

STAGE
*UTILISATION DES ANALOGIES
EN PHYSIQUE*

Rouen

DEMARCHES ANALOGIQUES
DANS L'HISTOIRE
DE L'ELECTROMAGNETISME

6 janvier 1992-10 janvier 1992

DEMARCHES ANALOGIQUES DANS L'HISTOIRE DE L'ELECTROMAGNETISME

A/ QUELQUES EXEMPLES

I/ LA DECOUVERTE DE LA LOI DITE DE COULOMB

— Benjamin FRANKLIN (1706-1790, américain) : énonce le principe de conservation de l'électricité et rapporte une expérience qu'il n'arrive pas à interpréter : un pendule électrostatique n'est absolument pas affecté lorsqu'il se trouve à l'intérieur d'un globe électrisé.

— Joseph PRIESTLEY (1733-1804, anglais) : propose d'interpréter l'expérience de Franklin en s'appuyant sur la proposition LXX, théorème XXX, de la section XII du livre premier des Principes mathématiques de la philosophie naturelle de Newton stipulant qu' "un corpuscule placé dans l'intérieur d'une surface sphérique dont toutes les parties attirent en raison renversée du carré des distances n'éprouve aucune attraction de cette superficie". Priestley suggère alors que l'interaction électrique est de type newtonien (1767) : "Ne eut-on pas inférer de cette expérience que l'attraction de l'électricité est soumise aux mêmes lois que celles de la gravitation et qu'elle suit par conséquent les carrés des distances, puisqu'on démontre que, si la Terre avait la forme d'une coquille, un corps qui serait dans l'intérieur ne serait pas attiré d'un côté plus que d'un autre ?".

— Henry CAVENDISH (1731-1810, anglais) confirme expérimentalement la suggestion de Priestley en 1772 en réalisant l'expérience avec une sphère creuse chargée ; il en déduit que les forces électriques sont en $1/r^2$... mais sa misanthropie le conduit à ne pas publier ses travaux qui ne le seront

qu'en 1879 par Maxwell.

— Charles Augustin COULOMB (1736-1806, français) réalise la première balance de torsion qui lui permet de déterminer la loi d'interaction entre deux particules électrisées, formellement analogue à celle de Newton régissant l'attraction universelle (1785).

II/ LA THEORIE DU POTENTIEL

— Joseph-Louis LAGRANGE (1736-1813) introduit en 1777 une fonction définie en tout point de l'espace et comme étant "somme de toutes les masses attirantes divisées chacune par leur distance à ce point" ce afin de simplifier l'étude des phénomènes gravitationnels.

— Pierre Simon LAPLACE (1749-1827, français) montre en 1782 que la fonction introduite par Lagrange satisfait à une équation aux dérivées partielles formalisée aujourd'hui par $\Delta V = 0$.

— Siméon Denis POISSON (1781-1840, français) généralise l'équation de Laplace d'une part à l'interaction électrique, d'autre part aux cas où il existe une distribution de matière ou de charges électriques.

— George GREEN (1793-1841, anglais) donne le nom de "potentiel" à la fonction de Lagrange (in *Essai sur l'application de l'analyse mathématique à la théorie de l'électricité et du magnétisme*). Il démontre également en 1828 un théorème que Carl Friedrich GAUSS (1777-1855) retrouvera en 1839.

III/ L'EXPERIENCE D'OERSTED

Dans le mémoire rédigé en latin qu'il consacre à l'expérience qui fonde véritablement l'électromagnétisme (21/07/1820), Jean Christian Oersted (1777-1851, danois) écrit :

"J'ai démontré dans un livre publié il y a sept ans que le calorique et la lumière constituaient le conflit électrique.

des observations obtenues récemment il est permis de conclure désormais que le mouvement de ces effets se présente aussi sous forme circulaire ; je pense que ceci est utile pour éclairer les phénomènes qui en appellent à la polarité de la lumière".

Mais Ampère écrira le 21 février 1821 :

"Vous avez raison de vous étonner qu'on n'ait pas essayé, il y a vingt ans, l'action de la pile voltaïque sur l'aimant. La cause en est l'hypothèse de Coulomb sur la nature de l'action magnétique. On croyait cette hypothèse comme un fait ; elle écartait absolument toute idée d'action entre l'électricité et les prétendus fils magnétiques... C'est vraiment drôle à voir les efforts que font certaines intelligences pour tâcher d'accorder avec les nouveaux faits l'hypothèse gratuite de deux fluides magnétiques différents des fluides électriques, uniquement parce qu'on n'y a pas encore habitué son esprit."

B/ L'ANALOGIE CHEZ MAXWELL

I/ MAXWELL ET L'ANALOGIE EN PHYSIQUE

**Traité élémentaire d'électricité, trad. G. Richard,
Gauthier-villars, Paris, 1884, pp.64-66**

Sur l'emploi des analogies physiques.

64. Dans bien des cas, les relations des phénomènes, dans
leux questions de physique différentes, présentent une cer-
aine analogie qui nous permet, lorsque nous avons résolu
une de ces questions, d'employer notre solution à celle de
l'autre question. La similitude qui constitue cette analogie
l'existe pas dans les phénomènes eux-mêmes, mais entre les
relations de ces phénomènes.

Prenons, comme exemple, un cas d'une extrême simplicité.
Une personne peu habituée aux opérations de l'Arithmétique,
ayant à chercher le prix de 52 yards de coton à 7 pence le
yard, arrivera de suite, sans calcul, à dire que ce prix est
de 364 pence, si elle se rappelle qu'il y a 52 semaines et 1 jour
dans une année de 365 jours. Il n'y a, dans ce cas, aucune
ressemblance entre les quantités elles-mêmes (les jours et
les yards); il n'y a de similitude qu'entre les relations arith-
métiques de ces quantités avec d'autres, dans une même
question.

