IREM de ROUEN

GROUPE COLLEGE-LYCEE de DIEPPE

KALEIDOCYCLE

DROUET Anne-Marie
FRIBOURG Claude
PETIT Brigitte
ROY Aline
TINEL Martial

KALEIDOCYCLE

LE BEL OBJET TOURNANT ... IDENTIFIE

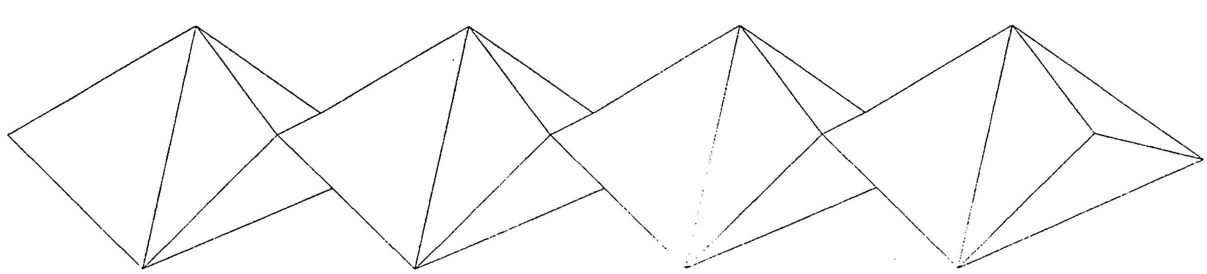
Cette activité permet de construire un solide original, que l'on peut manipuler et faire tourner ; ce côté ludique plaît aux élèves. C'est une activité riche qui aborde plusieurs points du programme de troisième. Elle peut aussi être proposée aux élèves de seconde comme activité de réinvestissement de ce qu'ils ont vu en troisième. Elle convient bien pour un travail en groupe, dans le cadre des modules en seconde par exemple, puisqu'elle peut-être abordée, selon le niveau et le vécu des élèves, de différentes manières.

OBJECTIFS PRINCIPAUX

C'est une des premières activités de géométrie dans l'espace en classe de troisième.
Elle permet de découvrir un solide original obtenu à partir de pyramides, de dessiner des patrons, d'utiliser le théorème de Pythagore dans l'espace et d'aborder les positions relatives de deux plans.

AUTRES OBJECTIFS

Calculs exacts et calculs approchés de longueurs, de volumes.
Triangles " presque rectangles ".
Travail en groupe : débats, conjectures, mise en place d'une justification ...
Restitution de compte-rendus.



DESCRIPTION DETAILLEE DE L'ACTIVITE

MATERIEL

Outre le matériel habituel de géométrie, il est nécessaire d'avoir du papier à dessin, des ciseaux et du ruban adhésif.

PREREQUIS

Vocabulaire sur les solides : arêtes, sommets, faces perpendiculaires.
Vocabulaire sur les triangles : isocèle, hauteur.
Dessin en perspective cavalière, patron d'un solide.
Propriété de Pythagore et sa réciproque.
Calcul numérique et littéral.

DEROULEMENT DE L'ACTIVITE

En classe, les élèves travaillent par groupes de 4. Un compte-rendu est demandé à la fin de chaque séance.

Première étape : réalisée à la maison.
Construction d'une pyramide dont les faces sont des triangles isocèles identiques de mesures données.

Deuxième étape : 30 à 40 min.
Observation et description des solides obtenus.

Troisième étape : 1 heure.
Recherche de la condition pour que la pyramide ait deux faces perpendiculaires.

Quatrième étape : A la maison.
Construction de 2 tétraèdres dont les dimensions sont données.
Suite de l'étape en classe en 1 heure.
Construction et description d'objets articulés constitués de 2, puis de 4 et enfin de 8 pyramides identiques répondant à la condition.

