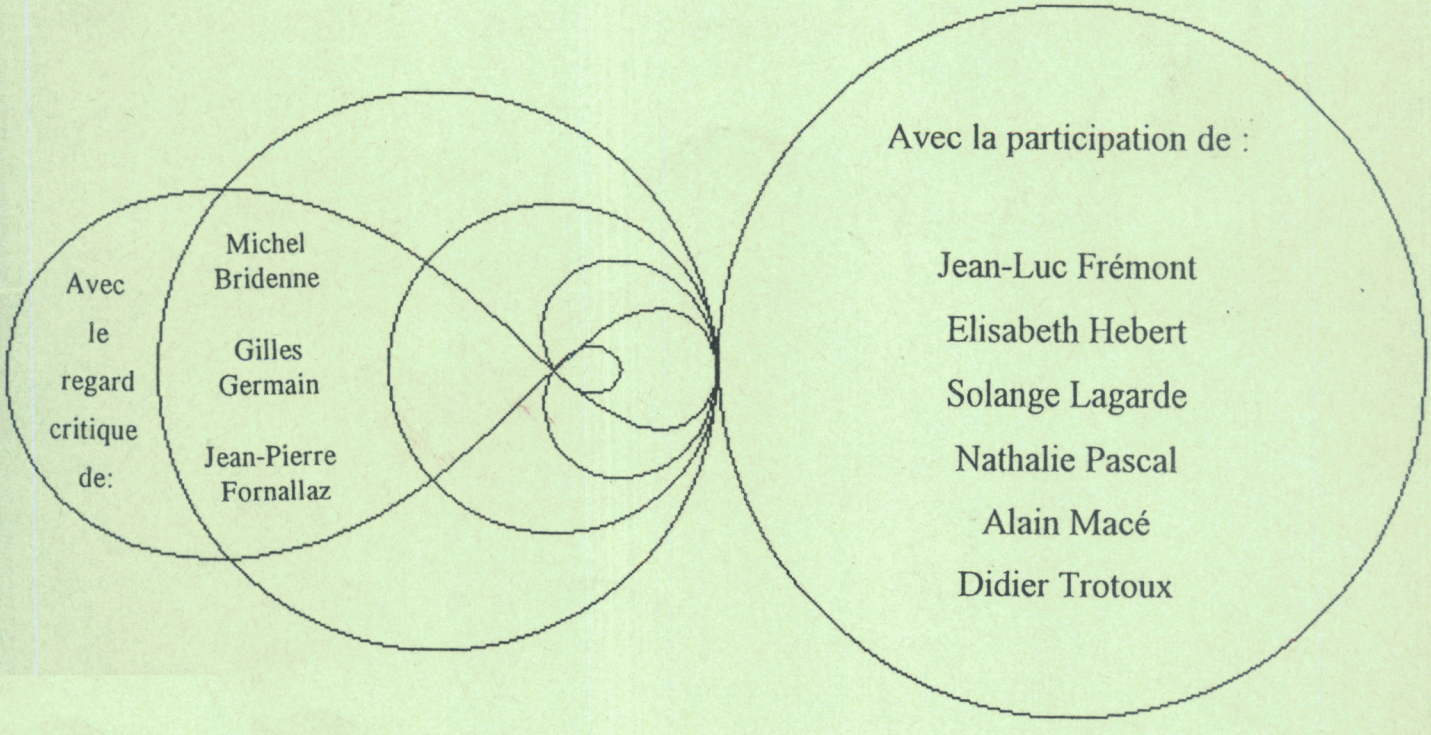
IREM de ROUEN
Groupe Didactique

ACTIVITES EN CLASSE DE SECONDE: EXEMPLES ET PISTES DE REFLEXION

Documents de travail du Groupe Seconde
A paraître dans la brochure de la commission inter IREM "Second cycle"



Janvier 1993

IREM de ROUEN 1 rue Thomas Becket, BP 153 , 76135 Mont-Saint-Aignan Cedex tel: 35 14 61 41

IREM de ROUEN
Groupe Didactique

Sommaire

Des exemples d'activités plusieurs fois expérimentées:

Les rectangles emboités.....3

avec la collaboration d'Isabelle Geslin, stagiaire IUFM

Symétrie par rapport à un cercle.....15

De la moyenne à l'écart type.....31

A paraître dans la brochure de la commission inter IREM "Second cycle"

Un article de synthèse sur une pratique commune:

Des activités en seconde: Pourquoi et comment?.....44

par Elisabeth Hébert.

A paraître dans la brochure de la commission inter IREM "Second cycle"

Un texte de référence sur l'apprentissage:

Apprentissages: Face aux obstacles un nouveau modèle.....61

par André Giordan.

Texte paru dans l'US n°230, février 1990

Des notes de lecture:

Ouvrages présentant des activités utilisables en seconde en travaux dirigés et en modules.....67

par Didier Trotoux

A paraître dans le bulletin de l'APMEP de la régionale de Haute-Normandie

LES RECTANGLES EMBOITES

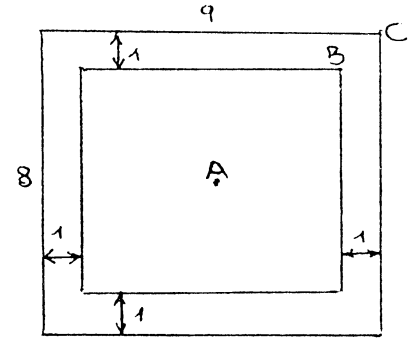
Isabelle Geslin
Stagiaire IUFM ROUEN
2° année

Objectif principal de l'activité

Faire en sorte que les élèves rassemblent tous les outils qu'ils possèdent pour démontrer, dans une situation donnée, le non alignement de trois points.

Le problème

Les points A, B, et C sont-ils alignés?



Fonctionnement

L'activité se déroule sur deux séquences. Les élèves travaillent par groupes et exposent ensuite leurs méthodes. Prévoir de 1h30 à 2h30

De multiples variantes sont envisageables quant à l'exploitation; en particulier, un travail spécifique sur la démonstration est possible.

4

DESCRIPTION DETAILLEE DE L'ACTIVITE

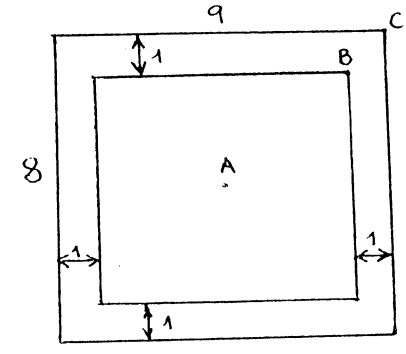
OBJECTIFS DE L'ACTIVITE

-Faire émerger les différentes méthodes connues par un élève de seconde pour résoudre un problème d'alignement.
-Réinvestir des connaissances des classes de troisième et de seconde.
-Décloisonner le programme de seconde.

L'ENONCE

On considère un rectangle dont les cotés mesurent 8 et 9 cm. On construit un second rectangle à l'intérieur du premier comme ci dessous. A est le centre commun des deux rectangles.

Les points A, B et C sont ils alignés ?
Pour justifier votre réponse plusieurs méthodes sont possibles, exposez toutes celles que vous trouvez.



(Enoncé adapté à partir du manuel Terracher Seconde, 1986, page 210)

SITUATION DANS LA PROGRESSION DE LA CLASSE

Cette activité peut avoir lieu à différents moments par rapport à la progression. Si l'on veut qu'un maximum de méthodes puissent être utilisées, il faut avoir traité les chapitres "géométrie analytique" et "homothéties".
On peut aussi envisager cette activité sans l'outil homothétie, l'exercice pouvant être repris à l'occasion de ce chapitre.

SCENARIO

- La classe de seconde est réunie pour une séance de 2 heures.
- Les élèves sont répartis par groupes de 2 à 4 élèves par affinité.
- Chaque élève reçoit l'énoncé et la figure en dimension réelle photocopiés (l'alignement y est discutable).
- Pendant 5 min., chacun réfléchit au problème, en silence.
- Pendant 1h10, les élèves travaillent par groupes, recherchent des méthodes de solution. Chaque groupe rédige un compte-rendu des solutions trouvées.
- Pendant 45 min., 5 groupes exposent au tableau chacun une solution du problème.
- Les 5 méthodes proposées (parmi les 7 possibles), recopiées sur un transparent, sont étudiées et comparées en classe entière lors de la séquence suivante.

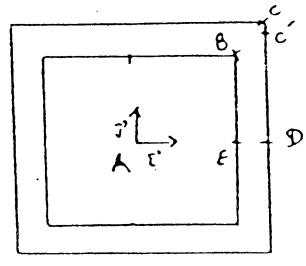
CONSIGNES

- Chaque groupe débat des méthodes de résolution et rédige au fur et à mesure toutes les méthodes trouvées.
- Le professeur n'intervient pas pendant la phase de recherche.

RAISONS DU CHOIX DE L'ENONCE

- Ce problème a l'avantage de posséder plusieurs procédures de résolution.
- Il permet
  - . de réinvestir des connaissances
  - . de comparer différents outils
  - . d'apporter un regard transversal au programme de seconde.
- Il impose la démonstration comme outil de preuve: L'alignement ou le non alignement des 3 points étant incertain d'après la figure, pour se convaincre de l'un ou de l'autre on doit le démontrer. On remarquera que les dimensions de la figure (8,9,1) ont été choisies précisément pour obtenir cette incertitude.
- Le texte est sobre , aucune indication n'est donnée. Chaque groupe doit prendre des initiatives afin de mettre en oeuvre, après conjecture, les méthodes de démonstrations de son choix.
- Dans la mesure où l'on demande plusieurs méthodes, ce problème laisse une place aux élèves faibles et est ainsi adapté à l'hétérogénéité.

PROCEDURES DE RESOLUTION DU PROBLEME



1) Par la colinéarité.

Dans le repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j})$ où $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$cm, on montre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires:

$A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}3,5\\3\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}4,5\\4\end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3,5\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4,5\\4\end{pmatrix}$.

$3,5 \times 4 - 3 \times 4,5 = 0,5 \neq 0$

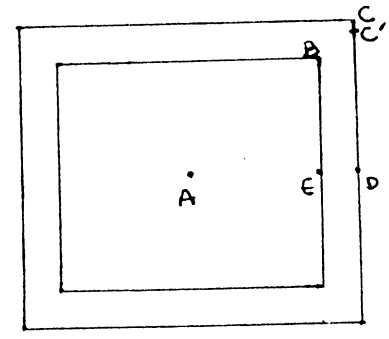
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et A, B et C non alignés.

2) Par les équations de droites

Dans le même repére $(A, \vec{i}, \vec{j})$ que ci-dessus, on montre que (AB) et (AC) sont non confondues:

$y = \frac{3}{3,5}x$ et $y = \frac{4}{4,5}x$ sont les équations réduites respectives de (AB) et (AC). Leurs coefficients directeurs étant différents ($\frac{3}{3,5} = \frac{4}{4,5}$) , les droites (AB) et (AC) ne sont pas confondues, et les points A, B et C ne sont pas alignés.

6



3) Par comparaison des longueurs AB+BC et AC

Dans le triangle ABE appliquons le théorème de pythagore:

$AB^2 = AE^2 + EB^2$ d'où $AB=\sqrt{21,25}$.

D'autre part $BC = \sqrt{2}$ et $AC = \sqrt{36,25}$

donc $AB + BC \simeq 6,0239$ et $AC \simeq 6,0207$.

Les points A, B et C ne sont donc pas alignés.

4) Par comparaison des angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{DAC}$

$$\tan \widehat{EAB} = \frac{BE}{AE} = \frac{3}{3,5} \quad \text{et} \quad \tan \widehat{DAC} = \frac{CD}{AD} = \frac{4}{4,5}$$

or $\frac{3}{3,5} \neq \frac{4}{4,5}$ donc $\widehat{EAB} \neq \widehat{DAC}$

et les points A,B et C ne sont pas alignés.

5) Par comparaison des aires.

L'aire du triangle AEB est: (3,5*3)/2 = 5,25 cm²

L'aire du trapèze BEDC est: ((4+3)*1)/2 = 3,5 cm²

Par suite l'aire du quadrilatère ADCB est de 8,75 cm²

Or l'aire du triangle ADC est: (4,5*4)/2 = 9 cm²

Le point B n'est donc pas aligné avec A et C.

6) Par comparaison des longueurs DC' et DC:

Soit C' l'intersection des droites (AB) et (CD).

On sait que DC = 4

Appliquons le théorème de Thalès au triangle AC'D pour trouver DC':

$$\frac{AD}{AE} = \frac{DC'}{EB} \quad \text{d'où} \quad DC' = \frac{3 \times 4,5}{3,5}$$

or $4 \neq \frac{3 \times 4,5}{3,5}$ donc DC ≠ DC'

Les points C et C' ne sont donc pas confondus, et les points A,B et C ne sont pas alignés.

7) En utilisant une homothétie

Si A, B, C étaient alignés , il existerait une homothétie de centre A qui transformerait B en C . Elle transformerait tout rectangle de centre A en un rectangle de centre A et conserverait les proportions entre longueur et largeur .

Or les rapports des distances $\frac{9}{7}$ et $\frac{8}{6}$ sont différents . Les rectangles donnés dans la figure initiale ne peuvent être liés par un agrandissement de centre A.

Il n'existe donc pas d'homothétie de centre A qui transforme B en C.

Par suite les points A, B ,C ne peuvent être alignés.

EXPLICITATION DU CHOIX DES DIFFERENTES ETAPES DU DEROULEMENT DE L'ACTIVITE

- La phase de réflexion individuelle permet à chacun de s'approprier le problème et de se faire une idée sur l'alignement des points.
- Le travail de groupe permet ensuite aux élèves de confronter leurs idées et de chercher ensemble des méthodes de résolution.
- Les productions des groupes examinées à la fin de la phase de recherche par le professeur permet à ce dernier d'envisager le passage des groupes au tableau.
- L'exposé au tableau des solutions par 5 groupes (des 5 méthodes proposées) permet de ramener le débat à la classe.
Les élèves peuvent critiquer la proposition de leurs camarades qui doivent alors se justifier.
- La non intervention du professeur pendant la phase de recherche oblige les élève à se prendre en charge et à ne pas attendre la validation des résultats par le professeur.

COMPTE RENDU D'UNE UTILISATION DE CETTE ACTIVITE

Cette activité s'est déroulée dans une classe de seconde hétérogène de niveau moyen, composée de 27 élèves (le faible effectif a permis, de travailler en classe entière).
Elle a été proposée juste après avoir traité le chapitre "géométrie analytique". Les "homothéties" avaient déjà été abordées mais aucun rappel de trigonométrie n'avait été fait

Déroulement de la séance et description des productions des groupes.
Les élèves ont été motivés par la recherche.
Seul un groupe a du être mis sur la voie par le professeur. En effet, la figure distribuée bien que reconnue comme imprécise, était considérée comme faisant preuve de l'alignement des points. En conséquence, c'est la démonstration du non alignement qu'ils avaient trouvée qui était considérée comme erronée.
Après 1h15 de travail, les exposés ont été rendus au professeur. Celui-ci a pu constater que chaque groupe avait au moins trouvé la méthode qui consiste à démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires. Deux groupes en sont restés là. Trois groupes ont abordé cinq méthodes.
La méthode qui utilise une homothétie a été abordée par peu de groupes et peu développée, le raisonnement qui consiste à définir une homothétie n'étant pas acquis dans la classe.
L'exposé des productions des élèves par eux-mêmes a permis à chacun d'avoir une vue sur les cinq méthodes proposées et d'insister sur la rédaction de ces démonstrations. On trouvera en annexe 1 quelques unes de celles-ci.

Analyse des écarts entre ce qu'on fait les élèves et ce qui était attendu.
Les élèves ont eu beaucoup d'idées d'outils mais ils ont eu tendance à ne pas accorder d'importance à la rigueur des démonstrations et à la rédaction, leur but étant de trouver le plus de méthodes possible. Il serait donc nécessaire d'insister sur l'importance de la rigueur de leur production.

Capitalisation par le professeur du travail de production des élèves.
La capitalisation a consisté en un bilan des outils connus en classe de seconde et utilisés pour résoudre un problème d'alignement.
Un rappel des connaissances nécessaires à l'utilisation de l'homothétie a été fait.
Après avoir remarqué que les méthodes de comparaison des angles EAB et DAC et des droites (AB) et (AC) se ramenaient à la comparaison des deux mêmes rapports EB\AE et CD\AD , on

a rappelé la corrélation existant entre coefficient directeur d'une droite et tangente de l'angle formé entre l'axe des abscisses et cette droite.

VARIANTES POUR LA GESTION DE CLASSE.

Ce problème peut être utilisé avec de multiples variantes quant à la gestion de classe.
Diverses formes de travail à partir des productions des groupes, permettent de capitaliser les savoirs et les méthodes et fournissent aux élèves des traces écrites de l'activité "rectangles emboités". La capitalisation peut prendre l'une des formes suivantes:

*Chaque élève **rédige** et remet au professeur une démonstration par la méthode qui lui convient le mieux, à choisir parmi celles que son groupe n'avait pas envisagé.

*Dans le cadre d'un enseignement structuré autour de l'**enseignement de méthodes**, chaque élève complète une fiche "comment démontrer que 3 points sont alignés".

*A partir des démarches proposées par les différents groupes, l'enseignant construit un **devoir** à la maison. L'élève peut ainsi s'approprier chaque démarche. L'énoncé extrèmement **fermé**, proposé en annexe 2, a ainsi été construit pour une classe de seconde où de nombreux élèves étaient en grande difficulté.

*La restitution de ce problème peut aussi conduire à un travail sur la démonstration. On peut demander à chaque groupe d'étudier un **plan de raisonnement** pour chacune des démarches étudiées, et à chaque élève de rédiger chacun de ceux-ci. On trouvera à l' annexe 3 des exemples de productions d'élèves mettant en évidence le type de difficultés que rencontrent certains élèves dans ce genre de travail.