L'analogie entre les phénomènes électrostatiques et ceux
de la conduction uniforme de la chaleur dans les corps so-
lides a été indiquée, pour la première fois, par sir W. Thom-
son, dans son Mémoire *Sur le mouvement uniforme de la
chaleur dans les corps homogènes solides et ses rapports avec
la théorie mathématique de l'électricité*, publié dans le *Cam-
bridge Mathematical Journal* de février 1842, et reproduit
dans le *Philosophical Magazine* de 1854 et dans la réimpres-
sion des Mémoires de Thomson, sur l'*Électrostatique et le
Magnétisme*. Le Tableau ci-dessous fera ressortir la nature
de cette analogie :

<i>Électrostatique.</i>	<i>Chaleur.</i>
Champ électrique.	Corps inégalement chauffé.
Milieu diélectrique.	Corps conducteur de la chaleur.
Potentiel électrique en différents points du champ.	Température en différents points du corps.
Force électromotrice tendant à dé- placer les corps électrisés positive- ment des points de potentiels su- périeurs vers ceux de potentiels inférieurs.	Flux de chaleur, par conduction, des points de hautes températures vers ceux de basses températures.
Corps conducteur.	Parfait conducteur de chaleur.
Surface d'un conducteur électrisée positivement.	Surface par laquelle la chaleur s'é- coule dans le corps.
Surface d'un conducteur électrisée négativement.	Surface par laquelle la chaleur s'é- chappe d'un corps.

Corps électrisé positivement.
Corps électrisé négativement.

Surface équipotentielle.
Ligne ou tube d'induction.

Source de chaleur.
Fuite (*sink*) de chaleur : point où
la chaleur disparaît du corps
Surface isotherme.
Ligne ou tube d'écoulement de
chaleur.

Les progrès des sciences physiques ont été grandement
aidés par l'emploi de ces analogies et d'autres de même na-
ture, mais nous devons, afin d'éviter les dangers des pures
hypothèses, étudier avec soin la véritable nature des analo-
gies de ce genre. Nous ne devons pas conclure, de la simili-
tude partielle de quelques-unes des lois des phénomènes de
la chaleur et de l'électricité, qu'il existe entre les causes
de ces phénomènes une similitude physique réelle. La simi-
litude n'existe qu'entre les relations, et non pas entre les
choses qui en sont l'objet.

Cette similitude est, autant qu'on peut l'étendre, si com-
plète, que tous les résultats que nous pouvons obtenir, en ce
qui concerne l'électricité ou la conduction de la chaleur,
peuvent être immédiatement traduits, sans crainte d'erreurs,
du langage de l'une des sciences dans celui de l'autre. Nous
sommes libres de faire usage, en poursuivant nos recherches
dans l'un de ces sujets, des idées appartenant à l'autre, si nous
pouvons ainsi apercevoir plus clairement l'enchaînement de
nos raisonnements successifs.

Nous devons nous rappeler qu'à l'époque où Sir W. Thom-
son indiqua l'analogie entre les phénomènes thermiques et
électrostatiques, les hommes de science étaient fermement
convaincus que l'attraction électrique était une action directe
à distance entre les corps, comme ils pensaient que la con-
duction de la chaleur consistait en un flux continu d'un fluide
matériel à travers les corps solides. La dissemblance entre la
chaleur et l'électricité mêmes paraissait donc, aux hommes
de ce temps, beaucoup plus grande qu'aux lecteurs de ce
livre, qui, à moins d'avoir reçu une autre instruction, n'ont
pas encore appris que la chaleur est un fluide ou que l'élec-
tricité agit à distance.

65. Nous allons maintenant considérer les limites de cette analogie et déterminer les limites au delà desquelles il ne faut pas l'étendre.

En premier lieu, c'est seulement pour une classe particulière de cas de conduction de la chaleur qu'il se présente, en Électrostatique, des cas analogues. En général, quand la chaleur s'écoule dans un corps, elle fait que la température de certaines parties du corps s'élève et que celle des autres s'abaisse, de sorte que le flux de chaleur qui dépend de ces températures est lui-même variable. Si la source de chaleur est maintenue constante, les températures des différentes parties du corps tendent vers un état dans lequel elles restent invariables. La quantité de chaleur qui entre dans une partie du corps quelconque est alors exactement égale à celle qui en sort pendant le même temps; on dit dans ce cas que le flux de chaleur est uniforme (*steady*).

L'analogie avec les phénomènes électrostatiques ne s'applique qu'au flux de chaleur uniforme seulement; le cas, plus général, d'un flux variable de chaleur, n'a rien d'analogue en Électrostatique. D'autre part, le cas particulier d'un écoulement uniforme de chaleur diffère lui-même, par un élément très important, de son analogue en Électrostatique. L'écoulement uniforme de chaleur peut, en effet, être maintenu constant par un afflux continu de chaleur, accompagné d'une soustraction équivalente de chaleur. Ceci implique la nécessité d'une dépense continuelle d'énergie pour maintenir le flux de chaleur à un état constant, de sorte que, bien que l'état du corps reste invariable et indépendant du temps, l'élément du temps intervient néanmoins dans le calcul de la quantité de chaleur nécessaire à la conservation de l'état du corps.

Au contraire, dans le cas correspondant de l'Électrostatique, l'élément du temps n'intervient pas. Autant que nous le savons, un système de corps électrisés, placé dans un milieu parfaitement isolant, peut rester électrisé pour jamais, sans aucun afflux d'électricité de sources extérieures. Il n'y a, dans ce cas, rien à quoi nous puissions appliquer le terme *flux* (*flow*) ou d'écoulement que nous appliquons au cas de la transmission de la chaleur, avec la même justesse (*propriety*) qu'à un courant d'eau ou d'électricité, ou au temps lui-même.

66. On rencontre une autre limite de cette analogie, en ce que la température d'un corps ne peut être changée sans modifier son état physique; la densité, la conductibilité, les propriétés électriques, tout varie avec la température.

Le potentiel électrique, l'analogie de la température, est, au contraire, une pure conception scientifique : nous n'avons aucune raison de le considérer comme dénotant un état physique. On peut, en effet, si l'on enferme des corps dans un vase métallique qui les enveloppe complètement, charger et décharger la surface extérieure de ce vase autant qu'il nous plaira, sans produire, sur les corps qu'il renferme, aucun effet physique. Nous savons cependant que le potentiel électrique de ces corps monte et baisse avec celui du vase. On peut le démontrer en faisant passer un conducteur relié à la terre par une ouverture du vase; les relations entre ce conducteur et les corps enfermés seront altérées par la charge et la décharge du vase, mais, si l'on écarte ce conducteur, l'abaissement et l'élévation simultanés des potentiels des corps à l'intérieur du vase ne seront plus accompagnés d'aucun effet physique.

