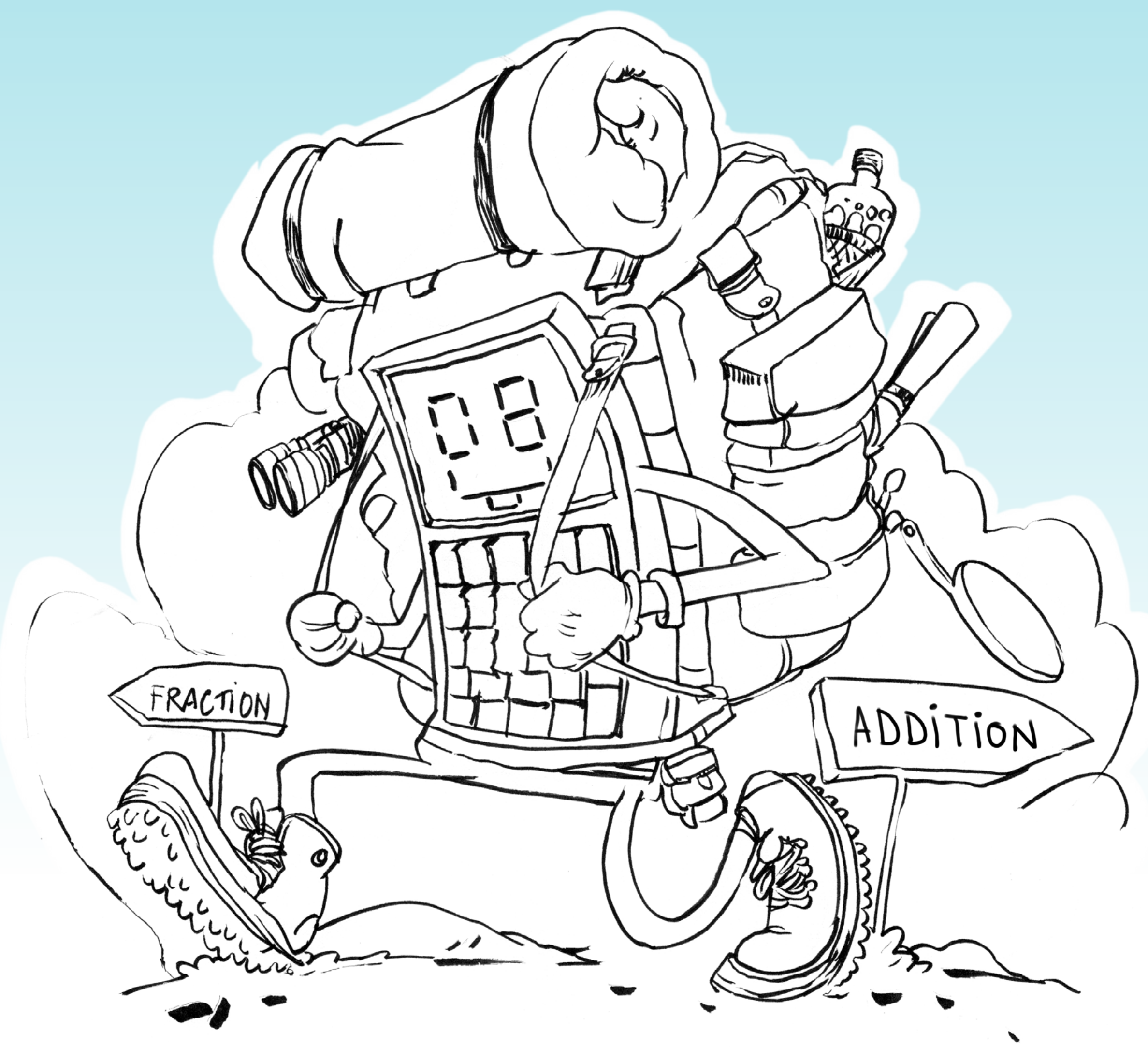
GUIDE DE SURVIE EN ~~MONTAGNE~~

MATHÉMATIQUES

Cycle 4



IREM La Réunion

Collège de Terre-Sainte

maths974.fr

Ce « Guide de survie » propose aux élèves du collège l'ensemble des connaissances et des compétences de mathématiques et de sciences attendues en fin de cycle 4.

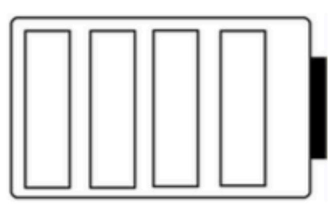
Cet outil s'adresse en priorité aux élèves mais il doit permettre de rendre les mathématiques accessibles à tous, spécialistes des mathématiques ou pas : enseignants, assistants pédagogiques, parents, grand frère...

On y retrouve un repère de progressivité qui indique le niveau à partir duquel la notion peut commencer à être abordée :

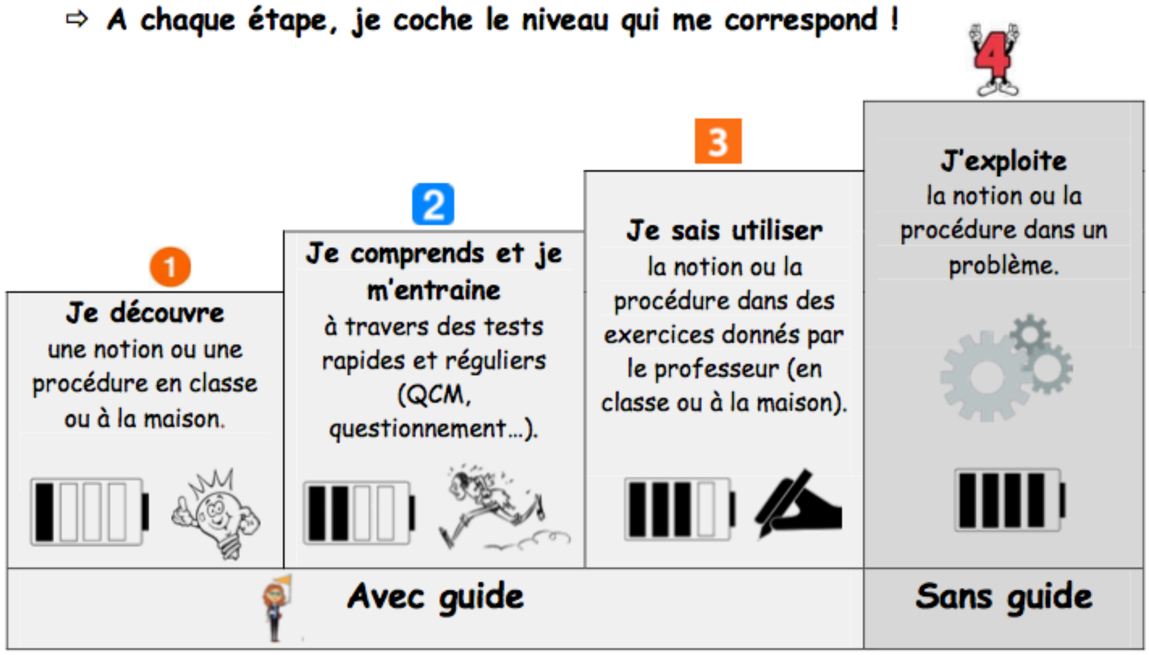
- ◆ niveau 5ème
- ◆◆ niveau 4ème
- ◆◆◆ niveau 3ème

Les élèves peuvent tout au long du cycle 4 s'autoévaluer et positionner leur niveau de compétences avec les modalités suivantes :

Auto-évaluation



⇨ **A chaque étape, je coche le niveau qui me correspond !**



NOMBRES ET CALCULS

ORGANISER SES CALCULS

☑ On commence par les ( ), puis les puissances, les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.

→ $10^2-(7+2)\times 5=100-9\times 5=100-45=55$

☑ On fait les calculs de la gauche vers la droite lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.

