



UNIVERSITE de ROUEN - S.C.U.R.I.F.F.

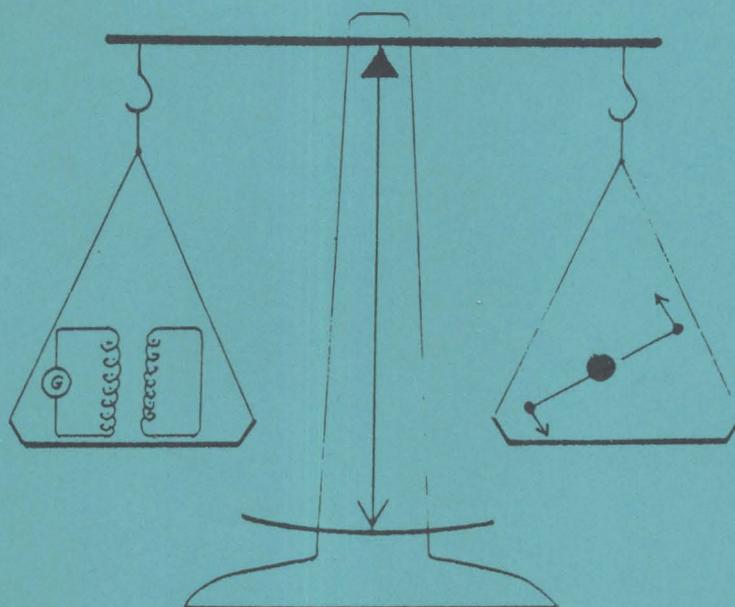
IREM de ROUEN

1, rue Thomas Becket 76130 Mont-Saint-Aignan tél: 35 14 61 41

L'ANALOGIE EN PHYSIQUE

TOME I :

EXEMPLES HISTORIQUES



RAPPORT DU GROUPE "SCIENCES PHYSIQUES"

UNIVERSITÉ DE ROUEN
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
1 rue Thomas Becket 76130 MONT SAINT AIGNAN
Tél ; 35 14 61 41

L'ANALOGIE EN PHYSIQUE

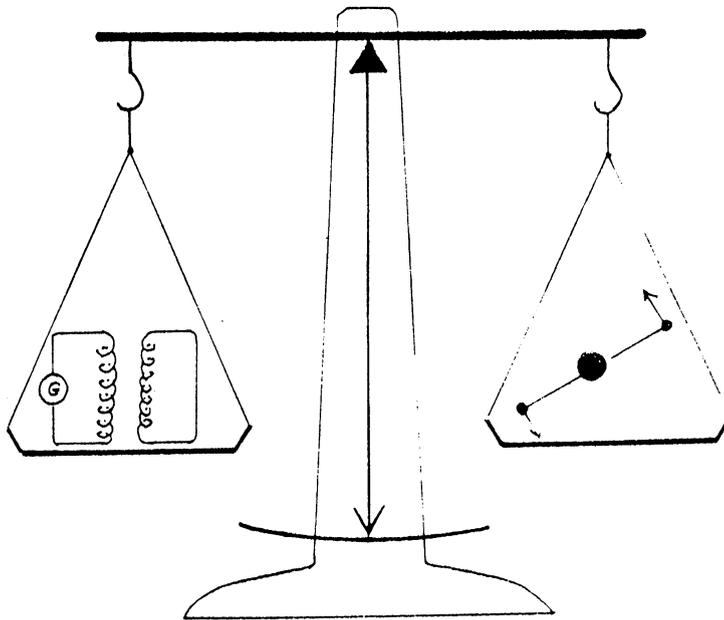
Tome I :

Exemples historiques

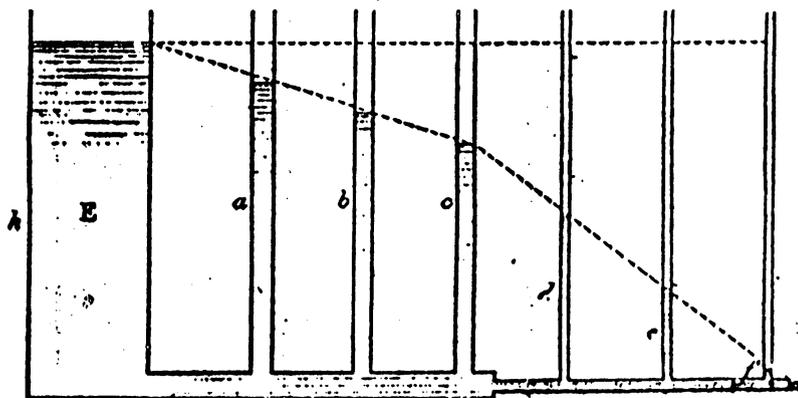
RAPPORT DU GROUPE "SCIENCES-PHYSIQUES" - IREM DE ROUEN
B.P. 153, 76135 Mont-Saint-Aignan Cedex

SOMMAIRE

Introductions.....	page 2
Eléments informatifs succincts concernant Maxwell et Poincaré (<i>Bruno JECH</i>).....	page 5
Etudes :	
L'analogie entre l'électrostatique et la propagation de la chaleur dans le traité élémentaire d'électricité de J.C. Maxwell (<i>Dominique THOREZ</i>).....	page 11
Les analogies utilisées par Maxwell en électrostatique dans l'étude du milieu diélectrique (<i>Bruno MAHEU</i>).....	page 21
Analogie électricité/hydraulique : Etude des analogies entre l'électricité et l'hydraulique chez Poincaré (<i>Nicole CHAUMAT</i>).....	page 31
Analogies mécano-électromagnétiques chez Poincaré (<i>Bruno JECH</i>).....	page 39
Conclusion.....	page 50
Appendices :	
Texte de Maxwell.....	page 54
Premier texte de Poincaré.....	page 66
Deuxième texte de Poincaré.....	page 74
Tableau synchronique.....	page 79



INTRODUCTIONS



L'ANALOGIE EN PHYSIQUE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le groupe "*Sciences Physiques*" de l'IREM de Rouen s'est attaché, durant trois années consécutives, à étudier les analogies utilisées en physique et dans son enseignement. Cette étude a l'avantage de mêler différentes approches utiles à l'enseignant : l'*approche historique* faisant ressortir les différentes stratégies possibles dans l'utilisation des analogies ; l'*approche pédagogique* visant à dégager les analogies effectivement utilisées dans les pratiques enseignantes actuelles ; l'*approche analytique* cherchant à élucider les fonctions et les références inconscientes des analogies.

Une première étape du travail a ainsi consisté en l'analyse de divers textes sur les analogies utilisées lors de l'élaboration de la théorie de l'électromagnétisme au XIXème siècle. La diversité et l'intérêt des textes en question sont suffisants pour constituer la matière du premier tome de ce rapport intitulé "*Exemples historiques*".

L'étape suivante de notre travail concerne essentiellement l'utilisation pédagogique de l'analogie, d'abord abordée dans ses aspects généraux, communs à tous les domaines, ensuite et surtout étudiée dans l'enseignement des sciences physiques (niveau enseignement secondaire). Nous souhaitons ainsi analyser et proposer des analogies utilisables dans l'enseignement secondaire actuel. Le deuxième tome, "*Aspects interdisciplinaires et pédagogiques*" regroupe ces analyses et ces propositions.

