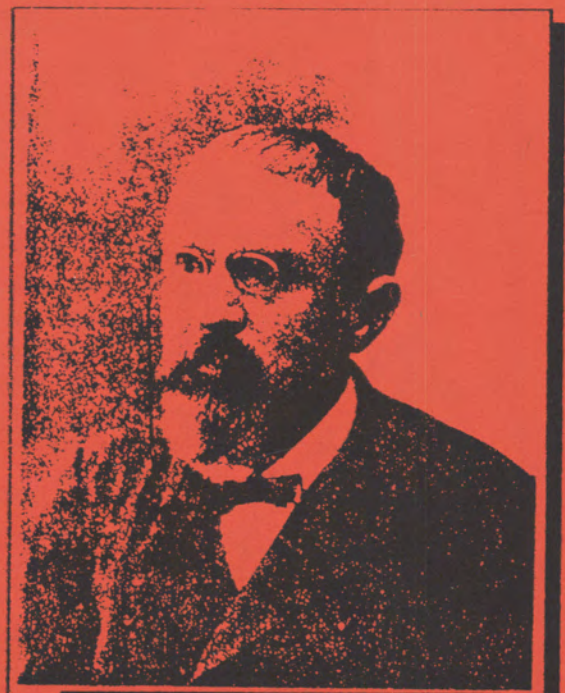
QUELQUES ANALOGIES ELECTRO-MECANIQUES CHEZ POINCARE



Henri POINCARE (1854-1912)

par Bruno JECH
I.R.E.M. de Rouen
28 mai 1991

QUELQUES ANALOGIES ELECTRO-MECANIQUES CHEZ POINCARE

I/ UN MOT SUR LA NOTION D'ANALOGIE

ETYMOLOGIE

ἀνάλογος : *proportionnel, qui est en rapport avec*

Initialement : analogie = identité de deux rapports ($\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$), "*a est à b ce que a' est à b'*". L'idée d'analogie ⇒ homologie, la réciproque n'étant pas vraie (objets "semblables").

Aujourd'hui, l'acception minimum de l'analogie exprime une *équivalence partielle* entre deux domaines.

DEFINITIONS

Analogie : *ressemblance établie par l'imagination entre deux ou plusieurs objets de pensée essentiellement différents ; raisonnement par analogie qui conclut d'une ressemblance à une autre ressemblance (cf Induction).*

Métaphore : *procédé de langage qui consiste dans un transfert de sens (terme concret dans un contexte abstrait) par substitution analogique.*

Modèle : *représentation simplifiée d'un processus, d'un système (cf Pattern). Modèle mathématique : modèle formé par des expressions mathématiques et destiné à simuler un tel processus*

L'ANALOGIE AU XVIIIè

In l'*Encyclopédie de Diderot-Dalembert*, articles rédigés par l'**abbé Yvon**, inspiré par l'épistémologie de **Willem Jacob s'Gravesande** (1688-1742) ardent propagandiste de la physique expérimentale, auteur de manuels et de travaux en mécanique et en thermique (anneau de s'Gravesande) :

Induction : *"Si la ressemblance des effets ne nous mettait pas en droit de conclure à la ressemblance des causes, que deviendrait cette science ? Faudrait-il chercher la cause de tous les phénomènes sans exceptions ?... Que deviendrait la médecine et toute les branches pratiques de la physique sans ce principe d'analogie ?... En un mot, si le cours de la nature n'était pas réglé par des lois générales et uniformes, par des causes universelles, si les mêmes causes n'étaient pas ordinairement suivies des mêmes effets, il serait absurde de se proposer une manière de vivre, d'avoir un but, de chercher les moyens d'y parvenir ; il faudrait vivre au jour le jour et se reposer entièrement de tout sur la Providence. Or, ce n'est pas l'intention du Créateur, cela est manifeste ; il a donc voulu que l'analogie régnât dans ce monde et qu'elle nous servît de guide... Ce n'est pas seulement pour nos plaisirs et pour satisfaire notre goût que Dieu a créé le monde harmonique et réglé par les lois sages de l'analogie. C'est surtout pour notre utilité et notre conservation."*