→ $40-7+20=33+20=53$

→ $15\div 3\times 2=5\times 2=10$

AJOUTER ET SOUSTRAIRE DES RELATIFS

☑ Ajouter des relatifs de même signe :

→ 3 + 6 = 9 (-5) + (-2) = - 7

☑ Ajouter des relatifs de signes contraires :

→ 13 + (-7) = 6 4 + (-7) = -3

☑ Soustraire deux relatifs :

15 – 2 = 13 12 – (-1) = 12 + 1 = 13

MULTIPLIER OU DIVISER 2 RELATIFS

☑ Règles des signes :

$-6\times 2=-12$ $-4\times(-5)=20$

$-14\div 2=-7$ $-20\div(-4)=5$

$$\boxed{\begin{array}{ccccc}(+)&\times&(+)&=&(+)\\(-)&\times&(-)&=&(+)\\(+)&\times&(-)&=&(-)\\(-)&\times&(+)&=&(-)\end{array}}$$

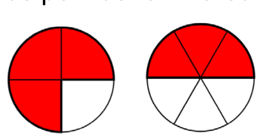
SAVOIR COMPARER DES FRACTIONS

☑ Si 2 fractions ont le même **dénominateur,** la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

→ $\frac{7}{8}>\frac{3}{8}$ car $7>3$

☑ Si 2 fractions ont le même **numérateur,** la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

→ $\frac{3}{4}>\frac{3}{6}$ car $4<6$



SAVOIR COMPARER DES FRACTIONS (2)

☑ On peut aussi les **comparer à 1** :

→ $\frac{3}{8}<1$ et $\frac{9}{5}>1$ donc $\frac{3}{8}<\frac{9}{5}$

☑ Sinon, on les met au **même dénominateur** :

→ $$\left.\begin{array}{l}\frac{3}{4}=\frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{9}{12}\\[2ex]\frac{2}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{8}{12}\end{array}\right\}\frac{9}{12}>\frac{8}{12}\text{ donc }\frac{3}{4}>\frac{2}{3}$$

RECONNAÎTRE DES FRACTIONS ÉGALES

☑ En multipliant ou divisant le numérateur et le dénominateur par un **même** nombre non nul, on obtient une écriture fractionnaire qui lui est **égale**.

→ $\frac{3{,}2}{0{,}6}=\frac{32}{6}$ (Ce qui permet de poser la division)

SIMPLIFIER UNE FRACTION

☑ On divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

→ $\frac{6}{22}=\frac{\cancel{2}\times 3}{\cancel{2}\times 11}=\frac{3}{11}$ $\frac{15}{36}=\frac{\cancel{3}\times 5}{\cancel{3}\times 12}=\frac{5}{12}$

AJOUTER OU SOUSTR. DES FRACTIONS

☑ Avec le même dénominateur :

→ $\frac{13}{6}-\frac{8}{6}=\frac{13-8}{6}=\frac{5}{6}$

☑ Avec des dénominateurs multiples l'un de l'autre :

→ $\frac{1}{3}+\frac{7}{12}=\frac{1\times 4}{3\times 4}+\frac{7}{12}=\frac{4}{12}+\frac{7}{12}=\frac{11}{12}$

☑ Avec des dénominateurs quelconques :

→ $\frac{5}{2}+\frac{1}{7}=\frac{5\times 7}{2\times 7}+\frac{1\times 2}{7\times 2}=\frac{35}{14}+\frac{2}{14}=\frac{37}{14}$

PRENDRE UNE FRACTION D'UN NOMBRE

☑ Cela revient à **multiplier** la fraction par ce nombre.

$\frac{2}{3}$ de $60\text{ min}=\frac{2}{3}\times 60=\frac{2}{3}\times\frac{60}{1}=\frac{120}{3}=40\text{ min}$

MULTIPLIER, DIVISER DES FRACTIONS

☑ Pour **multiplier** deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

→ $\frac{3}{4}\times\frac{11}{7}=\frac{3\times 11}{4\times 7}=\frac{33}{28}$

☑ Pour **diviser** par une fraction, on multiplie par son inverse.

→ $\frac{2}{5}\div\frac{3}{7}=\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{14}{15}$

◆◆ LES PREFIXES MULTIPLICATIFS ☐☐☐☐

Préfixe	giga	méga	kilo		milli	micro	nano
Symbole	G	M	k		m	μ	n
Puissance associée	10^9	10^6	10^3	1	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

◆◆ CALCULER AVEC LES PUISSANCES ☐☐☐☐

$5^3 = 5\times5\times5$; $7^1 = 7$; $12^0 = 1$; $10^5 = 100\ 000$

$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ on dit que 2^{-1} est l'inverse de 2

☑ **Propriétés** : Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.

→ $9^3 \times 9^2 = 9^{3+2} = 9^5$

→ $\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$

☑ **Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, suivi d'une puissance de 10 qui multiplie ce nombre.

→ $2017 = 2{,}017 \times 10^3$

◆◆ CONNAÎTRE LES RACINES CARREES ☐☐☐☐

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

→ On en déduit :

$\sqrt{1}=1$; $\sqrt{4}=2$; $\sqrt{9}=3$; $\sqrt{16}=4$; $\sqrt{25}=5$; $\sqrt{36}=6$; $\sqrt{49}=7$

$\sqrt{64}=8$; $\sqrt{81}=9$; $\sqrt{100}=10$; $\sqrt{121}=11$; $\sqrt{144}=12$

◆◆ ENCADRER UNE RACINE CARRÉE ☐☐☐☐

Pour encadrer $\sqrt{20}$ par deux entiers consécutifs, on cherche les deux carrés qui encadrent 20.

16 < 20 < 25 donc 4 < $\sqrt{20}$ < 5

◆ DIVISION EUCLIDIENNE ☐☐☐☐

$$\begin{array}{r|l} 148 & 3 \\ \underline{12} & \overline{49} \\ 28 & \\ \underline{27} & \\ 1 & \end{array}$$

Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver le quotient q et le reste r tels que :

a = b x q + r et 0 ≤ r < b

donc 148 = 3 x 49 + 1

◆ DIVISIBILITE ☐☐☐☐

☑ 21 est divisible par 3 car 21 = 3 x 7 + 0
→ le reste est nul.

☑ 21 n'est pas divisible par 4 car 21 = 4 x 5 + 1
→ le reste n'est pas nul.

◆ NOMBRES PREMIERS ☐☐☐☐

☑ Un nombre est **premier** lorsqu'il est divisible par exactement 2 nombres : par 1 et par lui-même.

Exemples : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29…

Cette liste est infinie.

◆◆ DECOMPOSER EN FACTEURS PREMIERS ☐☐☐☐

☑ Pour décomposer 252 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

On obtient ainsi : 252 = 2 x 2 x 3 x 3 x 7 = 2^2 x 3^2 x 7

◆◆◆ CRIBLE D'ÉRATOSTHENE ☐☐☐☐

Il permet de trouver les nombres premiers.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Les nombres entourés sont premiers.

◆◆◆ FRACTION IRREDUCTIBLE ☐☐☐☐

☑ Pour rendre irréductible $\frac{30}{252}$, on va décomposer numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers :

→ $\frac{30}{252} = \frac{\cancel{2}\times\cancel{3}\times5}{\cancel{2}\times2\times\cancel{3}\times3\times7} = \frac{5}{2\times3\times7} = \frac{5}{42}$

PROPORTIONALITÉ

◆ DETERMINER UN POURCENTAGE

☑ C'est calculer la proportion sur **100**.

→ Dans une classe de 20 élèves, 3 sont gauchers, quel est le pour**cent**age de gauchers ?

(Sur 100 élèves, combien seraient gauchers ?)

$\frac{3}{20} \times 100 = 15$ donc 15 % sont gauchers.

◆ PRENDRE UN POURCENTAGE

☑ C'est **multiplier** par ce pourcentage le nombre.

→ 95% des 500 élèves du collège ont un téléphone portable, cela représente

$\frac{95}{100} \times 500 = 475$ élèves.

◆ CALCULER UNE AUGMENTATION OU UNE REDUCTION

→ Le prix d'une robe de 49 € est soldé - 30 %. Quel est le prix soldé de cette robe ?