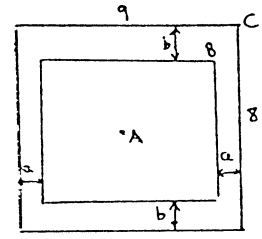
*Dans une classe concluant majoritairement à l'alignement des 3 points et proposant plusieurs "démonstrations"de l'alignement dans chacun des groupes, le travail peut porter sur la recherche du type d'erreurs de raisonnement à partir d'une **typologie d'erreurs** proposée par le professeur.(voir annexe 4)

*Ce travail sur les différentes méthodes peut aussi être relayé par la rédaction d'un **devoir** qui propose le même énoncé à partir de **2 carrés** ayant même centre et des côtés respectivement parallèles de 8cm et 6cm.

*Signalons encore un prolongement possible par cette **nouvelle question** qui interroge chacune des méthodes et souligne la pertinence de l'outil "homothétie".

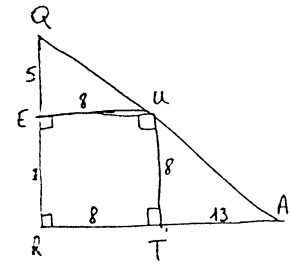
On considère 2 rectangles ayant même centre, des cotés respectivement paralléles, et des mesures comme indiquées sur la figure ci-contre.
Comment faut-il choisir a et b pour que les points A, B, C soient alignés?

(On pourra donné cet énoncé avec a ou b fixé...)



*Dans la même veine, nous renvoyons enfin à un problème proposé par J.F.Zuchetta à paraître dans un bulletin APMEP.

Le dessin ci-contre est un dessin à main levée.
Les dimensions sont données en cm.
Que peut-on dire des points Q, U, A?
J'ai trouvé 3 méthodes. Qui dit mieux?

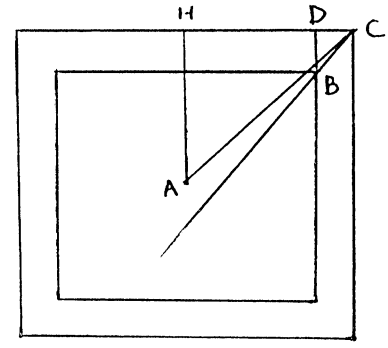


Toutes ces variantes dans la gestion de classe élaborées pour capitaliser le travail de groupes, soulignent la marge de manoeuvre que possède l'enseignant pour proposer un enseignement qui lui soit personnel et qui prenne en compte le public auquel il s'adresse .

Annexe 1 : Quelques productions de groupes

Exemple1.

On utilise la trigonométrie.



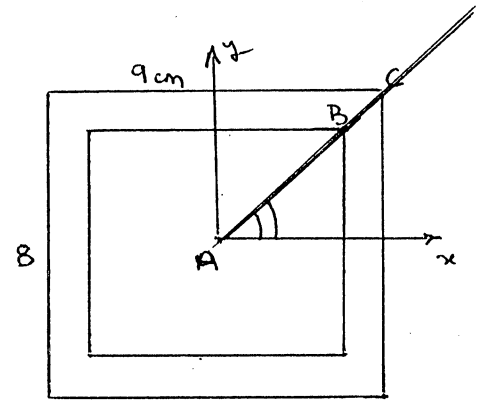
$\widehat{BCD} = 45°$

$tg\widehat{ACH} = \frac{AH}{HC} = \frac{4}{4.5}$ *donc* $41.\overset{\circ}{6}3$

donc les points ne sont pas alignés.

Exemple 2.

Avec les équations
Est-ce que le centre et les coins sont alignés?
Démonstration selon un axe:
Calculons AB et AC
AC (4.5;4)
AB (3.5;3)
Si l'on prend l'équation y = ax.

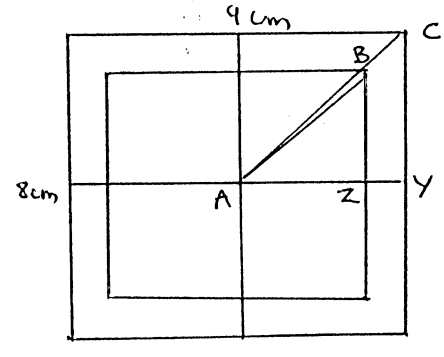


$y = ax$	$y = a'x$
$4 = a*4.5$	$3 = a'*3.5$
$\frac{4}{4.5} = a$	$\frac{3}{3.5} = a'$
$0.888.... = a$	$0.8571428... = a$

Conclusion:
Ils ne sont pas alignés

Exemple 3.

Résolution du problème par Pythagore.

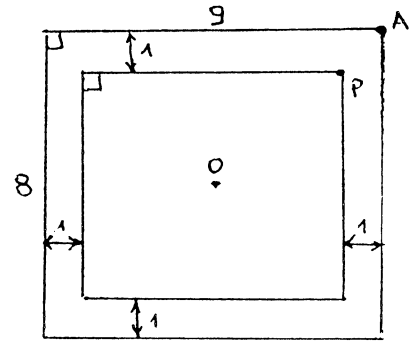


$AY^2 + CY^2 = AC^2$	$AZ^2 + BZ^2 = AB^2$
$20.25 + 16 = AC^2$	$12.25 + 9 = AB^2$
$36.25 = AC^2$	$21.25 = AB^2$
$AC = 6.02$	$AB = 4.6$

Si ils étaient alignés $BC = AC - AB$
$BC = 1.42$
Les points ne sont pas alignés.

Annexe 2 : Devoir fermé en reprise du problème ouvert.

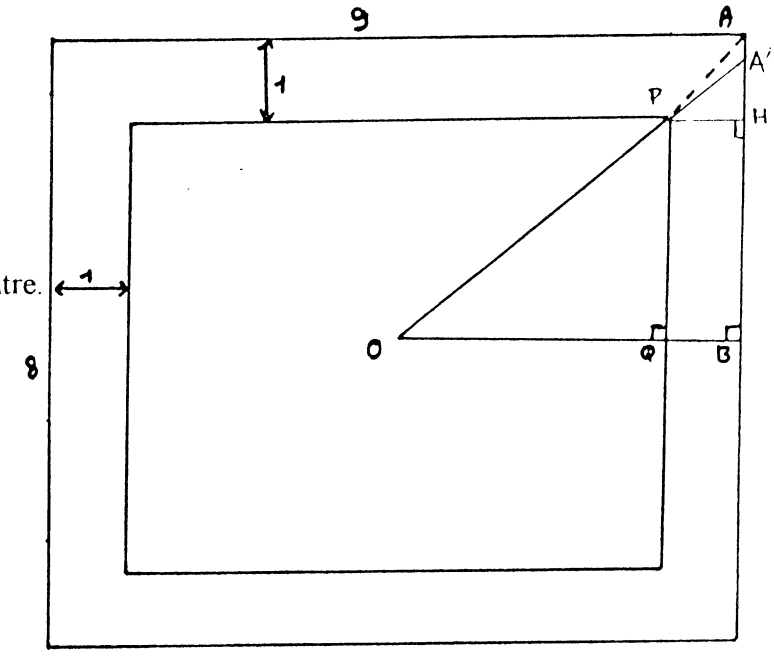
On considère la figure ci-contre.
On cherche à montrer que les points O, P, A ne sont pas alignés.



Voici plusieurs démonstrations possibles:

Par le théorème de Thalès.
Appelons A' l'intersection de (OP) et (AB), comme l'indique la figure ci-contre.
Calculer A'B.
Comparer A'B et AB.
Que peut-on en conclure?

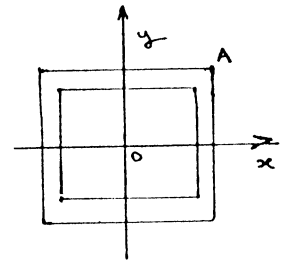
Par le théorème de Pythagore.
Appelons H le pied de la perpendiculaire issue de P sur (AB),comme l'indique la figure ci-contre.
Calculer OP, OA, et AP.
Comparer OP+PA et OA.
Que peut-on en conclure?



Par la trigonométrie.
Calculer tanPOQ et tanAOB.
Donner en degrés une valeur approchée de POQ et AOB à 10^{-1} près.
Que peut-on en conclure?

Par les aires.
Calculer l'aire du triangle rectangle OQP, l'aire du triangle rectangle OAB, l'aire du trapèze PQBA. Comparer l'aire du quadrilatère OBAP et du triangle OBA.
Que peut-on en conclure?

Par la géométrie analytique.
Placer un repère comme l'indique la figure ci-contre:
Donner les coordonnées de A et P.
Montrer que l'équation de la droite (AP) est y = x - 1/2.
Que peut-on en conclure?

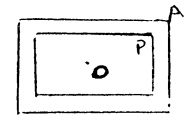


Annexe 3 : Plans de raisonnement.

Le travail demandé aux élèves.

Pour chacune des méthodes de démonstration proposées par la classe, vous faites le plan de raisonnement qui permet de conclure sur l'alignement. Attention, chaque étape du raisonnement doit correspondre à une activité qui vous est bien connue.

Exemple: Plan de raisonnement utilisant les équations de droites.



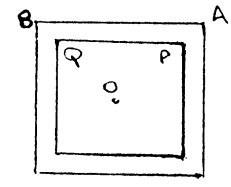
-placer le repère en O.
-donner les coordonnées de A et P.
-écrire l'équation de (AP), droite passant par deux points de coordonnées connues.
-chercher si O est un point de la droite (AP).
-conclure: *Si O n'est pas sur cette droite, les points O, A, P ne sont pas alignés.
*Si O est sur cette droite, les points O, A, P sont alignés.

Consigne:
1)Vous travaillez les plans de raisonnement par groupes. Lorsque vous vous êtes mis d'accord sur un plan de raisonnement, vous pouvez voir avec le professeur s'il convient.
2)Vous rédigerez chez vous, des plans de raisonnement pour chacune des méthodes que la classe a trouvées.

Exemples de plans de raisonnement erronés, intéressants à retravailler.

Un plan de raisonnement intéressant à étudier quant à l'ordre des étapes à effectuer.

-placer les points Q et B
-calcul de OP par $OP^2 = PQ^2 + OQ^2$
-puis le calcul de OA par $OA^2 = OB^2 + AB^2$
-chercher si OP + PA = OA
-calcul de AP par $AP^2 = AH^2 + PH^2$
-H = la hauteur du triangle
-conclure
- si OA est différent de OP + AP donc les points O, P et A ne sont pas alignés
- si OA est égal à OP + OA donc les points O, P, et A sont alignés



Un plan de raisonnement conduisant à travailler avec l'élève, sur les éléments essentiels à l'articulation d'un raisonnement.

-placer le repére en O
-écrire la formule de phytagore
$OQ^2 + QP^2 = OP^2$
-chercher si OP + PA = OA
-conclure: -si OAP sont alignés
-si OPA ne sont pas alignés

Un plan de raisonnement soulignant les difficultés de certains élèves à proposer des plans ayant une cohérence.

-placer le repére en O
-calculer les droites (OP), (OA), et (OP)
-chercher si le triangle OAP est rectangle
-en conclure que le triangle est rectangle (OA), et (OP)

Annexe 4: Typologie d'erreurs.

Voici certains **types d'erreurs de démontration**:

1. Se contenter de **voir** sur la figure.
   (ceci se repère par les mots clefs: "on constate que", "on voit que", "on mesure"...)
2. **Ne pas justifier** une étape.
3. Utiliser **ce que l'on veut démontrer**.
4. **Inventer** des théorèmes ou des propriétés qui nous arrangent.
5. **Mal appliquer** une connaissance.

Il va s'agir d'analyser les erreurs contenues dans vos démonstrations:
- en indiquant dans vos productions, à quel moment apparaissent vos erreurs.
- en expliquant le type d'erreur faite.

Exemple de type 1 étudié collectivement:
"Avec les triangles rectangles je trouve que les points A, B et C ne sont pas alignés car les angles de C ne sont pas les mêmes pour les points vers B et C."

Scénario:
-Le professeur répartit les démonstrations élaborées au cours du travail de groupe, de sorte que chacun travaille sur une démonstration proposée par son propre groupe.
-Il donne aux élèves les **consignes** suivantes:
Faire un travail individuel:
Coller le texte de la démonstration que le professeur vous a remis sur une feuille.
En faire la critique.
Remettre une production écrite dans 15 mn.
-Le professeur corrige lui-même ces "copies".
-Il pointe quelques erreurs comme "erreurs de référence". Il s'y réfèrera à chaque occasion possible au cours de l'année.

Exemples de type 3:
"To*ut rectangle inscrit a le même centre mais n'a pas les mêmes diagonales donc les points A, B et C ne sont* ***pas alignés*** *car ils ne sont pas sur la même diagonale."*

"Comme il y a réduction du rectangle (1 cm de chaque côté), et leur centre est confondu, alors on peut dire que les diagonales sont superposées, alors les points A, B et C sont sur la même droite donc ***alignés.****"*

Exemple de type 5:
"Pour démontrer que A, B et C sont alignés, démontrons que $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ *sont colinéaires donc il faut démontrer qu'il existe un réel k tel que* $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$.
Utilisons le théorème de Pythagore pour connaître les mesures de AC et AB.

$AC^2=CD^2+DA^2=36,25$ $\quad$ $AB^2=21,25$

$AC=\sqrt{36,25}\simeq 6$ $\quad$ $AB=\sqrt{21,25}\simeq 4,6$

$k=\|\overrightarrow{AC}\|:\|\overrightarrow{AB}\|=1,3$ *donc* $\overrightarrow{AC}=1,3\,\overrightarrow{AB}$

Donc $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AB}$ *sont colinéaires, donc A, B, C sont alignés."*

SYMETRIE PAR RAPPORT A UN CERCLE.

Nathalie PASCAL et Elisabeth HEBERT

IREM de ROUEN.

Objectifs:

- Modifier les conceptions des élèves sur les propriétés de conservation des transformations.
- Donner du sens aux expressions:

  Image d'une droite, d'un segment, d'un cercle.

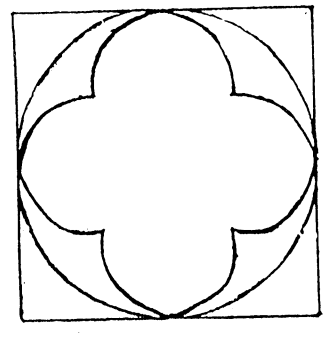
  Points invariants, ensemble de points globalement invariants.
- Faire découvrir aux élèves l'existence de courbes autres que les droites et les cercles.

Travail demandé :

Représenter le symétrique de quelques figures par rapport à un cercle.

Un exemple de production obtenue :

Image d'un carré.



Scénario: (environ 2 h)

- Découverte : mise en place de la symétrie par rapport à un cercle par une recherche collective.
- Construction de quelques figures à transformer (les premières identiques pour tous, les suivantes différentes selon les élèves)
- Observation des diverses figures produites et commentaires.
- Enoncé des propriétés de conservation et d'invariance en lien avec les tranformation usuelles.

SYMETRIE PAR RAPPORT A UN CERCLE.

Objectifs.

Chacun sait que les élèves accordent peu de poids aux propriétés de conservation qu'ils énoncent sur les transformations et en conséquence à leurs éventuelles démonstrations. Il nous est apparu que si l'on voulait que les élèves saisissent la force de cet outil, et par suite en viennent à l'utiliser pour résoudre un problème, il fallait leur proposer une transformation qui soit une activité de référence de la "fantaisie" (non conservation) de certaines transformations. Au coeur de cette fantaisie, des propriétés surprenantes apparaissent, les figures à transformer visent à repérer certaines d'entre elles.

Le travail mène donc à un temps de capitalisation portant sur:

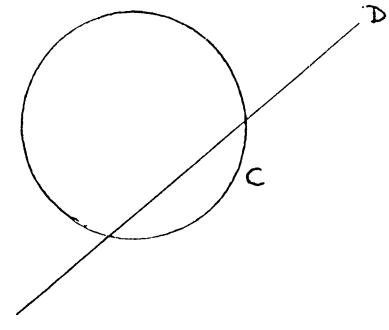
- Image d'une droite, d'un segment, d'un cercle.
- Points invariants, ensemble de points globalement invariants.
- Existence de courbes autres que droites et cercles.

Situation dans la progression.

Cette activité peut être proposée à tout moment par rapport au cours sur les transformations, mais elle nous semble particulièrement pertinente à étudier **avant tout** travail sur celles-ci. C'est à cette place dans la progression que nous nous référons dans la présente analyse.

L'énoncé du problème posé.

Soit un cercle C donné de centre O.
Déterminer par le dessin, les symétriques par rapport au cercle C des quelques figures qui vous sont proposées. Par exemple, on pourra chercher l'image d'une droite D par rapport à C.
En déduire quelques caractéristiques de cette transformation.
(Les diverses figures étudiées sont présentées par la suite.)



Etrange anamorphose!

La transformation que nous avons baptisé "symétrie par rapport à un cercle" est une anamorphose qui se rapproche sensiblement de l'anamorphose cylindrique, cette étrange transformation qui donne d'un objet son image dans un miroir cylindrique. Nous renvoyons le lecteur pour plus d'informations à l'article du PLOT d'octobre 1987, qui lui-même propose une bibliographie.

Nous invitons aussi le lecteur à découvrir cette transformation avec l'outil informatique, en étudiant l'évolution de certaines images en fonction des variations des figures initiales. (voir annexe 1)

Le scénario.

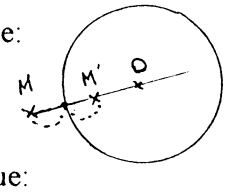
1ère phase: Découverte de la symétrie par rapport à un cercle.(10 mn)

Il s'agit de faire transférer les savoir-faire portant sur la symétrie par rapport à une droite à la symétrie par rapport à un cercle.

