12)
- (+14) ÷ (-2) = (-7)
- (-20) ÷ (+4) = (-5)

021 Multiplier plusieurs relatifs

On compte le nombre de facteurs (-).
→ S’il est **pair**, alors le résultat est + ;
→ S’il est **impair**, alors le résultat est -.

(-5) × (-2) × (-1) × 7 × (-9)
est un nombre **positif** car dans ce produit il y a 4 facteurs négatifs.

022 Les préfixes multiplicatifs

Préfixe	téra	giga	mega	kilo	déca	unité	déci	centi	milli	micro	nano
Symbole	T	G	M	k	da	u	d	c	m	µ	n
Puissance	10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{1}	10^{0}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemple des unités de stockage informatique :
1 Go (Gigaoctet) = 1 000 Mo (Mégaoctets) = 10^9 o (octets)

023 Carrés et racines carrées

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

On en déduit :
$\sqrt{1}=1$ $\sqrt{4}=2$ $\sqrt{9}=3$ $\sqrt{16}=4$
$\sqrt{25}=5$ $\sqrt{36}=6$ $\sqrt{49}=7$ $\sqrt{64}=8$
$\sqrt{81}=9$ $\sqrt{100}=10$ $\sqrt{121}=11$ $\sqrt{144}=12$

024 Calculer avec les puissances

$5^3 = 5\times5\times5$; $7^1 = 7$; $12^0 = 1$; $10^4 = 10\,000$

2^{-1} est l’inverse de 2 : $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = 0,5$

⚠ Ne pas confondre : $5^3 \neq 3 \times 5$

$(3x)^2 = 3x \times 3x = 3\cdot x\cdot 3\cdot x = 3\cdot 3\cdot x\cdot x = 9x^2$

Propriétés : Pour multiplier ou diviser deux puissances d'un même nombre, on ajoute ou on soustrait les exposants.

$9^3 \times 9^2 = 9^{3+2} = 9^5$ $\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$

025 Notation scientifique

Un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, suivi d'une puissance de 10 qui multiplie ce nombre.

$2\,021 = 2,021 \times 10^3$

026 Encadrer une racine carrée

Pour encadrer $\sqrt{20}$ par deux entiers consécutifs, on cherche les deux carrés qui encadrent $\sqrt{20}$.

$16 < 20 < 25$ donc $4 < \sqrt{20} < 5$

027 Division euclidienne

Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver le quotient q et le reste r tel que :

$$\begin{array}{r|l} 148 & 3 \\ \cline{2-2} -12 & 49 \\ \hline 28 & \\ -27 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$a = b \times q + r$ (avec $0 \leq r < b$)

Donc $148 = 3 \times 49 + 1$

028 Divisibilité

Pour savoir si b divise a, on utilise **la division euclidienne** de a par b :

$$a = b \times q + r$$

Si r est nul, **alors** b divise a.

- 21 est divisible par 3
  car $21 = 3 \times 7 + 0$; le reste est nul !
- 21 n'est pas divisible par 4
  car $21 = 4 \times 5 + 1$;
  Le reste n'est pas nul !

029 Nombres premiers

Un nombre est premier lorsqu'il est **divisible par exactement deux nombres** : par 1 et par lui-même.

Exemple : Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97…

⚠ 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur !

030 Décomp. en facteurs premiers

Pour décomposer 126 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant. On obtient ainsi :

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

“ On divise par les plus petits nombres premiers jusqu'à trouver 1.”

$$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$$

031 Fraction irréductible

Pour rendre irréductible une fraction, on va décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers :

$$\frac{30}{36} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

032 Critère de divisibilité

Un nombre entier est divisible par…

→ **2 :** si le chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6 ou 8). *Ex : 13 574 ; 279 836*

→ **3 :** si la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 3. *Ex : 741 (7+4+1 = 12)*

→ **5 :** si le chiffre des unités est 0 ou 5. *Ex : 3 570 ; 14 235*

→ **9 :** si la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 9. *Ex : 6 318 (6+3+1+8 = 18)*

→ **10 :** si le chiffre des unités est 0. *Ex : 120 ; 13 000*

033 Crible d'Ératosthène

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

034 Comparer des fractions

Si deux fractions ont le **même dénominateur**, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

$$\frac{5}{6} > \frac{3}{6} \quad \text{car } 5 > 3$$

Si deux fractions ont le **même numérateur**, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

$$\frac{3}{4} > \frac{3}{5} \quad \text{car } 4 < 5$$

Si deux fractions ont des **dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur** :

$$\left.\begin{aligned} \frac{3}{4} &= \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \\ \frac{2}{3} &= \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12} \end{aligned}\right\} \quad \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \text{ donc } \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

On peut parfois les comparer à 1 :

$$\frac{3}{8} < 1 \text{ et } \frac{9}{5} > 1 \text{ donc } \frac{3}{8} < \frac{9}{5}$$

035 Fractions égales

Pour obtenir une fraction égale, on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{6}{22} = \frac{6 \div 2}{22 \div 2} = \frac{3}{11} \qquad \frac{6}{22} = \frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 11} = \frac{3}{11}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36} \qquad \frac{15}{36} = \frac{5 \times \cancel{3}}{12 \times \cancel{3}} = \frac{5}{12}$$

036 Prendre une fract° d'un nombre

$$\frac{\triangle}{\square} \times \bigcirc = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square} = \triangle \times \frac{\bigcirc}{\square}$$

$$\frac{2}{3} \text{ de } 9 = \frac{2}{3} \times 9 = \frac{2 \times 9}{3} = 2 \times \frac{9}{3} = 6$$

Multiplier ou diviser 037

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{3}{4} \times \frac{11}{7} = \frac{3 \times 11}{4 \times 7} = \frac{33}{28}$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse (**inverse de la deuxième** fraction uniquement) :

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$$

Ajouter ou soustraire 038

Observer les **dénominateurs**, si…

→ ils sont identiques :

$$\frac{13}{6} - \frac{8}{6} = \frac{13 - 8}{6} = \frac{5}{6}$$

→ ils sont multiples l'un de l'autre :

$$\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$$

→ ils sont quelconques :

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{7} = \frac{5 \times 7}{2 \times 7} + \frac{1 \times 2}{7 \times 2} = \frac{35}{14} + \frac{2}{14} = \frac{37}{14}$$

Penser à simplifier si c'est possible !

Résoudre un problème 039

Pour un cocktail, verser dans un verre :

- ❖ $\frac{3}{10}$ du verre de jus d'ananas ;
- ❖ $\frac{3}{5}$ de jus de mangue ;

Finir de remplir avec du jus de fraise. Quelle fraction du verre doit-on ajouter ?

$$1 - \frac{3}{10} - \frac{3}{5} = \frac{10 - 3 - 6}{10} = \frac{1}{10}$$

Il faut $\frac{1}{10}$ du verre en jus de fraise.

040 Calculer une expression littérale

- Pour $a = 7$,
  E = $5a - 10 = 5 \times 7 - 10 = 35 - 10$.
- Pour $y = 3$,
  F = $y^2 + 5 = 3^2 + 5 = 9 + 5 = 14$.

041 Tester une égalité

L'égalité $4x + 5 = 19 - 2x$ est-elle vraie pour $x = 2$?

Pour $x = 2$ alors

- $4x + 5 = 4 \times 2 + 5 = 8 + 5 = 13$
- $19 - 2x = 19 - 2 \times 2 = 19 - 4 = 15$

or $13 \neq 15$, donc l'égalité est fausse.

042 Réduire une somme algébrique

C'est l'écrire avec le moins de termes possibles !