Montant de la remise : $\frac{30}{100} \times 49 = 14,70€$

Prix soldé : $49 - 14,70 = 34,30€$

◆◆◆ POURCENTAGES ET FCTS LINÉAIRES

→ Augmenter une quantité de 6 %
est associé à la fonction linéaire $h : x$ -> 1,06 x

*On prend **1** fois la quantité de départ et on ajoute 6 % soit **0,06** fois la quantité de départ.*

Mon salaire actuel est de 2350 €, au 1 janvier 2018, il augmentera de 6 %, quel sera mon nouveau salaire ?

$2350 \times 1,06 = 2491€$

→ Diminuer une quantité de 30 %
est associé à la fonction linéaire $g : x$ -> 0,7 x

*On prend **1** fois la quantité de départ et on enlève 30% soit **0,30** fois la quantité de départ.*

Prix soldé de la robe : $49 \times 0,7 = 34,30€$

◆◆◆ POURCENTAGES SUCCESSIFS

Diminuer deux fois un prix de 10 % ne revient pas à baisser le prix de 20 % !

Vérifions avec un article à 100 € :

2 baisses de 10% → 100 x 0,9 x 0,9 = 81 €
1 baisse de 20% → 100 x 0,8 = 80 €

◆ C'EST QUOI ETRE PROPORTIONNEL ?

Lorsque deux grandeurs, par ex. une quantité et un prix varient de la même façon, on parle de proportionnalité !
➔ Si un kg coûte 3 €, deux kg coûteront donc deux fois ce prix soit 2 x 3 = 6 €.

ATTENTION, il y a des affirmations concernant la proportionnalité qui sont manifestement fausses.
Pour s'en convaincre, il suffit de faire le test du double :
« Pour le double de ..., a-t-on le double de .... ? »

➔ Si à 14 ans tu mesures 1 m 50, alors à 28 ans tu devrais mesurer 3 m, ce qui est absurde !

◆ CALCULER AVEC LA PROPORTIONNALITE

☑ En utilisant le **passage à l'unité :**

3 samoussas coûtent 1,20 €.
Quel est le prix de 7, puis de 12 samoussas ?

1 samoussa coûte 1,20 € ÷ 3 = 0,40 €
7 samoussas coûtent 7 x 0,40 € = 2,80 €

3 samoussas coûtent 1,20 €
donc 12 coûtent 4 x 1,20 € = 4,80 €

☑ En utilisant les **produits en croix :**

Pour réaliser une douzaine de crêpes, Camille utilise 3 œufs, 150 g de sucre et 225 g de farine.
Calculer les ingrédients pour 20 crêpes.

Nb de crêpes	œufs	sucre	farine
12	3	150	225
20			

$\frac{20 \times 3}{12} = 5$ $\quad \frac{20 \times 150}{12} = 250$ $\quad \frac{20 \times 225}{12} = 375$

Il faut donc 5 œufs, 250 g de sucre et 375 g de farine.

◆◆ RATIO

Dans la recette d'un cocktail on trouve du jus d'orange, du jus de pomme, du jus de citron et de la limonade dans le ratio 4 : 4 : 1 : 3
Quelle quantité de limonade faut-il prévoir pour préparer 1,5 L de boisson ?

- 4 + 4 +1 + 3 = 12 parts
- 1,5 L : 12 = 0,125 L = 12,5 cL pour une part
- 3 x 12,5 cL = 37,5 cL de limonade

CALCUL LITTERAL

◆ CALCULER LA VALEUR D'UNE EXP. LIT.

☑ Soit $E = 5a + 2$

→ Pour $a = 7$, on a : $E = 5 \times 7 + 2 = 35 + 2 = 37$

☑ Soit $F = 4x^2 - x + 3$

→ Pour $x = 5$, on a :

$$F = 4\times5^2 - 5 + 3 = 4\times25 - 5 + 3 = 100 - 5 + 3 = 95 + 3 = 98$$

◆ REDUIRE UNE SOMME ALGEBRIQUE

C'est l'écrire avec le moins de termes possibles !

$$A = 3 \times 2x - 2 + 3x + 7$$
$$A = 6x - 2 + 3x + 7$$
$$A = 6x + 3x - 2 + 7$$
$$A = 9x + 5$$

◆ TESTER UNE EGALITE

☑ L'égalité $4 \times x + 5 = 19 - 2 \times x$ est-elle vraie pour $x = 2$?

→ $4 \times x + 5 = 4 \times 2 + 5 = 8 + 5 = 13$

→ $19 - 2 \times x = 19 - 2 \times 2 = 19 - 4 = 15$

$13 \neq 15$ => L'égalité est fausse pour $x = 2$.

◆◆ DEVELOPPER ET REDUIRE

☑ $k(a+b) = k \times a + k \times b$

→ $E = 5(2x+3)$
$E = 5\times 2x + 5\times 3$
$E = 10x + 15$

☑ $(a+b)(c+d) = a\times c + a\times d + b\times c + b\times d$

→ $F = (x+6)(x+2)$
$F = x\times x + x\times 2 + 6\times x + 6\times 2$
$F = x^2 + 2x + 6x + 12$
$F = x^2 + 8x + 12$

◆◆ FACTORISER

☑ Avec la distributivité :

$E = \mathbf{7}a + \mathbf{7}b - \mathbf{7}c$
$E = \mathbf{7}(a + b - c)$

$F = 15y + 10y^2$
$F = \mathbf{5y}\times 3 + \mathbf{5y}\times 2y$
$F = \mathbf{5y}(3 + 2y)$

☑ Avec une identité remarquable :

$$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x-4)(3x+4)$$

◆◆◆ LES IDENTITES REMARQUABLES

Développer

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Factoriser

◆◆ RESOUDRE UNE EQUATION

$7x + 6 = -15$ ← *On fait disparaître 6*

$7x + 6 \;......\; = -15 \;......$ ← *On retranche la même quantité soit 6 de chaque côté*

$7x = -21$

$x = -\dfrac{21}{7} = -3$ ← *On divise par le coefficient 7*

$S = \{-3\}$

$3x - 1 = 2x + 7$

$3x - 1 \;......= 2x + 7 \;......$ ← *On ajoute 1 de chaque côté*

$3x = 2x + 8$

$3x \;......\; = 2x \;......\; + 8$ ← *On retranche 2x de chaque côté*

$x = 8$

$S = \{8\}$

◆◆◆ RESOUDRE UNE EQUATION PRODUIT

☑ Un produit de plusieurs facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

☑ Résoudre $(x-2)(2x+3) = 0$

$x - 2 = 0 \quad ou \quad 2x + 3 = 0$

$x = 2 \qquad 2x = -3$

$x = \dfrac{-3}{2} = -1{,}5$

$S = \{2;\ -1{,}5\}$

ORGANISER DES DONNEES

Voici les 13 pointures des filles d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :
36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; 38 ; 39 ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41

☑ **L'effectif** des filles qui chaussent du 37 est de 3.

☑ **L'effectif total** est de 13.

☑ **La fréquence** des filles qui chaussent du 37 est :

$f = \frac{3}{13} \approx 0{,}23$ soit environ 23% des filles.

REPRESENTER DES DONNEES

Diagramme en bâtons

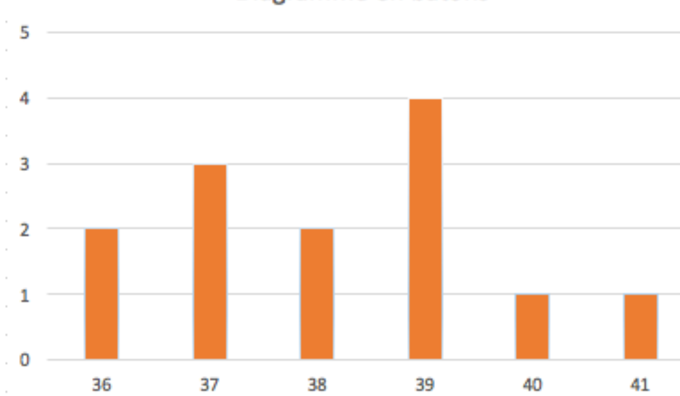
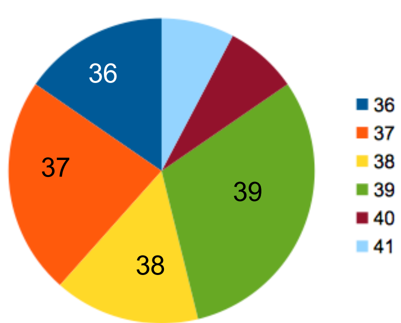


Diagramme circulaire



CALCULER UNE MOYENNE SIMPLE

☑ **La moyenne** de cette série de pointures est :

$$M = \frac{36+36+37+...+41}{13} = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

CALCULER UNE MOYENNE PONDEREE

☑ On affecte des coefficients à chaque pointure :

$$M = \frac{36\times2+37\times3+38\times2+39\times4+40+41}{13} = \frac{496}{13} \approx 38{,}2$$

CALCULER UNE MEDIANE

☑ Il y a 13 valeurs :

36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41

La **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7ème valeur soit 38.

Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins, que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

CALCULER UNE ETENDUE

☑ **L'étendue** de cette série est : 41 - 36 = 5

AVEC UN TABLEUR

H2 | fx | =SOMME(B2:G2)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Pointures	36	37	38	39	40	41	Total
2	Effectifs	2	3	2	4	1	1	13

La formule qui donne la somme des effectifs est :

= SOMME(B2:G2) *ou*

= B2 + C2 + D2 + E2 + F2 + G2

VOCABULAIRE DES PROBABILITES

- **Expérience aléatoire** : expérience liée au hasard.
- **Issue** : un résultat possible.
- **Évènement** : constitué d'une ou plusieurs issues.

CALCULER UNE PROBABILITE

- **Probabilité** = $\dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

☑ Dans un jeu de 32 cartes :

$$P(Roi) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \qquad P(As\ de\ coeur) = \frac{1}{32}$$

☑ Dans un sac, il y a 10 boules rouges numérotées de 1 à 10 et 6 noires numérotées de 1 à 6. On tire sans regarder une boule du sac.

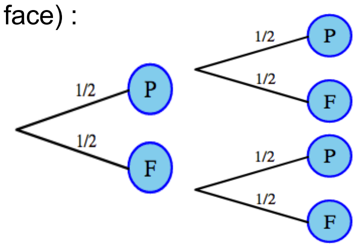
➔ Probabilité de tirer une boule rouge : $P(R) = \dfrac{10}{16} = \dfrac{5}{8}$

On a 5 chances sur 8 d'obtenir une boule rouge.

➔ Probabilité de tirer une boule n° 5 est : $P(5) = \dfrac{2}{16} = \dfrac{1}{8}$

ARBRE DE PROBABILITES

Pour DEUX lancers consécutifs d'une pièce (pile ou face) :



➔ Probabilité que la pièce tombe deux fois de suite sur Face : $P(FF) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$

ÉVENEMENTS INCOMPATIBLES

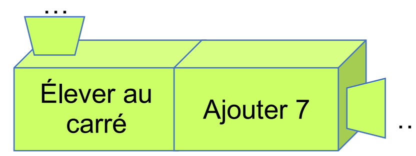
On lance un dé :

- Deux **évènements incompatibles** ne peuvent se réaliser en même temps.
  Tomber sur un numéro pair et tomber sur le 3.
- L'**évènement contraire** de A noté $\overline{A}$ est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.
  Tomber sur un numéro pair et tomber sur un numéro impair.

FONCTIONS

NOTION DE FONCTION

Processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un unique nombre d'arrivée.

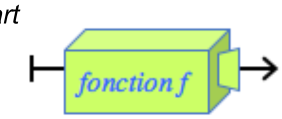


Si on laisse tomber 3 dans cette machine, on obtient $3^2 + 7 = 9 + 7 = 16$

On dit que 3 a pour image 16

FONCTIONS

- *nombre de départ*
- x
- *un antécédent*
- *abscisse*



- *nb d'arrivée*
- $f(x)$; y
- *l'image*
- *ordonnée*

☑ Soit $f : x \mapsto 2x - 7$ ex : $f(5) = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$

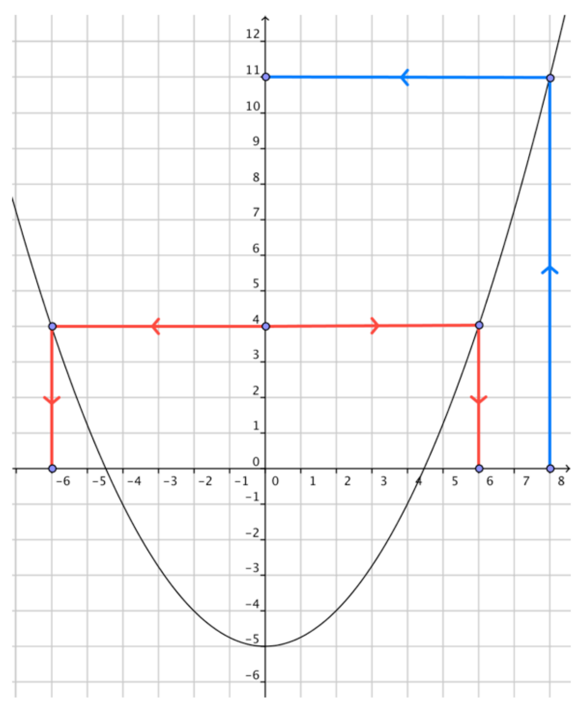
➔ *5 a pour image 3 par f (on remplace x par 5)*
➔ *3 a pour antécédent 5 par f (on cherche le nombre de départ)*

☑ Fonction affine $f : x \mapsto ax + b$
*avec a **coef. directeur** et b **ordonnée à l'origine***

☑ Fonction linéaire $f : x \mapsto ax$

☑ Fonction constante $f : x \mapsto b$

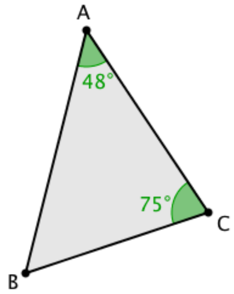
Et graphiquement :



➔ L'image par *f* de 8 est 11
➔ Les antécédents par *f* de 4 sont -6 et 6

GÉOMÉTRIE

TRIANGLE

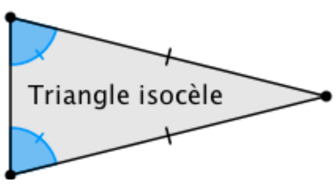


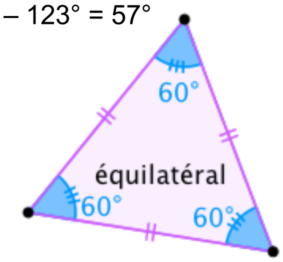
☑ La longueur de chaque côté est inférieure à la somme des 2 autres côtés

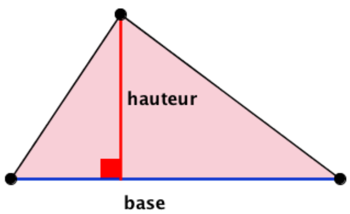
AB < AC + BC
AC < AB + BC
BC < AB + AC

☑ La somme des 3 angles est égale à 180°

= 180° – (48° + 75°) = 180° – 123° = 57°

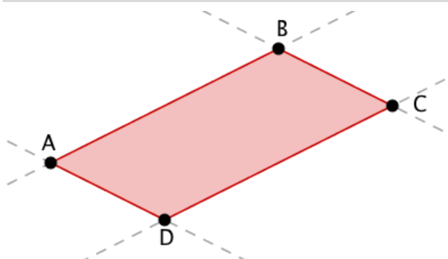






$$A_{triangle} = \frac{b \times h}{2}$$

PARALLELOGRAMME



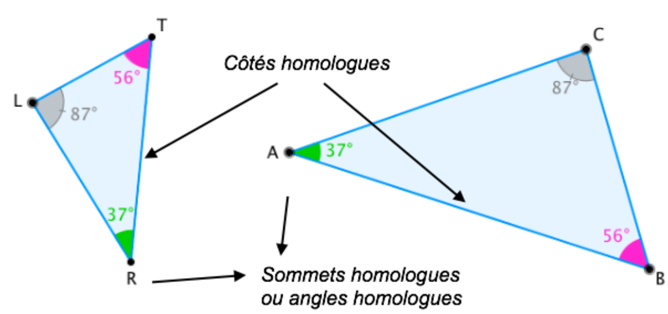
C'est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles.