Analogie : *"L'utilité de l'analogie consiste en ce qu'elle nous épargne mille discussions inutiles, que nous serions obligés de répéter sur chaque corps en particulier... Il suffit que nous sachions que tout est gouverné par des lois générales et constantes pour être fondés à croire que les corps, qui nous paraissent semblables, ont les mêmes propriétés, que les fruits d'un même arbre ont le même goût, etc... Quelquefois nous sommes surpris de l'effet imprévu d'une cause, d'où nous nous attendions à voir naître un effet tout opposé ; c'est qu'alors d'autres causes imperceptibles s'étant jointes avec cette première à notre insu, en changent la détermination... La règle de l'analogie n'est donc pas une règle de certitude puisqu'elle a ses exceptions. Il suffit au dessein du créateur qu'elle forme une grande probabilité, que ses exceptions soient rares et d'une influence étendue."*

II/ MAXWELL ET L'ANALOGIE EN PHYSIQUE

Traité élémentaire d'électricité, trad. G.Richard, Gauthier-villars, Paris, 1884, pp.64-66

Sur l'emploi des analogies physiques.

65. Dans bien des cas, les relations des phénomènes, dans deux questions de physique différentes, présentent une certaine analogie qui nous permet, lorsque nous avons résolu l'une de ces questions, d'employer notre solution à celle de l'autre question. La similitude qui constitue cette analogie n'existe pas dans les phénomènes eux-mêmes, mais entre les relations de ces phénomènes.

Prenons, comme exemple, un cas d'une extrême simplicité. Une personne peu habituée aux opérations de l'Arithmétique, ayant à chercher le prix de 52 yards de coton à 7 pence le yard, arrivera de suite, sans calcul, à dire que ce prix est de 364 pence, si elle se rappelle qu'il y a 52 semaines et 1 jour dans une année de 365 jours. Il n'y a, dans ce cas, aucune ressemblance entre les quantités elles-mêmes (les jours et les yards); il n'y a de similitude qu'entre les relations arithmétiques de ces quantités avec d'autres, dans une même question.

L'analogie entre les phénomènes électrostatiques et ceux de la conduction uniforme de la chaleur dans les corps solides a été indiquée, pour la première fois, par sir W. Thomson, dans son Mémoire *Sur le mouvement uniforme de la chaleur dans les corps homogènes solides et ses rapports avec la théorie mathématique de l'électricité*, publié dans le *Cambridge Mathematical Journal* de février 1842, et reproduit dans le *Philosophical Magazine* de 1854 et dans la réimpression des Mémoires de Thomson, sur l'*Électrostatique et le Magnétisme*. Le Tableau ci-dessous fera ressortir la nature de cette analogie :

Électrostatique.	*Chaleur*
Champ électrique.	Corps inégalement chauffé.
Tube de force électrique.	Corps conducteur de la chaleur.
Potentiel électrique en différents points du champ.	Température en différents points du corps.
Force électromotrice tendant à déplacer les corps électrisés positivement des points de potentiels supérieurs vers ceux de potentiels inférieurs.	Flux de chaleur par conduction, des points de hautes températures vers ceux de basse température.
Corps conducteur.	Partie conductrice de chaleur.
Surface d'un conducteur électrisé positivement.	Surface par laquelle la chaleur entre dans le corps.
Surface d'un conducteur électrisé négativement.	Surface par laquelle la chaleur s'échappe d'un corps.
Corps électrisé positivement.	Source de chaleur.
Corps électrisé négativement.	Puits (*sink*) de chaleur, point où la chaleur disparaît du corps.
Surface équipotentielle.	Surface isothermique.
Ligne ou tube d'induction.	Ligne ou tube d'écoulement de la chaleur.

Les progrès des sciences physiques ont été grandement aidés par l'emploi de ces analogies et d'autres de même nature, mais nous devons, afin d'éviter les dangers des purs hypothèses, étudier avec soin la véritable nature des analogies de ce genre. Nous ne devons pas conclure, de la similitude partielle de quelques-unes des lois des phénomènes de la chaleur et de l'électricité, qu'il existe entre les causes de ces phénomènes une similitude physique réelle. La similitude n'existe qu'entre les relations, et non pas entre les choses qui en sont l'objet.

Cette similitude est, autant qu'on peut l'étendre, si complète, que tous les résultats que nous pouvons obtenir, en ce qui concerne l'électricité ou la conduction de la chaleur peuvent être immédiatement traduits, sans crainte d'erreurs, du langage de l'une des sciences dans celui de l'autre. Nous sommes libres de faire usage, en poursuivant nos recherches dans l'un de ces sujets, des idées appartenant à l'autre, si nous pouvons ainsi apercevoir plus clairement l'enchaînement de nos raisonnements successifs.