A = $5 \times 4x - 2 + 11x + 7$
A = $20x - 2 + 11x + 7$
A = $20x + 11x - 2 + 7$
A = $31x + 5$

043 Développer et réduire

→ Distributivité **simple** :

$$k\,(a + b) = k \times a + k \times b$$

E = $5(2x + 3) = 5 \times 2x + 5 \times 3 = 10x + 15$

→ Distributivité **double** :

$$(a + b)\,(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

E = $(x + 6)\,(x + 2)$
E = $x \times x + x \times 2 + 6 \times x + 6 \times 2$
E = $x^2 + 2x + 6x + 12$
E = $x^2 + 8x + 12$

044 Ajouter, soustraire une express°

→ $4a + (-5 + 3a) = 4a + (-5) + (+3a)$
$= 4a - 5 + 3a = 7a - 5$

→ $4a - (-5 + 3a) = 4a - (-5) - (+3a)$
$= 4a + 5 - 3a = a + 5$

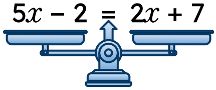
Factoriser 044

$$k \times a + k \times b = k\,(a + b)$$

E = $7a + 7b - 7c$
E = $7(a + b + c)$

F = $15y + 10y^2$
F = $5y \times 3 + 5y \times 2y$
F = $5y\,(3 + 2y)$

Résoudre une équation 045



$5x - 2 = 2x + 7$

éliminer les x d'un membre

$5x - 2 - 2x = 2x + 7 - 2x$
$3x - 2 = 7$

éliminer les constantes de l'autre membre

$3x - 2 + 2 = 7 + 2$
$3x = 9$
$3x \div 3 = 9 \div 3$

diviser par le coeff. devant x

$x = 3$

OBJECTIF isoler x !

$S = \{3\}$

Les identités remarquables 046

Développer
$(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$
Factoriser

→ **Développer** :
$(3x + 4)\,(3x - 4) = (3x)^2 - (4)^2$
$= 3 \times 3 \times x \times x - 4 \times 4$
$= 9x^2 - 16$

→ **Factoriser** :
$36x^2 - 9 = (6x)^2 - 3^2 = (6x - 3)\,(6x + 3)$

Résoudre une équation produit 048

Résoudre $(x - 2)\,(2x + 3) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul.

donc $(x - 2)(2x + 3) = 0$ signifie que

$x - 2 = 0$ ou $2x + 3 = 0$
$x = 2$; $2x = -3$
$x = -1{,}5$

$S = \{2 ; -1{,}5\}$

049 Reconnaître la proportionnalité

❑ **Avec le test du double :**

Lorsque **deux grandeurs** (ex : 1 quantité et 1 prix) varient de la **même** façon, on parle de **proportionnalité.**

Si 1 kg coûte 3 €, 2 kg coûteront donc deux fois ce prix, soit 2 × 3 € = 6 €.

⚠ *Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles :*

“ Pour le double de …, a-t-on le double de … ? ” : Si à 14 ans tu mesures 1 mètre 50, alors à 28 ans tu devrais mesurer 3 m, ce qui est absurde !

❑ **Dans un tableau :**

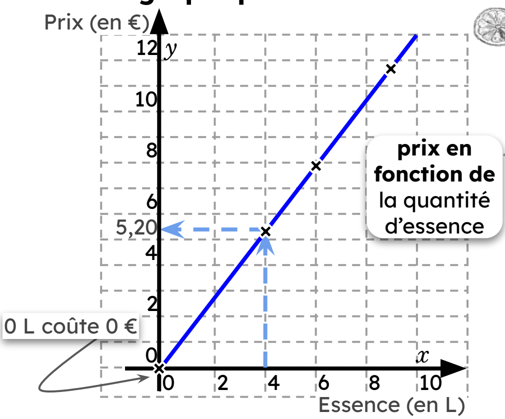
Léo fait plusieurs fois le plein de son scooter et note les prix :

Essence (en L)	6	4	9
Prix (en €)	7,80	5,20	11,70

$\frac{7,80}{6}$ =1,30 ; $\frac{5,20}{4}$ =1,30 ; $\frac{11,70}{9}$ =1,30

Tous les quotients sont égaux, donc la quantité et le prix sont proportionnels.

❑ **Sur un graphique :**



Tous les points sont alignés avec l'origine, donc la quantité et le prix sont proportionnels.

050 Calculer avec la proporti°

Chez Ti'Sam, 3 samoussas coûtent 1,20 € et 5 samoussas coûtent 2 €.

❑ **Avec la linéarité additive**

Quel est le prix de 8 samoussas ?

- ➢ 8 samoussas c'est 3 + 5 samoussas
- ➢ 8 sam. coûtent 1,20 € + 2 € = 3,20 €

❑ **Avec la linéarité multiplicative**

Quel est le prix de 15 samoussas?

- ➢ 15 c'est 5 fois plus que 3 samoussas
- ➢ 15 sam. coûtent 5 × 1,20 € = 6 €

❑ **Avec le passage à l'unité :**

Quel est le prix de 7 samoussas ?

- ➢ 3 samoussas coûtent 1,20 €.
- ➢ 1 samoussa → 1,20 € ÷ 3 = 0,40 €.
- ➢ 7 samoussas → 7 × 0,40 € = 2,80 €.

❑ **Avec le coeff. de proportionnalité**

Quel est le prix de 11 samoussas ?

Samoussas	3	11
Prix (en €)	1,20	4,40

÷ 0,40 ; × 0,40

Pour déterminer le coefficient de proportionnalité, on calcule 1,20 ÷ 3. Donc 11 samoussas coûtent 4,40 €.

❑ **Avec la quatrième proportionnelle**

Quel est le prix de 25 samoussas ?

3 samoussas	1,20 €
25 samoussas	1,20×25÷3 = 10 €

Donc 25 samoussas coûtent 10 €.

051 Ratio

Dans la recette d'un cocktail on trouve du jus d'orange, du jus de pomme, du jus de citron et de la limonade dans le ratio 4 : 4 : 1 : 3.

Quelle quantité de limonade faut-il prévoir pour préparer 1,5 L de boisson ?

- ➢ 4 + 4 + 1 + 3 = 12 parts.
- ➢ 1 part : 1,5 L ÷ 12 = 0,125 L = 12,5 cL.
- ➢ 3 × 12,5 cL = 37,5 cL de limonade.

052 Échelle

Sur une carte à l'échelle 1/75 000, la distance entre St-Gilles et Ste-Anne est de 72 cm. Déterminer la distance réelle à vol d'oiseau (ligne droite) :

	Échelle	St Gilles – Ste Anne
Distance sur le plan en cm	1	72
Distance réelle en cm	**75 000**	72 × 75 000 = **5 400 000**

× 75 000

La distance à vol d'oiseau en km entre Saint-Gilles et Sainte-Anne est donc de 5 400 000 cm, soit 54 km (voir la page conversion).

053 Déterminer un pourcentage

C'est calculer une proportion sur 100 !

Dans une classe de 20 élèves, 3 sont gauchers, quel est le pourcentage de gauchers ?

- $\frac{3}{20} = 3 \div 20 = 0{,}15 = \frac{15}{100} = 15\ \%$

ou

- $\frac{3}{20} \times 100 = 15$ soit 15 % de gauchers.

054 Prendre un pourcentage

95 % des 500 élèves du collège ont un téléphone portable, cela représente :

$$\frac{95}{100} \times 500 \text{ élèves} = 475 \text{ élèves}$$

C'est multiplier le nombre par ce pourcentage.

- Prendre 50%, c'est prendre la moitié.
- Prendre 25%, c'est prendre le quart.
- Prendre 75%, c'est prendre les trois quarts.
- Prendre 100%, c'est prendre la totalité.
- Prendre 200 %, c'est prendre le double.

055 Calculer une augmentation ou une réduction

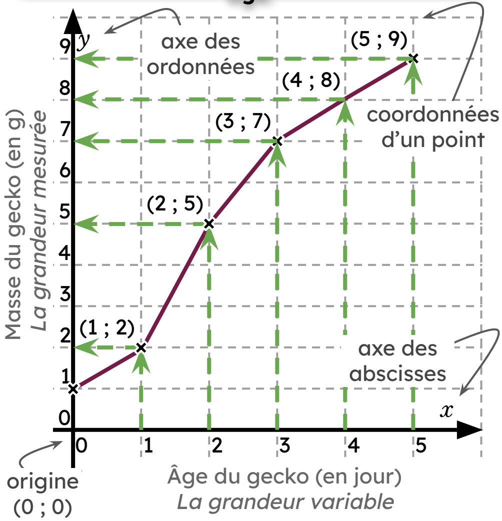
Une robe à 49 € est soldée à -30 %. Quel est le prix soldé de cette robe ?

