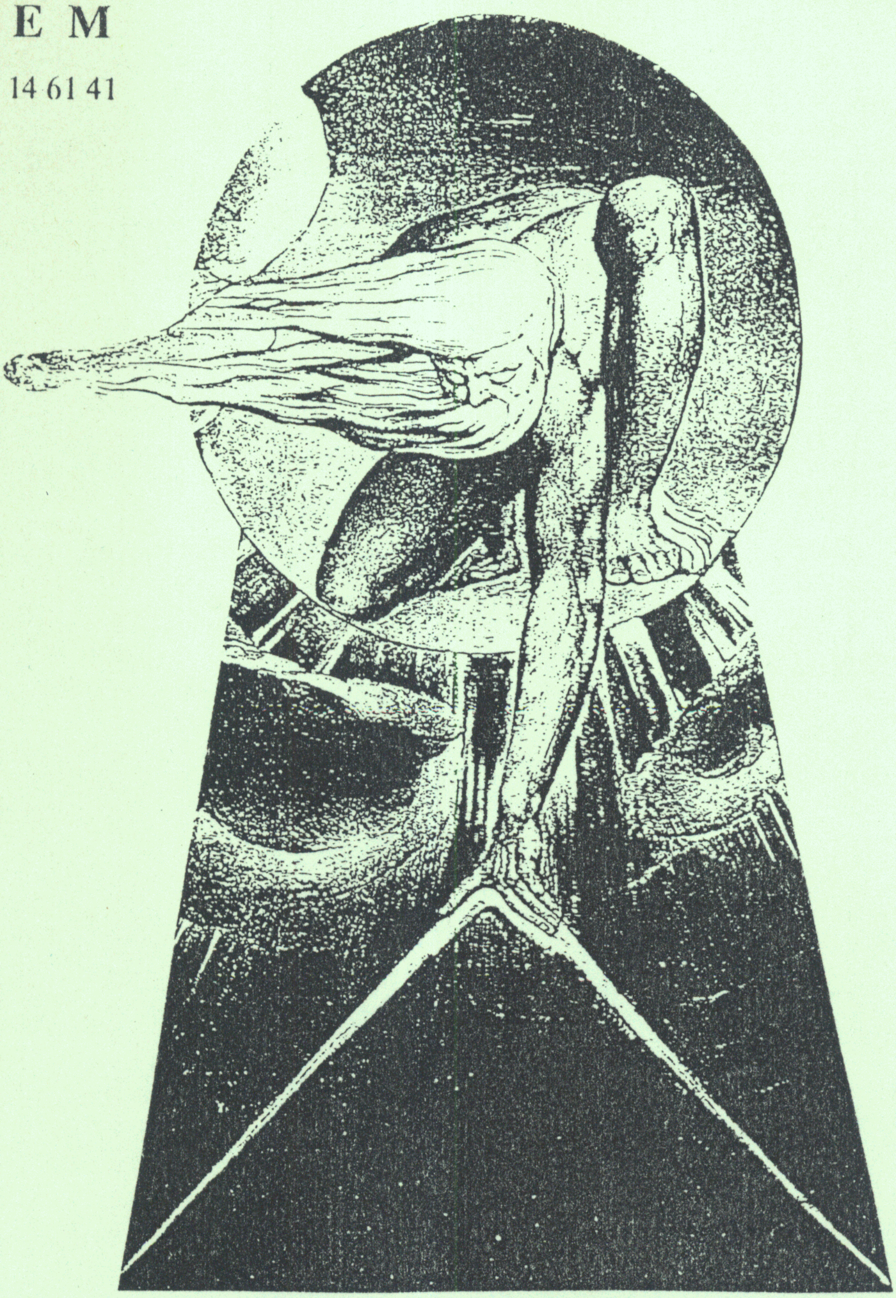
UNIVERSITE de ROUEN - S.C.U.R.I.F.F.

INSTITUT de RECHERCHE
sur
l' ENSEIGNEMENT des MATHEMATIQUES

I R E M
tél : 35 14 61 41



ETUDES D'HISTOIRE EXTERNALISTE DES MATHEMATIQUES

par le groupe Epistémologie et Histoire des Mathématiques de l'I.R.E.M. de Rouen.

Monique Lelouard, Carmelle Mira, Jean-Marie Nicolle.

I R E M de R O U E N

1, rue Thomas Becket - BP 153 , 76135 Mont-Saint-Aignan Cédex

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Depuis quelques dix années, nous formons un groupe pluridisciplinaire pour travailler sur l'histoire des mathématiques. Notre perspective de travail ne consiste pas à restituer l'intégralité de l'histoire d'une notion mathématique, ni à couvrir exhaustivement une période donnée, mais à étudier l'histoire des mathématiques de façon externaliste.

En effet, il nous semble que cette histoire est trop souvent détachée de son contexte social et économique, comme si les problèmes mathématiques nouveaux apparaissaient tout seuls ou par le simple génie des mathématiciens. Notre perspective procède d'un choix délibéré dont les enjeux doivent être clairement établis.

Deux écoles s'opposent en histoire des sciences : l'internalisme et l'externalisme.

L'internalisme considère la science comme une activité intellectuelle relativement autonome par rapport aux autres activités humaines. Seuls les débats d'idées expliqueraient les différentes étapes de l'histoire d'une science. L'histoire internaliste des mathématiques se réduit donc à une histoire des idées mathématiques. On n'y fait appel à aucune influence extérieure, si ce n'est parfois aux idées religieuses ou philosophiques. P. Duhem, et surtout A.Koyré sont des représentants français de cette école.

L'externalisme considère la science comme une activité rattachée par des liens de dépendance plus ou moins étroits aux autres activités humaines : l'économie, la politique, la technique... L'histoire des mathématiques consisterait à situer la recherche parmi des préoccupations externes à cette science, comme un produit influencé plus ou moins consciemment par d'autres conditions que les seuls débats d'idées. P.Thuillier, par exemple, est externaliste.

Ce débat sur les facteurs déterminant le progrès des sciences repose sur une opposition philosophique née au XIX^{e} siècle entre l'idéalisme et le matérialisme. L'idéalisme est la philosophie d'après laquelle ce sont les idées qui conduisent les changements dans la réalité. Ainsi, si l'on se demande pourquoi la science moderne est née au XVII^{e} siècle, on invoquera les idées de l'époque, le platonisme de Galilée, ou le rationalisme de Descartes. Le matérialisme est la philosophie d'après laquelle ce sont les conditions de vie matérielle qui déterminent les idées, les idées étant moins ce qui change la réalité que ce qui la reflète. A la même question sur l'apparition de la science moderne, on invoquera les facteurs économiques, le rôle des machines, l'expansion du capitalisme marchand, etc...

Ce débat fut parfois très vif : c'est que derrière le matérialisme, on voit se profiler la figure de K.Marx, alors que derrière l'idéalisme, on voit apparaître la défense de la religion (par exemple, P.Duhem cherchant à réhabiliter le rôle des théologiens dans les crises du XIII^e siècle et de la Renaissance). Nous ne prétendons pas, ici, reprendre tout le dossier et démontrer définitivement la valeur de la perspective externaliste. En effet, une des difficultés majeures de cette perspective est d'établir les liens de détermination entre une recherche mathématique et une autre activité. Nous verrons cette difficulté dans la conclusion.

Nous pouvons simplement justifier notre perspective par la position professionnelle que nous avons vis-à-vis des mathématiques, à savoir celle d'enseignants. Un reproche fréquent - et totalement justifié - fait à l'enseignement des mathématiques, est qu'il présente ses concepts de façon intemporelle, sans perspective historique. Les élèves en ressentent une impression d'arbitraire, ils finissent par renoncer à toute question sur les origines des problèmes. C'est pourquoi depuis une vingtaine d'années, sous l'impulsion des I.R.E.M. notamment, des initiatives variées ont introduit, ici et là, une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, et influencé dans ce sens la conception des nouveaux programmes.[1]

Il faut cependant convenir d'un risque encouru par la pratique externaliste de l'histoire des mathématiques : celle de renforcer la conception utilitariste des mathématiques; si une invention mathématique est présentée comme la réponse à un besoin social, elle peut être comprise comme une invention opératoire et non comme un progrès de la pensée. Les élèves partagent avec l'opinion publique la confusion entre mathématiques et calcul, et pourraient être confortés dans cette vision, tant le sens des problèmes leur échappe. Mais ce risque provient d'abord de la façon dont on enseigne l'histoire; si l'histoire des mathématiques n'est exposée que comme l'histoire des découvertes sans aucune allusion aux tâtonnements, aux obstacles épistémologiques, ou aux échecs, alors, là, évidemment, les mathématiques apparaîtront comme une somme de recettes utiles à connaître pour réussir des calculs; mais si l'histoire des mathématiques est enseignée avec ses hésitations, ses lenteurs et ses erreurs, alors elle montrera aux élèves l'importance des concepts et des méthodes, c'est-à-dire l'importance du sens des problèmes qui est l'essentiel de l'esprit scientifique.

---

[1] Voir *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques*, Bulletin Inter-IREM, Epistémologie, 1988.

C'est dans cet esprit, avant tout animé par des préoccupations pédagogiques, que nous proposons dans cette brochure une série de huit articles, présentés dans l'ordre chronologique, montrant un rapport entre des notions mathématiques et des activités externes, et illustrés, quand faire se peut, par un document éventuellement utilisable en classe.

Chapitre 1

LA NOTION D'EGALITE CHEZ LES GRECS

Jean-Marie Nicolle

On ne peut rien comprendre des exigences des penseurs Grecs de l'Antiquité si l'on ignore la place centrale de la notion d'harmonie; c'est elle qui dirige toutes les activités, c'est elle qui pénètre tous les aspects de la vie intellectuelle : cosmologie, musique, politique, sculpture, mathématique, etc...L'harmonie est la conformité à un ordre. Cet ordre est posé comme naturel et nécessaire; elle est donc la continuité de cet ordre. Briser l'harmonie est source de violence et de malheurs. L'harmonie est le respect de l'ordre de la nature (*phusis*) et toute transgression de cet ordre est punie par les dieux.

Or, si l'ordre est donné de façon indiscutable dans le monde (l'ordre cosmologique), il est à maintenir en soi-même (l'ordre psychologique) et il est à construire dans la vie de la Cité (l'ordre politique). C'est dans la construction de cet ordre qu'intervient la délicate question de l'égalité : notion à la fois mathématique et politique, l'égalité (*isotès*) est équivoque; sa définition est discutable, et, malheureusement, cette discussion introduit le désordre dans la Cité.

1 - L'ORDRE COSMOLOGIQUE :

Le monde est généralement conçu par les Grecs sous la forme d'une sphère ou d'une demi-sphère dans laquelle on distingue nettement deux lieux : le Ciel, parfait et intangible; la Terre, corruptible et en devenir.

L'ordre cosmologique est donc un ordre hiérarchique présentant un modèle à suivre; c'est pourquoi il ne faut rien changer à ce qui est, mais contempler ce qui est. Les penseurs Grecs éprouvaient le plus grand mépris pour la technique et le travail manuel parce qu'il modifie l'ordre des choses naturelles. En revanche, ils tenaient en haute admiration le théoricien parce qu'il contemple le spectacle (*theoria*) du monde.

L'art grec reflète la vénération pour l'ordre de la nature; le cercle est considéré comme une figure parfaite parce qu'il est la forme des astres, notamment du Soleil; la ligne d'horizon sert de repère sur lequel on peut poser la base des temples, souvent construits en surplomb de la mer; le corps humain est représenté nu parce qu'il est un microcosme, un résumé de toutes les formes les plus équilibrées de la nature.

Quand un héros transgresse l'ordre du monde, il est gravement poursuivi par les dieux; ainsi, Prométhée qui a révélé aux hommes les secrets du feu, de l'astronomie, du nombre, de l'alphabet, de la domestication des animaux, etc... est condamné à un enchaînement infini parce qu'il a dépassé la mesure du savoir.

2 - L'ORDRE PSYCHOLOGIQUE :

L'âme est ordonnée en trois parties : la raison (*nous*) qui permet d'atteindre la sagesse, le coeur (*thumos*) qui donne le courage et l'enthousiasme, et les désirs (*épithumia*) qui doivent être tempérés chez le sage. L'ordre hiérarchique de l'âme, s'il est réalisé par l'individu, donnera le bonheur dans l'accord avec soi-même.

C'est pourquoi les Grecs condamnent toute démesure, tout excès (*hubris*) dans la conduite individuelle; leur devise favorite était "Rien de trop". Tout excès est générateur de conflit et de violence. Dans *Les Perses* d'Eschyle, Xerxès commet la faute de vouloir dépasser les forces humaines en jetant un pont sur le bras de mer de l'Hellespont. Emporté par la passion de la domination, il ne mesure plus les limites auxquelles il doit se plier, et il est puni par les dieux.

L'idéal de tout Grec est l'auto-suffisance, l'autarcie (*autarkia*), car elle est la condition de la liberté. Pour se suffire à soi-même, à l'échelle économique de la Cité comme à l'échelle individuelle du sage, il faut être uni et non pas divisé. Il faut prendre modèle sur la sphère :

Le dieu a tourné le monde en forme de sphère, dont les extrèmités sont partout à égale distance du centre, cette forme circulaire étant la plus parfaite de toutes et la plus semblable à elle-même...(il) a pensé qu'il serait meilleur s'il se suffisait à lui-même que s'il avait besoin d'autre chose. [1]

---

[1] Platon : *Timée*, 33bd

3 - L'ORDRE POLITIQUE :

Tous les ordres de la réalité doivent concorder : l'ordre du monde, l'ordre psychologique et l'ordre de la société. Mais les Grecs sont également ceux qui ont changé l'ordre social en rompant avec la monarchie au VIII^{e} s. av J.C. Ils ont inventé un nouvel ordre, celui de la Cité-Etat (*Polis*).

A travers les réformes de Solon et de Clisthène, on voit se dégager trois principes permettant l'émergence de la démocratie athénienne :

- le droit à la parole : toute question publique relève de la discussion; à la parole unique du roi, on substitue la parole partagée de la discussion. C'est pourquoi les Grecs ont développé la rhétorique, la sophistique, puis la logique avec Aristote.
- le domaine public : toute question qui dépasse la sphère privée relève de l'intérêt général et doit être connue de tous; au secret des décisions royales, on substitue la publicité des débats et l'affichage des lois écrites.
- la notion d'égalité : la Cité est composée d'hommes semblables les uns aux autres; à l'origine, le citoyen soldat (l'hoplite) se bat à pied et doit entrer dans la cohésion du groupe. Chacun doit avoir une place, une fonction, et la remplir avec discipline; à l'héroïsme individuel, on substitue la participation égale de chacun à la vie politique, au sein de l'Assemblée du peuple, avec un droit de vote.

Cette égalité est concrètement perçue dans la figure du cercle : disposés en assemblée circulaire sur l'agora, les citoyens écoutent l'orateur placé au centre; à chaque changement de discours, l'orateur précédent regagne la circonférence et l'orateur suivant parcourt l'égale distance qui le conduit au centre.

Cependant, avec l'enrichissement considérable de certains, une crise sociale et politique s'ouvre au VI^{e} siècle, crise dont la Cité Grecque ne se relèvera pas. Les débats les plus rudes concernent bien entendu ce principe de l'égalité.

4 - Les deux egalites :

Deux définitions de l'égalité s'opposent, à travers lesquelles le débat n'est plus seulement politique, mais mathématique.

L'égalité géométrique : on en trouve le principe dans les réformes de Solon (639-559 av.J.C.). Le peuple était profondément divisé sur le régime politique : les *Diacrioi* (ceux de la montagne) voulaient un gouvernement populaire; les *Pediaioi* (ceux de la plaine) voulaient un gouvernement oligarchique; et les *Paraloi* (ceux de la côte) voulaient un gouvernement mixte. Solon est nommé archonte en 591 pour résoudre ce problème. Sa réforme concerne l'économie, la constitution, la législation et la monnaie. Elle permet un pas important vers la démocratie.

Dans cette réforme, l'égalité n'est ni une égalité de biens, ni une égalité de pouvoirs. C'est simplement le fait que la loi est la même pour tous. La vertu (*arétè*) consiste en ce que chacun soit à sa place et y reste. C'est donc une égalité qui conserve l'inégalité sociale. C'est une égalité hiérarchique, proportionnelle. On l'appelle homonoïa, c'est-à-dire le même rapport, l'identité de traitement par la loi, d'où résulte la concorde. "l'égal ne peut engendrer la guerre", écrit Solon. C'est une harmonie obtenue par des proportions.

Par exemple, Solon conserve la division en classes. La distribution des produits agricoles suit la règle 5,3,2. 500 mesures pour les meilleurs (*aristoi*), 300 pour les suivants, et 200 pour les derniers. C'est une règlementation fondée sur la mesure, la mesure étant le moyen d'établir entre des réalités différentes (du blé et des hommes différents) une commune mesure. Les rapports sociaux sont mesurés par un calcul raisonné (*logismos*).

Le calcul raisonné, une fois découvert, met fin à l'état de stasis et amène la homonoia; car, de ce fait, il n'y a plus pléonexia et l'égalité est réalisée; et c'est par elle que s'effectue le commerce en matière d'échange contractuel; grâce à cela les pauvres reçoivent des puissants, et les riches donnent à ceux qui en ont besoin, ayant les uns et les autres la foi qu'ils auront par ce moyen l'égalité. [2]

L'égalité arithmétique : On en trouve le principe dans les réformes de Clisthène (2e moitié du VIe s. av J.C.), marquées par le courant démocratique. A la place d'une division en clans familiaux, Clisthène institue une division territoriale en 10 tribus qui mélange les clans de façon à effacer les distinctions entre les individus. Chaque tribu

---

[2] Archytas cité par J.P. Vernant, p.94.

Stasis: rivalité; *homonoia*: égalité; *pleonexia*: inégalité sociale.

regroupe trois trittyes (tiers de tribu) correspondant aux trois divisions sociales. C'est donc une égalité simple, pleine et entière de tous les droits. C'est une égalité dans la diversité, telle que les différences entre les citoyens disparaissent. On l'appelle isonomia, c'est-à-dire la règle égale (1/1).

Cependant, ce terme d'isonomia qui précède le mot démocratia jusqu'au début du V^e s. av J.C. demeure ambigu; il signifie plus souvent l'opposé de la tyrannie que l'aspiration à une égalité stricte. Par exemple "Athènes isonome" veut dire "Athènes débarrassée des tyrans".

L'opposition sur la définition de l'égalité se traduit par une opposition entre deux partis politiques : le parti aristocratique qui défend l'égalité géométrique et le parti démocratique qui défend l'égalité arithmétique; ce débat démontre la difficulté à trouver un ordre social, qui ne peut relever de la nature, qui ne peut relever que d'une convention humaine. Et là, les mathématiques vont être mises à contribution.

Un vieux dicton et qui dit vrai, d'après lequel égalité engendre amitié, a sans doute beaucoup de raison et d'harmonie; mais quelle peut bien être l'égalité capable de cet effet, voilà qui n'est pas fort clair et cette incertitude nous embarrasse fort.[3]

5 - L'ANALYSE D'ARISTOTE :

Mais l'égalité est de deux espèces : l'égalité purement numérique, et l'égalité d'après le mérite. J'entends par numériquement égal ce qui est identique et égal en nombre et en grandeur, et par égal selon le mérite ce qui est égal par la proportion. Par exemple, la quantité dont trois dépasse deux est numériquement égale à la quantité dont deux dépasse un, tandis que la quantité dont quatre dépasse deux est proportionnellement égale à la quantité dont deux dépasse un, puisque deux et un sont des parties égales de quatre et de deux, à savoir leurs moitiés respectives. Mais tout en s'accordant sur cette idée que le juste au sens absolu est celui où on tient compte du mérite, les hommes cessent de s'entendre, comme nous l'avons dit plus haut, en ce que les uns pensent que, s'ils sont égaux en quelque point, ils sont égaux totalement, et que les autres, au contraire, croient que s'ils sont inégaux en quelque point, ils sont inégaux en tout. De là vient qu'il existe deux principales formes de gouvernement, gouvernement populaire et oligarchie : car noblesse de naissance et vertu ne se rencontrent qu'en petit nombre d'hommes, tandis que

---

[3] Platon, *Les Lois*, VI ,757a.

les caractères qui fondent les deux régimes en question résident en un bien plus grand nombre d'individus. Nulle part, en effet, on ne trouverait cent hommes de bonne naissance ou de vertu éprouvée, alors que partout il y a des hommes riches en abondance. Cependant, qu'un Etat soit organisé, d'une manière absolue et totale, en s'appuyant exclusivement sur l'une ou l'autre de ces deux sortes d'égalités, c'est là un grave danger, et les faits le montrent clairement : aucune des constitutions fondées sur de telles bases n'est assurée de durer. Et la raison de cette instabilité est que, si l'on part d'une erreur première et initiale il est impossible de ne pas finalement aller au devant de quelque conséquence désastreuse. Aussi est-il bon de faire appel, partie à l'égalité numérique, et partie à l'égalité d'après le mérite.

(*Politique*, V, 1, 1301b-1302a.)

Aristote commence par donner une définition précisée par un exemple pour chacune des égalités; l'égalité numérique est une égalité en nombre et en grandeur (comme 3-2 = 2-1), alors que l'égalité selon le mérite est une égalité en proportion (comme 4/2 = 2/1).

Selon lui, le malentendu ne provient pas tant d'une divergence dans la définition de l'égalité puisque tous s'accordent sur la valeur du mérite; mais il provient de ce que chacun généralise soit l'égalité soit l'inégalité (*les hommes cessent de s'entendre, comme nous l'avons dit plus haut, en ce que les uns pensent que, s'ils sont égaux en quelque point, ils sont égaux totalement, et que les autres, au contraire, croient que s'ils sont inégaux en quelque point, ils sont inégaux en tout*). En effet, les partisans de la démocratie comme ceux de l'oligarchie ne considèrent que les CHOSES à partager et non les PERSONNES. Les deux camps n'ont qu'une conception matérialiste de l'égalité et de l'inégalité. Les démocrates veulent partager égalitairement les richesses et les partisans de l'oligarchie veulent réserver le pouvoir aux riches.

Or, ces *caractères qui fondent les deux régimes en question*, à savoir la richesse et la pauvreté, sont strictement matériels et bien plus répandus que les caractères moraux auxquels Aristote attache la plus haute importance, c'est-à-dire *la noblesse de naissance et la vertu*. C'est pourquoi on voit moins bien ces derniers alors qu'ils concernent les personnes entre lesquelles doit s'établir l'égalité. Pour Aristote, la justice est un rapport qui doit tenir compte à la fois de l'égal numérique et de l'égal selon le mérite, des choses et des personnes.

Aussi est-il bon de faire appel, partie à l'égalité numérique, et partie à l'égalité d'après le mérite. Comment ? Par la proportion: soient A et B deux attributaires (des personnes), et D et E deux parts à distribuer (des choses); si $\frac{A}{B} = \frac{D}{E}$, on réalise une distribution juste, que A et B soient des personnes égales ou inégales; en effet, par la médiété proportionnelle, $\frac{A}{D} = \frac{B}{E}$ et $\frac{A+D}{B+E} = \frac{A}{B}$; après avoir reçu leur part (A+D, B+E)[4], A et B restent dans le même rapport qu'auparavant.

6 - LA COMMENSURABILITE :

Dans le *Gorgias* de Platon, Socrate rappelle à l'ordre Calliclès contre sa tendance à l'hubris :

Tu oublies que l'égalité géométrique a beaucoup de pouvoir chez les dieux et chez les hommes. Toi, tu penses, au contraire, qu'il faut tâcher d'avoir plus que les autres; c'est que tu négliges la géométrie. (508a).

Cette règle commune (*koinonia*) aux hommes et aux Dieux arrête la sédition et permet l'amitié en faisant que les riches donnent leur surplus aux pauvres. La commensurabilité (ou mesure commune à tous) est l'instrument essentiel qui va permettre le lien social.

Le début des *Eléments* d'Euclide énonce 35 définitions, 6 postulats et 9 notions communes (*koinaï ennoiai*) mal dénommées "axiomes". "Communes" ne veut pas seulement dire les plus répandues, les plus courantes, mais c'est aussi ce qui caractérise la communauté. Ces axiomes établissent les rapports d'égalité entre les citoyens, ils fixent les règles d'une commune mesure.

1 - Les grandeurs égales à une même grandeur, sont égales entre elles.
2 - Si à des grandeurs égales, on ajoute des grandeurs égales, les "tout" seront égaux.
3 - Si de grandeurs égales, on retranche des grandeurs égales, les restes seront égaux.
4 - Si à des grandeurs inégales, on ajoute des grandeurs égales, les "tout" seront inégaux.
5 - Si de grandeurs inégales, on retranche des grandeurs égales, les restes seront inégaux.
6 - Les grandeurs, qui sont doubles d'une même grandeur, sont égales entre elles.
7 - Les grandeurs, qui sont les moitiés d'une même grandeur, sont égales entre elles.
8 - Les grandeurs, qui s'adaptent entre elles, sont égales entre elles.
9 - Le tout est plus grand que la partie.

---

[4] Le signe + n'est pas, ici, signe d'une addition, mais d'une attribution.

Ces règles peuvent être ainsi traduites :

1 - Si A = B et si C = B, alors A = C.

2 - Si A = B et si C = D, alors A+C = B+D.

3 - Si A = B et si C = D, alors A-C = B-D.

4 - Si A > B et si C = D, alors A+C > B+D.

5 - Si A > B et si C = D, alors A-C > B-D.

6 - Si A = 2B et si C = 2B, alors A = C.

7 - Si A = B/2 et si C = B/2, alors A = C.

8 - A+B > A.

Ces règles ne valent bien entendu que pour des individus, c'est-à-dire des valeurs entières. Si le rapport entre les choses mesurées était irrationnel, ne tombait pas "juste", nous aurions à faire à une incommensurabilité. Le tout dont il est question dans le huitième axiome est un tout fini : la Cité contient un nombre d'individus toujours dénombrable.

On ne doit jamais oublier que les mathématiques proviennent de la musique. Ainsi, chez les pythagoriciens, le chiffre 3 est le symbole de la totalité, du mélange, du regroupement dans l'harmonie, parce qu'il dénombre les trois cordes de la lyre, l'aiguë, la grave et l'intermédiaire; le 3 est ce qui unit un extrème à l'autre au moyen d'un milieu. De même, l'égalité est ce qui unit les citoyens dans une Cité de forme circulaire : chacun doit être à égale distance du centre (la loi); les responsabilités doivent tourner; les extrêmes s'annulent au centre; la commune mesure établit la justice et fait de la politique un art de l'harmonie.

Sources Bibliographiques :

Aristote : *Politique*. éd Vrin. Trad.J.Tricot.

P.Lévêque et P.Vidal-Naquet : *Clisthène l'Athénien*. édition Les Belles Lettres. Paris, 1973.

Platon : *Les lois*. éd Belles-Lettres.

J.P. Vernant : *Les origines de la pensée grecque*. P.U.F. Paris, 1962.

Chapitre 2

MATHEMATIQUES, RELIGION, ENSEIGNEMENT

DU MOYEN-AGE AU XVI^{e} SIECLE

Carmelle Mira et Jean-Marie Nicolle

L'image et la puissance d'une discipline se mesure à l'enseignement qui lui est réservé; le cas des mathématiques au Moyen Age est particulièrement éloquent. Entièrement soumises à des finalités cléricales, les mathématiques ne pouvaient guère se développer comme science autonome. Cette liberté nécessaire à leur progrès leur est refusée jusqu'à la Renaissance comme nous le verrons dans la préface à l'oeuvre de Copernic de 1543.

I. UNE PREMIERE TENTATIVE DE RENOVATION DE L'ENSEIGNEMENT : LA REFORME SCOLAIRE DE CHARLEMAGNE

> *Nous voulons que des écoles soient créées pour apprendre à lire aux enfants. Dans tous les monastères et les évêchés, enseignez les Psaumes, les notes, le chant, le comput, la grammaire, et corrigez soigneusement les livres religieux, car, souvent, alors que certains désirent prier Dieu, ils y arrivent mal à cause de l'imperfection et des fautes des livres.*

Lors de son couronnement, Charlemagne a été investi par le Pape d'une mission d'unification et d'évangélisation de son peuple. L'école est un moyen par lequel il peut unifier la liturgie chrétienne dans l'Empire. Il serait naïf de croire que Charlemagne ait eu le souci d'alphabétiser son peuple; il n'en avait cure. La fameuse réforme scolaire de 789 a essentiellement pour but de former des clercs qui pourront tous chanter et prier dans une même langue, le latin.

Charlemagne exige de chaque évêque et de chaque abbé qu'il ouvre une école pour former des clercs et des moines. Les manuscrits devront être correctement recopiés par des scribes dans une nouvelle écriture unifiée, la "caroline"; c'est ainsi que des milliers de manuscrits sont réalisés au IX^{e} siècle, formant le fonds de la culture européenne.

Cette réforme est appliquée avec beaucoup de lenteur. Les évêques se montrent négligents ou passifs; dans les campagnes, les prêtres sont privés, c'est-à-dire au service de grands propriétaires terriens qui n'ont aucune envie d'avoir des clercs cultivés et Charlemagne doit sans cesse relancer son ordre d'ouvrir des écoles durant tout son règne.

Les conditions de vie dans ces écoles sont assez lamentables. Le maître (ou "écolâtre") est occupé par plusieurs fonctions (prêtre, chantre, scribe, bibliothécaire...). Les enfants lui sont confiés à plein temps; il doit s'occuper de les nourrir, de les vêtir etc... Aucun diplôme d'enseignement n'existe et il est recruté sur des critères extrèmement flous; il n'a ni manuels, ni cahiers, juste quelques notes sur ses lectures. Les enfants sont peu nombreux (environ une dizaine par maître); ils vont à l'école de 7 à 15 ans; certains sont donnés par leurs parents comme "oblats" à un monastère, parfois dès l'âge de 2 ans; ils sont alors confiés à des religieuses avant d'être instruits par un écolâtre. Les élèves vivent toute la journée avec le maître, au rythme inflexible du monastère; pauvres, mal vêtus, peu nourris, ils se louent pour de petits travaux afin de mieux subsister. La discipline est évidemment très dure.

Au terme de leur scolarité, la plupart semblent savoir lire le psautier. Peu savent écrire. Une très petite minorité apprend le latin. Quelques écoles spécialisées forment des notaires (qui prennent des notes auprès des évêques) et des scribes (les moines copistes).

L'enseignement élémentaire consiste à apprendre à lire, écrire, chanter, compter. C'est un enseignement essentiellement oral. L'élève écoute en silence le maître et doit tout retenir en mémoire. Savoir, c'est savoir par coeur. Le cours n'est pas écrit; les cahiers sont rares à cause du prix du parchemin, et sont réservés aux seuls exercices d'écriture.

Les mathématiques se réduisent à l'apprentissage du comput, c'est-à-dire à l'étude du calendrier; il faut que les clercs sachent au moins se repérer parmi les fêtes, puissent compter les rentrées de la dîme, connaissent le nombre de jours par mois, etc... Les quatre opérations de base s'apprennent surtout par la pratique ou à l'aide de petits problèmes :

> *Trois frères ont chacun une soeur, les six voyageurs arrivent à une rivière, mais un seul bateau ne peut contenir que deux personnes. Or, la morale demande que chaque soeur passe avec son frère. Comment vont-ils faire ?*

Six ouvriers sont engagés pour construire une maison. Parmi eux, il y a un apprenti. Les cinq hommes divisent le salaire de vingt-cinq deniers par jour, moins le salaire de l'apprenti qui représente la moitié du salaire de chaque ouvrier. Combien chacun recevra-t-il ?[1]

Un garçon est mortellement mordu par un serpent. Sa mère lui dit : "Mon fils, si tu avais vécu aussi longtemps que tu as vécu, et encore plus la moitié, et plus un an, tu aurais vécu cent ans." Quel est l'âge du garçon ?[2]

On compte sur ses doigts, en symbolisant les unités, les dizaines, les centaines, par certaines positions des doigts. Ce calcul digital entre progressivement en concurrence à partir du X^{e} siècle avec la technique de l'abaque, sorte de table à calcul introduite par Gerbert, et bien connue des Arabes.

II. L' "AGE D'OR" DU MOYEN AGE : LA RENAISSANCE DU XII^{e} SIECLE ET L'EPANOUISSEMENT DU XIII^{e} SIECLE

Les écoles épiscopales :

Les écoles carolines connurent leur déclin; mais à partir du XI^{e} siècle, on assiste à une nouvelle renaissance intellectuelle, consécutive au développement de l'administration capétienne et de la vie économique. Cette situation, qui implique un minimum de connaissances d'au moins une partie de la population, relance le mouvement de création d'écoles, et d'une intelligentsia dont les préoccupations dépassent, comme toujours, les strictes nécessités pratiques.

L'Eglise reste détentrice de la vie intellectuelle, dans ses écoles monastiques et épiscopales, et le clerc commence alors à être présenté comme le rival glorieux du chevalier.

Les précurseurs de ce réveil appartiennent en effet à l'église officielle, comme Gerbert (840-1003) qui deviendra le pape Sylvestre II. Il semble avoir fréquenté les écoles arabes d'Espagne et s'être efforcé d'introduire la numération arabe, l'horloge à balancier et

1 In *propositiones ad erudiendos juvenes* attribuées à Alcuin, moine anglo-saxon qui joue un rôle considérable dans la réforme scolaire de Charlemagne.

2 Cité par P.Riché in *Ecoles et enseignement dans le Haut Moyen Age.*

l'astrolabe. Gerbert est "un homme nouveau" dont un élève, Fulbert (? -1028) marque les débuts de la célèbre école de Chartres, bastion du rationalisme médiéval au XII^{e} siècle.

Pour tous les grands noms de cette école - Gilbert de la Porrée, Thierry de Chartres, Guillaume de Conches, etc...- il y a la foi ET il y a la raison. C'est ainsi que Gilbert de la Porrée (1080...) distingue trois classes de sciences :

- la science naturelle qui considère la chose sensible telle que les sens la perçoivent;
- la mathématique, qui en abstrait la forme, qui la fait être ce qu'elle est;
- la théologie, qui en étudie les principes;

Quant à Thierry de Chartres (XII^{e} siècle), il explique la Genèse "selon la physique" et construit une physique mécaniste et mathématisée. Pour lui, "la création des nombres est la création des choses."

Enfin, Guillaume de Conches structure l'idée de nature. Certes, Dieu agit, mais pas n'importe comment: ayant créé le monde, il doit respecter "la nature des choses", qui a ses lois propres que la recherche permet de connaître.

Tout un esprit nouveau se met là en place, qui, même s'il reste ultra-minoritaire, est porteur de fruits; d'autres écoles épiscopales sont également des bastions intellectuels, comme celle de Saint-Victor de tendance augustinienne, celle du Bec qui tente de concilier logique et Révélation, et celle de Sainte Geneviève de Paris où s'illustra Abélard.

<u>La création des Universités :</u>

Plusieurs facteurs se conjuguent au XIII^{e} siècle pour déterminer l'apparition d'une nouvelle structure d'enseignement : les universités. L'essor des villes accroît la demande de compétences, donc le nombre des écoles et des maîtres; ceux-ci s'organisent sur le modèle des corporations des métiers manuels et obtiennent une meilleure reconnaissance; la papauté désirant contrôler la qualification des maîtres impose la *licencia ubique docendi* qui autorise à enseigner. Les conditions de vie s'améliorent et le nombre d'étudiants augmente (jusqu'à 5000 à Paris); à l'occasion des Croisades, et surtout par l'intermédiaire des grandes écoles de traduction qui fonctionnent en Espagne, l'Occident redécouvre les oeuvres d'Aristote, Euclide, Archimède et Ptolémée. On redécouvre le Grec. La formation supérieure ne va plus être exclusivement déterminée par une finalité cléricale, même si celle-ci reste prépondérante.

Cependant, des divergences d'intérêts opposent plusieurs pouvoirs sur la question des universités : la corporation des maîtres et des étudiants qui cherche la liberté d'enseignement, mais aussi une protection politique et des moyens financiers; le pouvoir royal qui a besoin d'hommes compétents (par exemple, des juristes), qui cherche à contrôler la corporation universitaire et ses grades, mais qui ne veut pas en avoir la charge financière; le pouvoir épiscopal qui tient à conserver son autorité sur l'enseignement qu'il finance; la papauté qui a besoin de théologiens pour lutter contre les hérésies et qui cherche à consolider son pouvoir spirituel contre le pouvoir temporel. Malgré ces divergences, à l'issue de luttes acharnées, on parvient à transformer quelques grandes écoles épiscopales en universités comme à Oxford, Paris, Bologne, Montpellier...

L'enseignement que nous appelons secondaire et qui prépare au baccalauréat est dispensé dans les **Facultés des Arts** à des élèves qui ont entre 12 et 18 ans; cet enseignement est réparti en deux catégories :

- les arts du TRIVIUM : grammaire, dialectique et rhétorique.
- les arts du QUADRIVIUM : arithmétique, géométrie, musique et astronomie.

L'enseignement des mathématiques est toujours soumis à la même finalité liturgique, mais il est enrichi de quelques autres intérêts : posséder les bases musicales du chant, savoir déterminer les limites des propriétés, savoir construire des palais et des églises. L'intérêt de Charlemagne et de ses successeurs pour l'astronomie marque également cet enseignement.

Après le baccalauréat, le bachelier peut préparer la licence, puis le doctorat dans **les facultés supérieures**. Il s'agit d' études longues (6 ans pour la licence de droit, 8 ans pour la médecine, 15 ans pour la théologie !) et très peu d'étudiants arrivent au bout.

Il n'y a pas à proprement parler d'enseignement scientifique; tout cet enseignement est dominé par la théologie. C'est seulement à Oxford, grâce à Robert Grosseteste et à Roger Bacon, qu'un enseignement des sciences a pu voir le jour à ce niveau.

Les crises sont nombreuses au XIII^e^ siècle. Les ordres mendiants qui recrutent des étudiants se désolidarisent souvent de la corporation universitaire, entraînant la colère des maîtres séculiers; le Pape doit trancher pour répartir les chaires d'enseignement entre les différents ordres religieux. L'introduction des oeuvres scientifiques et métaphysiques d'Aristote, malgré l'interdiction du Pape en 1215, provoque de vives discussions théologiques, avec leur cortège d'excommunications. Ces crises brisent le développement des Facultés des Arts où pouvaient se faire les recherches scientifiques les plus intéressantes.

Le contenu de l'enseignement mathématique :

Essayons cependant de cerner la part qui se transmettait, d'un savoir déjà limité en soi, aux futurs bacheliers *es arts,* en gardant en tête que chaque école avait son autonomie, et que, même après la création des Universités, celles-ci gardaient le contrôle de l'organisation de leur enseignement, même si ce dernier se situait toujours plus ou moins dans le cadre préétabli du *trivium* et du *quadrivium. Dans l'étude de la faculté des arts, de sa place et de ses travaux, aux XIII^e^ et XIV^e^ siècles, il faut se garder toujours soigneusement des généralisations hâtives, ou des simplifications inexactes*[3].

C'est ainsi que tous les historiens des sciences[4] ou de leur enseignement s'accordent à reconnaître, au XII^e^ siècle, l'importance des mathématiques pour les penseurs chartrains, tandis qu'au XIII^e^ siècle, les universités françaises, Paris en particulier, ont une orientation "littéraire" qui les oppose à Oxford, beaucoup plus "scientifique". Le maître Roger Bacon, d'Oxford, déplorait d'ailleurs la faiblesse scientifique de ses collègues parisiens, excepté Pierre de Maricourt[5], qui semble effectivement avoir été une exception.