II/MAXWELL ET LA METAPHORE SCIENTIFIQUE

Compte-rendu sur Le traité de Philosophie Naturelle de Thomson et Tait

"Les concepts et les principes de la mécanique élémentaire qui ont été énoncés par Newton... suffisent à résoudre tous les problèmes dans lesquels les mouvements sont effectivement observables... Mais quand nous sommes en droit de penser que les phénomènes qui sont du ressort de l'observable ne constituent qu'une très petite partie de ce qui a réellement lieu dans le système, [ces concepts ne suffisent plus et] la question est... quelle est la description (spécification) la plus générale d'un système matériel compatible avec la condition que les mouvements des parties observables de ce système soient ceux que l'on observe effectivement ? C'est à Lagrange, en premier lieu, que nous devons la méthode qui nous permet de répondre à cette question, sans faire ni plus ni moins d'affirmations que ce que nous pouvons légitimement déduire des faits observés. Mais, bien que les mathématiciens disposent de cette méthode depuis 1788, date où la Mécanique Analytique a été publiée, et bien qu'un petit nombre de grands mathématiciens comme Hamilton, Jacobi, etc... aient donné d'importantes contributions à la théorie générale de la dynamique, il est remarquable de constater combien les physiciens dans leur ensemble ont été lents à faire usage de ces méthodes... Le mérite d'avoir brisé le monopole des grands maîtres de la formule magique et d'avoir rendu [à ces formules] tout le charme familier des mots d'usage courant revient, dans une large mesure, à Thomson et Tait. Les deux magiciens du nord ont été les premiers qui, sans regret ni crainte, ont énoncé dans leur langue maternelle les noms vrais et propres de ces concepts dynamiques que les anciens magiciens ne voulaient invoquer qu'à l'aide de symboles muets et d'équations inarticulées. Et maintenant le plus faible d'entre nous peut répéter les mots de la puissance et prendre part à des discussions dynamiques qui, il y a seulement quelques années, auraient été abandonnées aux meilleurs d'entre nous."

The scientific papers of J.C.Maxwell, vol.II
Dover publication, New-York, 1965, pp.781-782

**Allocution aux sections de mathématiques et de physique
de l'Association des Savants Britanniques
15 septembre 1870**

"La figure de style ou de pensée par laquelle nous transférons le langage et les idées d'une science familière à une science à laquelle nous sommes moins accoutumés peut-être appelé Métaphore Scientifique. Ainsi les mots Vitesse, Quantité de mouvement, Force, etc... ont acquis certain sens précis dans la Dynamique élémentaire. Ils sont aussi employés dans la Dynamique d'un Système à Liaisons en un sens qui, bien que parfaitement analogue au sens élémentaire, est plus vaste et général. Ces formes généralisées d'idées élémentaires peuvent être appelées des termes métaphoriques dans le sens où tout terme abstrait est métaphorique. La caractéristique d'un vrai système scientifique de métaphores est que chaque terme dans son sens métaphorique conserve toutes les relations formelles avec les autres termes du système qu'il avait dans son sens original. La méthode est alors vraiment scientifique — c'est-à-dire qu'elle est non seulement un produit légitime de la science, mais qu'elle est aussi capable d'engendrer de la science à son tour. En outre, il y a certains phénomènes électriques qui sont reliés les uns aux autres par des relations de la même forme que celles qui relient des phénomènes dynamiques. Appliquer à ceux-ci les phrases de la dynamique avec les distinctions appropriées et des restrictions provisoires est un exemple de métaphore d'un type plus audacieux ; mais c'est une métaphore légitime si elle donne une idée vraie des relations électriques aux relations qui ont déjà été déduites en dynamique."

The scientific papers of J.C.Maxwell, vol.II
Dover publication, New-York, 1965, pp.227

**Développement formel des idées de Maxwell dans son grand
Traité d'électricité et du magnétisme, quatrième partie :**

chapitre V : Sur les équations du mouvement d'un système à liaisons
chapitre VI : théorie dynamique de l'électromagnétisme
chapitre VII : théorie des courants électriques
chapitre VIII : exploration du champ au moyen d'un circuit secondaire.

III/ LA METAPHORE SCIENTIFIQUE VUE PAR POINCARÉ

Introduction du

Cours de physique Mathématique, Electricité et optique

"La première fois qu'un lecteur français ouvre le livre de Maxwell, un sentiment de malaise, et souvent même de défiance se mêle d'abord à son admiration. Ce n'est qu'après un commerce prolongé et au prix de beaucoup d'efforts, que ce sentiment se dissipe... Pourquoi les idées du savant anglais ont-elles tant de peine à s'acclimater chez nous ? C'est sans doute que l'éducation reçue par les Français éclairés les dispose à goûter la précision et la logique avant toute autre qualité. Les anciennes théories de la physique mathématique nous donnaient à cet égard une satisfaction complète... Partant d'hypothèse nettement énoncées, [nos maîtres] en ont déduit toutes les conséquences avec une rigueur mathématique, et les ont comparées ensuite avec l'expérience...

Ainsi, en ouvrant Maxwell, un Français s'attend à y trouver un ensemble théorique aussi logique et aussi précis que l'Optique physique fondée sur l'hypothèse de l'éther ; il se prépare ainsi une déception que je voudrais éviter au lecteur en l'avertissant tout de suite de ce qu'il doit chercher dans Maxwell et de ce qu'il n'y saurait trouver. Maxwell ne donne pas une explication mécanique de l'électricité et du magnétisme ; il se borne à démontrer que cette explication est possible."

phénomènes électromagnétiques $\Rightarrow$ phénomènes optiques
(réciproque non vraie)

Maxwell propose plusieurs édifices théoriques
qui ne sont pas toujours achevés,
voire qui restent indépendants entre eux

Idee fondamentale de Maxwell formulée par Poincaré :

Soient $q_1, q_2, \dots, q_n$ paramètres expérimentalement observables
(n : nombre de degrés de liberté du système)
L'observation $\Rightarrow$ lois de variation des q avec le temps

Recherche d'une interprétation mécanique du phénomène :
— soit par le mouvement de matière ordinaire
— soit par celui d'un ou plusieurs fluide hypothétique

Solent $m_1, m_2, \dots, m_p$ les masses des molécules constitutives du système (p très grand) de vecteur position respectif $\vec{r}_i$

On suppose qu'il y a conservation de l'énergie $\rightarrow$

$\exists$ une fonction U des $3p$ coordonnées telle que :

$$(I) \quad i = 1, 2, \dots, p \quad m_i \ddot{\vec{r}}_i = -\vec{\nabla} U$$

L'énergie cinétique de m_i vaut : $T = \frac{1}{2} m_i \dot{\vec{r}}_i^2$

et on a : $T + U = \text{cte}$

On aura une explication mécanique complète si :

— on connaît U ;

— on peut exprimer les $3p$ coordonnées en fonction des n q_i

Aussi, en exprimant les $\vec{r}_i$ en fonction des q_i ,

le système (I) de p équations devient

le système (II) des équations de Lagrange à n équations :

$$(II) \quad \frac{d}{dt} \frac{dT}{dq_k} - \frac{dT}{dq_k} + \frac{dU}{dq_k} = 0$$

"Si la théorie est bonne, ces équations (II) devront être identiques aux lois expérimentales observées."

