IREM de Rouen
Groupe collège-lycée
Dieppe

GEOMETRIE DANS L'ESPACE
Du collège au lycée

Anne-Marie DROUET-Claude FRIBOURG-Brigitte PETIT-Aline ROY-Martial TINEL

IREM de Rouen
Groupe collège-lycée
Dieppe

GEOMETRIE DANS L'ESPACE
Du collège au lycée

Anne-Marie DROUET-Claude FRIBOURG-Brigitte PETIT-Aline ROY-Martial TINEL

INTRODUCTION :

Cette brochure présente trois activités de géométrie dans l'espace, très riches, pouvant être proposées à différents niveaux, au collège comme au lycée.

Le jeu d'échecs en 5 ème, le kaleïdocycle et le double-cône en 3ème, ces trois activités peuvent être utilisées en classe de 2nde dans le cadre des modules.

Elles permettent de réinvestir toutes les notions de géométrie dans l'espace du collège, peuvent convenir pour introduire l'espace en seconde et " balayer " ainsi les connaissances vues antérieurement. De plus, elles permettent d'améliorer la vision dans l'espace tout en utilisant de nombreuses capacités de géométrie plane et de calcul littéral.

Les trois activités sont prévues pour faire travailler les élèves en groupes, rechercher ensemble donc réfléchir, conjecturer, argumenter et convaincre pour se mettre d'accord.

SOMMAIRE :

Jeu d'échecs :

En 5 ème : Découverte de prismes plus complexes que ceux étudiés habituellement. Elle améliore la vision dans l'espace, pose de réelles difficultés de réalisation des patrons et aboutit à des objets personnalisés.

En 2nde : C'est l'occasion d'introduire les notions de parallélisme et d'orthogonalité de droites et de plans dans l'espace avant de les formaliser.

Kaleïdocycle :

En 3ème et en 2nde : Découverte d'un objet original à partir de pyramides, dessin d'un patron complexe.

En 2nde : C'est un objet qui permet d'aborder les positions relatives de deux plans.

Le double-cône :

En 3ème et en 2nde : Réalisation de cônes avec optimisation d'un résultat.

En 2nde : C'est en plus une première approche de la notion de plan médiateur.

IREM de Rouen
Groupe collège-lycée
Dieppe

JEU D'ECHECS

JEU D'ECHECS
JEU D'ECHECS
JEU D'ECHECS

JEU D'ECHECS

ENONCE

Construire les six pièces différentes d'un jeu d'échecs pour que chaque pièce soit un prisme reposant sur une face carrée de 3 cm sur 3 cm.

OBJECTIFS DE L'ACTIVITE

Cette activité vise à réinvestir les notions vues dans le premier cycle telles que patrons, perspectives et constructions de prismes, calculs d'aires en décomposant une figure et calculs de volumes. Elle peut faire découvrir le jeu d'échecs.
Elle peut être mise en place à partir d'une classe de cinquième.

CARACTERISTIQUES DE L'ACTIVITE

Le travail en groupe est indispensable.
Selon les modèles retenus, les niveaux de difficulté très différents permettent de gérer l'hétérogénéité d'une classe.
La recherche de patrons et la réalisation matérielle du solide nécessitent de mettre à profit la complémentarité des compétences des élèves de chaque groupe.

PLACE DE L'ACTIVITE DANS LA PROGRESSION DE LA CLASSE

En cinquième, après l'étude des prismes, elle donne l'occasion de construire des objets originaux plus complexes.
En seconde, l'activité peut être réalisée en module. Aucun travail préliminaire n'est nécessaire. Elle permet de revoir des connaissances de bases sur les solides pour faciliter l'approche de la géométrie dans l'espace.

MATERIEL

Outre le matériel habituel de géométrie, il est nécessaire d'avoir du papier à dessin, des ciseaux et du ruban adhésif.

PREREQUIS

Définition d'un prisme, dessin en perspective, patron.

CONSIGNES DONNEES AUX ELEVES DE CINQUIEME

Première étape : à la maison

Imaginer les modèles des six pièces d'un jeu d'échecs (roi, reine, fou, cavalier, tour, pion) sachant que chaque pièce a la forme d'un prisme droit . Les dessiner en perspective.

Deuxième étape : en classe (1 heure)

Pour chaque pièce, certains élèves vont dessiner leur modèle au tableau. On décide de ne pas représenter les arêtes cachées pour éviter une figure trop chargée.

Discussion avec la classe entière pour éliminer les pièces qui ne conviennent pas et sélectionner un modèle de chaque pièce.

Le choix ne tient pas compte d'une unité dans l'esthétisme des différentes pièces mais pour harmoniser le jeu, la classe s'impose les contraintes suivantes:

- chaque pièce devra reposer sur une face carrée de 3 cm de côté;

- les pions auront une hauteur de 5 cm, les cavaliers, les fous et les tours auront une hauteur de 6 cm, le roi et la reine auront une hauteur de 7 cm.

Chaque élève dessine une vue en perspective du modèle de pion retenu et doit en réaliser un patron pour la séance suivante.

Troisième étape : en classe (1 h)

Constitution de groupes de quatre élèves.

Modification des patrons faux. Chaque élève réalise un pion.

A la fin de cette séance, les pièces mauvaises sont à refaire à la maison.

Quatrième étape : en classe (1 h)

Le but est de réaliser un jeu complet .On se partage le travail.

Dessins en perspective des autres modèles de pièces choisies

Cinquième étape : en classe (1 h)

Chaque groupe de quatre élèves choisit une des pièces du jeu et la réalise en quatre exemplaires (deux noirs et deux blancs). On veille à ce que toutes les pièces soient choisies.

Un élève s'est proposé pour réaliser un échiquier en bois pyrogravé.

Le travail réalisé a été exposé au C.D.I.

CONSIGNES DONNEES AUX ELEVES DE SECONDE

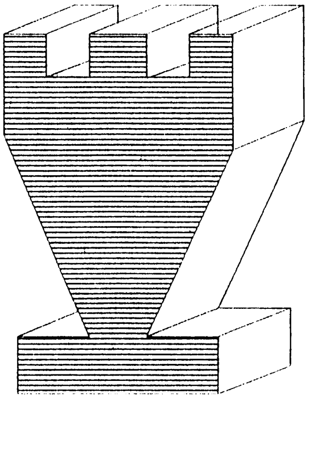
Première étape : à la maison
Imaginer les modèles des six pièces d'un jeu d'échecs (roi, reine, fou, cavalier, tour, pion) sachant que chaque pièce a la forme d'un prisme droit . Les dessiner en perspective.

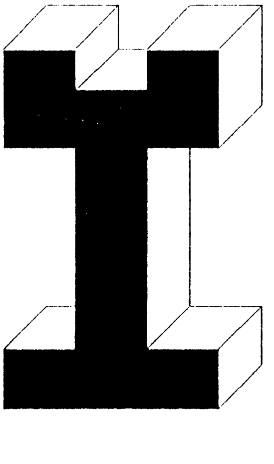
Deuxième étape : en classe (3 h)
Création de groupe de trois élèves.
Dans chaque groupe, discussion pour éliminer "les faux-prismes" et sélectionner un modèle de chaque pièce. On se partage le travail pour réaliser les six patrons correspondants.
Nouvelles consignes :

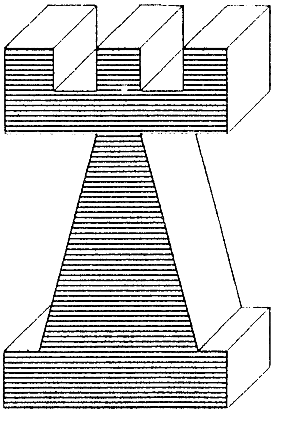
- *chaque pièce devra reposer sur une face carrée de 3 cm de côté;*
- *les pions auront une hauteur de 5 cm, les cavaliers, les fous et les tours auront une hauteur de 6 cm, le roi et la reine auront une hauteur de 7 cm.*

Chaque groupe doit rendre une fiche comportant les dessins en perspective respectant les dimensions des vues de face des modèles choisis, les patrons et les six solides assemblés.

Prolongement :
Calculer les volumes de chaque pièce.