Il faut dire qu'à Paris, dans le statut de 1215 de l'Université, l'enseignement du *quadrivium* est autorisé... les jours fériés, ce qui ne lui donne pas vraiment la place de choix, et Guy Beaujouan cite un extrait des statuts de l'Université de Vienne, inspirés de ceux de Paris, qui montre bien à quel niveau se situe, dans ces deux villes, la place des mathématiques :

Bien que nous ne voulions pas, n'en ayant pas le droit, porter atteinte à l'Office divin, il est cependant préférable, pensons-nous, que nos étudiants, même les bacheliers, passent les jours de fête à fréquenter les écoles plutôt que les tavernes et disputent avec leur langue au lieu de se battre avec leur dague; nous voulons donc que les jours de fête, après déjeuner, les bacheliers de notre faculté disputent et lisent gratis, pour l'amour de Dieu, le comput et les autres branches des mathématiques en insistant toutefois sur celles

---

[3] Palémont Glorieux, *La faculté des arts et ses maîtres au XIII^e^ siècle,* Paris, Vrin, 1971, p.58.

[4] Je m'appuie essentiellement dans ce passage sur les ouvrages de P. Glorieux, A.C. Crombie et Guy Beaujouan, dont plusieurs articles sur cette question sont recueillis dans *Par raison de nombres,* Adelshot, Variorum, 1991.

[5] P. de Maricourt insistait sur la nécessité, pour le chercheur, d'être habile manuellement. Il était, selon Bacon, *le maître des expériences.* Il a travaillé principalement sur le magnétisme et l'astrolabe.

qui sont utiles au service de l'Eglise catholique. Ceci ne s'applique pourtant pas aux grandes fêtes où nous voulons et ordonnons que tout le monde s'amuse[6].

Des cours se donnaient, certes, plus ou moins clandestinement, mais on ne peut espérer, en de semblables circonstances, que le niveau global de la population, même cultivée, soit brillant dans les disciplines scientifiques, d'autant que les réprobations semblaient plus fréquentes que les encouragements à l'égard de qui *se passionn(ait) pour l'astrologie, la géométrie et les autres sciences profanes qui conduisent à l'erreur, éloignent de Dieu et ne peuvent contribuer au salut de l'homme*[7]. Sorbon lui-même fustigeait *les clercs* <qui> *font des recherches sur les éclipses de soleil mais (...) ne se soucient pas de l'éclipse du soleil spirituel que le péché produit dans leur coeur*[8].

De toute façon, indépendamment des jugements moraux défavorables, l'organisation même du cursus, à Paris et dans beaucoup d'autres universités françaises, n'accorde qu'une faible place aux études scientifiques. On dispose de peu de documents sur le XII^e siècle, à l'exception de l'école de Chartres, mais ceux du XIII^e permettent de s'en rendre compte, et l'on peut tenir pour vraisemblable l'hypothèse selon laquelle ce qui ne s'étudiait pas au XIII^e siècle ne s'étudiait pas davantage au XII^e, faute d'ailleurs d'être connu, parfois.

Commençons cependant par quelques éclairages sur le XII^e siècle. A Chartres, l'enseignement scientifique, considéré comme un moyen d'accès à Dieu, n'est pas négligé par les maîtres: Guillaume de Conches pensait qu'il aurait fallu consacrer sept ou huit ans aux arts libéraux, ce qui aurait laissé le temps d'acquérir des notions scientifiques aussi solides que l'époque le permettait; cependant, on ne leur en consacrait guère plus de deux ou trois et Jean de Salisbury se désolait parce que les étudiants *ne vont en classe pas plus de temps qu'il n'en faut aux oiseaux pour se couvrir de plumes.* Manifestement, le désir de Thierry de Chartres de voir "l'esprit illuminé par le *quadrivium*" pour pouvoir raisonner ne devait pas être souvent exaucé[9]...

Et quand, dans la première moitié du XII^e siècle, Hugues de Saint-Victor, maître d'une autre école importante, envisage, très théoriquement, une réforme de l'enseignement des arts libéraux pour y introduire des études pratiques, ce qui manifeste une certaine ouverture d'esprit, il distingue quatre sciences fondamentales, la *théorique,* la *pratique,* la

---

[6] Cité par G. Beaujouan, "L'enseignement de l'arithmétique élémentaire à l'Université de Paris aux XIII^e et XIV^e siècles", *Homenaje a Millás-Vallicrosa, vol. I,* Barcelona, C.S.I.C., 1954, p. 102-103.

[7] Sermon de Pierre, de Bar-sur-Aube, en 1230, cité dans le même article de G. Beaujouan, p. 99.

[8] Même article, p. 99.

[9] Ces renseignements sur Chartres proviennent de l'ouvrage cité de Palémont Glorieux, p. 15-17.

mécanique et la *logique.* Mais, dans cette organisation, le *quadrivium* ne constitue qu'un tiers de la science théorique, ce qui ne laisse pas une place énorme à chacune des quatre disciplines qu'il regroupe[10].

Or, c'est ce schéma théorique un peu simplifié qu'on retrouve dans un opuscule rédigé par un maître parisien vers le milieu du XIII^e siècle, à l'intention des candidats aux examens de la Faculté des Arts. Divisant la philosophie en *naturelle, morale* et *rationnelle,* cette dernière représentée par le *trivium,* il subdivise la philosophie naturelle en *métaphysique, physique* et *mathématique,* cette dernière comprenant les quatre disciplines du *quadrivium.* Une telle organisation illustre bien la prééminence du *trivium* sur le *quadrivium* : l'université de Paris s'ouvre sur le monde, avec la physique, mais n'accorde toujours que la portion congrue aux mathématiques, qu'elle classe - bizarrement pour nous - non dans la philosophie rationnelle, mais dans la philosophie naturelle, ce qui en dit long sur le niveau d'abstraction requis dans ces études, où l'on continue à spéculer plus qu'à raisonner. Cependant, si ce "vade-mecum" place toujours l'arithmétique sous l'égide de Boèce, ainsi que la musique, Euclide et Ptolémée font leur entrée dans les programmes pour la géométrie et l'astronomie. Nous verrons pourtant, dans le chapitre suivant, que Jean de Meun, qui était étudiant, et sans doute à Paris, quand ce "vade-mecum" y était en vigueur, ne connaît guère que de nom ces autorités géométrique et astronomique[11].

Etaient-ils mieux connus de Richard de Fournival, ce clerc de bon niveau intellectuel, dont la *Bibliomania*, élaborée vers 1250, contient, ou rêve de contenir, outre Euclide et Ptolémée, Archimède et Al Khwarizmi, ainsi qu'Al Batani, qui avait revu la trigonométrie de Ptolémée à la lumière des connaissances indiennes ? Il est difficile de le dire, Richard de Fournival n'ayant commenté que les oeuvres relatives aux sciences naturelles et à la médecine[12].

Quoi qu'il en soit, ces documents témoignent à la fois de la pénétration en France des oeuvres scientifiques majeures de l'Antiquité - sans parler d'Aristote -, mais aussi de la place restreinte que les sciences exactes continuent d'occuper dans les études, ce que Guy Beaujouan appelle *une lente et imparfaite assimilation de la nouvelle science traduite de l'arabe,* le véritable *"décollage"* ne s'opérant que dans les

---

[10] J'utilise ici l'article de Guy Beaujouan "L'interdépendance entre la science scolastique et les techniques utilitaires" dans *Les conférences du Palais de la Découverte,* série D, n°46, Paris, 1957, p.7-8.

[11] Sur le "vade-mecum", voir P. Glorieux, *op. cit.* p. 14 (où le texte est situé vers 1250) et 57 (où il est situé entre 1230 et 1240).

[12] Voir P. Glorieux, "Etudes sur la *Bibliomania* de Richard de Fournival", dans *Recherches de théologie ancienne et médiévale,* t; XXX, 1963, p. 205-231.

années 1250-80[13], ce qui est trop tardif pour qu'on puisse vraiment en sentir les retombées avant le XIV^e siècle et nous verrons dans le chapitre suivant que, si le décollage a été lent, les retombées l'ont été aussi dans le grand public cultivé, du moins en ce qui concerne les connaissances précises.

Il faut ajouter que le savoir n'est pas une richesse qu'on distribue généreusement; on voit même, au XIII^e siècle, des universitaires pratiquer une écriture cryptographique pour éviter que le savoir soit divulgué à des non-universitaires. Mais les artisans qui peuvent détenir quelques savoirs et techniques mathématiques ne les partagent pas non plus; les corporations veillent jalousement sur la transmission des savoirs; néanmoins, à l'occasion des chantiers des cathédrales, des colloques sont organisés entre artisans et universitaires. Et là, pour prendre des décisions architecturales et financières, il faut bien échanger son savoir. Ce savoir ainsi partagé se propage alors, de chantier en chantier, grâce aux voyages des maîtres-artisans.

XVI^e SIECLE : RENAISSANCE OU CONTINUITE ?

Malgré une avancée importante des mathématiques aux XIV^e et XV^e siècles, en milieu "spécialisé", le peu de place accordé à cette discipline dans l'enseignement médiéval peut s'observer jusqu'à la Renaissance. Un texte singulièrement significatif en témoigne: il s'agit de la préface de Osiander au *De Revolutionibus Orbium Coelestium* de N.Copernic paru en 1543.

C'est sous la pression d'un jeune admirateur, Georg Joachim Rheticus, que Nicolas Copernic accepte enfin de publier son oeuvre achevée depuis au moins 1530. Rheticus lui trouve un éditeur, Andréas Osiander, célèbre théologien luthérien, et donc très au fait des enjeux considérables de la thèse copernicienne. Craignant les réactions violentes, Osiander propose à Copernic de présenter ses idées comme de simples hypothèses. Copernic refuse, mais Osiander se permet d'insérer à son insu une préface qui sera longtemps attribuée à tort à Copernic, malgré une lettre de celui-ci au pape Paul III dans laquelle il rectifie le contenu de cette préface.

Ce "faux" est néanmoins un document très intéressant sur la façon dont un théologien du XVI^e siècle peut encore traiter les mathématiques et l'astronomie.

---

[13] Guy Beaujouan, "Une lente préparation au "décollage" des sciences (*quadrivium* et médecine) dans la France de Philippe-Auguste", actes du colloque international organisé par le CNRS, Paris, éd. du CNRS, 1982.

La préface de Osiander au *De Revolutionibus Orbium Coelestium* de N.Copernic :

Au lecteur sur les hypothèses de cette oeuvre.

Je ne doute pas que certains savants - puisque déjà s'est répandu le bruit concernant la nouveauté des hypothèses de cette oeuvre, qui pose la Terre comme mobile et le Soleil, par contre, comme immobile au centre de l'Univers, - ne soient fortement indignés et ne pensent qu'on ne doit pas bouleverser les disciplines libérales, bien établies depuis déjà très longtemps. Si cependant ils voulaient bien examiner cette chose de près, ils trouveraient que l'auteur de cet ouvrage n'a rien entrepris qui mérite le blâme. En effet, c'est le propre de l'astronome de colliger, par une observation diligente et habile, l'histoire des mouvements célestes. Puis d'en rechercher les causes, ou bien - puisque d'aucune manière, il ne peut en assigner de vraies - d'imaginer et d'inventer des hypothèses quelconques, à l'aide desquelles ces mouvements (aussi bien dans l'avenir que dans le passé) puissent être exactement calculés conformément aux principes de la géométrie. Or, ces deux tâches, l'auteur les a remplies de façon excellente. Car, en effet, il n'est pas nécessaire que ces hypothèses soient vraies ni même vraisemblables; une seule chose suffit : qu'elles offrent des calculs conformes à l'observation. A moins que quelqu'un ne soit tellement ignorant en optique et en géométrie qu'il tienne l'épicycle de Vénus pour vraisemblable et le croit être la cause pour laquelle Vénus - de quarante parts de cercle et même davantage - tantôt suit, tantôt précède le Soleil. Qui ne voit cependant que, ceci étant admis, il s'ensuivrait nécessairement que, dans le périgée, le diamètre de l'étoile devrait apparaître comme plus de quatre fois - et le corps même comme plus de seize fois - plus grand que dans l'apogée ? A quoi cependant s'oppose toute l'expérience des siècles.

Il y a dans cette science d'autres choses non moins absurdes qu'il n'est pas nécessaire d'examiner ici. Car il est suffisamment clair que cet art, simplement et totalement, ignore les causes des mouvements irréguliers des phénomènes célestes. Et s'il en invente quelques-unes dans l'imagination, comme, certes, il en invente un très grand nombre, il ne les invente aucunement afin de persuader quiconque qu'il en est effectivement ainsi, mais uniquement afin qu'elles fondent un calcul exact. Or comme pour expliquer un seul et même mouvement s'offrent parfois différentes hypothèses (ainsi, pour le mouvement du Soleil, l'excentricité et l'épicycle), l'astronome adoptera de préférence celle qui est la plus facile à comprendre. Le philosophe exigera peut-être, en plus, la vraisemblance; aucun cependant ne saurait ni atteindre, ni enseigner quoi que ce soit de certain à moins que cela lui soit révélé par Dieu. Laissons donc ces nouvelles hypothèses se faire connaître parmi les *anciennes, nullement plus vraisemblables, d'autant plus qu'elles sont à la fois admirables et faciles et qu'elles sont accompagnées d'un trésor immense d'observations les plus savantes. Et que personne, en ce qui concerne les hypothèses, n'attende de l'astronomie rien de certain, étant donné que celle-ci ne veut rien nous donner de pareil, afin que - s'il prenait pour vraies des choses faites pour un autre usage - il ne quitte cette étude plus bête qu'il ne l'avait abordée.*

Le titre mentionne d'emblée la notion d'hypothèse, terme très ambigu à l'époque puisqu'il ne recouvre pas seulement le sens qu'il a actuellement d'explication supposée (*hypo* - dessous, *thèse* - ce qui est posé), mais aussi le sens de principe, c'est-à-dire de proposition fondamentale, d'affirmation première sur la réalité des choses. Osiander joue sur ce double sens du mot, présentant ce que Copernic affirme pour fondamental comme ce qui n'est que simple supposition.

Les neuf premières lignes posent l'auteur en position basse face à d'éventuelles critiques, les suscitant même par là. D'emblée, Osiander renonce à souligner l'innovation réelle de l'oeuvre, et la ravale au niveau d'un débat d'idées sans rapport avec la réalité.

Viennent ensuite deux arguments reposant, pour le premier sur l'objectif de l'astronomie - l'astronomie doit offrir des calculs conformes à l'observation - (premier paragraphe), et pour le second sur l'irréductible ignorance en astronomie - elle ne saurait nous enseigner rien de certain - (second paragraphe).

Le premier paragraphe fixe deux tâches à l'astronome : - *colliger...l'histoire des mouvements célestes*, c'est-à-dire décrire ce qu'il voit; - et inventer des hypothèses pour calculer ces mouvements conformément aux principes de la géométrie, c'est-à-dire trouver des rapports mathématiques pour prédire ces mouvements. On peut souligner que l'astronomie ne saurait trouver les vraies causes des mouvements des astres (*puisque d'aucune manière, il ne peut en assigner de vraies*). L'impuissance de l'esprit empêche irrémédiablement d'avoir une science astronomique. Son objectif n'est que *d'imaginer et inventer des hypothèses quelconques* (admirons ce "quelconque" véritablement anti-scientifique !). Ces hypothèses sont tout à fait ... hypothétiques ! En effet, Osiander se satisfait de peu : *il n'est pas nécessaire que ces hypothèses soient vraies ni même vraisemblables; une seule chose suffit : qu'elles offrent des calculs conformes à l'observation.* Le souci de la vérité est rejeté au profit du calcul. On voit là surgir la finalité pratique évidente de l'astronomie : établir le calendrier; la cohérence du calcul doit l'emporter sur toute autre préoccupation, fût-ce au prix de la vérité. L'exemple de l'épicycle de Vénus est immédiatement donné pour disqualifier la valeur de vérité des hypothèses de Copernic : à son périgée (point de l'orbite de l'astre où il se trouve le plus proche de la Terre), Vénus devrait apparaître plus de seize fois plus grand qu'à son apogée (point de l'orbite de l'astre où il se trouve le plus éloigné de la Terre). Osiander croit naïvement qu'à ces énormes distances, l'oeil humain pourrait discerner une variation de grandeur.

Le second paragraphe révèle la croyance fondamentale qui motive Osiander : l'homme, pauvre créature terrestre, ne saurait approcher les mystères de la nature et connaître *les causes des mouvements irréguliers des phénomènes célestes.* Sa foi impose le scepticisme en science, au mépris du progrès de l'astronomie. Il est tout de même assez étonnant qu'un éditeur mésestime à ce point les travaux de son auteur : *Il y a dans cette science d'autres choses non moins absurdes qu'il n'est pas nécessaire d'examiner ici.* Quelques lignes plus bas, Osiander clôt défintivement tout espoir dans la science : *aucun cependant ne saurait ni atteindre, ni enseigner quoi que ce soit de certain à moins que cela lui soit révélé par Dieu.* Seule la religion révélée est source de vérité. Tout art libéral (les études libres) ne peut produire que des vraisemblances. L'autonomie de la raison est parfaitement niée; seul Dieu révèle à l'homme ce qu'il peut savoir.

Que reste-t-il donc à faire ? La tâche de l'astronome est en fin de compte facile et réduite : il doit trouver des hypothèses pour fonder un calcul exact. S'il en trouve plusieurs, il n'a qu'à prendre la plus facile à comprendre. On ne lui en demande pas plus. *Et que personne, en ce qui concerne les hypothèses, n'attende de l'astronomie rien de certain, étant donné que celle-ci ne veut rien nous donner de pareil.*

Le philosophe, cet éternel insatisfait, voudra *peut-être, en plus, la vraisemblance.* Mais laissons-le rêver. La vérité ne peut provenir que de Dieu. On peut se demander, à la fin, à quoi bon faire de l'astronomie si c'est seulement pour ajouter des hypothèses *nullement plus vraisemblables* que les anciennes.

Derrière cette dévalorisation de la science, on trouve également un débat entre les théologiens qui veulent sauver à tout prix la cohérence du système d'Aristote et les mathématiciens qui soutiennent la prévalence de l'invention scientifique sur la conservation d'une théorie philosophique. Une citation de Ptolémée entretient la confusion : *Chacun doit s'efforcer de faire concorder du mieux qu'il peut les hypothèses les plus simples avec les mouvements célestes; mais si cela ne réussit pas, il doit prendre celles des hypothèses qui s'adaptent aux faits.*[14]

Au lieu d'affronter les faits dans la recherche du vrai, Ptolémée préfère adapter les hypothèses, sans les remettre en cause de fond en comble. De même, on reprend à l'époque la fameuse injonction de Platon "sauver les phénomènes" en en déformant le sens. On l'interprète au sens de "tenons-nous en aux apparences et ne cherchons pas à connaître la réalité" alors que Platon voulait dire : "retrouvons la structure intelligible de ce qui apparaît." Sauver voulait dire comprendre. L'esprit scientifique n'est pas encore mûr à

---

[14] Ptolémée : *Composition mathématique.*

l'époque et l'on comprend que les théologiens réclament de l'astronomie, non pas une représentation exacte de la réalité cosmique, mais des calculs permettant de prédire sans erreur les positions des astres. L'astronomie est appelée à proposer des constructions simples, aptes à décrire les apparences, et non des théories compliquées destinées à les remettre en question. En posant l'héliocentrisme et la rotation terrestre, Copernic bouleverse la représentation du monde et explique l'origine de l'erreur géocentrique; il ne sauve pas les apparences (au sens de les maintenir); bien au contraire, il nous fait comprendre nos erreurs de perception. Voilà pourquoi il rompt avec l'aristotélisme de son époque. On peut mesurer le chemin qu'il reste à parcourir à Osiander en rappelant cette recommandation de Claude Bernard :

Quand le fait qu'on rencontre est en opposition avec une théorie régnante, il faut accepter le fait et abandonner la théorie, lors même que celle-ci, soutenue par de grands noms, est généralement adoptée. [15]

Le Moyen Age est toujours montré comme une période obscurantiste, durant laquelle aucune découverte n'aurait eu lieu. Cette présentation est exagérée, même en mathématiques si l'on tient compte des découvertes des mathématiciens Arabes. Il faut cependant admettre qu'en Occident, cette longue période, qui a eu ses siècles d'expansion mais se termine comme elle avait commencé par des troubles et la récession économique et culturelle, enferme les mathématiques dans un rôle étriqué et directement utilitaire. La science du comput revient finalement à savoir compter, à connaître la technique du calcul arithmétique. Mais aujourd'hui encore, quelle autre image la plupart de nos contemporains ont-ils des mathématiques ?

<u>Sources bibliographiques :</u>

Beaujouan Guy, *Histoire générale des sciences,* t.1, sous la direction de R. Taton, Paris, PUF, éd. de1966

Beaujouan Guy, *Recherche sur l'histoire de l'arithmétique au Moyen Age* Ecole Nationale des Chartes, *Position des thèses de la promotion 1947*

Beaujouan Guy, *Par raison de nombres,* Aldershot, Grande-Bretagne, Variorum, 1991

Cet ouvrage recueille de nombreux articles et interventions de Guy Beaujouan, dont:

[15] *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*, Garnier-Flammarion, p.230.

"L'enseignement du *Quadrivium*", Spoleto, 1972

"The Transformation of the Quadrivium", Cambridge, 1982

"Une lente préparation au "décollage" des sciences (*quadrivium* et médecine) dans la France de Philippe-Auguste, CNRS Paris, 1980

"Le symbolisme des nombres à l'époque romane" (cf *Cahiers de civilisation médiévale,* IV, 1961)

"L'enseignement de l'arithmétique élémentaire à l'Université de Paris aux XIII^e^ et XIV^e^ siècles", Barcelone, 1954.

"L'interdépendance entre la science scolastique et les techniques utilitaires". 1957.

Crombie A. C., *Histoire des sciences, de Saint-Augustin à Galilée*, Paris, PUF, 1959

Gimpel J.: *La révolution industrielle au Moyen Age.* éd Seuil coll.Points (1975)

Glorieux Palémont, *La faculté des Arts et ses maîtres au* XIII^e^ *siècle,* Paris, Vrin, coll. "Etudes de philosophie médiévale", t. LIX 1971

Paris, Laffont, 1985

Le Goff J.: *Les intellectuels au Moyen Age,* coll. "Points", Seuil, 1985.

Riché Pierre: *Ecoles et enseignement dans le Haut Moyen Age,* éd.Aubier (1979).

Verger Jacques: *Les universités au Moyen Age,* P.U.F. Coll.Sup (1973).

Histoire Générale des techniques. Vol.1. article "Techniques et civilisation de l'Occident médiéval.

Chapitre 3

LES ALLUSIONS AUX MATHEMATIQUES DANS LA LITTERATURE MEDIEVALE (XII^{e} ET XIII^{e} SIECLES)

Carmelle Mira

Cette recherche repose sur le postulat que la littérature est un reflet des mentalités, non seulement du créateur, mais aussi du public, faute de quoi le premier serait incompris et n'aurait qu'une audience limitée. Il s'agit, en l'occurrence, d'essayer, en analysant les textes littéraires, de voir quel reflet ils donnent du niveau "moyen" des connaissances mathématiques dans le public cultivé auquel ils étaient destinés, par des auteurs qui avaient eux-mêmes suivi au moins le célèbre cursus des Arts Libéraux, donc l'enseignement du *quadrivium*, c'est-à-dire de l'arithmétique, de la géométrie, de l'astronomie et de la musique (dans son aspect théorique). Il ne sera pas fait état de cette dernière ici car les écrivains de langue romane ignorent complètement les spéculations pythagoriciennes sur le monocorde et l'harmonie des sphères; la musique, pour eux, sert à ravir l'oreille et à danser...

Cependant, il faut bien constater que, quelle que soit l'époque, la fonction première de l'oeuvre d'art n'est pas de refléter les connaissances objectives de la majorité du public, et encore moins de quelques initiés. Un roman ne saurait être un traité d'arithmétique, et les *Eléments* d'Euclide n'ont jamais été considérés comme une oeuvre littéraire! Il n'en demeure pas moins qu'en sachant les limites de l'entreprise, et en se gardant de tirer des conclusions péremptoires, on peut se faire une idée, à travers l'art, en particulier littéraire, du niveau des connaissances et surtout des mentalités à une époque donnée.

Rappelons cependant que la culture, au Moyen Age, suit deux voies parallèles: la culture des cours, celle des chevaliers, est d'abord épique, ensuite courtoise, à mesure que ce milieu se raffine, sous l'influence de l'Eglise, et surtout des femmes. La culture universitaire, abordée dans le chapitre précédent, est très différente; cependant, comme Euclide n'est guère connu, les parallèles médiévales se rencontrent parfois et un relatif rapprochement entre les deux types de culture s'opère au XIII^{e} siècle sous l'influence de clercs, comme Jean de Meun, qui tente de vulgariser le contenu des connaissances de la seconde moitié du XIII^{e} siècle. Par la période à laquelle il vit, et le milieu auquel il appartient, sur des quantités de questions, il se distingue assez nettement des autres écrivains des XII^{e} et XIII^{e} siècles, qui constituent le corpus de cette étude.

Ont donc été particulièrement étudiées des oeuvres qui constituent ce qu'on pourrait appeler un "échantillon représentatif" des textes narratifs à succès des siècles considérés - et même des siècles ultérieurs -, de *La Chanson de Roland* (fin XI^{e} siècle) au *Roman de la Rose* de Jean de Meun (vers 1270), en passant par les cinq romans de Chrétien de Troyes, le cycle de Tristan (seconde moitié du XII^{e} siècle), et *La Queste del saint Graal* ainsi que *Le Roman de la Rose* de Guillaume de Lorris (première moitié du XIII^{e} siècle).

Les extraits cités ont été traduits le plus littéralement possible, même si l'élégance de la langue devait en souffrir, car il arrive qu'une bonne traduction en français moderne masque complètement le problème mathématique. Ces traductions sont en prose, alors que pratiquement tous les textes sont en vers. Il m'a semblé que certaines citations brèves pouvaient se comprendre sans traduction; je me suis alors contentée d'en moderniser l'orthographe.

Chacun sait que le Moyen Age n'est pas, dans l'Occident chrétien, l'âge d'or des mathématiques, qui ne décollent vraiment qu'au XIV^{e} siècle, après un temps nécessaire d'assimilation des grandes traductions qui permettent de découvrir, entre la seconde moitié du XII^{e} siècle et le XIII^{e}, par l'intermédiaire arabe, les textes fondateurs de la science antique, ainsi que les travaux des Arabes eux-mêmes. Il ne faut donc pas s'attendre, sous peine de cruelles désillusions, à ce que les textes littéraires nous révèlent des connaissances faramineuses, même sur l'arithmétique, science-reine dans la lignée pythagoricienne, donc dans la tradition transmise au Moyen Age par Boèce, Isidore de Séville..., et sur laquelle l'Occident vit au moins jusqu'au XII^{e} siècle inclus, le prestige de la science des nombres ayant été renforcé par certains Pères de l'Eglise, dont saint Augustin, qui la jugeaient nécessaire à la compréhension de l'Ecriture Sainte par l'exégèse.

C'est par elle que nous commencerons, avant de voir se refléter... la nuit de la géométrie, puis émerger une vision rationaliste de l'astronomie, avec Jean de Meun.

I. PRESTIGE ET FLOTTEMENTS DE L'ARITHMETIQUE

Les données numériques, les jeux sur les nombres, abondent dans tous les textes considérés, et leur traitement, ou celui du vocabulaire arithmétique, présentent parfois, en même temps qu'une grande source d'étonnement, des aspects bien révélateurs de phénomènes intéressants. Le plus constant, et nous en verrons des exemples au passage, consiste à affirmer, dans la tradition augustinienne, l'absolue exactitude du nombre, sa force de vérité, et à ne l'utiliser pratiquement que dans des approximations plus ou moins étranges ou des opérations fausses... Mais, compte tenu de l'abondance de la matière, j'ai choisi d'insister sur l'expression des nombres, les particularités relatives à l'emploi de *deux* et de *doubler,* avant de présenter quelques-uns des exercices d'arithmétique auxquels se livrent les écrivains médiévaux.

A. L'expression des nombres:

Rappelons que, malgré l'introduction de l'abaque de Gerbert, les chiffres arabes ne sont pas connus, comme en témoigne la référence de Jean de Meun à "Maître Algus" (Al Khwarizmi), qui possède en "ses dix figures" un outil admirable. *Si Maître Algus, celui qui compte bien, voulait s'en occuper, et venait avec ses dix figures grâce auxquelles il certifie et dénombre tout, il ne pourrait pas certifier le nombre de grands conflits, quoiqu'il sache si bien multiplier*[1]

Il s'agit là de dénombrer des conflits dus à la jalousie, et l'on se demande bien pourquoi Al Khwarizmi devrait en faire l'objet de son étude, mais enfin, on voit, par cette allusion, que la renommée mathématique des Arabes est connue d'un clerc comme Jean de Meun, même s'il a une idée plutôt floue des travaux du grand mathématicien, dont la spécialité ne consistait pas à *nombrer* (dénombrer) et *monteplier* (multiplier).

L'écriture des nombres, quand elle n'est pas en lettres, se fait en chiffres romains, majuscules ou minuscules, encadrés par des points; mais l'écriture médiévale présente une particularité concernant l'antéposition soustractive que les Romains pratiquaient pour quatre, quarante, quatre cents, quatre mille. Les médiévaux la pratiquent moins, puisque quatre s'écrit .IIII., quatre cents .CCCC. la seule fois où il apparaît dans le corpus, où quatre mille n'apparaît pas. Mais on ne rencontre pas .XXXX., et quarante s'écrit "normalement" .XL., assez fréquemment, et on le trouve aussi en lettres. D'autre part, les copistes n'emploient pas cinq cents sous la forme .D., ils le notent .V.C. ou .V.^{C}.

Cette pratique, qui consiste à mettre "en exposant" les centaines ou les milliers, est fréquente dans les textes médiévaux. Les Romains l'avaient aussi utilisée, parmi d'autres notations très ambiguës des grands nombres, introduisant ainsi dans la numération latine un

---

[1] Jean de Meun, *le Roman de la Rose*, v. 12790-96, édition de D. Poirion chez Garnier-Flammarion; il existe aussi une édition bilingue au Livre de Poche, dans la collection "Lettres gothiques"; la numérotation des vers y est assez proche de celle de l'édition de référence.

troisième principe, celui de multiplication, que les médiévaux pratiquent aussi même quand la centaine se trouve "en ligne" avec son multiplicateur, ce qui explique peut-être l'intérêt du petit point qui les isole.

Quoi qu'il en soit, l'écriture médiévale présente donc, par rapport à l'écriture romaine, une certaine simplification, très perceptible dans les centaines, .V.C., .VII.C.. Quant au quatre, - .IIII. - c'est aussi une simplification, et elle rappelle la thèse de Lucien Gerschel selon laquelle *en présence d'une série d'objets semblables alignés (...) nous discernons très bien un, deux, trois, quatre; et c'est précisément à ce dernier nombre que s'arrête notre "pouvoir séparateur" (...), limitation sur le plan de la perception immédiate* dont il ajoute qu'elle *paraît universelle*[2].

Plus exactement, le Moyen Age renoue avec une pratique qui a existé aux origines lointaines de la numération romaine, mais que les médiévaux ne pouvaient pas connaître. Georges Ifrah explique, de manière limpide et documentée[3], l'origine des chiffres romains et de ses principes additif et soustractif par une pratique qu'on rencontre dans toutes les civilisations pastorales, et qui consiste, pour les bergers, à tailler sur une planchette, ou un quelconque autre support, des encoches correspondant au passage des bêtes que l'on veut dénombrer; et l'introduction du principe soustractif, selon lequel IIII devient IV procède de l'*économie d'un trait* à graver sur la planchette. Il s'agit d'une rationalisation de l'effort manuel. Mais, au Moyen Age, on trace des traits à la plume sur du parchemin, ce qui ne demande ni grand temps ni gros effort; l'abandon partiel du principe soustractif peut donc s'expliquer par une prise de conscience des copistes que IV ou CD étaient des complications inutiles, .IIII. et .CCCC. se percevant immédiatement, et cette notation faisant, en outre, l'économie du symbole D, qui n'avait même pas le mérite d'avoir évolué, comme C ou M, d'une manière qui lui permettait de devenir la lettre initiale du nombre représenté.

Moins rationnel est le phénomène très répandu qui consiste à associer, dans l'écriture d'un même nombre, surtout s'il est grand, des chiffres romains et des lettres, ce qui s'explique sans doute en partie par l'inaptitude des chiffres romains à noter les grands nombres. On trouve, par exemple, dans *La Chanson de Roland, vingt mille Sarrasins, .XX. mille chevaliers, .XX. mille Francs, .C.mille* païens et *cent mille Francs*[4]

---

[2] L. Gerschel, "La conquête du nombre. Des modalités du compte aux structures de la pensée", dans *Annales. Economies. Sociétés. Civilisations,* XVII, 1962, p. 695.

[3] G. Ifrah, *Les chiffres, ou l'histoire d'une belle invention,* Paris, Laffont, 1985, ch. 6.

[4] *La Chanson de Roland,* laisses XXXI, XLI et LXIV, XLIV et LXIII, CCVII et CCIX; éd. bilingue de P. Jonin, collection "Folio". (Les strophes d'une chanson de geste s'appellent des *laisses.*)

On trouve aussi *.XL. milliers, plus de cinquante mille* et *soixante mille,* ainsi que *quatre cent mille chevaliers,* mais *.IIII.C. mille* hommes armés[5].

Toutes les fantaisies semblent donc permises au copiste pressé, confronté à un système de notation archaïque et inefficace.

En ce qui concerne l'expression orale, la façon dont on dit les nombres apparaît à l'écrit, et là, un phénomène à peu près constant mérite commentaire. En effet, on ne pense pas les nombres, au-delà des unités, globalement, mais comme la composition de n milliers, auxquels s'ajoutent n' centaines, auxquelles s'ajoutent n'' dizaines, puis n''' unités. On les décompose, en quelque sorte. Ainsi parle-t-on d'un tronc qui a bien *dix et sept pieds de long,* d'une durée de *cinquante et sept jours,* d'un groupe de *.III.^{C}.chevaliers et dix,* et de *trois cents ans et cinquante et quatre*, la décomposition du nombre étant accentuée, dans ces deux derniers exemples par la place du substantif [6]. L'ordre décroissant peut même être modifié puisque l'année 1255 devient, chez Jean de Meun *Mil et deux cent cinq et cinquante*[7].

Recourons aux dix figures de Maître Algus pour y voir plus clair:

$$1255 = 1000 + 205 + 50$$

Il se peut que la postposition des dizaines s'explique par les nécessités de la rime; elle n'en est pas moins surprenante car, en principe, avec les nombres règne l'ordre, et l'effet de surprise est accentué par la réunion des centaines et des unités, qui laisse supposer que le nombre est épuisé, que la colonne des centaines est vide sur l'abaque.

Sans doute de telles "anomalies" sont-elles à mettre en relation avec l'absence d'écriture de position, car c'est elle qui rend si tyrannique, pour nous, l'ordre "milliers, centaines, dizaines, unités" de même que la décomposition peut s'expliquer par un manque d'aisance dans la perception des nombres compliqués aussi bien que par la pratique de l'abaque et plus encore du calcul digital[8].

---

[5] *La Chanson de Roland,* laisses CLIV, CXLIII et CLVI, ainsi que XLIII et LV.

[6] Chrétien de Troyes, *Le Chevalier au Lion,* v. 320, Classiques Français du Moyen Age (CFMA) chez Champion.

Chrétien de Troyes, *Le Chevalier de la Charrete,* v. 6127, CFMA. Il existe une édition bilingue au Livre de Poche, "Lettres Gothiques" (même numérotation mais quelques petites variantes de texte).

Chrétien de Troyes, *Le Conte du Graal,* v. 1957, "Lettres gothiques" bilingue.

La Queste del Saint Graal, p. 264, CFMA.

[7] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose,* v. 11797.

[8] Dans cette pratique, les gestes sont significatifs du rang de l'unité.

Il règne donc dans l'expression et la notation des nombres une très grande liberté, et cette fantaisie, bien complaisante avec les exigences de la métrique, mais présente aussi dans les textes en prose, si elle est peu compatible avec le calcul, s'accommode fort bien de toutes les jongleries numériques dont nous étudierons quelques-unes plus tard. Mais auparavant, il convient de se pencher sur une dernière particularité médiévale, le statut du nombre deux.

B. Le statut particulier de *deux* et de *doubler*:

Il serait faux de dire que *deux* n'est pas considéré comme un nombre, car il l'est très souvent, mais il arrive aussi qu'il soit à part, que les vrais dénombrements ne commencent qu'à trois; et l'existence d'expressions particulières de la dualité renforce ce statut ambigu, qui se manifeste déjà linguistiquement, dans la formulation *ambedui* (tous les deux), avec ses diverses variantes dont la plus fréquente est *andui*, constamment utilisées pour désigner les deux personnages dont on nous narre les aventures. Et ces expressions se déclinent parce qu'elles sont le pronom - collectif - de la dualité, qui est la seule quantité déterminée à en posséder un.

Quant aux véritables dénombrements, ils ne commencent qu'à trois; c'est très visible dans les séries, où les deux premiers sont désignés par *l' un, l' autre,* et où la suite est *li tierz* (le troisième) et éventuellement une série cardinale plus ou moins longue.

On peut donc dire que la paire est perçue d'une manière différente, moins numériquement que les ensembles comprenant davantage d'éléments, et qui nécessitent un dénombrement. On rejoint là encore une constatation de Lucien Gerschel, selon laquelle, pour les peuplades primitives, *un* et *deux* sont des perceptions immédiates, les autres nombres devant être progressivement conquis. Certes, les hommes du Moyen Age ont dépassé le stade de *la tribu australienne Aranda* <qui>, *à un stade encore peu avancé, connaît "ninta" l'unité et "tara" la paire,* et chez qui *trois se définit comme "deux et un": "tara-mi-ninta", et quatre comme "deux et deux": "tara-mi-tara". En aranda, la suite des nombres s'arrête là*[9].

On va beaucoup plus loin au Moyen Age, mais il se peut que, dans toutes les civilisations, *un* et *deux* soient marqués par la particularité de cette perception immédiate primitive, que reflétait peut-être la manière dont les Pythagoriciens, sans exclure *deux* de la définition du nombre, lui accordaient cependant un statut particulier, puisque la dyade rejoignait la monade pour être les générateurs des différents nombres figurés. Et les particularités de l'expression médiévale témoignent peut-être de manière très diffuse,

---

[9] L. Gerschel, "La conquête du nombre", article cité, p. 695.

lointaine, de cette ambivalence de *deux,* nombre en acte parfois, en puissance en d'autres cas, nombre qui n'a pas toujours besoin du recours à l'arithmétique pour se dire.