Inversement, toutes les fois que l'on pourra trouver

des fonctions $U(q_k)$ et $T(\dot{q}_k, q_k)$ satisfaisant

aux équations de Lagrange

"on sera certain que le phénomène est susceptible d'une explication mécanique."

Il faut pour cela trouver p constantes m_i

et $3p$ fonctions des q : $\varphi_i(q_k)$, $\psi_i(q_k)$, $\theta_i(q_k)$

telles que :

$$T = \frac{1}{2} \sum_i m_i (\dot{\varphi}_i^2 + \dot{\psi}_i^2 + \dot{\theta}_i^2)$$

$$\text{avec } \dot{\varphi}_i = \sum_k \left(\dot{q}_k \frac{d\varphi_i}{dq_k} \right)$$

"Comme le nombre p peut être pris aussi grand que l'on veut, on peut toujours satisfaire à cette condition, et cela d'une infinité de manière... Si donc un phénomène comporte une explication mécanique complète, il en comporte une infinité d'autres qui rendront également bien compte de toutes les particularités révélées par l'expérience."

"Il est facile de comprendre maintenant quelle est l'idée fondamentale de Maxwell. Pour démontrer la possibilité d'une explication mécanique de l'électricité, nous n'avons pas à nous préoccuper de trouver une explication elle-même, il nous suffit de connaître l'expression des deux fonctions T et U qui sont les deux parties de l'énergie, de former avec ces deux fonctions les équation de Lagrange et de comparer ensuite ces équations avec les lois expérimentales."

"Entre toutes ces explications possibles, comment faire un choix pour lequel le secours de l'expérience nous fait défaut ? Un jour viendra peut-être où les physiciens se désintéresseront de ces questions, inaccessibles aux méthodes positives et les abandonneront aux métaphysiciens. Ce jour n'est pas venu ; l'homme ne se résigne pas si aisément à ignorer éternellement le fond des choses."

C/ QUELQUES ANALOGIES VULGARISATRICES CHEZ POINCARÉ

"Quand nous voudrions analyser un phénomène électrique, nous prendrions un ou deux phénomènes mécaniques bien connus et nous chercherons à mettre en évidence leur parfait parallélisme... Ces comparaisons ne sont pas seulement de grossiers rapprochements mais elles se poursuivent jusque dans les détails les plus précis. Les limites de cet ouvrage ne me permettent pas d'aller aussi loin et je devrai me borner à une comparaison pour ainsi dire qualitative."

La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes
Scientia, Février 1904, G.Naud-Editeur, Paris, p.8.

ANALOGIE CONDENSATEUR/RESERVOIR

CONDENSATEUR	RESERVOIR D'EAU
Charger un condensateur	Elever le niveau d'eau d'un réservoir.
La décharge d'un condensateur peut fournir de la chaleur et du travail mécanique.	L'eau peut servir à faire tourner une roue à aubes.
Il ne se passe rien quand deux conducteurs chargés et au même potentiel sont reliés par un fil conducteur.	Il ne se passe rien quand deux réservoirs d'eau de même niveau communiquent par un tuyau.
Il y a circulation d'un courant électrique jusqu'à égalité des potentiels quand deux conducteurs chargés à des potentiels différents sont reliés métalliquement.	Il y a écoulement d'un courant d'eau jusqu'à identité des niveaux quand deux réservoirs de niveaux différents sont reliés par un tuyau.
Charge électrique Q d'un condensateur.	Masse M d'eau contenue dans un réservoir.
Capacité C d'un condensateur	Section horizontale S d'un réservoir.
Attractions entre les armatures.	Forces pressantes sur les parois d'un réservoir.

PROBLEMES DE CETTE ANALOGIE

— Pour un réservoir parallélépipédique, si on a $Q \leftrightarrow M$, $C \leftrightarrow S$, alors $U = Q/C \leftrightarrow M/S = \rho \cdot h$ (ρ : masse volumique de l'eau, h : hauteur d'eau).

— Or si $Q.U$ est homogène à une énergie (U variable intensive associée à la variable extensive Q), $M.\rho h$ n'est pas homogène à une énergie.

— Il faut donc envisager l'analogie suivante (g : accélération de la pesanteur) :

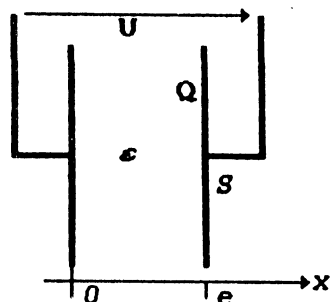
charge Q	$\leftrightarrow$	masse M d'eau
potentiel électrique V	$\leftrightarrow$	potentiel gravitationnel gz
tension électrique U	$\leftrightarrow$	"tension" gravitationnelle gh

énergie électrique stockée dans le condensateur	$\leftrightarrow$	énergie mécanique stockée dans le réservoir
--	-------------------	--

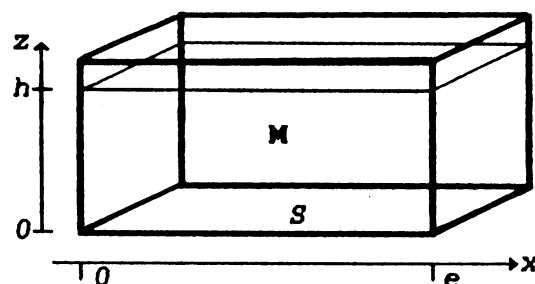
$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} Q.U$$

$\leftrightarrow$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} M.gh$$



$\leftrightarrow$



Forces entre
armatures parallèles
(à tension constante)