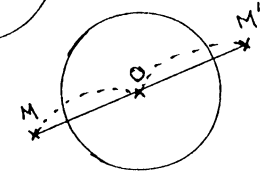
Choisissons un point M extérieur au cercle et tel que OM< 2R

Les élèves proposent de prendre pour image de M:

- soit M' à l'intérieur du cercle et tel que:



- soit M' à l'extérieur du cercle et tel que:

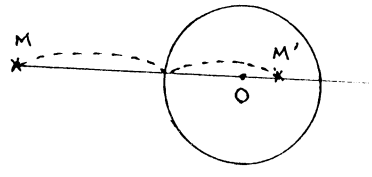


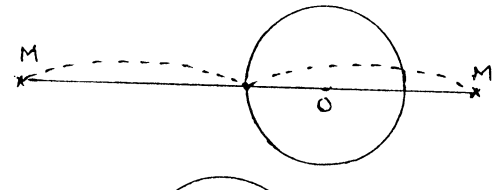
On fera remarquer aux élèves que cette deuxième proposition revient à étudier la symétrie par rapport au point O, ce qui est ici de peu d'intérêt. C'est la première proposition qui est donc retenue.

On se mettra alors d'accord avec les élèves sur les images de M dans les cas suivants:

- si M est à l'extérieur du cercle et tel que OM>2R,

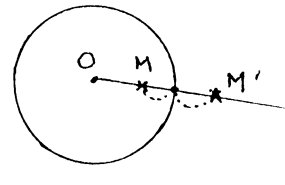
alors M' est selon les cas, soit à l'intérieur soit à l'extérieur du cercle et tel que:





- si M est à l'intérieur du cercle,

alors M' est à l'extérieur du cercle et tel que:



Attention, le **centre** O du cercle pose un problème délicat: l'image de O n'est pas un point mais le cercle de rayon 2R et réciproquement. On ne peut donc en toute rigueur parler de transformation sans restriction des ensembles du plan. Travailler sur cette difficulté fait perdre au problème sa simplicité initiale et perturbe inutilement les élèves par rapport aux objectifs assignés à cette activité.

Par contre, **définir** une véritable transformation peut être un objectif en 1ère S; la "Feuille à problèmes" n° 45 publiée par l'IREM de Lyon relate d'ailleurs une activité sur la symétrie par rapport à un cercle construite dans cette perspective.

2ème phase: La construction de quelques figures.

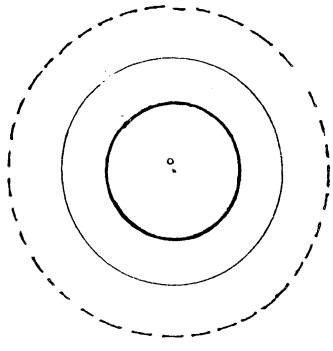
Chaque élève doit faire ses **propres** constructions: il n'y a aucun intérêt à regarder son voisin "agiter" sa règle et son crayon! Par contre, la **comparaison** des figures images obtenues avec d'autres élèves étudiant la même situation est riche d'enseignement pour les élèves.

Les figures étudiées par les élèves jouent sur les couleurs pour la lisibilité. Les reproductions ici données, utilisent un trait continu et fin pour le cercle (C) de référence, un trait gras et discontinu pour l'ensemble de points à transformer, un trait gras et continu pour l'ensemble image.

A l'expérience, il nous est apparu que vouloir travailler sur des figures comportant le point O était dans un premier temps néfaste. Nous proposons donc la progression suivante

1) Images de 2 figures, communes à tous les élèves.

Image d'un cercle concentrique à C.

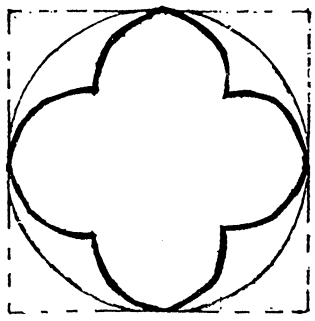


Objectifs:

-permettre à chaque élève de s'approprier la "transformation" établie collectivement. Il retrouve un résultat facile à établir et bien connu: l'image d'un cercle est un cercle! Voilà qui est sécurisant!

- permettre à l'enseignant de s'assurer que chacun a bien compris ce dont il s'agit. En particulier la confusion entre le cercle C de référence et le cercle à transformer Γ peut être levée à cette occasion.

Image d'un carré exinscrit au cercle C.



Objectifs:

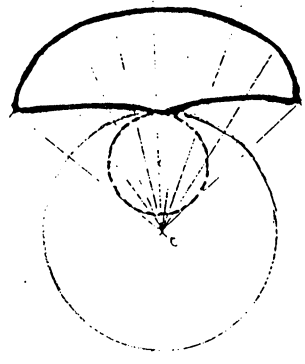
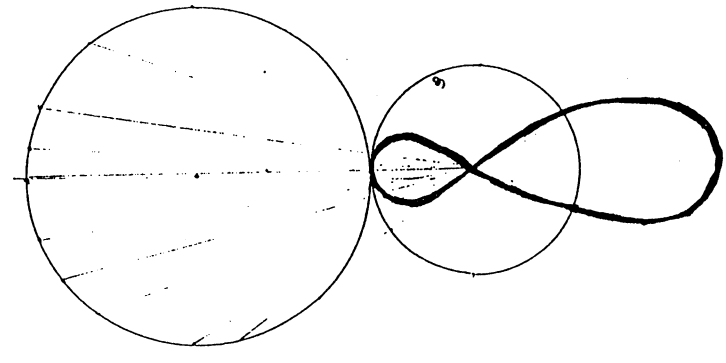
- mettre en échec les conceptions de l'image d'un segment.
- proposer à tous une situation se prêtant aisément à ce questionnement: puisque le milieu des cotés du carré sont invariants et que les images des sommets sont intérieurs au cercle, l'image d'un segment ne peut être un segment!
- obtenir un objet "séduisant"!
- permettre à l'enseignant quelques mises au point, éventuellement collectives, sur le travail demandé.

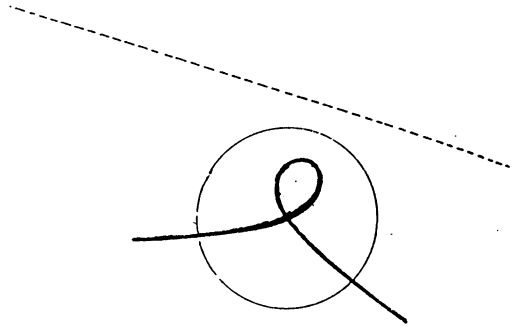
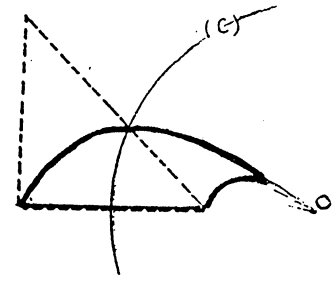
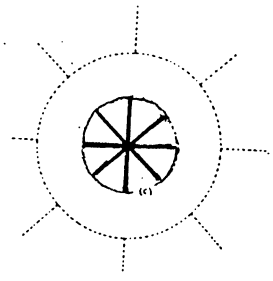
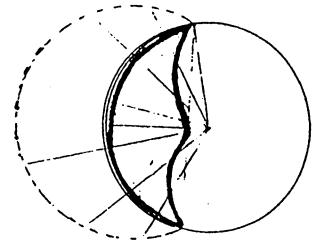
Trouver la figure image peut être pour certains élèves très délicat. Nous étudions ci-après les obstacles et procédures employées par certains d'entre eux.

2) Images de figures différentes selon les groupes.

Pour les élèves parvenant à la construction de la figure-image précédente, on répartira en binôme ou trinôme les différentes figures. Attention de petites variations dans les positions des cercles, droites, peuvent faire perdre à la figure-image tout son "charme".

L'objectif est de **faire émerger les propriétés** de cette transformation en diversifiant les situations étudiées. Après plusieurs expérimentations nous avons retenu les situations suivantes:

L'image d'un cercle:	L'image d'un autre cercle.
	

L'image d'une droite: 	L'image d'un triangle dont un coté est globalement invariant: 
L'image d'un "soleil" qui se ramène en O! (interviennent ici 3 cercles concentriques de rayon R, 2R, 3R): 	L'image d'un croissant formé de 2 demi-cercles dont l'un est invariant: 

3ème phase : Restitution.

Il s'agit pour l'ensemble des élèves de prendre connaissance des diverses figures obtenues et de les aider à pointer, à partir de ces figures, les propriétés que l'on souhaite fixer.
Si le travail se fait en classe entière, l'utilisation de transparents devient nécessaire. Il est en particulier possible de faire ajouter les étranges figures obtenues sur des transparents photocopiés comportant les figures initiales. En demi-classe, il est possible de rassembler tous les élèves autour du bureau du professeur ou de tables pour observer et commenter les figures produites.
Des photocopies comportant en réduction les diverses figures obtenues sont distribuées ultérieurement. Elles assurent la trace écrite de l'activité ou mieux, servent de "gommettes" lors du temps de capitalisation.

4ème phase : Capitalisation.

Les propriétés observées avec une symétrie par rapport à un cercle, concernant l'image d'une droite, l'image d'un segment, l'image d'un cercle, l'ensemble des points invariants, les ensembles de points globalement invariants,sont comparées aux propriétés similaires pour les transformations usuelles.

L'annexe 4 propose la fiche distribuée aux élèves afin de remettre en place les propriétés des transformations usuelles. La présence d'"intrus", à savoir l'homothétie et la similitude aiguise la curiosité des élèves, et annonce le temps de synthèse. Celui-ci se fait à partir de la fiche donnée à l'annexe 5, elle est brièvement commentée par le professeur, les élèves illustrent par les "gommettes" adéquates, les propriétés énoncées.

Obstacles et procédures utilisées: étude de cas.

Les obstacles que rencontrent les élèves pour la construction des figures, semblent liés aux conceptions que ceux-ci ont des transformations et des objets géométriques. Pour quelques rares élèves ce travail ne pose rapidement que le problème de la précision du tracé, pour la plupart des obstacles résistent. Nous relatons en annexe brièvement et partiellement les errances de quelques élèves pour lesquels les difficultés se situent à des niveaux différents.

Pour l'un des binômes il s'agit de transformer le triangle ABC inscrit dans le cercle.
Initialement, l'image d'un triangle n'est pas perçue comme un unique objet mathématique, il y a donc plusieurs triangles-images. La transformation n'est pas perçue comme agissant sur une "globalité", l'aspect ponctuel est privilégié.
Au fur et à mesure que la recherche se déroule les élèves accordent plus de place à la globalité de la figure. Ils privilégient certains points qui semblent tenir en eux-mêmes toute l'information. L'avancée se fait à petits pas, certaines informations valides se trouvant oubliées dans la prise en compte de nouvelles. Face à la complexité du problème, les élèves abandonnent leur recherche.

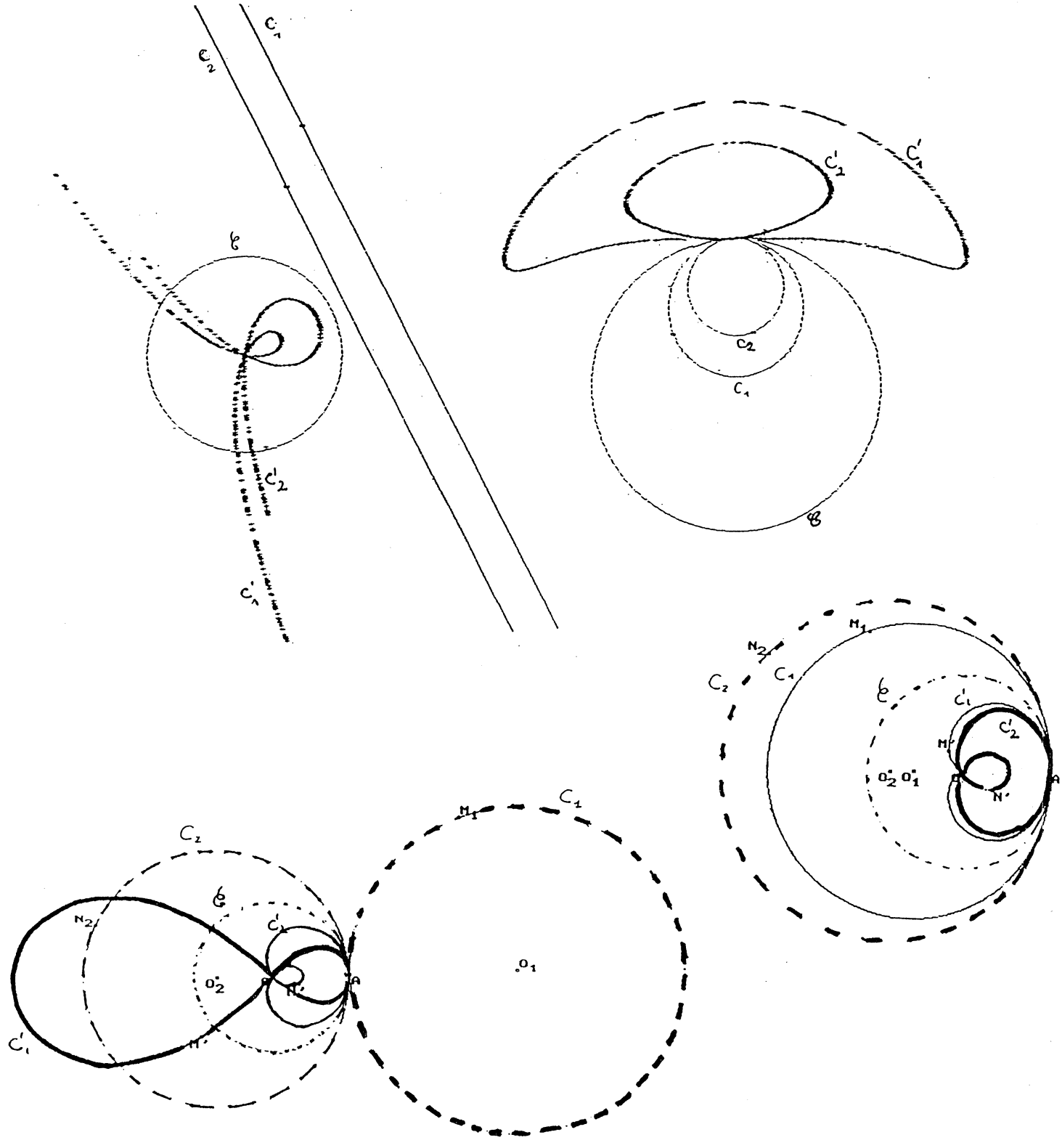
Pour le deuxième binôme dont nous relatons la démarche, il s'agit de transformer un carré exinscrit au cercle. Les deux élèves de ce binôme ont compris ce que comporte l'idée de transformation d'une figure: la figure comporte 4 axes de symétrie, ce qu'ils exploitent d'emblée. L'obstacle auquel ils se heurtent est lié à leur certitude que l'image d'un segment ne peut être autre chose qu'un segment ou un arc de cercle. Ils s'interdisent par la même la recherche d'une solution point par point. Ils envisagent de multiples solutions toutes insatisfaisantes jusqu'à l'intervention de l'enseignant qui propose- et donc autorise- l'utilisation d'autres images que celles de droites et cercles.

Conclusion.

Pour certains élèves cette activité est un "jeu d'enfants", pour d'autres un véritable casse-tête. Une telle activité déroute et passionne. Les élèves la rejettent ou " l'adorent".
Elle ne laisse indifférents, ni les élèves, ni les enseignants.

Annexe 1 : Etude de quelques familles de figures

Ces couples de figures C_1 et C_2 et de leurs images C'_1 et C'_2 par rapport au cercle ont été construites en utilisant soit le logiciel CABRI-GEOMETRE (Edition Nathan logiciels), soit le logiciel GEOPLAN (CREEM, diffusion CRDP de Poitiers). Il est possible avec ce dernier d'étudier les variations des images en fonction de la position des cercles ou droites d'origine.

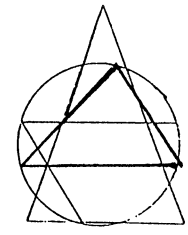


Annexe 2 : Etude de cas : Image d'un triangle inscrit.

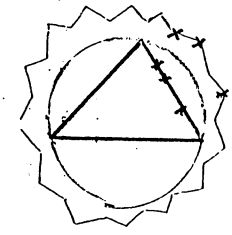
L'activité relatée ici se déroule avec un groupe extrêmement restreint envisageant une 1ère S. Le groupe est constitué de 4 binômes. L'enseignant intervient à quelques rares occasions auprès des binômes pour relancer la recherche. Il lui est donc possible en parallèle d'assurer une observation relativement précise.

Pour une meilleur compréhension des différentes procédures adoptées, les deux figures ici analysées qui comportent plusieurs "couches" d'informations ont été rétablies en plusieurs figures.

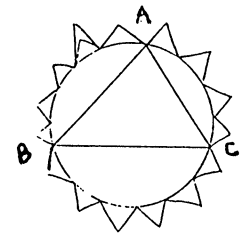
1ère étape
Chaque détermination de l'image de trois points quelconques, permet d'obtenir un triangle image. "Ca fait plein de triangles" disent les élèves, le statut du triangle initial se confondant avec le statut des triangles-images.



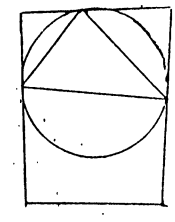
2ème étape
L'enseignant pour aider à une meilleure prise en compte du statut du triangle initial colorie celui-ci. Les élèves partent de quelques points images qu'ils relient par des segments pour générer l'image du triangle.



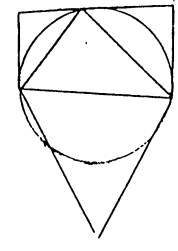
3ème étape
L'enseignant demande aux élèves de préciser le statut du point A, qui est rapidement reconnu de même que B et C , comme points invariants.



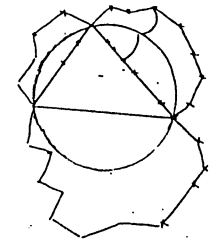
4ème étape
L'enseignant interroge les élèves sur l'origine des points placés sur le cercle. Il tente alors de faire émerger les connaissances antérieures sur les images d'une figure , mais n'obtient que des souvenirs extrêmement parcellaires et confus.
Les élèves construisent alors une nouvelle figure et proposent une nouvelle piste: "L'image du triangle pourrait être un rectangle."