➢ Remise : $\frac{30}{100} \times 49\ € = 14{,}70\ €$

➢ Prix soldé : $49\ € - 14{,}70\ € = 34{,}30\ €$

Représentation graphique 056

Représentation graphique de la **masse** d'un gecko **en fonction de** son **âge.**



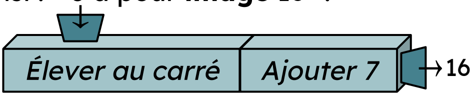
Âge du gecko (en jour)	0	1	2	3	4	5
Masse du gecko (en g)	1	2	5	7	8	9

La masse du gecko n'est pas proportionnelle à son âge, en effet les points ne sont pas alignés avec l'origine, et les quotients ne sont pas égaux !

$$\frac{2}{1} = 2 \ ; \quad \frac{5}{2} = 2{,}5$$

057 Notion de fonction

Processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.
Si on laisse tomber 3 dans cette machine, on obtient $3^2 + 7 = 9 + 7 = 16$.
Ainsi : " 3 a pour **image** 16 ".

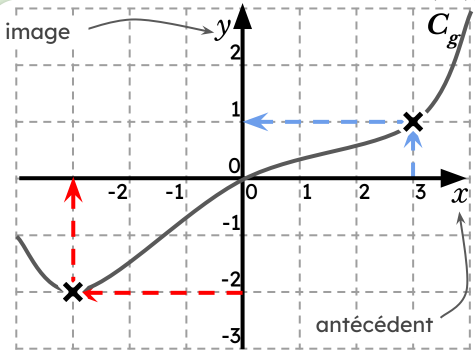


Pour un nombre x, on obtient $x^2 + 7$.
Appelons cette **fonction** f, on note :

$$f : x \mapsto x^2 + 7$$

se lit : "la fonction f qui à x associe x^2+7".

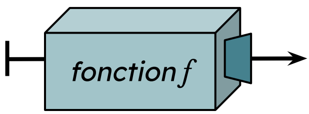
Lecture graphique 058



- L'image par g de 3 est 1 : $g(3) = 1$
- L'antécédent par g de -2 est -3 : $g(-3) = -2$

059 Vocabulaire des fonctions

- Nombre de départ
- x
- **un** antécédent
- abscisse



- Nombre d'arrivée
- $f(x)$; y
- **l'**image
- ordonnée

- ❑ Fonction affine $f : x \mapsto ax + b$
- ❑ Fonction linéaire $f : x \mapsto ax$
- ❑ Fonction constante $f : x \mapsto b$

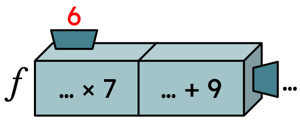
Avec a coefficient directeur et b ordonnée à l'origine.

Les fonctions linéaires et constantes sont des cas particuliers de fonctions affines.

060 Calculer l'image

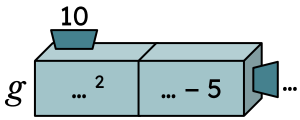
Soit $f : x \mapsto 7x + 9$
Calculer l'image de 6 par f.

- $f(6) = 7 \times 6 + 9 = 42 + 9 = 51$
  donc 6 a pour image 51 par f.



Soit $g : x \mapsto x^2 - 5$
Calculer l'image de 10 par g.

- $g(10) = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$
  donc 10 a pour image 95 par g.

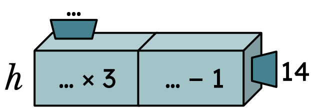


Déterminer un antécédent 061

Soit $h : x \mapsto 3x - 1$
Déterminer un antécédent de 14 par h revient à résoudre $h(x) = 14$ soit :

$$3x - 1 = 14$$
$$3x - 1 + 1 = 14 + 1$$
$$3x = 15$$
$$3x \div 3 = 15 \div 3$$
$$x = 5$$

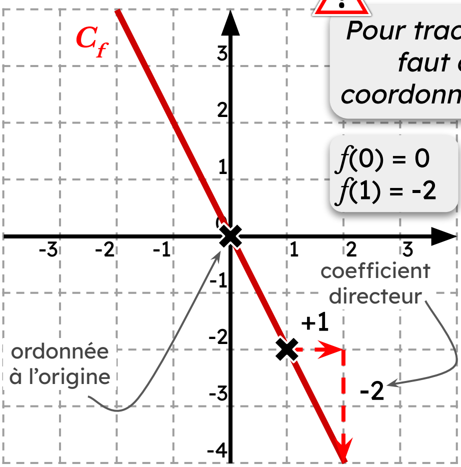
Donc 14 a pour antécédent 5 par h.



On peut aussi "remonter la machine" :
- ➢ $14 + 1 = 15$
- ➢ $15 \div 3 = 5$.

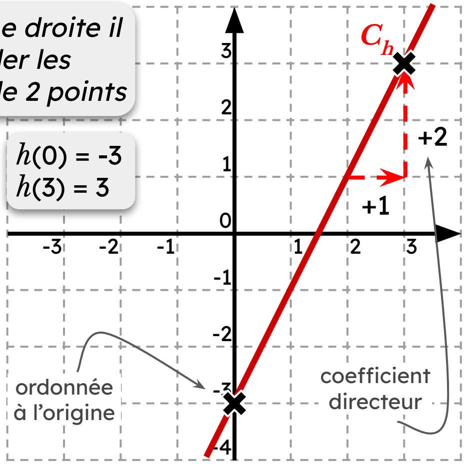
062 Représenter graphiquement une fonction linéaire ou une fonction affine

$f : x \mapsto -2x$ est une fonction **linéaire**. Donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine et par le point (1 ; -2).



Pour tracer une droite il faut calculer les coordonnées de 2 points

$h : x \mapsto 2x - 3$ est une fonction **affine**. Donc sa représentation graphique est une droite qui passe par (0 ; -3) et par le point (3 ; 3).



063 Pourcentage et fonct° linéaires

→ **Augmenter** une quantité de 6% est associé à la fonction linéaire :

$$h : x \mapsto 1{,}06x$$

Coefficient = 1 + 6%= 1 + 0,06 = 1,06.

Mon salaire actuel est de 2 350 €.
Au 1er janvier 2022, il augmentera de 6%. Quel sera mon nouveau salaire ?

2 350 € × 1,06 = 2 491 €.

Mon nouveau salaire sera de 2491 €.

→ **Diminuer** une quantité de 30% est associé à la fonction linéaire :

$$f : x \mapsto 0{,}7x$$

Coefficient = 1 – 30% = 1 – 0,3 = 0,7.

Prix d'une robe à 49 €, soldé à 30% :

49 € × 0,7 = 34,30 €.

Calculer la valeur initiale 064

Après une baisse de 5 %, mon smartphone coûte maintenant 956,65 €. Calculer son prix avant remise.

Une baisse de 5 % revient à multiplier par 100 % – 5 % = 95 % = 0,95.

Prix initial × 0,95 = 956,65 €.

Prix initial = 956,65 € ÷ 0,95 = 1 007 €

Avant la baisse, le prix de mon smartphone était de 1 007 €.

Je vérifie que le prix initial est bien plus élevé que le prix réduit !

Voici les 13 pointures des filles d'une classe sous forme de série statistique :
39 ; 36 ; 38 ; 41 ; 37 ; 38 ; 37 ; 39 ; 36 ; 39 ; 40 ; 37 ; 39.

065 Effectif et fréquence

→ L'**effectif** des filles qui chaussent du 37 est de 3.
→ L'**effectif total** est de 13.
→ La **fréquence** de la pointure 37 est :

$$f = \frac{3}{13} \approx 0{,}23$$

soit environ 23% des filles.
"On compte 3 fois la pointure 37 sur les 13 réponses données."

066 Calculer une moyenne simple

$$M = \frac{36 + 36 + 37 + 37 + 37 + \dots + 41}{13}$$

$$M = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

067 Calculer une moyenne pondérée

On affecte des coefficients à chaque pointure :

$$M = \frac{36\times2 + 37\times3 + 38\times2 + \dots + 41 \times 1}{13}$$

$$M = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

068 Calculer une étendue

Étendue = valeur max – valeur min

L'**étendue** de cette série est : e = 41 – 36 = 5.