Nous devons nous rappeler qu'à l'époque où Sir W. Thomson indiqua l'analogie entre les phénomènes thermiques et électrostatiques, les hommes de science étaient fermement convaincus que l'attraction électrique était une action directe à distance entre les corps, comme ils pensaient que la conduction de la chaleur consistait en un flux continu d'un fluide matériel à travers les corps solides. La dissemblance entre la chaleur et l'électricité mêmes paraissait donc, aux hommes de ce temps, beaucoup plus grande qu'aux lecteurs de ce livre, qui, à moins d'avoir reçu une autre instruction, n'ont pas encore appris que la chaleur est un fluide ou que l'électricité agit à distance.

65. Nous allons maintenant considérer les limites de cette analogie et déterminer les limites au delà desquelles il ne faut pas l'étendre.

En premier lieu, c'est seulement pour une classe particulière de cas de conduction de la chaleur qu'il se présente, en Électrostatique, des cas analogues. En général, quand la chaleur s'écoule dans un corps, elle fait que la température de certaines parties du corps s'élève et que celle des autres s'abaisse, de sorte que le flux de chaleur qui dépend de ces températures est lui-même variable. Si la source de chaleur est maintenue constante, les températures des différentes parties du corps tendent vers un état dans lequel elles restent invariables. La quantité de chaleur qui entre dans une partie du corps quelconque est alors exactement égale à celle qui en sort pendant le même temps; on dit dans ce cas que le flux de chaleur est uniforme (*steady*).

L'analogie avec les phénomènes électrostatiques ne s'applique qu'au flux de chaleur uniforme seulement : le cas, plus général, d'un flux variable de chaleur, n'a rien d'analogue en Électrostatique. D'autre part, le cas particulier d'un écoulement uniforme de chaleur diffère lui-même, par un élément très important, de son analogue en Électrostatique. L'écoulement uniforme de chaleur peut, en effet, être maintenu constant par un afflux continuel de chaleur, accompagné d'une soustraction équivalente de chaleur. Ceci implique la nécessité d'une dépense continuelle d'énergie pour maintenir le flux de chaleur à un état constant, de sorte que, bien que l'état du corps reste invariable et indépendant du temps, l'élément du temps intervient néanmoins dans le calcul de la quantité de chaleur nécessaire à la conservation de l'état du corps.

Au contraire, dans le cas correspondant de l'Électrostatique, l'élément du temps n'intervient pas. Autant que nous le savons, un système de corps électrisés, placé dans un milieu parfaitement isolant, peut rester électrisé pour jamais, sans aucun afflux d'électricité de sources extérieures. Il n'y a, dans ce cas, rien à quoi nous puissions appliquer le terme *flux* — *flow* — ou d'écoulement que nous appliquons au cas de la transmission de la chaleur, avec la même justesse (*propriety*) qu'à un courant d'eau ou d'électricité, ou au temps lui-même.

66. On rencontre une autre limite de cette analogie, en ce que la température d'un corps ne peut être changée sans modifier son état physique; la densité, la conductibilité, les propriétés électriques, tout varie avec la température.

Le potentiel électrique, l'analogue de la température, est, au contraire, une pure conception scientifique : nous n'avons aucune raison de le considérer comme donnant un état physique. On peut, en effet, si l'on enferme des corps dans un vase métallique qui les enveloppe complètement, charger et décharger la surface extérieure de ce vase autant qu'il nous plaira, sans produire, sur les corps qu'il renferme, aucun effet physique. Nous savons cependant que le potentiel électrique de ces corps monte et baisse avec celui du vase. On peut le démontrer en faisant passer un conducteur relié à la terre par une ouverture du vase; les relations entre ce conducteur et les corps enfermés seront altérées par la charge et la décharge du vase, mais, si l'on écarte ce conducteur, l'abaissement et l'élevation simultanés des potentiels des corps à l'intérieur du vase ne seront plus accompagnés d'aucun effet physique.