5ème étape
Puisque chacun des cotés devrait pouvoir se transformer en un rectangle, ils proposent une modification de leur figure.

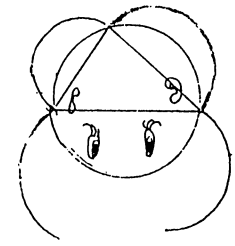


6ème étape
Cette dernière proposition est reprise par la recherche de l'image de quelques points.



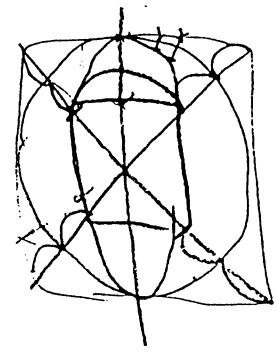
7ème étape
Les élèves sont alors amenés à constater que "ça fait presque des cercles". Ils cherchent alors à construire ceux-ci....En vain.

.....puis abandonnent cette recherche "qui leur prend la tete".

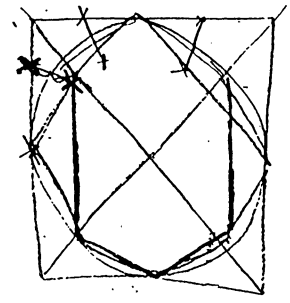


Annexe 3 : Etude de cas : L'image du carré exinscrit.

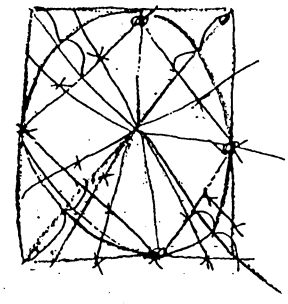
1ère Figure
Les élèves utilisent:
-les images des sommets par définition de la transformation
-l'image d'un carré est un carré de cotés parallèles.
Puis ils adjoignent:
-l'existence de 2 points invariants
-si l'image n'est pas un segment , ce ne peut être qu'un arc de cercle



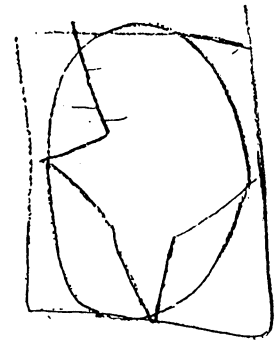
2ème Figure
Les élèves utilisent ici:
-L'image d' un point quelconque
-l'existence de 4 points invariants
-l'image de 8 segments



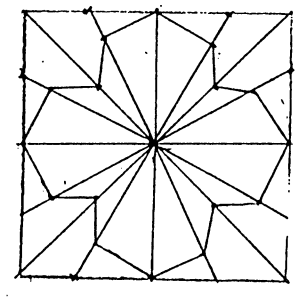
3ème Figure
Les élèves reviennent ici à l'image d'un carré est un carré.
Ils s'assurent de leur solution en plaçant de manière symbolique les images de nombreux points.

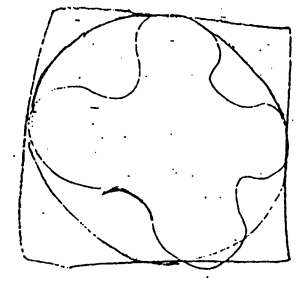


4ème Figure
Pourquoi n'aurait-on pas quelque chose du genre....

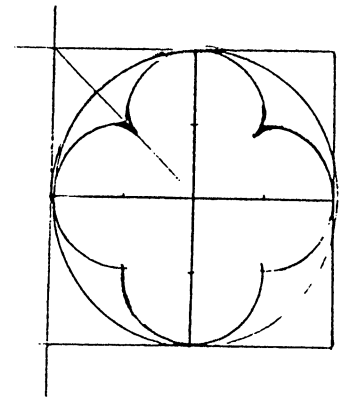


5ème Figure
Les élèves reprennent avec soin leur recherche.
L'enseignant interrogent les élèves sur la raison d'être des points anguleux.

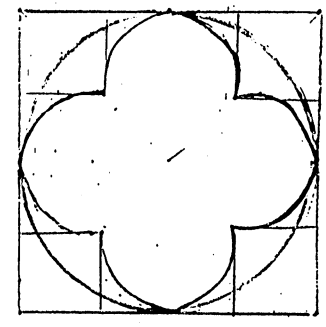




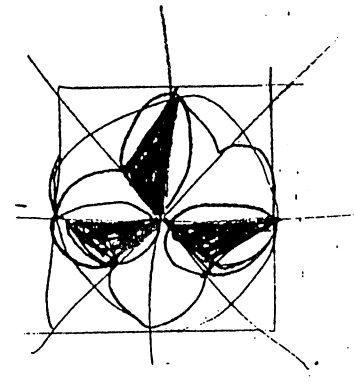
6ème Figure
Puisque les points anguleux n'ont pas de raison d'être, la solution est d'utiliser plusieurs arcs de cercle suivant une figure du type:



7ème Figure
Les élèves établissent une figure soignée formée d'arcs de cercles centrés au milieu des rayons du cercle initial. Mais désespoir!... les mesures prouvent que cette proposition n'est pas satisfaisante pour les images des sommets du carré.



8ème Figure
Les élèves reprennent l'étude de cette précision par la construction de l'image point par point, puis cherchent à trouver les centres des arcs de cercles qui la constitue. Evidemment cette recherche est vaine.

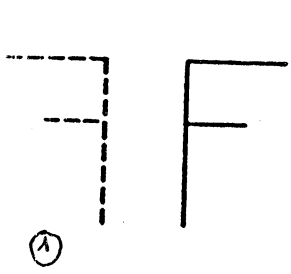


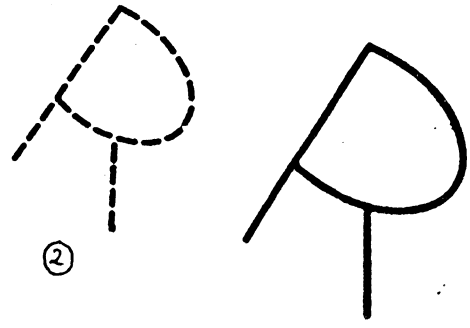
9ème Figure
L'enseignant intervient: "Pourquoi ne pourrait-on pas obtenir des courbes qui soient autre chose que des portions de cercle?"
Nouvelle piste:"Puisque ce ne sont pas des demi-cercles se sont des droites... donc des triangles."

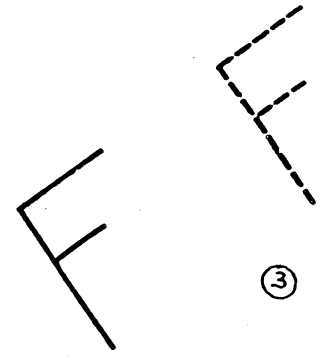
10ème Figure...
Nouvelle intervention de l'enseignant: "Cela peut être autre chose..."
"On a le droit? Si on le fait à main levée, ce n'est plus précis, ce n'est plus des maths."
Inquiétude qui laisse place à l'étonnement puis à l'émerveillement!

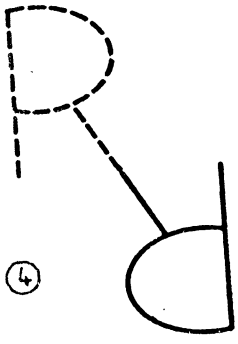
Annexe 4 : Les transformations usuelles.

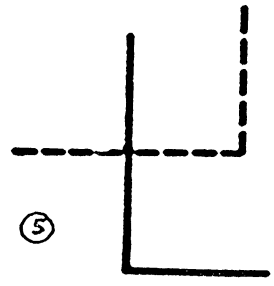
Dans chacun des cas ci-dessous, la figure en trait plein est l'image de la figure en traits pointillés par une transformation inconnue, différente selon les cas. Précisez, quand vous le savez la transformation dont il s'agit.

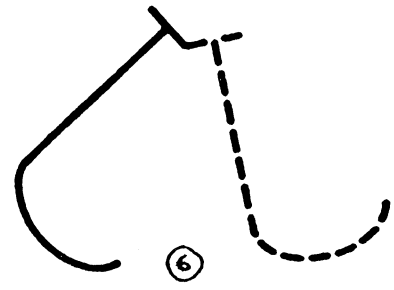


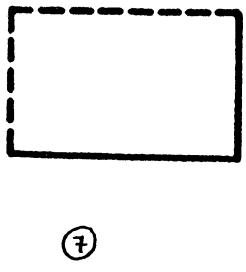


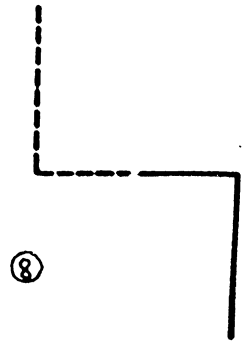


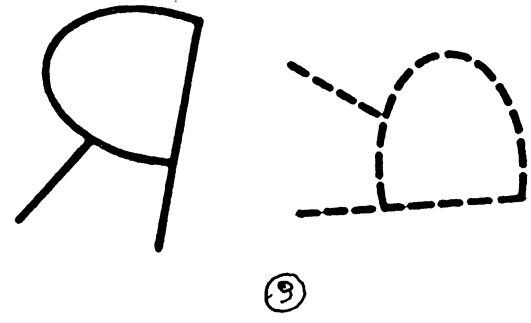


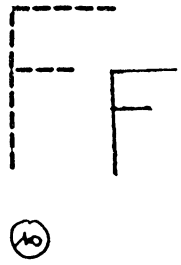


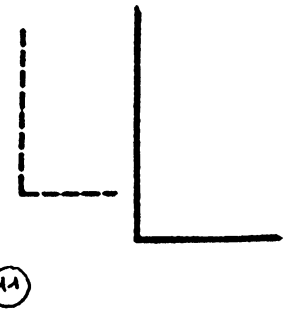


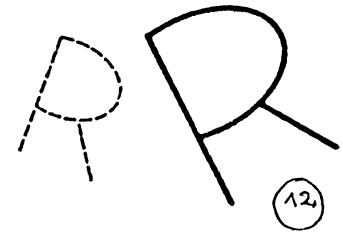












Annexe 5 : Fiche de synthèse.

Tout le vocabulaire utilisé ici est volontairement flou (et d'ailleurs discutable). Il s'agit de donner aux élèves du recul sur le monde des transformations. Les élèves placent les "gommettes" correspondant aux propriétés énoncées.

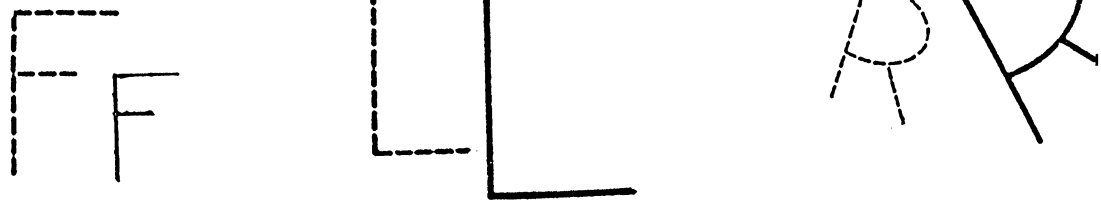
La diversité des transformations.

• Il existe des transformations qui conservent les "formes" et les dimensions.

Exemples: ***Les symétries centrales.*** ***Les réflexions.***
Les translations. ***Les rotations.***

• Il existe des transformations qui conservent les "formes" mais pas les dimensions

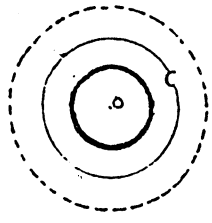
Exemples: ***Les homothéties.*** ***Les similitudes.***



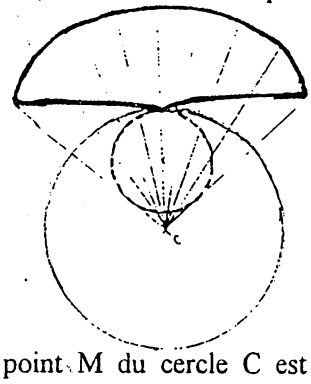
• Il existe des transformations qui ne conservent même pas les "formes"!

Exemple: ***Les symétries par rapport à un cercle.***

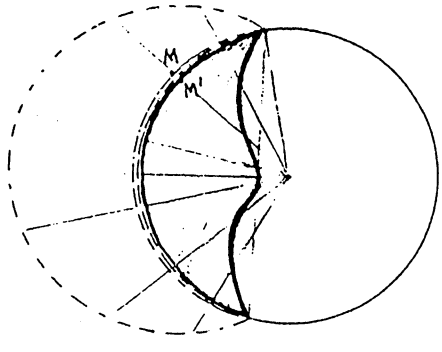
- L'image d'un cercle de centre O *est un cercle de centre O.*



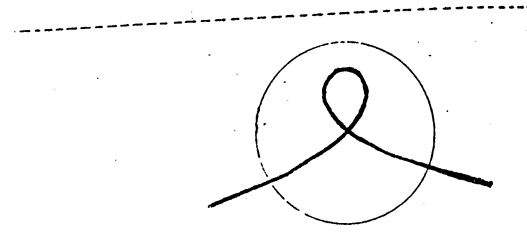
- L'image d'un cercle, de centre autre que O, *n'est pas un cercle.*



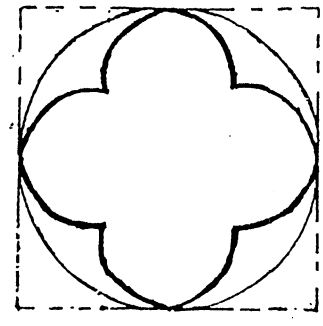
- L'image de tout point M du cercle C est le point M lui-même:
On dit que C est un cercle *invariant* pour la symétrie par rapport au cercle C.



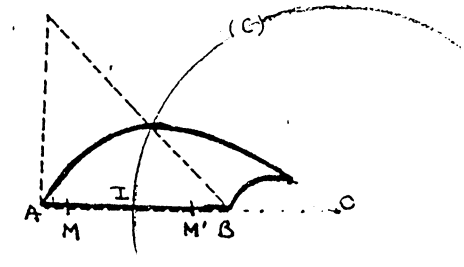
- L'image d'une droite, qui ne passe pas par O, *n'est pas une droite.*



- L'image d'un segment, dans la plupart des cas, *n'est pas un segment.*



- Soit [AB] un segment tel que: son milieu I appartient à C, la droite (AB) passe par O et O n'appartient pas à [AB].
Tout point M de ce segment a pour image un point M' de ce segment.
On dit que [AB] est *globalement invariant* pour la symétrie par rapport au cercle C.



DE LA MOYENNE A L'ECART-TYPE

Alain Macé
Groupe didactique
IREM DE ROUEN

OBJECTIF PRINCIPAL:
Amener les élèves à construire eux-mêmes l'écart-moyen

ENONCE:
Après quelques exercices préalables pour fixer les notions d'élève régulier et de résultats homogènes:
Dans une classe, un professeur de mathématiques veut examiner avec soin et comparer les résultats de tous ses élèves. Ce professeur, très consciencieux, décide de mettre au point un calcul, dont le résultat serait C, à faire sur les notes de chacun des élèves.
Le nombre C, obtenu par le même procédé pour chacun des élèves, répondrait simultanément aux deux exigences suivantes:

- *C est positif*
- *Plus C est petit , plus les résultats sont* ***homogènes***

Que proposez-vous comme calcul qui répondrait à ces 2 conditions?

DEROULEMENT DE L'ACTIVITE:
Après une phase préliminaire essentielle d'appropriation de la notion de résultats homogènes, les élèves, par un travail de groupe, proposent un calcul qui puisse traduire cette notion. Un débat sur la pertinence des propositions faites, conduit à écarter de nombreuses propositions et à privilégier l'écart moyen. L'écart-type se trouve défini au cours de la phase d'institutionnalisation

Prévoir 2 séances distinctes.

DE LA MOYENNE A L'ECART-TYPE

OBJECTIFS:

* Amener les élèves à construire eux-mêmes l'écart-moyen
*Introduire l'écart-type.
*Réfléchir sur la signification des outils statistiques.
* Utiliser le contre-exemple et le débat.

SITUATION:

**Pour ce qui est de la gestion de classe:*

Il est souhaitable que cette activité ait lieu après avoir familiarisé les élèves à un travail de groupe avec débat et recherche de contre-exemples sur des énoncés ouverts. En effet il s'agit ici d'"inventer" un nouvel objet, ce qui peut être très loin de la pratique de certains élèves habitués à être des exécutants.

**Pour ce qui est des contenus:*

Cette activité se place:
- n'importe quand dans l'année, même si la valeur absolue n'est pas encore vue.
- après quelques séances destinées à reprendre le vocabulaire statistique, les graphiques et les calculs de moyennes. A partir de quelques exercices (donnés en annexe 1), le professeur a fait réfléchir à la signification des diverses représentations graphiques en particulier à la signification des "bâtons" comme étant proportionnels au "poids" dont chacune des valeurs est chargée. Il a fait préciser les notions d'"élève régulier" (par rapport à l'ordre chronologique) et de "résultats homogènes" (qui font appel à la notion de dispersion sans tenir compte du temps).

**Attention:* Dans des classes de seconde dites "faibles" cette activité doit être menée avec prudence et chaque étape parfaitement respectée.

ENONCE (DONNE AUX ELEVES EN TROIS TEMPS)

I. Approche. *(construction de séries plus ou moins homogènes)*

*U*n professeur, après avoir étudié les notes de 2 élèves, déclare:

"Ces deux élèves ont exactement 9 de moyenne et l'un a des résultats beaucoup plus homogènes que l'autre. "

Quelles pourraient être les notes de ces 2 élèves? (on donnera une dizaine de notes environ par élève)

II Recherche *(propositions de calculs pour C)*

Dans une classe un professeur de mathématiques veut examiner avec soin et comparer les résultats de tous ses élèves. Ce professeur, très consciencieux, décide de mettre au point un calcul, dont le résultat serait C, à faire sur les notes de chacun des élèves.