Et *deux* a une autre particularité qui va dans ce sens; c'est l'existence d'un nombre duel, qui n'est pas extrêmement utilisé mais qu'on rencontre ici ou là pour désigner des paires indissolubles, senties comme doubles dans l'unité, et qui s'exprime par le pluriel de *un*, ce qui réalise l'union de la pluralité et de l'unité. C'est ainsi que Marc, ému de la chasteté apparente du couple d'amants dans la forêt du Morois, veut protéger Iseut endormie, du soleil qui pénètre dans la loge de feuillage grâce à *uns ganz de vair* (une paire de gants) qu'il a sur lui et qu'elle lui avait apportés d'Irlande[10]. C'est ainsi encore, parmi d'autres exemples, qu'Erec *uns esperons a or chauciez*[11] (a chaussé des éperons d'or)

Grâce à l'existence de résidus de déclinaison, le doute n'est pas permis; il s'agit de cas-régimes, qui ne porteraient donc pas de -s s'il ne s'agissait pas du nombre duel. D'autre part, il est exclu de ne chausser qu'un éperon... Quant aux gants, ils sont deux ou ne sont rien, comme les ciseaux, avec lesquels Tristan se coupe les cheveux, qui sont indissolublement unis tant qu'ils sont en état de marche, et sont donc *unes forces*[12].

Le plus "joli" exemple d'usage intense du nombre duel est fourni par *Aucassin et Nicolette,* la chante-fable du XIII^{e} siècle, dans le portrait du bouvier qui a perdu son boeuf; parmi d'autres signes de monstruosité, ce pauvre homme a *une grande hure plus noire que du charbon,(...) unes grandes joues et un très grand nez plat et unes grandes narines et unes grandes lèvres plus rouges que..."*[13]. Belle matière à étonnement, voire à contresens, pour les néophytes en ancien français!

On peut donc constater que ce nombre duel se porte bien, même s'il n'est pas abondant dans le corpus, phénomène normal si l'on considère qu'il ne s'applique qu'à des paires indissolubles, ce qui limite sa fréquence. S'agit-il de la survivance d'une structuration mentale primitive? C'est possible et même vraisemblable, mais il est un peu surprenant de voir cette expression de la dualité réapparaître en ancien français alors que, si le sanscrit ou le grec en possédaient une, le latin l'ignorait. Quoi qu'il en soit, elle est utilisée aussi bien au XII^{e} siècle qu'au XIII^{e}, et survivra ultérieurement, au moins pendant tout le Moyen Age.

---

[10] Béroul, *Tristan et Iseut,* v. 2006 (et 2007), édition bilingue de J. Ch. Payen chez Garnier; les mêmes textes sont édités en "Lettres Gothiques" bilingue (numérotation assez différente).

[11] Chrétien de Troyes, *Erec et Enide,* v. 102.

[12] "Folie" d'Oxford, v. 203.

[13] *Aucassin et Nicolette*, XXIV, CFMA.

Quant au verbe *doubler*, ses emplois ne manquent pas de surprendre. Ainsi, dans *La Chanson de Roland,* les païens sont-ils revêtus de "hauberts sarrasins" dont la plupart sont *doublés en trois*[14]. Doubler en trois, ne serait-ce pas plutôt tripler?

On apprend par ailleurs, avec Chrétien, que la largesse *fait à .V.^{C}. doubles monter*[15] ("fait monter à 500 doubles") les qualités d'un homme; qu'Alexandre, songeant à sa bien-aimée Soredamor, pense à son corps qui est *plus blanc quatre double*[16] que celui des autres; que celui qui sème bien récoltera les fruits *à cent double*[17], tandis que *la Queste* parle d'un palais *plus clair à sept doubles qu'il n'était devant (*auparavant) et d'un fleuve *à cent double plus beau et plus clair qu' au commencement* [18].

Ces rapprochements ne permettent pas de douter: *doubler* par 4, par 7, par 100 ou par 500, c'est tout simplement multiplier, sans que le multiplicateur 2 s'impose le moins du monde, comme si la plus simple des multiplications, la duplication, avait fini par devenir le modèle du genre, en y perdant sa propre définition. Comme la multiplication complexe était souvent pratiquée par étapes, par duplication et addition, il n'y a rien de très étonnant à ce que *doubler* ait élargi son champ d'application, ce que semblent confirmer les formulations maladroites qui évitent soigneusement son emploi là où, pour nous, le contexte l'imposerait, ce que nous verrons ultérieurement.

Un autre emploi étrange se trouve chez Thomas, mais sans que le multiplicateur 2 soit affecté. Ayant épousé Iseut aux Blanches Mains, Tristan est accablé de remords et se lamente ainsi: *L'une et l'autre souffrent à cause de moi, et je souffre à cause de double Iseut* (des deux Iseut) [19].

Multiplier ainsi les individus est un phénomène bien étrange, qui ouvre une série de doublements plus "naturels", même s'ils ne sont guère plus mathématiques. Les amants séparés doublent en effet leur peine ou leur angoisse, mais l'expression, bien qu'appliquée à du non-mesurable, est tout à fait compréhensible au sens figuré. Ainsi, *le roi Marc n'a qu'un tourment, mais la reine en subit un double* puisqu'elle souffre de l'absence de Tristan et de l'obligation d'accomplir avec Marc le devoir conjugal.

---

[14] *La Chanson de Roland*, laisse LXXIX.

[15] Chrétien de Troyes, *Cligès*, v. 211.

[16] Chrétien de Troyes, *Cligès*, v. 832.

[17] Chrétien de Troyes, *Le Conte du Graal*, v. 4.

[18] *La Queste del Saint Graal*, p. 15 et 135.

[19] Thomas, *Tristan et Iseut*, v. 523-24.

Quant à Tristan, il éprouve *double peine, double douleur*[20] puisqu'à la douleur d'être séparé d'Iseut la Blonde s'ajoute celle de faire souffrir Iseut aux Blanches Mains.

Que *double* <soit> *la peine* ou le tourment est une "opération" mentale plus facile à concevoir que le doublement d'Iseut. De même, on conçoit aisément que le valet qui a agressé Cligès "double sa honte" en étant deux fois de suite mis à bas de son cheval [21].

Jean de Meun pratique aussi des doublements étranges, mais avec des objets. Les deux tonneaux de Jupiter deviennent d*es tonneaux qu'il a toujours doubles, dont l'un est clair et l'autre trouble*[22].

Sur cet exemple concret, il est facile de voir la confusion qui s'est installée entre multiplication et addition. Ajouter un tonneau à un autre, ce n'est pas doubler le tonneau, c'est doubler le nombre des tonneaux, tandis qu'un double tonneau serait un tonneau dont le volume serait double du volume unitaire. De même, mais au sens figuré l'erreur est moins facilement analysable, se confesser deux fois de suite n'est pas *(s)a confession doubler,* pratique à laquelle se laisse aller le même Jean de Meun[23].

Quand on voit aussi le mot *somme* signifier plus volontiers "résumé" ou "paraphrase amplificatrice" que le résultat d'une addition, quand on peut doubler par n'importe quoi, sauf, de préférence, par deux, on est bien obligé de constater un certain nombre de confusions sur des concepts de base; ainsi oublie-t-on, malgré les leçons d'Isidore de Séville, l'étymologie évidente de *doubler*; ainsi confond-on le nombre d'objets - ne parlons même plus d'Iseut - et les dimensions de ces objets; ainsi varie-t-on à l'infini, ou presque, les opérations désignées par *doubler* ou *faire la somme*, dont les dictionnaires de la langue médiévale n'ont d'autre solution que de donner de longues listes de traductions et d'emplois hétérogènes. Les termes qui recouvrent des notions arithmétiques précis ont, comme ceux de la géométrie, vu leur champ sémantique s'élargir à tel point qu'ils ont sans doute perdu leur valeur opératoire dans le domaine scientifique, ce qui laisse présager d'autres confusions, car, sans concepts clairs et clairement définis, il n'est pas de science possible. Et ce n'est pas le seul blocage épistémologique de l'arithmétique médiévale.

Cependant, si, manifestement, les hommes du Moyen Age ont des connaissances arithmétiques floues, ils utilisent volontiers les nombres et les raisonnements arithmétiques, pour se livrer à toutes sortes d'opérations ou de développements qui peuvent

---

[20] Thomas, *Tristan et Iseut*, v. 1033-34 et 1049.

[21] Chrétien de Troyes, *Cligès*, v. 2897.

[22] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 10631-32.

[23] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 11222.56.

aussi bien être d'une naïveté touchante qu'élaborés mais appliqués à des réalités qui n'ont rien de mathématique. Par curiosité, nous verrons quelques exemples de ces deux catégories.

C. Jeux sur les opérations et les raisonnements arithmétiques:

Les nombres sont souvent utilisés dans la littérature médiévale, en guise de superlatifs, pour tendre vers l'infini ou vers zéro, ou pour approximer quand on ne peut, ou ne veut, être précis, et l'approximation semble avoir des charmes particuliers pour les esprits médiévaux, malgré le *leitmotiv* de l'exactitude que permet le nombre.

Les superlatifs sont fréquemment obtenus sous forme de fractions, dont le numérateur est toujours 1, tandis que le dénominateur comporte tout ... et pas toujours ce que notre esprit "décimal" attendrait; ainsi Chrétien avoue-t-il ne pouvoir *nommer le dixième, le treizième ni le quinzième* des chevaliers venus admirer son héroïne[24]... D'une manière un peu semblable, mais plus "probabiliste", pour Jean de Meun, *vous ne pourriez trouver son pareil, peut-être en quatorze côtés.* Pourquoi justement 14? il est probable que nous ne le saurons jamais! [25]. Il lui arrive, pourtant, de compter de 10 en 10, lorsqu'il nous explique, par exemple, que la mort poursuit les hommes *dix ans ou vingt, trente ou quarante, cinquante, soixante, septante, voire octante, nonante, cent*[26]. Qui dira que l'espérance de vie était brève au XIII^{e} siècle?

On jongle aussi pour monter à l'infini ou le suggérer: dans toutes les chansons de geste, les combattants, les morts aussi, se comptent par milliers et centaines de milliers; c'est ainsi que *si les douze pairs que Charles aime tant font l'avant-garde avec vingt mille Francs*, le roi sarrasin Marsile dit avoir *une telle armée que vous n'en verrez de plus belle. Je peux avoir quatre cent mille chevaliers*[27]. C'est l'infini de la puissance divine que cherche à suggérer Jean de Meun, en une progression arithmétique dont la soudaine

---

[24] Chrétien de Troyes, *Erec et Enide, v. 1681.*

[25] Jean de Meun, *le Roman de la Rose*, v. 9999. On peut cependant émettre l'hypothèse d'une amplification de 7, qui joue parfois le rôle de nombre indéterminé. Cf. les reproches du trouvère Conon de Béthune à une dame un peu fière à son goût: *Par Dieu, Dame, cela vous a fait grand tort de toujours vous fier à votre lignage, car tel sept* (tel et tel, un certain nombre) *ont déjà soupiré pour vous (...) mais on n'aime pas une dame pour sa parenté.* Dans cette logique, 14, que l'on trouve de manière aussi surprenante chez d'autres auteurs pourrait signifier... autant qu'on veut.

[26] Jean de Meun, *le Roman de la Rose*, v.15949-51.

[27] *La Chanson de Roland*, laisses XLII et XLIII.

"accélération" révèle comme une frustration d'ignorer la progression exponentielle: A*ucune chose, si lointaine soit-elle, n'est aussi prochaine à Dieu que si elle était présente. Qu'il se passe dix ans, ou vingt ou trente, voire cinq cents, voire cent mille...*[28]. Parfois, sa montée à l'infini est plus prosaïque, et il envisage la somme de *cinq cents fois cent mille livres*, contre laquelle il n'échangerait pas... ses organes génitaux, nommés ses *martelets*. Il ne calcule d'ailleurs pas le produit; c'est sans doute plus impressionnant ainsi!

Il peut même arriver que l'on se livre, sans le savoir, à de belles anticipations. Jean de Meun sait-il, quand il loue l'amitié véritable, qu'il donne une définition de l'infini en se livrant à une sorte de raisonnement par analogie sur la suite des nombres entiers, dans laquelle, quel que soit n, on peut toujours générer $n + 1$? Si élevée que soit la richesse, dit-il, la valeur de l'amitié lui sera toujours supérieure: *Il n'est pas de richesse qui égale la valeur d'un ami, car elle ne saurait atteindre un niveau si haut que la valeur d'un ami ne lui soit encore supérieure.*[29]

Cependant, même avec des nombres, n'accède pas à l'infini qui veut, et l'on est parfois contraint d'avouer son impuissance, comme le fait l'auteur de *la Chanson de Roland*, qui projette ses lacunes sur Olivier: *Les escadrons, même, il ne les peut compter. Il y en a tant qu'il n'en sait pas le nombre, et lui-même en est tout égaré*, ce qui ne l'empêche pas de déclarer qu'ils sont *bien cent mille*, qui fait figure, pour lui, de dernier nombre pensable[30].

Inversement, on peut aussi, avec les nombres, tendre vers zéro, sous forme de pseudo-fractions au dénominateur croissant, et l'on tend alors vers ce qu'on pourrait appeler un dénombrement "pré-probabiliste" si l'idée de quantifier la chance avait pu germer dans des cervelles médiévales[31]. Tel qu'il est pratiqué, il n'est pas loin des fractions, mais il n'est pas tout à fait de même nature.

On peut voir la proximité des deux types d'approche avec un exemple tiré de *Cligès*, quand un espion du duc de Sessoigne fait son rapport à son maître: *Seigneur, dit-il, il n'est resté parmi les treize Grecs un seul qui se puisse défendre*[32].

Ces "treize" sont Cligès et ses douze compagnons, et si cet éventuel survivant existait, il représenterait bien un treizième des Grecs, mais le problème n'est pas posé sous cette forme fractionnelle; il est, en réalité, question de savoir si "parmi les treize, il en est un

---

[28] Jean de Meun, le *Roman de la Rose*, v. 17460-61.

[29] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 4943-46.

[30] *La Chanson de Roland*, laisse LXXXI.

[31] Cf. le chapitre 6 sur les probabilités.

[32] Chrétien de Troyes, *Cligès*, v. 3581-83.

qui réponde au prédicat être en vie", et, dans le cas présent, de donner une réponse négative à ce dénombrement.

On rencontrait déjà un raisonnement de ce type dans *la Chanson de Roland,* où les Français frappent si durement leurs adversaires que, dans le camp païen *de cent milliers deux n'en peuvent guérir*[33]. Deux sur cent mille... probabilité d'autant plus faible qu'elle est niée! Mais on pourrait la calculer, ce qui n'est pas le cas avec une formulation très proche de Chrétien, qui ne fournit pas l'une des données nécessaires, le nombre de *ses hommes, parmi lesquels il n'y en a pas deux qui ne le tiennent pour un méchant, un traitre*[34].

Ce *deux* qu'on cherche dans un ensemble donné est un peu surprenant; compte tenu du contexte généralement négatif, et la volonté de traduire une hypothèse exclue, on attendrait plutôt *un*; en effet, la négation de *un* rendrait nulle la probabilité, alors que celle de *deux* laisse ouverte la possibilité d'en trouver *un* qui réalise la condition. C'est sans doute pourquoi Jean de Meun, qui aime la logique et montre qu'il la manie avec aisance, préfère choisir *un* dans des raisonnements de ce type. Les vrais amis sont rares pour l'homme riche, affirme-t-il; ils en ont *tant qu'ils ne peuvent les compter,* mais que tourne la roue de Fortune, et ils découvriront les vrais, ou plutôt, ont une bien faible probabilité de les découvrir *car, de cent amis apparents, compagnons ou parents, s'il pouvait leur en rester un, ils devraient en remercier Dieu.*

Et comme si la probabilité paraissait encore trop forte, un autre développement sur le même thème la réduit encore, puisque, finalement, *il n'en reste ni un ni un demi* et, avec cette évaluation en moitiés d'individus, c'est sur les statistiques actuelles que Jean de Meun anticipe audacieusement! Mais sa conclusion est plus réaliste: *De tels amis se révèlent amplement s'ils en trouvent un seul parmi mille*[35].

C'est la même probabilité qui est retenue pour la femme qui veut s'assurer d'une conquête et n'est pas loin de pratiquer le tirage aléatoire! *Pour une* (proie), *elle veut en assaillir mille, car elle ne sait laquelle elle prendra avant de la tenir*[36].

Il va de soi que la terminologie qui a été utilisée est anachronique, et qu'on ne posait pas les problèmes en ces termes; mais enfin, les jeux de hasard, les dés en particulier, existaient au Moyen Age, et, empiriquement, avaient dû donner de vagues

---

[33] *La Chanson de Roland,* laisse CXI.

[34] Chrétien de Troyes, *Cligès,* v. 4152-54.

[35] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose,* v. 4867, 4885-88, 4912 et 4941-42.

[36] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose,* v. 13586-88.

aperçus de ces notions, suffisants pour envisager des dénombrements, sans les nommer ni les identifier. Nous sommes loin encore de la "géométrie du hasard" de Pascal, mais nier - puisque l'usage de ces tournures est presque toujours négatif - la possibilité de trouver *n* individus satisfaisant à une condition donnée dans un ensemble *p* est tout à fait à la portée des auteurs du Moyen Age qui ont envie de donner à leurs exclusions le prestige de l'habit numérique.

Parmi les notions complexes qu'aiment manipuler les auteurs médiévaux, il faut faire une place spéciale aux proportions, qui ne portent pas sur des nombres, mais transfèrent dans le domaine des abstractions de la vie un mode de raisonnement très prisé dans les mathématiques médiévales.

Le Moyen Age, qui multiplie en disant "*n* fois" utilise aussi la formulation "*n* tant plus", généralement suivie de *que* et du référentiel. La distribution n'a rien de fantaisiste, et prouve qu'on distinguait soigneusement, dans le langage, multiplication et proportionnalité, marqué que l'on était sans doute par le goût des proportions, hérité de Pythagore, bien qu'il ne s'agisse jamais de *médiétés*, et que les valeurs numériques nécessaires au calcul brillent par leur absence. Choisissons, parmi les multiples exemples, une formule canonique, qui suggère la joie de Gauvain, retrouvant son ami Yvain: *Messire Gauvain en a cent tant plus grande joie que nul* (autre)[37].

Le sens des proportions se retrouve encore dans certaines formulations complexes, voire cocasses, généralement destinées à établir une inéquation à valeur hyperbolique. Jean de Meun nous en offre un exemple alambiqué: *De ce côté, le château est plus faible qu'un gâteau cuit est plus dur à couper en quatre que ne sont les murs à abattre*[38],(!!!), d'où il ressort que la résistance du château est inférieure à celle d'un gâteau bien cuit qu'on veut couper en quatre, boutade que nous nous amuserons à mathématiser puisque l'auteur nous convie à l'acte gratuit.

Soient donc R_C la résistance du château

R_g la résistance du gâteau

F_1 la force des assaillants

F_2 la force du cuisinier

$$\frac{R_c}{F_1} < \frac{R_g}{F_2}$$

Plus poétique est la proportion qu'établit Chrétien empruntant le regard de Lancelot pour valoriser les cheveux de Guenièvre: *Si vous voulez savoir la vérité*

[37] Chrétien de Troyes, *Le Chevalier au Lion*, v. 2288-89.

[38] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 7913-16

(je vous dirai que) *l'or cent mille fois épuré et autant de fois recuit aurait paru plus obscur que n'est la nuit par rapport au plus beau jour d'été qui fut cette année à qui aurait mis côte à côte l'or et les cheveux*[39]. (C'est plus joli en ancien français!)

Cela revient à poser la relation suivante, qu'on formulerait ainsi dans la tradition mathématique , si les mathématiques se mêlaient d'affaires semblables: en matière de clarté, "l'or est aux cheveux de Guenièvre cent mille fois moins que la nuit n'est au jour", ce qui est la forme de la proportion géométrique compliquée d'une inégalité et d'un coefficient multiplicateur, qui renforce l'hyperbole, de même que le choix des extrêmes, l'or le plus pur et le plus beau jour d'été.

Nous ne sommes pas dans le cadre d'un calcul numérique, certes; il n'empêche que le raisonnement de type mathématique, pourtant complexe, est bien assimilé, et qu'on y ressent même une aisance plus grande que face à l'expression de petits calculs élémentaires. C'est pourquoi il est surprenant de voir que, dès que les nombres reviennent en lice, le niveau redescend. C'est le cas lorsqu'ils servent à des approximations, souvent un peu surprenantes pour nous.

Jean de Meun mentionne *cinq cents ou cinq mille sergents*, ce qui est quand même une belle approximation, tout comme, toujours chez lui *un ou deux ou trois ou quatre, voire cinq cent et deux douzaines*[40]*!* Quant à Roland, qui frappera *et mille et sept cents coups*[41], outre que cela peut nous sembler beaucoup, nous n'aurions sans doute pas choisi le même ordre, marqués que nous sommes par la notion de progression arithmétique.

C'est encore plus vrai lorsqu'il s'agit de calculs simples, et c'est là-dessus que nous terminerons ce rapide panorama de l'arithmétique médiévale. Voyons d'abord des exemples de soustraction:

Celle à laquelle se livre l'auteur de *La Chanson de Roland* brille par sa naïveté, par ce que l'on pourrait appeler un art d'expliciter les évidences, ou ce qui nous paraît tel. Il s'agit de savoir combien font "12 - 10": *Des douze pairs, dix sont morts; il n'en est resté que deux vivants*[42].

Le genre oral est certes redondant, destiné à un public mêlé dont une partie est illettrée, mais quand même... Quant au *Roman de la Rose,* qui n'a pas ces contraintes liées à la réception orale, il nous "démontre" lui aussi assez longuement que "10 - 2 = 8". Il s'agit des commandements d'Amour, qui sont dix chez Guillaume de Lorris, et dont la Vieille veut

---

39 Chrétien de Troyes, *Le Chevalier de la Charrete,* v. 1487-94.

40 Jean de Meun, *le Roman de la Rose*, v.5274 et 7642-44.

41 *La Chanson de Roland*, laisse LXXXV.

42 *La Chanson de Roland,* laisse CII.

en exclure deux: *Il y en a dix, pour qui compte bien, mais bien fou qui s'embarrasse des deux derniers, car ils ne valent pas un faux denier. Je vous accorde les huit* (premiers), *mais qui suit les deux autres perd sa peine et se rend fou*[43].

Quant à la soustraction, sur des nombres plus grands, à laquelle se livre Blanchefleur expliquant à Perceval la situation désastreuse de Beaurepaire assiégé, elle pose un évident problème arithmétique.

De trois cent dix chevaliers qui défendaient ce château, il n'en est resté ici que cinquante; deux cents et dix moins de soixante (intraduisible) *ont été emmenés par un chevalier très mauvais, Aguingueron, le sénéchal de Clamadeu des Iles, qui me les a tués et* (ou?) *emprisonnés*[44].

Refaisons les comptes de Blanchefleur, manifestement troublée. Il y avait trois cent dix chevaliers à Beaurepaire; il en reste cinquante; Aguingueron en a donc emmené deux cent soixante, pour l'arithmétique; or, pour Blanchefleur, il en a pris

Deux cents et dix moins de soixante

expression pour nous complexe, qu'il faut lire, selon l'ordre latin et les habitudes médiévales comme "200 + (60 - 10)", soit 250. Mais où sont donc passés ces dix chevaliers, qu'il est d'ailleurs étrange de soustraire de soixante, puisque dans la pratique des chiffres romains c'est cinquante qui s'impose comme unité à laquelle on ajoute ou soustrait dix?

Et les divers manuscrits donnent des versions aussi fautives, qui comportent toutes le surprenant *et dix moins de soixante,* et parfois des fautes d'opération encore plus impressionnantes. Chrétien s'est-il trompé dans ses calculs, ou les copistes ne l'ont-ils pas bien suivi? Quoi qu'il en soit, qu'ils aient pu écrire sans sursauter des opérations semblables, eux qui ne se gênaient guère pour modifier ce qu'ils copiaient, montre qu'ils n'avaient guère le sens des chiffres... et que le calcul mental n'était pas leur art favori. Car l'habitude des jongleries numériques ne justifie en rien semblable inadvertance. Sans doute le public médiéval a-t-il d'autres soucis que la vraisemblance... Peut-être n'est-on pas attentif aux données chiffrées quand on lit... mais si l'auteur a pris la peine de les y mettre, elles méritent autant d'attention que le reste, et les négliger révèle alors, chez le lecteur, une indifférence qui est soeur de l'ignorance.

Quelle que soit l'interprétation, cette erreur révèle donc, chez les uns ou les autres, une inaccoutumance aux opérations simples, et un niveau arithmétique faible, que l'on peut constater aussi dans un exemple d'addition; il s'agit de l'organisation des compagnies, ou *escheles* de *la Chanson de Roland.* Roland, Olivier et Turpin sont morts, mis en bière et

---

[43] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose,* v. 13021-27.

[44] Chrétien de Troyes, *Le Conte du Graal,* v. 1957-64.

emmenés, et un envoyé de Baligant vient porter le défi à Charlemagne, qui se prépare avec ses hommes, *plus de cent mille,* qu'il organise en dix compagnies; cette mise en place, très précisément chiffrée, occupe les laisses CCXVII à CCXXV, et son examen réserve quelques surprises. Mettons le texte en tableau, pour mieux visualiser les choses.

laisse	n° des compagnies	composition numérique	nationalité(s)	chef(s)
217	1e et 2e	15000 x 2	Français	Gibouin Lorant
218	3e	≈ 20000	Bavarois	Ogier le Danois
219	4e	20000	Allemands	Herman de Thrace
220	5e	20000	Normands	Richard le Vieux
221	6e	30000	Bretons	Eudon
222	7e	≈ 40000	Poitevins Auvergnats	Jozeran Godselmes
223	8e	plus de 40000	Flamands Frisons	Rembald Hamon de Galice
224	9e	50000	Lorrains Bourguignons	Thierry d'Argonne
225	10e	100000	Français	Geoffroi d'Anjou
	total	≈ 350000		

Quelques remarques s'imposent sur cet étrange calcul:

- Certaines compagnies ont droit à une évaluation du nombre des chevaliers qui les constituent, les 3e, 7e et 8e; pour d'autres, le nombre est "authentifié" par les dires, soit des autres - *tous les autres le disent* - , soit des *Francs;* c'est le cas des 4e et 5e compagnies, et, pour la 9e, c'est un dénombrement *par compte* qui authentifie sa composition numérique.

- l'auteur s'élève peu à peu, suivant un ordre croissant de milliers: quinze, deux fois, vingt, trois fois, trente, quarante ("à peu près" une fois et "plus" la deuxième), cinquante, puis il double, avec cent, type de progression qu'on a déjà rencontrée.

- il additionne mal, et ne semble pas choqué par une aberration qui saute à l'oreille: la 10e compagnie comprend, à elle seule, autant que le total, cent mille qui a pourtant été annoncé juste avant la mise en place des données de l'addition, à la laisse CCXVI, et qui est repris en conclusion à la laisse CCXXVII. Et l'erreur est de taille... 350%, ou un peu plus, voire un peu moins...

- dernière anomalie: il est constamment fait état des *.XII. pairs* que Charles aime tant et des *.XX.mille* combattants de France. Or, si l'on fait une addition partielle, ne retenant que les Français, on en trouve cent trente mille, entre les 1e, 2e et 10e compagnies.

Il apparaît donc que l'auteur s'est grisé de grands nombres, s'est envolé de milliers en milliers, et qu'il n'a pas vérifié l'exactitude ni la cohérence de ses résultats, ce qu'il n'était pourtant pas difficile de faire, ne serait-ce que sur ses doigts ou en dessinant des bâtons!

Il est alors évident que l'exactitude arithmétique lui importait peu en l'occurrence et que sa visée était ailleurs, dans la mise en place d'un foisonnement, dans une volonté de montrer toutes les nationalités de l'Empire en fraternelle compétition pour le service de Charlemagne; il s'est sans doute livré à un transfert, la surenchère de l'ardeur et de la valeur se traduisant dans le texte par une surenchère quantitative. En réalité, il ne fait pas d'arithmétique: les nombres lui servent abondamment mais c'est en vue de produire un effet littéraire, qui est ici de type épique. On en trouve une sorte de confirmation dans l'organisation des compagnies sarrasines à laquelle on assiste à la laisse CCXXXII. On a peu de données numériques ici, mais elles sont trente dont *la plus faible comprend cent mille* hommes, ce que l'auteur déclare lui-même un nombre stupéfiant. Admettons; mais même en prenant cette quantité minimale, et en la multipliant par trente, on obtient un million cinq cent mille païens. Or, il nous en est annoncé quatre cent mille! Eux aussi se sont miraculeusement multipliés sur le champ de bataille avant d'y mourir, et il n'est sans doute pas neutre que, quelles que soient les erreurs d'opération, l'avantage du nombre soit toujours du côté païen, ce qui revient à exalter la vaillance mais aussi le bon droit des chrétiens qui ont Dieu à leurs côtés. Les chiffres sont donc aussi au service d'une idéologie. Roland l'affirme, au demeurant: *Pour un des nôtres* (tué), *il trouvera quinze morts* (dans ses rangs)[45], ce qui dit bien le peu que vaut un païen comparé à un chrétien.

Et curieusement, on découvre alors que si l'armée chrétienne compte, comme il est si souvent dit, cent mille chevaliers, il faut un million cinq cent mille païens pour que la menaçante prédiction de Roland puisse se réaliser; mais ce n'est peut-être qu'une coïncidence... qui ne tient pas compte du gonflement des effectifs en cours de présentation des compagnies, car, pour trois cent cinquante mille chrétiens, il faudrait cinq millions deux cent cinquante mille païens, soit une moyenne de cent soixante quinze mille hommes par compagnie, ce qui dépasse peut-être les limites possibles du grossissement épique.

---

[45] *La Chanson de Roland,* laisse CXLIII.

Il est impossible de terminer cette révision de l'arithmétique proposée par les auteurs médiévaux sans mentionner le problème de calcul de salaire que Chrétien de Troyes propose discrètement aux lecteurs curieux, et qui joue sur la multiplication, la division, et la conversion des unités monétaires. Il s'agit, bien sûr, de la jolie séquence où les tisseuses de soie expliquent à Yvain la misère de leur existence d' "exploitées" [46]. Elles ne gagnent, disent-elles *que quatre deniers de la livre* de soie tissée, et ne peuvent espérer un salaire hebdomadaire supérieur à *vingt sous,* soit une livre (monétaire). La question s'impose: combien doivent-elles tisser de livres de soie par semaine?

Et le lecteur curieux découvre ainsi, scolairement que:

- pour gagner un sou, qui vaut douze deniers, il faut tisser

12 : 4 = 3 livres de soie

et que

- pour gagner 20 sous, il faut en tisser

3 x 20 = 60 livres de soie...

ce qui fait une belle quantité, et justifie la reconnaissance qu'elles témoigneront à Yvain, leur libérateur.

Mais qui s'amuse à de semblables calculs en lisant, et surtout en écoutant un roman? Et malgré ce beau problème d'arithmétique, il faut bien reconnaître que la moisson est assez pauvre en ce qui concerne le maniement des opérations simples. Jean de Meun s'efforçait pourtant d'élever le niveau arithmétique lorsque, dans un développement sur les miroirs déformants, il profitait des circonstances favorables pour faire réviser à ses lecteurs leur table de multiplication... par 2! Les miroirs peuvent, en effet, faire *sembler d'une chose deux (...), ou six de trois ou huit de quatre...* [47]

Les auteurs médiévaux manifestent donc, pour la plupart, un grand amour du nombre, dont ils font un usage immodéré, mais ils le manipulent bizarrement. Leurs connaissances, pour autant qu'un texte littéraire puisse vraiment les révéler, semblent limitées, marquées par des lacunes, des flottements et une certaine maladresse, quoique certains d'entre eux dominent parfois des raisonnements arithmétiques plus complexes. Nous avons enfin pu remarquer que, si chers qu'ils leur soient, les nombres n'ont pas toujours, pour eux, une fonction réaliste; ils les utilisent à des fins littéraires, voire

---

[46] Chrétien de Troyes, *Le Chevalier au Lion*, v. 5292-5318. Que cette séquence se situe dans un contexte merveilleux, puisque les exploiteurs sont des démons, ne me semble pas ôter à ce texte sa portée sociologique; et cette belle complainte anticipe de plusieurs siècles sur *le chant des Canuts*, l'espoir en moins.

[47] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18213 et 15.

idéologiques plus que pour donner à leur récit une vraisemblance qu'ils ne recherchent aucunement. Ce détournement du nombre vers une fonction qui n'est pas la sienne quoiqu'elle remonte aux origines du pythagorisme, est encore accentuée par la valeur symbolique ou esthétique qu'ils leur accordent, et dont il ne sera pas question ici. Pourtant, le nombre est roi, pour ne pas dire qu'il est parfois presque un second dieu, et l'arithmétique peut s'estimer favorisée, car la situation est plus critique en ce qui concerne la géométrie.

II. LA NUIT DE LA GEOMETRIE

Nous commencerons par quelques remarques sur cette forme élémentaire de la géométrie qu'est l'arpentage, avant d'entrer dans des mathématiques qui ne seront pas supérieures, puis d'essayer, avec Jean de Meun, de cerner où en est la conception de la géométrie à une époque où, théoriquement, Euclide a pénétré dans l'Occident chrétien.

A. Le triomphe de l'imprécision dans l'arpentage

L'espace semble incommensurable dans ces romans où l'on déambule pourtant beaucoup, et où l'*on chevauche tant qu'on arrive* ici ou là, selon la formule stéréotypée. Et s'il l'est, c'est peut-être tout simplement qu'on ne dispose pas d'outils fiables pour le mesurer. Attardons-nous donc un peu sur les unités de mesure, assez fréquemment mentionnées chez les uns et les autres, et voyons d'abord les unités "officielles" dont on dispose.

On mesure les longueurs, dans l'ordre croissant, en empans, mesure très approximative qui correspond à l'extension latérale de la main écartée au maximum, en pieds, en aunes, en brasses, en toises et, pour les grandes distances, en lieues. Comme il est aisé de le constater, la plupart de ces unités, en raison de leur origine, ont en soi quelque chose d'approximatif. Chrétien complète la série avec la paume, qui ne doit pas différer grandement du demi-pied, si l'on se fie au contexte. Et pour que le corps soit encore mieux représenté, en dépit de ses variations individuelles, Jean de Meun utilise le doigt, mesure approximative que nous avons d'ailleurs conservé sous la forme d'une expression toute faite.

Quant aux superficies, elles se mesurent en arpents, les "pères" étymologiques de l'arpentage.

On dispose donc à la fois de beaucoup d'unités, trop peut-être, mais qui n'ont rien à voir avec un véritable étalon et se convertissent malaisément. La seule qui soit utilisée dans tous les textes, à l'exception de celui de Guillaume de Lorris, est la lieue.

On pourrait donc en conclure, hâtivement, qu'elle sert d'étalon et qu'au moins, on peut s'entendre sur la distance qu'elle mesure. Ce serait une grave erreur, car il y a lieue et lieue, la *gauloise* et les autres[48]. Chrétien nous l'explique lumineusement lorsque la dame et la demoiselle de Norison laissent Yvain dormir pour aller chercher l'onguent destiné à le guérir de sa folie: *Elles s'en vont vite vers le château, qui était si près qu'il n'était pas distant d'un pas de plus qu'une demi-lieue, des lieues de ce pays-là, car à la mesure des nôtres, deux en sont une et quatre deux*[49].

Ce n'est certes pas une formulation simple ni très légère pour dire que la lieue d'ici est double de celle de là-bas, mais enfin, il est clair que si une même unité peut régionalement varier du simple au double, on a du mal à s'y retrouver dans les mesures... Et il est curieux de constater comment, dans ce flou généralisé, les auteurs réussissent une surenchère d'imprécision en usant constamment de l'approximation, comme si celle qu'ils introduisent pouvait compenser celle que contiennent, par nature, les unités qu'ils emploient. Ainsi, ces unités ne sont-elles jamais prises telles quelles, mais déclarées *grandes, bonnes, petites,* tandis que la donnée numérique qui les accompagne se nuance à peu près toujours de *ou plus, ou moins*, quand elle n'hésite pas entre deux chiffres assez éloignés.

D'autre part, nous avons rencontré l'arpent dans la liste des unités; or, l'arpent est une unité de superficie, qui est toujours utilisée comme unité de longueur, puisqu'il s'agit toujours de parcourir des arpents, ou de s'éloigner d'un point fixe, généralement l'adversaire, d'un certain nombre d'arpents; depuis quand un personnage qui se déplace parcourt-il des superficies? Quant à la *journée,* elle s'applique aussi bien à la distance qu'on peut parcourir en un jour qu'à la superficie qu'on peut labourer en ce laps de temps. De tels flottements en laissent présager d'autres sur des notions plus complexes...

B. le maniement des notions géométriques: maladresse et fantaisie généralisées

A chaque fois, ou presque, que ces notions géométriques sont utilisées, on est frappé par ce qu'il faut bien appeler une grande maladresse ou la plus haute fantaisie.

Ainsi se constituent des couples d'adjectifs bizarres, en ce sens que leur association se veut une précision, et ne fait que brouiller l'image. La tour dans laquelle gémit le pauvre Lancelot est un bon exemple de cette précision dans l'imprécision; elle est *et longue et large*, et également *haute et droite*[50]. Si l'on voit bien ce qu'est une tour haute et

---

48 Chrétien de Troyes, *Le Chevalier au Lion*, v. 190.

49 Chrétien de Troyes, *Le Chevalier au Lion*, v. 2952-57.

50 Chrétien de Troyes, *Le Chevalier de la Charrete*, v. 6446 et 6450.

droite, il est plus difficile d'imaginer sa section... longue et large; est-elle carrée? rectangulaire? Tout se passe comme si le couple - long, large - s'associait traditionnellement, indépendamment du sens produit.

Inversement, un peu plus haut dans le même roman, on nous décrit *une salle haute et longue*[51] qu'il faut imaginer spacieuse à cause du contexte mais qui pourrait être un étroit corridor... Elle est occupée de trois lits dont deux sont *longs et larges,* tandis que le troisième, le lit périlleux, est *long et plus haut que les deux autres d'une demi-aune,* ce qui nous replonge dans l'incertitude... les deux premiers, eux aussi, peuvent être carrés ou rectangulaires; quant au troisième, que devient sa largeur par rapport aux autres? Et s'il s'agit d'indiquer simplement que ces lits sont vastes, pourquoi en dédoubler les dimensions entre longueur, largeur et hauteur en laissant toujours planer une zone d'ombre?

Il va de soi que de telles considérations n'ont rien de très littéraire, et qu'il ne s'agit pas de vouloir priver Chrétien de son droit à s'exprimer comme il l'entend; mais comme un auteur ne peut se permettre, - sauf dans certains genres délibérément fantaisistes ou provocateurs -, de choquer son public en écrivant des incongruités, il faut supposer que ces flottements ne faisaient sursauter personne, ce qui permet de cerner les limites du milieu cultivé médiéval dans le maniement des notions géométriques simples; et ces emplois impropres s'éclairent surtout si on les confronte à d'autres passages qui recourent à ces mêmes notions. Les salles meublées de lits ne manquent pas dans l'oeuvre de Chrétien, et il est intéressant maintenant d'entrer chez le Roi-Pêcheur e*n la salle, qui était pavée et aussi grande que large*[52].

Et voilà une salle carrée, même si *grande* est encore une impropriété, et qu'on attendrait *longue.* Chrétien ne nomme pas le carré, il le définit non sans lourdeur, comme il l'avait d'ailleurs fait précédemment puisque, rendant visite à Arthur pour être adoubé, Perceval pénètre e*n la salle qui était pavée et aussi longue que large*[53].