Ont participé aux travaux du groupe "*Sciences Physiques*" de l'IREM de Rouen

Nicole	CHAUMAT
Colette	ETASSE
Josette	HAUCHEMAILLE
Bruno	JECH
Monique	LOBRY
Bruno	MAHEU
Sylvie	PROVOST
Dominique	THOREZ

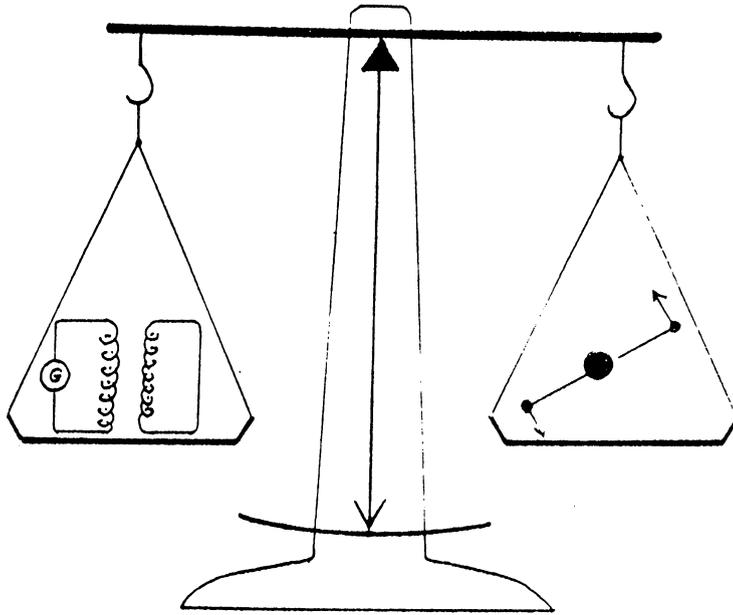
L'ANALOGIE EN PHYSIQUE

INTRODUCTION AU TOME 1

L'emploi des analogies est fréquent chez le pédagogue qui, pour présenter un phénomène nouveau, se réfère à un phénomène différent étudié antérieurement. Nous verrons cependant que leur intérêt n'est pas uniquement didactique et qu'elles interviennent aussi dans la démarche du chercheur en lui permettant de progresser dans la connaissance scientifique.

Dans un premier temps, certaines de ces analogies ont été étudiées à partir de textes historiques.

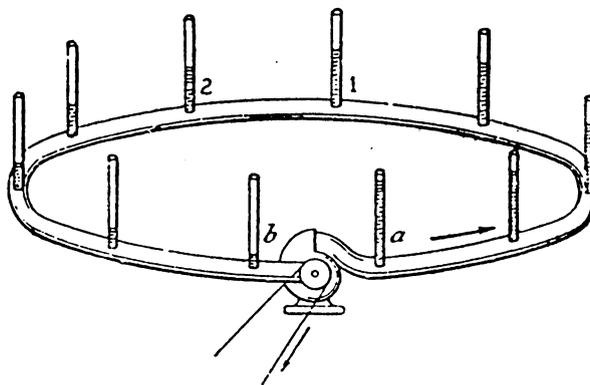
On trouve ainsi dans le *Traité élémentaire d'électricité* de J.C. MAXWELL des analogies entre électrostatique et mécanique, électrostatique et électrocinétique, électrostatique et propagation de la chaleur. Par ailleurs, H. POINCARÉ développe des analogies entre électromagnétisme et mécanique, électricité et hydraulique,... dans *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes* et dans son *Cours de physique mathématique : électricité et optique* (les textes utilisés sont reproduits en appendice). Outre les études consacrées aux textes de Maxwell et de Poincaré, on trouvera à la fin de ce tome un tableau chronologique des découvertes faites en électromagnétisme.



ELEMENTS INFORMATIFS SUCCINCTS

CONCERNANT

MAXWELL ET POINCARÉ



Une pompe centrifuge qui produit une circulation continue d'eau, est assimilable à un électromoteur.

ELÉMENTS INFORMATIFS SUCCINCTS
CONCERNANT
MAXWELL ET POINCARÉ

Bruno JECH

I/ MAXWELL



James Clerk MAXWELL

L'apport de James Clerk Maxwell (Edimbourg-1831/Cambridge-1879) en physique est considérable. On connaît ses travaux de premier ordre qui ont permis d'unifier l'électromagnétisme et l'optique : les *équations de Maxwell* -- dont une bonne partie était connue avant que le physicien écossais n'écrivit ses mémoires fondamentaux [théorème de Gauss, loi locale de Faraday, ...] et qui n'étaient alors pas exprimées dans le formalisme de l'analyse vectorielle dont l'élaboration ne date que de la fin du XIX^e siècle -- les équations de Maxwell donc conduisent en effet à prévoir l'existence d'un champ électromagnétique se propageant comme une onde. Si Maxwell utilisa sa théorie électromagnétique pour identifier la propagation lumineuse à celle d'un champ électromagnétique variable, on sait qu'il

faudra attendre le milieu des années 1880 pour que Hertz mette expérimentalement en évidence les ondes qui portent son nom, Hertz qui, par ailleurs, montra que l'on pouvait poser les équations de Maxwell comme postulats à la théorie classique de l'électromagnétisme. Soulignons que les travaux de Maxwell, et en particulier ses travaux sur *l'éther*, milieu hypothétique devant servir de support aux ondes électromagnétiques, ouvrent la voie à toute une série de recherches qui conduiront à

la théorie de la relativité : à titre anecdotique, Maxwell est mort l'année même où naissait Albert Einstein, tout comme Newton naquit l'année où mourut Galilée (1642).

La contribution de Maxwell aux sciences physiques ne se limite pas à l'électromagnétisme. On lui doit en effet des travaux remarquables sur les couleurs (mélanges des couleurs) et sur la structure des anneaux de Saturne. Dans ce dernier travail, il montra que ces anneaux ne peuvent être stables que si leur structure est discontinue, à savoir constituée de particules. Peut-être faut-il voir là l'origine des réflexions de Maxwell sur la théorie cinétique des gaz (distribution de Maxwell, *démon* de Maxwell), réflexions qui inspireront grandement Boltzmann et Gibbs. Enfin notons que Maxwell fit (re)découvrir aux physiciens les travaux de Cavendish en faisant publier les oeuvres complètes de ce dernier.

Maxwell a exposé ses travaux en électromagnétisme dans son *Traité d'électricité et de magnétisme* (première édition anglaise en 1873, réédité en français et sous deux volumes par les éditions J. Gabay en 1989). Les textes sur lesquels nous nous sommes appuyés pour nos recherches sont extraits de son *Traité élémentaire d'électricité* (trad. G. Richard, Paris-Gauthier-Villars, 1884). Maxwell avait commencé la rédaction du manuscrit de ce dernier ouvrage vers 1874, soit cinq ans avant sa mort. Lorsque celle-ci le surprit, Maxwell n'avait pas terminé le dit manuscrit et ses éditeurs décidèrent d'y insérer des extraits de son *grand traité* de 1873 afin de faire de l'ensemble un ouvrage cohérent à l'usage des étudiants. Le traité élémentaire parut en anglais en 1881. La version française comporte 275 pages (incluant une longue notice sur les travaux de Maxwell rédigée par W. Garnett), réparties en treize chapitres respectivement intitulés :

- *Préliminaires (force électromotrice, potentiel, analogie entre potentiel, pression et température) ;*
- *Charges des corps électrisés ;*
- *Energie et travail électrique ;*
- *Le champ électrique ;*
- *Loi des lignes d'induction de Faraday ;*
- *Cas particuliers d'électrisation ;*
- *Les images électriques ;*
- *Capacité électrostatique ;*
- *Le courant électrique (dans les métaux, les diélectriques, les électrolytes) ;*
- *Passage d'un courant à travers un milieu hétérogène ;*
- *Méthodes pour maintenir un courant électrique ;*
- *Mesure des résistances électriques ;*
- *Résistance électrique des corps.*