Le nombre C, obtenu par le même procédé pour chacun des élèves, répondrait simultanément aux deux exigences suivantes:

- C est positif
- Plus C est petit , plus les résultats sont **homogènes**

Que proposez-vous comme calcul qui répondrait à ces 2 conditions?

III. Validation *(fait suite à la restitution)*

Sans faire de représentation graphique, mais en utilisant le calcul de C qui n'a pas (encore!) été refusé, déterminer lequel de ces deux élèves a les résultats les plus homogènes:

E1 : 05.10.12.16.14.08.14.12.08 ou E2 : 10.05.11.10.12.12.17.12.10 11 ?

SCENARIO:

Première séance (1 heure)

Approche: construction de séries plus ou moins homogènes.

Travail individuel puis par groupes de 2 ou 4 élèves. Débat interne au groupe sur la validité des exemples proposés. Intervention du professeur si nécéssaire. 15 mn dont 5 mn en recherche individuelle .

Recherche: propositions de calculs pour C.

Travail individuel puis par groupes. Production d'un document qui sera rendu au professeur à la fin de l'heure. Aucune intervention du professeur.

Deuxième séance (1 heure)

Restitution:

Débat en classe entière: pourquoi accepter ou non telle proposition?. Si elle a été suggérée, seule reste invalidée la somme des écarts à la moyenne.

Validation

Le professeur propose à tous l'étude d'un même exemple pour "valider" la proposition d'écart moyen.

Troisième séance (1/2 heure)

Institutionnalisation:

Le professeur établit un résumé de cours comportant:
L'étendue, l'écart moyen, la variance, l'écart-type.

L'analyse présentée ci-après ne distingue pas les analyses a priori et a posteriori. Sous des formes proches, cette activité a été faite de nombreuses fois; le scénario et l'analyse ici proposés en sont l'aboutissement.

ANALYSE:

L'approche:

Cette phase fait suite aux exercices (voir annexe 1) ayant permis de réfléchir à la différence entre: - "élève régulier" qui joue avec la relation d'ordre fixée par le temps,

- "résultats homogènes"où il est fait abstraction de tout ordre.

Cette phase permet à l'enseignant de s'assurer que l'idée d'homogénéité est acquise pour tous, il intervient donc si tel n'est pas le cas. De plus, elle donne aux élèves l'occasion de produire leurs propres exemples de séries de notes en réponse à des exigences données simples; ils sont donc plus à même de produire des contre-exemples par la suite.

La recherche.

Le travail de recherche ici demandé est une alternance de conjectures et de validations. Il s'agit pour l'élève, tout d'abord **d'imaginer** des réponses à un type de problème jamais rencontré. Certains élèves peuvent se trouver dérouter par ce type de travail qui fait largement appel à l'intuition. La plupart des groupes formulent cependant des propositions, mais peu opèrent un contrôle de validation des réponses apportées.

La restitution.

Au cours d'une deuxième séance, les différentes productions, avec le nom des auteurs, sont présentées à la classe. Le professeur peut, par exemple, avoir préalablement recopié celles-ci au tableau, mais d'autres formes de restitution sont possibles. Les élèves doivent alors débattre des propositions faites. Pour l'élève, il s'agit d'arriver à une critique de son travail et de celui des autres: justification ou invalidation.

Les différentes propositions sont, suivant la classe concernée:

* L'étendue
* Le pourcentage de notes non autour de la moyenne(non comprises entre x-1 et x+1)
* Le rapport entre le nombre de notes supérieures à la moyenne de l'élève et le nombre de notes inférieures à sa moyenne.

* L'addition de tous les écarts successifs entre les notes placées dans l'ordre chronologique.

* La différence entre la moyenne des notes au-dessus de la moyenne et la moyenne de celles situées en-dessous.(ou de même par rapport à 10).

* L'addition de tous les écarts positifs de chaque note à 10, ou à la moyenne.

.....

Dans cette phase de restitution-débat, il est important que la validation vienne des autres élèves et non du professeur. Celui-ci n'est là que pour diriger les interventions et éviter les débordements possibles. Il faut donc prévoir pour les propositions qui ne sont pas immédiatement rejetables, des temps de recherche sur la validité des solutions proposées.
Cependant, si pour une proposition, les élèves ne trouvent pas de contre-exemples (voir ceux cités en annexe 2) le professeur amorce le débat en donnant à réfléchir sur des séries de notes judicieusement choisies. Il est donc très vivement conseillé à l'enseignant d'avoir préalablement prévu ses propres contre-exemples pour ne pas alourdir cette phase.

La "validation" :

La proposition de la moyenne des écarts à la moyenne.ne peut être invalidée. Le calcul fait sur chacune des séries de notes E1/E2 a force de validation pour beaucoup d'élèves. Cependant les questions suivantes doivent apparaître:
"Est-on sûr que cela convient dans tous les cas?
N'y aurait-il pas une autre possibilité?"
Le résultat est sujet à caution car il n'est pas issu d'une démonstration: la validation repose en effet uniquement sur l'absence de contre-exemple. Pour une preuve, il faudrait modéliser mathématiquement le terme "homogène". Ici nous aboutissons en fait à une définition de ce terme. C'est donc l'enseignant qui affirme autoritairement que l'objet construit répond bien aux contraintes de départ dans tous les cas. Toutefois, il peut être intéressant de signaler aux élèves que la démarche scientifique adoptée ici est différente de celle qui est habituelle, à savoir validation = démonstration.

L'institutionnalisation:

La communauté scientifique appelle l'objet découvert, ou proposé par l'enseignant, "l'écart-moyen", mais il existe une autre possibilité très voisine: l'écart-type. La justification proposée pour l'écart-type, à savoir prendre la racine carrée des carrés des écarts pour éviter les valeurs absolues, est la seule possible et naturelle pour les élèves. Elle leur convient d'ailleurs parfaitement. Signalons que d'un point de vue historique, ces deux paramètres de dispersion sont apparus de manière concomitante, l'écart moyen ayant eu,

dans un premier temps, les faveurs de Laplace et l'écart-type celles de Gauss. (voir Annexe 4)
Une fiche de synthèse tient lieu à la fois de cours et de trace de l'activité. Les calculs sont effectués par les élèves et la conclusion élaborée collectivement. (voir Annexe 3)
Certains élèves proposent de poursuivre la réflexion:
-Pourquoi n'a-t-on pas écart-type égal écart-moyen?
-A-t-on toujours l'écart type supérieur à l'écart moyen?
-Pourquoi ne fait-on pas le calcul en prenant la racine carrée de la somme des carrés des écarts, puis, en divisant par n?

Réinvestissement:

Cette activité d'introduction de l'écart-type à partir des notes d'élèves se doit bien évidemment, d'être relayée par quelques situations menant à une réflexion sur les divers caractères de position et de dispersion, et imposant un transfert par rapport à la situation initiale.

Annexe 1: Exercices préparatoires

Elève régulier et résultats homogènes.

Exercice 1 : Comparaison des notes de 3 élèves.

Trois lycéens ont eu pour notes en mathématiques l'an passé :

L_1	4	6	3	9	10	8	12	10	19	12	20	12	18
L_2	18	12	20	12	19	10	12	8	10	9	3	6	4
L_3	8	12	10	10	16	12	10	12	9	15	9	8	12

1) Représenter graphiquement les notes de chaque lycéen en fonction de l'ordre des contrôles (3 couleurs sur le même graphique).
2) Représenter par des diagrammes en bâtons les effectifs (3 diagrammes différents).
3) Calculer la moyenne de chacun de ces lycéens.
4) En utilisant chacune des informations mises en évidence par les 3 questions précédantes, comparer les résultats de ces lycéens
5) Imaginer le commentaire de l'enseignant sur le livret scolaire de chacun.

Exercice 2: Comparaison des notes de 2 classes .

Voici les notes obtenues au même contrôle par les élèves de 2 classes C1 et C2 :

11	12	9	15	1	18	7
6	10	7	2	14	2	15
4	7	14	13	6	17	16
13	9	15	5	10	4	5
15	7	5	9	11	14	14

7	17	8	11	12	9
0	12	10	2	8	19
7	5	11	1	9	10
3	12	8	11	13	17
12	11	15	10	12	9

1) Comparer les 2 classes à l'aide des diagrammes de chaque série de notes.
2) Calculer les moyennes de chaque classe.
3) Quelle est la meilleure classe?

Exercice 3 : Comparaison des notes de 2 élèves.

Dans une classe, le professeur de mathématiques veut examiner avec soin et comparer les résultats de deux d'élèves. Voici leurs notes:

Elève E1 : 13 11 10 09 09 11 08 13 11

Elève E2 : 08 11 13 07 12 12 06 13 07 18

1) Calculer la moyenne de chacune des séries.
2) Représenter chacune de ces deux séries par un diagramme en bâtons (on placera ceux-ci l'un en dessous de l'autre.).
3) Que peut-on en conclure?

Annexe 2 : Productions d'éléves.

Quelques propositions et corrections établies par une classe.

1----------

Pour trouver C il faut faire la moyenne de tous les élèves puis enlever toutes les notes autour de la moyenne puis diviser les autres par le nombre d'élèves total.

***Correction**: FAUX, car enlever toutes les notes autour de la moyenne c'est trop vague. De plus, il ne s'agit pas d'un seul élève.*

2----------

On prend: la note la plus élevée - la note la plus basse.

E1: note la plus élevée: 14	E2: note la plus élevée 16	E1: 14 - 09 = 06
note la plus basse: 09	note la plus basse: 06	E2 16 - 06 = 10

***Correction:** FAUX. On peut avoir E1: 14.10.13.10.14.09 et on aurait c=6*
E2: 06.06.16.06.06.06.06 et on aurait c=10
Or E2 a des résultats plus homogènes que E1, le calcul proposé ne convient pas.

3----------

c = moyenne des notes les plus fortes - moyenne des notes les plus faibles
(c'est à dire en dessus et en dessous de la moyenne)

***Correction:** FAUX. On prend A: 13.11.13.11.13.11.13.11 et B:11.11.11.11.14.11.11.11.*
Pour A: moyenne des notes au dessus de 12: 13
moyenne des notes au dessous de 12: 11. d'où l'écart c=2.
Pour B: moyenne des notes au dessus de 11,4: 14
moyenne des notes au dessous de 11,4: 11. d'où l'écart c=3.
Ceci est contraire à ce que l'on cherche car B a des notes plus homogènes que A.

4----------

La moyenne $X=\frac{la.note.la.plus.haute}{la.note.la.plus.basse}$

Exemple 1: $10,5*\frac{14}{7}=21$ Le résultat est petit car les notes sont homogènes. (7 notes 14)

Exemple 2: $11*\frac{20}{3}=73,3$ Le résultat est très grand car les notes sont hétérogènes.(3 notes 20)

***Correction:** FAUX Avec E1: 20.19.20.20.19.02 on a m=16.7 et c=16.7*(20/2)=167*
E2: 08.20.03.14.10.09 on a m=10.6 et c= 10.6(20/3)≈ 71*
Selon ce calcul on aurait E2 plus homogène que E1. Or nous constatons l'inverse.

5----------

En additionnant les écarts entre chaque note et en divisant par le nombre d'écarts, nous obtenons C.

C = A B C
N

C1 14 11 10 09 09 10 11 07 13 11 : notes
3 1 1 0 1 1 4 6 2 = 19/9 C = 2,1

C2 08 11 13 07 12 12 06 13 07 16 : notes
3 2 6 5 0 6 7 6 9 = 35/6 C = 5

Conclusion: C est plus petit car C1 est plus homogène que C2

Correction: *FAUX car l'ordre des notes intervient dans la solution proposée. Pour un élève qui aurait les mêmes notes que C1, mais dans un autre ordre, on aurait un nombre C différent et des résultats tout aussi homogénes.Par exemple pour 14 13 11 11 11 10 10 09 09 07, on a c=8 .*
1 2 0 0 1 0 1 0 2

Annexe 3 : Fiche de cours

41

Les caractéristiques de dispersion.

Exemple Pour comparer les notes de tous les élèves d'une classe, on pourrait....
Comment exprimer l'homogénéité des notes?
Etude sur les notes de 2 élèves:
A :05.10.12.16.14.08.14.12.08 B :10.05.11.10.12.12.17.12.10.11

L'étendue

L'étendue d'un série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur du caractère étudié.

étendue 1ère série : 11 étendue 2ème série: 12

L'écart moyen.

L'écart moyen est la moyenne des écarts entre les valeurs d'un caractère et la moyenne de ces valeurs.

valeurs A	effectifs	écarts à la moyenne	effectifs x écarts
5	1	6	6
8	2	3	6
10	1	1	1
12	2	1	2
14	2	3	6
16	1	5	5
total	9	XXX	26

valeurs B	effectifs	écarts à la moyenne	effectifs x écarts
5	1	6	6
10	3	1	3
11	2	0	0
12	3	1	3
17	1	6	6
total	10	XXX	18

1ère série : moyenne des valeurs $\bar{x}$ = 11 2ème série : moyenne des valeurs $\bar{x}$ = 11
écart moyen: 2,9 **écart moyen :** 1,8

Pour écrire la formule, il faut différencier les cas où $\bar{x} > m$ et $\bar{x} < m$, et donc utiliser la valeur absolue, outil peu pratique. Les mathématiciens définissent donc un autre calcul qui donne le même type d'information:

L'écart type.

L'écart type d'une série statistique est la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts à la moyenne des valeurs du caractère, il est noté σ .

valeurs A	effectifs	écarts à la moyenne	carré des écarts	effectifs x carrés
5	1	6	36	36
8	2	3	9	18
10	1	1	1	1
12	2	1	1	2
14	2	3	9	18
16	1	5	25	25
total	9	XXX	XXX	100

valeurs B	effectifs	écarts à la moyenne	carré des écarts	effectifs x carrés
5	1	6	36	36
10	3	1	1	3
11	2	0	0	0
12	3	1	1	3
17	1	6	36	36
total	10	XXX	XXX	78

1ère série moyenne des valeurs: $\bar{x}$ = 11.
moyenne des carrés des écarts: 11,1
écart- type: $\sigma \approx 3,3$

2ème série: moyenne des valeurs: $\bar{x}$ = 11.
moyenne des carrés des écarts: 7,8
écart-type: $\sigma \approx 2,8$

Conclusion de l'exemple étudié:
Les élèves A et B ont la même moyenne. Les notes de l'élève B ont une étendue supérieure à celles de A, mais elles sont plus regroupées autour de la moyenne: les écarts-moyens et écarts-types de B sont moindres que ceux de A. Les résultats de B sont, en effet, plus homogènes que ceux de A.

Annexe 4: Brèves données historiques.

Paramètres de position et de dispersion

L'apparition des paramètres de position et dispersion est essentiellement liée à **L'ASTRONOMIE**, la position obtenue pour un objet céleste s'établissant à partir de séries d'observations.

Pour établir ces positions, le **mode** et **"le milieu de l'intervalle défini par les valeurs extrêmes"** semblent s'être imposés naturellement dans un premier temps. La moyenne et la médiane n'étaient pas encore un choix systématique pour le grec Ptolémée.

C'est au XVI° siècle que Tycho Brahé a recours à la **moyenne arithmétique**. La **médiane** voit naître son intérêt en 1757 avec Roger-Joseph Boscovich. Au XVIII° siècle les astronomes étudient la "distribution des erreurs" pour déterminer la position des objets célestes à partir des premiers travaux dûs à Galilée en 1632.

La **variance** naît au XIX° siècle avec les moindres carrés, l'**écart-type** suit : Carl Friedrich Gauss propose en 1816 , pour mesurer les variations des erreurs en astronomie , l'usage de $\varepsilon_k = (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k)^{\frac{1}{k}}$ (x_i désignant la valeur absolue de l'écart de la ième observation à la moyenne arithmétique). L'écart-type ε_2 aura la préférence de Gauss aux autres mesures alors que l'**écart-moyen** ε_1 avait, dans um premier temps, les faveurs de Laplace. Au XIX° siècle on utilisera plusieurs mesures de dispersion apparentées à l'écart-type.Ce n'est qu'en 1893 que Carl Pearson introduit le terme de "standart deviation" noté σ.

D'après:
Histoire de la statistique
Jean-Jacques Droesbeke et Philippe Tassi
"Que-sais-je" 2527, P.U.F, 1990

la palette du prof

QUE LE MAÎTRE SOIT :

comment fait il ?

IL SE DÉBROUILLE POUR DOSER JUDICIEUSEMENT
TOUS LES INGRÉDIENTS D'UN "BON COURS" !

issu de
Problèmes ouverts
Lyon
dessins de
Claude Tiveron

DES ACTIVITES EN SECONDE : POURQUOI ET COMMENT ?

Elisabeth Hébert
Groupe Didactique
IREM de Rouen

"Il s'agit donc aujourd'hui de réfléchir au "cocktail" d'éléments indispensables que l'enseignant, le médiateur, pourra proposer à chaque "apprenant" pour interférer avec son système de pensée et lui permettre son dépassement" (A.Giordan[1]).

Palette ou cocktail ...? Enseignement ou apprentissage...? Activités ou gammes...? C'est par la diversité des images, des points de vue et des pratiques que se crée l'harmonie. Dans la diversité des pratiques enseignantes, les activités jouent un rôle particulier. Qu'il soit bien entendu qu'elles ne peuvent être la seule composante de notre enseignement.

C'est à partir d'un travail de groupe mené dans plusieurs classes de seconde à l'IREM de Rouen depuis plusieurs années que je me propose d'étudier les caractéristiques d'un travail par activités. Je formulerai ici des idées issues d'une réflexion collective, ce qui justifie le "nous" utilisé dans la suite du texte.

[1]André GIORDAN : Vers un modèle didactique d'apprentissage allostérique. *Obstacles et conflits. 1989*

1ERE PARTIE :
L'APPRENTISSAGE PAR ACTIVITES.

QU'EST-CE QU'UNE ACTIVITE DANS LE CONTEXTE PRESENT ?

