

LE CONVENTIONNALISME ET LA QUESTION DE L'ESPACE

L'analyse d'Henri Poincaré

Stéphane GOMBAUD

Lycée Sarda-Garriga, Saint-André

RÉSUMÉ. – Le conventionnalisme souffre d'un discrédit qui s'explique historiquement par le retentissement de la théorie de la relativité. Toutefois, la pensée épistémologique de Poincaré épouse précisément le développement des géométries non euclidiennes et permet d'établir une dissociation claire entre le raisonnement mathématique et le raisonnement physique le plus formalisé. Pour ces deux raisons, le conventionnalisme présente un intérêt indéniable, en particulier pour aborder la question de l'espace. Il convient seulement d'apprécier cette épistémologie en rapport avec la question initiale qu'elle soulève, de préciser ce à quoi elle s'oppose radicalement, de montrer qu'elle est toujours très utile pour déjouer certaines évidences trompeuses. Le conventionnalisme est en effet un rationalisme qui retient la leçon de Descartes et dépasse par un effort constant d'analyse les productions fossilisées de la raison.

ABSTRACT. – *Conventionalism is discredited which is explained in historical terms by the success of the theory of relativity. However, Poincaré's epistemological thinking accords perfectly with the development of non euclidean geometries and enables us to dissociate clearly mathematical reasoning from the most formal physics reasoning. For these two motives, conventionalism is of undeniable interest, particularly when it comes to the question of space. We only have to take into account this epistemology in connection with the initial question raised, to precise with what it is contrasted, to show that it is always utterly useful to get round certain things which appear deceptively obvious. Conventionalism is a form of rationality which has learnt its lesson from Descartes and by a constant attempt at analysis goes beyond fossilized reasoning.*

« Il faut réfléchir pour mesurer et non pas mesurer pour réfléchir. »
Gaston Bachelard, *La Formation de l'esprit scientifique*.

Les mathématiciens et les philosophes reconnaissent la grande qualité des réflexions épistémologiques d'Henri Poincaré, à la fois profondes et nuancées. Le chapitre V de *La Science et l'hypothèse* (1968) nous surprend. Il est entièrement polémique. Poincaré affirme qu'aucun principe mathématique ne peut être tiré de l'expérience et combat sans nuance la possibilité d'expérimenter la nature de l'espace. En effet, le mathématicien raisonne à partir de principes et non pas de faits ; le physicien expérimente tou-

jours sur des corps et non sur l'espace. Poincaré défend-il la vieille cause de l'idéalisme à l'aide d'arguments surannés ?

En effet, l'illustre mathématicien français semble désavoué par les progrès de la physique au début du XX^e siècle. Einstein produit la théorie de la relativité en utilisant une géométrie riemannienne et, en 1919, lors d'une éclipse, Eddington mesure la déviation des rayons lumineux au voisinage du Soleil. L'espace serait courbe, non euclidien ; théorie puis expérience le prouvent. Par imprudence ou présomption, Poincaré s'est-il fourvoyé ? Pire, s'est-il trompé pour avoir adopté une tournure d'esprit relevant du dogmatisme intransigeant ? Son épistémologie est-elle intrinsèquement fautive ?

Être mesuré, adopter le juste milieu, voilà la sagesse. Depuis Aristote, depuis Cléobule, depuis toujours. Les développements récents de la science le confirment, voilà une des vertus essentielles du scientifique. Tel le colimaçon qui avance timidement ses antennes, le scientifique explorerait le réel avec une infinie prudence, s'il faut en croire ce que Claude Bernard dit de son propre métier. De l'esprit critique, jamais le savant ne devrait se déprendre. Cette image du colimaçon verse dans le ridicule ; le lieu commun qui l'accompagne est équivoque. L'esprit critique, c'est aussi l'audace qu'il y a à présenter une thèse en la défendant, bec et ongles, contre les arguments contraires. Critique contre critique. Dans cette arène, les affirmations peu décidées et les conclusions non décisives sont une piètre parade. L'esprit ne se fortifie d'aucune confrontation frontale avec l'adversaire. Il risque même de se perdre dans les brumes et le flou dont il s'entoure !

Le conventionnalisme de Poincaré est en réalité remarquable d'esprit critique, surtout lorsqu'il s'engage dans la question de l'espace et développe sa thèse centrale : les propositions du géomètre sont tirées de conventions qui elles-mêmes ne sont aucunement tirées de l'expérience. « [...] les principes de la géométrie ne sont pas des faits expérimentaux et [...] en particulier le *postulatum* d'Euclide ne saurait être démontré par l'expérience » (*Ibid.*, p. 95), ce qui ne veut pas dire qu'il n'y a aucun rapport, bien au contraire, entre la géométrie et l'expérience. Il convient de confronter cette thèse à ses adversaires, pour lui rendre justice, en précisant la nature exacte du rapport.

Sans verser dans la polémique, nous verrons à cette occasion si ses adversaires les plus récents, comme ses continuateurs, saisissent la valeur de cette épistémologie. Cet examen sera préparé par l'exposition de la genèse du problème de l'espace jusqu'à sa formulation par Poincaré.

Idéalisme et empirisme. Platon ou Aristote. Livre VI de la *République* ou *Métaphysique*, livre Z. Voilà les deux pôles éternels de la réflexion épistémologique. De quel pôle se rapproche le conventionnalisme ? Pourquoi ?

I. S'engager dans une réflexion épistémologique

Commencer par la justification de son discours, en l'occurrence par la justification d'une approche épistémologique des mathématiques, peut apparaître comme un exercice dilatoire. C'est peut-être le signe précurseur d'une pensée incertaine, un mauvais signe alors ! Mais faut-il faire confiance aux présages ? Cette première partie ne vise pas à réhabiliter l'épistémologie contre des attaques qui seraient injustes. Elle ne vise qu'à clarifier certains points de méthode, sans nier la difficulté du sujet abordé, qui nous plonge parfois dans la perplexité, il faut bien le reconnaître.

A. Une querelle de chapelles ?

Les scientifiques partagent apparemment une même conception de la science. Nombreux sont, à cet égard, les discours qui expriment le sentiment de participer à une aventure collective et désintéressée. Dans l'introduction à *La Valeur de la science* (1970, p. 19), Poincaré précise ainsi que le scientifique vise « la contemplation de la vérité », et non un idéal « négatif » comme soulager les souffrances humaines ou libérer l'homme de certains travaux pénibles. Ces professions de foi soudent sans doute la communauté scientifique autour d'un idéal positif, mais cela ne fait pas disparaître les dissensions. D'une part, la communauté se divise quand il s'agit de juger des méthodes et théories novatrices. Se pose en effet la question de la rectification, voire de l'abandon de la science normale, cette dernière expression entendue au sens de Kuhn. Ces divisions peuvent être considérées comme accidentelles et éphémères. D'autre part, la communauté scientifique se divise lorsqu'elle se met à expliquer ce qu'est la science et produit un discours exotérique. La division de la science exotérique est-elle nécessaire ?

Le cas le plus fréquent est la production par un scientifique d'un discours qui légitime sa foi et qui est aussitôt qualifié de philosophique. Ainsi Eddington essaie-t-il, après 1930, de concilier la relativité et la foi chrétienne héritée de ses ancêtres quakers dans l'exposé des thèses du « subjectivisme sélectif ». Discours parfois passionnants, toujours confus.

Un autre cas est l'incursion dans la philosophie des sciences, l'épistémologie. Il s'agit alors en priorité de rendre compte du développement des connaissances. Cet effort d'analyse est parfois contemporain du développement de la science, comme dans le cas de Poincaré, chercheur et vulgarisateur de génie. Mais l'opposition entre les développements récents de la science et les théories anciennes peut être exagérée. Pour un mathématicien, par exemple, la géométrie d'Euclide, consignée dans les *Éléments*, et une géomé-

trie comme celle de Lobatchevsky, appartiennent à des époques différentes mais il est possible, et même nécessaire, d'envisager synchroniquement la géométrie euclidienne et la géométrie non euclidienne, toutes deux rigoureusement axiomatisées. L'analyse s'enrichit des travaux des historiens de la science mais ne peut s'y limiter.

L'épistémologie est un lieu où les discours s'affrontent plutôt qu'ils ne s'opposent, où se créent par conséquent des chapelles. Le scientifique resté en dehors de ces querelles peut en penser deux choses, non exclusivement l'une de l'autre. Soit le discours scientifique s'est appauvri, obscurci, déforme : perverti ! La philosophie importerait dans le discours épistémologique son obscurité héraclitéenne et son dogmatisme parménidien à défaut de pouvoir continuer à dicter doctement aux scientifiques les premiers principes métaphysiques de leurs sciences ! Soit l'affrontement est causé par la complexité même du sujet abordé, plus complexe que tout objet scientifique pris isolément. La science est et restera problématique pour longtemps.

Nous préférons la seconde hypothèse. Mais surtout nous nous demandons si un scientifique peut réellement rester en dehors de ces querelles. Cela ne va pas de soi. En effet, on peut invoquer une adhésion implicite à une épistémologie de la part de la majorité silencieuse de la communauté scientifique. Ce serait le « phénoménisme », en reprenant le terme utilisé par Bernard d'Espagnat, dans *Penser la science* (1990). Dès lors, engager une réflexion épistémologique apparaît comme étant un loisir nécessaire.