On notera la quasi-similitude de la formulation, un peu plus d'exactitude sémantique, mais la même lourdeur qui consiste à user d'une périphrase de définition au lieu d'utiliser le mot ainsi défini, comme si ce mot ne se présentait pas spontanément à l'esprit de l'auteur, ou comme si ce dernier craignait qu'il ne fût pas assez explicite pour ses lecteurs. Ce n'est pas que Chrétien ignore le mot *carré*; il décrit, dans *Cligès,* la forteresse de Guinesore qui comporte de multiples défenses e*t une grande tour de pierre carrée*[54], et utilise encore ce mot dans d'autres circonstances, parfois fantaisistes, que nous verrons plus tard. Mais il semble trouver, lorsqu'il veut insister, que la définition est plus parlante que le mot défini, ce

---

[51] Chrétien de Troyes, *Le Chevalier de la Charrete*, v. 461, puis 470 et 504-5.

[52] Chrétien de Troyes, *Le Conte du Graal*, v. 3021-22.

[53] Chrétien de Troyes, *Le Conte du Graal*, v. 863-64.

[54] Chrétien de Troyes, *Cligès*, v. 1243.

qui est la marque soit d'un manque de familiarité avec la notion, soit d'un souci pédagogique un peu condescendant, à moins qu'il ne s'agisse d'un choix poétique difficile à interpréter, peut-être destiné à mettre hyperboliquement en valeur et l'étendue et la perfection de la salle dans laquelle va apparaître le cortège du Graal. Quant au rectangle, qui n'apparaît pas dans les textes, on peut émettre l'hypothèse qu'il est représenté par la périphrase "long et large", bien contestable aussi géométriquement puisqu'une surface qui a une longueur a nécessairement une largeur, et qu'on n'a rien dit de précis tant qu'on s'est limité à ces truismes.

Chrétien de Troyes n'est pas le seul à procéder de cette manière, mais on peut dire que Guillaume de Lorris, qui en fait autant, est peut-être plus pédagogue, tout en étant encore plus lourd quand il décrit son verger, puisqu'il donne à la fois le mot avec une sorte de pléonasme, et la définition: *il était de droite quarreüre (*parfaitement carré), *il était aussi long que large*[55].

Quant au mur qui enclôt ce verger, il est déclaré une fois *haut et tout carré*, puis *mur carré*[56]... puisqu'il entoure le verger qui a cette forme; mais comme l'auteur semble content de son oeuvre géométrique, il y revient encore plus loin pour rappeler *qu'il est de droite quarreüre; chacun des côtés mesure vingt toise; ainsi est-il aussi long que large*[57]. Et comme on n'insiste jamais assez sur les notions de base, l'auteur nous rappelle qu'étant carré, ce mur a quatre coins, occupés par quatre tourelles de pierre taillée. Et comme il a quatre côtés, il a aussi *quatre portails*, bien parés pour la défense, dont *un au front devant, (...) deux de côté et un derrière*[58].

On ne peut pas reprocher à Guillaume de Lorris de manquer de précision, mais son insistance presque scolaire peut sembler symptomatique d'un savoir qui n'est que partiellement assimilé. Et quel que soit leur degré de précision, celle-ci n'exclut jamais une certaine fantaisie, car le carré s'associe souvent à tout et à n'importe quoi indépendamment de toute adéquation géométrique.

On se demande ainsi à quelle opération peut bien se livrer Tristan sur sa baguette de coudrier quand Marie de France écrit *qu'il trancha une baguette de coudrier par le milieu et la fendit toute carrée*[59]. Jean-Charles Payen traduit *qu'il (l')a fendue en*

---

[55] Guillaume de Lorris, *Le Roman de la Rose*, v. 1324-25.

[56] Guillaume de Lorris, *Le Roman de la Rose*, v. 467 et 515.

[57] Guillaume de Lorris, *Le Roman de la Rose*, v. 3815-17.

[58] Guillaume de Lorris, *Le Roman de la Rose*, v. 3821, 3823 et 3825-27.

[59] Marie de France, *Le Lai du Chèvrefeuille*, v. 51-52.

deux et taillée en planchette; et, Philippe Walter adopte la version: *il coupa une branche de coudrier par le milieu et l'équarrit en la taillant.* Peut-être... Tristan doit bien avoir travaillé cette branche, l'avoir aplanie, équarrie - plus près du texte, au moins étymologiquement - pour pouvoir y graver son message, mais en quoi cela correspond-il à un carré? On ne peut pourtant pas imaginer de traduction plus proche du texte, gardant un sens auprès de lecteurs modernes qui, si piètres géomètres qu'ils soient, ont quand même en tête la notion de "carré". Qui pourrait comprendre "il la fendit toute carrée"? Or, Marie de France n'a dû choquer personne en son temps, parce que, manifestement, est carré au Moyen Age tout ce qui est régulier, plan, mais pas nécessairement ce qui est quadrilatère rectangle avec des côtés égaux, et cette absence de définition de la figure géométrique peut expliquer tous les emplois pléonastiques que nous avons remarqués précédemment.

De telles considérations nous amènent bien loin d'Euclide et nous nous en éloignons encore davantage quand Jean de Meun s'en prend aux moines *gros et carrés*[60]. Des hommes carrés... Sans doute veut-il suggérer leur embonpoint en les présentant comme aussi larges que hauts, lui qui dit aussi qu'Hercule avait *sept pieds de long*[61], comme si l'on mesurait la longueur d'un homme, et ses expressions ont décidément de quoi surprendre.

D'une manière plus fréquente, quoique ce ne soit ni constant ni exclusif, le carré est associé à la notion de solidité, de force, ce qui montre que la forme n'est pas pensée mathématiquement, comme une abstraction, mais est toujours perçue à travers des objets qui la font passer au second plan. Pour que Lancelot se libère de la tour où il est détenu, une jeune fille secourable lui procure *un pic fort, carré, et aigu,* et l'on retrouve un engin du même type dans les mains du géant qui maltraite les chevaliers qu'il a faits prisonniers; c'est *un pieu grant et carré, aigu devant* et sans doute est-ce la même association qui s'établit autour de *la barre longue et pesante* dont Chrétien ajoute qu'elle *était carrée,* celle qu'utilise Alexandre au siège de Guinesore, pour venger ses compagnons défunts[62].

C'est sans doute à cause de cette métonymie[63] du carré et de la force que les deux champions des soeurs en conflit d'héritage, Gauvain et Yvain *ont les poings*

---

60 Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 12136.

61 Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 9188.

62 Chrétien de Troyes, *Cligès*, v. 2013 et 2022.

63 Figure de rhétorique qui procède par association d'idées.

carrés et gros, et forts les nerfs, et durs les os[64], car des poings carrés sont difficiles à découvrir dans la réalité objective, et plus encore en géométrie.

C'est peut-être aussi l'une des raisons qui expliquent la présence, au moins en littérature, de citadelles carrées. Or, pour autant que nous puissions en juger par ce qui a été préservé, et par les plans dont nous disposons, peu de citadelles étaient carrées; des abbayes pouvaient l'être, ou "l'être plus ou moins" - celle de Saint-Gall est un rectangle qui tend vers le carré[65] - mais les citadelles, qui s'installaient de préférence en des endroits escarpés avaient, ne serait-ce que pour cette raison, bien des difficultés à suivre, dans leur ampleur, la régularité d'un carré. Une tour carrée, soit... une citadelle carrée, c'est plus douteux.

Enfin, autre fait troublant, le verger carré du *Roman de la Rose* initial a été dessiné *par compasseüre* (intraduisible), et s'il est "si carré", c'est qu'il a été *si compassé*[66] qu'il a acquis cette forme parfaite. Il n'est certes pas interdit de tracer un carré à l'aide du compas, et les Grecs ont assez répété que les constructions géométriques se faisaient "à la règle et au compas". Mais enfin, pour construire un verger carré, l'équerre, qui existe au Moyen Age, jointe au cordeau, est peut-être aussi adaptée[67].

Et surtout, il apparaît nettement, si l'on relève les différents emplois d'expressions forgées sur le mot *compas*, qu'il ne faut pas toujours y voir la trace de l'instrument fort utile en géométrie. A cause du prestige du cercle, est *à compas* tout ce qui est régulier, pour ne pas dire parfait.

Quand le même Guillaume de Lorris, dans un portrait dithyrambique de Raison, incarnée en une jolie femme, déclare que *Nature n'aurait pas su faire une oeuvre de tel compas*[68], il est peu probable qu'il soit ici question de l'instrument de géométrie! C'est

---

[64] Chrétien de Troyes, *Le Chevalier au Lion*, v. 6137-38.

[65] Voir la reproduction du plan reconstitué par l'Atlas Westermann dans J. le Goff, *la civilisation de l'occident médiéval*, p. 144-5.

[66] Guillaume de Lorris, *Le Roman de la Rose*, v. 1323 et 3814.

[67] Vitruve, faisant remonter l'invention à Pythagore, a donné le moyen d'en construire une, fiable, dans son *de architectura;* même si Vitruve est peut-être alors connu par son nom plus que par ses oeuvres, les bâtisseurs de cathédrales connaissaient cet outil.

[68] Guillaume de Lorris, *Le Roman de la Rose*, v. 2987-88.

encore plus net avec le chemin dont Chrétien nous dit que *tout au milieu à droit compas, le passage était aussi étroit que s'il s'agissait d'un sentier battu*[69].

A droit compas... on croit rêver si l'on oublie que, justement, ce compas n'est pas le générateur de la circularité, mais celui de la régularité, qui renchérit sur l'exactitude de l'expression *tout au milieu*, de même que le verger *compassé* de Guillaume de Lorris a simplement été dessiné d'après un plan, avec précision et régularité.

Cependant, il faut signaler que la notion de cercle peut aussi être présente encore dans l'expression. Ainsi, lorsque l'auteur du *Lai de l'Oiselet* déclare que son verger *a été fait tout rond à compas*[70], il peut l'être régulièrement, bien sûr, mais la circularité parfaite s'obtenant au compas, le sens strict et le sens élargi ne font qu'un, à moins que justement, *à compas* ait tellement perdu sa valeur géométrique que la rondeur ne s'impose plus à l'esprit, et qu'il faille donc recourir à ce qui nous semble encore un pléonasme.

Cette polysémie de l'expression est en elle-même significative d'un passage de l'objectif au subjectif, de la donnée géométrique, même aussi confusément définie que chez Isidore de Séville à la représentation mentale de la notion de perfection. On n'est donc plus dans la géométrie, mais dans la métaphysique, qui ne s'opposaient pas dans les esprits médiévaux comme dans celui de Voltaire, même si l'association se faisait aux dépens de la géométrie.

Et nous pouvons en conclure, au moins provisoirement, qu'en ce qui concerne les formes géométriques, l'usage qui en est fait par la plupart de nos auteurs n'est pas beaucoup plus convaincant scientifiquement que celui qu'ils font des mesures.

Il est pourtant, dans le corpus choisi, un auteur qui, s'il a quelques formulations typiques communes avec ses confrères et prédécesseurs, tranche par son niveau scientifique global, et c'est le clerc Jean de Meun, traducteur de Boèce[71]. Comme il passe beaucoup de temps, dans sa continuation du *Roman de la Rose*, à se livrer à de la vulgarisation, et à appeler de ses voeux la traduction d'oeuvres qui seraient bien utiles aux laïcs, il est intéressant de voir le niveau de ses connaissances géométriques, du moins le niveau que son oeuvre littéraire laisse transparaître.

---

[69] Chrétien de Troyes, *Le Chevalier au Lion*, v. 929-31.

[70] Anonyme : *Le Lai de l'Oiselet*, dans *Poètes et Romanciers du Moyen Age*, éd. d'A. Pauphilet, Bibliothèque de la Pléiade, p. 500.

[71] Il a traduit la *Consolation philosophique*, mais pas les oeuvres scientifiques.

C- Jean de Meun, un progrès des connaissances géométriques?

S'il émet furtivement l'hypothèse exclue par le contexte d'une grande tour qui serait construite *sans compas ou sans équerre*[72], ce qui confirme, par l'absurde, la nécessité de ces instruments dans l'architecture, mais ne représente pas un grand savoir, il connaît Euclide; du moins le nomme-t-il dans une série de grands noms scientifiques, qui comprend *Platon ou Aristote, Algus* (Al Khwarizmi), *Euclide, Tholomées* (Ptolémée) *qui eurent si grande renommée d'avoir été de bons écrivains*[73].

Al Khwarizmi, Ptolémée, Euclide, plus les deux grands maîtres antiques, voilà des références intéressantes... dont la conclusion surprend, puisque Jean de Meun semble surtout retenir leur talent d' "écrivains", ce qui les eût sans doute étonnés, quoiqu'il faille tenir compte du fait que le clivage entre littéraires et scientifiques n'étant pas encore réalisé, quiconque écrit est écrivain. Ils eussent été étonnés à plus juste titre en découvrant que, s'ils figuraient à cette place dans l'oeuvre de Jean de Meun, c'était pour cautionner l'incapacité de ce dernier à décrire le désespoir de Nature, en fonction d'un raisonnement *a fortiori*: eux-mêmes, ces Grands, ne pourraient y parvenir...

Et alors qu' Al Khwarizmi comme Ptolémée, - ainsi que Platon et Aristote, évidemment - sont plusieurs fois mentionnés dans le roman, Euclide ne réapparaît nulle part: il est connu de nom, c'est sûr, mais cette connaissance semble tenir plus du ouï-dire que de l'assimilation d'une oeuvre. N'oublions pas qu'Euclide est déjà représenté au portail royal de la cathédrale de Chartres, qui date du XII^e^ siècle.

On pourrait alors objecter que si les autres auteurs ne citent pas Euclide, ce n'est pas nécessairement qu'ils l'ignorent, mais plutôt qu'ils ne jugent pas à propos de le faire; certes... mais Chrétien de Troyes cite Macrobe, qui n'est pas beaucoup mieux adapté qu'Euclide à la matière de Bretagne[74]. Il semble évident, avec cette nomination sèche à laquelle le père de la géométrie a droit de la part de notre vulgarisateur attitré, qu'au XIII^e^ siècle encore, il n'est pas vraiment connu, du moins par le contenu de ses oeuvres; il est "renommé", comme dit Jean de Meun, qui peut donc le nommer, mais qu'il n'est toujours pas familier des hommes du XIII^e^ siècle, au moins de ceux qui ne sont pas à la pointe du progrès mathématique.

Ce que Jean de Meun nous révèle de ses conceptions géométriques confirme cette hypothèse, du moins en ce qui le concerne personnellement; la géométrie n'est pas, pour lui, une fin; il veut qu'on étudie cette science *dont la maîtrise est nécessaire*

---

72 Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 11764.

73 Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16170-73.

74 On désigne ainsi les mythes et les thèmes des romans arthuriens.

à l'étude du livre des "Regards"[75]. Ce livre des *Regards* est un traité d'optique d'Alhazem[76], qui a beaucoup contribué, au XIIIe siècle, au développement des recherches dans cette discipline, en particulier dans l'école d'Oxford, mais on voit que Jean de Meun fait de la géométrie une servante de l'optique, peut-être parce que, comme tous les médiévaux, il est fasciné par la lumière et les phénomènes qu'elle produit; d'ailleurs l'utilité du traité d'Alhazem est signalée à *qui veut étudier l'arc-en-ciel*[77].

Mais c'est sur un autre phénomène optique non moins troublant, et qui permet tous les charlatanismes[78] que Jean de Meun, le briseur de mirages, poursuit sa démonstration de l'utilité de la géométrie. Il explique ainsi les *pouvoirs merveilleux* des miroirs grossissants, incroyables pour qui n'a pas vu, expérimenté l'objet. Puis il énumère toutes les sortes de miroirs, ceux - dans l'ordre du texte - qui rapetissent ou éloignent, ceux qui sont fidèles, ceux qui sont ardents, comme les actuels briquets solaires, parce que les rayons du soleil convergent en un foyer central, et les prismatiques qui produisent plusieurs images parce que l'angle entre l'oeil et le miroir varie. Les explications sont fournies, un peu lourdes et embarrassées, mais enfin, elles sont exactes[79] et elles sont bien sous-tendues par des connaissances géométriques puisque tout se joue *entre l'oeil et le miroir par les diversités des angles*[80].

Mais quand il serait question d'expliquer plus précisément ce "jeu des angles", l'auteur se dérobe: *Je ne veux pas mettre ma peine à expliquer les figures des miroirs, et je ne dirai pas comment sont réfléchis les rayons, pas plus que je ne veux décrire les angles; tout cela est écrit ailleurs en un livre*[81].

La justification est splendide... Voilà Jean de Meun subitement désireux d'éviter la compilation, le double-emploi, la mise à la portée de "tous" de ses connaissances, dont il faut bien reconnaître qu'elles sont encyclopédiques! Puis, peu convaincu lui-même sans doute, il trouve une deuxième justification de son silence: *ce serait un sujet trop long à traiter*[82]. Le voilà maintenant qui recule devant la longueur d'une

---

[75] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18042-43.

[76] Alhazem Ibn Al Haïtham, physicien égyptien, (965?-1039?). Auteur d'un "traité d'Optique" qui a nourri toutes les recherches dans cette discipline jusqu'au XVIIe siècle, avant Képler.

[77] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18038.

[78] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18231-42; selon lui, certains *se vantent* auprès du peuple, en utilisant ces images déformées, d'avoir *vu les diables*.

[79] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18044-60, 18153-96 et 18207-230.

[80] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18186-8.

[81] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18247-52.

[82] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18271-73.

explication, lui qui est si prolixe sur tant d'autres sujets de moindre importance intellectuelle!

En réalité, il semble qu'on soit plus près de la vérité quand, juste après, il reconnaît la difficulté de traiter de ce sujet, surtout face à des laïcs, toujours soupçonnés par lui de ne pas avoir un niveau intellectuel très élevé: *ce serait une chose importante à dire, et difficile à comprendre, s'il se trouvait quelqu'un qui pût l'enseigner, aux laïcs particulièrement*[83]. Et comme il ajoute que la démonstration nécessiterait le recours à l'expérimentation, il n'est pas en situation de s'y livrer, et sans doute est-il plus à l'aise pour avouer discrètement qu'il n'est pas ce *clerc*, capable de révéler au grand public les mystères apparents de *cette merveilleuse science*[84].

Quoi qu'il en soit, Jean de Meun qui aime tant tout expliquer, et sur tout, recule devant la démonstration géométrique, sans doute plus par conscience de son incapacité que par souci d'originalité ou de légèreté de son oeuvre. Il en sait plus que les autres auteurs, peut-être grâce à sa formation de clerc, sans aucun doute aussi parce qu'il vit et écrit plus tardivement, mais sa discrétion très inhabituelle sur le problème des angles ne fait que confirmer à quel point la géométrie est le parent pauvre des mathématiques médiévales.

Il lui arrive pourtant de raisonner sur les figures géométriques, en particulier le cercle et le triangle, mais nous allons voir que son orientation n'est pas mathématique; l'entrée en matière du passage le laisse déjà supposer: Platon, après avoir été loué pour sa supériorité sur les autres penseurs païens dans sa manière de parler de Dieu, est cependant déclaré inférieur à la Vierge, mère de Dieu, *car elle sut, dès le moment où elle l'a porté - ce dont elle se rejouissait - qu'il était la sphère merveilleuse qui n'a pas de limites, dont "le centre est partout et la circonférence nulle part"*[85]*; <elle savait> qu'il est le triangle merveilleux dont l'unité fait les trois angles, et dont les trois réunis ne font qu'un seulement. Il est le cercle triangulaire, il est le triangle circulaire qui en la Vierge se logea. Le savoir de Platon n'alla pas jusque là: il ne vit pas la triple unité dans cette simple trinité, ni la divinité souveraine affublée de peau humaine*[86].

Il est clair dans ce passage que la géométrie, dont on retrouve le lexique - la sphère, le cercle, le centre, la circonférence, le triangle, les trois angles - n'est

---

[83] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18274-77.

[84] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v.18283-86.

[85] Belle formule de Pascal, qui l'avait lui-même empruntée (elle se trouve déjà chez Macrobe).

[86] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 19127-144.

pas traitée pour elle-même, mais mise au service de la métaphysique. Les trois angles du triangle ne valent pas 180°, ils sont symboles de la Trinité, et leur somme est l'unité divine. Thierry de Chartres, pour sauver le monothéisme chrétien des attaques de l'Islam, procédait arithmétiquement[87]; Jean de Meun, sans visée polémique, procède "géométriquement", mais la science est absente de la pseudo-démonstration, comme les deux jolis oxymores[88] *cercle triangulaire* et *triangle circulaire* le révèlent à l'évidence. Quant à la sphère "dont le centre est partout et la circonférence nulle part", c'est sûrement une belle sphère mystique, mais ce n'est pas une sphère géométrique. Et si Platon n'a pas su voir jusqu'à la Trinité, il a au moins ouvert la voie à Jean de Meun - et à combien d'autres...[89]- dans l'art de mettre les mathématiques au service de spéculations qui ne les concernent que de loin. Seulement, quand le grand philosophe grec engendre les polyèdres réguliers dans le *Timée*, ou qu'il expose la duplication du carré dans le *Ménon*, s'il s'agit de moyens au service d'une allégorie de l'oeuvre du démiurge ou d'une démonstration de l'immortalité de l'âme, le raisonnement mathématique est rigoureux, et valide; avec lui, on fait de la géométrie pour faire de la métaphysique; avec Jean de Meun, on use de quelques termes géométriques, mais on ne fait que de la métaphysique.

Arpentage approximatif, concepts incertains, figures géométriques symboliques... non, vraiment, le Moyen Age n'est pas géométrique, et ce n'est pas le moindre paradoxe d'une époque qui nous a légué les cathédrales et nous aurait permis d'admirer d'autres citadelles que celle de Carcassonne si le centralisme de Richelieu et la folie des hommes ne s'en étaient pas mêlés. C'est là un beau sujet de méditation sur les rapports entre la théorie et la pratique, la science et la technique.

On ne consacrait guère de temps, dans les Ecoles, aux démonstrations géométriques, mais, sur le terrain, avec des instruments simples comme la règle et le cordeau, un peu de sens esthétique et beaucoup de foi, on élevait des édifices qui s'écroulaient certes parfois, mais dont les proportions forcent l'admiration des esthètes et des architectes ou autres ingénieurs du XX^e^ siècle. Cependant, le secret qui entourait ce savoir empirique rend toute conclusion bien incertaine. Même quand nous disposons de documents, comme les carnets de Villard de Honnecourt, il est difficile de mesurer les connaissances théoriques qui se cachent derrière cette série de "recettes" et de schémas lapidairement commentés, comme celui qui concerne la division d'une pierre de telle sorte que ses deux moitiés soient carrées,

---

[87] Cf. Jeauneau , "Mathématiques et Trinité chez Thierry de Chartres", dans *Miscellanea medievalia,* t. II, 1963.

[88] Figure de rhétorique qui consiste à associer deux termes contradictoires.

[89] Voir les "démonstrations" de Nicolas de Cues sur l'infini dans *La docte ignorance* (1439).

problème qui met en jeu les grandeurs irrationnelles: il est résolu empiriquement, par construction géométrique, en un schéma parfaitement identique, d'ailleurs, à celui qu'on peut élaborer pas à pas en suivant le dialogue d'où Socrate fait dupliquer le carré à l'esclave de Ménon.[90].

III. ASTRONOMIE, COSMOLOGIES: TIMIDE MONTEE DE LA RATIONALITE

Il est amusant d'étudier l'image que les différents auteurs se font de notre planète et de sa place dans le cosmos, mais le peu qu'ils en disent ne révélant aucune connaissance ni aucun esprit scientifiques, je me contenterai de signaler à quel point, pour la plupart d'entre eux, Dieu intervient en permanence dans la marche du monde, qui n'a donc pas de lois, pour déclencher les phénomènes météorologiques - alors considérés comme relevant de l'astronomie -, ou même pour arrêter "la course du soleil", afin que son protégé Charlemagne puisse achever sa bataille victorieuse contre les Sarrasins[91], avant d'aller mettre Saragosse à feu et à sang.

Nous nous intéresserons donc ici seulement à la cosmologie du porte-parole de la rationalité naissante, Jean de Meun.

A. Un Dieu mathématicien:

L'un des aspects les plus avancés de la pensée de Jean de Meun est développé en un long passage du *Roman de la Rose*, qui puise à toutes les sources antiques, qu'il s'agisse de la tradition pythagoricienne et platonicienne ou de ces "nouveautés" que sont les cosmologies d'Aristote et de Ptolémée. A tous ces auteurs, Jean de Meun rend d'ailleurs un hommage appuyé, et, comme il fait de la vulgarisation plus que de la dissertation universitaire, il entre rarement dans les débats qui permettraient de voir où sont ses choix personnels, à supposer qu'il en ait[92]. Car s'il tranche sur les autres auteurs par ses

---

[90] Platon, *Ménon*, traduction d'Emile Chambry, éd. Garnier. Cf R. Bechmann, "Villard de Honnecourt, architecte et ingénieur médiéval" dans *Pour la science*, août 1985.

[91] *La Chanson de Roland*, laisses 179-180.

[92] Cependant, les hommages à Ptolémée ne sont pas très convaincants, et il paraît évident, à cause de son statut de clerc, et à voir les expressions qu'il emploie, qu'il est surtout imprégné d'Aristote, même s'il ne le suit pas en tout. En effet, quand Ptolémée est dit *renommé*, au même titre qu'Euclide ou Al Khwarizmi, (v. 16171), cela ne signifie pas que son oeuvre soit assimilée, et nous le constaterons avec ces

connaissances et son exigence de rationalisme, il est bien, dans sa pratique de la synthèse, un homme du XIIIᵉ siècle qui glane ici et là ce que les diverses "autorités" ont dit, sans peut-être voir toujours les contradictions que cela implique, ou impliquerait s'il poussait plus avant ses investigations. Et nous en avons une belle illustration avec le point de départ de son exposé.

A l'origine, le monde est la création d'un Dieu mathématicien, qui divise, dénombre et donne des formes rondes aux divers éléments de l'univers: *Il fit le monde au commencement d'une masse seulement, qui était toute pleine de confusion, sans ordre et sans division, puis il la divisa par parties qui depuis n'ont plus été partagées; et il organisa tout selon des nombres, et il sait quelle en est la somme. Et par de raisonnables mesures, il termina toutes les figures et les fit s'étendre en rondeur pour qu'elles se meuvent mieux ou englobent davantage, selon qu'elles devaient se mouvoir ou englober. Et il les mit en leur lieu convenable, là où il les vit mettables. Les légères volèrent en haut, les pesantes descendirent en terre, les moyennes restèrent au milieu. Ainsi sont ordonnés les lieux* (des quatre éléments) *par droit compas* (régulièrement), *par droit espace* (correctement espacés)[93].

De telles affirmations nous situent au coeur du grand débat de "l'aristotélisme intégral", inspiré du philosophe arabe Averroès, et qui a agité l'Université pendant la deuxième moitié du XIIIᵉ siècle. Rappelons qu'Averroès insistait sur l'éternité du monde, thèse soutenue par Aristote dans son traité *Du Ciel*, en opposition à la genèse décrite par Platon dans le *Timée*.

Les grands penseurs du XIIIᵉ siècle, Albert le Grand, Saint Thomas, avaient tenté, avec plus ou moins de succès, de concilier une telle proposition et leur respect d'Aristote avec leur foi chrétienne, mais la Faculté des Arts développait un enseignement très averroïsant, en opposition avec la Faculté de Théologie, et ces positions furent condamnées

---

grands mathématiciens. Quand il cautionne un développement sur la nécessité de "tourner sept fois sa langue dans sa bouche avant de parler", qui serait dans le prologue de l'*Almageste*, (v. 7038-43), ou qu'une référence au même ouvrage explique qu'un roi fort déplaisant peut, en portrait, être agréable à regarder, (v. 18539-48), on peut douter que Jean de Meun ait lu cet ouvrage ardu de trigonométrie, aussi étranger à la "sagesse des nations" qu'aux considérations pseudo-politiques. Jean de Meun semble donc, malgré son orientation aristotélicienne, être resté fidèle à bien des aspects du platonisme et refuser d'ignorer Ptolémée, même s'il ne le connaît guère. Il pratique une sorte de "consensus mou" qui peut s'expliquer par sens pédagogique, à moins que ce ne soit par difficulté à cerner le fond du débat.

[93] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16747-68.

en 1270, c'est-à-dire à peu près à l'époque où le clerc Jean de Meun écrit *Le Roman de la Rose*.

Dans cette affaire, on voit qu'il reste dans la tradition platonicienne et chrétienne d'un monde créé, qui reprend d'ailleurs plus le mythe grec du Chaos initial, d'où les éléments proviennent par division, que l'image biblique du souffle de Dieu sur les eaux; il reste dans l'orthodoxie cependant car l'image du monde d'avant la Création n'était pas matière à débat. Mais à Aristote, il emprunte la célèbre théorie des lieux naturels, que chaque élément rejoint en fonction de son poids. Quant à l'organisation selon les nombres, et au primat qui leur est accordé sur les mesures, elle est dans la pure lignée pythagoricienne.

Quoi qu'il en soit de cette construction un peu disparate, le Créateur vu par Jean de Meun est bien "le Grand Géomètre" qui sera cher aux philosophes du XVIII^e siècle, comme s'il allait de soi qu'à défaut de vouloir ou de pouvoir se passer de Dieu, le rationalisme montant commençait par en faire un scientifique.

Dans cette vision de la création "le ciel" exerce une influence sur le monde de la terre. Mais Jean de Meun revoit le schéma médiéval des relations entre macrocosme et microcosme, à une autre échelle. Il reprend en effet, aussi bien à Platon qu'à Aristote, la grande division du monde en deux zones, celle qu'il nomme généralement *le ciel*, ou *les cieux* et qui, au delà du cercle de la lune, est incorruptible, et la région sublunaire de la génération et de la corruption; On sait qu'*il est inconcevable par la raison que quoi que ce soit puisse tomber des cieux, car il n'y a rien de corruptible en eux: tout y est fort, ferme et stable*[94]. En revanche *tout ce qui est sous la lune est corruptible, je le sais bien; nulle créature ne peut s'y nourrir si bien qu'elle évite la putréfaction qui touche tout*[95].

Ces deux zones ne sont pas indépendantes l'une de l'autre, puisque la zone sublunaire est sous l'influence du mouvement des astres: *l'influence des cieux produit bien des effets car ils ont pouvoir sur la mer, la terre et l'air*[96].

Cette idée est réaffirmée plus loin dans le texte, en des termes qui appellent un petit commentaire: *Qui voudrait étudier plus profondément les miracles* (phénomènes extraordinaires) *que font sur terre les corps célestes et les étoiles, en trouverait de si beaux qu'il n'aurait jamais le temps de tout écrire, s'il voulait les consigner par écrit*[97].

Les scientifiques à venir ont donc de quoi travailler, mais c'est surtout sur l'emploi du mot *miracle* qu'il convient de s'attarder un peu. Qu'est-ce donc qu'un miracle pour Jean

---

[94] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18919-22 et suivants.

[95] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18971-74.

[96] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18535-37.

[97] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 18957-62.

de Meun? Le produit de l'influence des corps célestes sur la région sublunaire, c'est-à-dire, malgré les imprécisions du langage médiéval, quelque chose qui relève plus de la mécanique céleste que de la liberté, de la fantaisie ou de la toute-puissance de Dieu; nous sommes bien loin de la définition couramment admise du miracle... Il suffit, pour s'en convaincre, de considérer ce qu'il advient du monde, selon Jean de Meun, une fois que Dieu l'a créé.

B. Les lois de la nature

La Nature est gardienne de la création, car le Créateur lui a, en quelque sorte, délégué ses pouvoirs et elle le garde selon des lois immuables. Ecoutons-la l'expliquer:

*Je garde, tant Dieu m'a honorée, la belle chaîne dorée qui enlace les quatre éléments, tout inclinés (*soumis*) devant ma face; et il me donna toutes les choses qui sont encloses sous la chaîne, et il commanda que je les gardasse et continuasse les formes, et il veut que toutes m'obéissent et qu'elles apprennent mes règles afin de ne jamais les oublier; il faut au contraire qu'elles les suivent et les gardent, indéfiniment, ce qu'elles font toutes soigneusement, sauf une seule créature.*[98] (cette créature qui enfreint les lois de nature est l'homme).

Isolée, cette déclaration de Nature pourrait laisser croire qu'elle n'est dépositaire que des lois du monde régissant la zone de la génération et de la corruption, puisque la chaîne dorée enserre les quatre éléments, qui sont "sous le cercle de la lune"; il semble qu'il n'en soit rien, et que se trahisse là, encore une fois, le naturalisme de Jean de Meun, son obsession de voir l'espèce humaine s'éteindre faute de combattants; en effet Nature se réjouit, immédiatement après, que tout dans le monde lui obéisse effectivement, mais se désole que l'homme soit la seule créature assez audacieuse pour enfreindre ses lois, et l'on apprend plus tard qu'il les enfreint en ne procréant pas suffisamment; c'est vers ce reproche que tend le discours, et cela semble expliquer le caractère partiel du pouvoir de Nature.

D'autres passages, en effet, sont parfaitement clairs sur cette prise de position typique de l'esprit scientifique, qui s'oppose au providentialisme encore dominant dans les mentalités de l'époque, et s'étend à l'ensemble de la création; ainsi,

Quant aux causes universelles, elles seront forcément telles qu'elles doivent être en tout temps. Toujours les corps célestes feront, suivant leur révolution, toutes leurs transmutations, et ils useront de leur puissance par influence nécessaire sur les choses particulières encloses dans les éléments, quand ces derniers recevront leurs rayons de la manière dont ils devront la recevoir. Car toujours les choses engendrables engendreront

---

[98] Jean de Meun, *le Roman de la Rose*, v. 16785-800.

des choses semblables ou se mélangeront par affinités naturelles en fonction de leurs propriétés communes[99].

L'écriture est sans doute un peu lourde, le style parfois confus, mais l'affirmation de la croyance au déterminisme pourrait difficilement être plus appuyée, même si le mot est absent du discours, puisqu'il n'apparaît qu'au début du XIX^{e} siècle dans la langue française. Mais en associant *toujours*, le futur, et tout un lexique de la nécessité, Jean de Meun a trouvé comment compenser l'inexistence du signifiant, en martelant le signifié.

Cette prise de position revient d'ailleurs comme un *leitmotiv*, sous des formulations diverses du type *les cieuz (...) font bien ce qu'ils doivent faire*[100].

Une telle insistance s'explique sans doute en partie par l'écriture discursive et récursive de l'auteur, mais elle semble surtout être imposée par le caractère novateur de telles affirmations pour le public "laïc" et roman, car si les Chartrains, dès le XII^{e} siècle développaient des idées semblables, elles ne s'étaient pas imposées au "grand public". Pourtant Guillaume de Conches, en particulier, distinguait ce que Dieu fait *de sa seule volonté* et ce qu'il fait par le moyen de la nature, *instrument de l'opération divine,* en insistant sur *la forme incluse dans les choses et produisant les semblables à partir des semblables.* Guillaume disait: *je ne retire rien à Dieu* puisque *Dieu gouverne le monde par l'intermédiaire de l'ordre naturel,* comme l'avait dit un peu plus tôt Adélard de Bath[101].

Jean de Meun pourrait en dire autant sans doute, et l'on voit là qu'il reste très marqué par les avancées de la grande école néo-platonicienne du siècle précédent, même si, vivant au XIII^{e} siècle, il connaît plus complètement Aristote que les Chartrains, et entre, avec son temps, dans le cadre de sa "physique".

Mais au XIII^{e} siècle encore, et quelle qu'en soit la provenance, de telles idées restent le fait d'une minorité, qui sait que, pour espérer les communiquer, elle doit les dire et les redire encore.

C'est au nom de tels principes d'organisation définitive du monde que Jean de Meun réfute, à de multiples reprises, les interprétations magiques et providentialistes des phénomènes naturels, ou simplement les terreurs qu'ils provoquent et qui ouvrent la voie à de telles interprétations, comme c'est le cas pour les éclipses de la lune ou les comètes. Il sait que *bien des hommes souvent s'émeuvent quand ils voient, au ciel, une éclipse; ils pensent qu'il leur arrivera malheur d'avoir perdu la vue des planètes qu'ils*

---

[99] Jean de Meun, *le Roman de la Rose*, v. 17502-518.

[100] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 17881-2; cf. aussi 18967-70 et 18975-80.

[101] Cf. J. Jolivet, "La philosophie médiévale en Occident", dans l'*Histoire de la philosophie* de la Bibliothèque de la Pléiade, et l'*Encyclopaedia Universalis*, Thesaurus, articles sur les Chartrains.

voyaient auparavant et que, subitement, ils ne voient plus. Mais s'ils en savaient les causes, ils ne s'inquiéteraient pas[102].

C'est pourquoi lui qui "sait les causes" les indique, en une comparaison que, d'ailleurs, on n'attendait pas, et qui se situe bien avant qu'il ait posé ce problème, au début de son roman: *l'amour qui vient de Fortune,* explique-t-il, *s'éclipse comme la lune que la terre assombrit et met dans l'ombre quand la lune tombe dans son ombre; ainsi perd-elle sa clarté quand elle perd la vue du soleil; et quand elle a passé la zone d'ombre, elle revient tout enluminée des rayons que le soleil lui envoie, quand il reluit face à elle*[103].

Si le vocabulaire manque un peu de précision, - mais Jean de Meun n'est pas responsable de l'inadéquation de la langue vernaculaire à l'explication scientifique -, celle-ci, sur le fond, est satisfaisante, et ne laisse guère de place aux phantasmes ni à un quelconque miracle ou plutôt, dans ce cas, à un quelconque avertissement divin.

On peut faire les mêmes remarques à propos de son interprétation des comètes, qui n'est pas d'une clarté ni d'une rigueur scientifique admirables, et qui a l'inconvénient - fréquent chez Jean de Meun - d'être fractionnée par diverses digressions. Cependant, aucun doute ne plane sur le caractère naturel, et donc explicable, du phénomène *dont bien des fables ont été tirées* et qui n'exercent *leur influence ni sur les rois ni sur les pauvres hommes*[104]. Et Jean de Meun réfute les prédictions qu'un certain nombre d'astrologues élaboraient autour de ce phénomène qui a angoissé les hommes jusqu'au XVII^{e} siècle finissant et aux études de Halley, peut-être même au delà... Il s'oppose énergiquement à l'astrologie divinatoire, en parfaite cohérence avec toutes ses positions, qu'il s'agisse de la prescience divine, conciliable pour lui avec la liberté de l'homme et excluant donc l'intervention divine, ou l'existence de lois de la nature destinées à perpétuer celle-ci, à savoir le monde tel qu'il a été créé, et les espèces, au regard desquelles les destins individuels, fussent-ils royaux, importent peu.

C. L'organisation du monde

Il nous reste à voir maintenant ce que Jean de Meun nous apprend sur l'organisation de ce monde, mathématiquement créé et naturellement gardé. Comme tous les hommes du Moyen Age un peu informés de ces questions, il nous présente un monde qui

---

[102] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose,* v. 18939-46.

[103] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose,* v. 4783-92.

[104] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose,* v. 18538-56 et la réfutation reprend aux vers 18902-14, où les prédictions tirées du passage des comètes sont attribuées aux *gens folles*.

tourne, mais nous en apprenons plus avec lui qu'avec les autres littéraires sur les conditions de cet universel tournoiement.

Le ciel, - la sphère des fixes -, premier moteur d'Aristote, tourne bien, e*t porte en son cercle poli toutes ses estoiles avec lui, étincelantes et porteuses de vertus plus que toutes les pierres précieuses*[105], et cette révolution régulière, *commençant son cours en orient, s'achemine vers l'occident, tandis que ne cessent de tourner dans l'autre sens toutes les roues qui s'opposent à sa marche pour retarder son mouvement*[106].