CONSIGNES DONNEES AUX ELEVES

Première étape : ***Construction de pyramides***

Construire une pyramide à base triangulaire (encore appelée tétraèdre) dont les quatre faces identiques sont des triangles isocèles non équilatéraux.

Chaque groupe doit réaliser 4 pyramides (une par élève) dont voici les mesures en cm : (7 ; 7 ; 8) , (6 ; 6 ; 7) , (5 ; 5 ; 6) et (8 ; 8 ; 7).

Deuxième étape : ***Observation et description des 4 tétraèdres***

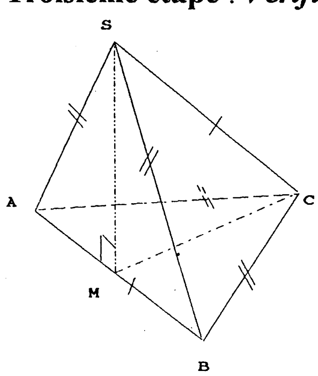
Décrire le tétraèdre puis le dessiner en perspective cavalière.

Dessiner tous les patrons possibles d'un tel tétraèdre.

Quelle(s) remarque(s) peut-on faire sur les tétraèdres obtenus ?

Certaines faces sont-elles perpendiculaires ?

Troisième étape : ***Vérification de la conjecture et mise en place de la condition***



Vérification de la conjecture. Les tétraèdres (7 ; 7 ; 8) et (6 ; 6 ; 7) semblent avoir des faces perpendiculaires

Pour chacun d'eux, M étant le milieu de [AB] calculer SM.

Construire en vraie grandeur le triangle SMC.

Ce triangle est-il rectangle ? Justifier la réponse.

Découverte de la condition .

On note (a , a , b) les dimensions en cm de chaque face.

Quelle relation doit-on avoir entre a et b pour que le tétraèdre ait deux faces perpendiculaires ?

(On peut demander d'exprimer SM et CM en fonction de a et b).

Parmi les dimensions proposées, quelles sont celles qui se rapprochent le plus de la condition trouvée ?

Quatrième étape : ***Vers le bel objet tournant***

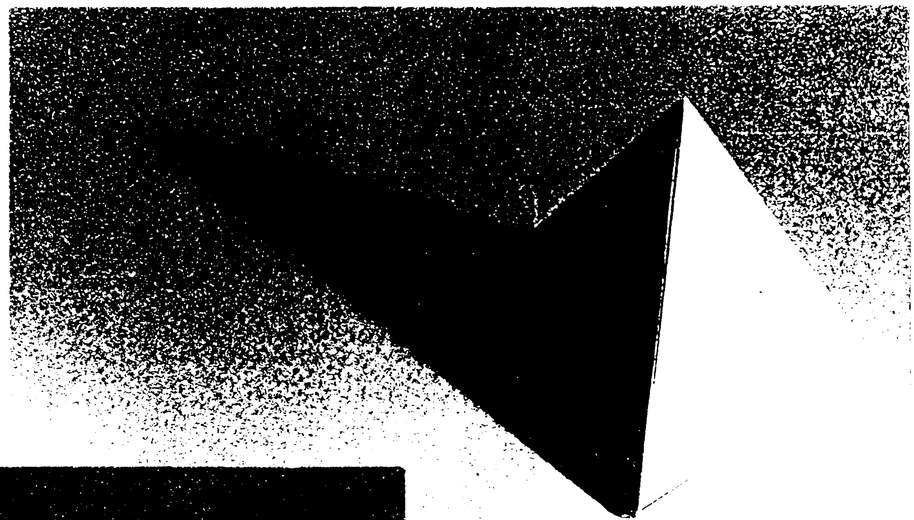
Chaque élève construit à la maison deux tétraèdres dont les dimensions en cm sont (7,1 ; 7,1 ; 8,2)