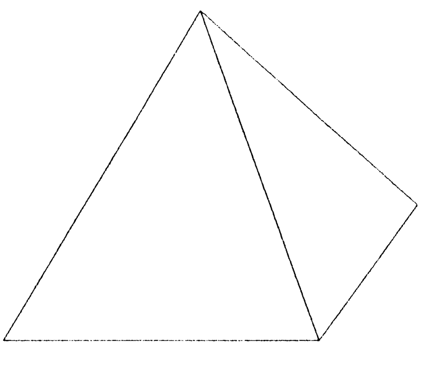
Chaque étape a été l'occasion de mettre en évidence différentes erreurs similaires pour les élèves de cinquième et de seconde :

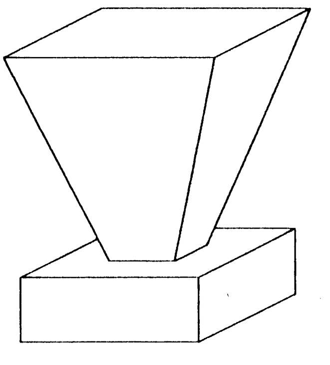
- des modèles qui ne sont pas des prismes et qui furent éliminés tout de suite,
- des erreurs de perspectives qui furent le plus souvent corrigées dans les groupes et donnèrent l'occasion de rappeler les règles de la perspective cavalière et, en seconde, de reparler de la translation,
- des erreurs de patrons : lorsqu'elles ne sont pas décelées dans les groupes, elles sont "cruellement" mises en évidence lors de la dernière étape,
- des difficultés dans la réalisation des solides : c'est l'épreuve test puisqu'elle valide tout le travail précédent. Seuls les patrons justes et précis donnent des résultats satisfaisants.

Mais ces conditions ne sont pas suffisantes car il est nécessaire en plus d'être habile et appliqué dans le découpage, le pliage et le collage.

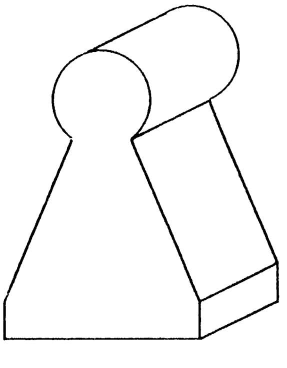
DES MODELES QUI NE SONT PAS DES PRISMES

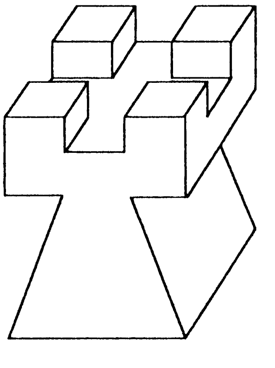
Pyramide, tronc de pyramide sur pavé,





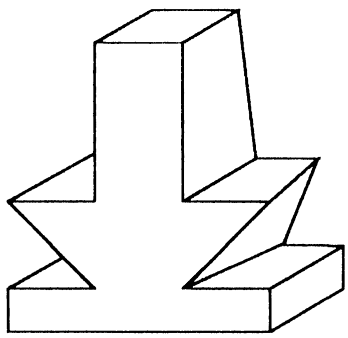
Arêtes arrondies, crénage :

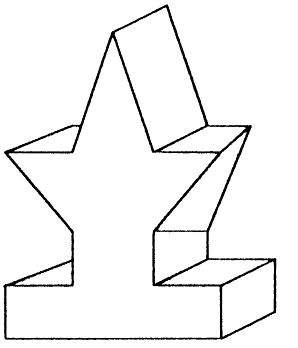




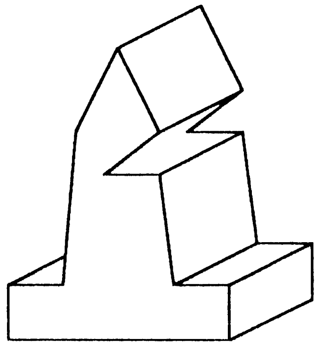
QUELQUES ERREURS DANS LES PERSPECTIVES

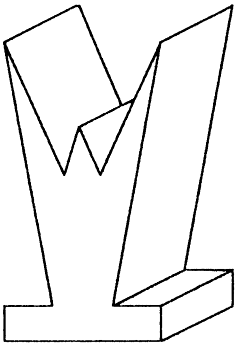
Non-respect du parallélisme des arêtes

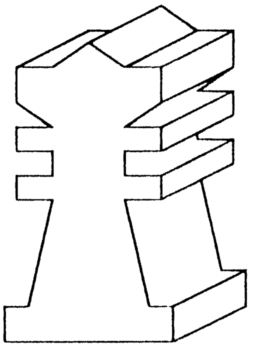




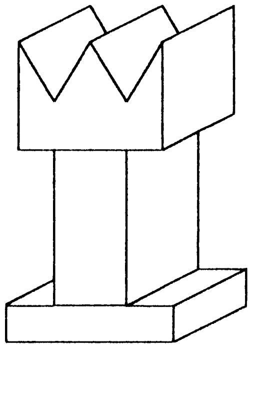
Arête(s) oubliée(s)

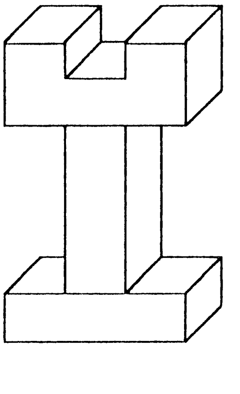






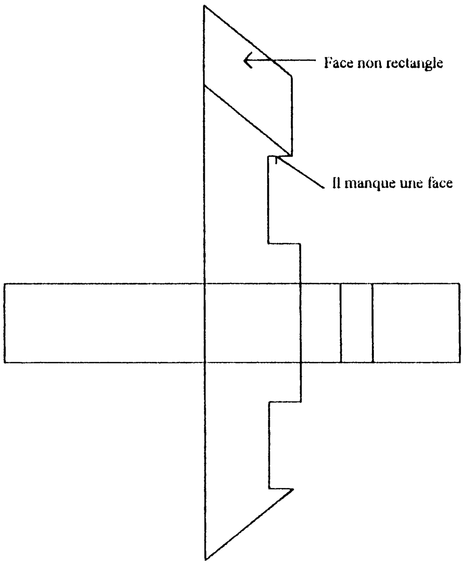
Arêtes supplémentaires sur une base



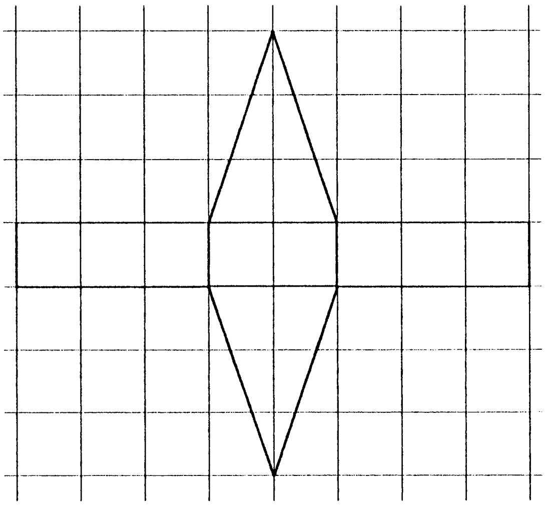


QUELQUES ERREURS DANS LES PATRONS

Il manque au moins une face latérale ou certaines faces latérales ne sont pas des rectangles. Ce sont alors le plus souvent des parallélogrammes comme ci-dessous.