B. Une distribution des prix ?

Penser, c'est peser, juger ou encore estimer. Comment être juste ? Avec Hélène Metzger (1987), nous définissons la conception positiviste de la science comme étant celle qui – à tort – présente l'histoire des sciences comme « l'exposé d'un palmarès de distribution des prix » et qui combine deux approches inadéquates : féliciter certains scientifiques d'autrefois « d'avoir pensé sur tel point particulier ce que nous pensons aujourd'hui » et reprocher aux mêmes ou à d'autres de « s'être éloignés de telle manière de voir qui est devenue la nôtre » (*Ibid.*, pp. 9-12).

Que de reproches adressés à Poincaré, coupable d'avoir prophétisé un développement des théories astronomiques nécessairement appuyé sur la géométrie euclidienne ! Commençons par le flagrant délit : « La géométrie euclidienne n'a [...] rien à craindre d'expériences nouvelles » (Poincaré, 1968, p. 96). « Rien à craindre » : l'expression a clairement pour signification qu'il ne faut pas attendre des physiciens qu'ils énoncent dans l'avenir leurs théories dans une géométrie non euclidienne, car la géométrie euclidienne est plus

simple ou mieux adaptée, ou plus commode ou encore plus avantageuse. Derrière l'ensemble de ces qualificatifs, il y a bien l'idée d'une supériorité pratique et théorique de la géométrie euclidienne.

Une rectification s'impose toutefois. S'il y a délit, il n'est pas flagrant. Revenons au texte, cessons d'isoler la proposition incriminée. Par exemple, au début de la troisième partie de *La Science et l'hypothèse*, Poincaré affirme qu'il admettra la géométrie euclidienne de même que le temps absolu mais il précise « provisoirement », en portant l'accent sur l'adverbe ! Ainsi il renvoie à la quatrième de ses thèses centrales, peut-être la plus importante :

« Enfin notre géométrie euclidienne n'est elle-même qu'une sorte de convention de langage ; nous pourrions énoncer les faits mécaniques en les rapportant à un espace non euclidien qui serait un repère moins commode, mais tout aussi légitime que notre espace ordinaire ; l'énoncé deviendrait ainsi beaucoup plus compliqué ; mais il resterait possible » (*Ibid.*, p. 112).

Dans l'introduction de *La Valeur de la science*, il évoque à nouveau ces « cadres » de l'espace et du temps qui semblent naturels, « dans lesquels la nature nous paraît enfermée », mais qui doivent être considérés comme n'ayant qu'une « valeur relative » (1970, p. 21). Et Poincaré se propose de montrer la relativité de ces cadres, comme cadres qualitatifs, et non plus quantitatifs, d'où les chapitres II, III et IV de ce nouveau livre.

La tentation à laquelle nous ne céderons donc pas consiste à valoriser un Poincaré mathématicien, le contemporain de Klein ou de Lie, et de dévaloriser un Poincaré physicien, le prédécesseur d'Einstein, Minkowski, Eddington, etc. Cette tentation est celle de l'épistémologie qu'on pourrait qualifier de minimale plutôt que de phénoméniste, qui aurait des sympathies pour le formalisme lorsqu'il est question de la mathématique et des sympathies pour l'empirisme lorsqu'il s'agirait de penser les sciences de la nature. L'alliance du formalisme et de l'empirisme ne va pourtant pas de soi.

C. Une définition préliminaire du conventionnalisme

L'assimilation des géométries à des « conventions de langage » caractérise la position de Poincaré. Nous saisissons l'occasion pour préciser ce qu'il faut entendre par le terme de « conventionnalisme », espérant ainsi montrer que l'ensemble de l'exposé repose bien sur la volonté d'éviter les querelles inutiles.

La troisième partie de *La Valeur de la science* est précieuse car Poincaré y distingue son épistémologie du « conventionnalisme » présenté par un de ses premiers disciples, Édouard Le Roy. Pour ce dernier (*Ibid.*, p. 151) :

« La Science n'est faite que de conventions, et c'est uniquement à cette constance qu'elle doit son apparente certitude ; les faits scientifiques, et *a fortiori* les lois, sont l'œuvre artificielle du savant ; la science ne peut donc rien nous apprendre de la vérité, elle ne peut nous servir que de règle d'action. »

Poincaré précise que cette doctrine est en réalité un nominalisme, auquel il ne souscrit nullement. Lorsque Raymond Boudon (1995) présente les travaux des sociologues postmodernes comme conventionnalistes, c'est à un conventionnalisme du type de celui de Le Roy qu'il faut penser, non à Poincaré ! Cette épistémologie est bien une variante du nominalisme, qu'on peut encore caractériser avec Boudon d'« hyper-empirisme ». Retenons les assertions suivantes du conventionnalisme de Poincaré :

- La science n'est pas un ensemble de règles d'action mais un discours permettant un ensemble d'actions réglées, qui produit des prévisions, relativement précises.

- Le savant ne crée ni le fait brut, ni le fait scientifique ; en considérant que « le fait scientifique n'est que le fait brut traduit dans un langage commode » (Poincaré, 1970, p. 161) et que « tout ce que crée le savant dans un fait, c'est le langage dans lequel il l'énonce » (*Ibid.*, p. 162).

- Convaincu de devoir réviser une théorie, le scientifique peut librement adopter l'attitude réaliste ou l'attitude nominaliste mais il sera alors guidé par des considérations de commodités si puissantes qu'en fait son libre arbitre est inexistant.

- La connaissance scientifique se décompose en lois révisables et en principes qui ne sont plus soumis au contrôle expérimental mais qui doivent être commodes pour être maintenus comme principes et non relégués au rang des lois à réviser.

Aussi Poincaré est-il confiant dans l'objectivité de la science, soulignant sa valeur de synthèse et, lyrique, peut conclure :

« [...] la seule réalité objective, ce sont les rapports de choses d'où résulte l'harmonie universelle. Sans doute ces rapports, cette harmonie ne sauraient être conçus en dehors d'un esprit qui les conçoit ou qui les sent. Mais ils sont, deviendront, ou resteront communs à tous les êtres pensants » (*Ibid.*, p. 184).

À l'objectivité scientifique correspond ainsi une subjectivité particulière qui essaie de se rapprocher d'un idéal, celui de la raison. Nous irons donc jusqu'à dire que le conventionnalisme est proche dans l'esprit du rationalisme cartésien.

II. Les premières interrogations sur la nature de l'espace

D'après Rudolph Carnap (1973) et Jeremy Gray (2000), le caractère problématique de la question de l'espace liée à la géométrie euclidienne est apparu pour la première fois à Gauss. Il y a là un point relativement mystérieux de l'histoire des sciences, néanmoins important. En l'exposant de manière critique, nous essaierons d'approfondir notre compréhension du conventionnalisme.

A. Gauss, inventeur de la géométrie non euclidienne et de la question de l'espace

Carl Friedrich Gauss est sans conteste l'un des initiateurs de la géométrie non euclidienne. Il a poursuivi avec un intérêt manifeste ses recherches, établissant la notion de courbure d'une géométrie intrinsèque. Dans une voie analogue à celle de Riemann, il a poussé suffisamment loin la construction d'une géométrie non euclidienne pour être assuré de sa cohérence, de sa consistance. Or Gauss n'a pas rendu publics tous ses résultats, les consignait dans ses carnets. Ainsi, il a attendu que Riemann communique ses travaux en 1854 pour lui accorder son soutien. Soutien qu'il avait auparavant refusé à Bolyai, au prétexte que ses travaux n'étaient pour lui aucunement instructifs. Pourquoi évoquer Gauss dans ces conditions ? Parce qu'on lui attribue la paternité de la première expérience pour établir si l'espace est véritablement euclidien ou non ! Il semble donc que l'édification d'une géométrie non euclidienne, conçue comme invention d'une réalité consistante, suscite irrésistiblement une interrogation relative à la structure de l'espace. Le questionnement peut enfin trouver une formulation dialectique. Conséquemment l'esprit ressent le devoir de lancer l'examen¹.

B. Mesurer la courbure de l'espace ?

D'une certaine façon, les incertitudes qui entourent cette expérience sont intéressantes. Il n'est pas certain que Gauss ait réalisé son projet de mesure expérimentale, concernant la somme des angles du triangle formé par les trois sommets entourant Göttingen. Le but du projet est aussi incertain. S'agit-il de tester la nature euclidienne de l'espace en déterminant que son degré de courbure est nul ? S'agit-il d'appliquer à des mesures répétées une théorie de la dispersion probable des mesures, ceci présupposant la nature euclidienne de l'espace ?

1. Les vérifications de Cournot

Dans le second cas, Gauss resterait attaché à l'esprit dominant, c'est-à-dire à la conception cartésienne de la raison autant qu'à l'esthétique transcendantale de Kant. Il n'y aurait guère de différences entre sa position et celle d'un Cournot qui, en 1860, écrit :

« On démontre en géométrie que la somme des angles d'un triangle vaut deux angles droits : c'est ce qu'on peut vérifier en mesurant avec un rapporteur les trois angles d'un triangle tracé sur le papier, en mesurant avec un graphomètre les trois angles d'un triangle tracé sur le terrain, et en faisant la somme » (Cournot, 1982, p. 12).