II/ POINCARÉ



Raymond POINCARÉ

Henri Poincaré (Nancy-1854/Paris-1912) peut être considéré comme un *mathématicien appliqué* et/ou un *physicien théorique*. Son oeuvre en ce domaine est immense. Dans le domaine des mathématiques, on lui doit principalement l'introduction de fonctions fuchsienne et kleinéennes (fonctions automorphes) ainsi que des travaux très pointus sur les fonctions aux dérivées partielles, sur la théorie des fonctions (théorie des résidus), sur les géométries non-euclidiennes, le calcul variationnel, la topologie. Aujourd'hui encore, les percées effectuées par Poincaré dans le domaine mathématique suscitent de nombreux travaux (théorie des attracteurs,...). A noter aussi que Poincaré utilisa le raisonnement analogique pour élaborer sa théorie des fonctions fuchiennes (cf H. Poincaré, *Science et méthode*, Flammarion-Paris, 1908, p.51).

En physique théorique, le tableau n'est pas moins impressionnant : on connaît les travaux de Poincaré sur l'électrodynamique des corps en mouvement et la théorie de la relativité (bien qu'il n'ait jamais accepté la théorie d'Einstein en tant que telle, Poincaré était parvenu à des résultats équivalents à ceux obtenus par le physicien allemand en utilisant une démarche très différente, s'inspirant en particulier des travaux de Lorentz ; à noter toutefois que Poincaré énonça bien avant Einstein un principe de relativité généralisé). En mécanique céleste (*problème des trois corps*), il montra que l'on peut obtenir des solutions *évolutives* : bien que le mouvement des corps célestes soit régi par le déterminisme de la mécanique de Newton, des termes divergents peuvent apparaître dans les équations qui régissent le mouvement des corps célestes (à cette occasion, comme Maxwell, il étudia la

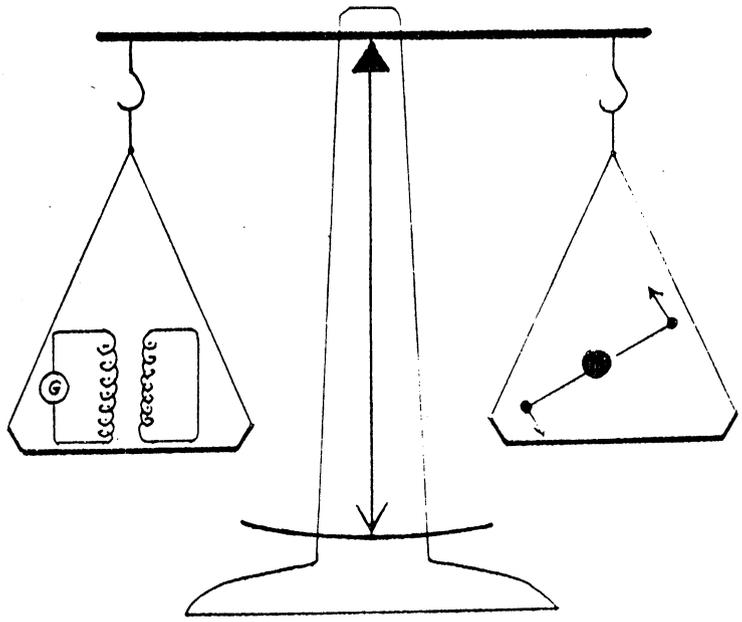
stabilité des anneaux de Saturne et il introduisit ce que l'on appelle les *sections de Poincaré* ; pour plus de précisions, cf. Ivar Ekeland, *Le calcul, l'imprévu, les figures du temps de Képler à Thom*, Points-Sciences/Seuil, Paris, 1984). Indiquons enfin son apport en mécanique statistique en générale, sur l'interprétation de l'irréversibilité en particulier (démonstration de l'impossibilité d'un *perpetuum mobile* de deuxième espèce, théorie ergodique). En règle générale, ses travaux en physique théorique ont souvent servi de point de départ à ses réflexions en mathématiques.

Non content de publier une foule d'articles et de mémoires sur les sujets précédents, publications dont certaines étaient d'une difficulté telle que peu de scientifiques étaient alors susceptibles de les comprendre, Poincaré s'attacha à vulgariser les sciences et à réfléchir sur sa philosophie : on dispose de quatre ouvrages allant dans ce sens qui expose les conceptions épistémologiques du physico-mathématicien (*conventionalisme*, in *La science et l'hypothèse* (1901), *La valeur de la science* (1905), *Science et méthode* (1908), *Dernières pensées* (1913)).

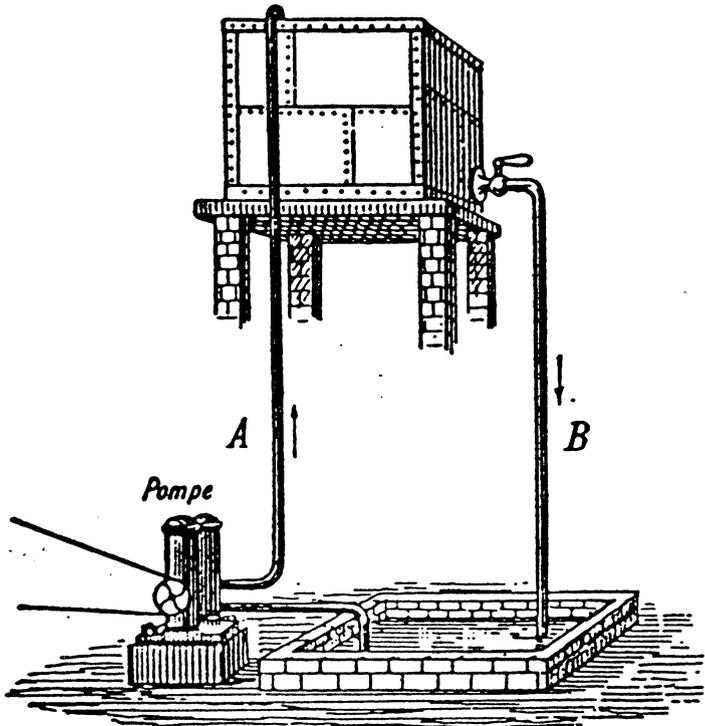
Les textes que nous avanons étudiés sont extraits :

- d'une part du cours de physique mathématique professé par Poincaré à la Sorbonne (*Electricité et optique : les théories de Maxwell*, tome I, Ed. Carré-Paris, 1890, 255 p.) ; le texte choisi constitue l'introduction de ce cours ;
- d'autre part d'un petit ouvrage de vulgarisation écrit par Poincaré : *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes* (Scientia-Naud éd., Paris, 1904) ; le texte choisi est le premier chapitre de cet ouvrage qui comporte 108 pages. A noter que son souci de vulgarisation conduit Poincaré à utiliser très souvent l'analogie dans la suite de ce petit livre.

On notera que Poincaré fut l'un des principaux promoteurs des idées de Maxwell en France.



ETUDES



L'ANALOGIE ENTRE L'ELECTROSTATIQUE
ET LA PROPAGATION DE LA CHALEUR
dans
LE TRAITÉ ELÉMENTAIRE D'ELECTRICITÉ
de J.C. MAXWELL

Dominique THOREZ

Chap. V : "Sur l'emploi des analogies physiques".