069 Calculer une médiane

Il y a 13 valeurs à ranger dans l'ordre croissant :
36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; 38 ;
39 ; 39 ; 39 ;39 ; 40 ; 41

La **médiane** qui partage la série en deux groupes de même effectif, est la 7^{e} valeur, soit 38.

Interprétation : Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins, que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

070 Représenter des données

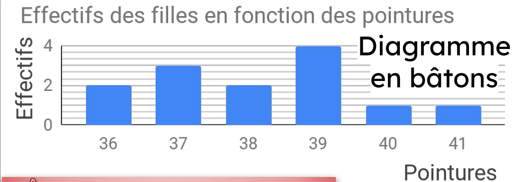


Diagramme en bâtons

La hauteur des bâtons et la mesure des secteurs est toujours proportionnelle aux effectifs.

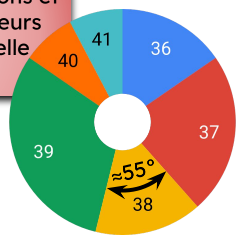


Diagramme circulaire

Pointure	36	37	38	39	40	41	Total
Effectif	2	3	2	4	1	1	13
%	15	23	15	31	8	8	100
degrés	55	83	55	111	28	28	360

069 Avec un tableur

H2		fx	=SOMME(B2:G2)				
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Point.	36	37	38	39	40	41	Total
2	Eff.	2	3	2	4	1	1	13

Somme des effectifs en H2 :
`= SOMME(B2:G2)` ou
`= B2 + C2 + D2 + E2 + F2 + G2`

Expérience : On tire une boule au hasard dans l'urne ci-contre.

072 Expérience aléatoire

Expérience dont on connait la liste des issues possibles mais on ne sait pas laquelle se produira. Une **issue** est un résultat possible de l'expérience.

Si toutes les issues ont les mêmes chances de se réaliser, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

073 Probabilité d'une issue

$$\textit{Probabilité} = \frac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}}$$

On s'intéresse au numéro de la boule.

Il y a 4 issues “1”, 3 issues “4”, et 1 issue “5”.

Issues	*1*	*4*	*5*	*Total*
Probabilité	4/8	3/8	1/8	8/8 = 1

Une probabilité est un nombre toujours compris entre 0 et 1.

Probabilité d'un événement 074

Un événement est constitué d'une ou plusieurs issues.

Événement A : “Tirer un numéro pair”.
P(A) = 3/8 = 0,375 = 37,5 %

Événement B : “Tirer un numéro compris entre 1 et 6”.
P(B) = 8/8 = 1 (événement **certain**).

Événement C : “Tirer le 3”.
P(C) = 0 (événement **impossible**).

Événements incompatibles 075

- “Tomber sur un numéro pair”
- “Tomber sur le 5”.

Ils ne peuvent se réaliser en même temps !

Événement contraire de A 076

C'est l'événement constitué de toutes les issues qui ne sont pas dans A. Il est noté $\bar{A}$.

- Si A : “Tirer un numéro pair”
  Alors $\bar{A}$: “Tirer un numéro impair”.
- Si E : “Tirer le numéro 5”
  Alors $\bar{E}$: “Ne pas tirer le numéro 5”.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

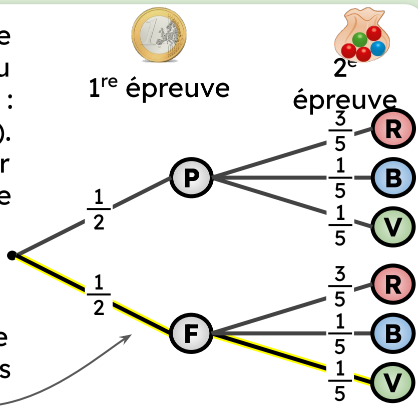
- $P(\bar{A}) = 1 - 0,375 = 0,625 = 62,5\%$
- $P(\bar{E}) = 1 - 0,125 = 0,875 = 87,5\%$

077 Arbre de probabilité

Mathis lance une pièce équilibrée de 1 €, et note le résultat : Pile (P) ou Face (F), puis tire au hasard une boule du sac et observe sa couleur : rouge (R), bleu (B) ou vert (V). Quelle est la probabilité de l'événement E, pour Mathis de tomber sur Face puis de tirer une boule verte ?

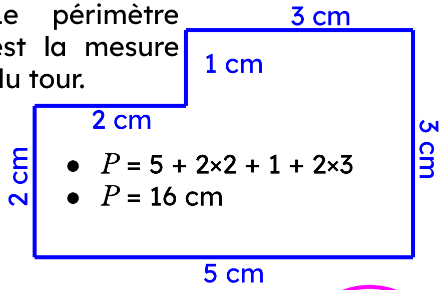
$$P(E) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1 \times 1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$$

Avec un arbre, la probabilité d'obtenir une issue est égale au produit des probabilités rencontrées le long du chemin.



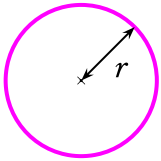
078 Périmètres

→ Le périmètre est la mesure du tour.



- P = 5 + 2×2 + 1 + 2×3
- P = 16 cm

→ Circonférence d'un cercle de rayon 3 cm :



$P = 2 \times \pi \times r$ cm = $2\pi \times 3$ cm
$P = 6\pi$ cm ≈ 18,8 cm.

079 Convertir des longueurs

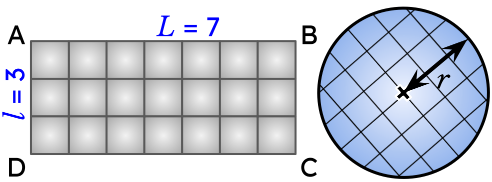
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			7	2	3	0
1	5	0	0			

- 7 230 mm = 7,23 m
- 1,5 km = 1 500 m

080 Aires

→ L'aire est la mesure de la surface.

- $A_{ABCD} = L \times l$ = 7 cm × 3 cm = 21 cm²



- Aire du disque de rayon 3 cm est :

➢ $A = \pi \times r^2$ cm² $= \pi \times 3^2$ cm² = 9π cm²

➢ $A \approx 28{,}3$ cm²

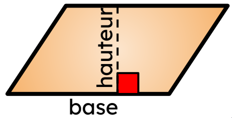
081 Convertir des aires

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
	1	0	0	0	0	0	0						
									5	0	0	0	0

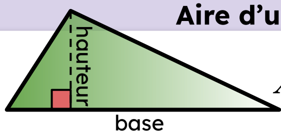
- 1 km² = 1 000 000 m²
- 50 000 mm² = 5 dm²

082 Aire d'un parallélogramme

$$A_{Parallélogramme} = b \times h$$



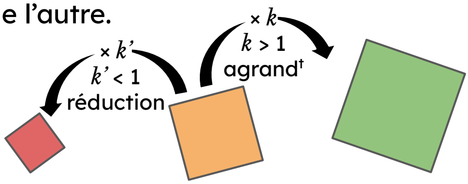
083 Aire d'un triangle



$$A_{Triangle} = \frac{b \times h}{2}$$

084 Coeff. d'agrandisseᵗ/réductᵒ

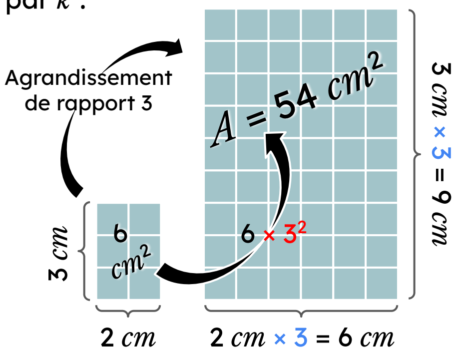
Lorsque deux figures ont la même forme et des longueurs proportionnelles, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.



Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

$$k = \frac{\text{une longueur de la figure finale}}{\text{la longueur correspondante initiale}}$$

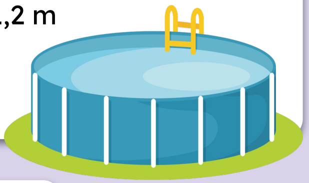
- les mesures d'angles sont conservées ;
- les longueurs sont multipliées par k;
- l'aire d'une surface est multipliée par k^2 ;
- le volume d'un solide est multiplié par k^3.