Il est supposé que la mesure des angles de tout triangle, aussi grand soit-il, donnera toujours le même résultat, qui est le bon résultat ou le seul possible, abstraction faite des erreurs de mesure. Par coquetterie, Cournot précise en effet (*Ibid.*, p. 13) :

« La vérification ne sera pas absolument rigoureuse, parce que la mesure d'une grandeur continue comporte toujours de petites erreurs : mais on s'assurera, en multipliant les vérifications, que les différences sont tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, et qu'elles ont tous les caractères d'erreurs fortuites. On n'établit pas d'une autre manière les lois expérimentales de la physique. »

Cournot multiplie les « vérifications », parce qu'il est assuré *a priori* du résultat. Sa raison ne peut pas le tromper, pas plus que la raison de Descartes ne peut le tromper, en produisant le *cogito* et en professant l'impossibilité du vide ! Représentant la raison des « béotiens », suivant le qualificatif même de Gauss, Cournot pointe néanmoins la difficulté propre de la mesure, comme mesure du continu et donc mesure nécessairement approximative : l'imprécision de la mesure relève du hasard objectif et non subjectif.

2. La recherche d'une anomalie

Dans le premier cas, le plus plausible, le projet de Gauss serait le projet d'un esprit nouveau. Il anticiperait les projets de Lobatchevsky et de Riemann. La mesure viserait l'établissement d'une anomalie, d'un fait nouveau polémique clairement en désaccord avec le dogme de l'espace euclidien. Comme l'observation du pendule de Foucault relativement au dogme géocentrique, la mesure serait une expérience cruciale.

Poincaré présente et dénonce le projet de Lobatchevsky au paragraphe III du chapitre V de *La Science et l'hypothèse*. Examinons d'abord la présentation du projet (1968, p. 95) :

« Si la géométrie de Lobatchevsky est vraie, la parallaxe d'une étoile très éloignée sera finie, si celle de Riemann est vraie, elle sera négative. Ce sont là des résultats accessibles à l'expérience et on a espéré que les observations astronomiques pourraient permettre de décider entre ces trois géométries. »

La troisième est bien évidemment la géométrie euclidienne pour laquelle la parallaxe est nulle. Mesurer des triangles terrestres ou stellaires revient au même. Il s'agit toujours de mesurer les angles d'un triangle parcouru par un rayon lumineux. L'avantage de l'observation astronomique tient au fait que le triangle expérimental est très grand. En géométrie riemannienne, la somme des angles d'un triangle s'accroît avec la grandeur du triangle mesuré, et inversement pour la géométrie hyperbolique de Lobatchevsky. Ce dernier a tenté l'expérience. En vain car il n'a pas obtenu de mesures précises. Pourquoi Poincaré refuse-t-il l'expérience ?

III. La thèse conventionnaliste relative à l'espace

Refuser l'expérience, qu'est-ce que cela veut dire ? Deux choses. Premièrement, que certaines expériences, les mesures, ne donnent aucun renseignement sur la question de la nature de l'espace. Deuxièmement, que d'autres expériences, les observations de faits bruts et constructions éventuelles, qui renseigneraient réellement sur l'espace nous apprendraient seulement que l'esprit est libre de le supposer euclidien. Ou non euclidien, par conséquent.

A. Précisions sur le rôle de l'expérience en géométrie

Dans la conclusion du chapitre IV de *La Science et l'hypothèse*, on lit : « [...] l'expérience joue un rôle indispensable dans la genèse de la géométrie ». Il semble que ce soit une concession faite à l'empirisme mais Poincaré, immédiatement, nous détrompe : « mais ce serait une erreur d'en conclure que la géométrie est une science expérimentale, même en partie » (1968, p. 93).

Psychologiquement, quelle est l'origine des idéalités mathématiques ? L'empirisme renvoie à la capacité d'abstraction comme si ces idéalités n'étaient que des perceptions ou des impressions dépouillées de leurs caractéristiques particulières. D'où une abstraction négative. L'abstraction du géomètre est, selon Poincaré, un effort d'un autre ordre, l'effort positif de l'entendement pour saisir des constances. Suivant Felix Klein, il observe que l'explication historico-empirique de la genèse des mathématiques ne peut, en aucune manière, rendre compte du propre des objets mathématiques, de leur perfection. La perception est approximative et provisoire, pas la géométrie. S'il faut refuser l'empirisme, c'est qu'il faut éviter de confondre mathéma-

tiques et physique là où ces sciences se rencontrent, dans la mécanique, mieux la mécanique céleste. L'une considère des solides naturels ayant des changements d'états suivant certaines lois ; l'autre est purement formelle. Des solides naturels aux solides idéaux, il y a une solution de continuité.

Poincaré envisage le « rôle indispensable » de l'expérience à la suite d'un raisonnement double. D'une part, la raison pure est incapable d'avoir, par ses seules ressources, l'intuition de formes ou d'un *continuum* amorphe, l'espace dans lequel ces formes se situeraient. C'est la raison incarnée, qui fait l'expérience de sa situation mouvante dans le monde, qui seule peut avoir cette intuition. D'autre part, la raison incarnée n'aurait pas conçu de géométrie euclidienne s'il n'y avait eu aucun corps solide, ou à peu près, dans la nature. Aussi, la raison incarnée, ayant la perception de ses mouvements corporels et des solides l'environnant, peut construire naturellement une géométrie euclidienne. Cela ne veut pas dire que l'esprit conçoit les formes géométriques à partir de la perception d'objets sensibles ayant une forme géométrique caractéristique (le cercle tiré de la perception de la Lune, l'hexagone de la perception des cellules d'abeilles, etc.). Cela ne veut pas dire non plus que, de l'espace perçu en trois dimensions par la vue et le toucher, se tire l'idée d'un espace tridimensionnel infini et isotrope. C'est de la perception et de la localisation des corps solides quelconques que s'opère la genèse de la géométrie euclidienne ! En effet, l'esprit peut dissocier leurs changements d'état et leurs changements de position. Le corps solide conserve globalement son état en changeant de position. Une idée primitive de courbe est alors possible, l'esprit mettant en relation deux positions successives d'un solide en mouvement. D'autres relations donnent l'idée primitive d'angle, ou celle de surface, etc., et l'espace géométrique se remplit d'objets à définir, à construire. La genèse de la géométrie, c'est l'identification de relations possibles entre des objets. Aussi, l'espace géométrique est postérieur au corps et aux mouvements de ses membres, logiquement postérieur au groupe des déplacements qui le génère, historiquement postérieur au choix guidé par l'expérience du sous-groupe pour générer un point de l'espace. L'espace est « une sorte d'étalon » adapté à nos perceptions (*Ibid.*, p. 107).

La position idéaliste de Poincaré ainsi fondée théoriquement, ce qui nous intrigue, c'est la possibilité des sciences de la nature, les caractéristiques des sciences expérimentales. La plupart des physiciens sont empiristes ! Ils ne s'en cachent pas. La physique de Descartes est pour eux un contre-exemple éclairant. Théorie des tourbillons, négation du vide, déduction des lois à partir de premiers principes fantaisistes : cette physique incarne l'impasse dans laquelle l'idéalisme s'est précipité au XVII^e siècle, marquant en profondeur le

développement de la science française. D'où la troisième partie de *La Science et l'hypothèse* et son *mea culpa* initial (*Ibid.*, p. 111) : « Les Anglais enseignent la mécanique comme une science expérimentale ; sur le continent on l'expose toujours plus ou moins comme une science déductive et *a priori*. Ce sont les Anglais qui ont raison. » D'où la nécessité de dissocier ce qui est expérience, ce qui est raisonnement mathématique, ce qui est convention et ce qui est hypothèse dans les théories des physiciens.

Mais entre les conclusions idéalistes du chapitre IV et cette troisième partie qui mettra en valeur Newton, Maxwell et les autres héros de l'expérience, le chapitre V s'intercale.

B. Une réflexion décisive ou superfétatoire ?

Les chapitres III et IV auraient dû permettre de venir à bout des préjugés « présents dans bien des esprits » auxquels renvoie l'introduction de *La Science et l'hypothèse*. Ces préjugés ordinaires rendent incertaine l'épistémologie des mathématiques « pour bien des gens du monde, pour les lycéens qui reçoivent les premières notions de physique » mais encore pour bien des savants, qui « rêvaient de construire le monde » en s'appuyant sur la raison pure, la métaphysique, « en empruntant à l'expérience aussi peu de matériaux que possible ». Il s'agit de tout un réseau d'évidences trompeuses amenant un optimisme exagéré dans les pouvoirs de la science, qui pourrait lever tous les mystères, nous rapprocher du Créateur, nous faire découvrir la Vérité : « De chaque expérience, une foule de conséquences pourront sortir par une série de déductions mathématiques, et c'est ainsi que chacune d'elles nous fera connaître un coin de l'Univers » (*Ibid.*, p. 23).

La *doxa* adhère au jugement : « La logique de la science est infaillible » (*Ibid.*, p. 23). C'est confondre la vérité, comme adéquation de l'esprit et de l'être réel, avec la validité des raisonnements qui, pour être assurée dans la forme du syllogisme ou de toute autre démonstration, ne donne à l'être humain qu'un savoir hypothétique et partant relatif.

Relatif mais pas incomplet ou imparfait si l'on entend par là que la communauté scientifique peut le reprendre, génération de chercheurs après génération de chercheurs, et le compléter, le rendre plus rigoureux en venant progressivement à bout des hypothèses non encore prouvées.

La science est hypothétique. C'est ce qu'on constate pour les sciences de la nature mais aussi pour les sciences formelles, pour la physique comme pour les mathématiques ! Poincaré distingue trois types d'hypothèses :

- les unes vérifiables ou trompeuses ;

- les autres invérifiables et incapables d'induire à l'erreur, qui fixent la pensée ;

- les dernières étant des définitions déguisées.