$\leftrightarrow$

Forces sur
une paroi verticale
(à niveau constant)

$$\mathcal{F}_x = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Q.U}{e}$$

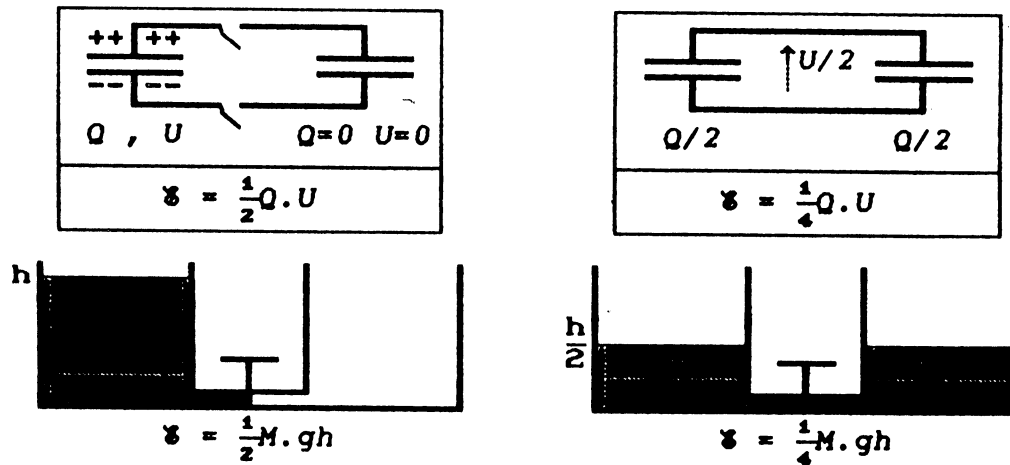
$$\mathcal{F}_x = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M.gh}{e}$$

MAIS !

— A la pression électrostatique $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{\epsilon}$ uniforme correspond une pression hydrostatique $P = \rho g(h-z)$ variable : l'analogie ne "fonctionne" plus au niveau formel.

— A la capacité $C = \epsilon S/e$ correspond un facteur $\rho S/g...$

UTILISATION PEDAGOGIQUE



ANALOGIE ELECTRODINAMIQUE/HYDRAULIQUE

ELECTRODINAMIQUE	HYDRAULIQUE
Intensité du courant électrique dans un conducteur métallique long et mince.	Débit volumique dans un tube horizontal long et de section étroite.
L'intensité I croît comme : — la d.d.p. $V_2 - V_1$ — la section S du fil — l'inverse de la longueur ℓ du fil	Le débit D_v croît comme : — la différence des pressions $P_2 - P_1$ — la section S du tube — l'inverse de la longueur ℓ du tuyau
Résistance électrique R	Résistance hydraulique R_H
Chaleur produite par effet Joule	Chaleur produite par viscosité

Puissance $\mathcal{P}$ fournie au système :

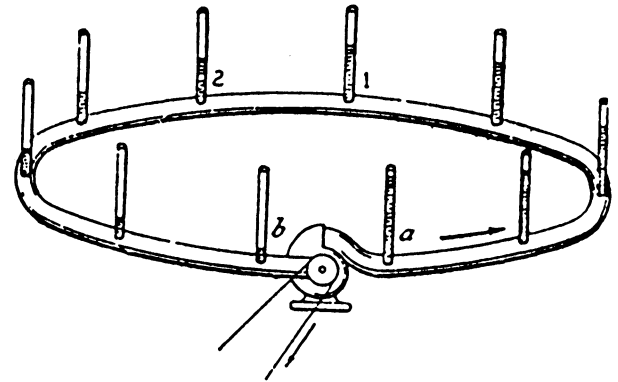
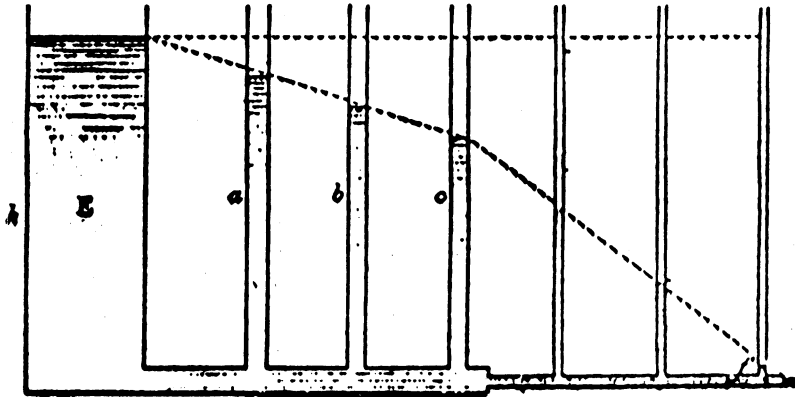
$$\mathcal{P} = (V_2 - V_1) I \quad \longleftrightarrow \quad \mathcal{P} = (P_2 - P_1) D_v$$

LOI D'HOM $\longleftrightarrow$ LOI DE POISEUILLE

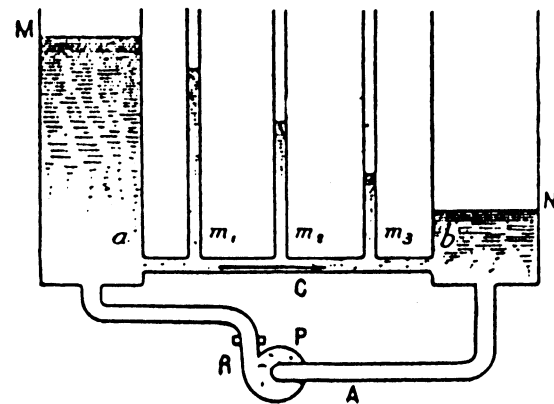
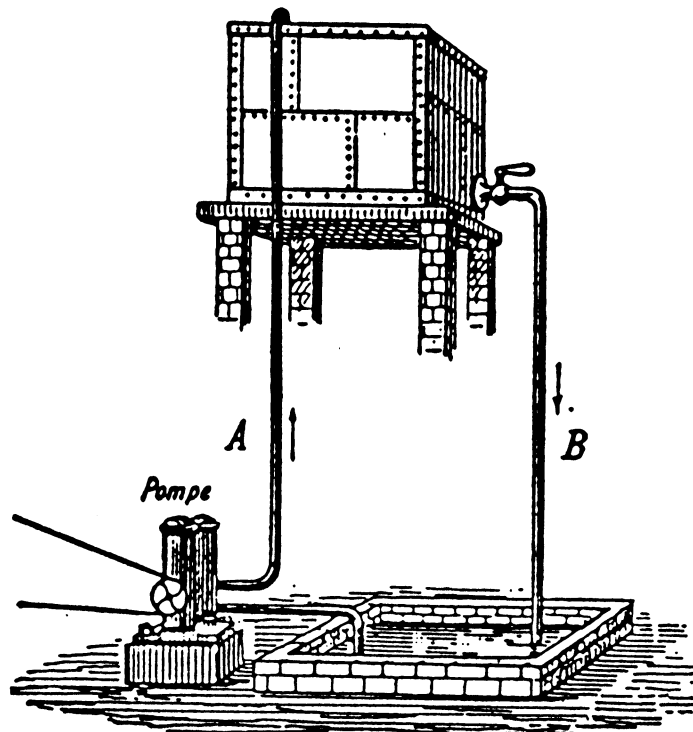
$$(V_2 - V_1) = R \cdot I \quad \longleftrightarrow \quad (P_2 - P_1) = R_H D_v$$