085 Calculer des volumes

Combien faut-il de litres d'eau pour remplir cette piscine de diamètre 4 m et de hauteur 1,2 m ?

$V = \pi \times r^2 \times h$ m³
$V = \pi \times (2\text{ m})^2 \times 1{,}2$ m
$V = 4{,}8\pi$ m³
$V \approx 15$ m³
$V \approx 15\,000$ L



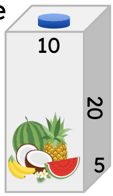
⚠ 1 m³ = 1 000 L

Combien faut-il de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?

$V_{Piscine}$ = 5 m × 4 m × 1,5 m

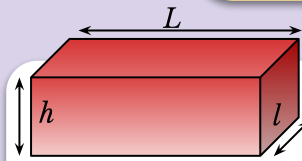
$V_{Piscine}$ = 30 m³ = 30 000 L

Quelle est la contenance d'une brique de jus de fruit de dimensions 5 cm par 10 cm par 20 cm ?
V_{Brique} = 5 cm × 10 cm × 20 cm
V_{Brique} = 1 000 cm³ = 1 dm³= 1 L



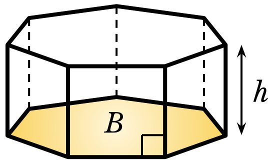
Volumes 086

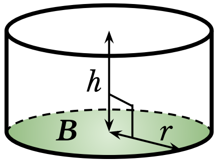
⚠ *Solides à deux bases :*
$V = Aire_{Base} \times hauteur$



Pavé droit
$V = l \times L \times h$

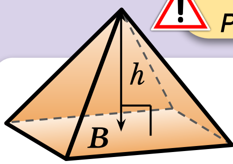
Prisme droit
$V = Aire_{Base} \times h$





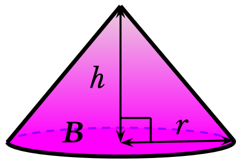
Cylindre
$V = \pi \times r^2 \times h$

⚠ *Solides pointus*
Pense à diviser par 3

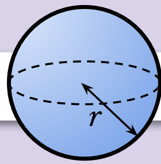


Pyramide
$V = \frac{1}{3} \times B \times h$

Cône
$V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$



Boule
$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$



087 Convertir des volumes

÷1 000 × 1 000

		m³			dm³			cm³			mm³
		kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
					1	0	0	0			
					5	0	0	0	0	0	0

Exemples :

- 1 dm³ = 1 L = 1 000 cm³
- 1 km³ = 1000 000 000 m³
- 5 000 000 mm³ = 5 dm³

088 Grandeur

Une grandeur est une caractéristique qui se mesure ou se calcule : masse, prix, longueur, durée, etc.

JE RETIENS

1 jour = 24 h	1 h = 60 min = 3 600 s	1 min = 60 s
1 km = 1 000 m	1 m = 100 cm = 1000 mm	
1 ha = 10 000 m^2	1 m^2 = 100 dm^2	1 m^2 = 100 dm^2
1 m^3 = 1 000 L	1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3	
1 T = 1 000 kg	1 kg = 1 000 g	

089 Grandeur quotient

- **Vitesse** : Émilie parcourt 50 km en 2 heures avec son scooter.

Sa vitesse moyenne est de : $\textit{vitesse} = \dfrac{\textit{distance}}{\textit{temps}} = \dfrac{50\text{ km}}{2\text{ h}} = 25\text{ km/h}$.

Cela signifie 25 km en 1 h.

- **Débit** : Il s'écoule 1500 L d'un robinet en 3 h.

Son débit est de : $\textit{débit} = \dfrac{\textit{volume}}{\textit{temps}} = \dfrac{1500\text{L}}{3\text{ h}} = 500\text{ L/h}$.

Cela signifie 500 L en 1 h.

- **Densité de population** : La Réunion compte 850 000 habitants pour 2 512 km^2.

Sa densité est de :

$\textit{densité} = \dfrac{\textit{effectif}}{\textit{superficie}} = \dfrac{850\,000\text{ habitants}}{2\,512\text{ km}^2} = 338\text{ h/km}^2$.

Cela signifie 338 habitants au km^2.

090 Grandeur produit

- **Distance** : Un piéton marche pendant 40 secondes à la vitesse moyenne de 1,5 m/s.

La distance parcourue est de : $\textit{distance} = \textit{vitesse} \times \textit{temps} = 1{,}5\text{ m/s} \times 40\text{ s} = 60\text{ m}$.

- **Énergie** : Un radiateur d'une puissance de 800 W fonctionne pendant 2 h, quelle est sa consommation ?

Énergie consommée (Wh) = *puissance* (W) × *temps* (h) = 800 W × 2 h = 1600 Wh

En 2 h, le radiateur consomme 1,6 kWh (kilowatt-heures).

091 Convertir une vitesse

→ **en m/s**

$25\text{ km/h} = \dfrac{25\text{ km}}{1\text{ h}} = \dfrac{25\,000\text{ m}}{3\,600\text{ s}} \approx 7\text{ m/s}$

→ **en km/h**

$10\text{ m/s} = \dfrac{10\text{ m} \times 3600}{1\text{ s} \times 3600} = \dfrac{36\,000\text{ m}}{3\,600\text{ s}} = \dfrac{36\text{ km}}{1\text{ h}} = 36\text{ km/h}$

092 Convertir une durée

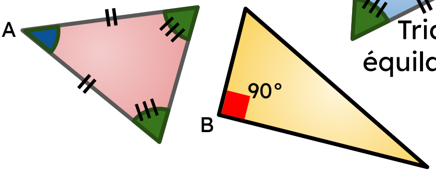
⚠ *1,65 h ce n'est pas 1 h et 65 min, c'est inférieur à 2 h !*

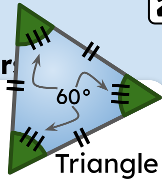
1h + 0,65h = 1h + 0,65×60min = 1h + 39min

h	1	0,65
min	60	0,65×60

093 Triangles particuliers

Triangle isocèle en A



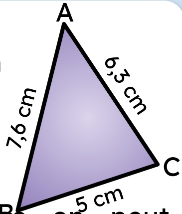


Triangle équilatéral

Triangle rectangle en B

094 Inégalité triangulaire

Pour savoir si un triangle est constructible, on vérifie que le plus grand côté est inférieur à la somme des 2 autres.

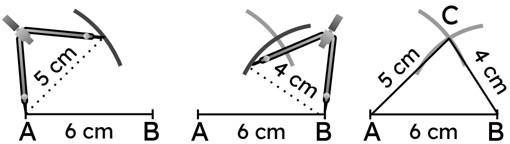


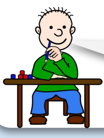
→ 7,6 < 6,3 + 5 donc on peut construire ce triangle.

095 Construire un triangle

❑ **Connaissant les 3 côtés**

Construire un triangle de côtés 6 cm, 4 cm et 5 cm.

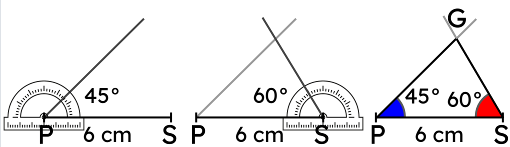




C'est plus facile si on commence par tracer le plus grand côté !

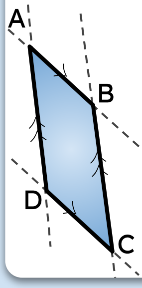
❑ **Connaissant 1 côté et 2 angles**

Construire un triangle PSG avec PS = 6 cm, $\widehat{SPG}$ = 45° et $\widehat{PSG}$ = 60°.



Parallélogramme 096

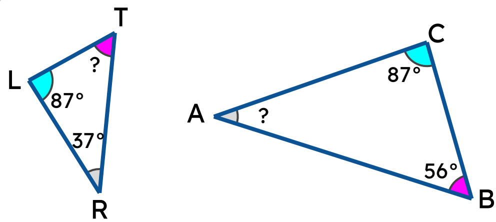
C'est un quadrilatère avec ses côtés opposés parallèles.