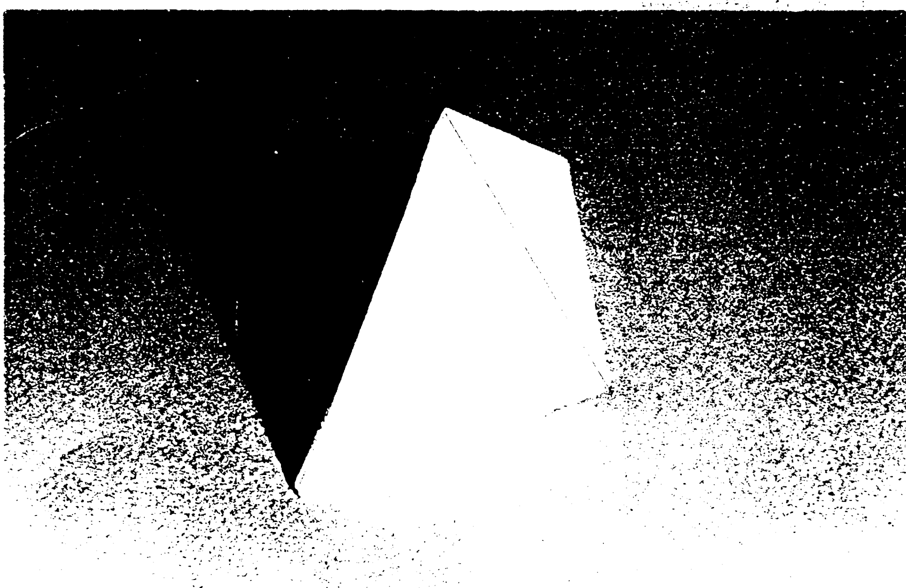
Vérifier que le choix de ces dimensions est judicieux.

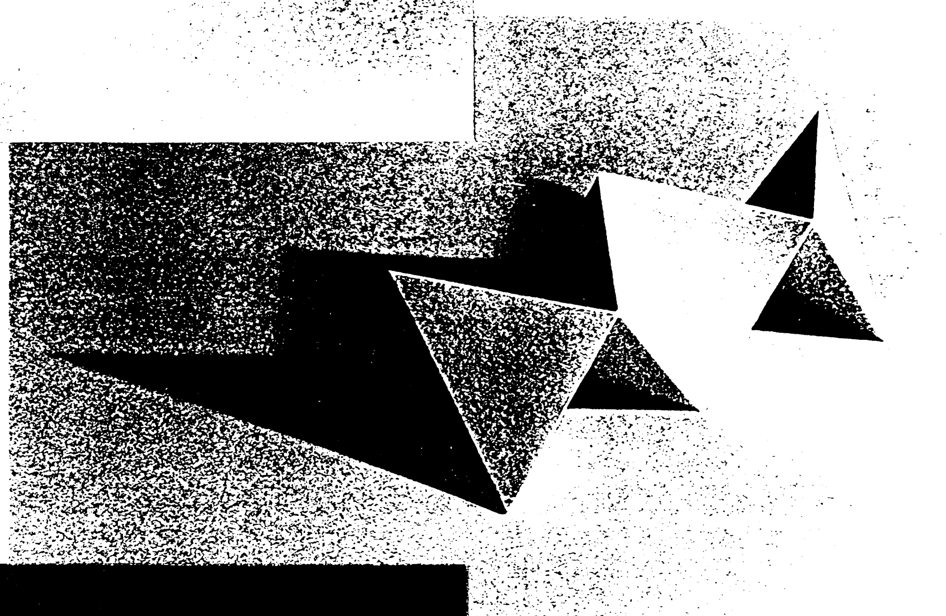
En classe, chaque élève assemble ses deux tétraèdres par une des arêtes les plus longues.