MAXWELL ET LA METAPHORE SCIENTIFIQUE

Compte-rendu sur *Le traité de Philosophie Naturelle* de Thomson et Tait

"Les concepts et les principes de la mécanique élémentaire qui ont été énoncés par Newton... suffisent à résoudre tous les problèmes dans lesquels les mouvements sont effectivement observables... Mais quand nous sommes en droit de penser que les phénomènes qui sont du ressort de l'observable ne constituent qu'une très petite partie de ce qui a réellement lieu dans le système, [ces concepts ne suffisent plus et] la question est... quelle est la description (spécification) la plus générale d'un système matériel compatible avec la condition que les mouvements des parties observables de ce système soient ceux que l'ont observe effectivement ? C'est à Lagrange, en premier lieu, que nous devons la méthode qui nous permet de répondre à cette question, sans faire ni plus ni moins d'affirmations que ce que nous pouvons légitimement déduire des faits observés. Mais, bien que les mathématiciens disposent de cette métode depuis 1788, date où la Mécanique Analytique a été publiée, et bien qu'un petit nombre de grands mathématiciens comme Hamilton, Jacobi, etc... aient donné d'importantes contributions à la théorie générale de la dynamique, il est remarquable de constater combien les physiciens dans leur ensemble ont été lents à faire usage de ces méthodes... Le mérite d'avoir brisé le monopole des grands maîtres de la formule magique et d'avoir rendu [à ces formules] tout le charme familier des mots d'usage courant revient, dans une large mesure, à Thomson et Tait. Les deux magiciens du nord ont été les premiers qui, sans regret ni crainte, ont énoncé dans leur langue maternelle les noms vrais et propres de ces concepts dynamiques que les anciens magiciens ne voulaient invoquer qu'à l'aide de symboles muets et d'équations inarticulées. Et maintenant le plus faible d'entre nous peut répéter les mots de la puissance et prendre part à des discussions dynamiques qui, il y a seulement quelques années, auraient été abandonnées aux meilleurs d'entre nous."

The scientific papers of J.C.Maxwell, vol.II
Dover publication, New-York, 1965, pp.781-782

Allocution aux sections de mathématiques et de physique de l'Association des Savants Britaniques 15 septembre 1870

"La figure de style ou de pensée par laquelle nous transférons le langage et les idées d'une science familière à une science à laquelle nous sommes moins accoutumés peut-être appelé Métaphore Scientifique. Ainsi les mots Vitesse, Quantité de mouvement, Force, etc... ont aquis certain sens précis dans la Dynamique élémentaire. Ils sont aussi employés dans la Dynamique d'un Système à Liaisons en un sens qui, bien que parfaitement analogue au sens élémentaire, est plus vaste et général. Ces formes généralisées d'idées élémentaires peuvent être appelées des termes métaphoriques dans le sens où tout terme abstrait est métaphorique. La caractéristique d'un vrai système scientifique de métaphores est que chaque terme dans son sens métaphorique conserve toutes les relations formelles avec les autres termes du système qu'il avait dans son sens original. La méthode est alors vraiment scientifique — c'est-à-dire qu'elle est non seulement un produit légitime de la science, mais qu'elle est aussi capable d'engendrer de la science à son tour. En outre, il y a certains phénomènes électriques qui sont reliés les uns aux autres par des relations de la même forme que celles qui relient des phénomènes dynamiques. Appliquer à ceux-ci les phrases de la dynamique avec les distinctions appropriées et des restrictions provisoires est un exemple de métaphore d'un type plus audacieux ; mais c'est une métaphore légitime si elle donne une idée vraie des relations électriques aux relations qui ont déjà été déduites en dynamique."

The scientific papers of J.C.Maxwell, vol.II
Dover publication, New-York, 1965, pp.227

Développement formel des idées de Maxwell dans son grand *Traité d'électricité et du magnétisme*, quatrième partie :

chapitre V : *Sur les équations du mouvement d'un système à liaisons*
chapitre VI : *théorie dynamique de l'électromagnétisme*
chapitre VII : *théorie des courants électriques*
chapitre VIII : *exploration du champ au moyen d'un circuit secondaire.*

III/ POINCARE ET LA METAPHORE SCIENTIFIQUE

Introduction du
Cours de physique Mathématique, Electricité et optique

"La première fois qu'un lecteur français ouvre le livre de Maxwell, un sentiment de malaise, et souvent même de défiance se mêle d'abord à son admiration. Ce n'est qu'après un commerce prolongé et au prix de beaucoup d'efforts, que ce sentiment se dissipe... Pourquoi les idées du savant anglais ont-elles tant de peine à s'acclimater chez nous ? C'est sans doute que l'éducation reçue par les Français éclairés les dispose à goûter la précision et la logique avant toute autre qualité. Les anciennes théories de la physique mathématique nous donnaient à cet égard une satisfaction complète... Partant d'hypothèse nettement énoncées, [nos maîtres] en ont déduit toutes les conséquences avec une rigueur mathématique, et les ont comparées ensuite avec l'expérience...
Ainsi, en ouvrant Maxwell, un Français s'attend à y trouver un ensemble théorique aussi logique et aussi précis que l'Optique physique fondée sur l'hypothèse de l'éther ; il se prépare ainsi une déception que je voudrais éviter au lecteur en l'avertissant tout de suite de ce qu'il doit chercher dans Maxwell et de ce qu'il n'y saurait trouver. Maxwell ne donne pas une explication mécanique de l'électricité et du magnétisme ; il se borne à démontrer que cette explication est possible."