Si ABCD est un parallélogramme, alors :

- ses côtés opposés sont parallèles et égaux ;
- ses angles opposés ont la même mesure ;
- ses diagonales se coupent en leur milieu.

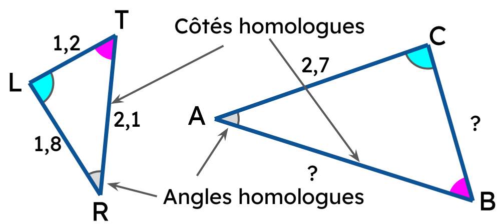
Triangles semblables 097



- RTL = 180° – (87° + 37°) = 56°
- BAC = 180° – (87° + 56°) = 37°

Les angles sont égaux deux à deux, donc les triangles sont semblables.

Leurs côtés homologues sont proportionnels, ainsi :



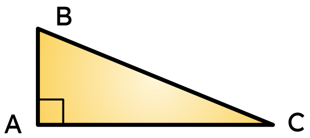
côtés RTL	LT	TR	RL
RTL	1,2	2,1	1,8
côtés ABC	BC	AB	AC
ABC	?	?	2,7

$\frac{2,7}{1,8}$ ×1,5

AB = 2×1,5 = 3
BC = 1×1,5 = 1,5

ABC est un agrandissement de RTL de rapport 1,5.

098 Théorème de Pythagore



Dans un triangle **rectangle**, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

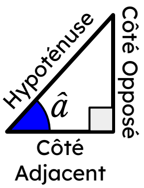
099 Trigonométrie

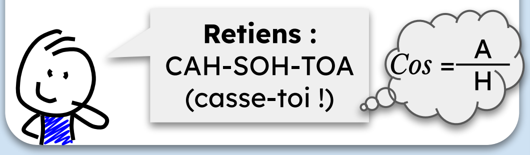
Dans un triangle **rectangle**, pour un angle aigu donné :

$$\textbf{C}\text{os}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté }\textbf{A}\text{djacent à }\hat{a}}{\textbf{H}\text{ypoténuse}}$$

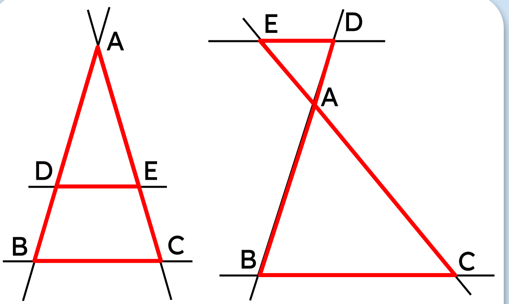
$$\textbf{S}\text{in}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté }\textbf{O}\text{pposé à }\hat{a}}{\textbf{H}\text{ypoténuse}}$$

$$\textbf{T}\text{an}(\hat{a}) = \frac{\text{Côté }\textbf{O}\text{pposé à }\hat{a}}{\text{Côté }\textbf{A}\text{djacent à }\hat{a}}$$





100 Théorème de Thalès

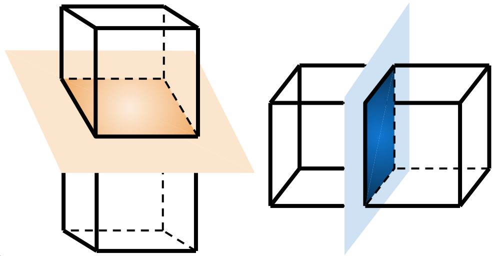


(BD) et (EC) sont **sécantes** en A et (BC) et (DE) sont **parallèles**,

donc $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

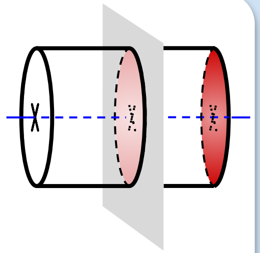
Section d'un pavé droit 101

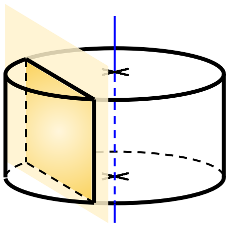
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face ou une arête est un rectangle.



Section d'un cylindre 102

La section d'un cylindre par un plan parallèle aux bases est un disque.

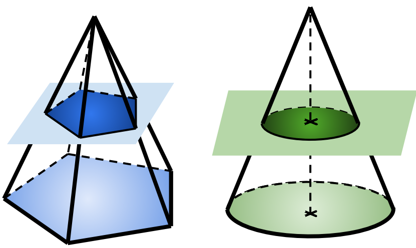




La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle.

Section d'une pyramide, d'un cône 103

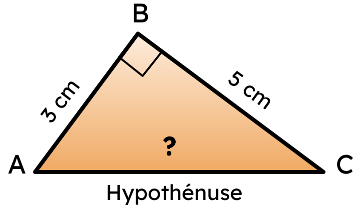
La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.



104 Avec Pythagore

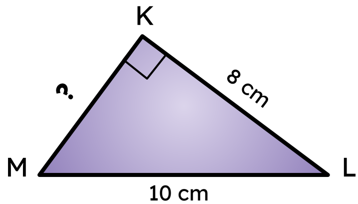
Calculer la longueur de l'hypoténuse

RÉDACTION : ABC est **rectangle** en B, donc d'après le théorème de Pythagore,
on a $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$.
D'où $AC = \sqrt{34}$ cm ≈ 5,8 cm (à 1 mm près).



Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

RÉDACTION : KLM est **rectangle** en K, donc d'après le théorème de Pythagore,
on a $KM^2 = ML^2 - KL^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$.
D'où $KM = \sqrt{36}$ cm = 6 cm.



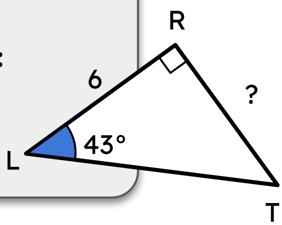
105 Avec la trigonométrie

Soit RTL un triangle **rectangle** en R tel que RL = 6 cm et RLT = 43°.
Déterminer RT à 1 mm près.

CHECK UP CAH SOH TOA

Côtés concernés :
- ☒ Côté **Adj**acent
- ☒ Côté **Opp**osé
- ❏ **Hyp**oténuse

J'utilise donc :
- ❏ Cosinus
- ❏ Sinus
- ☒ Tangente



RÉDACTION

Dans le triangle RTL rectangle en R,

$$\tan\left(\widehat{RLT}\right) = \frac{RT}{RL}$$

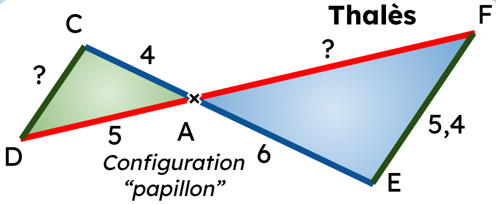
soit $\dfrac{\tan(43°)}{1} = \dfrac{RT}{6}$

d'où RT ≈ 6 cm × $\tan$ 43° ≈ 5,6 cm

Pour arrondir au 1/10 près, regarde bien les 1/100 :
5,50 < 5,59 < 5,60

le + proche

Dans une configurat° de Thalès 106



Configuration "papillon"

RÉDACTION

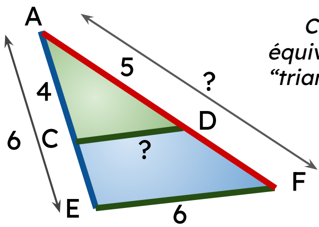
Les droites (CE) et (DF) sont **sécantes** en A, de plus les droites (CD) et (EF) sont **parallèles**, donc d'après le théorème de Thalès :

On a $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AD}{AF} = \dfrac{CD}{EF}$

Soit $\dfrac{4}{6} = \dfrac{5}{AF} = \dfrac{CD}{5{,}4}$

$AF = \dfrac{6 \times 5}{4}$ cm $= \dfrac{30}{4}$ cm = 7,5 cm

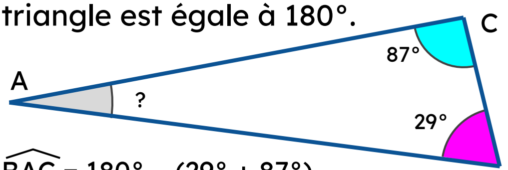
Et $CD = \dfrac{4 \times 5{,}4}{6}$ cm $= \dfrac{21{,}6}{6}$ cm = 3,6 cm



Configuration équivalente, avec les "triangles emboîtés".