Si ABCD est un parallélogramme **alors** :

☑ ses côtés opposés sont parallèles
☑ ses côtés opposés ont la même longueur
☑ ses angles opposés ont la même mesure
☑ ses diagonales se coupent en leur milieu.

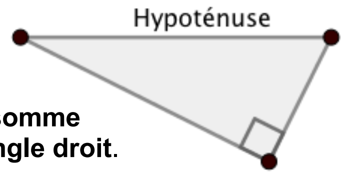
TRIANGLES SEMBLABLES

On appelle triangles semblables des triangles qui ont des angles deux à deux égaux.



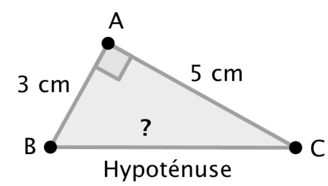
THEOREME DE PYTHAGORE

Dans un triangle **rectangle**, le **carré** de **l'hypoténuse** est égal à la **somme** des **carrés** des côtés de **l'angle droit**.



CALCULER UNE LONGUEUR DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

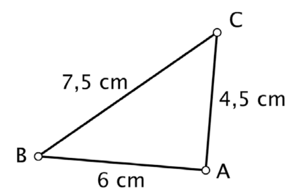
ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,



On a $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

d'où $BC = \sqrt{34} \approx 5{,}8\,\text{cm}$ (à 1 mm près)

PROUVER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE



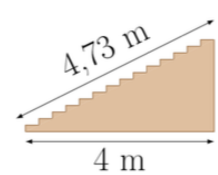
D'une part $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$
D'autre part $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25$

On constate que l'égalité de Pythagore est vérifiée donc ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.

RÉALISER UNE TC AVEC PYTHAGORE

Pour qu'un escalier soit conforme, la hauteur de ses marches doit être comprise entre 17 et 20 cm. L'escalier ci-contre, qui compte 14 marches identiques est-il conforme ?



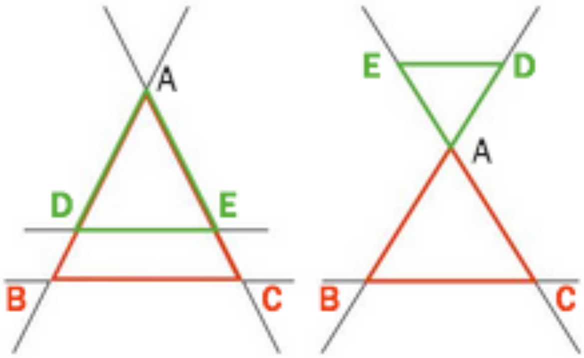
Notons h la hauteur totale de l'escalier, ce triangle est rectangle, donc d'après Pythagore,

on a $h^2 = 4{,}73^2 - 4^2 \approx 6{,}37$

soit $h = \sqrt{6{,}37} \approx 2{,}52\ m = 252\ cm$

Les 14 marches ont pour hauteur 252 cm.
Chaque marche est donc haute de 252 : 14 = 18 cm.
L'escalier est bien conforme.

THEOREME DE THALES



Si les droites (BC) et (DE) sont **parallèles**

alors $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{DE}{BC}$

CALCULER UNE LONGUEUR DANS UNE CONFIGURATION DE THALES

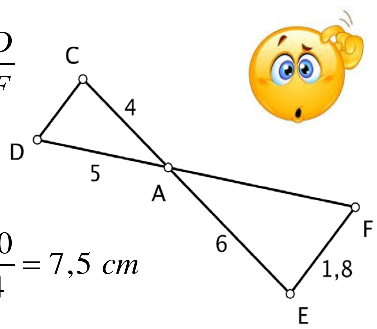
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés,
de plus les droites (CD) et (EF) sont **parallèles**,
donc d'après la propriété de Thalès,

on a $\dfrac{AC}{AE}=\dfrac{AD}{AF}=\dfrac{CD}{EF}$

soit $\dfrac{4}{6}=\dfrac{5}{AF}=\dfrac{CD}{1,8}$

d'où $AF=\dfrac{6\times5}{4}=\dfrac{30}{4}=7,5\ cm$

et $CD=\dfrac{4\times1,8}{6}=\dfrac{7,2}{6}=1,2\ cm$

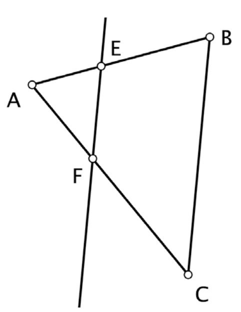


PROUVER QUE DEUX DROITES SONT PARALLÈLES (THALÈS)

D'une part $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{2}{5}=0,4$

D'autre part $\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{3}{7,5}=0,4$

On constate que **l'égalité** de **Thalès** est vérifiée,



de plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.

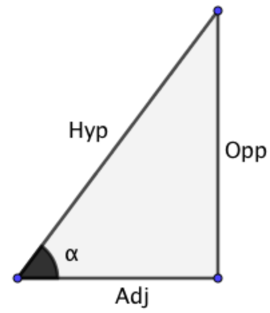
LES 3 FORMULES DE TRIGONOMETRIE

Dans un triangle **rectangle**, pour un angle aigu donné :

☑ $\cos\widehat{\alpha}=\dfrac{Côté\ Adjacent\ à\ \widehat{\alpha}}{Hypoténuse}$

☑ $\sin\widehat{\alpha}=\dfrac{Côté\ Opposé\ à\ \widehat{\alpha}}{Hypoténuse}$

☑ $\tan\widehat{\alpha}=\dfrac{Côté\ Opposé\ à\ \widehat{\alpha}}{Côté\ Adjacent\ à\ \widehat{\alpha}}$



On peut retenir : CAHSOHTOA (casse-toi !)

CALCULER UNE LONGUEUR (TRIGO)

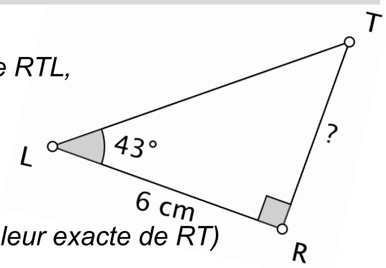
Dans le triangle rectangle RTL,

on a $\tan\widehat{RLT}=\dfrac{RT}{RL}$,

soit $\tan 43°=\dfrac{RT}{6}$

d'où RT = 6 x tan 43° (valeur exacte de RT)

et RT≈ 5,6 cm (valeur approchée au mm près)

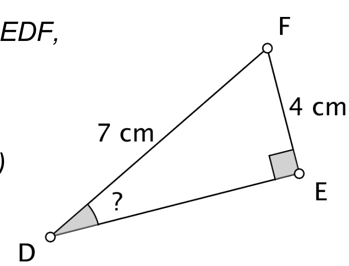


CALCULER UN ANGLE (TRIGO)

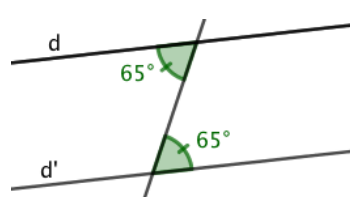
Dans le triangle rectangle EDF,

on a $\sin\widehat{EDF}=\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{4}{7}$

d'où $\widehat{EDF}\approx 35°$ *(à 1° près)*



PROUVER QUE DEUX DROITES SONT PARALLÈLES (ANGLES)



Lorsque deux angles alternes internes ont la même mesure, les droites d et d' sont parallèles.

GRANDEURS ET MESURES

CONVERSIONS A CONNAITRE

1 min = 60 s
1 h = 60 min = 3 600 s
1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³

1 m = 100 cm
1 km = 1 000 m
1 m³ = 1 000 L

Combien de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?

$V_{piscine}$ = 5 x 4 x 1,5 = 30 m³

Comme 1 m³ = 1 000 L, il faut donc 30 000 litres.

CONVERTIR AVEC UN TABLEAU

623 cm = …… m ? —> 6, 23 m
500 m = …… km ? —> 0, 5 km

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			6	2	3	
			6 ,	2	3	
	5	0	0			
0 ,	5					

GRANDEURS

➔ Savoir calculer une vitesse :

Emilie parcourt 50 km en 2 heures avec son scooter.