Nous sommes là au coeur du débat entre les cosmologies d'Aristote et celle de Ptolémée, et aux explications fournies pour "sauver les apparences", dans la mesure où le postulat, plus idéologique que scientifique, de sphéricité, ne permettait pas vraiment de rendre compte du mouvement des astres.

L'ambiguïté est encore maintenue, même si Jean de Meun semble très proche d'Aristote. Ce dernier, pour rendre compte du mouvement des astres, imaginait des sphères secondaires, dites *compensatrices*, tournant en sens inverse des sphères auxquelles les astres étaient fixés, pour en ralentir le cours, ce qui constituait un système de cinquante-six sphères imbriquées. C'est sans doute à quoi il est fait allusion, en termes très vagues, avec *toutes (c)es roues qui vont dans l'autre sens pour retarder le mouvement* du ciel. Mais l'évocation est si brève et si floue que ces *roues* pourraient peut-être aussi désigner les épicycles de Ptolémée, à supposer que son système, plus efficace mais plus complexe que celui d'Aristote, soit connu et assimilé par Jean de Meun.

Une révolution complète s'accomplit en *trente six mil ans*[107], et, cours d'étymologie grecque à l'appui de ces affirmations, Jean de Meun se veut ici le porte-parole d'une vérité scientifique irréfutable: *Le ciel tourne si parfaitement qu'il n'y a nulle erreur en son cours; c'est pourquoi ils l'appelèrent* aplanos, *ceux qui n'y trouvèrent point d'erreur, car* aplanos

---

[105] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16803-06.

[106] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16808-13.

[107] Où donc Jean de Meun a-t-il trouvé cette durée? J. R. Roy, dans *L'astronomie et son histoire*, donne de multiples résultats chiffrés auxquels ont abouti les différentes écoles astronomiques grecques, et celui-là n'y figure pas; P.H. Michel et P. Louis, dans le chapitre consacré à la science hellène de l'*Histoire générale des sciences* écrivent, parlant du système d'Aristote: *au bout d'un certain temps, l'ensemble du ciel retrouve un ordre initial, et tout recommence.* Les autres sources consultées sont silencieuses sur la durée de la révolution céleste, de même que les traducteurs et commentateurs de Jean de Meun. Quand on sait comment les médiévaux jonglent avec les nombres, on peut se demander, tout en poursuivant l'enquête, s'il n'y aurait pas, dans ces *trente six mil ans*, un jeu hyperbolique de multiplication sur les 360° du cercle, et la transformation des degrés en années...

veut dire en grec "chose sans erreur" en français. Quoique ce ciel que je vous nomme ne soit pas vu par les hommes, la raison prouve qu'il est tel car elle en trouve la démonstration[108].

Que la pensée grecque serve de caution à la vérité, voilà qui n'a rien d'étonnant ni de très original; mais les derniers vers de cet extrait, eux, sont intéressants; on peut en effet y lire l'amorce, ou pour le moins l'intuition, d'une méthode hypothético-déductive bien présente chez les Grecs, plus nouvelle dans la France du XIII[e] siècle. C'est la raison, et son outil de prédilection, la démonstration, qui est garante de la vérité quand on rend compte de phénomènes qui dépassent les limites de l'expérience sensible, et l'on peut donc trouver dans le développement de la rationalité, la clé des mystères impénétrables qui, sans elle, cantonnaient dans l'ignorance ou le recours aux vérités révélées de la religion.

En ce qui concerne le soleil, il va de soi que Jean de Meun le fait tourner aussi, puisqu'Aristarque de Samos est complètement oublié, et qu'Aristote, comme Ptolémée, comme la Bible, sont géocentristes, et tout le Moyen Age avec eux. Il est donc "au milieu", expression bien vague puisqu'on ne sait pas de quel milieu il est question, mais le contexte laisse supposer qu'il est équidistant de la terre et de la sphère des fixes, ce qui est une représentation commune à Aristote et à Ptolémée. Et cette situation médiane n'est pas sans raisons, ou, pour plus de conformité au langage du temps, sans cause finale:

Le beau soleil, qui cause le jour et qui est source de toute clarté, se tient au milieu comme un roi, tout resplendissant de rayons. C'est au milieu d'eux (les autres corps célestes) *qu'il a sa maison, et ce n'est pas sans raison que Dieu, le beau, le puissant, le sage voulut que ce fût son étage; car s'il courait plus bas, tout serait mort de chaleur; et s'il courait plus haut, le froid aurait tout détruit*[109].

Le finalisme qui s'exprime là, et qu'on trouve à bien d'autres endroits[110], n'est pas incompatible avec le refus du providentialisme médiéval, tel que nous l'avons défini; il en est même, d'une certaine façon, la condition *sine qua non*, dans le cadre d'une création qui devait d'emblée être réussie: Dieu a tout prévu lors de son intervention initiale, sachant qu'elle serait aussi la dernière: tout a une fin, et la meilleure fin, puisque Dieu est beau, puissant et sage...

De sa place centrale dans l'emboîtement des orbites planétaires, le soleil *partage sa clarté commune aux étoiles et à la lune*[111], ce qui prouve que la nature des étoiles, comme les dimensions de l'univers, restent à découvrir.

---

[108] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16823-32.

[109] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16911-22.

[110] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 5244-45, 6959 et suivants, 8381 et suivants, etc...

[111] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16923-24.

La lune a droit à un long développement, destiné à expliquer ses taches, *par sa nature double;* elle paraît tantôt *épaisse et trouble,* tantôt brillante, *claire,* c'est que sa substance comporte une *claire part* et une part *épaisse,* qui réagissent différemment aux rayons du soleil, ce que Jean de Meun le pédagogue illustre avec l'exemple du verre et du plomb, avant de se lancer dans une description aussi peu scientifique que possible du tableau fantastique que présentent les taches de la lune et qui comporte *une trop merveilleuse bête,* un serpent, portant un arbre sur son dos, ainsi qu'un homme, dont le premier tourne la tête, et le second les pieds, vers l'occident![112] Il est difficile d'être constamment rationnel...

Ce qui frappe donc, dans cette vision du monde, c'est d'abord son aptitude à "grappiller" dans toutes les théories en vogue en évacuant ce qui fait matière à débat. Mais c'est aussi la difficulté, pour ne pas dire l'incapacité de fournir des explications précises et claires, à la fois, sans doute, faute de concepts suffisamment précis et, parallèlement, d'un langage approprié, mais peut-être aussi parce que ces notions n'ont pas été très bien assimilées par Jean de Meun. Il semble plutôt avoir un vernis de culture astronomique que des connaissances solides, - même erronées -. Cependant, s'il n'a retenu que des principes généraux, comme l'existence de lois régissant le monde, et son corollaire optimiste, la possibilité pour l'homme de les connaître, et donc d'expliquer les phénomènes, ces principes sont déjà tellement importants pour un progrès éventuel de l'esprit scientifique, et tellement en avance sur l'attitude commune, qu'on peut lui pardonner ses flottements explicatifs et les frustrations qu'elles provoquent chez le lecteur, et sans doute plus chez le lecteur moderne que chez celui du XIII^{e} siècle.

Malgré les travaux de quelques spécialistes, comme Guy Beaujouan, les histoires des mathématiques n'accordent toutes qu'une place limitée, - et parfois moins - au Moyen Age occidental, et sans doute n'ont-elles pas tort. Désirant, par goût personnel et un peu par défi, voir ce que la littérature pourrait nous dire sur les connaissances mathématiques des écrivains de ce temps, je dois reconnaître qu'elle m'a surtout révélé beaucoup de flottements, malgré la vaste culture de Jean de Meun, qui impose au héros de son roman d'avoir "des connaissances de géométrie", et malgré un hommage appuyé de Chrétien de Troyes au *quadrivium,* hommage qui ne révèle d'ailleurs pas une connaissance très sûre des possibilités ni même des champs d'investigation de chaque branche des sciences. Désirant vêtir Erec pour son couronnement, il l'affuble d'une robe d'autant plus étrange qu'elle est l'oeuvre des fées: *La première y avait représenté*

---

[112] Jean de Meun, *Le Roman de la Rose*, v. 16836-94.

*Géométrie qui regarde et mesure les dimensions du ciel et de la terre, de telle sorte que rien ne lui échappe, et puis le bas (*en profondeur) *et puis le haut, et puis le large et puis le long; et puis elle regarde combien la mer est large et profonde; ainsi mesure-t-elle le monde entier. Telle fut l'oeuvre de la première fée. Et la seconde mit tous ses soins à représenter Arithmétique. Elle s'efforça de bien montrer comment celle-ci dénombre habilement les jours et les heures du temps, et l'eau de la mer goutte à goutte, puis tous les grains de sable et les étoiles une à une. Et elle sait avec une absolue vérité combien il y a de feuilles dans un bois, car jamais aucun nombre ne l'abusa et jamais en rien elle ne mentira, puisqu'elle veut être exacte. Telle fut la représentation d'Arithmétique. Le troisième ouvrage représentait Musique à qui s'accorde tout plaisir: chant et déchant, et sons de corde, de harpe, de rote, et de vielle. Cette oeuvre était belle et bonne car, devant Musique, étaient rassemblés tous les instruments et tous les plaisirs. La quatrième fée qui travailla ensuite s'appliqua à une très bonne oeuvre car elle représenta le meilleur des arts: elle s'occupa d'Astronomie qui fait tant de merveilles, qui consulte les étoiles, et la lune et le soleil. Nulle part ailleurs, elle ne prend conseil sur ce qu'elle doit faire. Car ces astres la conseillent très exactement sur tout ce qu'elle leur demande; tout ce qui fut et tout ce qui sera, il le lui font savoir avec certitude, sans mentir ni tromper*[113].

Pourtant, la rigueur scientifique que valorise Chrétien dans ce texte qui mériterait plus long commentaire, ne préoccupe que de loin la plupart des écrivains médiévaux. Il faut remarquer toutefois que le même "test", réalisé au XVII^{e} siècle sur le thème des probabilités, n'a pas été très concluant non plus, et que le XX^{e} siècle littéraire n'accorde pas une place prépondérante aux géométries non euclidiennes. Même des scientifiques comme Vian ou Queneau, sont rarement, dans leurs oeuvres littéraires, des mathématiciens! C'est pourquoi, finalement, nous cherchions moins les mathématiques en elles-mêmes qu'un certain état d'esprit susceptible d'en être le support ou d'être le reflet de leur pratique. En ce sens, la quête n'a pas été totalement infructueuse; l'exception que constitue Jean de Meun, son refus des explications magiques et son désir de promouvoir la rationalité, au milieu d'auteurs à l'imaginaire pré-scientifique, n'est pas sans rapport avec la médiocre place que l'histoire des mathématiques, et plus largement des sciences, accordent au Moyen Age. Non, cet âge n'est pas scientifique, malgré quelques cas d'espèce, ce qui n'ôte rien à son charme, mais explique sans doute en partie le mépris dont on l'entoure depuis Rabelais, et contre lequel les médiévistes s'insurgent à juste titre. Car il n'est pas non plus ce *temps encore ténébreux et sentant l'infélicité et calamité des Goths qui avaient mis à destruction toute bonne littérature* et dont Gargantua pouvait dire, avec le recul: *Je vois*

[113] Chrétien de Troyes, *Erec et Enide*, édition "Lettres gothiques", v. 6738-82.

les brigands, les bourreaux, les aventuriers, les palefreniers de maintenant (de la Renaissance) *plus doctes que les docteurs et prêcheurs de mon temps*[114].

Le Moyen Age est une époque où la pensée se cherche, s'égare ou s'élabore, une sorte de jeunesse de l'occident, et en un temps, - le nôtre -, où refleurissent l'astrologie et les croyances les plus fumeuses, peut-être le commun des mortels n'a-t-il pas tant progressé qu'il le croit sur le chemin de la vérité. Parce qu'Einstein nous a précédés, nous croyons tous partager son génie, et méprisons sans hésitation des hommes qui, dans des conditions difficiles d'accès à la connaissance, en savaient parfois plus que nous.

Sources bibliographiques :

En plus des ouvrages indiqués dans le chapitre précédent, de ceux qui figurent en notes de bas de pages, des grands classiques de l'histoire des mathématiques et des travaux littéraires :

Ifrah Georges, *Histoire universelle des chiffres,* Seghers, 1981.

IREM de Rouen, *Les systèmes planétaires dans la Grèce Antique, de Thalès à Ptolémée,* 1984-85

IREM de Toulouse, *Pythagore; quelques aspects de l'arithmétique pythagoricienne,* 1987

Plane Henry, *Eclairs sur le Moyen Age,* IREM de Dijon, 1988

Ribemont B., (sous la direction de), Actes du Colloque d'Orléans, 1989. *Observer, lire, écrire le ciel au Moyen Age.* Paris, éd. Klincksieck, coll. Sapience, 1991

Roux Michèle, *L'homme et son nombre,* CRDP de Besançon, 1988

Roy Jean-René, *Histoire de l'astronomie,* Paris, Masson, 1982

Serres Michel, (sous la direction de) , *Eléments d'histoire des sciences,* Paris, Bordas, 1989

Warusfel André, *Les nombres et leurs mystères,* Paris, Seuil, coll. Microcosme, "le rayon de la science", 1961

[114] Rabelais, *Pantagruel*, ch. VIII.

Chapitre 4

LA DIFFICILE UNIFICATION DE LA NOTATION ALGEBRIQUE

A LA RENAISSANCE

Monique Lelouard et Jean-Marie Nicolle

Comment se représenter exactement ce que l'on ne connaît pas et que l'on recherche ? Dans le *Ménon*, Platon expose ainsi le paradoxe de la recherche : *L'homme ne saurait chercher ce qu'il sait, puisqu'il le sait, et qu'en ce cas, il n'a pas besoin de le chercher, ni ce qu'il ne sait pas par la raison qu'il ne sait même pas ce qu'il doit chercher. (80d.)*

En effet, même en supposant qu'il tombe sur ce qu'il cherche, comment reconnaîtra-t-il que c'est ce qu'il cherche puisque ce qu'il cherche lui est inconnu ? Il faut donc que celui qui cherche ait déjà une certaine connaissance de l'inconnu - et donc que l'inconnu ne soit pas absolument inconnu.

On se trouve là dans la situation de l'attente d'un objet dont on sait qu'il existe, mais dont on ignore tout le reste (A quoi ressemble-t-il ? Quand va-t-il se présenter ? Comment le désigner ? etc...). Comment se re-présenter dans l'esprit ce qui n'est pas encore présent de lui-même ?

1 - L'EVOLUTION DU SYMBOLISME ALGEBRIQUE DE LA FIN DU XV^e AU XVII^e SIECLE :

L'évolution de l'algèbre dans l'Occident, à la Renaissance, nécessitait de nombreuses inventions dans la formalisation des concepts : la description des opérations se faisait encore complètement par des phrases; le déclin du latin et la diversité des langues gênaient la communication entre les mathématiciens; l'invention de l'imprimerie exigeait une unification des symboles.

On mesure ici combien le langage dans lequel se transmet une connaissance peut constituer un obstacle à cette connaissance; le mot est un véhicule de la pensée qui peut aussi dresser un voile entre la pensée et l'objet de cette pensée.

Pour mesurer la lourdeur des textes mathématiques de l'époque, voici un extrait du chapitre XI de l'*Ars Magna* (1545), de Cardan, concernant la résolution de

$$x^3 + px = q \qquad \text{où} \quad p > 0 \text{ et } q > 0 :$$

> *Le tiers du nombre de la chose au cube étant obtenu, on y ajoute le carré de la moitié du nombre de l'équation, et du tout, on extrait la racine que l'on met de côté.*[1]

> *Le demi-nombre que l'on a déjà élevé au carré, tu ajoutes ou tu enlèves à l'autre; tu as le binôme avec son apotome.*[2]

> *En extrayant la racine cubique de l'apotome et celle du binôme, le résidu de leur différence est la valeur de la chose.*[3]

Dans l'Antiquité, Diophante utilisait différents symboles pour les différentes puissances. Chez les Arabes, le symbolisme apparaît dès le XII^e siècle. Al Qalasadi (fin du XV^e siècle) utilise différents symboles pour désigner les différentes puissances de l'inconnue. A la Renaissance, les auteurs utilisent des notations assez semblables au sein d'une même école; mais entre celles-ci, les différences sont sensibles.

Comment élaborer une notation algébrique simple, économique, sans équivoque et facile à transmettre ? Voilà le problème auquel les auteurs du XV^e siècle au XVII^e siècle siècles se sont trouvés confrontés. Chacun contribua à sa manière à l'unification de la notation, mais ce ne fut pas une mince affaire...

---

1 $\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2}$

2 $\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} + \frac{q}{2}$ ou $\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} - \frac{q}{2}$

3 $x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} - \frac{q}{2}}$

Pour représenter la difficulté, dressons un tableau de différentes écritures.

AUTEURS	**addition**	**égalité**	**puissances 1ère inc.**	**puissances 2de inc.**	**l'équation: $2x^2 = 3x + 5$**
Chuquet (XV^e s.)	$\bar{p}$		$1_,\ 2_,\ 3$		2^2 egaulx a 3^1 $\bar{p}$ 5
Stifel (XVI^e s.)	+		$\mathfrak{x}$, $\mathfrak{z}$, $\mathfrak{ce}$	A, AA	2 $\mathfrak{z}$ aequatus 3 $\mathfrak{x}$ + 5
Cardan (XVI^e s.)	$\bar{p}$		co, ce, cu	qp^a, cede qp^a	2 ce equale a 3 co $\bar{p}$ 5
Bombelli (XVI^e s.)	$\bar{p}$		$\underset{\smile}{1}$, $\underset{\smile}{2}$, $\underset{\smile}{3}$		$\overset{\underset{\smile}{2}}{2}$ equale a $\overset{\underset{\smile}{1}}{3}$ $\bar{p}$ 5
Stevin (fin XVI^e s.)	+		①,②,③	sec, sec ②	2 ② aequatus 3 ① + 5
Viète (fin XVI^e s.)	+		A, Aq, Ac	B, Bq, Bc	2 in Aq aequatur 3 in A + 5 plano
Neper (?-1617)	+	═══	R, Q, C		2Q ═══ 3R + 5
Harriot (1631)	+	═══	a, aa, aaa		2 aa ═══ 3a + 5
Hérigone (1634)	+	2/2	a, a2, a3	b, b2, b3	2 a2 2/2 3a + 5p
Descartes (1637)	+	$\propto$	z, zz, z^3	y, yy, y^3	2 zz $\propto$ $3z + 5$

On peut constater globalement que les formules se raccourcissent, les expressions latines disparaissent et les symboles se détachent du support des mots. Mais voyons de plus près cette évolution.

Nicolas Chuquet écrit les puissances en exposant et en maîtrise bien la multiplication; il désigne l'inconnue par "premier", son carré par "champ", son cube par "cubiez" et la puissance 4 par "champs de champ"; dans l'écriture d'une équation, l'inconnue est donc escamotée et seule sa puissance est représentée. Il y a des risques de confusion entre $2^2 = 4$ et $2^2 = 2x^2$

Stifel introduit en Allemagne les signes + et -. Il parle de "coss" pour la chose inconnue, d'où les "nombres cossiques" pour désigner ses puissances. Certes, l'inconnue est mieux objectivée que chez Chuquet, mais elle reste peu explicite. Stifel introduit plus tard une lettre pour la seconde inconnue, répétée autant de fois que sa puissance ($A^2 = AA$; $A^3 = AAA$).

Cardan parle de "cosa" (la chose) pour l'inconnue; il utilise des abréviations dérivées :

co = cosa = la chose.

ce = censo = le carré.

cu = cubo = le cube.

Il perçoit la difficulté pour désigner la seconde inconnue; il parle alors de "qp^a"= quantitas prima. Ainsi, "ce de qp^a" signifie "carré de la seconde inconnue".

Pour éviter les confusions, Bombelli écrit les puissances avec des exposants dans une cuvette : $\overset{2}{\underset{8}{\smile}}$ est différent de 8^2 car $8x^2$ est différent de 8^2 .

Stevin, lui, écrit les puissances de l'inconnue dans un cercle.

Viète introduit les premières lettres de l'alphabet pour les inconnues A, B, et des abréviations littérales des puissances :

Aq = Aquadratus;

Ac = Acubus.

Son écriture est encore très rédigée et alourdie par son inspiration géométrique; il exige de comparer des grandeurs homogènes. Ainsi, dans l'équation $2x^2 = 3x + 5$, il faut préciser la dimension du 5.

Néper reprend le signe ═══ introduit en 1557 par l'Anglais Recorde et utilise des symboles différents pour les différentes puissances de l'inconnue.

Harriot reprend l'idée de Stifel pour la première inconnue :

a, aa, aaa.

Hérigone reprend les lettres de Viète suivies de leur puissance, mais il symbolise l'égalité par un rapport : 2/2.

Descartes, enfin, rassemble les convergences : il prend les dernières lettres de l'alphabet pour désigner l'inconnue; dans ses *Regulae*, il joint les lettres aux exposants : a, a^2 , a^3 . A la suite du succès de sa *Géométrie*, son symbolisme est définitivement adopté en 1679.

2 - LE PROBLEME DE LA REPRESENTATION DE L'INCONNUE

On voit dans cette histoire que l'inconnue n'est pas désignée en tant que telle; elle n'a pas de symbole propre. Cela n'a pas empêché de résoudre des équations dès le deuxième millénaire avant J.C. à Babylone. Mais jusqu'au XVII^e siècle, elle n'est désignée que par les opérations que l'on effectue sur elle (par exemple, l'élévation à une puissance), ce qui ne va pas sans quelques confusions.

Lorsqu'on cherche à désigner plus spécifiquement l'inconnue, on trouve des noms assez indéfinis (res, cosa, chose, coss...) qui ne sont utilisés que pour différencier deux inconnues. Par exemple, Cardan distingue co et ce.

L'objet mathématique "inconnue" n'est pas cerné en lui-même: il est pris dans une chaîne d'opérations; symptomatique est à cet égard l'appellation "quantitas prima" pour la seconde inconnue, chez les Italiens, comme si la véritable première inconnue n'existait pas.

Mais par ailleurs, il arrive qu'on distingue assez bien l'opération de l'objet sur lequel elle s'applique, par exemple le + de l'addition ou le $\sqrt{}$ des racines. On ne peut pas dire non plus que l'inconnue soit considérée comme n'existant pas puisque c'est justement ce que l'on cherche.

Qu'est-ce qui empêchait de nommer l'inconnue ? A quels obstacles épistémologiques se heurtait-on avant Viète et Descartes ?

3 - LA CONNAISSANCE COMME REPRESENTATION

Pour Platon, connaître, c'est avoir une représentation exacte d'une chose, c'est-à-dire avoir en l'esprit une idée adéquate à l'objet connu. Par quels moyens connaît-on une chose ?

Dans sa *Lettre VII* (342a-e), Platon donne les cinq facteurs de la connaissance : le nom, la définition, la représentation ou figure, la connaissance elle-même, et la chose elle-même. Il illustre ces cinq facteurs par l'exemple du cercle : le nom "cercle", la définition du cercle (ce dont les extrèmités se trouvent en tous points à égale distance du centre), la figure du cercle qu'on dessine et qu'on efface (la représentation matérielle), la connaissance du cercle qui est une représentation intellectuelle de l'idée de cercle, mais qui n'est pas le cercle lui-même, et la chose, c'est-à-dire le cercle en soi, l'essence (*ousia*) du cercle. Les quatre premiers facteurs donnent une certaine représentation de la chose, et non la chose elle-même. La connaissance est une certaine approche de l'être, mais elle ne nous donne pas l'être lui-même. L'être est une réalité nécessairement séparée de la représentation qu'on peut s'en donner, car la représentation est une imitation, un reflet, une sorte de copie de l'être représenté.

Cette théorie platonicienne de la connaissance, qui marque les penseurs jusqu'à Galilée, assimile ce qui est connu à ce qui est nommé, défini, figuré matériellement ou intellectuellement. On peut donc connaître ce qui est représentable (des lignes, des nombres, des opérations arithmétiques), mais comment pourrait-on connaître ce qui échappe à la représentation ? Et réciproquement, comment pourrait-on se représenter ce qu'on ne connaît pas ? C'est pourquoi l'inconnue, bien qu'admise dans le raisonnement, ne peut être désignée. On ne peut donner un nom précis à ce qu'on ne connaît pas. Elle est là, sous-jacente dans l'équation, mais n'apparaîtra que dans le résultat final de l'équation, c'est-à-dire dans sa quantification. C'est ce nombre final qui pourra la présenter.

4 - LA RUSE DE L'ANALYSE

Cet obstacle est surmonté par Viète et Descartes qui nomment <u>arbitrairement</u> des lignes par des lettres. Ils en sont à une tout autre conception du nombre. Comment en sont-ils arrivés là ?

Dans les textes de Pappus d'Alexandrie (IV^{e} siècle ap.J.C.) qui avaient été retrouvés à la fin du XVI^{e} siècle, on trouve la définition de l'analyse qui permet, lorsque l'on ne connaît pas une chose, de la chercher tout de même grâce à une ruse.

L'analyse est donc la voie qui part de la chose cherchée, considérée comme étant concédée, pour aboutir, au moyen des conséquences qui en découlent, à la synthèse de ce qui a été concédé.[4]

---

[4] *Collection Mathématique*, L. VII.

La ruse consiste donc à faire **comme si** l'on avait trouvé la chose cherchée, à en déduire les conséquences, puis à remonter de ces conséquences jusqu'à leur cause, pour découvrir l'inconnue.

Un peu d'histoire...

L'analyse, source de la synthèse, est largement utilisée dans la géométrie supérieure des Grecs. Elle est reprise par les mathématiciens arabes. Dans son ouvrage *Al Bahir*, As Samaw'al (mort vers 1175), affirme que toute l'algèbre se ramène à l'analyse. Mais cet ouvrage semble avoir été ignoré de l'Occident à la Renaissance.

Les deux pages de Pappus sur l'analyse ont été exhumées par Viète à la fin du XVI^{e} siècle dans son *Introduction à l'art analytique* (1591). Il y définit l'analyse comme *la science de bien trouver dans les mathématiques.* et propose *une logistique nouvelle beaucoup plus heureuse que la logistique exposée par les nombres* (la logistique numérale), celle *qui est exposée par des signes ou des figures, par exemple, par des lettres de l'alphabet.* C'est la logistique spécieuse.

Afin que cette méthode soit aidée par quelque artifice, on distinguera les grandeurs données des grandeurs inconnues et cherchées en les représentant par un symbole constant, invariable et bien clair, par exemple, en désignant les grandeurs cherchées par la lettre A ou par toute autre voyelle E, I, O, U, Y et les grandeurs données par les lettres B, G, D ou par d'autres consonnes.

Viète propose de remplacer l'appellation "algèbre", d'origine arabe, par "l'art analytique".

Descartes reprend la définition de l'analyse dans sa *Géométrie* de 1637 :

Voulant résoudre quelque problème, on doit d'abord le considérer comme déjà fait, et ***donner des noms*** *à toutes les lignes qui semblent nécessaires pour le construire, aussi bien à celles qui sont inconnues qu'aux autres...*

On parcourt la difficulté suivant l'ordre de dépendance des lignes les unes par rapport aux autres. On trouve une équation pour chaque ligne inconnue, et, de proche en proche, on réduit toutes les inconnues à des équations connues. Descartes, comme Viète, n'hésite donc pas à donner un nom (une lettre) à une inconnue en faisant comme si elle était connue.

Le nom n'a alors aucun rapport naturel avec la chose; le nom n'est utile que pour établir des rapports. Peu lui importe qu'on appelle telle réalité a, b, c ou x, y, ou z. Ce qui importe, ce sont les relations établies entre ces réalités.

L'exigence de **représenter** exactement l'objet de la connaissance a fait place à la nécessité de **construire** l'objet que l'on cherche à connaître. Il n'est pas certain que celui-ci existe a priori; peut-être n'y a-t-il pas de solution à telle ou telle équation.

5 - UNE HYPOTHESE ARCHEOLOGIQUE SUR CETTE RUPTURE

Les mathématiciens de la Renaissance exerçaient des professions variées (médecin, ingénieur, juriste, comptable...). Leur formation en mathématiques est mal connue. Jusqu'au milieu du XV^{e} siècle, l'enseignement scientifique de la Faculté des Arts se réduit à un peu d'arithmétique, un peu de géométrie, un peu d'astronomie. Bologne et Cracovie sont à peu près les seules universités où l'enseignement des mathématiques soit organisé, et encore l'est-il en fonction de l'astronomie, voire de l'astrologie. Vers la fin du XV^{e} siècle et au début du XVI^{e} siècle, la place de cet enseignement augmente, mais les mathématiciens de la Renaissance développent leurs connaissances surtout en vue d'applications concrètes : comptabilité, cartographie, optique, astronomie, artillerie, architecture...La plupart des ouvrages d'arithmétique sont des ouvrages d'arithmétique commerciale. Derrière les chiffres, il y avait de l'argent. Tant qu'une inconnue n'était pas chiffrée, c'est-à-dire présentifiée par une quantité, elle n'existait que virtuellement.

Derrière l'impossibilité à nommer l'inconnue sinon par l'appellation "chose" ou "res", il y a tout le problème de la réalité des nombres. Nous considérons aujourd'hui que les nombres ne sont ni des choses ni de purs symboles, mais qu'ils sont des objets caractérisés par leur place dans une fonction. On peut remarquer d'un point de vue linguistique que la représentation moderne de l'inconnue est un signe et non un symbole. Dans un symbole, le rapport entre le signifiant et le signifié reste naturel; ainsi les deux segments égaux et parallèles inventés par Recorde pour représenter l'égalité manifestent une ressemblance avec l'idée d'égalité entre deux grandeurs. En revanche, dans le signe, le rapport entre le signifiant et le signifié est arbitraire; ainsi la lettre x n'indique par elle-même aucune idée de quantité, ni de chose à découvrir; elle est un pur signifiant dans la mesure où, choisie par convention vers la fin de l'alphabet, elle renvoie à une absence de signifié précis dans l'esprit de qui la prononce. Elle est une invitation à la recherche; elle est un signifiant qui fait signe d'aller lui chercher un signifié. Cette distinction était impensable au Moyen Age qui, dans la lignée d'Isidore de Séville, ne voyait d'arbitraire nulle part.

Dans *Les mots et les choses*, M.Foucault montre la rupture déterminante opérée dans l'usage du signe entre la Renaissance et l'âge classique :

Au seuil de l'âge classique, le signe cesse d'être une figure du monde; et il cesse d'être lié à ce qu'il marque par les liens solides et concrets de la ressemblance ou de l'affinité.[5]

La ressemblance du signe à ce qu'il représente n'est plus un critère de vérité de ce signe. On comprend rétrospectivement l'incapacité des mathématiciens de la Renaissance à inventer un signe qui ressemble à ce qui est inconnu. Mais,

A partir du XVII^e siècle *(...) il n'y a de signe qu'à partir du moment où se trouve connue la possibilité d'un rapport de substitution entre deux éléments déjà connus.* [6]

C'est-à-dire que la voie est ouverte pour admettre l'arbitraire du signe. M.Foucault récapitule cette réflexion en faisant de cette rupture dans l'usage du signe la condition même de possibilité de la pensée classique :

(...) *si on interroge la pensée classique au niveau de ce qui archéologiquement l'a rendue possible, on s'aperçoit que la dissociation du signe et de la ressemblance au début du* XVII^e *siècle a fait apparaître ces figures nouvelles que sont la probabilité, l'analyse, la combinatoire, le système et la langue universelle, non pas comme des thèmes successifs, s'engendrant ou se chassant les uns les autres, mais comme un réseau unique de nécessités.*[7]

Aujourd'hui, on n'estime plus le prix d'une marchandise, à la caisse d'un supermarché, en la mesurant ou en la pesant : on lit l'étiquette (ou le code-barre) qui seule importe pour faire l'addition; l'étiquette n'a aucune attache nécessaire à l'objet, on peut la décoller. Cette idée de marque arbitraire n'était pas encore aperçue des hommes de la Renaissance. On considère maintenant que l'inconnue est une place pour une quantité dans une équation, et que cette place n'a pas besoin de sa valeur numérique pour que la relation algébrique ait une signification. Il ne faut pas chosifier l'inconnue. S'il était si difficile de désigner l'inconnue à la Renaissance, c'est que l'on cherchait à nommer une chose et non une place.

---

[5] *Les mots et les choses*, p.72.

[6] id, p.73.

[7] id, p.77

Sources bibliographiques :

Cardan, *Ars Magna*, 1545.

Descartes René, *Les règles pour la direction de l'esprit*, Vrin, Paris.

Descartes René, *Géométrie in Discours de la méthode*, Vrin, Paris.

Foucault Michel, *Les mots et les choses*, N.R.F. Gallimard, Paris, 1966.

Histoire Générale des Sciences, sous la direction de René Taton, P.U.F.

Platon, *Ménon*, Garnier-Flammarion.

Platon, *Lettre VII.*

Russo François, *La constitution de l'algèbre au XVI^e^ siècle*, Revue d'histoire des sciences et de leurs applications, n°12, 1959.

Chapitre 5

MATHEMATIQUES ET NAVIGATION DU XVI^{e} AU XVIII^{e} SIECLE :

DE L'IGNORANCE A L'OMNIPRESENCE...

Carmelle Mira

Quand on pense à toutes les connaissances mathématiques et physiques que semblent impliquer la construction et le maniement d'un bateau, on se demande comment les hommes ont pu partir en mer avant l'âge de l'ordinateur! Et pourtant... depuis la nuit des temps, ils voguent au gré des flots et des vents. L'univers de la navigation est donc un domaine de prédilection pour réfléchir aux relations qu'entretiennent science et technique, empirisme et rationalité. Et la période qui va de la découverte de l'Amérique au XVIII^{e} siècle est particulièrement riche d'enseignement puisque la navigation prend de l'audace, sillonne les océans, et qu'elle est l'un des piliers de la vie économique.

Pendant ces trois siècles, les exemples sont multiples d'un va-et-vient permanent entre l'empirisme et le recours, parfois insistant, à la communauté scientifique pour qu'elle résolve les problèmes en suspens. J'en choisirai quelques-uns, d'importance inégale d'ailleurs, mais qui - chacun à sa manière - posent un problème épistémologique intéressant, sur lequel j'insisterai plus que sur les résultats, le plus souvent faux, et toujours complètement dépassés.

I. DANS LA CONSTRUCTION, LE TRIOMPHE DE L'EMPIRISME.

Commençons par rappeler les données du problème:

Jusqu'à tout récemment, la construction navale a été dominée par l'empirisme, même si des efforts de rationalisation ont permis, dans les parages du XVIII^{e} siècle finissant, de passer de la "construction" à l' "architecture". En effet, les quatre piliers de l'architecture navale sont longtemps restés inconnus:

- la méthode de calcul préalable du <u>déplacement</u> est peu ou très mal connue, et l'on ne sait jamais à l'avance où se situera précisément la ligne de flottaison.

- la <u>stabilité</u> qui détermine la puissance motrice n'est pas dominée non plus; elle suppose la définition du métacentre du navire, donc de son comportement sur l'eau.

- les causes de la résistance sont inconnues, en attente de la mécanique des fluides.
- on ignore aussi à peu près les principes de la résistance de la structure du navire.

Dans ces conditions, la construction navale s'efforce surtout de reproduire les formes des navires existants, en relevant les proportions et les courbes principales sous forme de chiffres simples, et surtout à l'aide d'accessoires de chantiers, et les charpentiers de marine mettent tous leurs soins à assurer la régularité des lignes.

De toute façon, l'art de ces derniers, au Moyen Age et plus tard reste entouré de mystères, et leurs secrets sont aussi bien gardés que ceux des bâtisseurs de cathédrales. Très peu de documents sont publiés, et s'il paraît, en Italie au XVI^{e} siècle, un ouvrage qui promet *Au nom de Dieu et de la glorieuse Vierge Marie,* de donner les *mesures des galères, grandes et petites,* c'est peut-être que les galères, à cette époque, sont dépassées, parce que le "centre du monde" s'est déplacé vers l'Atlantique où la caravelle est plus adaptée.

On peut aussi se demander si les charpentiers de marine auraient été assez instruits pour assimiler des principes mathématiques difficiles qui... n'existaient pas! Car l'empirisme est souvent la conséquence pratique de l'absence de théorie. Il faut donc attendre, au XVIII^{e} siècle, la résolution de certains problèmes mathématiques pour qu'on puisse expliquer quelques aspects de la construction navale, et les découvertes encore plus tardives de l'aérodynamique et de l'hydrodynamique pour qu'on puisse en rationaliser d'autres. En fait, il intervient dans la construction d'un navire une multiplicité de variables indépendantes, mais qui interfèrent dans sa marche, et la science passée ne permettait pas de comprendre et d'intégrer toutes ces données. Il a déjà fallu beaucoup de temps et de recherches pour résoudre simplement l'épineux problème du tracé sur un plan du volume d'un bateau... Et comme, finalement, l'expérience et la tradition faisaient assez bien leurs preuves, les constructeurs se sont beaucoup méfiés des théories qui s'échafaudaient ici ou là, et qui d'ailleurs risquaient de les déposséder des privilèges liés à leur savoir-faire.

Il est pourtant intéressant, quand on construit un bateau, de savoir d'avance quelle est la forme de la carène[1] qui lui permettra d'être efficace, et une telle question ne pouvait laisser indifférent cet éternel curieux qu'était Léonard de Vinci, lui à qui rien de ce qui était technique n'était étranger.

Léonard, avec des modèles réduits remorqués, cherche donc la forme la plus efficace pour la coque, et, de ses expériences, il tire la conclusion que la forme qui oppose la moindre résistance à l'avancement, la plus rapide donc, est celle dont l'extrémité la plus forte

[1] La carène est la partie immergée de la coque.

se trouve vers l'avant. C'est faux[2], et Léonard se trompe en transposant des résultats obtenus sur maquette sur des grandeurs réelles. Il se heurte là à un problème d'échelle et de transposition qui ne sera résolu qu'à la fin du XIX^e siècle, avec l'établissement par Frounde des lois de similitude[3].

Peu après Léonard, l'ancêtre de la future architecture navale, Mathew Baker (1530-1613), arrive à la même conclusion par des chemins différents, puisque, lui, travaille par analogie. Dans *Fragments of ancient English Shipwrightry* (1586), il trace un dessin comparant la carène d'un bateau à la forme d'un poisson, dont, effectivement, la tête est plus grosse que la queue! Son erreur, à lui, est d'identifier le comportement d'un bateau, qui flotte à la limite de deux milieux fluides différents, l'air et l'eau, à celui d'un poisson, immergé dans un seul fluide. Sa comparaison était séduisante et poétique, mais, scientifiquement parlant, illégitime. C'est que la dynamique des fluides attendait toujours Euler, quand cogitait Baker...

Ces deux démarches, qui sont déjà deux tentatives de rationalisation, n'ont guère eu de conséquences, surtout celle de Léonard qui est restée dans ses carnets, mais, si elles étaient passées dans les faits, elles auraient sans doute justifié la défiance des charpentiers de marine face à l'innovation fondée sur la science.

L'empirisme domine aussi en ce qui concerne le volume de la carène. Au XVII^e siècle encore, on ne sait pas calculer le volume d'un solide de forme irrégulière, ce qu'est un navire. Ecoutons le récit d'une visite bien instructive, pour nous du moins, que Samuel Pepys[4] a faite chez Anthony Deane, l'un des maîtres charpentiers de l'époque, en mai 1666:

---

[2] En réalité, tout dépend de ce qu'on cherche, et cette forme est adaptée à un bateau lent, de fort tonnage, comme le sont les péniches actuelles; c'était aussi, *grosso modo,* la forme des caravelles, mais on cherchait alors à les rendre plus rapides, en jouant sur la carène et sur la voilure.