107 Avec la règle des 180°

La somme des trois angles d'un triangle est égale à 180°.



$\widehat{BAC} = 180° - (29° + 87°)$
$= 180° - 116° = 64°$

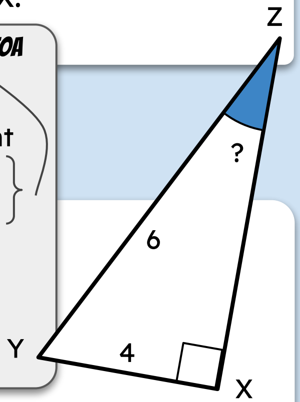
Avec la trigonométrie 108

Soit XYZ un triangle rectangle en X tel que XY = 4 cm et YZ = 6 cm. Déterminer $\widehat{YZX}$.

CHECK UP CAH SOH TOA

Je connais :
- ❏ Côté **A**djacent
- ☒ Côté **O**pposé
- ☒ **H**ypoténuse

J'utilise donc :
- ❏ Cosinus
- ☒ Sinus
- ❏ Tangente

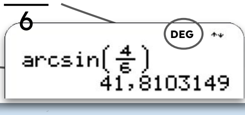


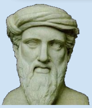
RÉDACTION

Dans le triangle XYZ rectangle en X,

$\sin(\widehat{YZX}) = \dfrac{XY}{YZ} = \dfrac{4}{6}$

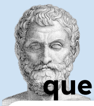
d'où $\widehat{YZX} \approx 42°$





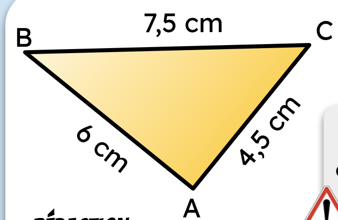
Pythagore (-580? → -495?) est un savant grec né à Samos . Il serait parti en Égypte vers -547 pour une vingtaine d'années. Auprès des prêtres, il apprend la langue égyptienne, il étudie la géométrie ainsi que l'astronomie.

Thalès de Milet (-625? → -545?), est un philosophe et savant grec né à Milet. C'est l'un des Sept sages de la Grèce antique. En Egypte il aurait été initié aux sciences babyloniennes. Son plus grand exploit : le calcul de la hauteur de la grande pyramide.



Démontrer ...

109 qu'un triangle est rectangle



On commence toujours par calculer le carré du plus grand côté.

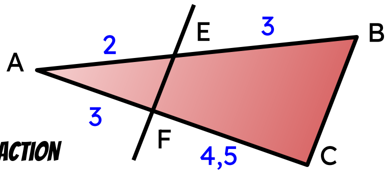
RÉDACTION

[BC] est le plus grand côté donc si le triangle est rectangle ce sera en A.
D'une part : $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$.
D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25$.

On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, donc l'égalité de Pythagore est vérifiée. Ainsi ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.

que 2 droites sont parallèles 110



RÉDACTION

D'une part : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$

D'autre part : $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{3}{7{,}5} = 0{,}4$

On constate que : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$.

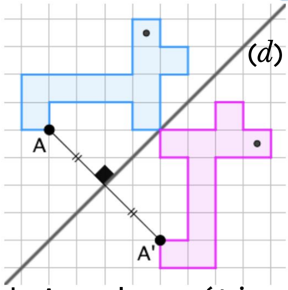
Donc l'égalité de Thalès est vérifiée.

De plus, les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut que les droites ne sont pas parallèles.

111 Effets d'une symétrie axiale

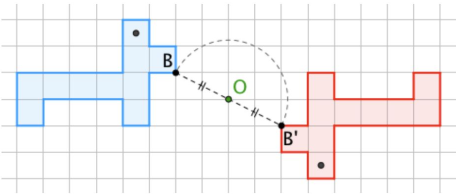
"Pliage selon un axe" : L'axe de symétrie est la médiatrice de [AA'].



A' est l'image de A par la symétrie d'axe (d).

112 Effet d'une symétrie centrale

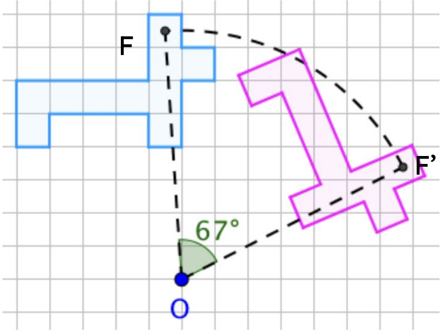
On parle de "demi-tour" (ou rotation de 180°) autour de O milieu de [BB'].



B' est l'image de B par la symétrie centrale de centre O.

113 Effet d'une rotation

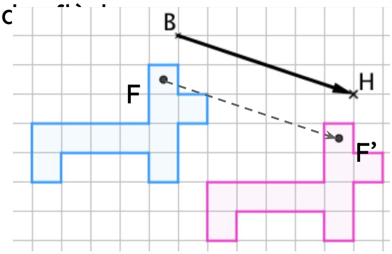
Transformer une figure par **rotation**, c'est la faire tourner autour d'un point fixe qui est le centre de la rotation.



F' est l'image de F par la rotation de **centre O** et **d'angle 67°** dans le **sens des aiguilles d'une montre (sens indirect).**

Effet d'une translation 114

Transformer une figure par **translation**, c'est la faire glisser sans la tourner. Ce **glissement** est définie par une **direction**, un **sens** et une **longueur**.
On peut schématiser ce glissement par c



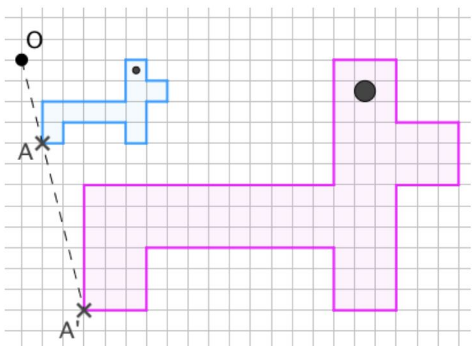
F' est l'image de F par la translation qui transforme B en H.

Propriétés de conservation 115

Les symétries centrales et axiales, les translations et les rotations conservent **longueurs**, **angles** et **aires**.

Effet d'une homothétie 116

L'**homothétie** est une transformation, qui permet d'agrandir ou de réduire des figures géométriques. On obtient une figure **semblable** (pas égale).

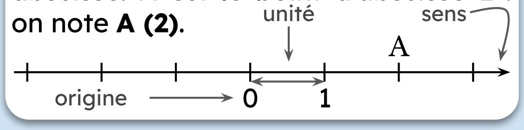


A' est l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

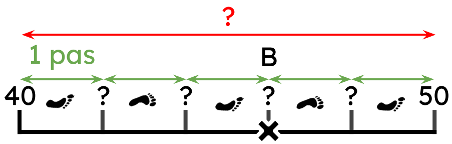
117 Se repérer sur une droite graduée

Une droite graduée est une droite sur laquelle on a fixé une origine, un sens et une unité de longueur.

Chaque point est repéré par son abscisse. A est le point d'abscisse 2 : on note **A (2)**.



118 Graduer un axe



10 unités d'écart (50 – 40)
5 pas correspondent à 10 unités,
donc 1 pas correspond à 2 unités.

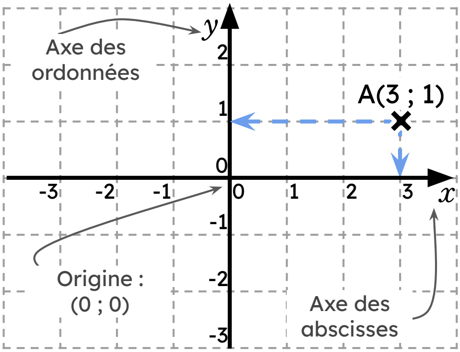
B est le point d'abscisse 46 :
on note B (46).