phénomènes électromagnétiques ⇒ phénomènes optiques
(réciproque non vraie)

Maxwell propose plusieurs édifices théoriques
qui ne sont pas toujours achevés,
voire qui restent indépendants entre eux

Idée fondamentale de Maxwell formulée par Poincaré :

Soient $q_1, q_2, \ldots q_n$ paramètres expérimentalement observables
(n : nombre de degrés de liberté du système)
L'observation ⇒ lois de variation des q avec le temps

↓

Recherche d'une interprétation mécanique du phénomène :
— soit par le mouvement de matière ordinaire
— soit par celui d'un ou plusieurs fluide hypothétique

Soient $m_1, m_2, \ldots m_p$ les masses des molécules constitutives du système (p très grand) de vecteur position respectif $\vec{r}_i$

On suppose qu'il y a conservation de l'énergie ⇒
∃ une fonction U des 3p coordonnées telle que :

$$(I) \qquad i = 1,2,\ldots p \qquad m_i \ddot{\vec{r}}_i = -\vec{\nabla} U$$

L'énergie cinétique de m_i vaut : $T = \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2$

et on a : $T + U = cte$

On aura une explication mécanique complète si :
— on connaît U ;
— on peut exprimer les 3p coordonnées en fonction des n q_i

Aussi, en exprimant les $\vec{r}_i$ en fonction des q_i,

le système (I) de p équations devient
le système (II) des équations de Lagrange à n équations :

$$(II) \qquad \frac{d}{dt}\frac{dT}{d\dot{q}_k} - \frac{dT}{dq_k} + \frac{dU}{dq_k} = 0$$

"Si la théorie est bonne, ces équations (II) devront être identiques aux lois expérimentales observées."

Inversement, toutes les fois que l'on pourra trouver des fonctions $U(q_k)$ et $T(q_k, \dot{q}_k)$ satisfaisant aux équations de Lagrange
"on sera certain que le phénomène est susceptible d'une explication mécanique."
Il faut pour cela trouver p constantes m_i
et 3p fonctions des q : $\varphi_i(q_k)$, $\psi_i(q_k)$, $\vartheta_i(q_k)$
telles que :

$$T = \frac{1}{2}\sum_i m_i (\dot{\varphi}_i^2 + \dot{\psi}_i^2 + \dot{\vartheta}_i^2)$$

$$\text{avec } \dot{\varphi}_i = \sum_k \left(\dot{q}_k \frac{d\varphi_i}{dq_k} \right)$$

"Comme le nombre p peut être pris aussi grand que l'on veut, on peut toujours satisfaire à cette condition, et cela d'une infinité de manière...Si donc un phénomène comporte une explication mécanique complète, il en comporte une infinité d'autres qui rendront également bien compte de toutes les particularités révélées par l'expérience."

"Il est facile de comprendre maintenant quelle est l'idée fondamentale de Maxwell. Pour démontrer la possibilité d'une explication mécanique de l'électricité, nous n'avons pas à nous préoccuper de trouver une explication elle-même, il nous suffit de connaître l'expression des deux fonctions T et U qui sont les deux parties de l'énergie, de former avec ces deux fonctions les équation de Lagrange et de comparer ensuite ces équations avec les lois expérimentales."

"Entre toutes ces explications possibles, comment faire un choix pour lequel le secours de l'expérience nous fait défaut ? Un jour viendra peut-être où les physiciens se désintéresseront de ces questions, inaccessibles aux méthodes positives et les abandonneront aux métaphysiciens. Ce jour n'est pas venu ; l'homme ne se résigne pas si aisément à ignorer éternellement le fond des choses."

IV/ QUELQUES ANALOGIES VULGARISATRICES CHEZ POINCARE

"Quand nous voudrons analyser un phénomène électrique, nous prendrons un ou deux phénomènes mécaniques bien connus et nous chercherons à mettre en évidence leur parfait parallélisme... Ces comparaisons ne sont pas seulement de grossiers rapprochements mais elles se poursuivent jusque dans les détails les plus précis. Les limites de cet ouvrage ne me permettent pas d'aller aussi loin et je devrai me borner à une comparaison pour ainsi dire qualitative."

La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes
Scientia, Février 1904, G.Naud-Editeur, Paris, p.8.