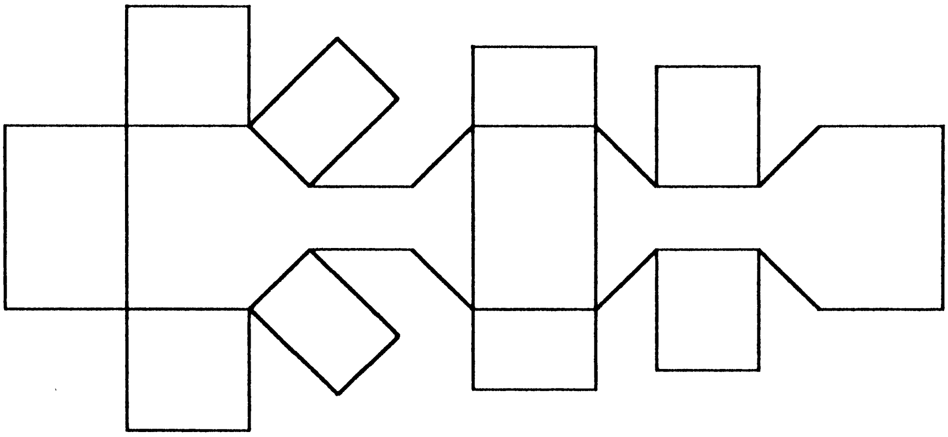


Des dimensions de faces latérales sont erronées, notamment lorsque le patron est dessiné sur papier quadrillé : l'élève mesure les projetés verticaux ou horizontaux des segments obliques.



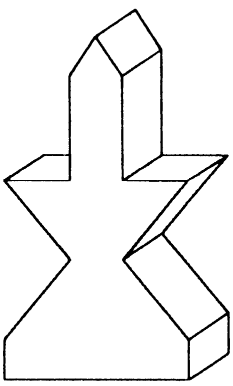
QUELQUES REALISATIONS D'ELEVES

Ce patron plutôt original a été réalisé par un élève souhaitant économiser le papier! Est-il correct?

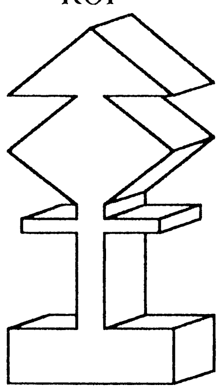


Quelques modèles

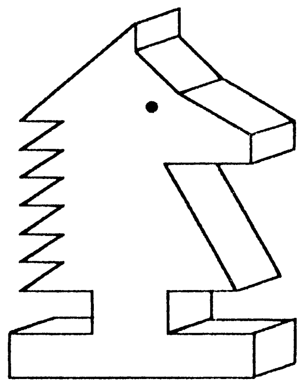
REINE



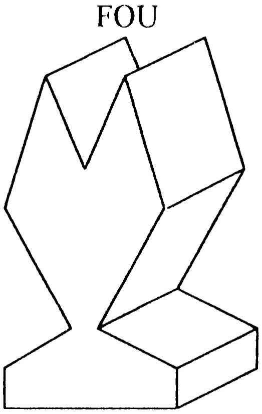
ROI



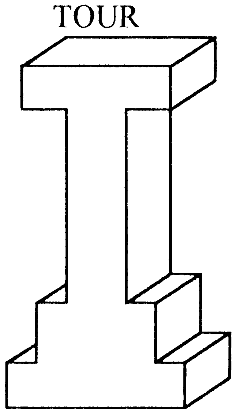
CAVALIER



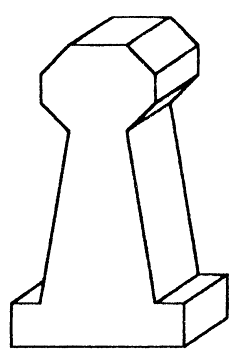
FOU



TOUR



PION



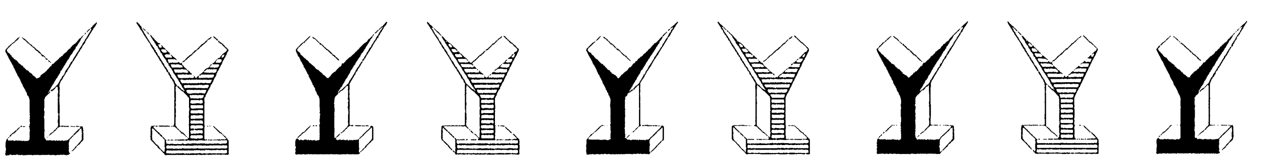
CONCLUSION

Il faut reconnaître que la géométrie dans l'espace est souvent négligée au collège mais surtout au lycée où elle est souvent reléguée en fin d'année, s'il reste du temps ... et des élèves.
Or celle-ci, de par ses qualités intrinsèques, est, à plus d'un titre, très enrichissante tout en permettant de réinvestir les connaissances et compétences en géométrie plane.
Elle doit retrouver et tenir toute sa place dans la progression de chacun d'entre nous.

En cinquième, cette activité permet de découvrir des prismes plus complexes que ceux étudiés habituellement. Elle améliore la vision dans l'espace.
En seconde, elle donne l'occasion d'introduire, à l'aide d'objets, les notions de parallélisme et d'orthogonalité de droites et plans dans l'espace avant de les formaliser.

Cette activité, qui se prête particulièrement bien au travail en groupe, permet d'utiliser les compétences de chacun (imagination, rigueur, soin, précision, habileté...).
Il faut souligner que la fabrication des solides est l'occasion pour certains élèves en difficulté d'être valorisés. Cette étape étant délicate, il ne faut pas hésiter, dès les premiers projets, à éliminer les plus complexes. Leurs constructions seraient trop compliquées et le résultat décevant. Or, cette activité exigeant plusieurs heures, il est souhaitable que l'élève qui s'est investi dans cette recherche ait la satisfaction d'avoir fabriqué un bel objet.

Elle peut remotiver des élèves peu enthousiastes pour les mathématiques mais qui , grâce à un support concret, se prennent au jeu, font des propositions originales et de belles réalisations.



IREM de Rouen
Groupe collège-lycée
Dieppe

KALEIDOCYCLE

KALEIDOCYCLE
KALEIDOCYCLE
KALEIDOCYCLE

KALEIDOCYCLE

LE BEL OBJET TOURNANT ... IDENTIFIE

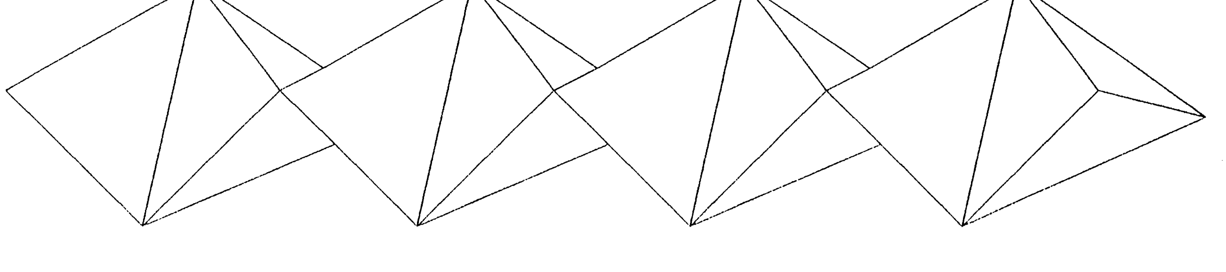
Cette activité permet de construire un solide original, que l'on peut manipuler et faire tourner ; ce côté ludique plaît aux élèves. C'est une activité riche qui aborde plusieurs points du programme de troisième. Elle peut aussi être proposée aux élèves de seconde comme activité de réinvestissement de ce qu'ils ont vu en troisième. Elle convient bien pour un travail en groupe, dans le cadre des modules en seconde par exemple, puisqu'elle peut-être abordée, selon le niveau et le vécu des élèves de différentes manières.

OBJECTIFS PRINCIPAUX

C'est une des premières activités de géométrie dans l'espace en classe de troisième.
Elle permet de découvrir un solide original obtenu à partir de pyramides, de dessiner des patrons, d'utiliser le théorème de Pythagore dans l'espace et d'aborder les positions relatives de deux plans.

AUTRES OBJECTIFS

Calculs exacts et calculs approchés de longueurs, de volumes.
Triangles " presque rectangles ".
Travail en groupe : débats, conjectures, mise en place d'une justification ...
Restitution de compte-rendus.



DESCRIPTION DETAILLEE DE L'ACTIVITE

MATERIEL

Outre le matériel habituel de géométrie, il est nécessaire d'avoir du papier à dessin, des ciseaux et du ruban adhésif.

PREREQUIS

Vocabulaire sur les solides : arêtes, sommets, faces perpendiculaires.
Vocabulaire sur les triangles : isocèle, hauteur.
Dessin en perspective cavalière, patron d'un solide.
Propriété de Pythagore et sa réciproque.
Calcul numérique et littéral.