Ainsi, Galilée mesure la durée de la chute d'un corps soumis à des frottements et décide, d'une manière qui peut être considérée comme arbitraire, que cette mesure peut représenter la durée de la chute libre. Ce premier type d'hypothèse, propre au physicien, se trouve à la base des théories scientifiques (Kuhn, 1990). Pour mesurer une durée, comme pour toute mesure, il faut un étalon. La fixation de l'étalon correspond au second type d'hypothèses. Enfin, décrivant la chute du corps comme se produisant dans l'axe d'une droite, nous pouvons préciser que la droite est la seule courbe qui a la propriété suivante, être une ligne « telle qu'une figure dont fait partie cette ligne ne peut se mouvoir sans que les distances mutuelles de ses points varient et de telle sorte que tous les points de cette ligne restent fixes » (Poincaré, 1968, p. 97).

En réalité, il ne s'agit pas d'une définition mais d'une nouvelle hypothèse, la convention déguisée, car il est logiquement équivalent de dire que la droite est définie comme étant la figure qui, etc. ou que la droite a la propriété d'être la figure qui, etc. De même, la loi de la chute des corps établie par Galilée définit en réalité implicitement la chute libre. L'hypothèse est donc répandue en physique et essentielle pour la géométrie, car il convient avec Poincaré de généraliser. Robert Blanché (1955, p. 40) conclut ainsi son chapitre sur les définitions par postulat :

« On comprend comment Poincaré pouvait dire, à propos des postulats de la géométrie euclidienne, que ce sont des définitions déguisées : l'ensemble des postulats euclidiens constitue en effet une définition implicite de l'ensemble des notions euclidiennes. »

Les conventions sont au cœur de la science, non pas des échafaudages utilisés pour son édification, mais bien au cœur de la science édifiée. Grâce à elles, dans les limites liées à la finitude humaine, l'esprit humain peut accéder à la vérité et le sceptique n'a pas raison de dire qu'il faut douter de tout. Il faut douter de la proposition admise implicitement sur laquelle on fait reposer le raisonnement. En effet, on n'a pas établi la vérité de cette prémisse. Tout change lorsque l'esprit procède méthodiquement, suivant l'ordre des raisons, à partir de premiers principes conventionnels. En droit, ces conventions peuvent être remplacées à la base d'une géométrie par d'autres conventions, différentes et équivalentes, mais jamais le remplacement ne doit intervenir en cours de démonstration comme si l'axiome retenu initialement était douteux. Il ne l'est pas car, isolément, il n'est pas porteur de sens. Après la position de l'axiome, il devient impossible de douter de sa valeur cognitive. Ainsi, l'axio-

me qui n'est pas absolument arbitraire reçoit une justification heuristique mais perd toute vérité intrinsèque.

Même les préjugés les plus bénins en apparence n'en sont pas moins redoutables ! Ils peuvent compromettre notre compréhension d'ensemble d'une théorie ou d'une discipline. Ce sont des grains de sable dans la machine qu'est l'intelligence. Notre esprit renferme-t-il d'autres préjugés que les préjugés scolaires communs, qui passent plus inaperçus encore ? Ou alors ces mêmes préjugés resurgissent-ils, légèrement modifiés, tout juste métamorphoses pour échapper à la critique ? Poincaré évoque des préjugés difficiles à éradiquer qui se cristallisent en « une idée fausse ». Contre elle, il faut utiliser le doute méthodique.

Qu'est-ce en fait que ce cinquième chapitre ? C'est donc l'enchaînement d'arguments tous opposés à la même idée. Huit arguments qui se succèdent. Deux premiers arguments, décisifs. Deux arguments complémentaires, polémiques et critiques. Deux autres arguments, définitifs. Enfin dans un « Supplément », deux arguments adventices. Ces deux derniers arguments sont repris d'une argumentation antérieure, publiée dans la *Revue de métaphysique et de morale* et dans *The Monist*, ils sont l'objet des développements de *La Valeur de la science*, au chapitre III, sous un angle d'approche modifié. Une image s'impose, celle de l'avalanche argumentative pour ensevelir l'idée fausse. Poincaré imagine tous les arguments qu'on pourrait produire à l'encontre du conventionnalisme géométrique et produit par avance les contre-arguments qui les défont. Il tâche de n'en oublier aucun.

C. Une argumentation éristique ?

Nous sommes donc en présence d'un monument argumentatif. Mais on pourrait aussi bien dire un monstre. D'où la question : un sophiste vraiment habile s'y serait-il pris de cette manière ? Si, par « sophiste habile », on entend celui qui a effectivement et durablement emporté l'adhésion de la foule, il faut reconnaître que Poincaré n'est pas ce personnage. Russell, Bachelard, Ullmo, Bourbaki, Reichenbach, Popper, Delahaye, ont rejeté les conclusions du conventionnalisme. Au passage, on reconnaîtra dans cette liste, des philosophes et des mathématiciens, des formalistes et des positivistes. La foule n'a pas été séduite ! Un meneur l'a dressée contre Poincaré, c'est Hilbert.

Les raisonnements ont sans doute été lus très attentivement, et sans nul doute compris. Pourquoi cette impuissance à convaincre ? Pourquoi ce refus du conventionnalisme ?

Remarquons d'abord qu'il est psychologiquement différent d'apprécier un texte exposant une thèse et un texte contredisant une thèse. Les Anciens dis-

tinguaient ainsi l'art de la persuasion, ou rhétorique sophistique, et l'art de la réfutation, ou dialectique sophistique. La rhétorique développe à plaisir des idées, exemples, arguments d'autorité, sensibilisant progressivement son public à une cause. La dialectique a pour but d'éveiller l'inquiétude du public, de le conduire à des interrogations, rapidement, en prenant conscience d'apories, de dilemmes, de paradoxes. Poincaré se fait dialecticien en abordant la question de l'espace. Il ne s'agit pas, pour lui, d'endormir les esprits par un discours séduisant.

L'argumentation de *La Science et l'hypothèse* dénonce une suite d'absurdités. Sans conteste, on peut la rapprocher des discours sophistiques. Poincaré force le trait, verse dans la satire. Ainsi, on trouve au paragraphe VI du cinquième chapitre la dénonciation des calculs de la courbure de l'espace menés à partir des lois physiques comme étant similaires à ces calculs censés établir l'âge du capitaine à partir des données de son bateau mises en équation ! Au paragraphe VII, Poincaré suppose qu'une certaine construction est réalisable et même facilement réalisable, à la portée du « premier mécanicien venu » (1968, p. 104). Il ne s'agit que de construire en réduction un monde non euclidien, une grande sphère caractérisée par un important gradient de température décroissant du centre vers la périphérie dans laquelle on déplacerait deux types de polyèdres extrêmement dilatables ! Sans doute il n'y a là rien d'inimaginable². Cette sphère symbolise bien un monde non euclidien. Comme la pseudo-sphère de Beltrami, elle vaut comme représentation intuitive d'un formalisme qui s'écarte profondément de l'intuition vulgaire et apparaît donc comme une série de raisonnements non fondés, de spéculations vides de sens. Poincaré cherche-t-il à renforcer notre conviction en faisant comme s'il était intimement persuadé que cette sphère imaginaire sera effectivement réalisée par un bricoleur, un amateur ? Si c'est le cas, son habileté rhétorique est discutable !

D. Le cœur de l'argumentation

Souignons qu'au sein de la foule, des voix discordantes se font entendre. Elles sont loin d'être majoritaires, mais elles n'en sont pas moins essentielles. Ainsi, Carnap défend Poincaré dans un chapitre de sa *Philosophie des sciences physiques* intitulé « Poincaré contre Einstein », montrant en fait que ces deux « phares » de la science se rejoignent sur des points essentiels, partagent globalement une même approche critique, quoi qu'en pensent leurs successeurs. D'où l'estime réciproque, d'où la position des problèmes dans des termes similaires ! Autre exemple : Bernard d'Espagnat (1990) qui a une prédilection pour l'exercice qui consiste à « briser des moules de pensée », selon sa propre formule. Il pose la question de la valeur paradigmatique des

théories des *quanta* et de la relativité qui imposent le principe de covariance relativiste et la courbure locale de l'espace. Il fait alors remarquer que le succès des théories de Bohr et d'Einstein ne signifie aucunement que les anciens points de vue, de Lorentz et de Poincaré, ne se sont pas avérés. Le physicien peut refuser de nier la négation du temps universel, à condition de ralentir les horloges de référentiels particuliers par une contraction de Lorentz *ad hoc*. De même, il peut nier la courbure de l'espace avec Poincaré en introduisant des forces *ad hoc* courbant les rayons lumineux. Renvoyant à l'étude de J. S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Espagnat ajoute qu'il ne s'agit pas là d'une possibilité farfelue mais d'un choix qui se justifie pour des cas spéciaux, dans lesquels les paradigmes dominants trouvent leurs limites. D'où cette conclusion : l'épistémologue peut aller « jusqu'à se demander si les difficultés que rencontre l'interprétation de la physique quantique ne conduiront pas un jour à un retour de faveur de cette manière [celle de Lorentz et de Poincaré] de voir les choses » (1990, p. 146)³.

Il suffit d'être un peu imaginatif. Pourquoi pas ? Examinons donc le paragraphe IV qui répond à Lobatchevsky. Quelle est sa force réelle ?

« Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux. Si donc, par impossible, on venait à découvrir des parallaxes négatives, ou à démontrer que toutes les parallaxes sont supérieures à une certaine limite, on aurait le choix entre deux conclusions : nous pourrions renoncer à la géométrie euclidienne ou bien modifier les lois de l'optique et admettre que la lumière ne se propage pas rigoureusement en ligne droite » (Poincaré, 1968, pp. 95-96).

La rectitude des rayons lumineux est conventionnelle. La mesure de la parallaxe est impossible au sens où elle ne peut être rigoureuse ; en effet, le physicien ne connaît pas la constante de proportionnalité et n'a aucune raison de la supposer très petite, donc négligeable. Imaginons toutefois que l'expérience soit possible et donne des mesures qui indiquent une courbure non nulle, aucune preuve décisive n'aurait pour autant été fournie ! La nature euclidienne est en effet une sorte de principe et la rectitude des rayons une loi. L'expérience peut donc susciter les deux attitudes, réaliste ou nominaliste. Avec la première, le principe est considéré comme erroné et on adopte une géométrie non euclidienne. Avec la seconde, le principe est conservé, car toujours considéré comme commode, et la loi modifiée. D'où l'invention d'une loi chargée de courber les rayons.

Le paragraphe V renchérit. Considérons la droite géométrique. Peut-on la trouver dans l'espace par une mesure, à l'aide d'un étalon quelconque ? La propriété géométrique de la droite (cf. *supra*) n'est aucunement un critère absolu.

Conjointement, la droite est une géodésique euclidienne, c'est-à-dire une géodésique pour la grandeur appelée communément distance, et une géodésique quelconque, non euclidienne, est la ligne ayant cette propriété pour une grandeur autre, arbitrairement choisie, la distance non euclidienne qui est fonction de la courbure gaussienne de l'espace. D'où une aporie indépassable :

« Mais comment reconnaîtra-t-on par expérience si elle [la rectitude euclidienne] appartient à tel ou tel objet concret [une règle étalon ou un rayon lumineux] ? Il faudra mesurer des distances, et comment saura-t-on que telle grandeur concrète que j'ai mesurée avec mon instrument matériel représente bien la distance abstraite ?

On n'a fait que reculer la difficulté » (*Ibid.*, p. 97).

Dès lors que je cesse de supposer la distance abstraite comme étant euclidienne (ou non euclidienne aussi bien), je ne dispose plus d'aucun étalon concret pour mesurer des distances concrètes, supposées être indicatives de la nature de l'espace. L'étalon n'est utile qu'une fois posée l'hypothèse de la nature de l'espace. Cette hypothèse est inaccessible en droit à toute expérience. À cette aporie convient donc une conclusion symétrique, qui ne conclut rien sur l'espace mais seulement sur l'instrument pour appréhender l'espace qu'est la géométrie : « Aucune expérience ne sera jamais en contradiction avec le *postulatum* d'Euclide ; en revanche, aucune expérience ne sera jamais en contradiction avec le *postulatum* de Lobatchevsky » (*Ibid.*, p. 97).

Pourquoi la question de l'espace induit-elle l'esprit en erreur ? Cela tient à la grande proximité entre le raisonnement de l'empiriste sur l'espace et le raisonnement scientifique valide, qui porte sur des principes expérimentaux. Par exemple, Poincaré n'exclut aucunement que des expériences sur l'éther soient probantes, critiques, même s'il n'a connaissance d'aucune d'entre elles. De plus, un mathématicien intuitif, comme Klein confronté à une question de la théorie des fonctions (« savoir si sur une surface de Riemann donnée, il existe toujours une fonction admettant des singularités »), ne s'embarrasse pas de considérations logiques lorsqu'il a une intuition. Il est dans l'impasse et imagine naturellement de passer à l'expérimentation : « Il remplace sa surface de Riemann par une surface métallique dont la conductibilité varie suivant certaines lois. Il met deux de ses points en communication avec les deux pôles d'une pile » (Poincaré, 1970, p. 28). Poincaré l'approuve, le donne même en modèle. Mais en modèle d'inventeur d'une solution démontrable, correspondant à un problème bien posé.

IV. L'intérêt de l'épistémologie conventionnaliste

Voici trois grilles de lecture pour aborder la question de la nature de l'espace telle qu'elle s'est posée, dans le contexte du XIX^e siècle, contexte de crise, et telle qu'elle continue à se poser. En témoignent les écrits récents de certains mathématiciens qui jouent actuellement un rôle dans la vulgarisation du savoir mathématique. Au XIX^e siècle, les scientifiques ont été confrontés au soupçon selon lequel l'espace euclidien pouvait n'être qu'une notion artificielle et trompeuse. Le soupçon s'est imposé à tous. Comme nous venons de le voir, tous ne lui ont pas accordé la même signification et tous ne l'ont pas mis à profit de la même manière. Cette histoire n'a pas davantage porté d'enseignement indiscutable. On peut encore s'interroger sur sa leçon véritable.

Nous aborderons cette partie par une double référence philosophique. En effet, la référence à Descartes nous permet de saisir pourquoi certains développements des mathématiques ont été considérés comme étant problématiques. La référence plus précise à Kant nous permettra d'entrevoir ultérieurement comment il se fait que les réponses pour sortir de ces impasses ont divergé et ont abouti à une situation d'affrontement. Bertrand Russell, par exemple, s'oppose à Poincaré, l'affrontement étant alors – il faut le souligner – des plus pacifiques et courtois !

Enfin nous risquons une interprétation du constat très étonnant selon lequel nombre de mathématiciens aujourd'hui évoquent la question de l'espace comme si Poincaré n'avait rien écrit à ce sujet.

A. Fiction et réalité

Descartes représente à juste titre le rationalisme moderne. Cependant, le rationalisme ne doit pas être assimilé à sa caricature, celle du cartésianisme au sens malheureusement courant du terme, véhiculant un amalgame de soi-disant excès de la rigueur et de la règle, de la défiance à l'égard de l'imagination et du sentiment.

Le mathématicien est rationnel au sens où il construit, à l'aide de sa raison, ses concepts. Aussi, il prouve et, semble-t-il, subit en même temps la puissance de l'esprit. Par leur caractère achevé, ses concepts paraissent avoir une vie propre, indépendante, éternelle. Ils apparaissent comme transcendants. Ils exigeraient, en quelque sorte, que les hommes qui les construisent les pensent d'une manière déterminée, en étant dans l'incapacité de nier leur essence. La raison, alors, ce n'est pas la méthode comme cheminement confortable dans la voie de l'objectivité. Ici, la raison a quelque chose d'étonnant. L'étonnement se renforce lorsque la raison se met à contredire le sens

commun ; elle anéantit en effet certaines des intuitions qui forment le bon sens ou l'accompagnent naturellement. La raison, c'est aussi le bon sens, mais alors le bon sens qui se révisé de manière surprenante, stupéfiante.

Précisons ce qui pose problème par un retour à la troisième des *Méditations métaphysiques* de Descartes (1979). Ayant utilisé le doute radical et découvert le *cogito*, Descartes vient de tirer une conclusion capitale de ses méditations antérieures : « Toutes les choses que nous concevons fort clairement et fort distinctement sont toutes vraies. » Clarté : il s'agit du pouvoir de percevoir tous les éléments de la chose. Distinction : du pouvoir de ne pas confondre cette chose avec une autre. D'où un principe méthodique qui s'impose. Il faut utiliser ce double critère de la vérité, bien entendu. Mais comment ? Mes idées sont toutes ces pensées qui sont en moi « comme les images des choses ». La règle est de séparer les idées claires et distinctes de toutes les autres. Soit. Mais la plupart de mes idées contiennent ou peuvent contenir une part d'obscurité, parfois très minime, mais suffisante pour qu'elles ne soient pas considérées comme d'authentiques idées claires. Comment sortir du doute ?

Ajoutons qu'il convient de distinguer la réalité objective de la réalité formelle de l'idée. L'ensemble de mes idées regroupe :

- les idées qui sont nées avec moi, innées ;
- les idées étrangères et venant du dehors, acquises ;
- les idées faites et inventées par moi-même, fictives.

Descartes précise ce point important :

« Pour ce qui concerne les idées, si on les considère seulement en elles-mêmes, et qu'on ne les rapporte point à autre chose, elles ne peuvent à proprement parler être fausses ; car soit que j'imagine une chèvre ou une chimère, il n'est pas moins vrai que j'imagine l'une et l'autre » (*Ibid.*, pp. 102-103).

Il y a une vérité de l'idée fictive considérée dans sa réalité formelle alors que la fausseté de sa réalité objective ne fait aucun doute. Il ne suffit pas que mes idées soient cohérentes pour qu'elles renvoient à une réalité objective. La chèvre ayant une réalité objective, contrairement à la chimère, n'a pas pour autant de réalité formelle ayant seule une vérité ou plus de vérité. Jean Fourastié (1966, p. 196) commente ainsi cette méditation cartésienne :

« Il suffit que notre cerveau enfante des représentations ou des idées, même purement imaginaires, pour qu'elles prennent une réalité ; nous leur donnons l'existence, et le monde n'est plus le même que si elles n'existaient pas ; et non seulement notre monde à nous, notre monde cérébral à nous ; car nous pouvons par le dessin, par le son, par la parole, par l'écrit leur donner aussi l'existence et dans la matière et dans le cerveau des autres hommes. »

Une interrogation doit tarauder l'esprit de tout rationaliste un peu conséquent, qui a conscience de n'avoir pas la clé qui permet d'échapper au doute et de trier sans peine toutes ses idées et qui, de surcroît, n'a aucune raison de supposer qu'autrui soit en possession de ce qui lui manque.