ANALOGIE CONDENSATEUR/RESERVOIR

CONDENSATEUR	RESERVOIR D'EAU
Charger un condensateur	Elever le niveau d'eau d'un réservoir.
La décharge d'un condensateur peut fournir de la chaleur et du travail mécanique.	L'eau peut servir à faire tourner une roue à aubes.
Il ne se passe rien quand deux conducteurs chargés et au même potentiel sont relié par un fil conducteur.	Il ne se passe rien quand deux réservoirs d'eau de même niveau communiquent par un tuyau.
Il y a circulation d'un courant électrique jusqu'à égalité des potentiels quand deux conducteurs chargés à des potentiels différents sont reliés métalliquement.	Il y a écoulement d'un courant d'eau jusqu'à identité des niveaux quand deux réservoirs de niveaux différents sont reliés par un tuyau.
Charge électrique Q d'un condensateur.	Masse M d'eau contenue dans un réservoir.
Capacité C d'un condensateur	Section horizontale S d'un réservoir.
Attractions entre les armatures.	Forces pressantes sur les parois d'un réservoir.

PROBLEMES DE CETTE ANALOGIE

— Pour un réservoir parallélépipédique, si on a $Q \longleftrightarrow M$, $C \longleftrightarrow S$, alors $U = Q/C \longleftrightarrow M/S = \rho.h$ (ρ : masse volumique de l'eau, h : hauteur d'eau).

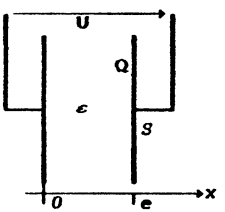
— Or si $Q.U$ est homogène à une énergie (U variable intensive associée à la variable extentive Q), $M.\rho h$ n'est pas homogène à une énergie.

— Il faut donc envisager l'analogie suivante (g : accélération de la pesanteur) :

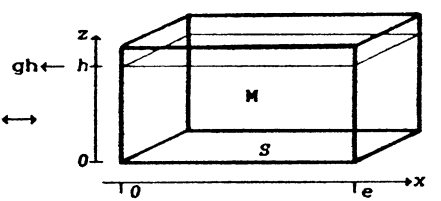
charge Q ⟷ masse M d'eau
potentiel électrique V ⟷ potentiel gravitationnel gz
tension électrique U ⟷ "tension" gravitationnelle gh

énergie électrique stockée dans le condensateur ⟷ énergie mécanique stockée dans le réservoir

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}Q.U$ ⟷ $\mathcal{E} = \frac{1}{2}M.gh$



⟷



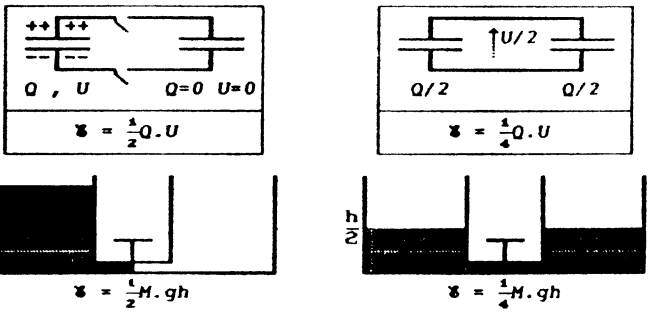
Forces entre armatures parallèles (à tension constante) ⟷ Forces sur une paroi verticale (à niveau constant)

$\mathcal{F}_x = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = -\frac{1}{2}.\frac{Q.U}{e}$ $\qquad$ $\mathcal{F}_x = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{1}{2}.\frac{M.gh}{e}$

MAIS !

— A la pression électrostatique $P = \frac{1}{2}.\frac{\sigma^2}{\varepsilon}$ uniforme correspond une pression hydrostatique $P = \rho g(h-z)$ variable : l'analogie ne "fonctionne" plus au niveau formel.
— A la capacité $C = \varepsilon S/e$ correspond un facteur $\rho S/g$...