Sa vitesse moyenne est de $v = \frac{d}{t} = \frac{50}{2} = 25\ km/h$

➔ Savoir convertir une vitesse en m/s :

$$v = 25 km/h = \frac{25\ km}{1\ h} = \frac{25\ 000\ m}{3\ 600\ s} \approx 7 m/s$$

➔ C'est quoi un débit ?

Un robinet a un débit de 0,5 m³/h : Cela signifie que le robinet laisse couler 0,5 m³ d'eau en 1 heure soit 500 litres en 1 heure.

➔ C'est quoi une densité ?

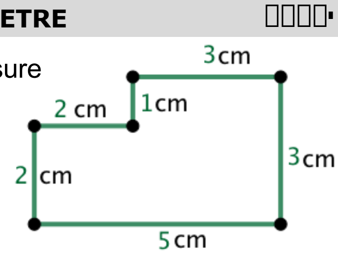
La densité de population de la Réunion est de 336 habitants/km² : Cela signifie que sur une superficie de 1 km², se trouvent en moyenne 336 habitants.

PERIMETRE

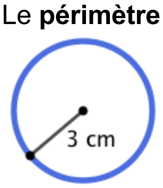
☑ Le **périmètre** est la mesure du tour de la figure.

P = 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 5

P = 16 cm



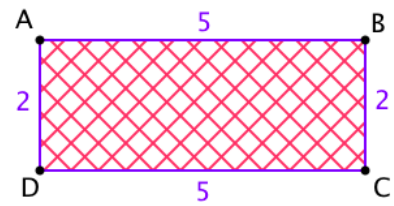
Le **périmètre** d'un cercle de rayon r = 3 cm est :



$$P = 2 \times \pi \times r = 2\pi \times 3 = 6\pi \approx 18{,}8\ cm$$

AIRE

L'aire est la mesure de la surface de la figure.

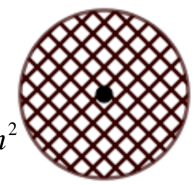


A_{ABCD} = 5 x 2

A_{ABCD} = 10 cm²

L'aire d'un disque de rayon r = 3 cm est

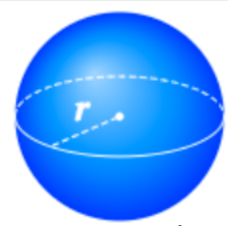
$$A = \pi \times r \times r = \pi \times 3^2 = 9\pi \approx 28{,}3\ cm^2$$



VOLUME

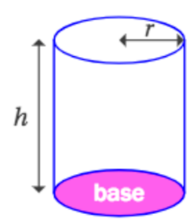
☑ **Le volume** est la mesure de l'espace occupé par le solide.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



$$si\ r = 6\ cm\ ,\ alors\ V = \frac{4}{3}\pi 6^3 = 288\pi \approx 905\ cm^3$$

SOLIDES A DEUX BASES

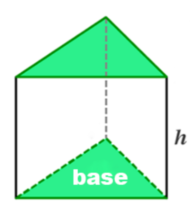


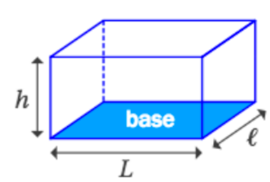
Cylindre

$V = \pi \times r^2 \times h$

Prisme

V = base x h





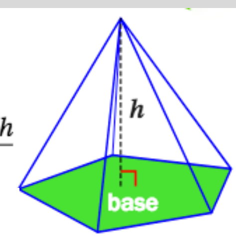
Pavé droit

$V = L \times \ell \times h$

SOLIDES «POINTUS »

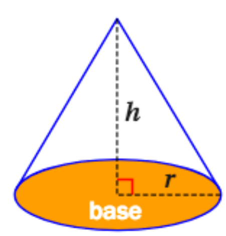
Pyramide

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times h}{3}$$



Cône

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

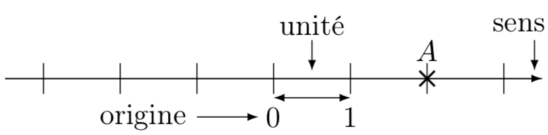


SE REPÉRER SUR UNE DROITE GRADUÉE

☑ Une droite graduée est une droite sur laquelle on a fixé une **origine**, un **sens** et une **unité** de longueur.

☑ Chaque point y est repéré par son **abscisse**.

→ *A* est le point d'abscisse 2 : on note *A* (2).

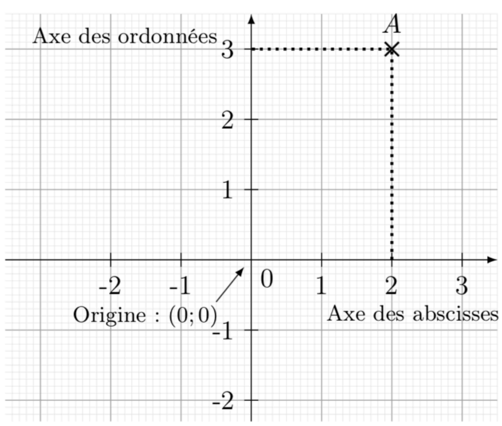


SE REPÉRER DANS LE PLAN

☑ Un repère = deux droites graduées qui se coupent en un point appelé origine.

☑ Chaque point y est repéré par une **abscisse** (axe horizontal) et une **ordonnée** (axe vertical).

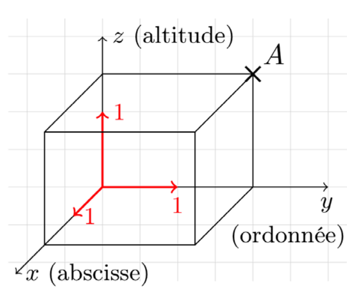
→ A a pour **coordonnées** $(2; 3)$. On note $A\ (2; 3)$.



SE REPÉRER SUR UN PAVE DROIT

☑ Tout point sur un pavé droit est repéré par une **abscisse**, une **ordonnée** et une **altitude.**

→ A a pour **coordonnées** $A(0; 2; 1{,}5)$.



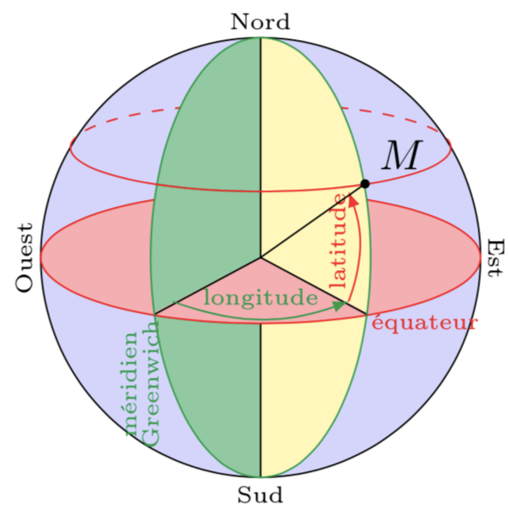
SE REPÉRER SUR UNE SPHERE

☑ On a besoin de **deux** coordonnées : la **latitude** et la **longitude**. On assimile la Terre à une sphère.

☑ La latitude est comprise entre **0°** et **90° Nord** ou **Sud**. Exemple : M a pour latitude 30°N.

☑ La longitude est comprise entre **0°** et **180° Est** ou **Ouest**. Exemple : M a pour longitude 80°E.

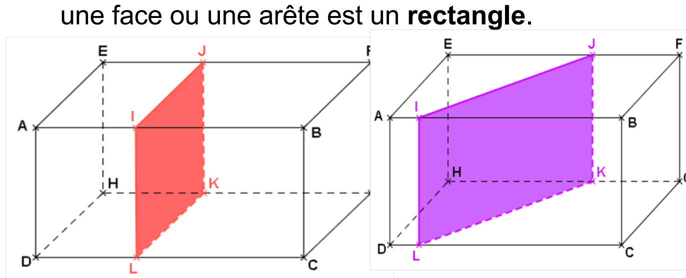
→ M a pour **coordonnées** M (30°N; 80°E).