C'est ce qui arrive à Poincaré et à ses lecteurs qu'il amène à la conscience de l'acuité de l'interrogation lorsqu'elle concerne l'espace. Reconstituons le dialogue intérieur qui résulte de cette agitation intellectuelle produite au XIX^e siècle par les géomètres, par Gauss et consorts.

L'espace non euclidien, est-ce une chimère ? Peut-être ! Est-ce une chimère pour cela seul qu'on a pris l'habitude de considérer l'espace euclidien comme une chèvre ? Certainement pas !

L'espace euclidien, est-ce une chèvre ou une chimère ? Est-ce une idée qui ne renvoie à rien de réel en dehors de moi, indépendamment de l'activité de mon esprit ?

Plus rien, de fait, n'est comme avant depuis les travaux des géomètres non euclidiens. L'espace newtonien a cessé de s'imposer comme un cadre absolu et nécessaire, ayant une réalité objective. L'espace qui apparaissait nécessairement euclidien ne peut plus l'être qu'à titre d'espace réel possible. Quelle confusion !

N'y a-t-il donc aucun dieu capable d'assurer la nature euclidienne de l'espace en même temps que l'harmonie du Cosmos ou que la destinée humaine ? La question n'est pas vide de sens. D'une part, elle nous permet un retour sur les paragraphes VI et VII du chapitre V de *La Science et l'hypothèse*. En effet, ce chercheur qui multiplie les équations en vain, c'est le chercheur qui essaie d'égaliser le démon de Laplace ou celui de Maxwell, chercheur inquiet d'un entraînement dans l'abîme du déterminisme, suite à l'effondrement possible de la géométrie d'Euclide. L'âge du capitaine, ce n'est pas une rhétorique excessive ! De plus, le paragraphe VII met le chercheur dans la position du démiurge. Aucun miracle n'est nécessaire pour imposer une structure non euclidienne au réel, un savoir-faire ordinaire suffit au Créateur, celui du mécanicien ayant appris à maîtriser la nature. D'autre part, il convient de revenir sur le projet de Riemann, promoteur de l'*Analysis Situs*. Celui-ci a la particularité de n'être pas moins tissé de considérations métaphysiques que celui d'un Képler ou d'un Newton. Riemann incarne l'alliance paradoxale de la science et de la métaphysique ! Jeremy Gray (2000, p. 83) résume son étonnant projet :

« Il souhaite réunir dans un unique cadre de pensée, gravitation, électricité et magnétisme. L'idée d'une action à distance ne lui inspire que répugnance. Parmi ses sources d'inspiration, le philosophe Herbart. Celui-ci concevait

l'ego comme s'opposant dans un milieu éthéré aux stimuli venus de l'extérieur. De cette activité éthérée de l'esprit, Riemann fait une propriété active de l'espace. Il suppose ce dernier rempli d'une substance incompressible et dépourvue d'inertie, qui pénètre simultanément tous les atomes, en quantité proportionnelle à la masse de chacun. »

Pourquoi donc expérimenter ? Non pour découvrir la nature positive de l'espace, mais pour valider des hypothèses spiritualistes ! Et Riemann n'est pas un cas isolé. Poincaré cite celui de la mécanique de Hertz. L'illustre savant ne s'embarrasse aucunement de l'idée ordinaire d'un espace à trois dimensions. Il répugne à reconnaître les forces comme des idées objectives et leur préfère des liaisons invisibles entre des points matériels visibles et d'autres invisibles. Tout cela n'est pas clair. Poincaré s'y retrouve toutefois et résume dans *La Valeur de la science* :

« Supposons un système formé de n points matériels visibles ou non ; cela fera en tout $3n$ coordonnées ; regardons-les comme des coordonnées d'un point unique dans l'espace à $3n$ dimensions. Ce point unique serait assujéti à rester sur une surface (d'un nombre quelconque de dimensions $< 3n$) en vertu des liaisons dont nous venons de parler ; pour se rendre sur cette surface, d'un point à un autre, il prendrait toujours le chemin le plus court ; ce serait là le principe unique qui résumerait toute la mécanique » (1970, p. 94).

Pour sortir de la confusion, Poincaré propose un programme d'étude. Il faut trier, d'une part, les idées fictives et les idées innées, ce qui revient à questionner la réalité objective de la géométrie en général et, d'autre part, penser à nouveaux frais les principes ou ce qu'on nomme tel en produisant parfois un amalgame (entre les premiers principes logiques et les premiers principes expérimentaux). Il faudra alors critiquer le procédé dogmatique kantien.

Poincaré utilise plusieurs termes pour désigner des idées qui seraient innées sans être pour autant des fantômes métaphysiques⁴, ce sont les idées « qui préexistent dans notre esprit du moins en puissance », l'idée « latente », l'idée transmise par « l'expérience ancestrale », par « la sélection naturelle » (1968, pp. 93, 107 et 108). Au passage, comment ne pas noter la prudence sémantique et la référence à Darwin, comme caution scientifique. L'ensemble de ces idées innées doit être classé. La première classe est celle des idées fondamentales, en nombre très réduit. Il y a l'idée du nombre entier (1970, p. 110), alors que l'idée du continu est une construction suscitée par les exigences pratiques. Il y a aussi l'idée de groupe, théorisée par Lie mais sans doute immémoriale. Enfin, il y a l'idée du raisonnement par récurrence, seul vrai jugement à la fois synthétique et *a priori*. La seconde classe est celle des idées vitales, comme celle de la tridimensionnalité de l'espace. Si l'expérience ne peut absolument rien nous apprendre sur la nature de l'espace, c'est

parce que l'espace est un système d'idées toutes issues de l'idée de groupe. Si, en revanche, la démarche empirique est fondée pour préciser la nature de l'espace vécu, c'est qu'elle interroge l'ensemble des idées produites à partir de ces idées innées ancestrales. Toute idée claire d'espace est imposée à notre entendement ; l'idée confuse d'espace physique à trois dimensions ne s'est pas imposée à notre sensibilité, mais s'est imposée à l'occasion de notre sensibilité, de notre expérience du monde, comme la plus commode et la plus économique en hypothèses.

B. *A priori et a posteriori*

La réflexion sur l'espace est censée s'être affranchie des disputes métaphysiques depuis la *Critique de la raison pure* de Kant (1980).

Poincaré reprend et contredit le kantisme. Il opère un dépassement. Pour Kant, l'espace est un cadre *a priori* de la sensibilité. C'est une forme pure, ce n'est pas un concept. C'est une forme *a priori* de l'intuition sensible, et non empirique, dérivée d'une quelconque expérience. C'est une forme objective *a priori* de nos représentations, sans laquelle aucune relation de juxtaposition ne serait perçue, sur laquelle se fonde la possibilité de la géométrie, de l'ensemble de ses jugements synthétiques *a priori*. Kant affirme ainsi « l'idéalité transcendante » de l'espace (*Esthétique transcendante*, p. 790).

Cette idéalité implique que l'espace soit euclidien, que les propositions de la géométrie euclidienne soient toutes absolument vraies. Pour la perception, il s'avère qu'entre deux points il n'y a qu'une ligne droite. Pour le géomètre, c'est une certitude apodictique. On peut généraliser :

« Les propositions géométriques, par exemple : "L'espace n'a que trois dimensions", sont toutes apodictiques, c'est-à-dire qu'elles impliquent la conscience de leur nécessité ; elles ne peuvent donc être des jugements empiriques ou d'expérience, ni en être conclues » (*Ibid.*, p. 787).

Poincaré commet un parricide lorsqu'il affirme que les principes de la géométrie ne sont aucunement des jugements synthétiques *a priori*, qu'ils n'ont aucune apodicticité. Toutefois, il garde de la philosophie de Kant l'idée que l'espace est une forme *a priori*, que les propositions du géomètre sont des énoncés *a priori*. Conservant l'idée d'une représentation dépendant de la constitution subjective de notre esprit, il reste, en quelque sorte, fidèle à la révolution galiléenne de Kant, suivant l'expression de la préface à la seconde édition de la *Critique*. Il produit sa propre révolution en destituant l'intuition sensible de son rôle transcendantal.

La conséquence en est l'incompréhension de Bertrand Russell. Ce dernier loue *La Science et l'hypothèse* en 1905 dans son compte rendu pour la revue *Mind* mais tout en procédant à sa critique en règle. Le logicisme ne veut pas entendre parler de « constitution subjective » de l'esprit, ni d'intuition sensible, ni d'intuition intellectuelle fondant notre représentation de l'espace et, partant, les propositions du géomètre. Selon lui, l'ensemble des principes mathématiques peuvent être réduits à des propositions logiques, purement objectives. C'est ce qu'on lit dans *Les Principes de la mathématique* paru en 1903. La théorie de la connaissance de Kant repose sur un juste constat, les axiomes d'Euclide ne découlent pas des seuls principes de la logique mais le philosophe se fourvoie dans son interprétation. Sa théorie est fautive, en raison de son ignorance. Kant s'aveugle au sujet de la nécessité de la géométrie d'Euclide, et se détourne de la pensée qu'il faille progresser dans l'axiomatisation, revenir au projet de réduction à la logique, jusqu'à achever enfin ce projet. Il faut rejeter l'ensemble du projet critique :

« Mais depuis le développement de la géométrie non euclidienne, il est apparu que la mathématique pure ne porte aucun intérêt à la question de savoir si les axiomes et les propositions d'Euclide sont valables pour l'espace réel ou non : c'est une question qui relève de la mathématique appliquée et qui doit être tranchée, pour autant que cela soit possible, par l'expérience et l'observation » (Russell, 1903, p. 24).