DEROULEMENT DE L'ACTIVITE

En classe, les élèves travaillent par groupes de 4. Un compte-rendu est demandé à la fin de chaque séance.

Première étape : réalisée à la maison.
Construction d'une pyramide dont les faces sont des triangles isocèles identiques de mesures données.

Deuxième étape : 30 à 40 min.
Observation et description des solides obtenus.

Troisième étape : 1 heure.
Recherche de la condition pour que la pyramide ait deux faces perpendiculaires.

Quatrième étape : A la maison.
Construction de 2 tétraèdres dont les dimensions sont données.
Suite de l'étape en classe en 1 heure.
Construction et description d'objets articulés constitués de 2, puis de 4 et enfin de 8 pyramides identiques répondant à la condition.

CONSIGNES DONNEES AUX ELEVES

Première étape : ***Construction de pyramides***

Construire une pyramide à base triangulaire (encore appelée tétraèdre) dont les quatre faces identiques sont des triangles isocèles non équilatéraux.

Chaque groupe doit réaliser 4 pyramides (une par élève) dont voici les mesures en cm :

(7 ; 7 ; 8) , (6 ; 6 ; 7) , (5 ; 5 ; 6) et (8 ; 8 ; 7).

Deuxième étape : ***Observation et description des 4 tétraèdres***

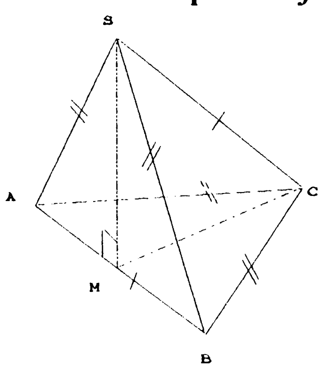
Décrire le tétraèdre puis le dessiner en perspective cavalière.

Dessiner tous les patrons possibles d'un tel tétraèdre.

Quelle(s) remarque(s) peut-on faire sur les tétraèdres obtenus ?

Certaines faces sont-elles perpendiculaires ?

Troisième étape : ***Vérification de la conjecture et mise en place de la condition***



Vérification de la conjecture. Les tétraèdres (7 ; 7 ; 8) et (6 ; 6 ; 7) semblent avoir des faces perpendiculaires

Pour chacun d'eux, M étant le milieu de [AB] calculer SM.

Construire en vraie grandeur le triangle SMC.

Ce triangle est-il rectangle ? Justifier la réponse.

Découverte de la condition . On note (a , a , b) les dimensions en cm de chaque face.

Quelle relation doit-on avoir entre a et b pour que le tétraèdre ait deux faces perpendiculaires ?

(On peut demander d'exprimer SM et CM en fonction de a et b).

Parmi les dimensions proposées, quelles sont celles qui se rapprochent le plus de la condition trouvée ?

Quatrième étape : ***Vers le bel objet tournant***

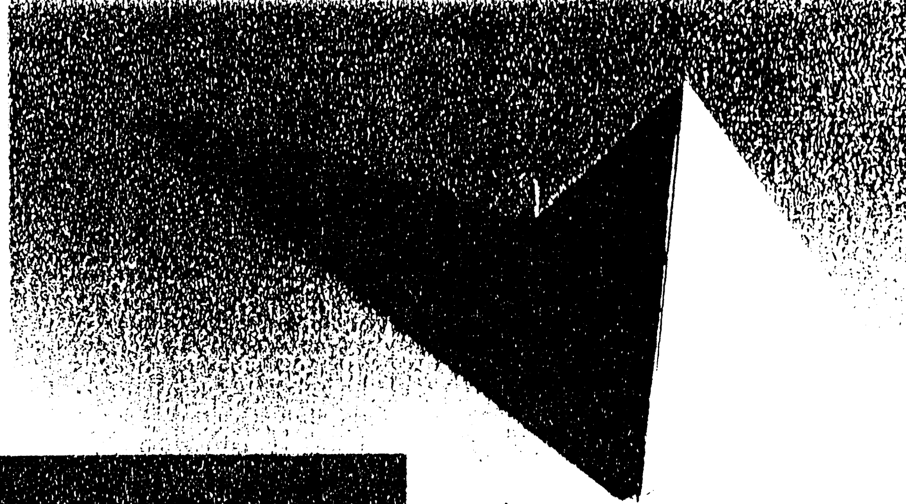
Chaque élève construit à la maison deux tétraèdres dont les dimensions en cm sont (7,1 ; 7,1 ; 8,2).

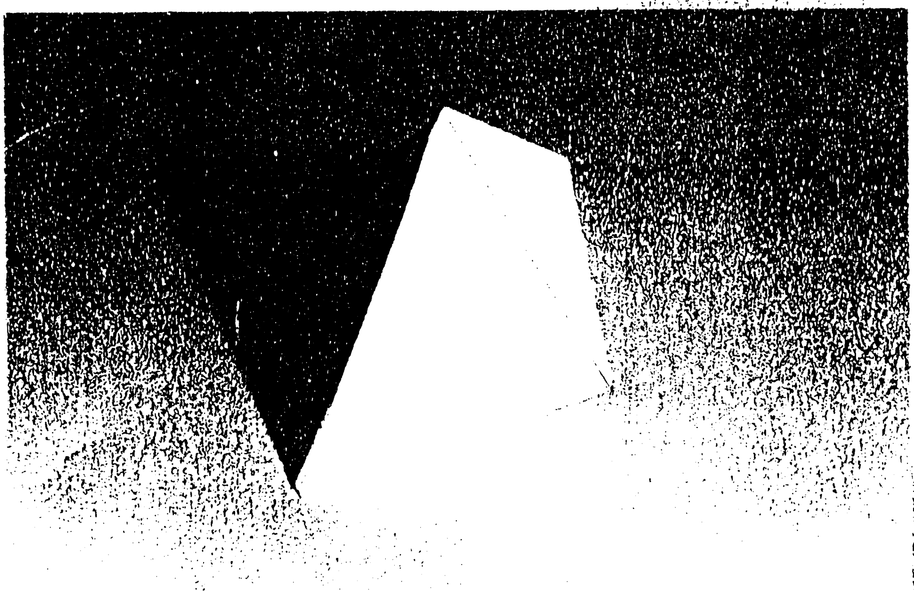
Vérifier que le choix de ces dimensions est judicieux.

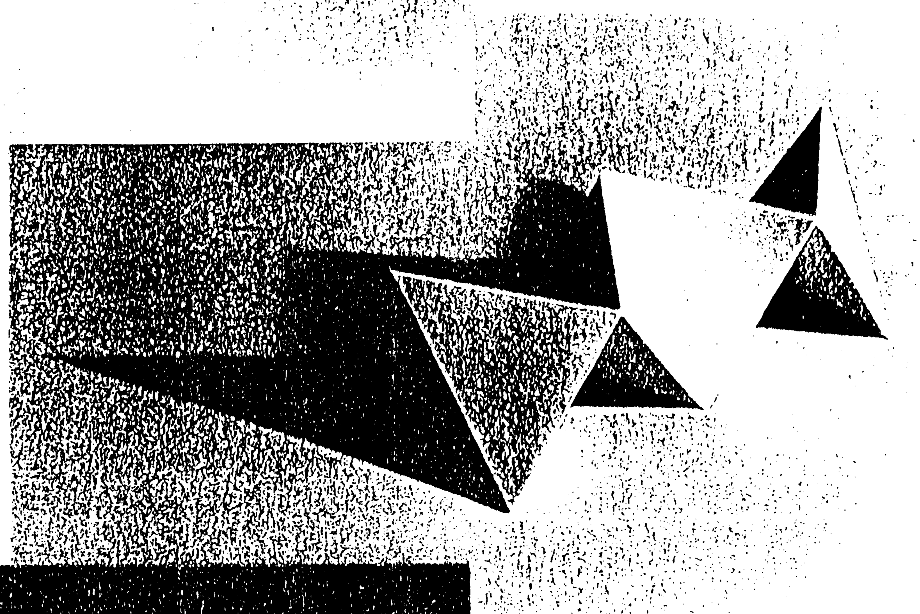
En classe, chaque élève assemble ses deux tétraèdres par une des arêtes les plus longues.