$$R = \frac{\ell}{\gamma \cdot S} \quad \longleftrightarrow \quad R_H = \frac{\ell}{8\pi\eta \cdot S^2}$$

EXEMPLES DE MODELES HYDRAULIQUES UTILISES DANS LES MANUELS

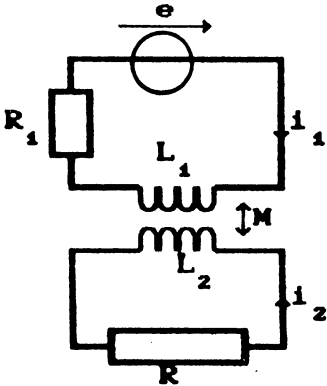
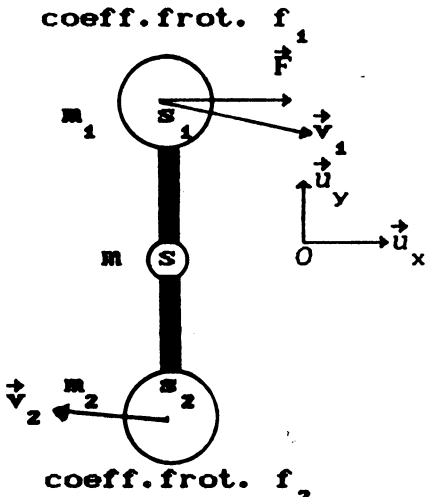


Une pompe centrifuge qui produit une circulation continue d'eau, est assimilable à un électromoteur.



Diminution de la pression le long d'un tuyau ab parcouru par un courant d'eau.

ANALOGIE MUTUELLE INDUCTION/ ROTATION D'HALTERE

INDUCTION	ROTATION D'UN HALTERE
	
LOI DES MAILLES $e = R_1 i_1 + L_1 \frac{d}{dt} i_1 + M \frac{d}{dt} i_2$ $0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{d}{dt} i_2 + M \frac{d}{dt} i_1$ ⇓	$(m_1 + m_2 + m) \vec{OG} = m_1 \vec{OS}_1 + m_2 \vec{OS}_2 + m \cdot \vec{OS}$ $\vec{OS} = \frac{1}{2} (\vec{OS}_1 + \vec{OS}_2)$ THEOREME DE LA RESULTANTE CINETIQUE ⇓
$(L_1 + M) \frac{d}{dt} i_1 + (L_2 + M) \frac{d}{dt} i_2 + \dots$ $\dots + R_1 i_1 + R_2 i_2 = e$	$(m_1 + \frac{1}{2}m) \frac{d}{dt} \vec{v}_1 + (m_2 + \frac{1}{2}m) \frac{d}{dt} \vec{v}_2 + \dots$ $\dots + f_1 \vec{v}_1 + f_2 \vec{v}_2 = \vec{F}$

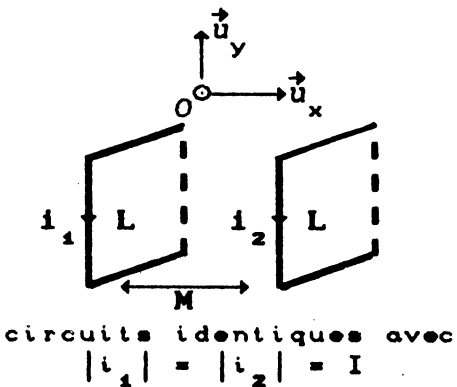
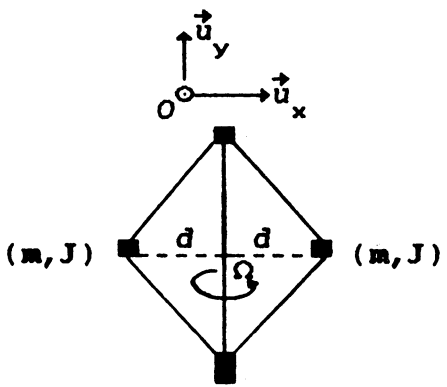
GRANDEURS ANALOGUES

i	$\longleftrightarrow$	$\vec{v}$
e	$\longleftrightarrow$	$\vec{F}$
L_i	$\longleftrightarrow$	m_i
M	$\longleftrightarrow$	$m/2$
R	$\longleftrightarrow$	f

Mais l'analogie ne vaut plus pour les expressions énergétiques !
 Ici, les coefficients d'inertie m_i (resp. m) représentent
 l'"inertie" électrique propres aux circuits (resp. à l'éther)

ANALOGUES DES EFFETS ELECTRODYNAMIQUES

"L'éther est en mouvement dès qu'il y a des courants voltaïques et sa force vive est proportionnelle au carré de l'intensité de ces courants".

ELECTRODYNAMIQUE	REGULATEUR DE WATT
 circuits identiques avec $i_1 = i_2 = I$	
$\mathcal{E}_m = (L \pm M)I^2$; $d\mathcal{E}_m = \delta W$	$\mathcal{E}_c = (J + m \cdot d^2)\Omega^2$; $d\mathcal{E}_c = \delta W$

ETUDE DYNAMIQUE DES SYSTEMES

- Variation de la force vive en fonction de la position et du sens des courants ;
- Travail à fournir aux circuits, f.c.e.m. d'autoinduction à intensité constante ;
- Evolution spontanée des circuits (dans le sens d'une augmentation de la force vive).

D'où analogie qualitative entre le régulateur de watt où "les boules tendent à s'écarter et semblent se repousser" et deux circuits parcourus par des courants de sens contraire.