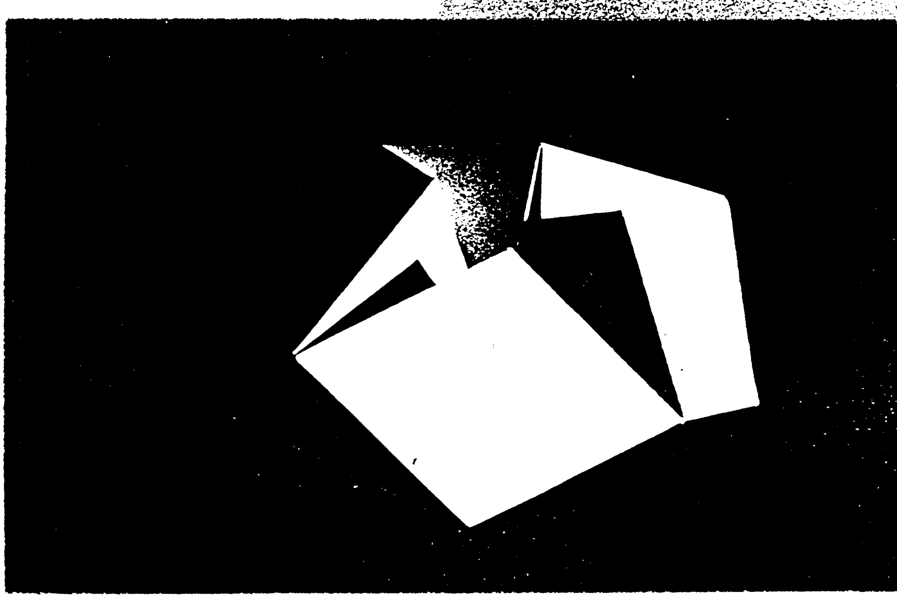
Décrire le solide obtenu et en faire le patron.

Assembler de même 4 tétraèdres, puis 8, et enfin assembler les 2 extrémités libres : ***le voilà!***









Toutes les photos ont été réalisées par l'atelier photo-vidéo du collège Georges Braque de Dieppe.

DIFFICULTES RENCONTREES

Première étape

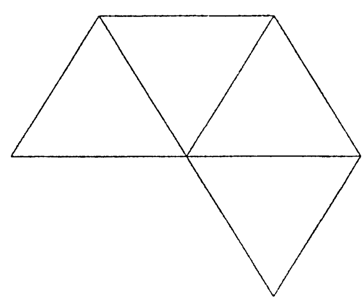
Qu'est-ce qu'une pyramide ?

Apparition de pyramides à base carrée ou de tétraèdres réguliers.

Ces deux erreurs proviennent soit d'une mauvaise représentation des pyramides (pyramides d'Egypte ou pyramides régulières), soit d'une mauvaise lecture des consignes.

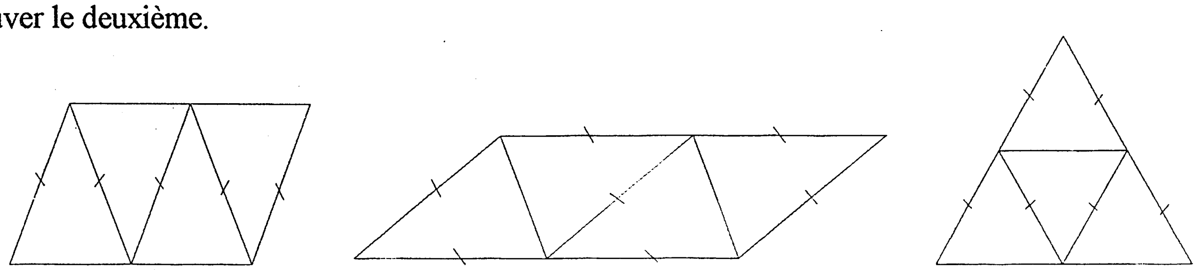
Deuxième étape

Constructions de " faux-patrons ". L'exemple le plus souvent rencontré est le suivant:



Absence de pointillés dans les perspectives cavalières.