L'exemple traité ici est celui de l'analogie entre les phénomènes électrostatiques et ceux de la propagation uniforme de la chaleur dans les corps solides. Le cadre de cette étude est celui de l'analogie que l'on peut rencontrer entre "*les relations de ces phénomènes*" (dans leur mise en équations, comme on dirait maintenant); il ne s'agit pas d'analogie entre les phénomènes eux-mêmes. Le point de vue de Maxwell est d'ordre pratique : si l'analogie existe, si l'un des phénomènes en jeu est mieux connu que l'autre, les mêmes causes (mathématiques) produisant les mêmes effets (mathématiques), la solution formelle vaudra pour les deux phénomènes.

Maxwell présente en parallèle les notions électriques et thermiques qui se correspondent dans cette analogie.

1 . CHAMP ELECTRIQUE / CORPS INEGALEMENT CHAUFFE

Il faut comprendre ici "champ électrique" au sens de "partie de l'espace siège de phénomènes électriques" et non au sens de "vecteur champ" dont on se sert maintenant pour modéliser ces phénomènes.

Le "corps inégalement chauffé" est un corps en situation thermique non uniforme donc siège de phénomènes thermiques.

2 . MILIEU DIELECTRIQUE / CORPS CONDUCTEUR DE LA CHALEUR

Ici sont décrits les milieux matériels dans lesquels sont observés ces phénomènes. Le milieu électrique choisi ne conduit pas le courant.

Le milieu thermique, lui, conduit la chaleur : il ne s'agit pas de comparer courant et propagation de la chaleur.

On peut remarquer que ces deux premiers points décrivent les situations physiques comparées.

3 . POTENTIEL ELECTRIQUE EN DIFFERENTS POINTS DU CHAMP / TEMPERATURE EN DIFFERENTS POINTS DU CORPS

Apparaissent ici en parallèle les deux grandeurs physiques "analogues" potentiel et température. Il s'agit de grandeurs de même nature mathématique : elles sont toutes deux scalaires et locales (c.à.d. fonction de la position du point où elles sont définies.).

Il faut souligner ici l'appel à deux notions déjà comparées : "champ" et "corps", ce qui renforce évidemment le propos : l'analogie est construite par "étages".

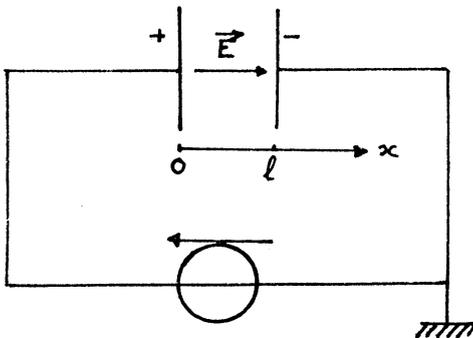
4 . SOURCE ELECTROMOTRICE TENDANT A DEPLACER LES CORPS ELECTRISES POSITIVEMENT DES POINTS DE POTENTIELS SUPERIEURS VERS CEUX DE POTENTIELS INFERIEURS / FLUX DE CHALEUR, PAR CONDUCTION, DES POINTS DE HAUTES TEMPERATURES VERS CEUX DE BASSES TEMPERATURES

De nouveau, les termes de la comparaison utilisent les notions pour lesquelles l'analogie est acquise : point de l'espace,

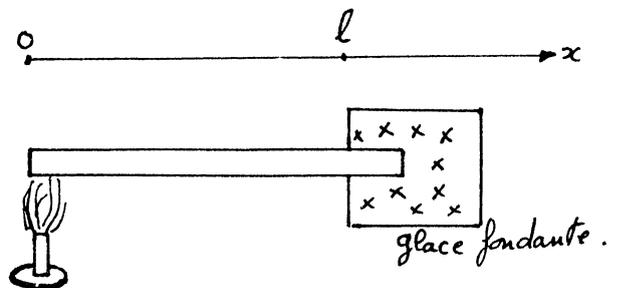
potentiel et température. Ici, plus clairement encore qu'en 3, on voit qu'il ne s'agit pas de l'analogie actuelle entre courant et chaleur.

En électrostatique, il y a des points pour lesquels les potentiels diffèrent, alors il y a une "force électromotrice" (attention, il s'agit de notre champ électrostatique actuel) qui tend à déplacer des charges positives dans le sens des potentiels décroissants.

(Bien entendu il n'y a pas de charges en mouvement puisqu'il s'agit d'un diélectrique.) Dans le phénomène thermodynamique, Maxwell constate qu'il y a des différences de température dans l'espace et de ce fait un flux de chaleur qui s'écoule naturellement vers les zones (relativement) froides. Les deux notions étudiées ici sont bien analogues puisqu'elles conduisent au même traitement des notions pour lesquelles l'analogie est déjà acquise. On peut s'aider des deux situations comparables décrites sur les schémas :



$V(x = 0) > V(x = l) \Rightarrow$ il y a un champ électrostatique dirigé selon les x croissant



$T(x = 0) > T(x = l) \Rightarrow$ il y a un flux de chaleur dirigé selon les x croissants

5 . CORPS CONDUCTEUR (ELECTRIQUE) / PARFAIT CONDUCTEUR (THERMIQUE)

Ce sont les milieux idéaux (ou limites) pour lesquels l'égalisation des potentiels (respectivement températures) est quasi instantanée. On sait qu'en électricité un corps conducteur est, à l'équilibre, un milieu équipotentiel c.à.d. dont tous les points sont au même potentiel. Un parfait conducteur de la chaleur en

thermodynamique est bien l'analogie du premier : tous ses points sont à la même température, c'est un corps isotherme (équitherme !). Pour ces deux milieux physiques, les grandeurs comparées au point 4 sont nulles : on sait que le champ électrostatique est nul dans le conducteur (c'est la force électromotrice de Maxwell) et qu'aucun transfert de chaleur n'a lieu dans un corps dont la température est uniforme.

6 . SURFACE D'UN CONDUCTEUR ELECTRISÉ POSITIVEMENT / SURFACE PAR LAQUELLE LA CHALEUR S'ÉCOULE DANS LE CORPS

Si on utilise les situations analogues décrites par les schémas précédents, on constate qu'il s'agit pour le condensateur de la plaque chargée positivement, limite physique du diélectrique par laquelle le champ électrostatique "entre" dans ce diélectrique, là où le potentiel est le plus élevé et, pour la barre, de la section chauffée, limite physique du corps par laquelle le flux de chaleur entre dans ce corps, là où la température est la plus élevée.

7 . SURFACE D'UN CONDUCTEUR ELECTRISÉ NÉGATIVEMENT / SURFACE PAR LAQUELLE LA CHALEUR S'ÉCHAPPE D'UN CORPS

C'est, bien sûr, la plaque négative du condensateur du schéma, par laquelle le champ électrostatique "sort" du diélectrique, là où le potentiel est le plus faible et, pour la barre, c'est la section "froide", d'où s'échappe la chaleur, là où la température est la plus basse.

Bien sûr, on peut considérer 6 et 7 dans leur ensemble puisque sont ainsi décrits de manière complètement analogues les bornes matérielles du milieu physique concerné.

8 . CORPS ELECTRISÉ POSITIVEMENT / SOURCE DE CHALEUR

Les termes employés par Maxwell évoquent des "sources" de (respectivement) champ électrostatique (qui part bien de la plaque + du condensateur) et de flux de chaleur.