[3] Sur ces lois, très compliquées, voir l'*Encyclopedia Universalis,* deuxième édition, t. 9, p. 632-33. Entre ces lois et Léonard, qui assimilait complètement modèle réduit et grandeur réelle, des affinements successifs avaient été apportés: la résistance des corps flottants avait d'abord été déclarée proportionnelle aux surfaces et au carré des vitesses, ce que Reech avait nuancé en 1832 en expliquant que c'était vrai si et seulement si les carrés des vitesses étaient proportionnels aux dimensions linéaires.

[4] Samuel Pepys était diplômé de Cambridge et membre du Secrétariat de l'Amirauté britannique, chargé des marchés avec les fournisseurs. Georges Ifrah rappelle à son propos la difficulté qu'il a eue à apprendre, et enseigner à sa femme, les opérations élémentaires (*Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention,* Paris, R; Laffont, 1985, p. 290.) Mais ceci est une autre histoire...

Il ne sut pas m'expliquer sa manière pour ***découvrir par avance*** *la hauteur de l'eau que le navire calera, qui est* ***un secret*** *que le roi et tous* ***admirent*** *en lui; et il est le premier qui soit parvenu* ***à quelque certitude par avance*** *pour* ***prédire*** *le tirant d'eau d'un navire* ***avant qu'il soit lancé.***

La redondance sur l'aptitude à prévoir de ce charpentier, et l'admiration qu'elle suscite disent assez que le phénomène est rare. Sans doute utilisait-il l'une des méthodes expérimentales qui ont eu cours jusqu'au XIX^{e} siècle, et qui, inspirées du principe d'Archimède, ont commencé à être utilisées au XVII^{e} siècle dans la construction des navires:

- on pèse une maquette de la carène réalisée en bois massif; si l'on connaît la densité du bois, on peut déterminer le volume de cette coque réduite, que l'on multiplie par le cube de l'échelle de la maquette pour obtenir le volume en grandeur réelle.

- on immerge totalement la maquette dans un récipient plein d'eau; on essaie de récupérer aussi soigneusement que possible le trop-plein, que l'on pèse pour obtenir un résultat auquel on applique la correction d'échelle.

Tout cela manque un peu de précision, mais, en attendant l'élaboration de méthodes mathématiques suffisantes, c'est quand même un moyen pour avoir quelques idées préalables à la mise à l'eau. Merci, Archimède!

Quant au tonnage, c'est-à-dire au sens ancien, au chargement transportable[5], il fallait bien, pour les nécessités du commerce, arriver à l'évaluer; certes, on pouvait compter à chaque fois le nombre de tonneaux[6] embarqués, mais il importait surtout de savoir d'avance combien un navire pouvait en contenir, sans parler des impératifs du contrôle fiscal.

Il fallait donc une formule, mais comment la trouver?

Mathew Baker, au XVI^{e} siècle, évalue empiriquement le navire *Ascension* dont les dimensions intérieures sont: 54 pieds de long
24 pieds de large
12 pieds de profondeur de cale.

Il calcule son volume comme si le bateau était un parallélépipède rectangle:

---

[5] Petit cours de vocabulaire: le déplacement d'un navire est le poids total du flotteur, y compris de ce qu'il contient; c'est "le poids du volume d'eau déplacé", tandis que le tonnage est le chargement transportable. Mais la notion de déplacement est moderne, et aujourd'hui, on dit "tonnage", par tradition sémantique, quand on parle de "déplacement".

[6] Suite! La plupart des marchandises, en particulier le vin, étaient transportées dans des tonneaux de bois de volume quasiment identiques, qui ont donné leur nom à l'unité de mesure et, par suffixation, au tonnage.

$$54 \times 24 \times 12 = 15552 \text{ pieds}^3.$$

Or, il peut transporter 160 tonneaux, ce qui permet de calculer le coefficient de remplissage suivant:

$$\frac{15552}{160} = 97{,}2, \text{ que Mathew Baker arrondit à } 100.$$

Il suffit donc de diviser par 100 le volume intérieur d'un navire pour trouver approximativement le nombre de tonneaux qu'il peut contenir. C'est évidemment d'autant plus approximatif que des ambiguïtés planent sur les mensurations préalables au calcul, mais c'est mieux que rien, et comme les bateaux avaient quasiment tous à peu près la même forme, cela donnait quand même une idée de leur tonnage.

Plus tard, au XVII^{e} siècle, les Anglais ramènent le calcul à une formule à deux éléments, la longueur et le bau[7], que nous appellerons B. Mais comme le bau est toujours peu ou prou proportionnel à la longueur, surtout à cette époque, ils calculent, toujours empiriquement, le coefficient de proportionnalité, que nous appellerons C, et trouvent qu'il est égal à 4 pieds, soit 1,3 mètre, qui serait le bau théorique d'un bateau de un tonneau.

Ils établissent alors la formule du tonnage T:

$$T = \left(\frac{B}{C}\right)^3$$

Il est possible de vérifier leur formule sur un navire français *La Couronne*, dont on connaît les dimensions, et dont le Père Fournier, notre grand hydrographe[8], avait estimé la charge à 1125 tonneaux; or, la charge = $\frac{3}{4}$ du tonnage, ce qui donne, comme tonnage de *La Couronne:* $\frac{1125 \times 4}{3} = 1500$ tonneaux.

Appliquons à ce navire, dont le bau est de 14,93 mètres, la formule anglaise:

$$T = \left(\frac{14{,}93}{1{,}3}\right)^3 = (11{,}5)^3 = 1520 \text{ tonneaux.}$$

Comme on travaille toujours sur des approximations, il est possible de dire que cette formule est juste, suffisante en tout cas pour les besoins du commerce et du contrôle commercial.

Revenons maintenant à Mathew Baker, pour appliquer sa formule à ce même navire, dont je suis obligée de traduire les dimensions en pieds, car je ne l'ai qu'en mètres, ce qui

---

[7] Ce mot, qui a plusieurs sens; il désigne ici la largeur maximale d'un bateau.

[8] Lui aussi a proposé un mode de calcul du volume de la carène dans les éditions successives de son *Hydrographie*, en 1643, 1667 et 1679.

introduira dans les calculs une marge supplémentaire d'approximation. J'opte pour le pied de 33 centimètres.

Longueur: 54 mètres, soit 163,63 pieds[9].

Bau: 14,94 mètres, soit 45,27 pieds.

Profondeur de cale: 5,4 mètres soit 16,36 pieds.

Son volume est donc de 121187pieds^3, ce qui, divisé par 100, le coefficient de Mathew Baker, donne 1211 tonneaux (de charge), ce qui, finalement n'est guère différent des évaluations plus "savantes" du XVII[e] siècle.

En revanche, si, à titre de vérification supplémentaire, j'applique à *Catharsis,* le Trident 80 qui m'est cher, la formule du XVII[e] siècle, j'obtiens des résultats surprenants. Son bau est de 3 mètres; calculons son tonnage:

$$T = \left(\frac{3}{1{,}3}\right)^3 = (2{,}3)^3 = 12{,}16 \text{ tonneaux}$$

Notre actuel tonnage, en fait le déplacement, valant les $\frac{3}{2}$ du tonnage ancien, j'ose à peine me livrer à l'opération qui annonce que mon bateau jauge 18,24 tonneaux, lui qui est déclaré pour 2 tonneaux sur l'acte officiel de francisation! Il est vrai que le rapport entre tonnage et déplacement a sans doute été modifié quand le plastique a remplacé le bois, mais la vraie raison de tels résultats tient à la modification de la forme des carènes, et l'on peut donc se demander dans quelle mesure l'empirisme qui présidait à ces calculs indispensables à la marche du commerce et des taxes diverses n'a pas été, parmi d'autres facteurs, un frein à l'innovation des formes, puisque son efficacité en postulait la stabilité.

En réalité, il faut attendre le courant du XVIII[e] siècle pour que le navire ne relève plus de l'empirisme pur, et que quelques timides innovations soient introduites sur les chantiers, où des ingénieurs commencent à remplacer les maîtres charpentiers. Mais l'expérience, qui avait quand même fait ses preuves, n'a pas facilement abdiqué devant des découvertes souvent partielles et parfois difficilement applicables. Et dans son *Treatise on Shipbuilding,* l'architecte Chapman marquait assez bien, en 1775, les limites de la jonction entre science et technique. Après avoir remarqué que la construction évoluait peu, et que *le sommet de la perfection* devait donc être atteint, même si tous les navires ne réagissaient pas aussi bien, il en concluait:

Il apparaît par conséquent que la construction d'un navire doté de qualités plus ou moins bonnes est ***une affaire de chance et non d'études préalables****, et il s'ensuit donc* ***qu'aussi longtemps que nous serons dépourvus d'une bonne théorie pour la construction navale et ne pourrons nous fier à rien sinon aux plus simples expériences et aux essais,***

---

[9] Si tant est que le pied puisse recevoir une forme décimale!

on ne peut prévoir que cet art acquière une plus grande perfection qu'il n'en possède à présent.

Et effectivement, les navires du XVIII^e siècle ne chavirent guère moins que ceux du XVI^e , et ils n'ont pas de meilleures performances; à peine remontent-ils un tout petit peu mieux au vent, malgré les beaux travaux d'Euler, âgé de 19 ans, sur l'efficacité des voiles, en 1725[10].

II. QUAND LA SCIENCE CHERCHE A COMPRENDRE POURQUOI UN BATEAU FLOTTE

Evaluer le tonnage d'un bateau est certes utile, mais n'a de sens que si ledit bateau consent à flotter, et ce problème capital de la stabilité n'a pas toujours été résolu par l'empirisme... ni par la science d'ailleurs. Il nous fournit un exemple très intéressant d'erreur fructueuse, dans cette fin du XVII^e siècle où les études se multiplient sur tout ce qui relève de la navigation, émanant de grands noms comme Huygens, Newton, Jean Bernoulli...

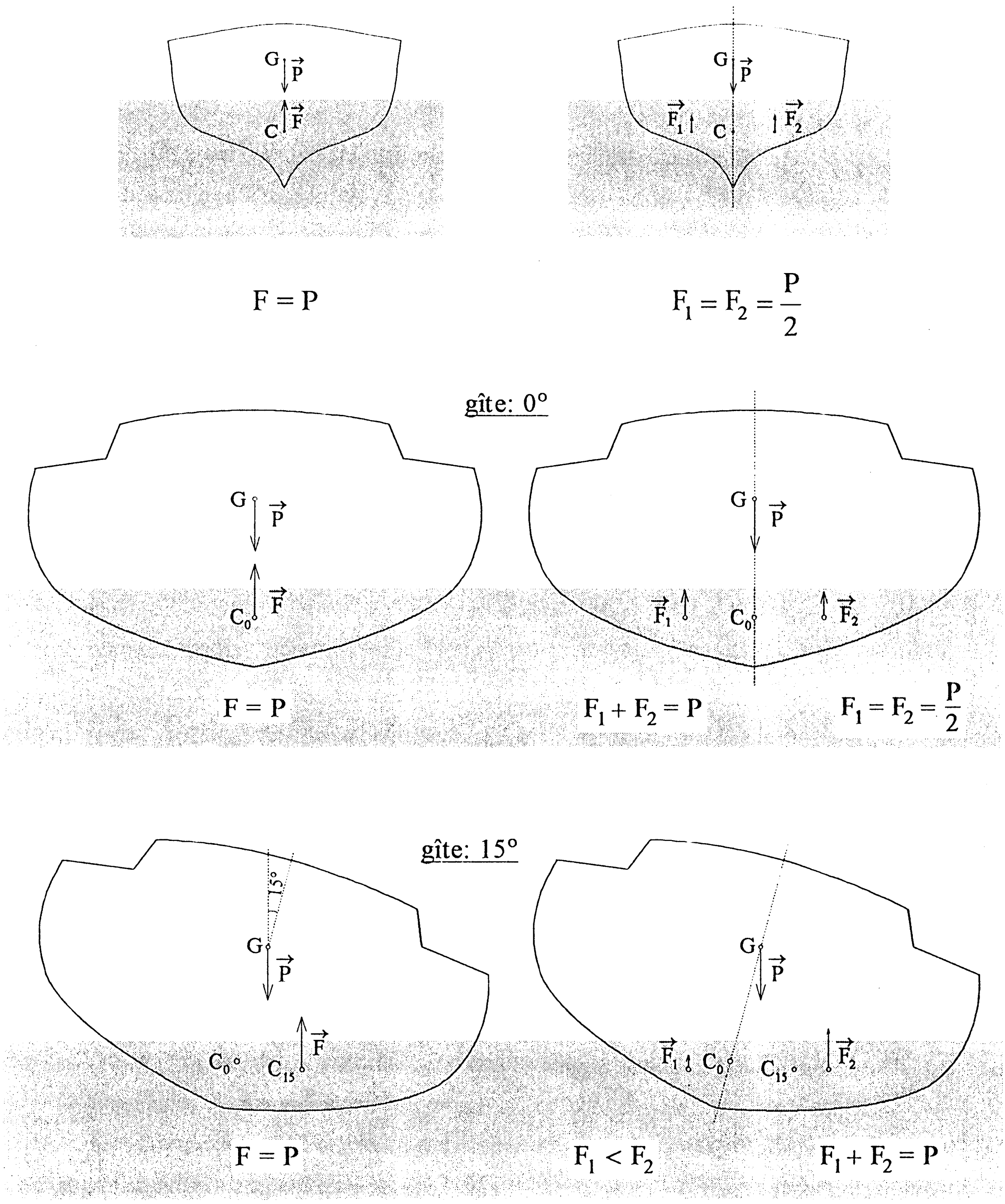
C'est d'un homme moins célèbre que nous allons parler. Le Père Hoste était Jésuite et aumônier de la marine, mais aussi mathématicien. Il publie successivement un *Traité de Mathématiques,* en 1692, un *Art des constructions navales,* en 1696, et une *Théorie de la construction des vaisseaux,* en 1697. Dans ce dernier ouvrage, il tente des démonstrations sur la stabilité et le roulis. Et le bon Père s'étonne: il se demande pourquoi un navire, quel qu'il soit, ne chavire pas, alors que son centre de gravité est au-dessus du centre de poussée hydrostatique. La question est, en soi, fort intéressante, et cet aumônier de la marine mérite beaucoup de respect pour l'avoir enfin posée, depuis le temps que vogue la caravelle, et que nul ne songe à s'interroger sur l' "anomalie" qui accompagne sa flottaison.

La réponse mérite peut-être moins de considération que la question. Le père Hoste fournit en effet une explication pour le moins cocasse: oubliant, sans doute, qu'un bateau

---

[10] Au moment où je travaillais ces questions, Marc Pajot disputait l'*America's Cup* sur *French Kiss,* un vrai chef d'oeuvre de technologie, dont de puissants ordinateurs avaient, paraît-il, calculé tous les paramètres. Entre deux séries de régates, Pajot a fait raccourcir l'arrière de sa coque... parce que du bon vent était annoncé, et qu'il <u>sentait</u> que ce serait mieux ainsi. Il est vrai qu'il n'existe pas de forme idéalement adaptée à <u>toutes</u> les situations, mais, entendant cette information, je me demandais si la construction navale serait vraiment scientifique un jour...

n'est pas une figure géométrique abstraite, mais une réalité concrète, il recourt à un artifice de démonstration qui consiste, en quelque sorte, à fendre longitudinalement - et mentalement! - le bateau en deux, et à supposer que les deux moitiés du navire reçoivent des poussées $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ qui, remplaçant $\vec{F}$, agissent indépendamment pour le maintenir dans la position de gîte nulle ou pour le ramener dans cette position.

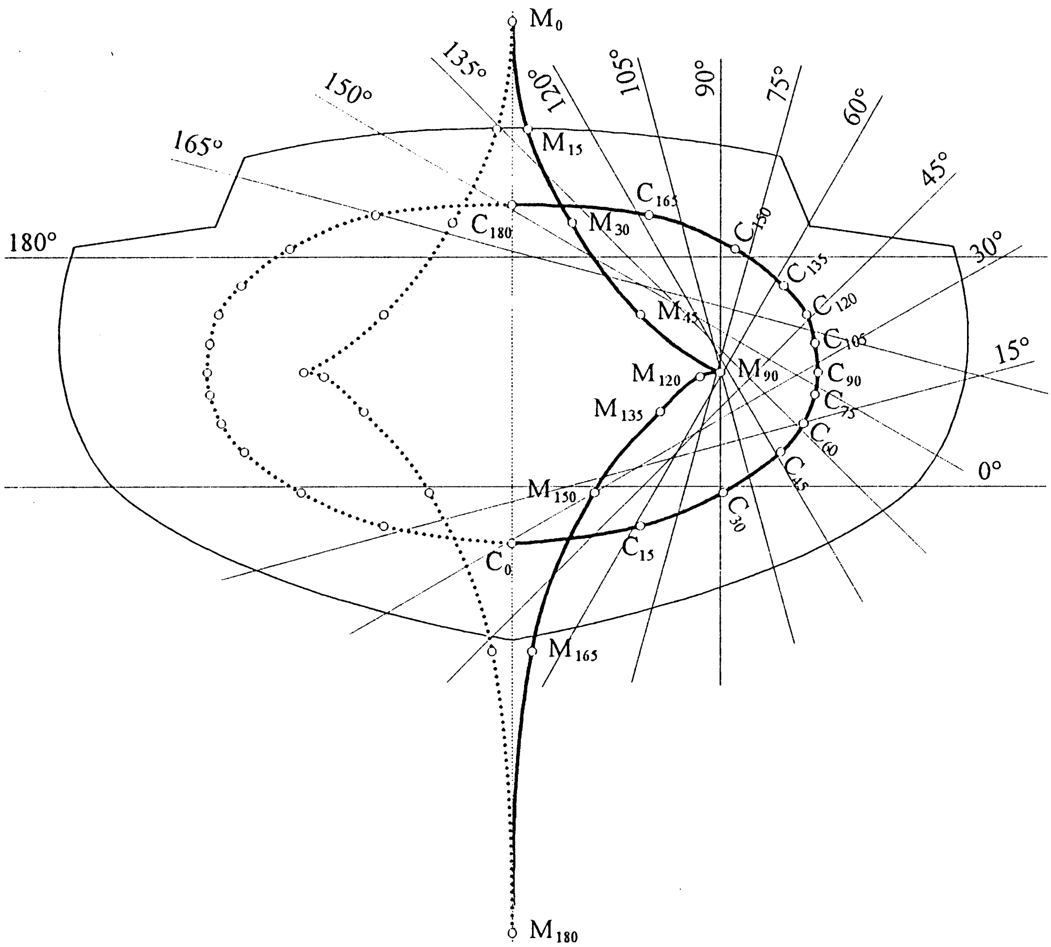


Le moins qu'on puisse dire d'une telle explication est qu'elle n'est guère convaincante, et ne règle rien de l'écart entre

- ce qu'on croyait: le centre de gravité G devait être sous le centre de carène C.

- ce qu'on constatait: sur les vaisseaux de haut bord, le centre de gravité était bien au-dessus du centre de carène, et ils ne chaviraient pas tous. Elle a au moins le mérite de lancer le problème, en même temps qu'une belle polémique dans laquelle il n'y a pas à entrer ici.

C'est seulement en 1746, dans son *Traité de la marine*, que Pierre Bouguer, astronome et hydrographe, expliqua le paradoxe, en mettant en évidence un centre instantané de rotation, appelé *métacentre,* et son importance dans l'étude de la stabilité d'un bateau, en relation avec d'autres facteurs comme la forme de la carène, la largeur du bateau et la hauteur du franc bord. Ce métacentre M n'est pas le centre de la carène C; sa position dépend des différents angles de gîte du bateau:



Positions du métacentre et du centre de carène
pour différentes valeurs de la gîte

La démonstration de Bouguer était juste; il faut cependant ajouter qu'elle est restée un plaisir intellectuel encore longtemps, tant que les calculs nécessaires n'ont pas pu être mis sous une forme utilisable sur les chantiers de construction. Ainsi le cuirassé à tourelles *Captain* a-t-il chaviré par vent modéré dans le Golfe de Gascogne en 1870, par insuffisance des méthodes appliquées au calcul de son métacentre[11].

III. QUAND LES SCIENTIFIQUES SONT SOMMES D'INTERVENIR: LE DOULOUREUX PROBLEME DU CALCUL DE LA LONGITUDE:

Commençons par voir comment se posait le problème: pour faire son point en mer, il faut trouver sa latitude et sa longitude. On sait trouver la première depuis longtemps, mais mesurer sa longitude, c'est mesurer l'angle qui sépare le méridien local d'un méridien-origine, à déterminer[12]. Comme la terre - depuis qu'elle tourne! - fait défiler ses 360° en 24 heures, il défile 15° par heure, et la détermination de la longitude revient donc à calculer l'écart entre l'heure locale et celle du méridien d'origine.

L'heure locale peut être déterminée à l'aide du soleil et des étoiles, et de tables astronomiques; on sait le faire, et comme on calcule la latitude en mesurant la hauteur du soleil, on fait d'une pierre deux coups. Mais comment savoir l'heure d'un méridien d'origine, quand on ne dispose que de sabliers ou de montres médiocres, infidèles? Or, avec le développement des grands voyages commerciaux et de la marine de guerre, il devient essentiel de pouvoir se situer, pour arriver précisément où l'on veut aller.

C'est pourquoi, de l'extrême fin du XVI^e^ au XVIII^e^ siècle, on voit se multiplier les concours aux prix élevés, lancés par les gouvernements des différentes puissances maritimes pour tenter de mobiliser les scientifiques sur cette recherche parfois décourageante, à propos de laquelle Champlain disait: *Dieu n'a pas permis à l'homme l'usage de la longitude.* Et les scientifiques se mobilisent effectivement, s'égarant parfois sur de fausses pistes, ou découvrant des méthodes inapplicables, faute d'un appareillage

---

11 Sur cette notion qui n'a été que récemment dominée, voir une démonstration moderne dans l'*Encyclopaedia Universalis*, article "métacentre", deuxième édition, t. 12, p. 973-74, un article de la revue *Loisirs Nautiques*, n° 185 de mars 1987, et surtout P. Gutelle, *Architecture du voilier, t. 1, théorie,* Paris, Editions maritimes et d'Outre-Mer, 1979, p. 78-89. C'est d'après ce dernier ouvrage que le schéma a été reproduit.

12 Rappel: la latitude est la distance angulaire par rapport à l'équateur. La longitude est la distance angulaire entre le méridien d'origine, et le méridien local, celui sur lequel on se trouve.

suffisant adapté à la navigation. On peut citer comme exemple la méthode de Galilée, fondée sur l'observation des satellites de Jupiter; après la mise au point, en 1609, du télescope astronomique, Galilée avait, en effet envisagé de prédire l'heure de leurs fréquentes éclipses à Rome, pour que cette prévision puisse servir de référence, de temps d'origine, et, en 1664, Cassini avait dressé une table. A terre, cette méthode a bien fonctionné, mais pas en mer, où l'on voit mal comment il aurait été possible d'observer les fameux satellites, ce qui nécessitait un télescope d'au moins 15 pieds de long, soit plus de 2 mètres.

En attendant la mise au point d'une horloge fiable, joliment dénommée "garde-temps", et même au-delà d'ailleurs, à titre de sécurité, c'est une autre méthode qui a été utilisée, la méthode dite des distances lunaires, dans les complexités de laquelle nous n'entrerons pas vraiment pour diverses raisons: ce serait en effet très long, à supposer que nous y parvenions vraiment, car il nous est difficile d'envisager la complexité d'avant le temps du garde-temps, tant nos raisonnements et nos calculs astronomiques sont maintenant fondés sur l'écart horaire, mode de calcul déjà bien compliqué que les navigateurs par satellites et autres GPS nous rendront d'ici peu complètement hermétiques. Ensuite, les documents d'époque sont d'un accès difficile, et "oublient" souvent de justifier scientifiquement la marche à suivre, peut-être parce que la théorie n'intéressait pas les capitaines, peut-être aussi parce qu'ils désiraient garder ce savoir pour rester seuls maîtres à bord.

Qu'est-ce donc, dans les grandes lignes, que cette méthode des distances lunaires, sachant qu'on appelle distance lunaire l'angle observé entre la lune et une planète, ou la lune et le soleil?

Très tôt, le mouvement rapide de la lune sur la sphère céleste, et ses conjonctions prévisibles avec les fixes, ont donné aux astronomes l'idée de s'en servir comme d'une montre à repères. Au cours de sa rotation mensuelle autour de la terre, la lune parcourt 360° sur la sphère céleste, et sa distance angulaire par rapport à un quelconque corps céleste situé sur l'écliptique ou à proximité varie d'environ 13° par jour, ou d'une minute d'arc en deux minutes de temps. Si la position de la lune par rapport à un corps céleste peut être prévue à tout instant pour un méridien d'origine, on peut donc, en calculant la distance lunaire du lieu où l'on est, en déduire la différence Ouest/Est entre ce lieu et le méridien d'origine, donc sa longitude.

Cette méthode, préconisée dès le début du XVI^{e} siècle, nécessitait cependant un certain nombres de conditions pour se mettre en place; elle supposait à la fois:

- la prévision précise de la position de la lune, dont le mouvement orbital est complexe, *le seul qui me donna jamais mal à la tête,* disait Newton.

- une mesure exacte de la distance angulaire, donc des instruments précis, et toute une série de corrections nécessitées par la réfraction, la parallaxe et le fait qu'il faut évaluer le demi-diamètre de la lune dont on vise le bord.

- une méthode relativement simple pour effectuer d'épouvantables calculs, à partir de la formule fondamentale de trigonométrie sphérique, connue:

$$\boxed{\sin\ he = \sin Le.\sin D + \cos Le.\cos D.\cos A\ Hag}$$

où he = hauteur estimée

Le = latitude estimée

D = déclinaison (distance angulaire entre un corps céleste et l'équateur)

AHag = angle horaire entre le méridien de l'astre A observé et le méridien local. C'est l'inconnue...

- la détermination exacte de la valeur d'un degré, en suspens jusqu'à la mesure de Picard en 1667.

Toutes ces conditions se trouvent réunies dans le courant du XVIII^e siècle, en grande partie sous l'impulsion du Bureau des Longitudes, créé par le Parlement anglais en 1714, alors que l'observatoire de Greenwich, bâti en 1665, était déjà bien actif. De nombreuses tables sont publiées, comme le *Nautical Almanach* et ses concurrents français comme *Les éphémérides nautiques* et la *Connaissance du temps,* publiée par Lalande en 1774-75.

Nous allons nous intéresser maintenant à la simplification des calculs, grâce aux logarithmes, et grâce au *Guide du navigateur*, de Pierre Lévêque, publié à Nantes en 1779[13]. Cet ouvrage semble avoir pour but essentiel de vulgariser la méthode de calcul des distances lunaires du Chevalier de Borda (1733-99), mathématicien, physicien et marin, qui ne semble pas avoir publié sous son nom d'autre ouvrage qu'un traité sur le cercle de réflexion[14], qu'il a mis au point.

Le *Guide du navigateur* comporte quatre parties; l'une explique l'usage de l'octant de Hadley[15], la deuxième est consacrée au calcul de la latitude, la troisième au calcul de la longitude, et la quatrième contient *la table des sinus naturels pour un rayon de 100000*

---

[13] On peut le consulter à la Médiathèque de Nantes, fonds ancien.

[14] C'est un de ces instruments astronomiques qui permettent des observations de plus en plus fines.

[15] C'est un autre appareil du même type.

parties, ainsi que *la table des logarithmes proportionnels pour servir au calcul de la longitude par observation de la lune au soleil ou aux étoiles zodiacales.*

L'usage des logarithmes pour faciliter les calculs liés à la navigation astronomique s'est introduit assez vite en Angleterre; dès le début du XVII^e siècle, Gunter, un ami de Neper, qui est surtout connu pour ses superbes "quartiers", dits "quartiers de Gunter"[16], avait envisagé de matérialiser les opérations mathématiques utilisées dans la marine, en représentant les nombres par des longueurs proportionnelles à leur logarithme, et conçu à cet usage une règle, qui deviendra vite coulissante, de telle sorte qu'en mettant deux longueurs choisies bout à bout, on obtenait une longueur totale proportionnelle à la somme des logarithmes, c'est-à-dire au logarithme de leur produit, qu'on pouvait lire sur une échelle.

Mais en France, l'introduction des logarithmes dans la marine semble avoir été plus tardive, quoique Lévêque renvoie au traité de Bouguer datant du milieu du siècle, *ou mieux encore (aux) petites tables portatives qui se vendent à Paris, chez Defaint.* Mais le fait que son ouvrage popularise la récente "méthode de Borda", à la fin du XVIII^e siècle prouve qu'elle n'est pas encore d'un usage courant[17]. Ecoutons-le nous expliquer ses intentions dans sa préface[18]:

La révolution heureuse qui s'est opérée, depuis quelques années, dans la Navigation, à l'occasion des longitudes, est une des époques les plus mémorables de l'Histoire de cette science.(...)

Occupés par l'état de l'instruction de la jeunesse, dans la théorie et la pratique de la Navigation, nous avons été conduits naturellement à nous former des règles simples, & des exemples d'opérations propres à l'âge & à la capacité des élèves qui nous sont confiés.(...)

Les nouvelles Méthodes, sur-tout celles des Longitudes, étant fondées sur des ***principes mathématiques difficiles à saisir****, pour la plus grande partie des gens de mer, qui n'ont, le plus souvent,* ***aucune connaissance de la Géométrie la plus élémentaire****, nous avons pris le parti de déduire de cette théorie les Règles de Calcul qui en découlent; & nous nous sommes appliqués principalement à* ***rendre ces Règles les plus simples qu'il nous a été possible, sans faire le moindre sacrifice du côté de la précision, qui est ce que nous cherchons à introduire dans les opérations nautiques.****(...)*

---

16 C'en est encore un!

17 Je n'ai pas pu vérifier si le Père Fournier parlait des logarithmes dans son traité de 1643, mais je peux affirmer qu'Hérigone, dans son *Art de naviguer*, de 1634, n'en dit pas un mot; de toute façon, il ne croit pas à la méthode des distances lunaires et appelle l'horloge de ses voeux.

18 Je respecte l'orthographe de l'époque.

(...) nous nous sommes efforcés de réunir tout ce qui peut intéresser la pratique de la Navigation, & nous nous sommes ***soigneusement interdit tous les détails théoriques qui pourraient excéder les forces des Navigateurs*** *qui sont ceux que nous avons principalement en vue; nous espérons que notre travail* ***ne sera pas sans utilité pour les lecteurs versés dans les Mathématiques,*** *& qui seraient en état de résoudre, par eux-mêmes, les Questions que nous avons exposées, parce que nous avons* ***simplifié considérablement*** *les formules de Calcul fournies par la théorie; lorsqu'il s'agit d'exécuter fréquemment des* ***calculs un peu compliqués****, les Savans les plus éclairés en pratiquent les Opérations sans s'inquiéter de leur théorie, qu'il leur suffit d'avoir bien comprise, étant toujours en état de s'en rendre compte au besoin.*

On peut constater combien, non sans un peu de condescendance, Pierre Lévêque a le souci de la pédagogie! Et lorsqu'on lit, dans sa troisième partie, son explication de la méthode de Borda, on ne peut que lui en être reconnaissant, compte tenu de la complexité de l'opération. Il serait trop long, ici, et sans doute d'un intérêt mineur, de le suivre pas à pas dans cette démarche, qui fait, de plus, intervenir des logarithmes particuliers à usage de la marine, les logarithmes proportionnels, par exemple, et qui nécessite le recours à un ouvrage, cité ci-dessus, la *Connaissance du temps.* Mais, avant de donner un exemple très détaillé[19], notre "vulgarisateur" propose une explication littérale qui, par son écriture, mérite citation:

Connaissant la distance apparente de la lune à un astre quelconque, ainsi que la hauteur apparente de ces astres sur l'horizon, on demande leur distance, vraie et corrigée.

Précepte: On corrigera les hauteurs apparentes des deux astres, de l'effet des parallaxes et des réfractions en hauteur, pour avoir leur hauteur vraie. La correction de la parallaxe n'est autre chose que la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente de la lune**[20].

On écrira les unes au-dessous des autres, la distance apparente, la hauteur apparente d'un des deux astres, la hauteur apparente du second astre, la somme et la demi-somme de ces trois quantités, la différence de cette demi-somme à la distance apparente, la hauteur vraie ou corrigée d'un des deux astres, la hauteur vraie ou corrigée du second astre, la somme et la demi-somme de ces quatre hauteurs vraies.

Mais comme le travail ne fait que commencer avec cet inventaire à la Prévert, le texte se poursuit, sans égard pour le tournis qu'il a déjà dû provoquer chez le lecteur:

---

[19] Cet exemple, en grand format (A3 pour nous), permet de suivre la démarche, d'un cadre à l'autre; je le reproduis en dernière page, en format A4 en priant les myopes, mes frères, de m'excuser.

[20] Ce signe * indique que le texte renvoie au paragraphe approprié pour la marche à suivre.

On écrira à côté des hauteurs apparentes le complément arithmétique[21] *du cosinus de ces hauteurs, et à côté de la première demi-somme de la différence qui le suit, et des hauteurs vraies, le logarithme de leurs cosinus; on prendra la somme, et après cela la demi-somme de ces six logarithmes; de cette demi-somme, on retranchera le cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, et on aura le sinus d'un angle qu'on cherchera dans la table des logarithmes; on prendra* ***enfin*** *le logarithme du cosinus de cet angle qu'on ajoutera au logarithme du cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, et l'on aura le sinus de la moitié de la distance corrigée que l'on cherche.*

Après quoi il ne restera que de petites formalités à accomplir, en consultant la *Connaissance du temps.*

J'espère que vous avez suivi, et que vous partagez l'avis de Pierre Lévêque qui annonçait que nous *verr(ions) ici avec plaisir une méthode très simple et très élégante.* J'avoue, pour ma part, ne trouver ni simple ni élégante cette écriture de recette de cuisine, où les ingrédients semblent se mélanger dans le plus grand des hasards. Et cependant, en essayant, avec l'aide du tableau proposé, de refaire la démarche, on doit reconnaître qu'elle est relativement simple, qu'elle élimine, en tout cas, tout calcul compliqué et puisqu'il ne s'agit que d'additionner, de soustraire et de diviser par deux... Et puis elle dispense les pauvres marins obtus de réfléchir: ils n'ont qu'à appliquer! Et ils savent enfin où ils sont, grâce à la conjonction de travaux astronomiques et mathématiques, à la technique, qui a fourni les instruments nécessaires, et à la vocation pédagogique de quelques mathématiciens.

Et la vraie solution vint d'où on ne l'attendait pas... et mit bien du temps à se généraliser. Pierre Lévêque lui-même, malgré son admiration pour la méthode des distances lunaires, ne la présentait que comme un palliatif à l'absence d'horloge fiable et d'un prix abordable; il disait, alors que l'horloge existait déjà en 1779: *le grand prix des Montres Marines, la difficulté de s'en procurer, & le soin singulier que ces machines exigent, me font penser qu'il se passera encore bien du temps avant qu'elles deviennent d'un usage général dans la Navigation.*

Tournons à l'envers les aiguilles de l'horloge, malgré sa fragilité, pour survoler sa lente mise au point. En 1657, Huygens commercialise des horloges à pendule, mais, en mer, celles-ci se révèlent très peu fiables, et donc sans intérêt dans la détermination de la longitude. Il poursuit donc ses travaux et, en 1669, il réalise en mer une expérience avec une horloge à mouvement cycloïdal, mais le capitaine qui l'utilise atterrit au Cap Vert avec une erreur bien supérieure à ce que permettait la méthode des distances lunaires; et, pendant une

---

[21] Cette notion est définie ailleurs.

cinquantaine d'années, les difficultés paraissent insurmontables, y compris à des gens comme Newton et Leibniz.

Mais pas à John Harrison (1693-1776), obscur mécanicien du Yorkshire, fils de charpentier et passionné d'horlogerie, qui, dès sa jeunesse, s'amusait à construire des montres. Il travaille sur des horloges en bois, et réussit à mettre au point une méthode efficace de compensation des variations thermiques, ce qui est important, surtout en mer; l'ennui, c'est que cette "montre n°1", qui date de 1735, pèse 36 kg, ce qui est quand même beaucoup. Expérimentée par la Navy au cours d'un voyage vers Lisbonne, elle vaut quand même à son inventeur une récompense de 500 Livres à titre d'encouragement.

La "montre n°2" ressemble beaucoup à son aînée, mais la "n°3", est plus performante, grâce à un gros effort d'élimination des frottements. Harrison pensait avoir atteint une précision de 3 à 4 secondes par semaine, ce qui est remarquable; mais elle n'a pas été testée en mer. Enfin, dernier perfectionnement nécessaire, la taille: en 1760 sort le modèle "n°4", qui mesure 15 centimètres de diamètre; elle est testée vers les Antilles en 1761 puis 1764, et donne de bons résultats. Cook lui a fait la meilleure des publicités, et finalement, en 1772, - soit douze ans après l'invention -, c'est Harrison, un autodidacte isolé, et "bricoleur" méticuleux, qui reçoit la totalité du prix promis par le Bureau des Longitudes à qui résoudrait le problème, alors que tous les grands scientifiques étaient mobilisés depuis la fin du XVI^e^ siècle.

Il semble cependant que l'extrême originalité de la recherche d'Harrison, dénuée de principes généralisables[22], explique que les progrès ultérieurs n'aient pas été accomplis dans la voie qu'il avait inaugurée, mais dans d'autres directions. Quoi qu'il en soit, le problème de la longitude était résolu, même si la navigation astronomique et ses calculs devaient encore poser bien des problèmes aux marins, jusqu'à ce qu'il suffise maintenant d'appuyer sur un bouton pour avoir instantanément sa position avec un écart inférieur à cent mètres... et le sentiment de renoncer un peu aux charmes angoissants de l'Aventure.

La période considérée est assez vaste pour qu'on puisse, même sur des exemples limités, voir se dessiner une évolution dans les rapports entre l'empirisme et la science, et l'on peut constater que, si le premier ne désarme jamais complètement, il tend à reculer de plus en plus devant la seconde, ce qui n'a fait que s'accentuer depuis le XVIII^e^ siècle. L'empirisme est préalable à la science, et il est surtout

[22] Selon J. Randier, *L'instrument de marine*, Arthaud, 1978.

une nécessité ou un pis-aller quand rien de mieux n'est possible; mais le cas Harrison prouve aussi qu'il ne suffit pas toujours d'avoir en tête de grandes théories pour venir à bout d'un problème pratique, et la gravitation universelle n'a pas permis à Newton de réussir là où le savoir-faire d'Harrison a été efficace. Il est intéressant aussi, et un peu affligeant, de voir la réaction des scientifiques quand triomphent les "sans grade" là où eux ont échoué; car, ils ont rechigné, les savants, avant de couronner l'horloger du dimanche, et il en a fallu du temps de débats et de polémiques, avant de lui décerner un prix bien mérité. Mais comme Harrison n'était pas un scientifique, il n'a pas théorisé ses trouvailles, et, finalement, les scientifiques ont repris la main, ce qui permet d'émettre l'hypothèse que, si le plus parfait des bricolages peut aboutir à un résultat heureux, parfois, il n'ouvre pas les portes de l'avenir.