La section d'une sphère par un plan est un **disque**.

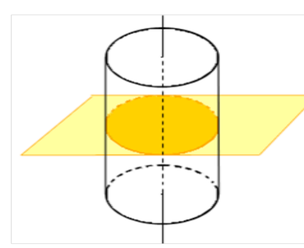
SECTION D'UN PAVE DROIT

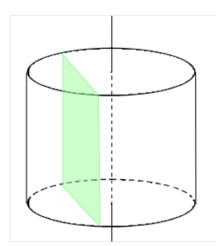
☑ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face ou une arête est un **rectangle**.



SECTION D'UN CYLINDRE

☑ La section d'un cylindre par un plan parallèle aux bases est un **disque**.

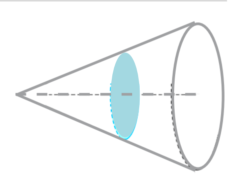




☑ La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un **rectangle**.

SECTION D'UN CONE, D'UNE PYRAMIDE

☑ La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une **réduction** de sa base.

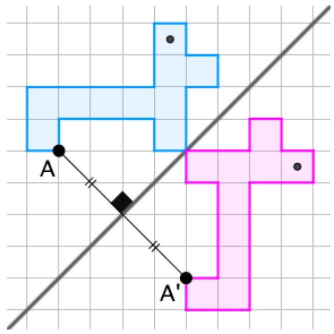


TRANSFORMATIONS

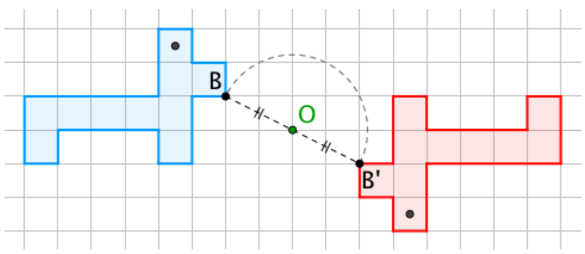
EFFET D'UNE SYMÉTRIE AXIALE

« Pliage selon un axe »

L'axe de symétrie est la médiatrice de [AA']



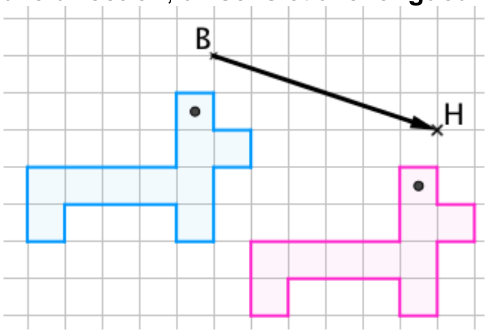
EFFET D'UNE SYMÉTRIE CENTRALE



On parle de « Demi-tour », avec O milieu de [BB']

EFFET D'UNE TRANSLATION

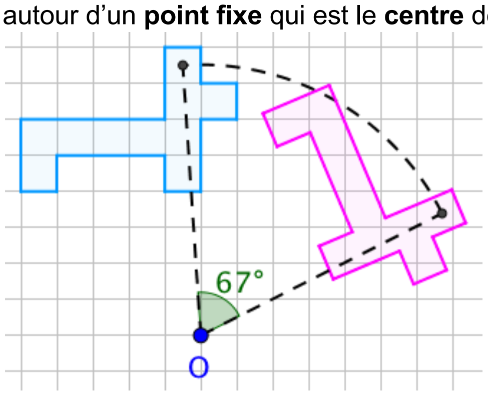
Transformer une figure par translation, c'est la faire glisser sans la tourner. Ce **glissement** est défini par une **direction**, un **sens** et une **longueur**.



On peut schématiser ce glissement par des flèches.

EFFET D'UNE ROTATION

Transformer une figure par rotation, c'est la faire tourner autour d'un **point fixe** qui est le **centre** de la rotation.

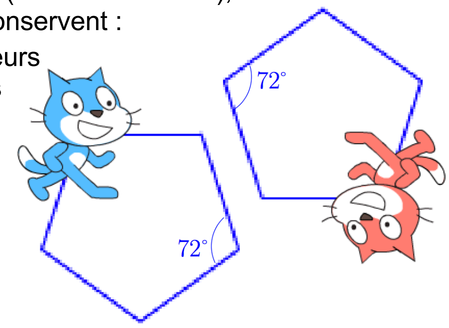


Cette rotation est définie par un **centre O**, un **angle** de rotation de 67° et un **sens** de rotation *(sens des aiguilles d'une montre ici).*

PROPRIETES DE CONSERVATION

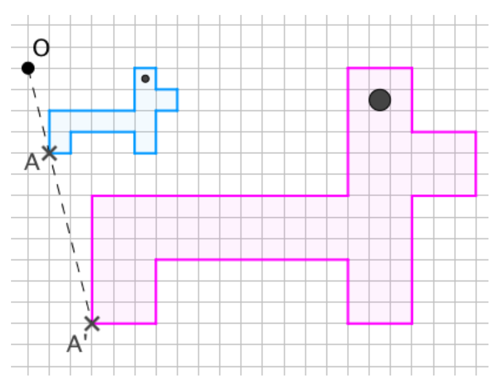
☑ Les symétries (centrale et axiale), les rotations et les translations conservent :

- → les longueurs
- → les angles
- → les aires



EFFET D'UNE HOMOTHETIE

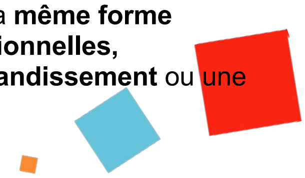
L'homothétie est une transformation, qui permet **d'agrandir ou de réduire** des figures géométriques**.**
On obtient une figure **semblable.**



Ci-dessus une homothétie de centre O et de rapport 3.

AGRANDISSEMENT - RÉDUCTION

☑ Lorsque deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles,** on dit que l'une est un **agrandissement** ou une **réduction** de l'autre.



☑ Dans un agrandissement de rapport 3, les longueurs sont multipliées par 3, les aires par 3^2 et les volumes par 3^3.

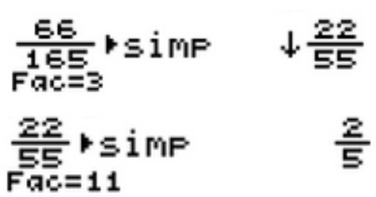
L'aire du petit chien est de 10 carreaux, celle du grand est de 10 x 3^2 = 10 x 9 = 90 carreaux.

CALCULER UNE EXPRESSION

$10^2 - (7 + 2) \times 5 = 55$

SIMPLIFIER UNE FRACTION

$\frac{66}{165} = \frac{22}{55} = \frac{2}{5}$



La flèche vers le bas signifie qu'on peut ***encore simplifier*** *!*

FRACTION ET FORME DÉCIMALE

On peut passer de l'écriture fractionnaire d'un nombre à sa forme décimale (et inversement) à l'aide de la touche ◂▸

Par exemple, $\frac{3}{5} = 0{,}6$.

RÉALISER UNE DIVISION EUCLIDIENNE

$148 = 3 \times 49 + 1$

148⊢3 Q=49 R=1

CALCULER AVEC DES RELATIFS

$-3 + 2 - (-5) = 4$

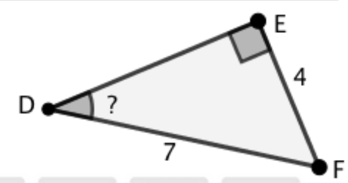
CALCULER UNE MOYENNE

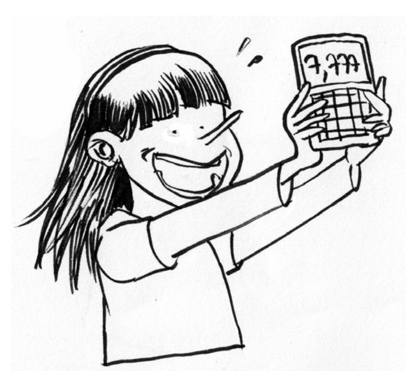
Lors des trois derniers contrôles de maths, j'ai obtenu les notes (sur 10) suivantes: 5 ; 8 ; 7.
Ma moyenne est donc 6,7/10.