Les élèves ont eu des difficultés pour trouver les trois patrons possibles, en particulier pour trouver le deuxième.



Difficulté de vision dans l'espace. Les élèves voient bien les faces perpendiculaires lorsque l'une d'entre elle repose sur la table, mais ont souvent des difficultés à trouver l'autre paire de faces perpendiculaires.

Troisième étape

Difficulté pour situer l'hypothénuse du triangle dans l'espace.

Discussion sur la notion de triangle " à peu près " rectangle : avec les valeurs données, les triangles ne sont pas rectangles.

Quatrième étape

En supposant a fixé et en utilisant la relation liant a et b, on peut calculer b exactement, mais au niveau de la construction, on se contente d'une valeur approchée de b: c'est l'écart qui rend le choix judicieux.

PROLONGEMENTS

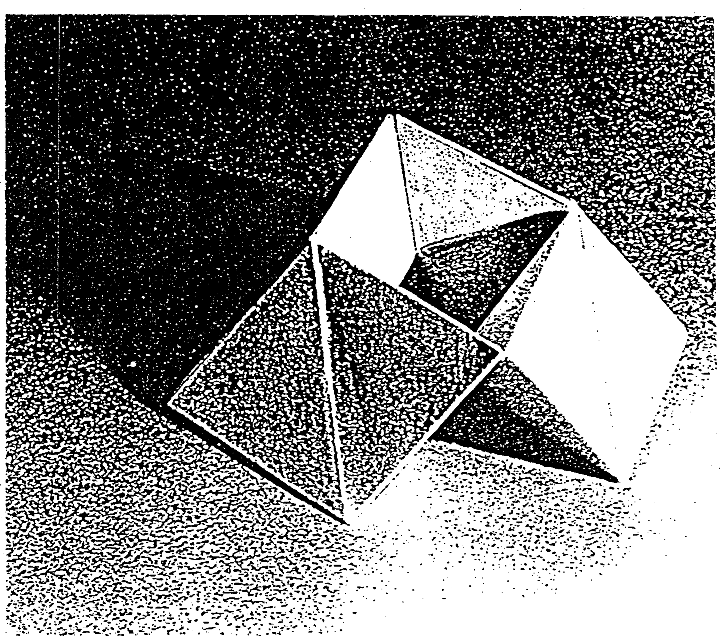
Sachant que la pyramide a deux faces perpendiculaires,calculer son volume, puis celui du solide complet.
Généraliser avec les dimensions (a , a , b).

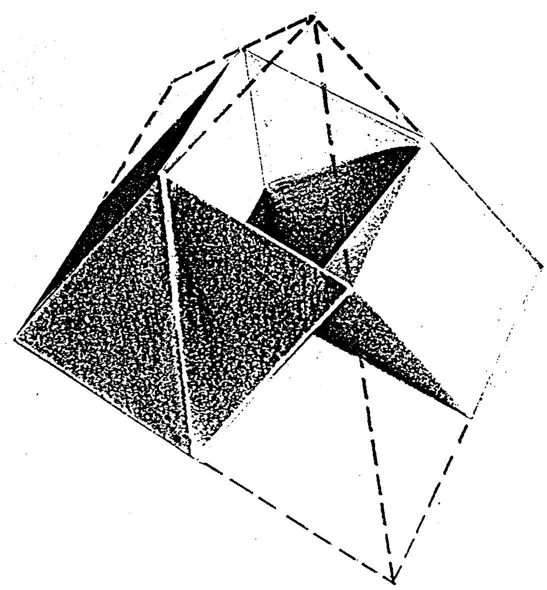
On a V = $\frac{1}{3}$B.h où B est l'aire du triangle isocèle ABC et h est la hauteur SM.