119 Se repérer dans le plan

Un repère, c'est deux droites graduées qui se coupent à l'origine.

Chaque point est repéré par deux coordonnées (x ; y) : une **abscisse** x (**axe horizontal**) et une **ordonnée** y (**axe vertical**).

Pour le point A, on note : A **(3 ; 1)**



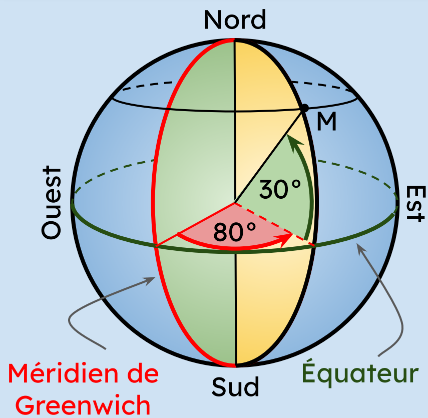
Se repérer sur une sphère 120

On a besoin de deux coordonnées : la **latitude** et la **longitude**. On assimile la Terre à une sphère.

→ La latitude est comprise entre 0° et 90° Nord ou Sud.
Exemple : M a pour latitude 30°N.

→ La longitude est comprise entre 0° et 180° Est ou Ouest.
Exemple : M a pour longitude 80°E.

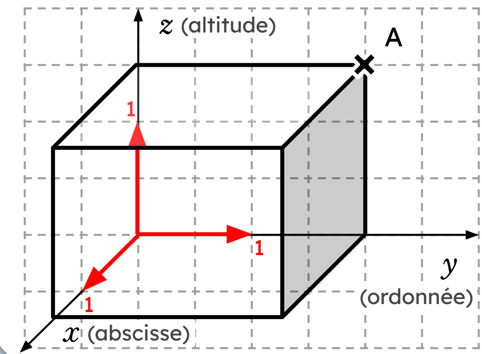
M a pour coordonnées **(30°N ; 80°E)**



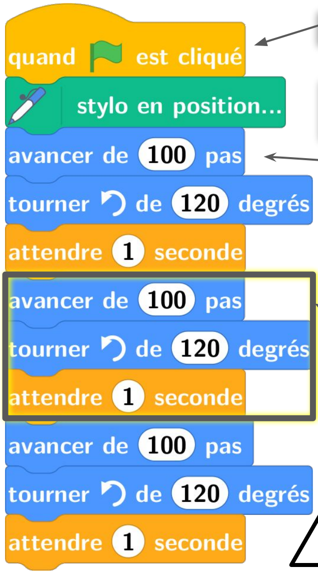
Se repérer sur un pavé droit 121

Tout point sur un pavé droit est repéré par une abscisse, une ordonnée et une altitude (ou une cote).

Pour le point A, on note : A **(0 ; 2 ; 1,5)**.



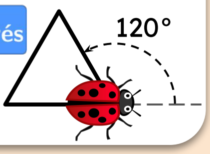
122 Séquence d'instructions



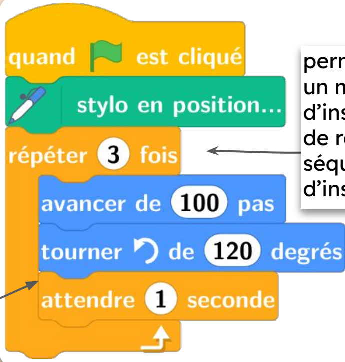
événement

1 bloc = 1 instruction

motif répétitif



Boucle 123

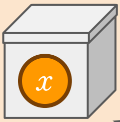


permet de répéter un motif d'instructions afin de raccourcir une séquence d'instructions.

Programme de calcul 124

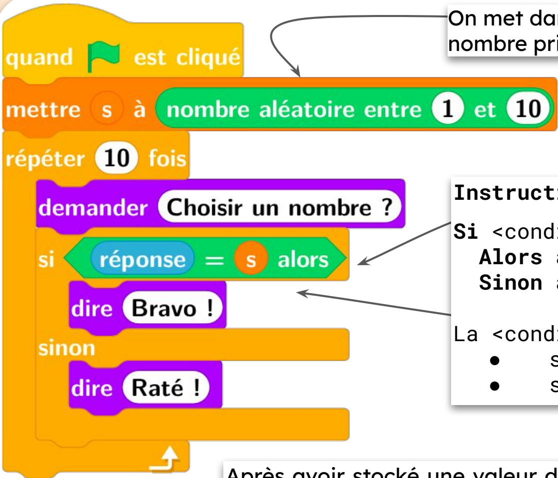
Calcul littéral

Je choisis a !
- ❏ réponse $\leftarrow a$
- ❏ $x \leftarrow a$
- ❏ $x \leftarrow a - 3$
- ❏ $x \leftarrow 2 \times (a - 3)$
- ❏ Dire $2\,(a - 3)$

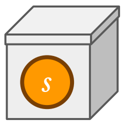


Variable
"Boîte" avec l'étiquette x collée dessus dans laquelle on peut stocker une valeur.

125 Instruction conditionnelle



On met dans la variable "s" un nombre pris au hasard entre 1 et 10.



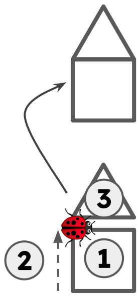

```
Instruction Conditionnelle
Si <condition>
  Alors action1
  Sinon action2

La <condition> est…
  •   soit vraie
  •   soit fausse
```

c'est l'un **ou** l'autre !

Après avoir stocké une valeur dans la variable s, ce programme demande à l'utilisateur de saisir un nombre et lui répond "Bravo !" si ce nombre est égal à s, et répond "Raté !" sinon. Il recommence ainsi 10 fois de suite…

126 Bloc personnalisé

```
Quand la touche [espace ▾] est pressée
aller à x:(0) y:(0)
effacer tout
mettre [longueur ▾] à (100)
polygone à (4) côtés        1
ajouter (longueur) à y      2
polygone à (3) côtés        3
```



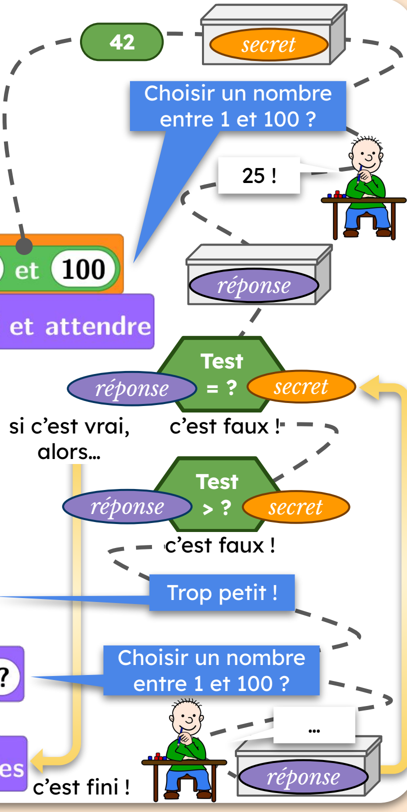

```
définir polygone à (n) côtés
stylo en position...
répéter (n) fois
    avancer de (longueur) pas
    tourner ↻ de ((360) / (n)) degrés
fin
relever le stylo
```

Le bloc personnalisé “polygone à n côtés” appelle une séquence d’instructions à tout moment. On fixe la valeur de n au moment où on l’appelle.

127 Petite application

Dans ce programme, la machine choisit un nombre au hasard entre 1 et 100. Elle demande ensuite au joueur de le trouver et le guide en lui répondant “trop grand” ou “trop petit” jusqu’à la bonne réponse.

```
quand 🏴 est cliqué
mettre [secret ▾] à (nombre aléatoire entre (1) et (100))
demander (Choisir un nombre entre 1 et 100 ?) et attendre
répéter jusqu'à ce que <(réponse) = (secret)>
    si <(réponse) > (secret)> alors
        dire (Trop grand !) pendant (2) secondes
    sinon
        dire (Trop petit !) pendant (2) secondes
    fin
    demander (Choisir un nombre entre 1 et 10 ?) et attendre
fin
dire (Bravo, tu as trouvé !) pendant (2) secondes
```



Index