UTILISATION PEDAGOGIQUE



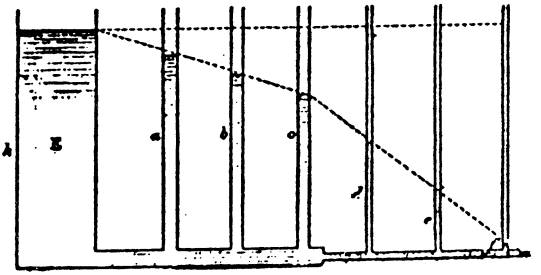
ANALOGIE ELECTROCINETIQUE/HYDRAULIQUE

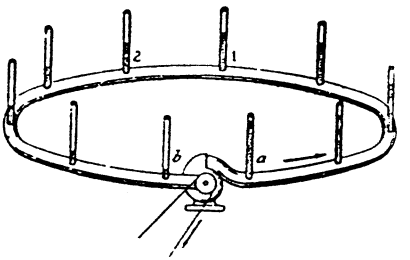
ELECTROCINETIQUE	HYDRAULIQUE
Intensité du courant électrique dans un conducteur métallique long et mince.	*Débit volumique dans un tube horizontal long et de section étroite.*
L'intensité I croît comme :	*Le débit D_v croît comme :*
— *la d.d.p.* $V_2 - V_1$	— *la différence des pressions* $P_2 - P_1$
— *la section S du fil*	— *la section S du tube*
— *l'inverse de la longueur* ℓ *du fil*	— *l'inverse de la longueur* ℓ *du tuyau*
Résistance électrique R	*Résistance hydraulique* R_H
Chaleur produite par effet Joule	*Chaleur produite par viscosité*

Puissance $\mathcal{P}$ fournie au système :

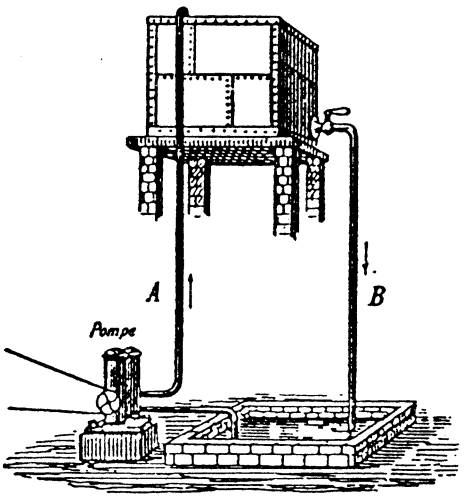
$\mathcal{P} = (V_2 - V_1)I$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{P} = (P_2 - P_1)D_v$
LOI D'HOM	$\longleftrightarrow$	LOI DE POISEUILLE
$(V_2 - V_1) = R.I$	$\longleftrightarrow$	$(P_2 - P_1) = R_H D_v$
$R = \frac{\ell}{\gamma . S}$	$\longleftrightarrow$	$R_H = \frac{\ell}{8\pi\eta . S^2}$

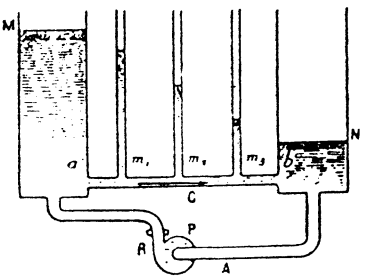
EXEMPLES DE MODELES HYDRAULIQUES UTILISES DANS LES MANUELS





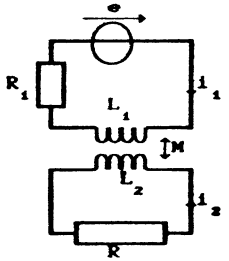
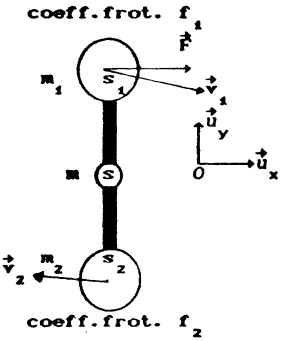
Une pompe centrifuge qui produit une circulation cont d'eau, est assimilable à un électromoteur.





Diminution de la pression le long d'un tuyau ab parcouru par un courant d'eau.

ANALOGIE MUTUELLE INDUCTION/ ROTATION D'HALTERE

INDUCTION	ROTATION D'UN HALTERE
	
LOI DES MAILLES $e = R_1 i_1 + L_1 \frac{d}{dt} i_1 + M \cdot \frac{d}{dt} i_2$ $0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{d}{dt} i_2 + M \cdot \frac{d}{dt} i_1$	$(m_1 + m_2 + m)\overrightarrow{OG} = m_1 \overrightarrow{OS}_1 + m_2 \overrightarrow{OS}_2 + m \cdot \overrightarrow{OS}$ $\overrightarrow{OS} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OS}_1 + \overrightarrow{OS}_2)$ THEOREME DE LA RESULTANTE CINETIQUE
$(L_1 + M)\frac{d}{dt} i_1 + (L_2 + M)\frac{d}{dt} i_2 + \ldots$ $\ldots + R_1 i_1 + R_2 i_2 = e$	$(m_1 + \frac{1}{2}m)\frac{d}{dt}\vec{V}_1 + (m_2 + \frac{1}{2}m)\frac{d}{dt}\vec{V}_2 + \ldots$ $\ldots + f_1 \vec{V}_1 + f_2 \vec{V}_2 = \vec{F}$