Mais : si les boules sont des sphères $\rightarrow J \propto a^5$, alors que, si les circuits sont des spires circulaires $\rightarrow L \propto a$; de même la "mutuelle d'Huygens" est proportionnelle au carré de la distance qui sépare les boules, alors que la mutuelle entre les circuits varie tout autrement (loi de Neumann).

D/ LA DEMARCHE ANALOGIQUE CHEZ EINSTEIN

I/ QUELQUES ARTICLES THEORIQUES D'EINSTEIN ENTRE 1902 et 1909

*A.D.P. ; Annalen der Physik ; P.Z. ; Physikalische Zeitschrift ;
SB.P.A.W. ; Sitzungsberichte der Preussische Akademie der Wissenschaften*

1902 - 1904 : Théorie cinétique de la chaleur :

- 1902 : Théorie cinétique de l'équilibre thermique et du second principe de la thermodynamique (A.D.P.,IX,417-433).
1903 : Une théorie des fondements de la thermodynamique (A.D.P.,XI,170-187).
1904 : Contribution à la théorie moléculaire générale de la chaleur (A.D.P.,XIV,354-362).

1905 : L'annus mirabilis. (Einstein a alors 26 ans)

- 18 mars : Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière (A.D.P.,XVII,132-148).
30 avril : Une nouvelle détermination des grandeurs moléculaires : thèse de doctorat (A.D.P.,XIX,289-306).
11 mai : Mouvement des particules en suspension dans un fluide au repos impliqué par la théorie moléculaire cinétique de la chaleur (A.D.P.,XVII,549-560).
30 juin : Electrodynamique des corps en mouvement (A.D.P.,XVII,891-921).
27 sept.: L'inertie d'un corps dépend-elle de son contenu énergétique ? (A.D.P.,XVIII,639-641).
19 déc. : Contribution à la théorie du mouvement brownien (A.D.P.,XIX,371-381).

1906 : Mises au point.

- mars 1906 : A propos de la théorie de la production et de l'absorption de la lumière (A.D.P.,XX,199-206)
mai 1906 : Principe de conservation du mouvement du centre de gravité et inertie de l'énergie (A.D.P.,XX,627-633)

1907 : Vers les phonons.

- nov. 1906 : La théorie de Planck du rayonnement et la théorie de la chaleur spécifique (A.D.P. 1907,XXII,180-190)

1909 : Dualité du rayonnement

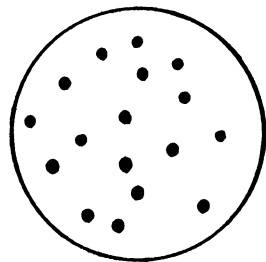
- janv. 1909 : A propos de l'état actuel de la question du rayonnement (P.Z.,X,185-193)
oct. 1909 : Evolution de nos conceptions sur l'essence et la constitution du rayonnement (P.Z.,X,817-825)

- 1911 : L'état actuel du problème des chaleurs spécifiques (Rapport Congrès Solvay 1911, Gauthier Villars,407-450)
1917 : A propos de la théorie quantique du rayonnement (P.Z.,XVIII,121-128)
1924 : Théorie quantique du gaz parfait monoatomique (premier mémoire) (SB.P.A.W.,261-267)
1925 : Théorie quantique du gaz parfait monoatomique (deuxième mémoire) (SB.P.A.W.,3-14)

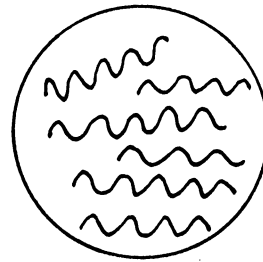
II/ "ON NE VOIT PAS POURQUOI..."

Introduction de l'article de mars 1905 (quanta de lumière) :

"Il existe une profonde différence formelle entre les représentations théoriques que se sont forgées les physiciens à propos des gaz et des autres corps pondérables, et la théorie de Maxwell des processus électromagnétiques dans ce qu'il est convenu d'appeler l'espace vide. En effet, alors que nous considérons que l'état d'un corps est parfaitement déterminé par les positions et les vitesses d'un nombre d'atomes et d'électrons, très grand certes, mais néanmoins fini, nous nous servons pour la détermination de l'état électromagnétique d'une région de l'espace de fonctions d'espace continues, si bien que nous ne pouvons pas considérer qu'un nombre fini de grandeurs suffise à fixer complètement l'état électromagnétique de l'espace. Selon la théorie de Maxwell, l'énergie doit être conçue, pour tous les phénomènes purement électromagnétiques, et donc également pour la lumière, comme une fonction continue de l'espace, alors que l'énergie d'un corps pondérable doit, selon les conceptions actuelles des physiciens, être décrite comme une somme portant sur les atomes et les électrons. L'énergie d'un corps pondérable ne peut être divisée en parties aussi nombreuses et aussi petites que l'on veut, alors que l'énergie d'une radiation lumineuse émise par une source ponctuelle est, selon la théorie de Maxwell de la lumière (ou plus généralement, selon toute théorie ondulatoire), distribuée de façon continue sur un volume sans cesse croissant..."



$$\mathcal{E} = \sum \epsilon_i$$



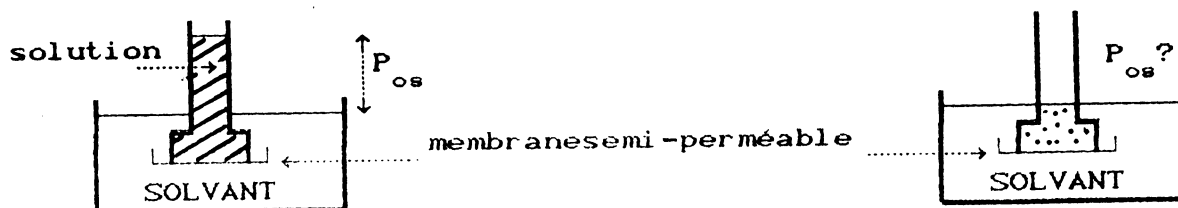
$$\mathcal{E} = \int \rho_v d\tau$$

Introduction de l'article de mai 1905 (mouvement brownien)

"Dans cet article, on se propose de montrer que, selon la théorie moléculaire cinétique de la chaleur, des corps en suspension dans un fluide, d'une taille visible au microscope, doivent -- du fait du mouvement moléculaire de la chaleur -- effectuer des mouvements d'une ampleur telle qu'ils puissent aisément être mis en évidence au microscope. Il se peut que le mouvement dont il est question ici soit identique à ce que l'on appelle "mouvement brownien". Les informations qui me sont parvenues à ce sujet sont cependant si peu précises qu'il ne m'a pas été possible de me faire une opinion. Si le mouvement dont il est question ici, ainsi que les lois que l'on peut anticiper à son sujet, sont effectivement observés, d'une part la thermodynamique classique devra être considérée comme n'étant déjà plus strictement valable à l'échelle des distances que résoud le microscope, d'autre part on pourra déterminer de façon exacte les vraies dimension atomiques. S'il s'avérait, à l'inverse, que la prédiction sur ce mouvement était inexacte, il y aurait là un argument de poids à opposer à la conception moléculaire cinétique de la chaleur."