Le corps électrisé positivement est alors à un potentiel (par rapport à la terre) , et pour que l'analogie soit complète, il faut ajouter potentiel imposé constant quel que soit le moyen utilisé (le plus simple étant de le relier à une source de potentiel.).

En effet, en thermodynamique, une source de chaleur est un milieu dont la température est constante, que ce soit par thermostat, grande inertie thermique ou utilisation d'un "point fixe" (changement d'état). Il y a alors une différence notable entre "source de chaleur" et "source de champ électrostatique" : un flux de chaleur peut entrer comme sortir d'une source de chaleur, le champ électrostatique ne peut que "partir" de la surface d'un conducteur chargé positivement. Cette différence, Maxwell ne l'évoque pas : il faut donc prendre l'expression "source de chaleur" uniquement au sens de "départ du flux de chaleur", non au sens de la thermodynamique.

9 . SURFACE EQUIPOTENTIELLE / SURFACE ISOTHERME

Il s'agit de surfaces au sens géométrique c'est-à-dire ensemble de points au même potentiel ou température. Les deux notions potentiel et température étant locales, ce parallèle est convenable.

10 . LIGNE OU TUBE D'INDUCTION / LIGNE OU TUBE D'ÉCOULEMENT DE LA CHALEUR

Le caractère directionnel des deux grandeurs champ électrostatique et flux de chaleur permet de définir des lignes le long

desquelles la propagation a lieu. On sait qu'alors s'introduit une grandeur vectorielle permettant de caractériser localement la situation physique. En tout point du milieu physique concerné, la ligne de champ est tangente à la valeur de la grandeur vectorielle en ce point.

Dans les deux situations décrites par les schémas, les lignes sont des droites. Les tubes sont les surfaces engendrées par des lignes s'appuyant sur une courbe fermée quelconque : les tubes sont cylindriques dans les deux cas. L'analogie se poursuit donc naturellement pour la "carte du champ" des deux phénomènes.

On peut déjà faire quelques remarques concernant l'analogie étudiée ici. D'abord souligner qu'elle a été bien précisée au départ, bien "cadrée" : le domaine de l'électricité est celui de l'électrostatique, il n'y a pas de déplacement de charges (on pourrait ajouter : situation d'équilibre) ; le domaine de thermodynamique est réduit à la conduction uniforme de la chaleur (le mot uniforme signifie ici que le régime est stationnaire c.à.d. indépendant du temps et non de l'espace bien entendu) : le régime est installé, il n'évolue plus et on observe alors la répartition des températures dans l'espace.

A la lecture des premiers points de la comparaison (1 et 2), on pourrait remettre en cause le caractère formel de l'analogie : ce sont des situations physiques qui sont comparées. Néanmoins, c'est bien parce que les "relations de ces phénomènes" se ressemblent (toute grandeur, tout objet physique décrits dans la première situation ont leurs correspondants, tout lien entre deux notions décrites d'un côté se retrouve de l'autre) qu'il est légitime de comparer ces situations. Il s'agit bien d'analogie formelle. (On sait qu'elle se traduit par les deux formules : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$ et $\vec{J} = -K \overrightarrow{\text{grad}} T$ où K est la conductivité thermique du milieu.)

Il est clair que la grande qualité de cette analogie vient du fait qu'elle est relativement "primaire" : un point de l'espace reste

un point de l'espace quand on change de problème, une ligne reste une ligne, une surface une surface, un scalaire correspond à un scalaire etc. ... On pourrait imaginer des analogies plus complexes, moins "naturelles". La force de cette analogie réside probablement dans cette qualité.

Maxwell, après l'exposé de l'analogie, rappelle qu'il ne faut pas vouloir faire dire à une analogie plus que ce qu'elle peut nous dire. Bien sûr le parallèle peut être fécond : il donne un support à la réflexion et permet parfois des "*progrès en sciences physiques*". Néanmoins, nous dit Maxwell, il faut "*afin d'éviter les dangers des pures hypothèses, étudier avec soin la véritable nature des analogies*". Ca n'est pas parce qu'il y a une similitude partielle de certaines lois en électricité et en chaleur "*qu'il existe entre les causes de ces phénomènes une similitude physique réelle*". Il ne faut pas confondre la forme et le fond.

Si on sait le faire, on pourra transporter en électricité le langage de la chaleur ou inversement.

Maxwell remarque qu'à l'époque de Thomson (qui a le premier souligné l'analogie étudiée ici), un physicien concevait l'électricité comme (typiquement) un "phénomène à distance" et la propagation de la chaleur comme un "flux continu d'un fluide matériel à travers les corps solides" c'est-à-dire comme deux phénomènes de natures essentiellement différentes : le parallèle était donc osé pour cette époque et néanmoins fertile. On peut retenir qu'une analogie doit être abordée sans idée préconçue sur la nature des phénomènes comparés.

Dans la seconde partie de son exposé, Maxwell établit les limites de l'analogie en énumérant des distinctions.

1 . Distinction vis à vis du rôle du temps :

Le régime thermique étudié est permanent, la situation électrique aussi. Néanmoins, il y a une différence : si on abandonne la barre isolée des sources, sa situation va évoluer. Il n'en est pas

de même pour le condensateur dans lequel le diélectrique empêche tout passage de courant (si on néglige les fuites).

2 . Distinction de type énergétique :

On peut reprendre l'idée précédente : pour maintenir le régime permanent de propagation de la chaleur dans la barre, il faut fournir, l'énergie qui circule. Il y a donc une dépense énergétique permanente. En termes modernes, on peut dire que le système est commandé et que la commande "travaille". Au contraire, en régime permanent, aucun courant ne circule dans le circuit électrique, donc la commande que constitue la source de tension ne travaille pas. C'est en fait cet aspect énergétique qui explique la distinction temporelle précédente.

3 . Différence des états physiques :

Il s'agit d'une distinction qui porte sur les grandeurs potentiel et température.

Maxwell note que ces deux grandeurs n'ont pas la même importance en ce qui concerne l'état physique d'un corps. Un corps porté à une température donnée voit ses paramètres physiques (densité, conductivités ...) changer. Le même corps porté à un potentiel donné conserve les mêmes valeurs de ces paramètres. Il en conclut que le potentiel physique est une "pure conception scientifique" puisqu'il n'est pas caractéristique d'un état physique donné. Le même corps dans deux états physiques différents peut avoir le même potentiel.

D'ailleurs quand des objets sont enfermés dans un conducteur, aucun effet physique n'est décelable sur les objets physiques enfermés alors qu'on sait qu'ils sont au même potentiel que le récipient. L'expérience de Faraday est rappelée et, bien sur, imaginer ce qui se passerait si, au lieu de porter la cage à un haut potentiel, on la porterait à une température élevée suffit pour convaincre de la différence entre ces deux grandeurs physiques.

Maxwell conclut cette partie en précisant qu'à l'époque de Thomson les travaux de Fourier sur la conduction de la chaleur étaient connus alors que les travaux d'Ohm sur les courants électriques étaient en général mal compris. (On peut remarquer que l'analogie classique entre propagation de la chaleur et courant électrique n'est pas, elle, limitée par des considérations énergétiques.)

De l'exemple traité par Maxwell, on peut tirer quelques idées générales concernant la qualité d'une analogie.

D'abord, une analogie est intéressante par la richesse des ressemblances : plus le parallèle est complet et fidèle, plus l'analogie a de chances d'être féconde.

Paradoxalement, l'analogie vaut aussi par ses différences ! Lorsque deux objets se ressemblent beaucoup, on remarque plus facilement leurs différences : l'opposition entre les notions de potentiel et de température permet une réflexion sur le statut physique de ces deux grandeurs qui ne manque pas d'intérêt.