Donner une définition est un peu illusoire mais ce vocable porte tant de confusion qu'il nous paraît opportun d'en tracer le contour. Nous dirons, pour notre part et dans le contexte du présent article, qu'une activité est l'occasion pour l'élève de mettre en oeuvre des connaissances antérieures et de produire, avec celles-ci, une connaissance mathématique nouvelle, par une démarche qui ne soit ni une reproduction conformément à un modèle, ni le produit direct d'un questionnement directif.

Il est donc clair qu'il ne s'agit pas :

- d'exercices d'entraînement en conformité à un modèle, de type "gammes" : (résolution d'équations, construction de sommes vectorielles...)
- d'exercices de contrôle conçus pour s'assurer de l'acquisition des savoirs étudiés
- de problèmes guidés qui se font par l'exécution d'une série de consignes énoncées préalablement, sans mener pour autant à une compréhension globale de la situation proposée (type examen I), a) , 1°) ...)

Mais la frontière de ce qui est nommé "activité" ne peut être précise. Un exercice d'application permettant de mettre en oeuvre un savoir mathématique récent, ou un exemple d'approche d'un nouveau savoir peuvent être ou ne pas être des activités. A partir d'un même support mathématique, les différentes gestions de classe impulsées par les enseignants vont mener les élèves à des comportements intellectuels radicalement différents : les savoirs et rapports au savoir qui se mettent alors en place diffèrent.

Travailler par activités n'est pas un choix pédagogiquement neutre. Ce choix renvoie à nos représentations de l'apprentissage, des mathématiques , de la fonction enseignante ou encore à nos représentations de la formation de l'individu. Celles-ci ne sont pas indépendantes les unes des autres. Ainsi les analyses de Giordan (voir article en annexe) sur l'apprentissage , auxquelles nous adhérons globalement, renvoient à ces diverses représentations.

Remarquons que le travail collectif, qui a mené à cet article, est le fruit d'une longue maturation. L'évolution parallèle des représentations de chacun des membres de notre groupe de travail rouennais sur les activités en seconde s'est faite, sur la base de composantes éthiques (suivant la terminologie de Marc Legrand [2]) proches, par intégration progressive des analyses des didacticiens qui ont lors de notre séminaire local de didactique contribué à notre formation.

---

[2] Marc LEGRAND : Le regard scientifique. Journées APMEP 1991-1992. *Le Plot*, N°61.

TRAVAILLER PAR ACTIVITES : UN DEFI .

Notre travail par activités prend donc appui sur un cadre théorique impulsé par les didacticiens . Mais sa justification profonde tient à un certain nombre de **constats** réalisés dans nos propres classes dès que nous évaluons l'apprentissage d'élèves qui n'apparaissent pas "prédestinés" à la terminale C. Parmi ces constats nous retiendrons que pour l'élève "ordinaire" :

- l'écoute du discours du professeur de mathématiques ne garantit aucun ancrage dans ses structures de pensée. Le message lui reste extérieur : il glisse...
- la lecture de propos mathématiques se heurte à des problèmes de compréhension : mots et symboles sont entourés de confusion, l'ensemble s'articule dans un flou considérable.
- l'exécution d'exercices réalisés dans la docilité permet un savoir-faire mémorisé dans le court terme mais qui disparaît rapidement. Ce nouveau savoir est plaqué à l'ancien, il ne se trouve pas articulé au réseau de connaissances antérieures.

Rendre l'élève acteur de l'apprentissage nous est donc apparu comme une nécessité. L'acteur, à l'opposé du figurant d'une pièce de théâtre, est celui qui , dans un cadre donné, a une marge de manoeuvre quant à son expression : il donne vie au texte et au contexte . Etre acteur en cours de mathématiques c'est donner vie au savoir, c'est pouvoir choisir, pouvoir imaginer, pouvoir faire, pouvoir conjecturer, pouvoir valider... En étant acteur, l'élève fait sien le savoir proposé.

Mais attention **"être actif"** et **"être acteur"** sont deux comportements qui ne nous semblent pas pouvoir être confondus; l'énorme ambiguïté sur la terminologie utilisée dans les manuels de seconde réside dans cette confusion. Ceux-ci dénomment "activité" tout travail demandant à l'élève d'être actif. **Rendre l'élève actif,** c'est faire en sorte qu'il se trouve concerné par ce qui se passe. Mais selon le contrat implicite ordinaire, c'est le professeur qui "mène le jeu" ; le bon élève peut être en symbiose avec l'enseignant mais ceci ne le rend pas pour autant "acteur", au sens précisé ci-dessus.

Un travail par activités, dans la mesure où il laisse une véritable autonomie à l'élève, va se heurter à de nombreux **obstacles,** plus ou moins importants selon les élèves. Précisons ceux-ci :

- Il fait appel à des connaissances antérieures mal stabilisées, celles-ci peuvent se tordre, se déformer, voire se modifier et perdre leur sens premier pour répondre au besoin présent.
- Une activité longue impose de multiples articulations, or l'élève en difficulté a un fonctionnement en "patchwork", il travaille sur des îlots de cohérence qu'il n'articule pas .
- La production d'une démarche personnalisée s'appuie sur trois composantes intellectuelles non nécessairement acquises : le fonctionnement de la **logique** mathématique, l'**anticipation** d'une démarche possible, le **contrôle** de ce qui est produit.

Pour tenir compte des élèves en difficulté , l'enseignant a tendance à proposer des exercices brefs et ciblés, les raisons d'un tel choix ne manquent pas : il permet à l'élève de travailler sur des îlots de cohérence, il stabilise les connaissances utilisées et évite une dérive vers le non-sens, il permet à l'élève d'aboutir à un résultat. Mais une telle forme de travail ne peut suffire puisqu'elle n'agit pas sur la complexité des savoirs en jeu, ni sur leurs interrelations.

Nous avons, pour notre part, pris acte des difficultés propres au travail par activités et essayé , à partir de quelques situations soigneusement choisies et d'une gestion de classe adaptée, de relever **le défi** d'une possible évolution des structures de pensée de nos élèves et de leurs conceptions des objets mathématiques.

Y sommes-nous parvenus ? Un travail d'évaluation de cette évolution pose un problème méthodologique énorme. Disons simplement que, l'année s'écoulant, les élèves ont acquis plus d'aisance et d'autonomie, leur représentation des mathématiques s'est manifestement trouvée modifiée. Ils "ont aimé" travailler par activités. "Le plaisir engendré par un travail de la pensée qui est affirmation positive de soi et maîtrise culturelle du monde" n'est-il pas suffisant pour valider activité mathématique comme le pense B.Charlot [3]? Disons, quant à nous, que c'est du moins une condition première pour la validation de celle-ci.

LA FONCTION DES ACTIVITES

"Mon prof il fait les exercices avant le cours." Cette récrimination d'élève souvent entendue peut nous sembler bien primaire, mais elle marque la rupture avec le cours magistral. L'enseignant, quant à lui, parlera d'activités préparatoires et d'activités de réinvestissement.

Les **activités préparatoires** présentées dans la plupart des manuels scolaires ont bien souvent comme fonction de pointer ou constater un résultat à établir. Il s'agira par exemple de compléter un tableau de nombres et de constater que $|x+y| \leq |x|+|y|$; on prendra alors appui sur cette constatation pour énoncer et donner du sens à la formule générale. Le travail demandé ne montre pas pour autant à l'élève les "vraies raisons" de ce qu'on veut lui apprendre. Pour la plupart de ces activités, l'élève n'est pas acteur du savoir, mais l'exécutant d'une tâche préétablie. Il est tout simplement actif, ce n'est pas à ce type d'activités que nous nous intéressons ici.

Les **activités de réinvestissement**, ainsi nommées dans les manuels, ont un contour extrêmement flou suivant les contextes. En fait toute activité s'appuie sur un savoir antérieur et est donc un réinvestissement de celui-ci. L'expression "activité de réinvestissement" vise en général à faire fonctionner et stabiliser des savoirs nouvellement établis Par économie de temps celle-ci sont souvent données en travail à la maison.

Mais regardons de plus près ce que comportent ces dénominations. Une activité préparatoire entend être **préalable à l'apprentissage** d'un concept et une activité de réinvestissement **postérieure à l'apprentissage** de l'un d'eux.

---

[3] Bernard. CHARLOT : La validation des concepts et del'activité mathématique. Dossier GREM-GFEN 1985-1986

Ce que nous nommons "apprentissage" signifie ici que l'enseignant a transmis une information censée être mémorisée, elle ne suppose rien sur l'apprentissage. Ce que nous nommons "concept" sous-entend que ce dont nous parlons aux élèves peut se définir, être précisé. Mais est-ce toujours possible ? En fait, n'est-ce pas de quelque chose de plus complexe dont nous parlons ? Pensez par exemple au concept de "fonction"! En réalité, il n'y a ni avant, ni après, il y a surtout un "pendant" : l'apprentissage se joue sur la durée.

Est-ce alors étonnant que nous ne parvenions pas à trouver l'activité de rêve, qui une fois pour toutes (et en peu de temps, bien sûr) ferait en sorte que l'élève sache ? Il nous faut sortir de ce rêve d'efficacité immédiate, mais a contrario il nous faut reconnaître que toute activité puisse avoir un impact sur plusieurs aspects des connaissances et structures de pensée.

Les activités présentées dans cette brochure ne seront donc pas classifiées dans ces deux catégories, nous soulignerons plutôt la fonction essentielle de certaines d'entre elles :

• Des activités "pour actualiser"
Il s'agit de faire resurgir des connaissances antérieures, de les réactiver pour permettre de reformuler les savoirs et les rendre plus aisément mobilisables au cours d'autres activités. L'activité *"seconde 10"* a cette fonction, elle actualise les savoirs étudiés au collège sur les aires, le sens des équations, les valeurs exactes et approchées. L'activité "*vecteurs*" conduit à reformuler les savoirs nécessaires à la progression dans ce domaine.

• Des activités "pour provoquer"
Il s'agit avec de telles activités de modifier les conceptions des élèves en leur présentant une situation qui provoque une remise en cause de la conception antérieure. *"La symétrie par rapport au cercle"* vise à modifier les conceptions des propriétés de conservation des transformations.

• Des activités "pour découvrir"
L'activité "idéale" vise à faire découvrir à l'élève une connaissance nouvelle, qui soit la réponse la plus pertinente au problème qui lui est posé. Ces activités sont difficiles à élaborer, il s'agit en effet de permettre à l'élève d'accéder en un temps réduit, à une connaissance qui souvent a germé sur plusieurs siècles. Pour exemple, l'activité *"de la moyenne à l'écart type"* à pour fonction de faire émerger un nouveau calcul qui conduise à l'écart-type.

• Des activités "pour décloisonner"
La fonction de certaines activités peut être de permettre aux élèves de prendre du recul sur les différents outils que le programme de seconde met à leur disposition. L'activité *"Les rectangles emboîtés"* permet aux élèves de pointer les différentes méthodes qui prouvent le non-alignement de trois points.

Ce ne sont là que quelques exemples des multiples fonctions que peuvent avoir les activités, étant entendu qu'une même activité peut cumuler plusieurs fonctions: établir une situation de référence pour un chapitre donné, permettre une réflexion concernant les méthodes de démonstration, donner l'occasion de réinvestir des comportements de modélisation.....

Des activités donc, aux fonctions inépuisables, pour des acteurs aux jeux infinis, et qui offrent à l'enseignant d'innombrables options quant à la gestion de la classe. C'est cette variété de choix que nous chercherons à préciser maintenant.

2EME PARTIE :
DES VARIABLES POUR GERER LES ACTIVITES.

Le premier composant d'une activité est évidemment la "substance" mathématique sur laquelle elle est construite: nous parlerons du **support mathématique**. Celui-ci est un aménagement artificiel de l'environnement mathématique de l'élève, mis en place pour provoquer son activité.

Un support mathématique suffisamment riche peut donner lieu à des activités aux fonctions différentes, il suffit de faire varier la gestion de classe de façon adaptée. La confrontation de pratiques variées, auprès de publics différents nous a mené à repérer les multiples **variables** qui sont à notre disposition pour construire une activité: la place dans la progression, l'ouverture de l'énoncé, les valeurs affectées aux variables mathématiques, la formulation des consignes, l'attribution d'une note, la répartition des phases, la part d'intervention du professeur, le travail individuel ou de groupe, le support matériel des productions demandées, la forme de restitution adoptée, le type de capitalisation retenue.

LA PLACE DANS LA PROGRESSION.

Il va de soi qu'à partir d'un même support mathématique, on peut construire des activités totalement différentes; il suffit que change le moment de son étude dans la progression de la classe.

De nombreuses activités proposées en seconde visent à mettre en place les diverse facettes du concept de fonction. Le même support peut mener l'enseignant à introduire le concept de fonction, à explorer la notion de variation, à stabiliser un savoir-faire....Il en est ainsi pour la recherche du rectangle d'aire maximum inscrit dans un triangle, activité intitulée *"un maximum pour le promoteur"* et présentée en annexe de l'activité *"seconde 10'"*. Quant à l'activité *"les comparaison d'aires"*, elle peut être utilisée, suivant le niveau de la classe auquel l'enseignant s'adresse, soit comme matériel permettant les premières remarques sur les représentations graphiques de fonctions, soit comme l'occasion d'interroger des courbes en articulant les cadres graphiques et algébriques.

L'OUVERTURE DE L'ENONCE.

Un énoncé est toujours plus ou moins ouvert. L'ouverture d'un énoncé est la marque de l'autonomie laissée à l'élève. Le degré d'ouverture est parallèle à la quantité d'informations donnée à l'élève pour le guider, informations qui peuvent, soit être des indications concernant les méthodes à utiliser, soit porter sur la formulation de la réponse qu'il convient de donner au problème. En cas d'absence de cette dernière, l'élève est amené à faire des conjectures.

L'énoncé d'une activité est d'ordinaire relativement ouvert puisqu'il doit permettre une certaine autonomie de l'élève. En ouvrant ou fermant l'énoncé fourni par un même support, le travail de l'élève change de nature.

Faut-il ouvrir ou fermer un énoncé? Cette question ne peut trouver de répons en dehors des objectifs que l'on se donne et du type de gestion de classe que l'o retient. Considérons par exemple l'énoncé dit de *"la boîte"* ou "*du cendrier*", dont existe plusieurs versions dans les brochures IREM et manuels:

Dans une plaque carrée de 10 cm de longueur, on découpe à chacun des coins quatre carré identiques puis l'on plie pour obtenir une boîte ouverte suivant le schéma suivant.

Quel doit être le côté de chacune des découpes, si l'on veut obtenir une boîte de volum maximal ?

Sur un support mathématique riche, on formule ici une question ouverte en c sens où elle n'induit nullement par quelles étapes l'élève doit passer pour y répondre or celles-ci sont nombreuses et la modélisation algébrique loin d'être immédiate. Un telle forme d'énoncé peut être pertinent pour un travail de groupe : ce dernier signifi clairement aux élèves la nécessité d'investir dans un travail de recherche et leu permet d'explorer diverses pistes qui s'enrichissent les unes les autres. Par contr cet énoncé ne peut être à retenir sous cette forme, par exemple, comme un exercic ordinaire à chercher à la maison, seuls de très rares élèves investiront le problème, i ne faudra pas s'en étonner; il conviendrait dans ce cas élaborer un énoncé au questions fermées. Pour un même support mathématique, le degré d'ouverture d'u énoncé est donc une variable à la disposition de l'enseignant.

L'enseignant peut aussi proposer, pour un même support, une **successio** d'énoncés aux degrés d'ouverture différents.

Par exemple, l'activité *"rectangles emboîtés"* telle que présentée dans cett brochure joue sur la diversité des méthodes de démonstration proposées par le élèves. Elle peut naturellement être suivie d'un devoir à énoncé fermé construit partir des propositions des différents groupes et permettant à tous de s'approprier le méthodes envisagées.

A l'opposé, un devoir traité par un énoncé fermé sur le support du *"carré qu pivote dans un carré"*, peut être repris avec un énoncé totalement ouvert : "Et si l figure pivotait dans un rectangle?". Ce réinvestissement en énoncé ouvert impose l'élève de prendre du recul sur le travail antérieurement demandé avec l'énonc fermé.

LES VALEURS AFFECTEES AUX VARIABLES MATHEMATIQUES.

Les variables mathématiques sont familières aux enseignants d mathématiques. L'influence des valeurs retenues est aisément repérable dan l'activité de *"la boîte"*. Pour un côté initial de longueur c, le maximum est obten pour $x = c/6$. Si l'on veut conclure ce problème de maximum par une recherch graphique approfondie, et qui plus est par une solution de nature algébrique, il ser beaucoup plus judicieux de choisir par exemple $c = 10$ que $c = 6$. En effet, $c = 1$ mène à une véritable recherche du maximum 5/3 puisque les valeurs 1,6 ou 1,66 n

sont pas totalement satisfaisantes, alors qu'avec c = 6 l'élève parvient rapidement à la certitude que 1 convient.

Les variables numériques sont les plus familières mais ce ne sont pas les seules qui soient à la disposition de l'enseignant. L'activité *"la symétrie par rapport à un cercle"* donne un exemple d'activité dont les variables ne sont pas numériques. La position des droites à transformer par rapport au centre du cercle de référence est une variable déterminante suivant que l'on souhaite ou non mener une réflexion sur l'image très problématique de ce centre.

LA FORMULATION DES CONSIGNES.

Puisqu'il y a, dans un travail par activités d'infinies variantes quant à la gestion de classe, il est essentiel que l'élève soit clairement informé sur ce que l'on attend de lui. Exception faite des classes particulièrement attentives, les consignes sont données par écrit aux élèves.

Certaines consignes précisent certains aspects du **contrat** en vigueur dans la classe pour la ou les séances réservées à l'activité: travail individuel ou collectif, délais, support matériel de la production du groupe, ...éventuellement le type d'interventions du professeur, la forme de l'évaluation.....

D'autres consignes décrivent le travail à effectuer à partir du support mathématique proposé. Elles sont souvent intégrées à l'énoncé du problème. La formulation de ce type de consignes est toujours extrêmement délicat et nécessite un travail fin d'analyse à priori. Ainsi, dans l'activité *"seconde X "* il suffira d'énoncer comme contrainte "les caractères doivent avoir une certaine homogénéité" plutôt que "les caractères doivent respecter les arrondis" pour modifier le degré des équations qui interviennent.