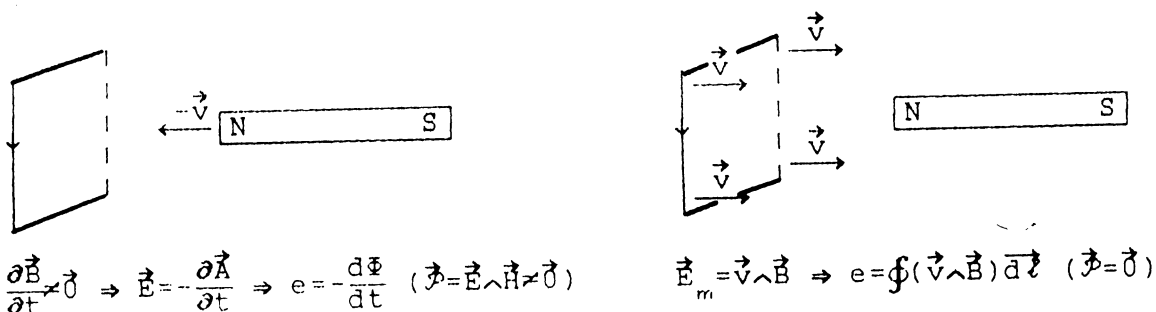
Paragraphe 1 Article mai 1905

"... si l'on adopte le point de vue de la théorie moléculaire cinétique de la chaleur, on arrive à une toute autre conception. Selon cette théorie, une molécule dissoute ne diffère d'un corps en suspension que par la taille et l'on ne voit pas pourquoi il ne correspondrait pas à un certain nombre de corps en suspension la même pression osmotique qu'au même nombre de molécules dissoutes..."



Introduction de l'article de juin 1905 (relativité : traduction Solovine)

"On sait que l'Electrodynamique de Maxwell, telle qu'elle est conçue aujourd'hui, conduit, quand elle est appliquée aux corps en mouvement, à des asymétries qui ne semblent pas être inhérentes aux phénomènes. Rappelons, par exemple, l'action mutuelle électrodynamique s'exerçant entre un aimant et un conducteur. Le phénomène observé dépend ici uniquement du mouvement relatif du conducteur et de l'aimant, tandis que, d'après la conception habituelle, il faudrait établir une distinction rigoureuse entre le cas où le premier de ces corps serait en mouvement et le second au repos, et le cas inverse. En effet, quand l'aimant est en mouvement et le conducteur au repos, il se produit autour du premier un champ électrique correspondant à une certaine localisation de l'énergie, qui engendre un courant aux endroits où se trouvent des parties du conducteur. Dans le cas où l'aimant est au repos et le conducteur en mouvement, il ne se produit pas de champ électrique autour de l'aimant. Il se produit par contre dans le conducteur une force électromotrice à laquelle ne correspond aucune énergie mais qui -- en supposant le même mouvement relatif dans les deux cas -- engendre des courants électriques qui sont de même grandeur et qui se manifestent de la même manière que ceux produits par les forces électriques dans le premier cas..."



III/ DEDUCTION ANALOGIQUE

Introduction de l'article de mars 1905 (suite)

"De fait, il me semble que les observations sur le "rayonnement noir", la photoluminescence, la production de rayons cathodiques au moyen de la lumière ultraviolette et d'autres classes de phénomènes concernant la production ou la transformation de la lumière, apparaissent comme plus compréhensibles si l'on admet que l'énergie de la lumière est distribuée de façon discontinue dans l'espace. Selon l'hypothèse envisagée ici, lors de la propagation d'un rayon lumineux émis par un point, l'énergie n'est pas distribuée de façon continue sur des espaces de plus en plus grands, mais est constituée d'un nombre fini de quanta d'énergie localisés en des points de l'espace, chacun se déplaçant sans se diviser et ne pouvant être absorbés ou produits que tout d'un bloc"

Introduction de l'article de mai 1905 (extrait)

"...Il se peut que le mouvement dont il est question ici soit identique à ce que l'on appelle "mouvement brownien". Les informations qui me sont parvenues à ce sujet sont cependant si peu précises qu'il ne m'a pas été possible de me faire une opinion. Si le mouvement dont il est question ici, ainsi que les lois que l'on peut anticiper à son sujet, sont effectivement observés, d'une part la thermodynamique classique devra être considérée comme n'étant déjà plus strictement valable à l'échelle des distances que résoud le microscope, d'autre part on pourra déterminer de façon exacte les vraies dimension atomiques. S'il s'avérait, à l'inverse, que la prédiction sur ce mouvement était inexacte, il y aurait là un argument de poids à opposer à la conception moléculaire cinétique de la chaleur."

Introduction de l'article de juin 1905 (suite)

"...Des exemples du même genre, ainsi que les expériences entreprises pour démontrer le mouvement de la Terre par rapport au «milieu où se propage la lumière» et dont les résultats furent négatifs, font naître la conjecture que ce n'est pas seulement dans la mécanique qu'aucune propriété des phénomènes ne correspond à la notion de mouvement absolu, mais aussi dans l'électrodynamique... Nous voulons élever cette conjecture (dont le contenu sera appelé dans ce qui suit «principe de relativité») au rang d'une hypothèse et introduire en outre la supposition, qui n'est qu'en apparence incompatible avec ce principe, que la lumière se propage toujours dans le vide avec une certaine vitesse c indépendante de l'état de la source lumineuse. En s'appuyant sur la théorie de Maxwell, on peut arriver à construire à l'aide de ces deux suppositions une Electrodynamique des corps en mouvement simple et exempts de contradiction. On verra que l'introduction d'un «éther lumineux» devient superflue par le fait que notre conception ne fait aucun usage d'un «espace absolu au repos»..."