C'est une question qui relève de la mathématique appliquée, ou bien de la physique, s'il s'agit de l'espace matériel, ou bien de la psychologie, s'il s'agit de l'espace vécu, ou d'une « science expérimentale ou empirique », est-il précisé. Pourquoi donc de la mathématique appliquée aussi ? Russell renvoie à l'opposition entre variables (dont les paramètres) et constantes : la mathématique appliquée est celle qui considère l'ensemble des implications formelles d'un système logique qui contient l'affirmation d'une constante au moins. Aussi les propositions de cette mathématique n'expriment pas directement ce qui existe dans l'espace réel, mais sont bien relatives à l'espace effectif, non à un espace possible :

« Quand elles appartiennent à la mathématique appliquée, elles proviennent du remplacement d'une ou de plusieurs variables dans une proposition de mathématique pure par une valeur constante qui satisfait l'hypothèse et permet alors, pour cette valeur de la variable, d'affirmer effectivement et l'hypothèse et la conséquence, au lieu d'affirmer simplement l'implication » (*Ibid.*, p. 24).

La valeur constante n'est pas introduite par hasard, mais suggérée par l'expérience. Là est l'empirie, dans la recherche d'un être qui existe et, théoriquement, dans le choix motivé de la constante, non dans le choix de tout un

système d'implications, d'une mathématique pure, comme langage pour les autres sciences, car la mathématique, l'espace mathématique à trois ou à quatre dimensions, n'existent pas, n'ont pas de réalité indépendante de la pensée⁵.

Imaginons que Georges V souhaite maintenant savoir si l'espace réel est euclidien. La réponse de Poincaré est qu'il n'y a pas d'espace réel en dehors de l'esprit du géomètre et qu'il y a une utilisation réelle et efficace de la géométrie euclidienne par l'espèce humaine dans la perception et l'action communes. Russell, qui se vante de son solide bon sens, réplique que l'espace réel existe bien en dehors de l'esprit, mais qu'il convient de ne pas céder à la facilité. Celle-ci revient à dire deux choses. D'une part, que l'espace réel est euclidien pour ceux qui acceptent les axiomes d'Euclide et non euclidien pour les autres : « l'espace réel » ne peut dénoter deux objets contradictoires, « l'espace euclidien » ou « l'espace non euclidien » ne représentent pas un objet qui aurait la particularité, miraculeuse, de subsister sans exister (réponse inspirée de la théorie de Meinong). D'autre part, que l'espace réel est devenu non euclidien depuis que la théorie de la relativité s'est imposée : « l'espace réel » ayant un sens et une dénotation, le sens étant hautement complexe et lié aux théories physiques, la dénotation étant claire car correspondant à l'idée du géomètre (en suivant la dissociation de Frege⁶). L'espace réel a pour objet l'espace de la mathématique appliquée, il est euclidien ou non, *a posteriori*. Lorsqu'on dit que, pour Einstein, la proposition « l'espace euclidien est l'espace réel » est fausse, il semble qu'Einstein accorde néanmoins de la réalité à l'espace euclidien car il serait vrai que « l'espace euclidien n'est pas l'espace réel ». L'illusion se dissipe si on considère que l'occurrence de « l'espace euclidien » est secondaire lorsque la négation est vraie ; toutes les propositions où « l'espace euclidien » a une occurrence primaire sont en revanche fausses. En tant que complexe dénotant, « l'espace euclidien » n'est pas un objet authentique, n'est pas un cadre pour les phénomènes mais une proposition qui signifie « un et un seul espace est le cadre de tous les phénomènes et cet espace est euclidien ».

C. Nécessité et non-révisabilité

Une dernière grille de lecture possible du conventionnalisme de Poincaré est la dissociation radicale du nécessaire et du non-révisable. Nécessaire signifie « qui ne peut être autrement qu'il est » tandis que non-révisable signifie « pour lequel on ne peut trouver aucune exception ou aucun contre-exemple ». Logiquement, les deux termes ne se recouvrent pas. Ils se rapprochent néanmoins dès lors qu'on oppose la nécessité absolue et la nécessité relative ou hypothétique, ainsi que la non-révisabilité en fait et en droit. L'écart apparaît

alors bien insignifiant entre une proposition relative non révisable en droit et une proposition nécessaire absolument. Indifféremment, on parlera alors de proposition vraie, par opposition aux propositions douteuses, parmi lesquelles on rangera les propositions relativement nécessaires.

Ainsi, il est tentant de dire que l'axiome d'Euclide est logiquement nécessaire, d'une nécessité psychologique, relative ou hypothétique (celle des premiers principes indémontrables), mais qu'il est testable expérimentalement au sens où on peut chercher à le réviser, à lui trouver un contre-exemple lors d'une expérience. Dès lors que ce contre-exemple serait produit, on en tirerait deux conclusions symétriques. La géométrie euclidienne est psychologiquement nécessaire mais expérimentalement révisable. Il serait alors douteux qu'elle représente la nature réelle de l'espace. Par opposition, la géométrie non euclidienne serait logiquement nécessaire et non révisée scientifiquement, donc vraie en droit. Elle serait alors la vérité de l'espace, la solution adéquate à la question de la nature de l'espace.

C'est ce que fait constamment Jean-Paul Delahaye, par exemple dans *Le Fascinant Nombre π* (1997) : « L'hypothèse que l'espace est euclidien, considérée auparavant comme une *évidence absolue*, comme un des fondements mêmes de la raison, s'est révélée discutable, puis fausse (puisque la relativité générale a été confirmée expérimentalement). »

En revanche, le conventionnalisme maintient l'écart entre le nécessaire et le non-révisable. Aucune géométrie n'est davantage nécessaire qu'une autre. Aucune ne se rapproche de la vérité. En tant que géométries pures, géométries euclidiennes ou bien non euclidiennes sont nécessaires. En tant que langages pour les sciences physiques, elles sont non révisables. D'une part, Poincaré s'applique à dégager la signification de cette nécessité et ses implications : ni les objets de la géométrie, ni l'espace géométrique ne sont issus de ou liés à l'empirie, à la sensibilité, à l'observation pratique, à la mesure expérimentale. Mais ces idéalités ont bien leur origine dans l'intuition humaine, comme ensemble des formes pures et latentes de l'expérience. D'autre part, il démontre que les géométries comme langages sont interchangeables ou traduisibles, au sens où l'on dit que deux langues sont traduisibles, supposant une relation entre deux lexiques et deux syntaxes. En effectuant les permutations idoines, on transforme un énoncé euclidien en énoncé non euclidien équivalent, sans que du sens soit perdu par malchance ou découvert par hasard (dernière éventualité qui est même miraculeuse, c'est celle qu'envisagent pourtant avec sérieux les thuriféraires d'Einstein lorsqu'ils qualifient l'espace de réellement non euclidien !). Toute géométrie est donc en droit et en fait tou-

jours utilisable pour décrire le réel, c'est-à-dire pour relever entre des objets physiques des relations métriques ou topologiques.

Il apparaît possible de rapprocher cette épistémologie de la pensée de Wittgenstein, au moins celle exprimée dans le *Tractatus logico-philosophicus* (1961). En effet, Wittgenstein affirme que « les mathématiques sont une méthode logique », proposition 6.2. Ainsi, une proposition mathématique est formellement tautologique, elle montre la logique du monde dans ses équations (6.22). Elle est donc d'une justesse *a priori* (6.2321). D'où la nécessité des mathématiques, pour Wittgenstein, pour quiconque, car les mathématiques sont un ensemble de relations qui se démontrent, alors que le monde, qui est l'ensemble des choses qui se montrent, n'est pas nécessaire, mais accidentel. Le physicien établit certes des lois, mais en s'appuyant sur l'induction et celle-ci n'est qu'une « soi-disant loi » (6.31), preuve en est qu'elle a du sens, qu'elle n'est pas tautologique. Par conséquent, la non-révisabilité en droit est en réalité la nécessité produite par des lois physiques ; elle demeure ainsi accidentelle, parce qu'elle est porteuse de sens et renvoie à quelque chose qui se montre, qui ne se réduit pas à la pensée. On répliquera que la physique n'est pas un jeu, une construction arbitraire de lois, car le physicien expose des lois qui obéissent à des principes, par exemple le principe de raison suffisante. Mais de tels principes, s'ils sont intuitionnés, ne sont que les « formes possibles des propositions de la science » (6.34), ils ne sont pas des jugements synthétiques *a priori*, comme le souligne Poincaré.