Une analogie est intéressante quand elle est simple : il ne faudrait évidemment pas ajouter à la difficulté de compréhension des phénomènes eux-mêmes, la difficulté de conception de l'analogie. Pour cette raison, il vaut mieux comparer des phénomènes de natures bien différentes que des phénomènes de natures voisines : un parallèle entre deux phénomènes électriques (électrostatique et électrocinétique par exemple) n'est pas sans danger.

Enfin, pour sortir du cadre indiqué par Maxwell, on peut ajouter qu'une analogie peut éventuellement déboucher sur une réflexion quant à la nature même des phénomènes : on sait (loi de Wiedemann-Franz) que pour des métaux à des températures pas trop basses, le rapport de la conductivité thermique à la conductivité

électrique est proportionnel à la température. Le modèle du gaz électronique en rend compte. Bien qu'il s'agisse là de conduction électrique, on peut penser que le rapprochement précédent a pu aider à l'élaboration d'un tel modèle.

* * *

LES ANALOGIES
UTILISÉES PAR MAXWELL
EN ELECTROSTATIQUE
DANS L'ETUDE
DU MILIEU DIÉLECTRIQUE

Bruno MAHEU

Texte de J.C. Maxwell: *Traité élémentaire d'électricité*, Paris 1884, chapitre V, pages 57-78

1. INTRODUCTION

Dans le texte en question, Maxwell utilise, entre autres, un modèle géométrique et une analogie mécanique pour expliquer le comportement et les propriétés du milieu diélectrique en électrostatique. L'idée de base de Maxwell est ici que l'électrisation de la surface d'un conducteur est plutôt une propriété du milieu diélectrique remplissant l'espace entre les conducteurs qu'une propriété du conducteur lui-même (p.61).

Les vingt pages de Maxwell s'intéressent donc au milieu diélectrique en tant que clé pour analyser l'électrisation des conducteurs. Précisons tout de suite que ce milieu diélectrique, pour être compris, doit être conçu comme un milieu matériel. Par contre, pour des conducteurs situés, non plus dans un milieu matériel mais dans le vide, il ne faut pas essayer d'interpréter l'électrostatique au moyen de l'analogie proposée par Maxwell. Cette remarque, semble une limitation de l'explication proposée par Maxwell, aux yeux du physicien contemporain. En fait, il faut réaliser que cette limitation n'en était pas vraiment une à l'époque de Maxwell du fait de la présence supposée d'un éther, substance matérielle même si elle

était inobservable. En résumé, Maxwell explique l'électrification des conducteurs par les propriétés des diélectriques, matière ou éther, et ces propriétés elles mêmes sont susceptibles d'être décrites par une modélisation géométrique et par une analogie mécanique.

Un autre point doit être précisé avant de détailler la modélisation géométrique des milieux diélectriques et leur analogie mécanique. Contrairement aux autres analogies de Maxwell ou Poincaré qui sont abordées dans les différents paragraphes de cet article, l'analogie diélectrique/mécanique reste ici uniquement qualitative. Maxwell ne pousse pas l'analogie sur les plans formel et quantitatif. Ainsi, Maxwell propose plutôt une image mécanique du milieu diélectrique qu'une véritable analogie mécanique.

Enfin, dans le texte étudié, Maxwell présente aussi une analogie électrostatique/électrocinétique. Il s'agit à nouveau de rapprochements qualitatifs qui constituent un parallélisme électrostatique/électrocinétique plutôt qu'une analogie formelle.

La suite de cette contribution développera successivement:

- * le vocabulaire de Maxwell
- * le modèle géométrique du milieu diélectrique
- * l'analogie (ou image) électrostatique/mécanique
- * le parallélisme électrostatique/électrocinétique.

2. LE VOCABULAIRE DE MAXWELL

Pour être compris sans ambiguïté, certains des termes utilisés par Maxwell nécessitent une traduction en termes actuels. Il s'agit essentiellement de termes de physique qui ne sont plus utilisés aujourd'hui ou bien dont le sens a changé. On peut ainsi utiliser le lexique suivant:

MaxwellPhysique actuelle*induction électrique*

champ électrique

lignes de forces électriques

lignes de champ

lignes d'induction électrique

lignes de champ

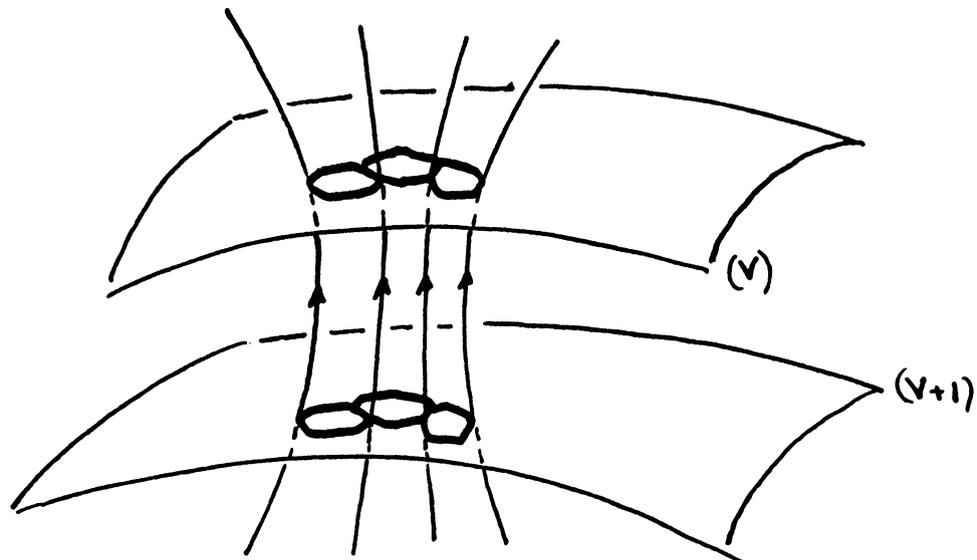
force électromotrice

champ électrique

Dans les paragraphes suivants, sauf indication explicite apparaissant en italique, ce sont les expressions modernes qui seront utilisées afin d'éviter un effort d'adaptation permanent pour le lecteur.

3. LE MODELE GEOMETRIQUE DU MILIEU**DIELECTRIQUE**

Pour concrétiser la situation d'électrification, Maxwell utilise un modèle géométrique qui ressemble à bien des égards aux représentations encore en vigueur dans l'enseignement contemporain de l'électrostatique. Ce modèle consiste à superposer des lignes et des surfaces abstraites et imaginaires sur le volume occupé par le milieu diélectrique situé entre les conducteurs chargés. Il s'agit en quelque sorte d'un maillage abstrait du milieu diélectrique.