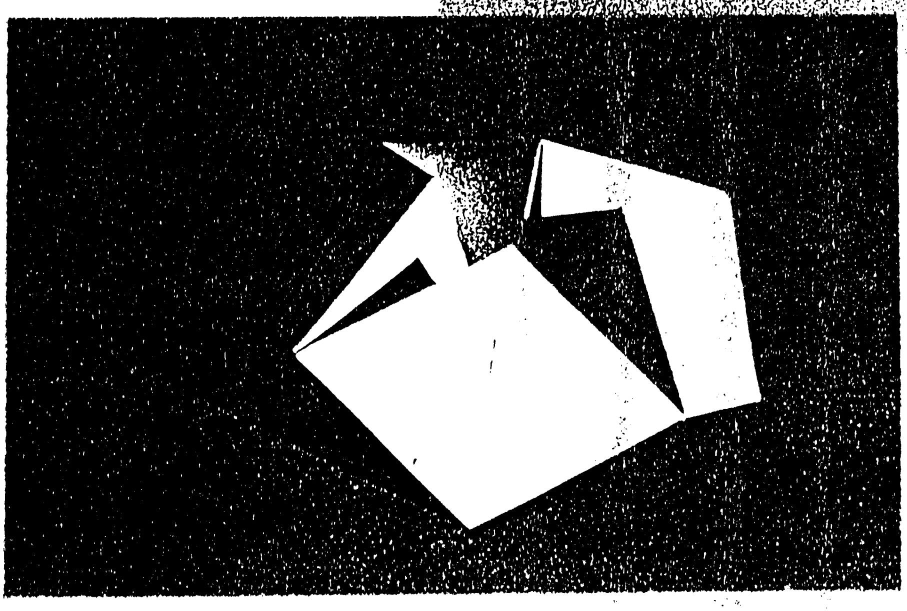
Décrire le solide obtenu et en faire le patron.

Assembler de même 4 tétraèdres, puis 8, et enfin assembler les 2 extrémités libres : ***le voilà!***









Toutes les photos ont été réalisées par l'atelier photo-vidéo du collège Georges Braque de Dieppe.

DIFFICULTES RENCONTREES

Première étape

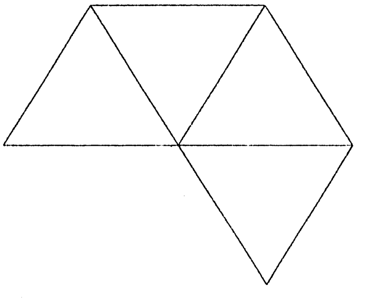
Qu'est-ce qu'une pyramide ?

Apparition de pyramides à base carrée ou de tétraèdres réguliers.

Ces deux erreurs proviennent soit d'une mauvaise représentation des pyramides (pyramides d'Egypte ou pyramides régulières), soit d'une mauvaise lecture des consignes.

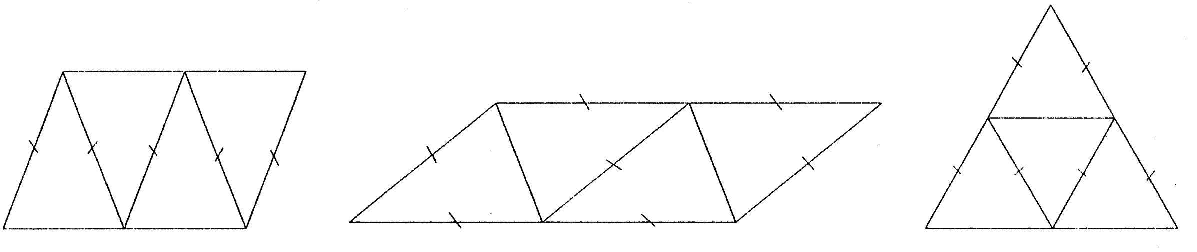
Deuxième étape

Constructions de " faux-patrons ". L'exemple le plus souvent rencontré est le suivant:



Absence de pointillés dans les perspectives cavalières.

Les élèves ont eu des difficultés pour trouver les trois patrons possibles, en particulier pour trouver le deuxième.



Difficulté de vision dans l'espace. Les élèves voient bien les faces perpendiculaires lorsque l'une d'entre elle repose sur la table, mais ont souvent des difficultés à trouver l'autre paire de faces perpendiculaires.

Troisième étape

Difficulté pour situer l'hypothénuse du triangle dans l'espace.

Discussion sur la notion de triangle " à peu près " rectangle : avec les valeurs données, les triangles ne sont pas rectangles.

Quatrième étape

En supposant a fixé et en utilisant la relation liant a et b, on peut calculer b exactement, mais au niveau de la construction, on se contente d'une valeur approchée de b: c'est l'écart qui rend le choix judicieux.

PROLONGEMENTS

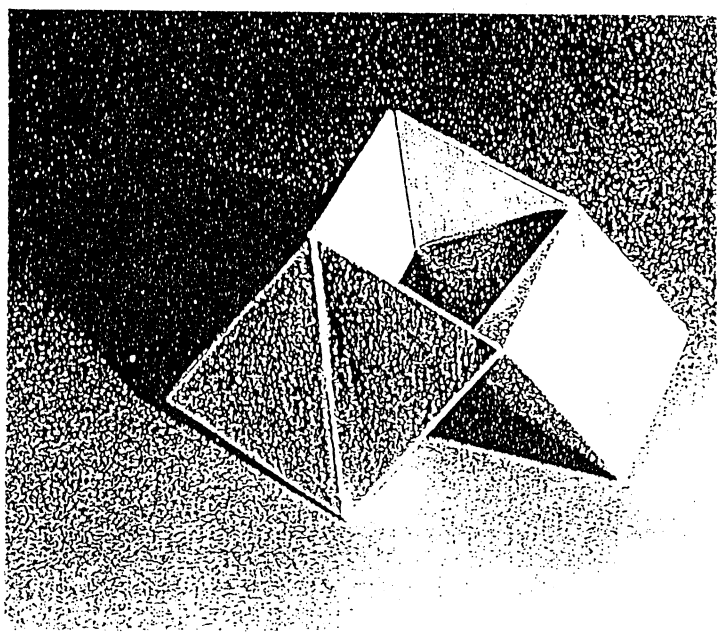
Sachant que la pyramide a deux faces perpendiculaires,calculer son volume, puis celui du solide complet.
Généraliser avec les dimensions (a , a , b).

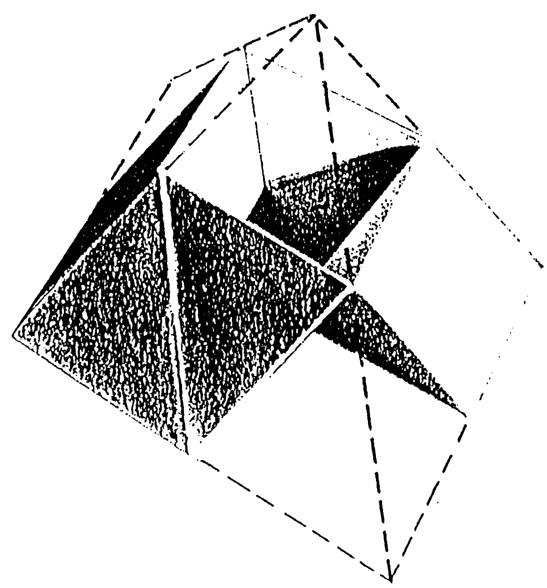
On a $V = \frac{1}{3}B.h$ où B est l'aire du triangle isocèle ABC et h est la hauteur SM.