CALCULER UN ANGLE

Comme $\sin\left(\widehat{EDF}\right) = \frac{4}{7}$

on trouve $\widehat{EDF} \approx 35°$



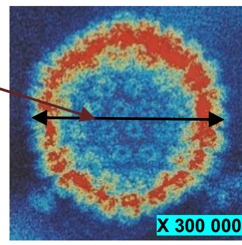


CALCULER LA TAILLE REELLE D'UN OBJET AVEC L'AGRANDISSEMENT

✓ **Exemple : Calcul de la taille réelle du virus de la varicelle.**

2. Je mesure avec une règle la taille du virus sur la photographie.

Je note la longueur mesurée : ***2,5*** cm soit **25** mm.



Virus de la varicelle observé au microscope optique.

1. Je repère l'agrandissement indiqué sur la photographie : **x 300 000**.

Cela signifie que le virus est agrandi **300 000** fois.

Dans la réalité, il est donc **300 000** fois plus petit que sur cette photographie.

3. Pour trouver la taille réelle du virus, je divise la longueur mesurée par l'agrandissement :

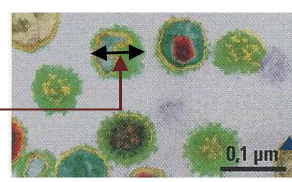
Dans la réalité, la taille du virus est de : 2,5 cm / 300 000 ≈ **0,0000083 cm soit environ 0,083 µm**.

CALCULER LA TAILLE REELLE D'UN OBJET AVEC LA BARRE D'ECHELLE

✓ **Exemple : Calcul de la taille réelle du VIH (virus responsable du SIDA).**

2. Je mesure le micro-organisme sur l'image.

Ici il fait ***7*** mm.



Virus VIH observé au microscope optique.

1. Je lis la barre d'échelle et je la traduis.

Ici la petite barre noire fait ***9*** mm sur l'image.

Cela veut dire que **9** mm sur l'image correspond à 0,1 µm dans la réalité.

3. Pour trouver la taille réelle du virus, je fais un tableau de proportionnalité :

	Dimension sur l'image	Dimension dans la réalité
Echelle	***9*** mm	0,1 µm
Objet	***7*** mm	**[(0,1 x 7) / 9] ≈ 0,08** µm

Dans la réalité, la taille du virus est d'environ **0,08 µm**.

UTILISER LA NOTATION SCIENTIFIQUE

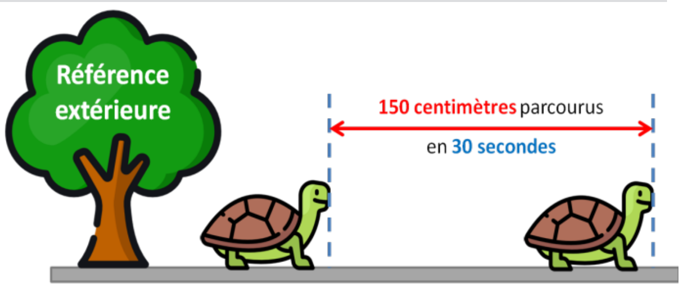
En **notation scientifique,** tout nombre s'écrit comme le produit d'un nombre compris entre 1 et 10 et d'une puissance de 10 :

$$ax10^{n}$$

avec 1 ≤ a < 10 et n : entier positif ou négatif.

Ex. : 300 000 000 m/s se note 3×10^{8} m/s
365,2 se note $3{,}652 \times 10^{2}$
0,0956 se note $9{,}56 \times 10^{-2}$

CALCULER UNE VITESSE



$$v = \frac{distance\ parcourue}{temps\ de\ parcours} = \frac{d}{t} = \frac{150}{30} = 5\ cm/s$$

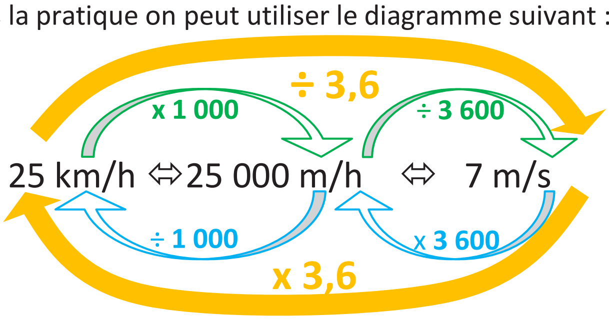
La tortue avance à **5 cm/s** : cela signifie qu'elle parcourt une distance de **5 centimètres en** une durée de **1 seconde**.

CONVERTIR UNE VITESSE

Pour exprimer une vitesse dans l'unité appropriée il est parfois nécessaire de la convertir :

$$v = 25\ km/h = \frac{25\ km}{1\ h} = \frac{25\ 000\ m}{3\ 600\ s} \approx 7\ m/s$$

Dans la pratique on peut utiliser le diagramme suivant :



MANIPULER UNE FORMULE MATHEMATIQUE

Il faut : *Connaître les formules de départ
*Repérer la grandeur à calculer dans l'énoncé
*Isoler la grandeur à calculer en gardant à l'esprit que « les opérations marchent par paires » :
additionner/soustraire et **multiplier/diviser**

Exemple : *Sachant que :* $P = m \times g$

Si le poids et l'intensité de la pesanteur sont donnés dans l'énoncé, il faut calculer la masse :

$$P = m \times g$$

Donc on va diviser chaque membre par g et simplifier :

$$\frac{P}{g} = \frac{m \times g}{g}$$

$$\boxed{m = \frac{P}{g}}$$

Si le poids et la masse sont donnés dans l'énoncé, il faut calculer l'intensité de la pesanteur :

$$P = m \times g$$

Donc on va diviser chaque membre par m et simplifier :

$$\frac{P}{m} = \frac{m \times g}{m}$$

$$\boxed{g = \frac{P}{m}}$$

Si on veut calculer la masse d'une « main de bananes » dont le poids sur Terre est de 5,88 N :

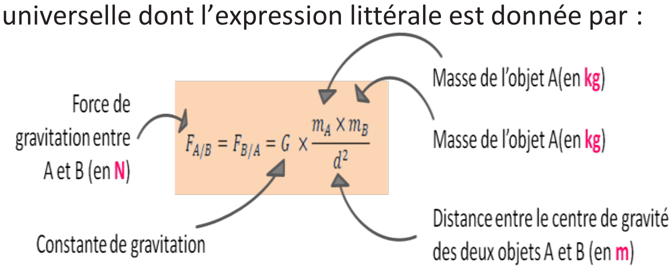
$$m = \frac{P}{g} = \frac{5{,}88\ N}{9{,}8\ N/kg} = 0{,}6\ kg\ soit\ 600g$$

On peut utiliser la même méthode avec les formules :

U = R x I **ρ = m / V** **d = v x t**

CALCULER UNE FORCE DE GRAVITATION

La valeur des forces de gravitation s'exerçant entre deux objets A et B se calcule avec la loi de gravitation universelle dont l'expression littérale est donnée par :

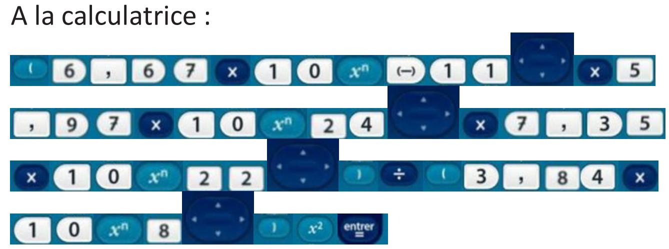


Calculons la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune :

$$F_{T/L} = G \times \frac{m_T \times m_L}{{d_{TL}}^2}$$

$$F_{T/L} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \times 10^{24} \times 7{,}35 \times 10^{22}}{(3{,}84 \times 10^{8})^{2}}$$

A la calculatrice :



L'intensité de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la Lune est de $\mathbf{1{,}98 \times 10^{20}}$ **Newton**.

LES COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES DU CYCLE 4

Deux pages consacrées aux sciences à la fin de votre guide

Amandine LANGREZ - Stéphanie RIVIERE - Isabelle CHARLIER - Denis THEILLET - Pascal DORR