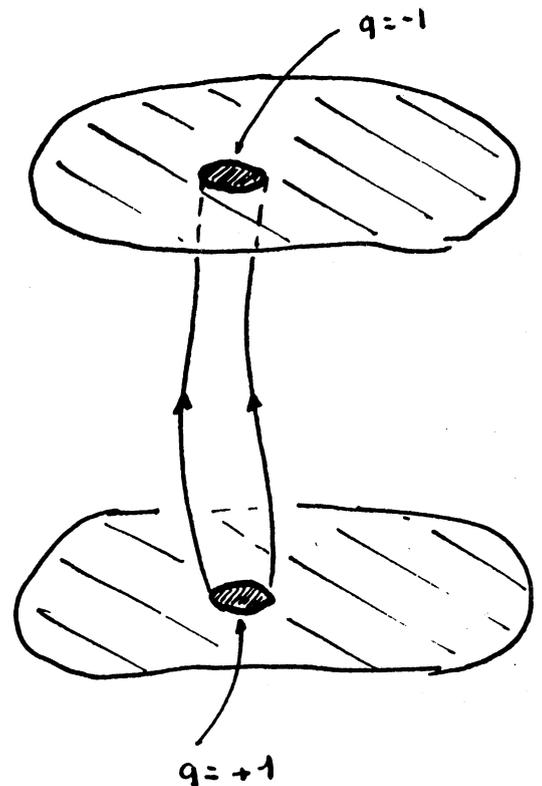
Les cellules unitésfigure 1

Ainsi, le volume diélectrique est découpé en cellules unités (Fig 1). Ces cellules sont délimitées par:

- des surfaces équipotentiell
- des tubes de champ construits sur lignes de champ.

Les équipotentiell sont supposées distantes de 1 Volt et la section des tubes de champ est choisie telle que l'extrémité du tube découpe une charge surfacique de 1 Coulomb sur le conducteur (Tube de champ unité, Fig 2). Maxwell compare le milieu diélectrique ainsi subdivisé en cellules unités à un "oignon".

Tube d'induction
figure 2



Dans ce modèle géométrique, Maxwell précise des relations quantitatives entre les grandeurs électriques et les cellules unités. Ces relations font intervenir la charge des conducteurs sources du champ électrique, leur différence de potentiel, l'énergie électrique et la grandeur du champ électrique. C'est ainsi que:

(i) la valeur absolue de la charge surfacique du conducteur est égale au nombre de tubes de champ unités aboutissant à la surface. $|q| = (\text{nbre tubes})$

(ii) la différence de potentiel entre deux conducteurs est égale au nombre de cellules unités empilées dans un tube de champ reliant les deux conducteurs.

$$(V_A - V_B) = (\text{nbre cellules})$$

(iii) l'énergie électrique est égale à la moitié du nombre de cellules unités.

$$W = (\text{nbre cellules})/2$$

(iv) le champ électrique est inversement proportionnel à l'aire de la section des tubes de champ.

$$E \propto (1/(\text{aire tube}))$$

(v) le champ électrique est inversement proportionnel à la distance entre les équipotentiellles.

$$E \propto (1/d)$$

(i) et (ii) ne sont que la traduction des définitions utilisées par Maxwell. Dans (iv) on peut reconnaître la conservation du flux du vecteur champ électrique le long d'un tube de champ et dans (v) la relation entre ce champ et le gradient du potentiel ($E = -\text{grad}V$). Enfin, la relation (iii) est, aux dires de Maxwell lui-même, à l'origine de l'idée de base de l'analogie mécanique qui va être précisée dans le paragraphe 4:

"Cette remarquable correspondance, entre le nombre des cellules en lesquelles les tubes d'induction sont divisés par les surfaces équipotentiellles et l'énergie électrique du système, nous conduit à rechercher si le siège véritable de l'énergie électrique ne se trouverait pas dans le milieu diélectrique ainsi découpé en cellules, chaque cellule étant considérée comme une portion de ce milieu dans laquelle se trouverait emmagasinée une demi-unité d'énergie."(page 61)

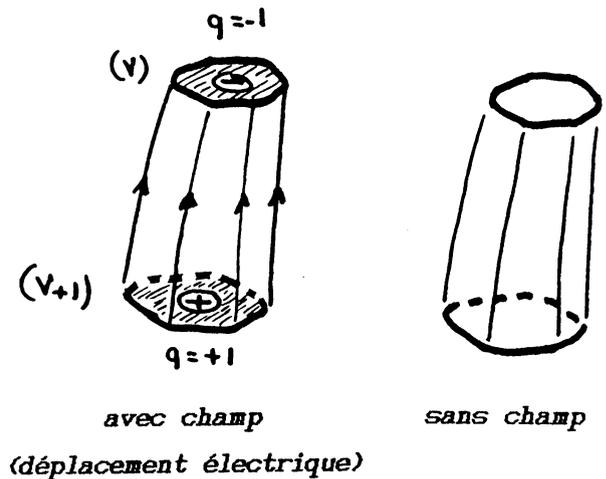
4. L'ANALOGIE ELECTROSTATIQUE/MECANIQUE

Dans cette analogie, l'idée directrice de Maxwell consiste à se représenter le milieu diélectrique comme un milieu continu (fluide ou solide) en équilibre. C'est ainsi que Maxwell peut utiliser des analogies avec des grandeurs mécaniques comme la contrainte, la tension ou la pression. L'arrière-plan de cette analogie est donc la mécanique des milieux continus. On peut remarquer tout de suite que Maxwell introduit l'idée de déplacement électrique (voir ci-après) qui permet d'interpréter le mécanisme physique reliant l'aspect mécanique et l'aspect électrique. Par contre il ne fait aucune hypothèse sur le processus qui, à partir de l'électrisation, pourrait aboutir à ce déplacement électrique et même, il s'en défend explicitement.

Pour Maxwell, le milieu diélectrique est donc un milieu matériel continu qui se trouve sous contrainte lors d'une électrisation des conducteurs qui l'entourent. Les grandeurs qui peuvent caractériser cet état mécaniquement contraint du diélectrique sont des pressions et des contraintes mécaniques. L'existence de cet état mécaniquement contraint peut être comprise à partir de la notion de déplacement électrique. Cette notion est schématisée sur la figure 3 et peut être expliquée de la manière suivante: l'apparition d'un champ électrique se traduit dans le milieu diélectrique (isolant) par un très petit déplacement de charges électriques (Maxwell écrit *d'électricité*) dans le sens du champ. Au niveau d'une cellule unité (décrite dans le 3ème paragraphe), ce déplacement d'ensemble des charges électriques se traduit par l'apparition d'une charge positive à l'une des extrémités de la cellule et d'une charge négative opposée à l'autre extrémité. Ces charges de déplacement sont fictives. En effet, en considérant l'empilement des cellules unités dans un même tube de champ unité il apparaît que les charges alternativement positives et négatives donne un bilan de charge nul sauf aux extrémités du tube, c'est à dire sur les

conducteurs. De ce bilan, il résulte aussi que les charges de déplacement fictives sont égales (en valeur absolue) aux charges effectives des conducteurs en bout de tube de champ unité. Ce sont donc des charges unités.

Une cellule unité
figure 3



Outre l'analogie qualitative entre le milieu diélectrique et un milieu continu en équilibre décrite dans le paragraphe ci-dessus, Maxwell considère plus directement deux grandeurs mécaniques qu'il appelle une *tension mécanique* d'une part et une *pression mécanique* d'autre part. Dans le texte étudié, l'analogie entre ces grandeurs mécaniques et le champ électrique est présentée sans grands détails et cette présentation ne permet pas d'interpréter avec certitude la pensée de Maxwell. Il semble néanmoins que les idées principales soient les suivantes: le milieu diélectrique étant conçu comme un fluide, la *tension mécanique* représente les contraintes de ce milieu (tenseur des contraintes σ) c'est à dire les forces par unité de surface subies par un élément de volume du fluide et la *pression mécanique* doit être interprétée comme la pression au sein du fluide. Maxwell compare donc le milieu diélectrique séparant des conducteurs chargés à un fluide dont l'équilibre est déterminé par les contraintes et la pression. Ainsi, pour Maxwell, la tension mécanique est opposée à la pression mécanique (condition d'équilibre d'un fluide) et cette tension

mécanique est elle-même reliée au champ électrique régnant dans le milieu diélectrique. En termes actuels, la relation exprime l'égalité entre la contrainte mécanique et le carré du champ électrique divisé par 4π :

$$\sigma = (E^2/4\pi)$$

Bien que Maxwell ne justifie pas, dans le passage considéré, cette relation, il est possible de lui trouver des ressemblances avec l'égalité entre le tenseur impulsion-énergie d'un milieu continu (composantes liées aux contraintes s) et le tenseur impulsion-énergie du champ électromagnétique (composantes du type: $(\text{champ})^2/4\pi$), cette égalité étant établie en électrodynamique.