Calcul de B $= \frac{AM.CM^2}{2}$ avec $AB = b$ et $CM^2 = a^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{2}$. (On a vu que a = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b)

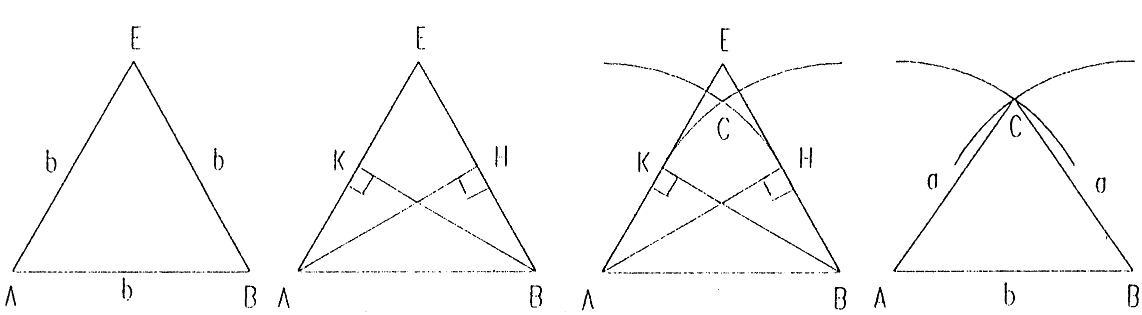
donc $V = \frac{AB.CM^2}{6} = \frac{b.\frac{b^2}{2}}{6} = \frac{b^3}{12}$.

Compléter le solide avec d'autres pyramides identiques pour obtenir une nouvelle pyramide dont on calculera la hauteur, l'aire de base et le volume.

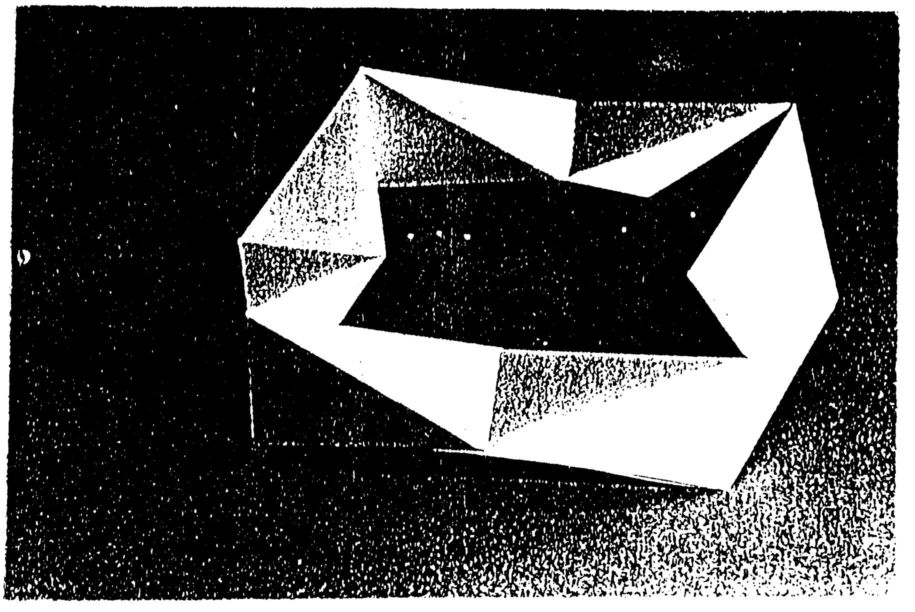




Construction exacte à l'aide de la hauteur d'un triangle équilatéral.



Construction d'autres kaléidocycles à l'aide de pyramides de dimensions différentes, d'un nombre différent de pyramides.

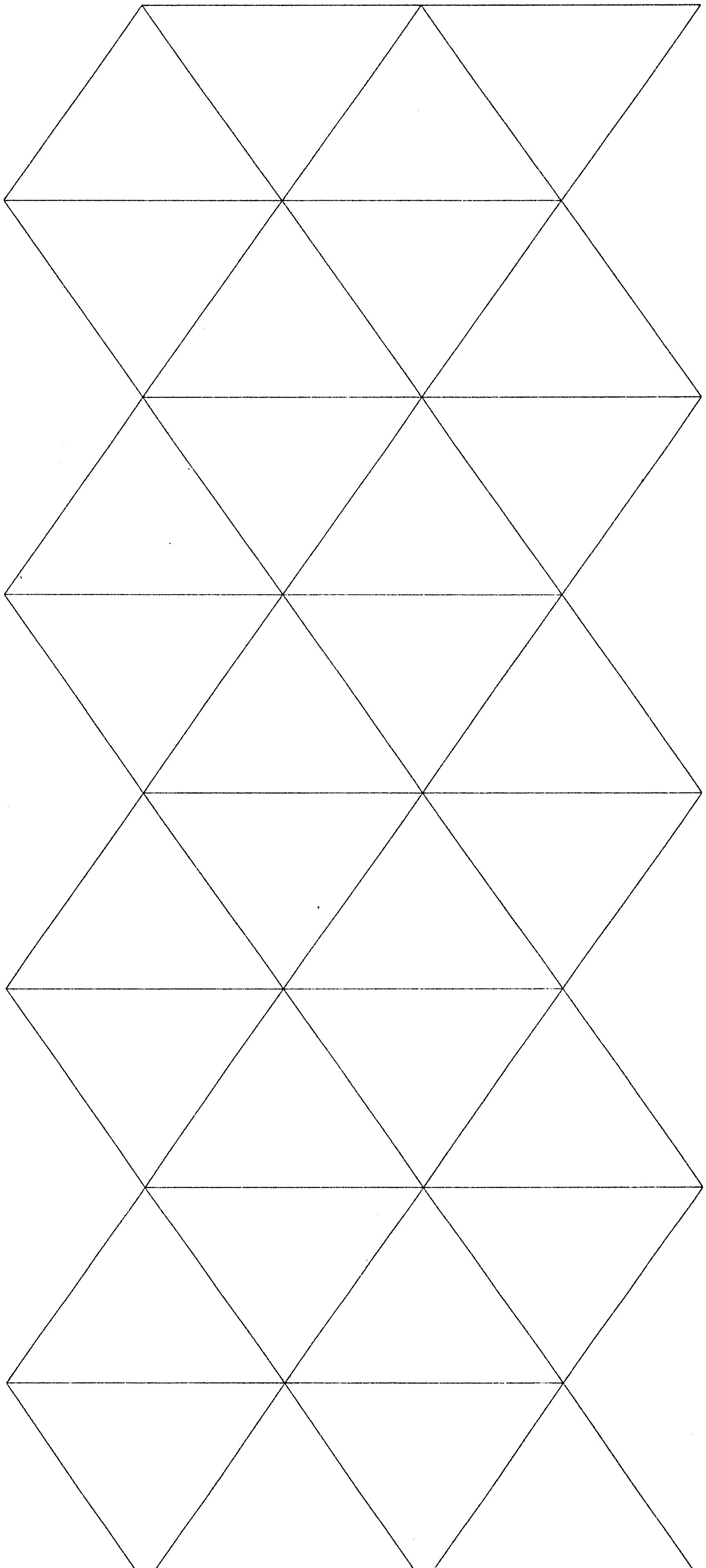


Pavages à la mode " Escher ".

On pourra se reporter à l'excellent livre *M.C. Escher- Kaléidocycles* par Doris Schattschneider et Wallace Walker où plusieurs pavages sont proposés. C'est l'occasion d'introduire ou de réinvestir les transformations du plan telles que symétries, rotations, translations.

Patron complet du kaléidocycle.

Un exemple en est proposé à la page suivante.



IREM de Rouen

Groupe collège-lycée

Dieppe

DOUBLE-CÔNE

DOUBLE-CÔNE

DOUBLE-CÔNE

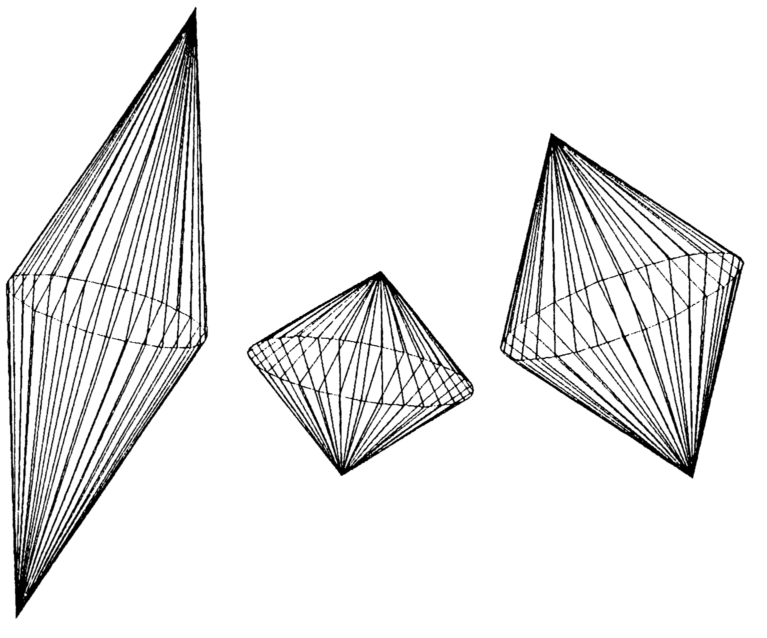
DOUBLE-CÔNE

DOUBLE-CÔNE

Préliminaire :

On désigne par le nom de "***double-cône***" le solide constitué de deux cônes de révolution de base commune et de même hauteur.