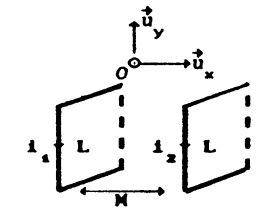
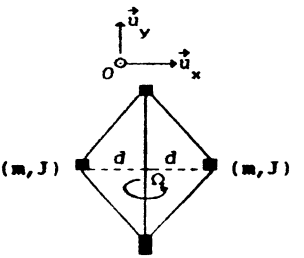
GRANDEURS ANALOGUES

i	$\longleftrightarrow$	$\vec{V}$
e	$\longleftrightarrow$	$\vec{F}$
L_i	$\longleftrightarrow$	m_i
M	$\longleftrightarrow$	$m/2$
R	$\longleftrightarrow$	f

Mais l'analogie ne vaut plus pour les expressions énergétiques ! Ici, les coefficients d'inertie m_i (resp. m) représentent l'"inertie" électrique propres aux circuits (resp. à l'éther)

ANALOGUES DES EFFETS ELECTRODYNAMIQUES

"L'éther est en mouvement dès qu'il y a des courants voltaïques et sa force vive est proportionnelle au carré de l'intensité de ces courants".

ELECTRODYNAMIQUE	REGULATEUR DE WATT
 circuits identiques avec $\|i_1\| = \|i_2\| = I$	
$\mathcal{E}_m = (L \pm M)I^2$; $d\mathcal{E}_m = \delta W$	$\mathcal{E}_c = (J + m.d^2)\Omega^2$; $d\mathcal{E}_c = \delta W$

ETUDE DYNAMIQUE DES SYSTEMES

— Variation de la force vive en fonction de la position et du sens des courants ;
— Travail à fournir aux circuits, f.c.e.m. d'autoinduction à intensité constante ;
— Evolution spontanée des circuits (dans le sens d'une augmentation de la force vive).

D'où analogie qualitative entre le régulateur de watt où "*les boules tendent à s'écarter et semblent se repousser*" et deux circuits parcourus par des courants de sens contraire.

Mais : si les boules sont des sphères → $J \propto a^5$, alors que, si les circuits sont des spires circulaires → $L \propto a$; de même la "mutuelle d'Huygens" est proportionnelle au carré de la distance qui sépare les boules, alors que la mutuelle entre les circuits varie tout autrement (loi de Neumann).

CONCLUSION

— Si certaines analogies "fonctionnent" au niveau intégré, elles fonctionnent rarement au niveau local.
— → Nécessité de limiter le domaine d'application d'une analogie.
— Ce qui peut apparaître comme une analogie momentanée peut se révéler par la suite exprimer une identité de cause plus profonde (conduction thermique-conduction électrique).
— Origine des analogies : existence de lois de conservation formellement identiques, ces lois étant chapeautées par la loi de conservation de l'énergie, indissociable de la loi de dégradation de l'énergie (second principe). D'où le développement historique de ces analogies avec celui de l'énergétique.

SOURCES BIBLIOGRAPHIQUES

P.BRUNET : *Les physiciens hollandais et la méthode expérimentale en France au XVIIIè siècle*, lib. Blanchard, Paris, 1926.

P.G.HAMAMDJAN : manuscript d'une conférence sur *Les concepts de métaphore scientifique et de système de métaphores scientifiques de Maxwell.*

J.C.MAXWELL :
— *Traité élémentaire d'électricité*, trad. G.Richard, Gauthier-villars, Paris, 1884.
— *Traité d'électricité et de Magnétisme (2 tomes)*, trad. G.Séligmann-Lui, Gauthier-Villars, Paris, 1885, rééditions J.Gabay, Paris, 1989.

H.POINCARE :
— *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes*, Scientia, Février 1904, G.Naud-Editeur, Paris.
— *Cours de physique Mathématique, Electricité et optique, 2 tomes*, G.Carré éditeur, Paris, 1890-1891
— *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1968 (1ère édit. 1902).
— *La valeur de la science*, Flammarion, Paris, 1938 (1ère édit. 1905).

J.SAGERET : *Henri Poincaré*, Mercure de France, Paris, 1911.
S.TARG : *Eléments de mécanique rationnelle*, éd. MIR, Moscou, 1975

* * *