Il les ouvre même peut-être moins que des erreurs fructueuses, comme celle du Père Hoste sectionnant graphiquement un bateau pour expliquer qu'il flotte et suscitant par là même la recherche d'explications plus satisfaisantes.

Ce qui caractérise enfin les relations de la technique et de la science, au moins dans le domaine de la navigation, mais dans bien d'autres aussi sans doute, c'est l'incessant mouvement de va-et-vient de l'une à l'autre: on part de problèmes techniques, qu'on résout empiriquement comme on peut, mais toujours imparfaitement; et, pour peu que des nécessités économiques ou politiques s'en mêlent, les scientifiques sont appelés à la rescousse et cherchent, parfois longtemps, et finissent généralement par trouver la solution; puis on revient à la technique et même à ce qu'on pourrait appeler un bricolage des acquis de la science, qui sera utilisé pratiquement, sans que les utilisateurs aient besoin de la théorie sous-jacente, et c'est ce que Pierre Lévêque expliquait fort bien à propos des calculs de distance lunaire, mais on pourrait aussi en trouver une splendide illustration dans le domaine de la cartographie, qui a aussi mobilisé bien des grands esprits dans la période qui nous intéressait.

<u>Sources bibliographiques:</u>

J'ai consulté d'assez nombreux ouvrages d'histoire de la navigation, ainsi que divers cours de navigation astronomique destinés aux marins, mais j'ai surtout beaucoup emprunté à l'*Encyclopédie de la voile*, de M. Richey et F. Herbulot, parue en 1980 chez Larousse, ainsi qu'aux ouvrages cités en notes de bas de page.

Pour ceux que la question des instruments de marine (peu traitée ici) intéresse, je conseille deux beaux livres de J. Randier, *L'Antiquaire de Marine* (Editions maritimes et d'Outre-Mer, Paris, 1973) et *L'instrument de marine* (Arthaud, Paris, 1978).

96

MODÈLE D'UN CALCUL DE LONGITUDE.

Le 20 Octobre 1776, étant par 20° 29' 29" de Latitude Nord, & par 67° 30' de Longitude estimée Occidentale; (ce qui en temps donne 4 h. 30) à 2 h. 42' 20" sur la Montre, on a observé la Hauteur du bord inférieur du Soleil, de 39° 30' 18", ayant l'œil élevé de 18 pieds : après quoi, on a fait les Observations suivantes.

OBSERVATIONS.

	Temps à la Montre.	Dist. obs. des plus proches bords du Soleil & de la L.	Hauteurs obser. du bord inférieur du Soleil.	Hauteurs obser. du bord infér. de la Lune.
	4h. 2' 10"	94° 51' 25"	20° 26' 36"	32° 15' 30"
	4 17 16	95 3 18	17 19 6	34 55 30
	4 25 15	95 7 14	15 45 21	36 15 30
	4 30 15	95 3 51	14 41 53	37 10 30
Somme.	17 14 56	380 15 48	68 12 56	140 37 0
Dont le quart.	4h. 18' 44"	95° 3' 57"	17° 3' 14"	35° 9' 15"
	Heure moyenne.	Dist. moyenne.	Haut. moyenne.	Haut. moyenne.

CALCUL DE L'HEURE VRAIE, Comptée sur le Vaisseau.

CORRECTION DE LA HAUTEUR.

Hauteur observée du bord inférieur du Soleil.	39°	30'	18"
Inclinaison de l'Horison, pour 18 pieds, Soustractive.		4	21
Hauteur apparente du bord inférieur.	39	25	57
Réfraction Soustractive.		1	20
. . . .	39	24	37
Parallaxe Additive.			7
Hauteur vraie du bord inférieur.	39	24	44
Demi-Diamètre Additif.		16	8
Hauteur vraie du centre du Soleil.	39	40	52
Distance vraie du Soleil au Zénith.	50°	19'	8"

CALCUL DE LA DÉCLINAISON.

Différence Occidentale des Méridiens.	4h.	30'	0"
Temps Astronomique compté à bord.	2	42	20
Temps Astronomique compté au même instant à Paris.	7	12	20
Déclinaison du Soleil le 20 à Midi.	10°	39	16
Déclinaison du Soleil le 21 à Midi.	11	0	37
Variation en 24 heures.		21	21
Variation en 7 heures 12 minutes 20 secondes.		6	24
Déclinaison du Soleil le 20 à 7 h. 12 min. 20 sec.	10	45	40
Distance du Soleil au Pôle élevé.	100°	45'	40"

CALCUL DE L'ANGLE HORAIRE.

Distance du Soleil au Zénith.	50°	19'	8"		
Dist. du Soleil au Pôle élevé.	100	45	40	Comp. ar. Sin.	0.007705
Distance du Pôle au Zénith.	69	30	31	Comp. ar. Sin.	0.028388
Somme.	220	35	19		
Demi-somme.	110	17	39		
Dif. de la ½ som. à la dif. de l'Ast. au Pôle.	9	31	59	Logarit. Sin.	9.219104
Dif. de la ½ som. à la dif. du Pôle au Zén.	40	47	8	Logarit. Sin.	9.815006
Somme des 2 Logar. Sin. & des 2 Complem. Arithmétiques.					19.070203
½ Som. ou Log. Sin. de la moitié de l'Ang. Hor. 20 d. 3' 7".					9.535101
Angle Horaire en dégrés.	40 d.	6'	14"		
Angle Horaire en temps, ou heure de l'observation.	2h.	40'	25"		
Heure marquée par la Montre.	2	42	20		
Erreur de la Montre A.		1	55		
Heure de l'Observation de la distance.	4	18	44		
Heure vraie de cette Observation.	4	16	49		
Différence Occidentale des Méridiens.	4	30	0		
Heure comptée à Paris au même instant.	8h.	46'	49"		

Calcul du demi-Diamètre de la Lune.

Diam. hor. le 20 à midi.	31'	42
Diam. hor. le 21 à midi.	32	8
Changement en 24 heur.		26
Chang. en 9 h. 47 min.		11
Diam. hor. le 20 à 8 h. 47'.	31	53
Demi-Diamètre.	15	5
Aug. du ½-Diam p. 35°.		5
Vrai demi-Diamètre.	16'	5

Calcul de la Parallaxe Horisontale.

Paral. hor. le 20 à midi.	58'	2
Par. hor. le 20 à minuit.	58	25
Changement en 12 heur.		23
Changement en 8 h. 47 m.		17
Par. hor. le 20 à 8 h. 47 m.	58	20

Correction de la Hauteur observée du Soleil.

H. ob. du b. inf. du S.	17°	3'	14
Inclinaison Soustract.		4	21
Haut. ap. du b. inf.	16°	58	53
Demi-Diam. addit.		16	8
Haut. ap. du centre.	17	15	1
Parallaxe additive.			8
. . . .	17	15	9
Réfraction soustract.		3	20
Hauteur vraie.	17°	11'	49

Correction de la Hauteur observée de la Lune.

Haut. ob. du bord inf.	35°	9'	15
Inclinaison Soustract.		4	21
Haut. ap. du bord inf.	35	4	54
Demi-Diamètre add.		16	5
Haut. ap. du centre.	35	20	59
Correct. additive.		46	14
Hauteur vraie.	36°	7'	13

Correction de la distance observée des plus proches bords du Soleil & de la Lune.

Dist. observ. des plus proches bords du Sol. & de la Lune.	95°	3'	57
½-Diamètre du Sol.		16	8
½-Diam. de la Lune.		16	5
Dist. ap. des centres.	95°	36'	10

RÉDUCTION DE LA DISTANCE APPARENTE A LA DISTANCE VRAIE.

Méthode de M. le Chevalier DE BORDA.

Distance apparente de la Lune au Soleil.	95°	36'	10				
Hauteur apparente de la Lune.	35	20	59	Comp. arith. du Cosinus.	0,088504		
Hauteur apparente du Soleil.	17	15	1	Comp. arith. du Cosinus.	0,019988		
Somme.	148	12	10				
Demi-Somme.	74	6	5	Logarithme du Cosinus.	9,437649		
Différence de la demi-Somme à la Distance apparente.	21	30	5	Logarithme du Cosinus.	9,968674		
Hauteur vraie de la Lune.	36	7	13	Logarithme du Cosinus.	9,907294		
Hauteur vraie du Soleil.	17	11	49	Logarithme du Cosinus.	9,980137		
Somme des Hauteurs vraies.	53	19	2	Somme des six Logarith.	39,402246		
Demi-Somme des Hauteurs vraies.	26	39	31	Demi-Somme.	19,701123		
Soustrayez de cette demi-somme le Logarithme du Cosinus de la demi-Somme des Hauteurs vraies.					9,951189	*Idem.*	9,951189
Reste le Logarithme du Sinus de	34°	12'	43		9,749934	dont le Logarith. du Cosinus est	9,917487
La Somme de ces deux derniers Logarithmes est le Sinus de	47°	39'	3"				9,868676
dont le double est la Distance vraie ou corrigée.	95°	18'	6"				

CONCLUSION DE LA LONGITUDE.

Distance vraie ou corrigée.	95°	18'	6	Différence de Distance 1° 20' 30". Son Logarithme proportionnel. 3495
Distance de la Lune au Soleil, à 6 h. 9' 16".	93	57	36	Variat. de Dist. en 3 h. 1° 34' 35" Son Logarithme proportionnel. 2795
Distance de la Lune au Soleil, à 9 h. 9' 16".	95	32	11	
Différence des Logarithmes proportionnels qui répond à	2h.	33'	12",	qui ajouté à 6 h. 9' 16", donnent 8 h. 42' 28". 700
Temps vrai compté à Paris.	8	42	28	
Temps vrai compté sur le Vaisseau.	4	16	49	
Différence Occidentale des Méridiens en temps.	4h.	25'	39",	qui en dégrés donnent 66° 24' 15" pour la Longitude Occidentale cherchée.

Chapitre 6

LA TARDIVE EMERGENCE DU CALCUL DES PROBABILITES AU XVII^e SIECLE

Monique Lelouard

On jouait beaucoup au XVI^e siècle, aux cartes, aux dés..., dans tous les milieux. Mais ce phénomène de société n'était pas nouveau. Le matériel des fouilles archéologiques atteste l'usage d'astragales dans des jeux de hasard en Egypte, dès la première dynastie (3500 av.J.C.), puis en Grèce. A une date difficile à déterminer, les dés sont apparus, mais on estime que la pratique des jeux de dés devint commune à partir de la dynastie des Ptolémées (300 av.J.C.). Les cartes ont été introduites en Europe au milieu du XIV^e siècle et ont très vite suscité la même passion pour le jeu. Depuis l'époque romaine, une longue série de sermons et d'édits montre les efforts de l'Eglise et de l'Etat pour tenter, en vain, de la maîtriser ainsi que les maux qui l'accompagent.

Dans de telles circonstances, des fréquences, des moyennes empiriques, ou du moins des recherches dans ce sens auraient dû apparaître très tôt. Or, jusqu'au XV^e siècle on en trouve peu de traces. D'autre part, si le calcul des probabilités prend bien naissance au XVII^e siècle dans un contexte juridique et commercial pressant, les premiers traités qui tentent d'évaluer les chances sont entièrement consacrés aux jeux de hasard.

Quels obstacles ont donc pu détourner les joueurs de l'évaluation des risques, des chances, voire de stratégies pour mieux jouer et gagner plus sûrement ? Pourquoi les élites, souvent joueuses elles aussi, se sont-elles intéressées si tardivement à ces problèmes ? Quels facteurs ont enfin contribué à l'émergence du calcul des probabilités au XVII^e siècle ?

1 - LES JEUX DE HASARD : APPELS ET FREINS A LA COMBINATOIRE ET AU CALCUL DES PROBABILITES

Curieusement, les premiers dénombrements sur les jeux de hasard n'apparaissent pas dans des ouvrages de mathématiques. Sans doute conscient de l'impossibilité de réfréner la passion pour les jeux de dés, un évêque de Cambray, Wibold, invente vers 980 la très cléricale version suivante : un moine jette un dé trois fois (ou jette trois dés), le résultat est associé à une vertu que le moine pratique pendant 24 heures. Wibold dénombre exactement 56 résultats possibles si on ne tient pas compte de l'ordre (et 56 vertus !). C'est, selon M.G.Kendall, la première référence à ce calcul exact. Il cite également plusieurs poèmes en anglais, probablement du XV^{e} siècle, donnant des interprétations des jets de trois dés. Le plus connu est *The chance of the Dyse.* Il contient une strophe pour chacun des 56 résultats. Ces poèmes étaient sans doute utilisés pour dire la bonne aventure : on jetait les dés pour choisir une strophe. Par exemple, avec un autre poème, si on obtient 6, 5 et 3, on lit la strophe suivante :

Thou that has six, five and three
Thy desire to thy purpose may brought be (...)
Keep thee from villainy day and night.[1]

Le premier dénombrement correct des résultats possibles avec trois dés, en tenant compte de l'ordre, apparaît dans un poème latin *De Vetula*, longtemps attribué à Ovide. Enfin, M.G.Kendall signale encore, dans un commentaire de 1477 du sixième chant du Purgatoire de Dante, des allusions à la symétrie du dé et aux fréquences d'apparition des différents points qui montrent que des bases de calculs de chances étaient posées à la fin du XV^{e} siècle .

Cependant, il faut attendre 1526, date présumée de l'ouvrage de Cardan, *De ludo aleae,* pour voir apparaître le premier calcul de probabilités. Le manuscrit fut retrouvé dans ses papiers après sa mort. Il se présente souvent sous forme de notes qui ne semblent pas avoir été révisées, restructurées. On y trouve des résolutions différentes d'un même problème sans que les résultats faux soient franchement rejetés. Cardan raisonne d'abord par approximation se fiant aux résultats que sa grande pratique des jeux ne contredit pas. Sa notion de "possibilité" est d'abord confuse car il aborde des problèmes qui supposent déjà un choix de combinaisons évitant la répétition de plusieurs d'entre elles. Cardan utilise notamment une méthode très particulière que Oystein Ore appelle "le raisonnement sur la moyenne". Avec un dé, en moyenne, en six jets, chaque face arrive une fois; le *circuit,* c'est-à-dire les six possibilités, est complété en six jets. La chance d'apparaître d'une face en un jet serait donc de 1/6. En deux jets en moyenne, une face apparaît au moins une fois dans 12 cas sur 36 car on a une chance égale à $2\text{x}\frac{1}{6}$ soit $\frac{12}{36}$, au lieu de $\frac{11}{36}$, mais Cardan compte deux fois (1,1) ou (2,2)..). En trois jets en moyenne une face apparaît au moins une fois

[1] "Toi qui as six, cinq et trois
Ton désir à ton but peut être amené (...)
Garde-toi de la vilénie jour et nuit.

sur 216 car on a une chance égale à $3x\frac{1}{6}$ soit $\frac{108}{216}$ au lieu de $\frac{91}{216}$. Pour un petit nombre d'épreuves, et des probabilités relativement petites, l'approximation n'est pas mauvaise, mais pour plus de six jets la probabilité est supérieure à 1 ! Cardan a dû s'en rendre compte; il rectifie plus loin et donne le résultat correct pour trois dés.

Bien que cet ouvrage n'ait été publié qu'en 1663, il est vraisemblable que ses idées ont circulé en Italie. En effet dans *Sopra le Scoperte dei Dadi*, Galilée, vers 1640, entre directement dans ces problèmes de dés, considérant les calculs connus. Il reprend un problème abordé par Cardan [2]: trois dés sont jetés, 9 et 10 peuvent être obtenus d'autant de manières, cependant *il est connu que les longues observations ont amené les joueurs de dés à considérer 10 plus avantageux que 9.* Après avoir donné un total de 216 possibilités avec trois dés, Galilée donne une table du nombre des possibilités pour un total de 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4 ou 3 notant que les totaux de 11 à 18 sont symétriques de ceux-ci. Ainsi le nombre de possibilités est de 27 pour 10 et de 25 pour 9. Il faut jouer longtemps pour détecter empiriquement une différence de $\frac{1}{108}$ entre les probabilités de 10 et de 9 ! Galilée ne continua pas dans cette voie. Considéra-t-il le problème de peu d'intérêt ? Ce travail ne fut publié qu'en 1718, mais là encore, il ne semble pas étranger aux mathématiciens français du XVII^{e} siècle comme en témoigne la correspondance de Pascal et de Fermat.

On est encore bien loin de l'analyse combinatoire ou d'une théorie des probabilités. Les résultats sont isolés, se réfèrent encore à des contextes magico-religieux (philosophie occulte, questions de miracles, carrés magiques, thématique du hasard). Pourquoi le calcul des probabilités fut-il si long à émerger ?

Les Grecs, les Arabes, les premiers mathématiciens médiévaux étaient bien capables des généralisations nécessaires, possèdaient l'arithmétique de base des premiers calculs. On l'a vu, la partition de résultats simples était réalisée dès le X^{e} siècle. L'absence de notation n'a guère d'influence sur les premiers calculs.

Certes, les quatre faces de l'astragale ne sont pas équiprobables et ces probabilités varient d'un astragale à l'autre. Les premiers dés communément utilisés étaient imparfaits, les Romains semblaient même avoir des dés truqués. Tout cela ne contribuait pas à faire apparaître une stabilité des fréquences et à faire naître l'idée de probabilité. Cependant, certains dés qui nous sont parvenus étaient bien faits; certains donnent même l'impression que des irrégularités ont été compensées. Mais faire des dés aussi parfaits que possible, évaluer, par exemple, le nombre de coups nécessaires pour obtenir un résultat avec une chance suffisante, étaient-elles vraiment les préoccupations majeures des joueurs ? N'est-ce pas plutôt dans l'utilisation des dés, puis des cartes, dans la mentalité des joueurs, dans le

---

[2] On reconnaîtra le problème dit du Chevalier de Méré que Galilée pose avec 9 et 10.

rôle de l'Eglise et de l'Etat à l'égard des jeux de hasard qu'il faut chercher des explications plus convaincantes ?

En effet, les lancers de dés, les tirages de cartes ont toujours été utilisés pour la divination, pour consulter les dieux directement, puis pour dire la bonne aventure. Dans ces conditions, toute tentative pour prévoir les résultats, pour rechercher des lois du hasard, est une attitude impie susceptible d'attirer la malchance. Et la superstition des joueurs est attestée de tous temps par de nombreux auteurs. Le mystère, le rituel de la cérémonie engendrent plus la crainte que la réflexion critique. Mais M.G.Kendall et E.Coumet soulignent des aspects plus fondamentaux du rôle de la religion.

Dans les mondes grecs et romains, dieux et déesses avaient de l'influence sur le cours des évènements et pouvaient interférer avec le jet de dés, mais ils étaient seulement des êtres supérieurs ayant des pouvoirs surhumains, non des entités omnipotentes qui auraient tout contrôlé. La situation changea radicalement avec le christianisme. Pour les premiers Pères de l'Eglise, le doigt de Dieu était partout. Quelques causes étaient explicitées, d'autres étaient cachées, mais rien n'arrivait sans cause. Rien n'était aléatoire, comme l'explique saint Augustin : *Nos eas causas quae dicuntur fortuitae (unde etiam fortuna nomen accepit) non dicimus nullas sed latentes; easque tribuimus vel veri Dei, vel quorumlibet spirituum voluntati.*[3] Ce point de vue prévalait encore au Moyen-Age. Selon Thomas d'Aquin, tout est sujet à la providence de Dieu. Il a une vue aristotélicienne des causes primaires et secondaires. Si quelque chose semble être dû à la chance, c'est le fait de notre ignorance, non de la nature des choses. Idée reprise par Spinoza (1677), d'Alembert (1750),...

Certes, Thomas d'Aquin parle de "probabilitas", mais il considère là une qualité qui donne naissance à une opinion, qualité qui a des degrés, et non un prolongement de fréquences. Avant la Réforme, le sentiment que chaque événement, aussi trivial qu'il soit, était le fruit de la Divine Providence, a pu être un sérieux obstacle au développement du calcul des chances. Il semble qu'il ait fallu à l'humanité plusieurs siècles pour s'habituer à l'idée d'un monde dans lequel quelques événements n'ont pas de cause, ou, du moins, ont une cause si lointaine qu'ils peuvent être représentés par un modèle non causal. Par ailleurs, il était admis que les livres saints attestent de très nombreux cas où Dieu avait exprimé sa volonté par le sort. En cas de nécessité, il était donc permis d'implorer le jugement de Dieu par cette voie . Mais en dehors des cas autorisés, c'était un péché grave. Les jeux de hasard étaient donc violemment condamnés, ils "profanaient le sort". Il n'est pas inintéressant de noter ici que les premiers auteurs sur le calcul des probabilités ont subi des persécutions de

---

[3] "Ces causes que l'on dit fortuites - d'où même le nom de fortune qu'on leur donne - nous ne les disons pas inexistantes, mais cachées; et nous les attribuons soit au Dieu de vérité, soit à la volonté de quelconques puissances spirituelles."

l'église catholique : Cardan, Galilée, la famille Bernoulli d'Anvers contrainte à l'exil en Suisse par la persécution espagnole, De Moivre exilé en Angleterre après la révocation de l'édit de Nantes. Pour qu'on puisse spéculer sur les jeux de hasard, il fallut donc qu'ils quittent le domaine du sacré pour celui des simples activités humaines.

2 - LES JEUX DE HASARD : OBJETS APPARENTS DE LA COMBINATOIRE ET DU CALCUL DES PROBABILITES NAISSANTS

Le passage se fit quand on dissocia les "sorts diviseurs" (selon Thomas d'Aquin : ceux auxquels on a recours pour décider à qui doit revenir une chose, un honneur) des autres sorts (consultatifs, divinatoires) et qu'on parvint à y rattacher les jeux de hasard. Thomas d'Aquin avait déjà signalé que lorsqu'on pratique les sorts diviseurs, ce n'est pas de Dieu qu'on attend le résultat, mais du hasard. Il ne les condamnait pas et, s'appuyant sur un passage de *De doctrina christiana* de saint Augustin, les casuistes considérèrent qu'en certaines circonstances, recourir au sort, c'est le moyen le plus naturel de faire un partage et c'est exercer la justice. Les sorts diviseurs devinrent donc des fondements pour des conventions équitables quand il fut admis d'exposer un bien au hasard. C'est dans ce contexte théologique et dans le contexte juridique décrit dans le chapitre suivant que se règle le fameux problème des partis qu'on trouve dans plusieurs ouvrages, de la *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* de Luca Pacioli, publiée en 1494, à la correspondance entre Pascal et Fermat de 1654 :

Deux joueurs sont en présence. A chaque manche du jeu est attribué un certain nombre de points. Le jeu est gagné quand un nombre de points fixé est atteint. Or, il arrive que, pour quelque raison accidentelle, le jeu ne puisse s'achever. Comment partager la mise entre les deux joueurs ?

Pacioli proposait un partage proportionnel aux nombres de manches gagnées. Tartaglia en fit la critique en 1556 en considérant toutefois qu'une telle question est plus d'ordre judiciaire que rationnel, et qu'on y trouverait toujours sujet à litiges. Cardan proposa également une solution. Tout en ne justifiant pas cette solution, encore inexacte, il franchit une étape décisive en introduisant le principe suivant : *si, la division une fois faite, le jeu recommençait à nouveau, les parties en présence devraient miser la même somme que celle qu'elles ont reçue à condition de s'arrêter de jouer.* (Il s'agit de la somme avec laquelle on rachèterait sa place si on reprenait le jeu dans des conditions équitables). Cardan est le premier à prendre en compte l'avenir du jeu, ce qui manque pour gagner, et le risque à poursuivre le jeu en position favorable.

C'est de ce point de vue que se placèrent Pascal et Fermat (on ne sait pas s'ils connaissaient les tentatives de leurs prédécesseurs). La méthode de Fermat, intitulée par Pascal "méthode des combinaisons", fait un inventaire complet de toutes les possibilités sur toute la suite du jeu, y compris les parties fictives (ce qui fut critiqué par Roberval). Pascal propose deux solutions : la première utilise le triangle arithmétique, la deuxième fonctionne à rebours : Pascal détermine le nombre maximal de parties, *n*, nécessaires pour l'achèvement du jeu et raisonne ainsi : si le jeu était interrompu à la $(n-1)^e$ partie, sans gagnant, la mise serait partagée en deux parties égales. Si le jeu était interrompu à la $(n-2)^e$ partie, en jouant la $(n-1)^e$, on aurait deux cas possibles. Pascal détermine les gains et les chances correspondants, puis la partie minimale de la mise assurée à l'un des joueurs, le complément est partagé proportionnellement aux chances...et ainsi de suite[4].

Pascal comme Fermat s'attachèrent plus à déterminer des gains que des chances. La méthode de Fermat suggère plutôt la notion de probabilité conçue comme le quotient entre les cas favorables et les cas possibles. Celle de Pascal suggère davantage l'idée d'espérance de gain. Outre ses études sur le triangle arithmétique, le travail de Pascal sur la formalisation de situations combinatoires (tableaux de possibilités en particulier) n'a pas débouché sur la création de concepts. Ce qui a intéréssé Pascal dans l'utilisation de la combinatoire, c'est surtout la méthode, le système théorique qu'elle permet de dégager : organisation du savoir, disposition systématique des résultats à partir des points de départs reconnus, variations systématiques des énonciations d'une notion, des places des énoncés dans le texte et le contexte. Dans cette perspective, le système qui n'était chez Pascal qu'horizon des recherches devient avec Leibniz méthode formelle de recherche.

Après son passage à Paris en 1655 où il rencontre Roberval, Huygens reprend l'oeuvre de Pascal dans son traité *Du calcul dans les jeux de hasard* (1656-1657). Sa grande innovation est de tenter de quantifier la notion de chance, de donner une valeur à une entité irréelle, sans unité, inexacte et incertaine. Le traité commence par : *Quoique dans les jeux de hasard pur les résultats soient incertains, la chance qu'un joueur a de gagner ou de perdre a cependant une valeur déterminée.* Puis Huygens précise : *Je pars de l'hypothèse que dans un jeu la chance qu'on a de gagner quelque chose a une valeur telle que si l'on possède cette valeur on peut se procurer la même chance par un jeu équitable.* Exemple : *Si quelqu'un cache à mon insu trois écus dans une main et sept dans l'autre, et me donne à choisir entre les deux mains, je dis que cette offre a pour moi la même valeur que si j'étais certain d'obtenir cinq écus.* Suit la proposition I : *Avoir des chances égales d'obtenir a ou b me vaut* $\dfrac{(a+b)}{2}$ démontrée ainsi : *Appelons x la valeur de ma chance (...) si je joue x contre une autre personne dont l'enjeu est également x (...) que celui qui gagne*

---

[4] Cf.Coumet et Cléro.

donne a *à celui qui perd (...) j'ai une chance égale d'avoir* a *en perdant, ou* $2x-a=b$ *en gagnant (...) La valeur de ma chance* $x=\dfrac{(a+b)}{2}$.

On voit que chance et mise se poursuivent en cercle. x est bien sûr une espérance de gain. Les *chances égales d'avoir* a *ou* b, d'après ce qui suit sont plutôt des cas favorables égaux que des probabilités égales. Dans les problèmes qui suivent[5] il s'agit surtout de comparer de telles chances, de chercher pour quel nombre de coups les chances de deux joueurs deviennent égales. Huygens n'utilise la combinatoire ni dans les calculs, ni dans les raisonnements.

Les premiers traités sur les combinaisons ont été réalisés sensiblement à la même époque par Pierre Raymond de Montmort et Jacques Bernoulli. Le premier publié est celui de Montmort : première partie de son *Essay d'analyse sur les jeux de hazard* (1708). Dans la deuxième partie consacrée à des problèmes sur les jeux de hasard, il donne la définition suivante :

Le sort de Pierre est le rapport de tous les coups qui lui sont favorables au nombre de tous les coups possibles. Un peu plus loin, il précise *dans une gageure égale les mises des deux joueurs doivent avoir le même rapport que les divers degrés de probabilité ou d'espérance que chacun des joueurs a de gagner.* Dans une proposition suivante *on demande quel est le sort ou l'espérance de Pierre...*

On le voit, le vocabulaire est encore hésitant : espérance, sort, probabilité semblent recouvrir la même notion. Cependant, il n'est pas certain que probabilité assorti de degrés ici se réfère à la quantification de la chance. C'est peut-être encore le sens philosophique qui exprime les degrés d'une opinion.

Néanmoins, si les problèmes envisagés ne portent pas tous sur le calcul du sort (il compare aussi les "avantages" et les "désavantages" des joueurs), le calcul des probabilités au sens où nous l'entendons maintenant est bien dégagé. Il s'appuie, comme Montmort le souligne nettement, sur les théorèmes du traité des combinaisons ou bien , si c'est nécessaire, sur l'analyse, (y compris les théories les plus nouvelles comme celle des séries). Dans une longue et riche préface, Montmort précise clairement ses objectifs et le rôle des jeux :

Quelle gloire serait-ce pour cette science (la géométrie) *si elle pouvait encore servir à régler les jugements et la conduite des hommes dans la pratique des choses de la vie! (...) J'ai donc cru qu'il serait utile, non seulement aux joueurs, mais aux hommes en général, de savoir que le hasard a des règles qui peuvent être connues, et que faute de connaître ces règles ils font tous les jours des fautes, dont les suites fâcheuses leur doivent*

[5] Cf. dernier chapitre.

être imputées avec plus de raison qu'au destin qu'ils accusent (...) Nous pouvons toujours dans les jeux de hasard et souvent dans les autres choses de la vie, connaître avec exactitude de combien il est plus probable que certaine chose arrivera de telle façon plutôt que de telle autre ! Et puisque ce sont là les bornes de nos connaissances, nous devons au moins tâcher d'y atteindre (...) qu'au défaut de l'évidence, nous devons chercher la vraisemblance pour nous approcher de la vérité; mais (...) il y a des vraisemblances plus grandes et plus petites à l'infini, et l'esprit, pour être bon juge, en doit distinguer tous les degrés (...) On a voulu donner dans cet Ouvrage un essai de ce nouvel art (...) On n'a employé jusqu'ici l'Algèbre et l'Analyse qu'à découvrir des rapports constants et immuables entre des nombres et des figures, on s'en sert ici pour découvrir des rapports de probabilité entre des choses incertaines et qui n'ont rien de fixe, ce qui semble fort opposé à l'esprit de la Géométrie, et en quelque façon hors de ses règles (...) Quoique dans ce traité j'aye beaucoup plus en vue le plaisir des géomètres que l'utilité des joueurs, et que selon nous ceux qui perdent leur temps au jeu méritent bien d'y perdre leur argent, je n'ai point négligé (...) de faire remarquer de quelle manière il faudrait réformer les jeux pour les rendre parfaitement égaux (...) Les géomètres y trouveront toute la généralité qu'ils pourront souhaiter (...) pas moins de difficulté que dans les plus difficiles problèmes de calcul intégral (...) Ces questions (...), si elles supposent moins de connaissances en géométrie, demandent peut-être plus d'adresse, et certainement, beaucoup plus d'exactitude et de circonspection...

Puis, se référant aux travaux de Bernoulli, Montmort détermine les conditions d'application aux *choses qui regardent la morale... la vie civile, le jugement.* Pas plus que Pascal, Montmort n'a pour véritable objectif les résolutions de tous ces problèmes de jeux. Il s'agit bien plus de supports pour construire un *nouvel art*, une branche des mathématiques à part entière utilisant pleinement les précédentes y compris dans leurs créations les plus récentes.

Quelques années plus tard (1713), l'*Ars conjectandi* de Jacques Bernoulli est enfin publié par sa famille. Ce monument comporte une reprise critique des travaux de Huygens, une doctrine systématique des permutations et des combinaisons, des applications aux problèmes de jeux mais aussi aux questions sociales, et, surtout, culmine vers la célèbre loi des grands nombres. La notion de probabilité est là pleinement dégagée, et Bernoulli montre que le seul objet véritable du système des possibles est l'infini, car ce n'est qu'à son niveau que la différence entre possible et réel tend vers zéro.

Pour que se développe l'analyse combinatoire, il a fallu une profonde modification de la logique aristotélicienne qui n'accepte comme objets que sujets et prédicats, et une profonde mutation mentale pour accepter de mathématiser les jeux de hasard. Ceux-ci ont joué pendant des siècles un rôle d'appel mais aussi de frein à cause de leur utilisation magico-religieuse, des interdits de l'Eglise et de l'Etat, mais aussi parce qu'on ne joue pas pour recevoir un gain équitable selon une répartition satisfaisant la loi des grands nombres, mais dans l'esprit de gagner bien davantage et pour le plaisir de tenter le sort. Les premiers problèmes célèbres (problème du Chevalier de Méré, du Grand Duc de Toscane, des partis, de d'Alembert...) n'étaient pas encore des problèmes de mathématiques. Il fallait parfois envisager des expériences fictives. Ainsi les possibilités désignaient tantôt des cas, tantôt des associations de cas, tantôt des situations envisageables, tantôt des situations irréelles. A la fin de la Renaissance et au XVII^e^ siècle, les mentalités évoluent sous la pression d'autres appels d'ordre économique et juridique, toujours extérieurs aux mathématiques. Mais la notion de chance et la notion de probabilité en tant que quantification de la chance et non plus en tant que degré d'opinion sont difficiles à conceptualiser. L'idée de vérifier ses chances sur un grand nombre d'essais suppose déjà au moins une idée de la loi de Bernoulli sur la jonction à l'infini entre fréquence et probabilité. D'appels et de freins, les jeux de hasard deviennent les objets apparents du calcul des probabilités naissant. Quand la théorie sera constituée, ils deviendront une application parmi d'autres, ou, comme nous les utilisons dans notre enseignement, des exemples types permettant de concrétiser, de manipuler, d'assimiler les concepts. Mais ceci est une autre étape de notre histoire.

Sources bibliographiques :

Bernoulli Jacques, *Ars conjectandi*, trad. de Norbert Meusnier (Paris VIII), I.R.E.M. de Rouen.

Cardono Gerolamo, *Liber de ludo aleae*, in *The book on games of chance*, trad. de Sydney Henry Gould, notes de Oystein Ore.

Cléro Jean-Pierre, *Pascal et les probabilités*, Cahiers pédagogiques de philosophie et d'histoire des mathématiques, C.R.D.P. et I.R.E.M. de Rouen, 1993.

Coumet Ernest, "La théorie du hasard est-elle née par hasard ?", *Annales : Economie, société, civilisation*, 1970 - 3.

Coumet Ernest, *Le problème des partis avant Pascal*, Activités internationales d'histoire des sciences, Juillet 1965.

David F.N., *Dicing and gaming* (a note on the history of probability).

Hacking Ian, *The emergence of probability*, Cambridge university press, 1975.

Huygens, *Du calcul dans les jeux de hasard*, 1656-1657, Oeuvres complètes, Nyhoff, La Haye, 1888-1950.

Kendall M.G., *A note on playing cards, the book of fate, the beginnings of a probability calculus,* in Studies in the history of statistics and probability. Vol.1 et Vol.2, Charles Griffin and Coltd, London, 1970-1977.

Montmort (Pierre Raymond de), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard,* Jacque Quillan Imprimeur-Juré, Libraire de l'Université, rue Galande, Paris, 1713,

Pierre Raymond, *De la combinatoire aux Probabilités*, Librairie F.Maspéro, Paris, 1975.

Chapitre 7

LE CONTEXTE JURIDIQUE ET COMMERCIAL DE L'APPARITION DU CALCUL DES PROBABILITES[1]

Jean-Marie Nicolle

LE COMMERCE ET LE JEU

L'acte de naissance du calcul des probabilités est la résolution du problème des partis par B.Pascal et P.Fermat; avant 1654, les outils algébriques permettant cette naissance existaient bien, mais un obstacle conceptuel s'y opposait : on ne pouvait pas imaginer un calcul du hasard. Ainsi, L.Pacioli, N.Tartaglia, L.Forestani s'attaquent au problème des partis en le considérant comme un problème de partage de propriété acquise. Cardan, joueur invétéré, approche la solution en raisonnant sur le risque, mais c'est B.Pascal qui franchit le pas en *joignant la rigueur des démonstrations de la science à l'incertitude du hasard*, en fondant une "Géométrie du hasard". L'objet de cet article est de montrer le contexte juridique et commercial de cette aventure intellectuelle.

Le développement du commerce à la fin du Moyen-Age et à la Renaissance peut se comprendre en partie par la passion du jeu. Au XVI^{e} siècle, on joue beaucoup aux cartes et aux dés, notamment dans le milieu des marchands. L'esprit de jeu envahit les termes des contrats commerciaux, qui comportent parfois des paris sur des

[1] Nous discutons ici de la *notion* de probabilité et non du *mot* qui existait déjà à cette époque, mais dans un tout autre sens qu'aujourd'hui. Dans *La logique ou l'art de penser* (1662), Arnauld et Nicole en donnent la définition suivante : *...parce que nous manquons souvent de lumière pour reconnaître le vrai et le faux, outre les propositions qui nous paraissent vraies, et celles qui nous paraissent certainement fausses, il y en a qui nous semblent vraies; mais dont la vérité ne nous est pas si évidente que nous n'ayons quelque appréhension qu'elles ne soient fausses; ou bien qui nous semblent fausses; mais de la fausseté desquelles nous ne nous tenons pas assurés. Ce sont les propositions qu'on appelle probables.* (Seconde partie, chapitre III). Au XVII^{e} siècle, le probable se rapporte à une incertitude due aux limites des connaissances du sujet, et non à la valeur de vérité d'une proposition portant sur un événement futur.

événements fortuits : la marchandise reçue sera gratuite si tel château assiégé tombe avant telle date.

Le commerce est vécu comme une entreprise risquée, une véritable aventure. Au XVI^e siècle, les exportateurs de draps anglais s'appellent les "Merchants Adventurers". Les souscripteurs de l'East India Company fondée en 1600 se nomment "Adventurers" et reçoivent en reçus des "bills of adventure". Les contrats de commerce maritime portent des appellations comme "la grosse aventure" ou "la fortune de mer". Tous ces termes font ressortir la composante majeure du métier de marchand : le risque.

Pour atténuer ce risque et rassurer les moins aventuriers des marchands, l'idée d'assurance (*securitas*) est apparue dès le XVI^e siècle en Italie. Mais les contrats sont encore marqués par l'esprit de jeu. Ainsi l'assurance "par forme de gageure" propose que la marchandise perdue soit remboursée s'il pleut le jour de l'arrivée du navire, ou si la reine accouche d'une fille, ou bien encore si le pape n'est pas mort, etc...

Au XVII^e siècle, l'exigence de rationalité qui s'applique à toutes les activités atteint le milieu des affaires. Le juridique va organiser le commercial. Nous allons voir deux cas:

- les assurances maritimes;
- les associations commerciales;

1 - Les assurances maritimes :

Les assurances maritimes ont été mises en place d'abord par les commerçants eux-mêmes. L'assurance est une affaire commerciale comme une autre, qui peut rapporter des bénéfices. C'est pourquoi on y trouve le même esprit de pari, l'extrême diversité des contrats, les abus et les contentieux habituels. L'exemple de la Lloyd's est caractéristique. Vers 1670, Edward Lloyd ouvre à Londres un café fréquenté par les armateurs, les marins et les chargeurs. Il a l'idée d'accrocher des informations maritimes sur un fil de fer fixé au tuyau de son poêle. Très vite, on se met à parier sur l'issue de tel ou tel voyage particulièrement risqué. Lloyd passe alors du pari à l'assurance : il organise un réseau de correspondants pour éditer trois fois par semaine un journal, le "Lloyd's news" sur les informations commerciales. Puis il associe 79 consommateurs, versant chacun 100 livres, pour créer sa compagnie.