Exemples :



BUT DE L'ACTIVITE :

Trouver le double-cône le plus volumineux contenu dans un cube

Objectifs :

Cette activité vise à réinvestir des notions vues dans le premier cycle telles que :

- Le cube : patron, dessin en perspective, réalisation, etc...
- Le cône : patron, dessin en perspective, réalisation, etc...
- Calculs de longueurs, d'aires, de volumes.
- Le théorème de Pythagore.
- Le calcul littéral, le calcul avec des radicaux.

Cette activité peut se mettre en place en classe de troisième comme aboutissement du cours sur le cône, mais peut être également utilisée en classe de seconde dans le cadre des modules, notamment pour introduire la géométrie dans l'espace.

Caractéristiques de l'activité :

Travail en groupes pour la phase de recherche.

Chaque groupe devra, en fin d'activité, aboutir à la réalisation d'un cube et du double-cône le plus volumineux.

Matériel :

Outre le matériel habituel de géométrie, il faut du papier Canson, du ruban adhésif et une paire de ciseaux.

(Il est souhaitable de disposer d'un cube transparent "ouvert" sur l'une de ses faces).

DEROULEMENT DE L'ACTIVITE :

Première étape (en classe) :

Construire un cône qui rentre dans un cube. (Essayer de le faire le plus grand possible).

Deuxième étape (à la maison) :

Réaliser un cube dont les arêtes mesurent un décimètre.(Laisser une face "ouverte").

Réaliser un cône plus grand que le précédent et qui rentre dans le cube.

Troisième étape (en classe) :

Après vérification et éventuellement correction des solides réalisés, on demande de réaliser un double-cône contenu dans le cube et dont les sommets sont en contact avec le cube.

Les élèves vont faire des propositions. Les plus intéressantes sont les suivantes :

- Les sommets du double-cône sont les centres de deux faces opposées du cube.
- Les sommets du double-cône sont les milieux de deux arêtes opposées du cube.
- Les sommets du double-cône sont deux sommets opposés du cube.

Dans chaque cas il faut :

1°) Dessiner en perspective la section du plan du disque de base avec les faces du cube. Matérialiser cette section.

2°) Calculer les dimensions de cette section afin de trouver le plus grand rayon possible du disque de base.

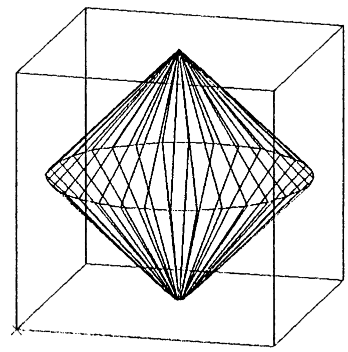
3°) Calculer la hauteur du double-cône.

4°) Calculer le volume du double-cône.

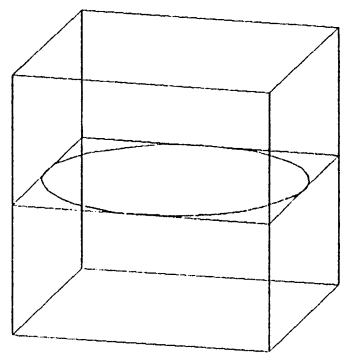
5°) Réaliser le double-cône. Pour cela, il faut calculer l'apothème et l'angle du secteur circulaire de la surface latérale afin de faire le patron.

Première proposition :

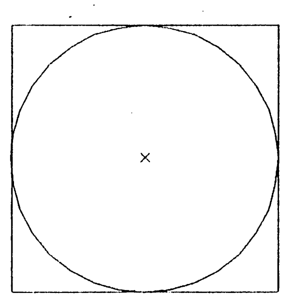
Les sommets du double-cône sont les centres de deux faces opposées du cube :



Le plan de base est parallèle aux deux faces.



La section est donc un carré identique aux faces.



Le rayon est donc:

$$R = \frac{c}{2}$$

Le volume est donc :

$$V = \frac{\pi \cdot c^3}{12}$$

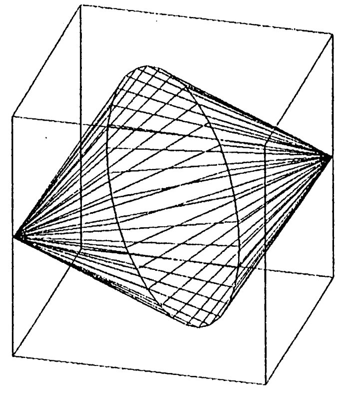
La hauteur est égale à une arête du cube , donc :

$$h = c$$

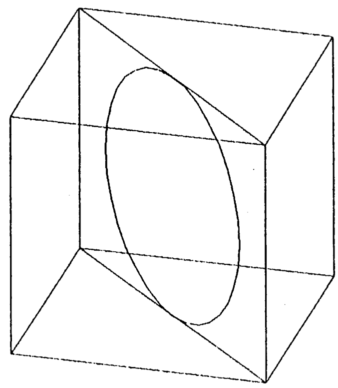
L'apothème mesure $\frac{c\sqrt{2}}{2}$ et l'angle du secteur circulaire mesure $180\sqrt{2}\,°$.

Deuxième proposition :

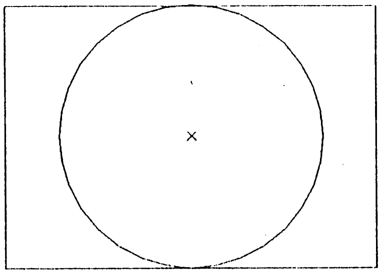
Les sommets du double-cône sont les milieux de deux arêtes opposées du cube :



Le plan de base contient deux arêtes opposées du cube



La section est donc un rectangle dont la largeur est égale à l'arête du cube.



Le rayon est donc :

$$R = \frac{c}{2}$$

La hauteur est égale à la longueur d'une diagonale d'une face du cube, donc

$$h = c\sqrt{2}$$

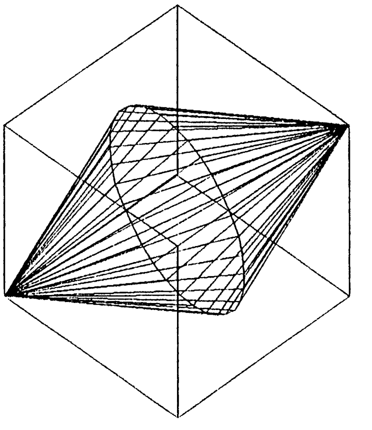
Le volume est donc :

$$V = \frac{\pi \cdot c^3 \sqrt{2}}{12}$$

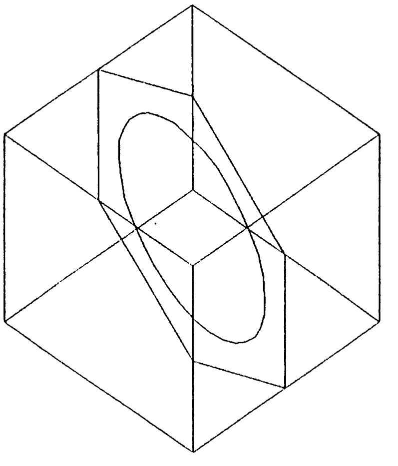
L'apothème mesure $\frac{c\sqrt{3}}{2}$ et l'angle du secteur circulaire mesure $120\sqrt{3}\,°$.