Prudence donc, nous avons observé bien des fois, qu'il suffisait de bien peu de choses au niveau des consignes pour mettre en échec l'activité prévue!

L'ATTRIBUTION D'UNE NOTE.

"Madame est-ce que c'est noté?" Question éternelle qui, suivant les jours, nous fera sourire ou nous horripilera. Nous n'analyserons pas les racines profondes du rapport des élèves à la note ici, mais prendrons acte qu'il y a là un élément non négligeable dans l'investissement de ceux-ci sur l'activité proposée.

Nous avons donc dans les classes "récalcitrantes" pris appui sur cette importance de la note pour valoriser les différents aspects du contrat mis en place. A notre surprise, le fait que la note attribuée ne soit pas exclusivement élaborée à partir des seuls éléments de savoir mathématique n'a jamais été source de conflits avec les élèves.

Parfaitement conscients des effets pervers que produit le système de notation actuel dans le rapport de l'élève au savoir, nous veillons à minimiser progressivement l'importance accordée à la note et ce, en tenant compte de la vitesse d'adaptation de chaque classe aux contrats propres au travail par activités. Parvenir à une évaluation globale, non notée, au moment de la restitution nous semble en effet plus conforme à l'objectif d'autonomie que poursuit le travail par activités.

LA REPARTITION DES PHASES.

On pourra observer à partir des activités présentées dans cette brochure que les phases classiques: recherche, restitution, validation, capitalisation, exploitation peuvent être plus ou moins développées, voire même absentes ou encore démultipliées

En effet, gérer le temps est une préoccupation à laquelle on ne peut échapper en situation d'enseignement. Il sera par exemple possible, par un soutien sur d'éventuels obstacles secondaires d'économiser du temps et ainsi d'en libérer pour mieux remplir la fonction essentielle assignée à l'activité. Donnons en pour exemple l'activité *"un maximum pour le promoteur"* qui revient à chercher la position d'un rectangle d'aire maximale inscriptible dans un triangle. Une gestion de classe possible est de proposer trois phases de recherche distinctes, chacune suivie d'une restitution.

- La première assure la dévolution du problème, le problème du professeur devenant, par ce temps, celui de l'élève. "Par de simples observations, constructions et réflexions sur la figure, peut-on dire pour quelle position du point P l'aire du rectangle est maximale?"
- La deuxième, sous la forme d'un questionnement comportant de multiples indications, permet de déterminer l'expression algébrique de l'aire du rectangle.
- La troisième pose à nouveau, par un énoncé totalement ouvert, la question de l'aire maximale.

On peut donc au cours d'une même activité, pour la phase de recherche, faire se succéder des phases à énoncé ouvert et d'autres à énoncé fermé. Mais un tel fonctionnement nécessite un travail précis d'analyse a priori lié aux objectifs. De plus, le contrat qui gère chacune des phases doit être clairement perçu par les élèves.

LA PART D'INTERVENTION DU PROFESSEUR.

Dans un travail par activités le rôle du professeur comme détenteur du savoir va se trouver plus ou moins gommé. Suivant l'activité, l'enseignant peut soit se taire totalement, soit intervenir ponctuellement, uniquement sur un ou des points clairement précisés aux élèves. Ce nouveau rôle rompt avec le contrat ordinaire. Il est à la fois difficile à tenir pour l'enseignant habitué à révéler son savoir face à tout obstacle, et difficile à accepter pour les élèves habitués à attendre la révélation.

Si interventions auprès des élèves il y a, elles doivent être ciblées, c'est à dire ne répondre qu'à certaines préoccupations. Elles peuvent porter sur un aspect secondaire, par exemple sur les difficultés liées aux racines carrées dans l'activité *"comparaison d'aires"*. Mais au moment opportun, des aides individualisées permettant aux élèves de franchir l'obstacle essentiel visé par l'activité peuvent aussi avoir lieu. L'enseignant sera alors très attentif à ce que ses interventions ne court-circuitent pas la confrontation essentielle de l'élève à l'obstacle, ce qui s'impose par exemple dans le passage d'une "démarche à tâtons" à la démarche algébrique pour l'activité *"seconde 10"*.

L'enseignant a aussi la possibilité de choisir des moments judicieux, en particulier lorsque la recherche s'essouffle, pour proposer à l'ensemble des élèves des **bilans intermédiaires** de recherche. Ceux-ci mèneront certains élèves à un regard nouveau et les inciteront à reprendre leur recherche avec un autre point de vue.

La demande d'un bilan intermédiaire peut aussi être pertinente lorsque le travail s'étend sur plusieurs séances. Il est établit à la fin d'une séance, il s'adresse au professeur et il n'est pas indispensable qu'il soit communiqué à toute la classe. Il permet à chaque groupe de retrouver son unité, de mesurer le chemin parcouru et à parcourir, et éventuellement sert à fixer à chacun la recherche à effectuer en dehors des "cours".

Le professeur assure en toute circonstance la **régulation de la dynamique** de classe escomptée, en particulier il veille lors d'un travail de groupe à ce que chacun soit investi dans le travail proposé. Certaines interventions pourront de ce fait porter sur les comportements en dehors de tout savoir mathématique.

LE TRAVAIL DE GROUPE ET LE TRAVAIL INDIVIDUEL.

Le travail en petits groupes constitués de 3 ou 4 élèves est le levier de nombreuses activités. Il est fondamental lorsque l'on veut prendre appui sur des différences de conceptions ou de démarches, ou sur une complémentarité lors de calculs et figures multiples, ou encore si l'on veut augmenter la chance de faire émerger une idée nouvelle. Le groupe est un lieu de communication, il impose la formulation des idées et la confrontation de celles-ci, il opère un véritable contrôle sur les productions des élèves qui le constituent.

Mais la mise en place d'un travail de groupe peut être lourd : salle petite, effectifs surchargés, tables peu mobiles, élèves agités. Est-il vraiment indispensable? Peut-on se contenter de regroupements plus informels? Un travail spontané avec le voisinage immédiat ne peut produire les mêmes effets qu'un travail en groupes structurés; il faut donc bien mesurer, en fonction de l'objectif assigné à l'activité, le bénéfice à adopter un fonctionnement par groupes.

Le travail de groupe peut même pour certaines phases d'une activité être néfaste, un travail en binômes ou individuel peut lui être préférable. Ici encore une analyse a priori s'impose. Ainsi l'émergence de ce que pourrait être une *symétrie par rapport à un cercle* gagne à être menée par une réflexion collective. Par contre, la construction de l'image d'une figure donnée par une symétrie par rapport à un cercle est un travail d'exécution typiquement individuel. Toutefois, le travail à plusieurs peut être conçu comme la "sommation" de productions individuelles si des figures différentes sont données au départ.

Des temps individuels, en l'absence de toute communication ont un rôle essentiel dans de nombreuses activités. D'une part, sous l'aspect gestion de la mémoire: en début d'activité pour appeler un savoir antérieurement acquis ou en fin d'activité pour charger en mémoire les savoirs nouvellement rencontrés. D'autre part ce temps individuel est essentiel pour que chaque élève s'approprie l'énoncé. Laisser le temps à chaque élève, quelque soit son niveau ou son rythme, de "se brancher"

le problème et d'envisager une piste de réponse personnelle est indispensable si l'on veut s'assurer de l'appropriation du problème par l'élève et espérer une confrontation de points de vue différents.

LE SUPPORT MATERIEL DES PRODUCTIONS DE GROUPES.

La production commune à tous ses membres est un élément incontournable du travail de groupe. La production commune impose une confrontation des points de vue et oblige à une synthèse des recherches effectuées. Par ailleurs celle-ci permet au groupe de manifester son identité.

Cependant l'exigence d'une production commune pose le problème de l'absence de trace individuelle sur le "cahier" de l'élève. Nous cherchons actuellement des solutions à ce problème.

Les productions des différents groupes peuvent s'effectuer sur divers supports: prendre la forme d'affiches, de transparents ou de copies. La forme retenue est en lien direct avec le type de restitution envisagée, chacune ayant sa spécificité.

LES DIFFERENTES FORMES DE RESTITUTION.

Quelque soit le support adopté, la restitution veille à valoriser les productions de chacun des groupes. L'enseignant sélectionne les résultats à exploiter et leur ordre de présentation. Il "orchestre" la mise en commun et dynamise les éventuels débats. Son rôle est alors celui d'un animateur.

En tenant compte du support imposé pour la production des groupes, certaines formes de restitution sont à notre disposition.

- **L'exposé oral au tableau.**

Il a l'avantage d'être matériellement peu exigeant: un tableau, des traces écrites du travail de chaque groupe. Mais celui-ci n'est pas adapté à toute classe et toute activité. Il nécessite que les élèves s'expriment aisément et s'écoutent avec intérêt et que les résultats mathématiques ne soient pas trop fastidieux à écrire. Par exemple dans une classe au profil S, l'activité *"seconde ..."* ainsi restituée aura été très intéressante par l'interaction entre les exposants et la classe.

- **Le commentaire d'affiches.**

Cette forme de restitution est particulièrement adaptée à un faible effectif: les élèves peuvent lire tous ensemble ce qui est écrit sur une même affiche et par la même les réactions peuvent être coordonnées, la lecture consécutive de 4 ou 5 affiches reste tout à fait supportable. La gestion devient beaucoup plus lourde pour un effectif ordinaire de classe entière.

L'énorme avantage de cette forme de restitution est de permettre une étude comparative des diverses productions puisque toutes peuvent être consultées en permanence. De plus, par simple affichage, il est possible de revenir aux productions des élèves sur plusieurs séquences d'enseignement.

• **La présentation de transparents.**

Elle convient parfaitement à une restitution en effectif lourd; mais en fonction de l'ordre de présentation envisagé, une sélection préalable des productions doit être faite. Pour une recherche donnant lieu à peu de traces écrites, les transparents peuvent avoir été élaborés directement par les élèves. Si celles-ci sont plus complexes, à partir des copies, l'enseignant photocopie lui-même sur transparents les éléments exploitables.

• **La fiche de parcours.**

La fiche de parcours est construite par l'enseignant à partir des copies rendues par les divers groupes. Par une succession de questions précises, elle permet à l'ensemble des élèves de travailler sur les diverses pistes explorées pendant la recherche. Elle a l'avantage de permettre un travail approfondi et d'être gérable dans des classes turbulentes où les restitutions orales sont difficiles. En revanche, elle nécessite un gros travail d'élaboration de la part du professeur et peut engendrer un certain désintérêt chez les élèves peu habitués à un travail approfondi. L'activité *"Seconde X"* propose cette forme de restitution.

LE TYPE DE CAPITALISATION RETENUE.

Cette phase est essentielle si l'ont veut que le travail effectué au cours de l'activité mène à une avancée globale de la classe en fournissant des savoirs ou savoir-faire ultérieurement exploitables. Il s'agit donc d'enrichir le patrimoine mathématique commun.

La nature de l'activité donne lieu à des formes de capitalisation différentes:

• **L'institutionnalisation.**

L'activité *"de la moyenne à l'écart type"* conduit à définir sous forme de "cours" un nouveau savoir en statistiques. L'activité *"vecteurs"* invite à reformuler les savoirs énoncés en troisième. Le savoir mathématique alors en jeu n'est plus celui de l'élève mais est présenté comme celui de l'institution: on dit, classiquement, qu'il a été institutionnalisé.

• **La fiche individuelle de "bilan mathématique".**

Cette fiche est centrée sur **les mathématiques pratiquées** au cours de l'activité.

L'activité *"Seconde X"* permet à l'élève de travailler sur le rôle des équations et l'utilisation des valeurs exactes et approchées; une institutionnalisation ne peut donc convenir. On proposera plutôt à l'élève un temps pour centrer son attention sur les savoir-faire qu'il a lui-même utilisé au cours de l'activité. Les questions aux quelles il doit répondre sur une fiche individuelle, l'oblige à faire ce travail et laisse une trace personnelle du savoir-faire acquis.

• **La rédaction d'une "copie" personnelle.**

L'activité des *"rectangles emboîtés"* propose de multiples gestions de classe prenant cette forme dans la perspective de capitaliser la recherche et la mise en commun effectuées. Ce peut être la rédaction de la solution la plus satisfaisante pour

chacun, ou la rédaction de celles que son groupe de recherche n'avait pas envisagé. Le travail de capitalisation peut aussi prendre la forme d'un "devoir": reprise de l'ensemble des solutions soit en réponse aux questions fermées posées par le professeur, soit, pour un autre public, en supposant une légère modification de la situation mathématique de départ.

• **Le questionnaire "pratique des mathématiques".**

Un tel questionnaire permet aux élèves de réfléchir sur **leur pratique des mathématiques** au cours de l'activité.

Parce qu'il y a souvent rupture avec ce que sont les pratiques antérieures des élèves en cours de mathématiques, prendre le temps d'interroger les élèves sur "leur vécu" durant telle ou telle activité, nous paraît tout à fait bénéfique. Ce temps permet aux élèves de libérer sereinement les tensions qui ont pu s'accumuler au cours de l'activité et incite l'enseignant à adapter sa **gestion de classe** lors d'activités ultérieures.

Par ailleurs la reconnaissance d'une autre forme de travail est déterminante pour l'évolution des **représentations** qu'ont les élèves des mathématiques....et par suite de leurs compétences.

• **La synthèse en terme de méthodes.**

Certaines activités comme *"les rectangles emboîtés"* se prêtent particulièrement à une capitalisation en terme de méthodes à retenir, dans le cas présent pour prouver ou infirmer l'alignement de trois points.

Plus difficile à mettre en oeuvre, un temps de réflexion, qui oblige l'élève à repérer son fonctionnement intellectuel propre au cours de l'activité, peut être riche quand il est mis en relation avec un **enseignement de méthodes**. Ce type de travail rejoint ce qui peut être proposé à l'occasion de narrations de recherche (en particulier, voir à ce sujet les productions de l'IREM de Montpellier).

Tout un travail de capitalisation, tant dans les registres mathématiques que **méta**mathématiques (au sens de A.Robert[4])) est donc possible. Il se trouve bien évidemment renforcé par un temps d'exploitation directe de l'activité ou par de nouvelles activités de réinvestissement...aux possibilités de gestion de classe infinies.

[4]Aline ROBERT Cahier DIDIREM n°4, juin 1989

CONCLUSION

Parce que les activités mènent à faire varier les gestions de classe à l'infini, elles ont été pour nous un merveilleux espace de création. Souhaitons que notre passion puisse être partagée par quelques collègues désireux de s'y aventurer.

Souhaitons aussi que ces activités permettent aux élèves de devenir "acteurs" du cours de mathématiques et que par cette connivence les mathématiques prennent sens pour quelques élèves de plus.

Pour une trentaine d'entre eux, j'ai forgé et disséqué quelques activités.
Avec Céline, Jamela et Tony, je me suis réjouis.
Pour Djamel, Christophe et Carlos, il nous reste encore beaucoup à faire....

Rouen, au terme d'une année scolaire, juillet 1992.

APPRENTISSAGES : FACE AUX OBSTACLES UN NOUVEAU MODELE

par

ANDRE GIORDAN.

Didactique des Sciences Expérimentales.

Un ensemble d'études récentes montrent que le niveau des élèves aux examens augmente à l'instar du savoir enseigné durant la scolarité. Dans le même temps, des évaluations effectuées en Europe et en Amérique du Nord mettent en évidence que les notions apprises n'assurent pas de rôle intégrateur vis-à-vis du flux d'informations issues des médias. Elles ne permettent pas aux individus, ni de se situer dans l'environnement actuel, ni de maîtriser les transformations rapides de la vie professionnelle. Elles sont mémorisées au mieux pour réussir les épreuves scolaires hebdomadaires ou les examens finaux et... oubliées ensuite. Et cela à l'aube du troisème millénaire, dans un contexte où des savoirs performants sont une nécessité vitale, à la fois pour les individus et pour la société.
Il nous faut donc dépasser la traditionnelle question du "niveau" des élèves, beaucoup trop limitante, et soulever les véritables défis de notre époque:

* Quels savoirs doit-on maîtriser en direction des années 2000 ?

* Comment les transmettre aux élèves pour avoir quelque chance de les rendre opérationels ? C'est ce deuxième aspect qui sera soulevé dans ce texte.

L'ENSEIGNEMENT, D'ABORD UN PROBLEME D'APPRENTISSAGE.

Les idées en matière d'apprentissage ont rapidement évolué ces dix dernières années. Cela s'est effectué très discrètement, en dehors des feux médiatiques. L'influence des travaux de psychologie épistémologique ou cognitive, d'intelligence artificielle, mais surtout le développement d'une nouvelle approche: **la didactique et l'épistémologie des disciplines,** ont joué un rôle déterminant. Un nouveau consensus peut-être avancé, il transforme entièrement les idées sur l'enseignement. Contrairement à ce que l'on pense généralement, ce n'est pas parce que l'enseignant a traité tout son programme et mené son cours avec sérieux et enthousiasme, qu'il a nécessairement fait acquérir un savoir.

On peut affirmer aujourd'hui que les concepts fondamentaux ne s'acquièrent jamais par transmission directe d'une personne "qui sait" (l'enseignant) à un élève. En effet, la pensée d'un apprenant ne se comporte nullement comme un système d'enregistrement passif. Elle ne fonctionne jamais comme une simple structure de mémorisation, capable de reconstituer un savoir de façon linéaire, et ceci par simple addition d'éléments successifs.

De plus, l'élève n'est jamais "vierge", par rapport au savoir enseigné. Parfois, il peut disposer d'idées préalables sur le sujet. En tout cas, il possède toujours un mode d'explication spécifique, une façon de raisonner qui lui est propre et qui oriente la façon dont il décode les informations fournies par l'enseignant. Dans le jargon didactique, on appelle cela les **conceptions**.

Dès lors, l'apprentissage de tout savoir dépend de ces conceptions ; et si l'enseignement n'en tient pas compte, "les idées" en place font obstacle. Les notions enseignées sont éludées ou déformées. Au mieux, ces dernières se "plaquent" ou restent isolées à côté du savoir familier. La connaissance des conceptions permet ainsi à l'enseignant de mieux adapter l'enseignement à son public, elle l'aide pour choisir les situations didactiques les plus adéquates, compte tenu des contraintes horaires, matérielles ou en nombre d'élèves.