Calcul de B $= \frac{AM.CM^2}{2}$ avec $AB = b$ et $CM^2 = a^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{2}$. (On a vu que a = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b)

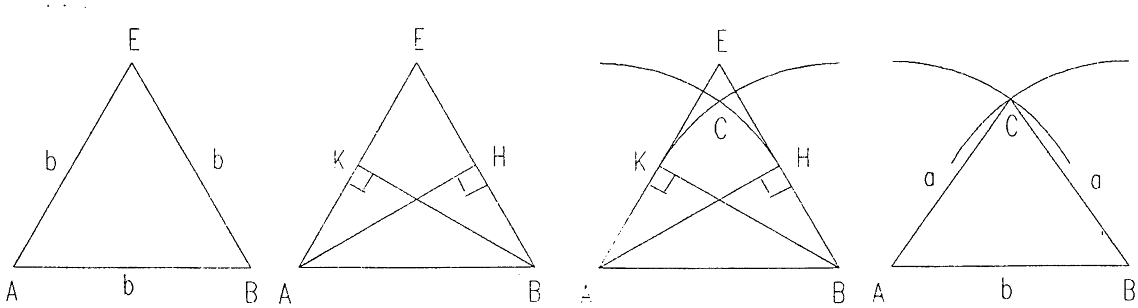
donc V= $\frac{AB.CM^2}{6} = \frac{b.\frac{b^2}{2}}{6} = \frac{b^3}{12}$.

Compléter le solide avec d'autres pyramides identiques pour obtenir une nouvelle pyramide dont on calculera la hauteur, l'aire de base et le volume.

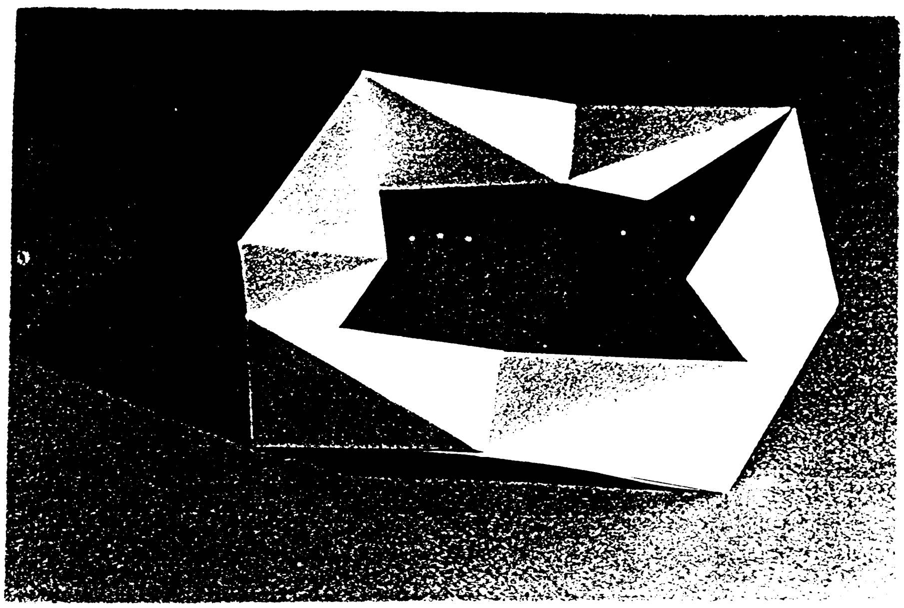




Construction exacte à l'aide de la hauteur d'un triangle équilatéral.



Construction d'autres kaléidocycles à l'aide de pyramides de dimensions différentes, d'un nombre différent de pyramides.



Pavages à la mode " Escher ".

On pourra se reporter à l'excellent livre *M.C. Escher- Kaléidocycles* par Doris Schattschneider et Wallace Walker où plusieurs pavages sont proposés. C'est l'occasion d'introduire ou de réinvestir les transformations du plan telles que symétries, rotations, translations.

Patron complet du kaléidocycle.

Un exemple en est proposé à la page suivante