Troisième proposition (faite en classe de troisième) :

Les sommets du double-cône sont deux sommets opposés du cube :



Le plan de base est perpendiculaire à une diagonale du cube.



Le rayon choisi est :

$$R = \frac{c}{2}$$

La hauteur est égale à la longueur d'une diagonale du cube, donc :

$$h = c\sqrt{3}$$

Le volume est donc :

$$V = \frac{\pi \cdot c^3\sqrt{3}}{12}$$

Les élèves voient, en le plaçant dans leur cube, qu'il y a encore " de la place vide à occuper ".

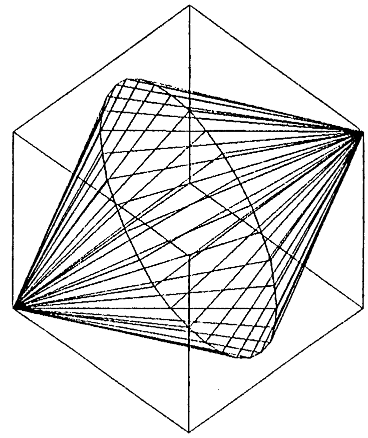
On leur propose alors de chercher à réaliser

le double-cône le plus volumineux qui rentre dans le cube.

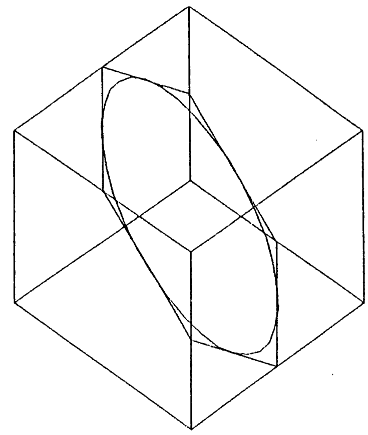
La hauteur maximum possible étant la diagonale du cube, il faut donc déterminer le plan de symétrie des deux sommets opposés. On cherche alors des points sur les arêtes du cube qui soient équidistants de ces deux sommets. Les élèves réalisent que ce plan de symétrie coupe le cube selon un hexagone. (Un petit travail annexe permet de montrer que cet hexagone est régulier, ses sommets étant les milieux de six arêtes du cube). En le dessinant, on peut aisément trouver le rayon du plus grand disque de base.

Amélioration de la troisième proposition (cette solution a été directement réalisée en seconde):

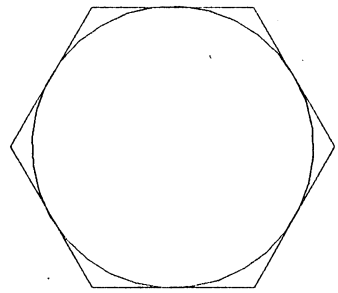
Les sommets du double-cône restent deux sommets opposés du cube :



Le plan de base reste perpendiculaire à une diagonale du cube.



La section reste donc un hexagone régulier dont les sommets sont les milieux de six arêtes du cube.



Le rayon choisi est le plus grand possible. Donc :

$$R=\frac{c\sqrt{6}}{4}$$

La hauteur reste égale à la longueur d'une diagonale du cube.

$$h=c\sqrt{3}$$

Le volume est donc :

$$V=\frac{\pi\cdot c^3\sqrt{3}}{8}$$

L'apothème mesure $\frac{3c\sqrt{2}}{4}$ et l'angle du secteur circulaire mesure $120\sqrt{3}\,°$.

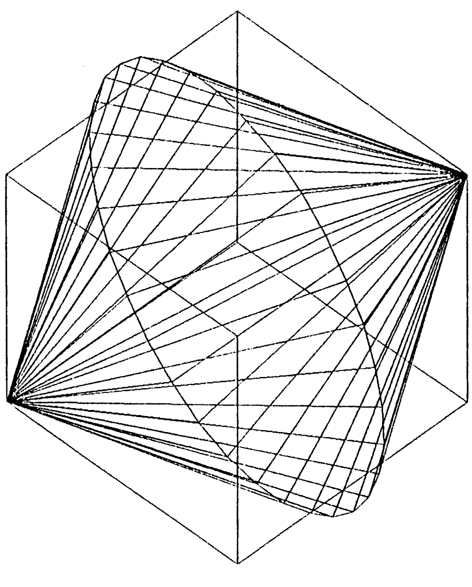
CONCLUSION (en classe) :

Comparaison des volumes et calculs des coefficients de remplissage du cube pour aboutir à la conclusion que le plus volumineux parmi ceux réalisés est bien le dernier.

Observation de ce double-cône ***dans*** le cube transparent : Trois génératrices de chaque cône sont tangentes à trois faces du cube. Ceci corrobore le fait que ce soit le plus volumineux.

Remarque : Une tentative bien " compréhensible ":

Pour améliorer la troisième proposition, un groupe d'élèves de troisième a construit un double-cône dont le diamètre de base est égal à $c\sqrt{2}$. Ils constatent que ce double-cône ne rentre pas dans le cube.



<u>Prolongements éventuels :</u>

- Calcul de l'aire latérale du double-cône. Comparaison des surfaces de papier utilisées.
- Comparaison du volume avec celui de la plus grande sphère contenue dans le cube.
- En seconde, formaliser la notion de plan médiateur.

CONCLUSION :

Ces activités qui ne permettent pas "d'avancer" dans le programme, ne doivent pas être perçues comme une perte de temps, bien au contraire :

Elles sont un investissement sur le long terme puisqu'elles sont l'occasion de faire le point sur de nombreuses notions vues antérieurement en les appliquant dans des situations concrètes et permettent ainsi de les consolider, tout en améliorant sensiblement la perception de l'espace de nombreux élèves.

La réalisation concrète d'objets que l'on peut manipuler et qu'on ne peut réaliser qu'à l'aide de calculs et constructions précises redonne ainsi aux yeux de certains élèves une " utilité " aux mathématiques et en particulier aux inévitables calculs sans lesquels rien ne serait réussi. Certains, sensibles au côté ludique des activités se prennent au jeu et ont à coeur d'aboutir.

De plus, le travail en groupe peut remotiver des élèves qui sauront mettre leurs connaissances et leurs compétences au service de ce groupe. C'est aussi l'occasion pour eux d'apprendre à partager, discuter en argumentant, se corriger mutuellement et s'organiser en se répartissant la tâche.

Ref : 109

TITRE : ***GEOMETRIE DANS L'ESPACE***

AUTEURS : **Anne-marie DROUET, Claude FRIBOURG, Brigitte PETIT, Aline ROY, Martial TINEL.**

PUBLIC CONCERNE : – Enseignants de mathématiques de collège et lycées.

– Etudiants I.U.F.M. du second degré.

RESUME : Présentation et analyse de trois activités de géométrie dans l'espace, niveau collège seconde, conçues pour faire travailler les élèves en groupes.

MOTS CLES :.

Géométrie	Activités
Espace	Travail en groupes
Prismes	Modules
Cônes	Troisième
Pyramides	Seconde
Tétraèdres	Jeu d'échecs
Patrons	Kaléïdocycles
Perspective	Double-cône

DATE : Octobre 1996.
NB DE PAGES : 30 pages.
N° D'ISBN : **2-86239-070-4**
PUBLICATION : IREM de Rouen, BP 153, 76135 Mont-Saint-Aignan, France.

****

BON DE COMMANDE

M. , Mme, Mlle : ________________________________
Adresse : ________________________________

Libellé GEOMETRIE DANS L'ESPACE DU COLLEGE AU LYCEE	Prix	Quantité	Total
[R.109]	35F	....	....
Frais d'envoi : 15 F pour le 1er livre et 10 F par livre supplémentaire (France)			....
Frais réels pour l'étranger			....
			SOMME

DUE :

Les chèques de règlement seront libellés à l'ordre de :
L'AGENT COMPTABLE DE L'UNIVERSITE DE ROUEN
Et adressés directement à l'I.R.E.M. – B.P. 138 – 76821 MONT SAINT AIGNAN
Pour tout renseignement complémentaire Tél. : 02 535.14.61.41.

RIB : TP ROUEN TG 10071 76000 00044004056 81

****

DATE : SIGNATURE :