Mais ces mêmes travaux montrent qu'il est nécessaire d'aller encore plus en avant. Car face à une situation éducative, c'est une véritable stratégie que met en oeuvre l'élève, même pour ne pas comprendre. Ainsi, il apparaît que l'élève apprend à la fois "grâce à" (Gagné), "à partir de" (Ausubel), "avec" (Piaget) les savoirs fonctionnels dans la tête de ce dernier. Mais dans le même temps, il doit apprendre "contre" (Bachelard) ses connaissances.

L'acquisition des connaissances fondamentales se situe ainsi, tout à la fois, dans le prolongement des acquis antérieurs qui fournissent le cadre de questionnement, de références et d'interprétation, et se fait, le plus souvent, par rupture avec ces acquis. Pour qu'il y ait compréhension d'un modèle nouveau ou mobilisation d'un concept par l'apprenant, l'ensemble de sa structure mentale doit être réorganisé.

Il s'agit là d'un processus éminemment interactif, fonctionnant sur un mode conflictuel. Il dépend prioritairement de l'élève, principal acteur (1) de son apprentissage. Pour tenter de l'approfondir confortablement, nous avons été amenés à produire un nouveau modèle d'apprentissage, appelé "**modèle d'apprentissage allostérique**" (2).

CREER UN ENVIRONNEMENT DIDACTIQUE.

La place du maître est alors à resituer : il lui faut abandonner l'idée qu'il suffit de "dire", de "donner", de "montrer" ou de "démontrer" pour que l'élève apprenne (à une exception près, celle où le système de pensée de l'élève est capable d'accepter ces données) .

L'enseignant n'est plus seulement celui qui fournit l'information. Sur ce plan, il pourrait même être relayé par les moyens audiovisuels, plus efficaces et plus attractifs, si des efforts étaient réellement faits dans ce sens.

Toutefois, son rôle apparaît plus que jamais indispensable : l'appropriation de chaque parcelle de savoir est rarement spontanée. L'élève redécouvre rarement la connaissance tout seul. Or si c'est lui seul qui peut élaborer ses connaissances, souvent par des cheminements qui lui sont propres, l'enseignant peut lui faciliter grandement la tâche en le plaçant dans des situations favorables.

Certains obstacles ne peuvent être franchis sans une somme d'apports, d'interactions formulés par le maître. Une progressivité que seul l'enseignant peut proposer est souvent nécessaire pour l'acquisition de certaine démarche de pensée.

Sans conteste, une mutation dans le métier est à envisager. Elle doit prendre en compte au moins trois aspects fondamentaux. La première fonction des enseignants n'est plus seulement de transmettre des données, elle est d'envisager comment transformer les idées fonctionnelles, "dans la tête" des élèves. Et cela, en créant un environnement didactique, en mettant en place un "cocktail" (situations, interventions variées, aides didactiques) facilitant les apprentissages.

Mais ses rôles les plus importants apparaissent ailleurs. Son projet ne doit plus être seulement comment faire apprendre, mais comment leur apprendre à apprendre. Ce point commence à être envisagé régulièrement, même dans les textes ministériels. Cependant, il ne suffit pas de l'avancer sur un mode lancinant pour qu'il se réalise. Un ensemble de méthodes pédagogiques doivent être produites et testées pour permettre aux élèves de prendre possession d'outils de travail.

Enfin, troisième difficulté et non la moindre pour généraliser l'enseignement, comment faire pour que les élèves veuillent bien apprendre ? Il y a là un ensemble de problèmes à traiter tout aussi bien au niveau de la motivation, souvent absente, qu'à celui d'un questionnement généralement éludé. Il semble alors nécessaire non pas tant d'enseigner que de permettre aux élèves de se situer, de leur faire comprendre l'importance, la nature et la structure des savoirs ; par exemple, que le savoir est toujours une tentative de réponse à une question ou à une situation problématique.

Maintenant, comment peut-on faire concrètement, quand on se retrouve avec une classe ? Dans ces quelques lignes, il est difficile de proposer des activités utilisables directement. Nous nous contenterons de décrire quelques paramètres significatifs.

D'abord, il est nécessaire d'induire des **déséquilibres conceptuels** pertinents.

Il faut faire naître sans cesse une activité élaboratrice chez l'apprenant. Pour cela, il est utile de "perdre un peu de temps" pour le motiver par rapport aux questions à traiter (ou du moins de le faire entrer dans ces dernières). Il faut également l'aider à mettre en oeuvre un certain niveau d'attitudes (curiosité, esprit critique, confiance en soi. communicabilité, ect..) et de démarches indispensables pour toute appropriation (maîtrise de l'information, problématisation, démarche expérimentale, approche systémique, modélisation, etc...).

Un certain nombre de **confrontations authentiques** sont souhaitables (confrontations élèves-réalité, confrontations élève-élève, confrontations élève-maître, suivant les cas). Elles doivent convaincre l'apprenant que ses conceptions ne sont pas adéquates par rapport au problème traité.

Cet aspect n'est jamais simple, l'enseignant a besoin de diversifier au maximum ses arguments ; en tout cas de ne jamais se limiter à un seul, présenté rapidement. Les confrontations entraînent l'apprenant à expliciter son point de vue, à prendre du recul par rapport à ses évidences ; le plus souvent à diagnostiquer le problème. Elles doivent l'amener à glaner un ensemble de données nouvelles pour enrichir son expérience par rapport à la question en jeu.

Ensuite, l'apprenant doit avoir accés à **un certain formalisme**, en tant qu'aide à la réflexion. Ce formalisme, qui peut prendre des formes très diverses (symbolisme, schématisation, modélisation), doit être facilement manipulable pour organiser les nouvelles données ou servir de point d'ancrage à la nouvelle structuration du savoir.

La façon la plus économique est généralement, que l'enseignant fournisse une ébauche de modéle ou de schématisation. Il doit toutefois s'entourer d'un certain nombre de précautions: ce pré-modèle doit être lisible, compréhensible, adapté à la perception du problème que s'en fait l'élève. Au préalable, il est toujours souhaitable que ce dernier ait eu l'occasion de se familiariser avec leur manipulation. Eventuellement qu'il ait eu la possibilité d'en produire et d'en faire fonctionner...

Vu la durée que nécessite la maîtrise des apprentissages, il est important qu'ils fassent l'objet **d'une intégration trandisciplinaire** sur des concepts **fondamentaux** (énergie, matière, temps, système, information, régulation, mémoire, etc..), chaque discipline se mettant au service d'un projet commun et d'une approche par approximations successives.

Par ailleurs, il est indispensable de proposer des situations où l'apprenant pourra **mobiliser son savoir**. Il pourra ainsi constamment en tester l'opérationnalité et les limites. Au-delà de cet apport direct, ces pratiques montrent à l'élève comment de nouvelles données sont plus facilement apprises lorsqu'elles fonctionnent. Elles habituent l'élève à greffer le nouveau sur l'ancien, ou au contraire à s'en débarasser, elles l'entrainent à un va-et-vient entre ce qu'il connaît et ce qu'il est en train de s'approprier. L'élève apprend ainsi à activer les savoirs antérieurs, il peut même imaginer certaines modalités personnelles de guidage.

Enfin, il est souhaitable que l'apprenant puisse mettre en oeuvre continuellement **un savoir sur le savoir**. L'obstacle à l'apprentissage n'est pas toujours directement lié au savoir lui-même, mais résulte indirectement de l'image ou de "l'épistémologie intuitive" que l'apprenant possède sur la démarche ou sur les mécanismes de production des connaissances.

UNE SEULE STRATEGIE POUR LE CHANGEMENT :

LA FORMATION DES ENSEIGNANTS.

Sur tous ces points, il se dégage nettement que l'enseignant est irremplaçable : il devient **l'organisateur des conditions de l'apprentissage**. C'est l'apprenant qui élabore, intègre, mobilise...bref apprend, et cela à partir de ses structures de pensée propres. C'est l'apprenant qui doit se trouver en situation de changer ses conceptions. Mais encore faut-il qu'il se trouve en situation de le faire.

Il va sans dire qu'une telle transformation des fonctions de l'enseignant dans sa classe ne se fera pas spontanément. Une véritable formation didactique de l'enseignant s'avère indispensable. Par exemple, l'enseignant ne pourra plus préparer son cours comme avant, il devra connaître au préalable les conceptions des différents élèves et leurs obstacles potentiels à l'apprentissage, il devra envisager la matière à enseigner à travers une pratique de références, il devra avoir à sa disposition des ressources qu'il utilisera ou pas en fonction des motivations ou des difficultés rencontrées par les élèves, etc.

On pensait dans les années soixante que pour enseigner l'anglais? les mathématiques à Paul ou Pierre, il suffisait de connaître la discipline. On pense aujourd'hui trop souvent de matière réductive que seule la connaissance de Chloé ou d'Emilie est utile. Le modèle d'apprentissage allostérique montre que ces deux aspects sont complémentaires. L'interaction entre les caractéristiques des matières à enseigner et les processus de compréhension des élèves doit même être privilégiée.

ANDRE GIORDAN,
Professeur Laboratoire de Didactique et Epistémologie
des Sciences(L.d.e.s.), Université de Genève

1. *Toutefois, ce vocable d'"actif" doit être aujourd'hui reformulé, car il a été trop souvent galvaudé. Ce n'est pas pa que l'élève a la possibilité de bouger, de s'exprimer à tout propos ou de répondre à une liste de consignes qu'il est nécessairement actif peut être actif face à une situation magistrale, si celle-ci l'interpelle sur son propre questionnement, par exemple.*

2. *Nous avons été amenés à avancer ce terme "allostérique", comme un clin d'oeil ! Il provient d'un certain nom d'analogies en relation avec la stucture et le fonctionnement de certaines protéines. Les anglo-saxons qui se sont vivement intéressés à modèle pour ses aspects pragmatiques, ont repris ce terme et l'on popularisé sous ce vocable.*

Article déjà paru dans l'US n° 230 – 9 février 1990. Publié ici avec l'aimable autorisation de A. Giordan

Pour en savoir plus

* A Giordan et G de Vecchi,
"Les origines du savoir",
Delachaux, 1987.

* G de Vecchi et A Giordan,
"L'Enseignement scientifique,
comment faire pour que "ça marche?",
Z'Editions, 1989.

* A Giordan,
"Vers un modèle didactique d'apprentissage allostérique" **in construction des savoirs. Obstacles et conflits**, Actes du colloques international Obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif, 1989, Montréal. Ottawa, Agence d'Arc, 1989, p 240-257.

NOTES DE LECTURE

OUVRAGES PRESENTANT DES ACTIVITES UTILISABLES EN SECONDE EN TRAVAUX DIRIGES ET EN MODULES.

1 * ***Seconde : les maths en pratique.***
"Travaux pratiques corrigés ", par l'IREM de Strasbourg.
Editeur : Bordas. 160 pages, format 17,5 x 25,3 - 1991.

40 TP sont proposés. Pour chacun d'entre eux est indiqué : le prérequis pour aborder l'étude proposée, les rubriques du programme concernées et l'objectif du TP. Le degré de difficulté (1 à 3 étoiles) est signalé au départ. Les 48 dernières pages donnent les corrigés. De nombreuses situations variées, riches et originales sont abordées.

2 * ***Des activités pour un enseignement modulaire en seconde.***
par un groupe de l'IREM de Strasbourg.
Editeur : IREM de Strasbourg. 100 pages, A4 - juillet 1992.

Cette brochure propose 12 activités pour "motiver les élèves, en leur montrant la richesse des mathématiques et leur utilité". Certaines ont un côté expérimental et proposent des mathématisations de situations physiques (pont suspendu, freins de VTT) .Par rapport à l'ouvrage précédent, l'accent est davantage mis sur l'activité de l'élève (qui est moins dirigé et est amené à se poser plus de questions).

3 * ***Enseignement Modulaire - Classe de seconde - Fascicule 1.***
Groupe Géométrie de L'IREM de Montpellier.
Editeur : IREM de Montpellier. 46 pages, A4 - 1992.

Quatre thèmes ont été retenus pour cette brochure : Narrations de Recherche (l'élève cherche un problème et doit raconter les étapes de cette recherche ainsi que les difficultés rencontrées), Problèmes de Construction, La Démonstration et Les Ombres (mise en oeuvre des connaissances en géométrie dans l'espace). L'accent a été mis sur l'acquisition de méthodes et sur les modes d'expression. L'essentiel des exercices est consacré à la géométrie.

4 * ***Module en seconde - Tome 1.***
Groupe "modules en Seconde" de l'IREM de Grenoble.
Editeur : IREM de Grenoble.86 pages, A4 - septembre 1992.

Après une réflexion sur l'enseignement modulaire et l'évaluation comme moteur de l'apprentissage (prise en compte par l'élève de ses démarches, de ses réussites et de ses difficultés), le fascicule propose quelques exemples d'activités diverses ayant rapport à la logique, à l'organisation de la réflexion par une meilleure gestion des savoirs et savoir-faire mathématiques, à la recherche (enrichir les données d'un problème pour en faciliter la recherche). Il est clairement indiqué que toutes ces activités ne sont pas destinées à tous les élèves, qu'elles peuvent être adaptées. Un deuxième tome doit paraître.

5 ** Enseignement modulaire en classe de seconde.*

Document Ressource DLC 15 . Version n° 2. 41 pages, A4 - juillet 92.

Ce dossier, diffusé de manière confidentielle, présente plusieurs séquences destinées à suggérer des pistes. Une d'entre elles consiste à faire rédiger un énoncé correspondant à une rédaction donnée d'un exercice puis à chercher une autre solution. L'apport des outils informatiques y est aussi abordé (en particulier, avec les imagiciels du CREEM diffusés par Hachette).

6 ** Les Maths en seconde - Méthodes. Soutien. Approfondissement.*

Collection modules Nathan, E.Chevalier et J.M. Lécole.
Editeur : Nathan. 128 pages, format 21 x 26,5 - juin 1992.

Cet ouvrage reprend les différents chapitres du programme en proposant des activités et des rappels de cours suivis de gammes d'exercices d'entrainements, c'est-à-dire comme la plupart des manuels traditionnels. Par contre, l'ouvrage se termine par 8 fiches-méthodes dont l'utilisation en classe peut être envisagée pour apporter une aide aux élèves.

7 ** Fichier de Travaux Dirigés - Maths classe de2nde.*

Editeur : Magnard .A4. 1992.

Cet ouvrage est constitué de fiches prêtes à l'emploi qui sont constituées soit d'exercices à trous avec quelques rappels de cours, soit d'activités où l'élève peut être questionné de manière très générale (par exemple sur "l'objectif" d'un problème de géométrie), puis ensuite être guidé pas à pas. En résumé, peu d'activités pour aider les élèves en difficulté ni pour développer l'autonomie.

8 ** Le Trésor de Tonton Lulu.* J. Lubcanski et G. Chaumeil.

28 problèmes de maths niveau 2nde avec corrigés et pistes de recherche.
Editeur : Archimède. Diffusion : Tangente - APMEP. 96 pages, A4 - octobre 1992

Des énoncés variés et originaux dont la résolution nécessite de bien s'organiser. Pour chaque énoncé figure le niveau de difficulté, une estimation de la durée à passer et les outils de calcul et un corrigé en fin d'ouvrage. Les énoncés sont regroupés en 4 thèmes : espace et temps, histoire des maths, vie courante et imagination. De plus, l'humour est présent. Bref, une brochure à avoir dans le CDI de son établissement !

La plupart de ces brochures peuvent être empruntées à l'IREM. L'objet de cet article était de recenser ce qui existe au niveau Seconde. Il n'y a pas d'ouvrage-miracle mais dans certaines de ces brochures, il y a des idées que l'on peut reprendre et/ou modifier en fonction de ses centres d'interêt.

Didier Trotoux , Evreux le 30/12/92.

TITRE : *ACTIVITES EN CLASSE DE SECONDE : EXEMPLES ET PISTES DE REFLEXION*

Auteurs : Groupe didactique seconde

Public concerné : Enseignants de lycée et collège

Niveau : 2nd

Résumé : Cette brochure est publiée en vue d'un usage interne aux actions de formation de l'académie de Rouen, l'ensemble des textes proposés devant faire l'objet d'une publication au sein d'un document de la commission nationale inter-IREM "Second cycle". Cette brochure est le fruit d'un travail collectif d'enseignants de l'académie de Rouen, qui cherchent à répondre à la question : "Quelle place donner et comment gérer des activités en classe de seconde?"

En prenant appui sur quelques exemples d'activités (à propos d'écart-type, de transformations, de méthodes de démonstration), nous vous proposons une réflexion sur la gestion de classe par activités et une analyse de celle-ci en termes d'apprentissage.

Mots clés : – Activités – Didactique – Apprentissage – Gestion de classe – Ecart-type – Transformations – Méthodes de démonstration.

Editeur : IREM de ROUEN.

Date : JANVIER 1993
Nombre de pages : 68
Format : A4.
Prix : 20 F.

Publication : ISBN : 2_86239_047_X
Dépôt légal : MAI 93.

****

Bon de commande

M., Mme, Mlle : _____

Adresse : _____

Libellé	Prix	Quantité	Total
ACTIVITES EN CLASSE DE SECONDE : EXEMPLES ET PISTES DE REFLEXION	20.00 F	.....	.....
Frais d'envoi : 15 F pour le 1er livre et 10 F par livre supplémentaire (France)			.....
Frais réels pour l'étranger			.....
SOMME DUE :			.....

Les chèques de règlement seront libellés à l'ordre de :

L'AGENT COMPTABLE DE L'UNIVERSITE DE ROUEN

Et adressés directement à l'I.R.E.M. – B.P. 153 – 76135 MONT SAINT AIGNAN

Pour tout renseignement complémentaire Tél. : 35.14.61.41.

RIB : TP ROUEN TG 10071 76000 00044004056 81

****

DATE : SIGNATURE :