Wittgenstein illustre son propos de deux exemples, celui de la mécanique newtonienne (6.341 et 6.342) et celui de la main, repris de Kant (6.3611). Le premier exemple peut être rapproché du conventionnalisme de *La Science et l'hypothèse*, par la dissociation de la forme spatiale de l'univers et de la forme de la description spatiale de l'univers :

« La mécanique détermine une forme de la description de l'univers, du fait qu'elle dit : toutes les propositions de la description de l'univers doivent être obtenues d'une manière donnée à partir d'un nombre de propositions données – les axiomes mécanistes. Par-là elle fournit les pierres pour la construction de l'édifice de la science et elle dit : quelque édifice que tu veuilles construire, il faudra que ce soit toujours d'une manière quelconque, au moyen de ces pierres-là et seulement de ces dernières. »

La théorie est une forme arbitraire, permettant une description approximative aussi précise qu'il nous plaît, convertible en une autre forme fondée sur d'autres axiomes, choisie plutôt qu'une autre en raison de sa simplicité. Le second exemple nous mène à une conclusion qui coïncide avec la réflexion de *La Valeur de la science*. Wittgenstein s'oppose à Kant au sujet de la chira-

lité. Il remarque que la main gauche et la main droite sont congruentes, dès lors que je les pense et cesse de les rapporter à ma perception comme si cette dernière était nécessaire. En effet : « On pourrait mettre le gant de droite à la main gauche, si on pouvait le retourner dans l'espace à quatre dimensions. »

L'espace tridimensionnel comme cadre des perceptions possède une utilité indéniable. Mais alors il n'est pas nécessaire, comme cadre *a priori* de tout rapport au réel, donnant la forme de tous les phénomènes possibles ; le retournement du gant dans l'espace à quatre dimensions est bien possible, au même titre que le retournement d'un segment dans le plan. Certes, nul être humain ne peut retourner un gant droit en gant gauche par une espèce de tour de magie. Le retournement du gant dans l'espace à quatre dimensions ne se montre pas et, s'il se montrait, il ne prouverait rien. C'est une expérience de pensée qui manipule des propositions non des gants. Elle ne prouve quelque chose que si le possible est identifié au pensable, le pensable ramené à la tautologie. Alors les deux mains « sont en réalité parfaitement congruentes » (proposition 6.3611).

Si Delahaye se défend d'être newtonien ou kantien et adopte une position phénoméniste, il est sans doute pris au piège d'une illusion relevée par le *Tractatus* en 6.371 : « Toute la conception moderne du monde repose sur l'illusion que les prétendues lois naturelles constitueraient les explications des phénomènes naturels. »

V. Conclusion

Pourquoi donc le questionnement inauguré par Poincaré devrait-il être considéré comme obsolète ? Sans doute les réponses du conventionnalisme peuvent être refusées, comme le fait Russell. Toute incertitude n'est pas levée.

Rien n'indique que le temps est venu d'abandonner la question des fondements des mathématiques. Opposant l'idée de fondement, au sens de conditions de possibilité, à celle d'origine, comme ensemble des conditions effectives, des scientifiques affirment que la question épistémologique par excellence est plutôt celle de la réalité des mathématiques. Ainsi, le débat épistémologique aujourd'hui se limiterait, selon Jean-Pierre Changeux et Alain Connes (2000), à la question de la préférence à accorder, soit à un matérialisme faible soit à un matérialisme fort ; d'où des discussions portant exclusivement sur « l'appareil de connaissance » qu'est le cerveau.

Même si nous tenons compte du développement remarquable des sciences cognitives, il nous semble que la décision de limiter ainsi l'épistémologie est très risquée.

Le questionnement de Poincaré porte sur les cadres de notre pensée. Ou encore sur les principes de la connaissance, sur la valeur des lois conçues par l'esprit, sur le rôle de la sensibilité, sur l'adaptation de l'esprit au réel, sur l'existence d'idées latentes ou de schèmes dans notre esprit. Il faut reconnaître qu'un tel questionnement est inactuel quant à son vocabulaire mais il est aussi intemporel, au sens où il suscite une critique radicale de l'évidence. Il correspond à une position non réductrice de la question des fondements.

Références bibliographiques

- BLANCHÉ Robert (1955), *L'Axiomatique*, Paris, PUF, coll. « Quadrige ».
- BOUDON Raymond (1995), *Le Juste et le vrai*, Paris, Librairie Arthème Fayard.
- CARNAP Rudolph (1973), *Les Fondements philosophiques de la physique*, Paris, Armand Colin.
- CHANGEUX Jean-Pierre et CONNES Alain (2000), *Matière à penser*, Paris, Odile Jacob.
- COURNOT Antoine Augustin (1982), *De l'enchaînement des idées fondamentales dans les sciences et dans l'histoire*, Paris, Vrin (1^{re} éd. : 1860).
- DELAHAYE Jean-Paul (1997), *Le Fascinant Nombre π* , Paris, Pour la Science.
- DESCARTES René (1979), « Troisième méditation », in *Méditations métaphysiques*, Paris, Garnier-Flammarion, pp. 96-129 (1^{re} éd. : 1641).
- ESPAIGNAT Bernard d' (1990), *Penser la science. Les enjeux du savoir*, Paris, Bordas/Dunod, coll. « La bibliothèque Gauthier-Villars ».
- FOURASTIÉ Jean (1966), *Les Conditions de l'esprit scientifique*, Paris, Gallimard, coll. « Idées ».
- GRAY Jeremy (2000), « Un monde non euclidien ? », *Les Cahiers de Science et Vie*, n° 59, octobre, pp. 78-85.
- KANT Emmanuel (1980), *Œuvres philosophiques. V. Critique de la raison pure*, trad. de Ferdinand Alquié, Gallimard, « Bibliothèque de la Pléiade » (1^{re} éd. : 1781-1787).
- KUHN Thomas Samuel (1990), *La Tension essentielle : tradition et changement dans les sciences*, trad. fr., Paris, Gallimard.
- METZGER Hélène (1987), *La Méthode philosophique en histoire des sciences, textes 1914-1939*, Paris, Librairie Arthème Fayard, « Corpus des œuvres de philosophie en langue française ».
- POINCARÉ Henri (1968), *La Science et l'hypothèse*, Paris, Flammarion, coll. « Champ scientifique » (1^{re} éd. : 1902).
- POINCARÉ Henri (1970), *La Valeur de la science*, Paris, Flammarion, coll. « Champ scientifique » (1^{re} éd. : 1905).

RUSSELL Bertrand (1989), *Écrits de logique philosophique*. A. *Les Principes de la mathématique* (1^{re} éd. : 1903); B. « De la dénotation », Paris, PUF, coll. « Épiméthée ».

WITTGENSTEIN Ludwig (1961), *Tractatus logico-philosophicus*, trad. fr., Paris, Gallimard, « Bibliothèque des Idées » (1^{re} éd. : 1921).

Notes

1. Pour Hegel, les mathématiques ne sauraient être le lieu d'un véritable questionnement dialectique. En effet, cette science représente le commencement de la pensée, dans un mode inférieur, qui ne pense pas encore la chose comme ayant la forme du concept. Le nombre positif, par exemple, ne correspond aucunement au « positif » se rapportant immédiatement à son opposé, le « négatif ». Il est déterminé, mais sans opposition, « indifféremment » ! Depuis Gauss, l'espace euclidien n'est pas indifférent en ce sens qu'il suppose l'espace non euclidien comme également possible et contraire. D'où l'émergence du questionnement : quel est l'espace réel et quel est, par opposition, l'espace qui n'est que néant, structure imaginaire dotée de consistance par l'esprit ?

2. Critique acerbe de Poincaré, Hilbert ne fait pas le départ mieux que lui entre l'expérience réalisable et l'expérience de pensée. Il lui objecte des observations relatives à une expérience irréalisable, voire surréaliste : mettre en rotation une tige solide à partir d'une de ses extrémités en accélérant le mouvement jusqu'à ce qu'elle atteigne la vitesse de la lumière à l'autre extrémité ! La tige doit se courber. Et le moteur qui entraîne le tout risque de chauffer !

3. Devant cette opposition de paradigmes et cette insuffisance apparente des formalismes, il faut prendre garde de conclure à la relativité, à l'arbitraire, à la précarité des théories scientifiques, si l'on veut suivre Bernard d'Espagnat dans sa pensée, qui vise à réfuter Thomas Kuhn.

4. Dans son *Histoire de la philosophie au XX^e siècle* (1995, Paris, Seuil), Christian Delacampagne mentionne l'opposition virulente de Lénine à Poincaré exposée dans *Matérialisme et empiriocriticisme* (1909). Le révolutionnaire reproche au scientifique d'être contradictoire, matérialiste dans sa pratique scientifique et idéaliste dans son épistémologie. Les idées latentes sont bien des fantômes suivant les principes du matérialisme dialectique.

5. Pour éclairer l'opposition être/exister chez Russel, le traducteur, Jean-Michel Roy, renvoie au paragraphe 427, qu'il traduit dans son avant-propos, p. XVII. Être, sans exister correspond à l'être de l'idée fictive cartésienne : « Les nombres, les dieux homériques, les relations, les chimères et les espaces à quatre dimensions ont tous l'être, car s'ils n'étaient d'une façon ou d'une autre des entités, nous ne pourrions faire de propositions portant sur eux ; aussi l'être est-il un attribut général de tout, et mentionner quoi que ce soit, c'est montrer que cela est. »

6. Ces réponses sont très librement inspirées de la présentation des théories de Meinong et Frege par Russel, dans son article de *Mind*, « De la dénotation » (1905). D'après Leonard Linsky, Russel ne rend justice ni à l'un ni à l'autre. Meinong est caricaturé ; la position attribuée à Frege est en réalité la première position de Russel, tant qu'il ne s'est pas départi d'une conception platonicienne des mathématiques.