En France, les assureurs s'efforcent de règlementer eux-mêmes leurs activités, de règler les contentieux par une juridiction consulaire, pour échapper aux tribunaux royaux.

Un marchand espagnol installé à Rouen, Antoine Massias, rédige une sorte de manuel pour les assureurs, qui fera autorité : *Le guidon, stile et usance des marchands qui mettent à la mer.* (1607). Toutes les dispositions de ce "guidon" seront converties en loi par une ordonnance de Louis XIV en Août 1681. Le principe fondamental en est que l'assurance est un contrat de bonne foi, reposant sur la confiance entre l'assureur et l'assuré. C'est une affaire strictement commerciale et il faut en écarter toutes les subtilités du droit. Dans son guidon, Massias refuse la gageure et la spéculation sur la marchandise. Selon lui, l'assureur vend une protection contre les risques dus à des événements fortuits, mais doit rester étranger à l'affaire qu'il assure.

L'extrait suivant qui porte sur le problème du temps, va nous montrer pourquoi, à cette époque, on ne pouvait pas penser la notion de probabilité :

L'ASSURANCE N'A POINT DE TEMPS LIMITE :

Les Modernes ont trouvé de nouveau une sorte d'assurance temporelle, qu'ils pratiquent principalement aux voyages du long cours. Les assureurs se font payer la prime ou le prix à tant pour cent par mois, laquelle prime ils reçoivent au comptant et par avance pour huit, dix, douze, quinze ou dix-huit mois, suivant la longueur du voyage. Que si le Navire périclite ou périt après le terme des mois payés échus, et que l'assuré ait discontinué de payer semblable prime par avance pour les mois suivants pendant lesquels l'encombrement survient, de là les assureurs ressortent quittes et profitent des primes qu'ils ont reçues, et l'assuré supporte toute la perte, tant des primes payées, que du Navire ou de l'entière expédition, nec infortunio naufragi liberatur, comme disent les Empereurs en la loi dernière C.Nautico Foenore.

Ce que d'abord paraît passable et civil aux uns comme tenant nature de la pécune trajectisse Glossa ad legem nihil interest D.Nautico Foenore, qui est conforme aux négociations du temps courant, entr'autres fort semblable à la Paulette ou Droit annuel que les Officiers payent au commencement de chaque année pour assurer en leur maison les Offices desquels ils sont pourvus à temps et pendant le cours de l'année pour laquelle ils ont payé le dit droit annuel ou Paulette, ce qui est une sorte d'assurance à temps limité.

Semble aux autres que telle assurance temporelle règlée, et faite à renouveler par mois est juive tortionnaire au pair de l'usure laquelle s'exige de la sorte, que c'est venale tempus et non periculi praetium aut emptio suivant la définition des assurances approuvées. Que l'effet d'icelle est attaché au temps, non au voyage ou à l'expédition, ce n'est pas le temps qui doit entrer en ce commerce, mais seulement le péril et la prime, qui est le prix d'icelui qu'il serait plus décent et conforme à la bonne foi de convenir de la prime à un seul prix (sans pacte commissoire) pour tout le voyage proposé, eu égard au *cours commun et au temps que l'on doit régulièrement employer à faire le voyage, sauf aux parties de pouvoir donner terme pour le payement de la prime, comme il se pratique à Rome; vu que l'ignorance ou l'inadvertance du Pilote, quelque petite erreur, ou autre bien léger empêchement peuvent surseoir ou retarder plus longuement qu'ils ne font le voyage, comme il est dit ci-après au titre Des Délais, article 12. en sorte que les primes payées excèderaient et pourraient monter plus haut que tout le provenu de l'expédition, qui serait le plus grand et le plus ruineux danger. Et au bout que ne pouvant l'assurer, désigner ou vérifier précisément le mois et le jour pendant lequel le navire a fait naufrage ou que les avaries et les empirances sont faites, l'incertitude causera de grandes questions, des gros procès, des enquêtes, des parjures, voire des injustices effectives sur le doute de la limitation du jour et du mois que l'accident est arrivé, ce qui est véritablement usuraire et juif.*

Sur quoi les Théologiens prescrivent une règle ou maxime bien considérable, savoir, que la distance des lieux fait approuver en justice et en conscience toutes les conventions attachées et faites à passer par icelle, comme sont les lettres de change, les grosses et les assurances maritimes, et tout autre commerce de semblable nature : mais les pactes ou contrats qui ont tous leur fondement à profiter sur l'attente et la distance du temps sont réprouvés et méritoirement condamnés d'usure, attendu que c'est proprement faire marchandise, trafiquer et vendre le temps lequel n'est pas à la disposition des hommes...[2]

Cette critique d'une nouvelle pratique de l'assurance l'assimile à une spéculation commerciale proche de l'usure; Antoine Massias partage l'antisémitisme de son temps et n'a pas de mots assez durs pour condamner cette pratique : elle est *juive tortionnaire au pair de l'usure, ce qui est véritablement usuraire et juif.* Le contrat stipule que l'assurance vaut jusqu'à une certaine date; mais au-delà, quelles que soient les causes qui pourraient excuser le retard de l'expédition, elle ne vaut plus. Au lieu d'assurer une expédition, l'assurance prenant fin à l'arrivée du navire, on assure une durée (le navire pour N mois.)

L'argument principal de Massias est que *ce n'est pas le temps qui doit entrer en ce commerce, mais seulement le péril et la prime.* Il est essentiel d'exclure le temps. Pourquoi?

Antoine Massias donne quatre raisons :

1 - L'assuré n'est pas responsable des retards.

---

[2] Antoine Massias : "Guidon, stile et usance des marchands qui mettent à la mer." (1607) in Cleirac : *Les Us et Coutumes de la mer* (éd.M.Pardessus) pp.228-229.

2 - Mais si tel était le cas, le montant des primes dissuaderait toute entreprise commerciale, la spéculation des assureurs devenant un danger plus ruineux encore que les tempêtes.

3 - L'incertitude sur les causes et sur les dates exactes du retard entraînerait des procédures juridiques interminables.

4 - Mais surtout, cela déroge à une règle théologique fondamentale : si la distance des lieux peut faire l'objet de contrats, il n'en est pas question pour la distance du temps. *C'est proprement faire marchandise, trafiquer et vendre le temps, lequel n'est pas à la disposition des hommes.*

Il suit en cela le principe établi par Thomas d'Aquin à propos de l'usure :

non debet vendere id, quod nondum habet : on n'a pas le droit de vendre ce que l'on ne possède pas encore.[3] Le temps est exclu des calculs et des spéculations; on voit mal comment, dans ce contexte, on pourrait concevoir le calcul des probabilités.

Antoine Massias condamne aussi catégoriquement l'assurance "par forme de gageure". Selon lui, un contrat d'assurance est un contrat entre un marchand (l'assuré) et un étranger à la transaction commerciale (l'assureur), alors que la gageure est un contrat entre deux étrangers à l'événement sur lequel ils parient; la gageure est donc un engagement purement spéculatif, sans entreprise ni productivité. Le contrat d'assurance doit précéder le hasard pour couper court au jeu. Ce n'est pas un pari, mais une protection contre un risque. Là non plus, le calcul des probabilités n'a aucune place.

2 - Les associations commerciales :

Les associations commerciales, au Moyen-Age, étaient limitées dans le temps. On s'associait pour la durée d'un voyage, rarement plus. Avec le développement de la classe des marchands, les associations ont duré et ont posé des problèmes relatifs au temps, comme par exemple celui de l'héritage. Il a fallu déterminer des règles sur les associations commerciales.

Jean Domat, juriste et ami de Blaise Pascal, a écrit un immense traité de droit civil, intitulé *Les lois civiles dans leur ordre naturel.* Au Livre 1, il décrit les diverses conventions des engagements mutuels. Parmi ces conventions, certaines peuvent porter sur des

---

[3] Thomas d'Aquin, *Somme Théologique*, Partie II, Vol.II, Question 78, art.2, arg.1.

événements à venir et elles s'appuient sur des conditions précises. *Les conditions sont des pactes qui règlent ce que les contractants veulent être fait si un cas qu'ils prévoient arrive.* On peut distinguer trois sortes d'événements :

- ceux qui dépendent du fait des contractants.
- ceux qui sont indépendants de la volonté des contractants (les cas fortuits).
- ceux qui dépendent en partie des contractants, en partie des cas fortuits (par exemple, qu'une marchandise arrive tel jour).

Dans ce dernier cas, on voit bien qu'il faut composer avec l'avenir, avec l'incertitude. On ne peut pas ignorer le temps; il faut le faire entrer dans les conventions. Un extrait du traité de Jean Domat va nous montrer une évolution sensible dans l'approche de l'avenir à l'époque de Blaise Pascal :

Dans les conventions où l'on traite d'un droit, ou d'autre chose qui dépende de quelque événement incertain, et d'où il puisse arriver ou du profit, ou de la perte, selon la différence des événements, il est libre d'en traiter de sorte que l'un, par exemple, renonce à tout profit, et se décharge de toute perte; ou qu'il prenne une somme, pour tout ce qu'il pouvait attendre de gain ; ou qu'il se charge d'une perte réglée, pour toutes celles qu'il avait à craindre. Ainsi, un associé voulant se retirer d'une société, peut régler avec les autres associés ce qu'il aura de profit présent et certain, ou ce qu'il portera de perte, quelque événement qui puisse arriver. Ainsi, un héritier peut traiter avec ses cohéritiers de tous les droits en la succession, pour une certaine somme, et les obliger à le garantir de toutes les charges. Et ces sortes de conventions ont leur justice sur ce que l'un préfère un parti certain et connu, soit de profit, ou de perte, à l'attente incertaine des événements. Et que l'autre au contraire trouve son avantage dans le parti d'espérer une meilleure condition. Ainsi il se fait entre eux une espèce d'égalité de leurs partis, qui rend juste leur convention. [4]

La nouveauté tient à ce qu'une attitude spéculative sur l'avenir soit tout à fait admise par le juriste, à égalité avec l'attitude traditionnelle. Jean Domat établit une équivalence entre le refus du risque caractéristique de la propriété du père de famille, et

---

[4] Jean Domat : *Des lois civiles dans leur ordre naturel*, Paris, Coignard. 1689-1694. Livre I, Titre I, section IV, paragraphe 20. p.97.

l'acceptation du risque, caractéristique de la propriété d'affaires. Les deux conceptions de la propriété cohabitent; il n'est plus question de condamner l'attente d'un profit tiré d'un événement incertain. L'interdiction religieuse et morale de la spéculation sur le temps est levée dans ce texte juridique. La voie est ouverte au calcul des probabilités.

L'OBSTACLE DU TEMPS.

On aurait pu attendre d'un siècle, qui pratiquait abondamment le jeu, qu'il donne naissance au calcul des probabilités. Les connaissances arithmétiques du XVI^{e} siècle le permettaient. Mais il faudra attendre le milieu du XVII^{e} siècle avec Pascal et Fermat pour le voir apparaître. Un obstacle épistémologique devait être surmonté : il fallait oser calculer le temps futur. Territoire interdit jusque-là à l'homme parce qu'il était réservé à la puissance de Dieu, le temps futur tombe entre les mains des mathématiciens, après que des marchands, des aventuriers amoureux du risque, eurent cherché à le circonvenir.

Sources bibliographiques :

Boiteux A. : *la fortune de mer.*

Ehrenberg R.: *le siècle des Fugger.* (éd.A.Colin) 1956.

Jeannin P. : *Les marchands au XVI°s.* (Seuil) 1963.

Le Goff J. : *Marchands et banquiers du Moyen-Age.* P.U.F. (1972) (Que sais-je ? N°699)

Mousnier J. : *Les origines de l'assurance maritime.* in La revue maritime. Juillet 1962.

Chapitre 8

DIDEROT ET L'UTILISATION DU CALCUL DES PROBABILITES DANS LA DEMONSTRATION DE L'IN/EXISTENCE DE DIEU

Carmelle Mira

A l'exception du célèbre pari de Pascal, le calcul des probabilités n'est pas parvenu à faire son entrée dans la littérature du XVII^e^ siècle, et le XVIII^e^ ne lui accorde pas une place plus privilégiée. Un ouvrage de jeunesse de Diderot, les *Pensées Philosophiques*, contient pourtant un texte bien intéressant sur l'art d'utiliser l'outil mathématique là où on ne l'attendrait pas. Il s'agit, non comme chez Pascal de démontrer l'intérêt qu'il y a à parier pour Dieu, même dans le cas où il n'existerait pas, mais de démontrer que ce monde peut être le produit du hasard, et donc de ruiner l'argument si répandu selon lequel la Création implique un Créateur, preuve ontologique joliment résumée par Voltaire en une brève formule:

L'univers m'embarrasse, et je ne puis songer
Que cette horloge existe, et n'ait point d'horloger.

En réalité, la thèse défendue par Diderot en 1746, dans la XXI^e^ pensée philosophique n'est pas tout à fait celle qui vient d'être suggérée, et il faut d'abord dire un mot de l'ambiguïté de l'auteur à l'époque où il écrit cet ouvrage. Il est alors dans une phase de sa lente évolution vers l'athéisme où, après s'être dit théiste, il se dit déiste[1], avant d'opter pour un matérialisme clair, avec *la Lettre sur les aveugles à l'usage de*

[1] Théisme et déisme sont deux tendances typiques des positions religieuses du XVIII^e^ siècle, représentant une rupture avec le christianisme traditionnel et une évolution progressive vers l'athéisme. Les théistes croient en un Dieu créateur, qui ne s'est révélé aux hommes par aucune des religions existantes; ce Dieu continue à veiller sur sa création, et il jugera les hommes sur leurs actions. Les déistes croient aussi en un Créateur, mais qui, la création finie, ne s'occupe plus de rien; en fait, le Dieu des déistes n'a guère qu'une fonction: répondre à un problème dont les hommes n'ont pas trouvé la solution; on n'est pas loin de l'athéisme, mais, pour beaucoup d'hommes du XVIII^e^ siècle, le pas ne pouvait se franchir facilement.

ceux qui voient, en 1749. Sa rupture avec la foi, quelle qu'en soit la forme, date des années 1747-49, et en 1746, il n'a pas encore franchi le Rubicon, mais le processus est en cours, et il se raccroche comme il peut à une foi chancelante. L'oeuvre entière, et particulièrement le texte qui nous intéresse, reflète cette ambiguïté, accrue par la forme dialoguée, puisque Diderot laisse la parole au sceptique et à l'athée, et ne répond pas toujours immédiatement, en tant que déiste, à leurs démonstrations, souvent très proches, d'ailleurs, de celles que, plus tard, il fera en son nom.

C'est pourquoi on peut lire, ici ou là, que la XXI^{e} pensée détruit l'argument des créationnistes selon lequel le monde ne peut être le produit du hasard, alors qu'il s'agit des propos d'un athée que Diderot est censé essayer de convaincre de son erreur. Peut-être est-ce surtout un dialogue entre "Lui" et "Moi", c'est-à-dire entre ce que Diderot va devenir, et ce qu'il essaie de rester.

Signalons enfin, avant d'entrer dans l'étude du texte, que nous avons là la seule référence explicite aux *lois de l'analyse des sorts* de l'oeuvre personnelle de Diderot, indépendamment de son rôle de directeur de l'*Encyclopédie*.

> *J'ouvre les cahiers d'un professeur célèbre, et je lis: "Athées, je vous accorde que le mouvement est essentiel à la matière; qu'en concluez-vous?... que le monde résulte du jeu fortuit des atomes? J'aimerais autant que vous me disiez que* l'Iliade *d'Homère, ou* La Henriade *de Voltaire, est un résultat de jets fortuits de caractères." Je me garderai bien de faire ce raisonnement à un athée: cette comparaison lui donnerait beau jeu. Selon les lois de l'analyse des sorts, me dirait-il, je ne dois point être surpris qu'une chose arrive lorsqu'elle est possible, et que la difficulté de l'événement est compensée par la quantité des jets. Il y a tel nombre de coups dans lesquels je gagerais, avec avantage, d'amener cent mille six à la fois avec cent mille dés. Quelle que fût la somme finie des caractères avec laquelle on me proposerait d'engendrer fortuitement* L'Iliade, *il y a telle somme finie de jets qui me rendrait la proposition avantageuse: mon avantage serait même infini si la quantité de jets accordée était infinie. Vous voulez bien convenir avec moi, continuerait-il, que la matière existe de toute éternité, et que le mouvement lui est essentiel. Pour répondre à cette faveur, je vais supposer avec vous que le monde n'a point de bornes; que la multitude des atomes était infinie, et que cet ordre qui vous étonne ne se dément nulle part: or, de ces aveux réciproques, il ne s'ensuit autre chose, sinon que la possibilité d'engendrer fortuitement l'univers est très petite, mais que la quantité des jets est infinie, c'est-à-dire que la difficulté de l'événement est plus que suffisamment compensée par la multitude des jets. Donc, si quelque chose doit répugner à la raison, c'est la supposition que, la*

matière s'étant mue de toute éternité, et qu'y ayant peut-être dans la somme infinie des combinaisons possibles un nombre infini d'arrangements admirables, il ne se soit rencontré aucun de ces arrangements admirables dans la multitude infinie de ceux qu'elle a pris successivement. Donc, l'esprit doit être plus étonné de la durée hypothétique du chaos que de la naissance réelle de l'univers.[2]

Nous assistons donc au dialogue fictif entre un *professeur célèbre*, qui serait Rivard, professeur à Beauvais, et dont Diderot fut le disciple, et un athée, sur les origines du monde, produit du hasard ou de la volonté divine. Voyons d'abord plus précisément comment le problème est posé, puis nous analyserons l'argumentation mathématique.

Le professeur, - qui représente le tenant de la création divine, et le Diderot de 1746,- commence par une concession préalable nécessaire au débat; il *accorde que le mouvement est essentiel* (inhérent) *à la matière* (l.2), qui, elle, préexiste au monde "organisé"; en effet, si le mouvement n'appartient pas à la matière, il faut qu'il lui soit donné, ce qui postule un créateur. C'est une autre possibilité de démonstration, un autre débat que celui qui fait l'objet de cette pensée, et le tenant de la création concède donc ce point, qui deviendra l'un des grands sujets de préoccupation de Diderot, pour que la démonstration probabiliste puisse avoir lieu.

En échange, l'athée accepte l'infini et *suppose*, lui aussi, *que le monde n'a point de bornes* (l.16-17); cette supposition *que la multitude des atomes était infinie*(l.17), matinée d'épicurisme atomiste, ne le gêne pas trop, mais il admet surtout *que cet ordre qui vous étonne ne se dément nulle part* (l.17-18), à savoir que l'univers est admirable, ce que Diderot, plus tard niera énergiquement[3].

---

[2] D'après l'édition de P. Vernière, *Oeuvres philosophiques* de Diderot, Paris, Garnier, 1964.

[3] Le thème du monstre et la vision des "mondes avortés" deviennent obsessionnels chez Diderot, à partir de la *Lettre sur les aveugles*... Il y fait dire au géomètre aveugle Saunderson que *si nous remontions à la naissance des choses et des temps, et que nous sentissions la matière se mouvoir et le chaos se débrouiller, nous rencontrerions une multitude d'êtres informes pour quelques êtres bien organisés* et que *l'ordre* <actuel> *n'est pas si parfait qu'il n'y paraisse encore de temps en temps des productions monstrueuses*. C'est là le produit du hasard, que corrige la nécessité: les "combinaisons" non viables disparaissent, les viables subsistent et se perpétuent en s'adaptant; quant aux "monstres" selon le degré de leur "monstruosité", ils disparaissent, ou survivent, comme c'est le cas pour les aveugles. Cette théorie revient comme un leitmotiv dans les trois textes qui font parler d'Alembert (*Entretien entre d'Alembert et Diderot, Rêve de d'Alembert, Suite de l'entretien)*.

Le problème est alors le suivant: grâce à ce mouvement inhérent à la matière, le monde a-t-il pu se construire de lui-même, bien organisé comme nous le voyons? en d'autres termes, cet événement avait-il une probabilité nulle ? Les créationnistes se servaient de ce type de position du problème pour affirmer que la probabilité était si infiniment petite qu'on pouvait l'assimiler à 0. Diderot renverse l'argumentation pour montrer que la conclusion inverse est mathématiquement plus satisfaisante. Son but n'est pas encore de conclure que l'athée a raison; il semble plutôt vouloir dire aux créationnistes de ne pas donner aux athées mathématiciens des armes qu'ils sauront utiliser: *Je me garderai bien de faire ce raisonnement à un athée: cette comparaison lui donnerait beau jeu.* (l.5-6)

Quelle est cette comparaison? Une vaste métaphore, en réalité, qui va servir de support à la démonstration mathématique, les deux protagonistes utilisant la création littéraire pour concrétiser le débat. Il s'agit alors de savoir si l'on peut dire *que "l'Iliade" d'Homère, ou "la Henriade" de Voltaire, est un résultat de jets fortuits de caractères* (l.4-5). Pourquoi ces deux oeuvres? Elles sont vastes, et le nombre de caractères qui les composent peut donc être tenu pour "quasiment" infini, comme celui des atomes constitutifs de la matière. D'autre part, ce sont des chefs-d'oeuvre reconnus, l'un "de toute éternité", l'autre par son grand succès, contemporain du texte de Diderot; ce sont donc des *arrangements admirables* dans *la somme infinie des combinaisons possibles* (l.24-25) qu'on peut obtenir avec les caractères qu'elles contiennent, et qui seraient dépourvues de sens et/ou de beauté. Autrement dit, la volonté créatrice paraît là évidente, comme elle le semble à beaucoup à propos de l'ordre du monde.

Et pourtant... L'argumentation mathématique va nous apprendre à nous méfier des "évidences", en nous démontrant que la probabilité de l'événement, qu'il s'agisse de la création fortuite de l'oeuvre littéraire ou du monde, n'étant pas nulle, l'événement peut se produire, et même doit se produire si le nombre des "jets" est très grand.

En effet, par définition linguistique, déjà, une chose peut arriver quand elle est possible, mais c'est à une définition mathématique que Diderot recourt: *Selon les lois de l'analyse des sorts (...) je ne dois point être surpris qu'une chose arrive lorsqu'elle est possible, et que la difficulté de l'événement est compensée par la quantité des jets.* (l.6-9) On peut prévoir qu'une chose possible arrivera, à plus ou moins court terme, selon la difficulté de l'événement; il va de soi que si je joue aux dés, la probabilité de sortir n'importe quel nombre (entre 1 et 6!) est de 1 en 1 coup. Si je dois sortir un 6, cela devient aléatoire, et Huygens montre, dans son traité *Du calcul dans les jeux de hasard* (1656-57)[4], à la proposition X (*Trouver en combien de fois l'on peut accepter de jeter un six avec un*

[4] Cité dans les sources bibliographiques du chapitre 6.

dé) que le jeu devient avantageux à partir de 4 coups. Et les propositions suivantes montrent que, si difficile à produire que soit l'événement, il existe toujours un nombre de coups tel qu'on ait plus de chances de gagner que de perdre, la probabilité n'étant jamais nulle, mais fonction du nombre de coups autorisés.

Diderot reprend à son compte ce principe de la règle des partis et l'illustre cette fois avec le jeu de dés, en choisissant un événement dont la réalisation paraît, au premier abord, hautement improbable : *Il y a tel nombre de coups dans lesquels je gagerais, avec avantage, d'amener cent mille six à la fois avec cent mille dés.* (l.9-10) Il ne calcule pas ce nombre, et nous le suivrons dans cette "lacune", mais on pourrait le faire. C'est, en plus lourd, le premier problème posé par Méré à Pascal et repris dans la proposition XI de Huygens (*Trouver en combien de fois l'on peut accepter de jeter 2 six avec 2 dés*), dont la conclusion est la suivante: *Je trouve que celui qui joue en 24 coups a encore un léger désavantage, et qu'on ne peut accepter la partie avec avantage qu'en jouant en 25 coups au moins.*

En ce qui concerne le problème de Diderot, il y a 6^{100000} résultats possibles, dont 1 est le bon, donc $\left(6^{100000}-1\right)$ coups perdants. La probabilité d'avoir au moins une fois cent mille 6 à l'issue de *n* coups sera favorable dans la situation suivante, quand *n* sera tel que:

$$1-\left(\frac{6^{100000}-1}{6^{100000}}\right)^{n} > 0,5$$

Il est certain qu'un tel nombre existe, et donc que la probabilité de réussir cet exploit du jeu de dés n'est pas nulle.

Diderot revient alors à la métaphore initiale et à la possibilité *d'engendrer fortuitement "l'Iliade"* avec le nombre fini de caractères qu'elle contient. Ce qui est vrai des dés l'est de *l'Iliade*; même si elle est très grande, *il y a telle somme finie de jets qui me rendrait la proposition avantageuse: mon avantage serait même infini si la quantité de jets accordée était infinie.* (l..12-14)

On peut alors en revenir au monde. Si Diderot reconnaît que la probabilité est faible, elle n'en existe pas moins, comme pour les cent mille six ou *l'Iliade*; il s'ensuit de sa démonstration que *la possibilité d'engendrer fortuitement l'univers est très petite, mais que la quantité des jets est infinie, c'est-à-dire que la difficulté de l'événement est plus que suffisamment compensée par la multitude des jets.* (l.19-21)

Il est donc démontré que l'hypothèse d'un monde produit par le hasard ne doit pas *répugner à la raison*, et, finalement content de lui, Diderot se livre à une surenchère qui serait de nature à accabler l'adversaire, si tel était son but; en effet, si la probabilité n'est pas nulle, ce qui est acquis, et si les combinaisons sont infinies, un *arrangement admirable* quelconque était nettement plus probable que l'*arrangement admirable* que nous connaissons: *Si quelque chose doit répugner à la raison, c'est la supposition que, la matière s'étant mue de toute éternité, et qu'y ayant peut-être dans la somme infinie des combinaisons possibles un nombre infini d'arrangements admirables, il ne se soit rencontré aucun de ces arrangements admirables dans la multitude infinie de ceux qu'elle a pris successivement.*(l.22-26)

Si l'on reprend l'exemple du jeu de dés, il n'y a en effet qu'un arrangement admirable de cent mille 6, mais il y en a six d'un seul nombre, sans compter tous les autres arrangements admirables qu'on peut imaginer. C'est ainsi que s'opère le renversement de la thèse courante : non seulement on peut supposer, sans que la raison y répugne, que ce monde est le fait du hasard, mais on doit même admettre, au nom de la raison, qu'un monde bien "arrangé", éventuellement différent du nôtre, devait surgir du chaos. Et si l'arrangement n'est pas si admirable qu'on le prétend, ce que Diderot dira trois ans après ce texte, la probabilité de son avènement est encore plus forte.

Nous voilà donc en présence d'une belle démonstration... qui démontre surtout qu'on ne peut rien démontrer, ou plus exactement qu'on ne peut exclure aucune hypothèse. C'est peut-être pourquoi Diderot, plus tard, cherchera d'autres approches que probabiliste. Mais il se montre ici parfaitement à l'aise avec l'outil mathématique, même si son écriture reste purement littéraire, et par moments atteint même à la poésie, comme c'est le cas de la dernière phrase que nous avons citée; il n'est pas si fréquent que les termes *arrangement* et *combinaison* soient organisés de telle sorte qu'ils produisent pour l'oreille un jeu de sonorités et un rythme agréables!

Il est probable que Diderot connaissait le travail de Huygens auquel nous avons fait référence car la manière de poser le problème, de le résoudre, de même que les expressions utilisées sont très proches; peut-être connaissait-il aussi de Moivre, qui introduit le terme *événement* dès la première édition de son traité *The doctrine of chances*, en 1718. Mais il n'utilise pas le terme *probabilité*, lui préférant *possibilité*, peut-être parce que *probable, probabilité* ont encore, au XVIII^{e} siècle, un sens théologique[5]. D'Alembert ne l'utilise pas non plus dans *l'Encyclopédie*, où ce mot fera son entrée dans le sens mathématique avec Condorcet, en 1765.

[5] Cf. note 1 du chapitre 7.

Mais, si son langage n'innove pas, Diderot a d'autres audaces, comme celle qui consiste à opérer un passage à l'infini, puisque son univers l'est, ce que ne pratiquaient pas les probabilistes de son temps.

Plus tard, il n'en appellera plus aux mathématiques pour lui fournir des arguments dans des débats où elles n'ont, *a priori*, rien à faire, et à plusieurs reprises, dans *le Rêve de d'Alembert* par exemple, il passera à côté de raisonnements probabilistes qui auraient presque paru s'imposer dans le contexte. C'est peut-être qu'avec son adhésion à l'idée de génération spontanée, il tire la conclusion qu'on ne peut rien savoir, ni même prévoir dans un monde en perpétuel devenir. C'est sans doute aussi que, pour des raisons qui nous échappent, son scepticisme n'a cessé de croître à l'égard de l'avenir des mathématiques. N'écrivait-il pas, en 1753-54, dans les *Pensées sur l'interprétation de la nature*: *Nous touchons au moment d'une grande révolution dans les sciences. Au penchant que les esprits me paraissent avoir à la morale, aux belles-lettres, à l'histoire de la nature, et à la physique expérimentale, j'oserais presque assurer qu'avant qu'il soit cent ans, on ne comptera pas trois grands géomètres en Europe. Cette science s'arrêtera tout court, où l'auront laissée les Bernoulli, les Euler, les Maupertuis, les Clairaut, les Fontaine et les d'Alembert. Ils auront posé les colonnes d'Hercule. On n'ira point au-delà. Leurs ouvrages subsisteront dans les siècles à venir, comme ces pyramides d'Egypte, dont les masses chargées d'hiéroglyphes réveillent en nous une idée effrayante de la puissance et des ressources des hommes qui les ont élevées.* Prophétie étrange, qu'on retrouve dans bien d'autres textes de Diderot, qui explique sans doute son orientation naturaliste, et son abandon des mathématiques, tout en amenant à méditer sur le danger des prophéties!

Conclusion

> *En revenant sur un passé d'erreurs, on trouve la vérité en un véritable repentir intellectuel.*
> (G.Bachelard, *La formation de l'esprit scientifique*, pp.13-14)

Au terme de ces petites incursions dans l'histoire des mathématiques, il peut être utile de revenir sur la question de l'externalisme pour faire le point. Nous nous appuierons pour cela sur un passage des *Etudes d'histoire de la pensée scientifique*[1] d'A.Koyré, que nous allons discuter afin de mieux préciser notre position.

A.Koyré commence par évoquer les *conditions sociales* qui permettent ou entravent le développement de la science. Il convient que de telles conditions existent et il en énumère trois relatives à la naissance de la science dans l'Antiquité: il a fallu des hommes disposant de loisirs, trouvant une satisfaction dans l'activité théorique, et il a fallu que cette activité ait une valeur aux yeux de la société à cette époque. Selon A.Koyré, la conjonction de ces trois conditions fut un évènement exceptionnel et il en profite pour affirmer que l'activité théorique n'est pas nécessairement engendrée par des besoins pratiques : les harpédonaptes égyptiens n'ont pas inventé la géométrie; les astrologues babyloniens n'ont pas inventé l'astronomie. La leçon qu'il en tire est que, si nous pouvons expliquer pourquoi la science n'est pas née dans telle ou telle circonstance, *nous ne pouvons même pas expliquer pourquoi cela se fit effectivement.* Autrement dit, il serait impossible de trouver la cause de la naissance de la science dans une société donnée : *Aussi me paraît-il vain de vouloir déduire la science grecque de la structure sociale de la cité; ou même de l'agora. Athènes n'explique pas Eudoxe; ni Platon. Pas plus que Syracuse n'explique Archimède; ou Florence, Galilée.*

Toute tentative d'explication de la science à partir de la société lui paraît être une entreprise chimérique. A.Koyré revendique l'appartenance à l'idéalisme. La science...*est essentiellement théorie (...) et a toujours eu une vie propre, une histoire immanente, et (...) c'est seulement en fonction de ses propres problèmes, de sa propre histoire qu'elle peut être comprise par ses historiens.*

---

[1] P.U.F. pp.358-360.

Cette démonstration d'A.Koyré nous semble critiquable sur deux points.

D'abord, il opère un glissement de la **condition** à la **cause**. Il admet l'existence de conditions sociales au développement de la science, puis il refuse un rapport de causalité entre la société et la science. Mais il n'a jamais été question de cela. Personne ne peut prétendre *déduire la science grecque de la structure sociale de la cité*. Un historien des sciences qui se respecte sait bien que les sciences physiques se sont développées en renonçant à répondre à la question "Pourquoi ?" pour chercher à répondre à la question "Comment ?", autrement dit en passant de la recherche d'une cause à la recherche de paramètres pouvant entrer dans la formule d'une loi, c'est-à-dire des conditions. Il serait pour le moins naïf de croire que telle structure sociale détermine à elle seule l'apparition de telle science, comme des marxistes mécanistes et grossiers, dépourvus de tout sens dialectique, ont pu affirmer autrefois que le darwinisme était le fruit du capitalisme anglais. Une étude externaliste des mathématiques ne peut pas sérieusement établir une relation causale entre un fait social et la découverte d'un théorème. Par contre, elle peut montrer le poids de telle condition, par exemple la demande de calcul sur les événements futurs dans les assurances maritimes, pour l'apparition d'un concept mathématique comme la probabilité. Il s'agira d'ailleurs, plus généralement, de montrer la nécessité de la disparition d'une condition que celle de sa présence, comme par exemple la disparition de l'emprise cléricale sur l'enseignement des mathématiques pour la révolution astronomique.

Ensuite, A.Koyré limite la tâche de l'historien des sciences à l'**explication** des événements scientifiques : il pense qu'un gain de sens s'obtient en établissant une liaison déterminante entre une découverte et la chronologie des problèmes qui l'ont précédée. Mais c'est réduire l'historien des sciences à un chroniqueur. L'école historique des Annales nous a appris que le temps linéaire et continu n'est qu'une conception très particulière du temps en histoire, finalement trop pauvre pour rendre compte des faits historiques. A l'explication, nous opposons la **compréhension**, c'est-à-dire l'opération consistant à rendre compte d'un fait à partir de l'ensemble auquel il appartient, non seulement l'ensemble des faits qui l'ont précédé (diachronie), mais aussi l'ensemble des faits qui lui sont contemporains (synchronie). Il serait ridicule, par exemple, de soutenir que la notation algébrique adoptée par Descartes est un simple effet, deux siècles plus tard, de l'invention de l'imprimerie. En revanche, nous pouvons montrer que cette notation résulte à la fois de tentatives tous azimuts pour simplifier l'écriture, d'une rupture avec l'idée d'un lien naturel entre le signifiant et le signifié, et enfin, d'un dépassement décisif du rapport réaliste et commercial avec les nombres. C'est d'une pluralité de conditions que résulte une découverte scientifique et nous ne pouvons plus aujourd'hui nous contenter d'une explication linéaire.

La pratique externaliste de l'histoire des mathématiques permet à la fois de dépasser l'impression d'arbitraire du savoir mathématique et de parvenir à la finesse dans la perception d'une découverte, qui n'est jamais une réponse première à une question facile. Si un élève demande comment B.Pascal a découvert le raisonnement par récurrence, on peut toujours répondre qu'il était un génie, mais cette "explication" introduit le mystère, le don, voire la grâce divine là où il n'y a qu'humanité. En revanche, si l'on montre à l'élève les longs tâtonnements des mathématiciens, la multiplicité des obstacles qui se sont opposés à la découverte de concepts qui, aujourd'hui, nous paraissent clairs, et, finalement, la position heureuse qu'occupait B.Pascal à son époque, au carrefour d'interrogations de toutes sortes, après la chute de quantité de barrières au XVI^{e} siècle, alors l'invention du raisonnement par récurrence apparaîtra comme le fruit d'une grande intelligence certes, mais aussi comme la mise à jour d'une démarche simple, lumineuse, qu'aucun obstacle culturel ou épistémologique n'empêchait plus de mener.

Pour récapituler notre position, nous pensons qu'une pratique externaliste de l'histoire des mathématiques est non seulement possible, mais nécessaire. Cette pratique repose sur quatre propositions :

1 - Les mathématiques sont une activité qui, comme toutes les activités humaines, est dépendante de son contexte économique, politique, social et culturel.

2 - Comme les sciences qu'elle étudie, l'histoire externaliste ne cherche pas des causes, mais des conditions; elle prétend mettre à jour les conditions de fonctionnement de la recherche mathématique.

3 - Cette démarche ne se satisfait pas, pour l'intelligence des faits, d'une explication linéaire, mais elle s'efforce de les comprendre, c'est-à-dire de reconstituer la pluralité des conditions qui les entourent.

4 - Une présentation externaliste des mathématiques offre un intérêt pédagogique incontestable : au lieu de flatter le goût des élèves pour les explications historiques faciles parce que simples, elle expose la complexité des facteurs et montre par là qu'une découverte scientifique n'est jamais un miracle.

Titre : ETUDES D'HISTOIRE EXTERNALISTE DES MATHEMATIQUES

Auteurs : Monique Lelouard, Carmelle Mira, Jean-Marie Nicolle.

Public concerné : Enseignants de lycée - Histoire, Lettres, Mathématiques, Philosophie.

Résumé : L'histoire externaliste des mathématiques consiste à situer la recherche mathématique parmi des préoccupations externes à cette science : l'économie, la politique, la technique... Nous proposons dans cette brochure une série de huit études, présentées dans l'ordre chronologique, montrant un rapport entre des notions mathématiques et des activités externes :

1 - La notion d'égalité chez les Grecs. (L'enjeu politique d'une définition mathématique);

2 - Mathématiques, religion, enseignement, du Moyen Age au XVI^{e} s. (Les mathématiques soumises au clergé);

3 - Les allusions aux mathématiques dans la littérature médiévale. (Les mathématiques dans le langage quotidien);

4 - La difficile unification de la notation algébrique à la Renaissance. (Les mathématiques et la représentation écrite);

5 - Mathématiques et navigation du XVI^{e} au XVIII^{e} siècle.(Les mathématiques et les besoins techniques);

6 - La tardive émergence du calcul des probabilités. (Les mathématiques et les jeux de hasard);

7 - Le contexte juridique et commercial de l'apparition du calcul des probabilités. (Les mathématiques et la spéculation sur l'avenir);

8 - Diderot et l'utilisation du calcul des probabilités dans la démonstration de l'in/existence de Dieu. (Les mathématiques et les débats philosophiques).

Mots clés : Externalisme, Histoire des Mathématiques, Probabilités.
Editeur : IREM de Rouen.
Format : A4.
Prix : 60 F
Publication : Mai 1994

Publication : ISBN : 2-86239-058-5

I.R.E.M. Université de Haute Normandie
Rue Thomas Becket
76130 Mt St Aignan

****

Bon de commande

M. , Mme, Mlle :
Adresse :

Libellé	Prix	Quantité	Total
ETUDES D'HISTOIRE EXTERNALISTE DES MATHEMATIQUES	**60 F**		

Frais d'envoi : 15 F pour le 1er livre et 10 F par livre supplémentaire (France)
Frais réels pour l'étranger
SOMME DUE :

Les chèques de règlement seront libellés à l'ordre de :
L'AGENT COMPTABLE DE L'UNIVERSITE DE ROUEN

Et adressés directement à l'I.R.E.M. - B.P. 153 - 76135 MONT SAINT AIGNAN
Pour tout renseignement complémentaire Tél. : 35.14.61.41.

RIB : TP ROUEN TG 10071 76000 00044004056 81

****

DATE :

SIGNATURE :