En guise de remarque finale sur cette analogie électrostatique/mécanique, notons que le vecteur déplacement $D = \epsilon E = (\epsilon_0 E + P)$ parfois utilisé dans les équations de Maxwell dans le cas de champs électromagnétiques dans des milieux matériels est un prolongement de la notion de déplacement électrique introduite par Maxwell (P est la densité de polarisation ou moment dipolaire par unité de volume). Le vecteur D est une grandeur abstraite non directement physique mais la polarisation électrique du milieu sous l'action du champ E correspond effectivement, au niveau microscopique, à de petits déplacements de charges ou de nuages électroniques les uns par rapport aux autres.

5. LE PARALLELISME ELECTROSTATIQUE/ ELECTRODYNAMIQUE

Maxwell développe aussi un parallélisme, qu'il appelle *analogie*, entre l'électrostatique et l'électrodynamique. L'essentiel de ce parallélisme tient à la possibilité d'utiliser le même modèle géométrique (paragraphe 3) pour décrire le milieu diélectrique contenant des conducteurs chargés et le milieu conducteur parcouru par un courant électrique stationnaire.

"Il semble donc que ce cas, d'un milieu conducteur traversé par un courant électrique, présente quelques points d'analogie avec celui d'un milieu diélectrique limité par des corps électrisés.

Dans les deux cas, le milieu est divisé en couches par une suite de surfaces équipotentielles; dans les deux cas, il existe un système de lignes normales en tout point à ces surfaces ..."(page 69)

Aux lignes de courant (ou de flux) de l'électrocinétique correspondent ainsi les lignes de champ de l'électrostatique et aux tubes de courant les tubes de champ. La charge électrique transportée dans un tube par le courant en un temps donné est bien évidemment la quantité d'électrisation traversant une section du tube de courant pendant le temps considéré et cette charge est la même tout le long d'un même tube de courant.

Maxwell prolonge le parallélisme électrostatique /électrocinétique dans l'analyse qualitative du déplacement électrique (paragraphe 4): le déplacement électrique peut être considéré comme un courant très bref. Cette représentation conduit donc à considérer l'existence d'un courant de déplacement à l'intérieur du milieu diélectrique lors de l'établissement ou de la modification du champ électrostatique. La différence entre l'électrostatique et l'électrocinétique tient alors seulement au caractère transitoire du courant de déplacement face à la continuité du courant ...continu!

Maxwell situe l'intérêt du parallélisme précédent dans la possibilité d'utiliser des lois de l'électrocinétique pour démontrer des théorèmes d'électrostatique:

Nous pouvons, par la considération des propriétés des tubes d'induction et des surfaces équipotentielles, démontrer facilement plusieurs théorèmes généraux importants de la théorie de l'électricité, dont l'établissement serait long et difficile par les anciennes méthodes."(page 71)

Toutefois, Maxwell prend soin de bien souligner toutes les limites de l'analogie qu'il utilise. Cette délimitation du champ d'application d'une analogie (il s'agit plutôt ici d'un parallélisme) est absolument primordiale pour quelque analogie que ce soit. Dans le cas présent, Maxwell précise (i) le rôle différent du paramètre temps dans les domaines de l'électrostatique et de l'électrocinétique et (ii) l'absence d'analogie électrostatique des générateurs de l'électrocinétique.

Le temps, en effet, intervient très différemment en électrostatique où l'état est stationnaire et en électrocinétique où il faut un constant apport d'énergie pour maintenir le courant. Quant aux générateurs, Maxwell remarque qu'il faut les exclure du modèle géométrique avec équipotentiels et tubes de courant: il n'y aurait pas de sens à tracer les tubes de courant dans la zone du générateur. Si on le faisait, les tubes de courant seraient alors fermés et leur orientation suivant les potentiels décroissants ne pourrait être déterminée. En électrostatique, on ne retrouve pas d'analogie à cette restriction ou, en d'autres termes, pas d'analogie des générateurs électriques.

* * *

ANALOGIE ELECTRICITÉ/HYDRAULIQUE
Etude des analogies entre
l'électricité et l'hydraulique
chez Poincaré

Nicole CHAUMAT

Sources : H. Poincaré, *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes*,
Scientia-C.Naud édit, 1904, chap.1, pp. 8-10

Dans le texte étudié, Poincaré propose une première analogie entre un condensateur électrique et un réservoir, analogie déjà classique à l'époque et qui privilégie l'aspect statique des phénomènes. Il propose ensuite une seconde analogie, entre résistance électrique et résistance hydraulique, qui concerne plutôt l'aspect dynamique des phénomènes en régime stationnaire. Poincaré précise ainsi son propos :

"Quand nous voudrions analyser un phénomène électrique, nous prendrions un ou deux phénomènes mécaniques bien connus et nous chercherons à mettre en évidence leur parfait parallélisme... Ces comparaisons ne sont pas seulement de grossiers rapprochements mais elles se poursuivent jusque dans les détails les plus précis. Les limites de cet ouvrage ne me permettent pas d'aller aussi loin et je devrai me borner à une comparaison pour ainsi dire qualitative."

Dépassant l'exposé qualitatif de Poincaré, nous avons approfondi le parallélisme formel pour constater que, contrairement à ce qu'affirme le savant, il ne se poursuit pas "jusque dans les détails les plus précis". Néanmoins il est possible d'aller assez loin en la matière et d'établir une correspondance formelle étroite entre grandeurs de même nature, le noeud de cette correspondance résidant dans les concepts fondamentaux de la mécanique (force, énergie,...).

I/ PARALLÉLISME QUALITATIF

Nous allons dans un premier temps exposer le parallélisme qualitatif proposé par Poincaré en suivant l'ordre où il apparaît dans le texte :

Aspects statiques

Charger un condensateur.	Elever le niveau d'eau d'un réservoir.
La décharge d'un condensateur peut fournir de la chaleur et du travail mécanique.	L'eau peut servir à faire tourner une roue à aubes.
Il ne se passe rien quand deux conducteurs chargés et au même potentiel sont reliés par un fil conducteur.	Il ne se passe rien quand deux réservoirs d'eau de même niveau communiquent par un tuyau.
Il y a circulation d'un courant électrique jusqu'à égalité des potentiels quand deux conducteurs chargés à des potentiels différents sont reliés métalliquement.	Il y a écoulement d'un courant d'eau jusqu'à identité des niveaux quand deux réservoirs de niveaux différents sont reliés par un tuyau.
Charge électrique Q d'un condensateur.	Masse M d'eau contenue dans un réservoir.
Capacité C d'un condensateur.	Section horizontale S d'un réservoir.
Attractions et répulsions entre corps électrisés.	Forces pressantes sur les parois des réservoirs.

Aspects dynamiques

Intensité du courant électrique dans un conducteur métallique long et mince.	Débit du courant d'eau dans un tube horizontal long et de section étroite.
L'intensité croît comme : -- la différence de potentiels ; -- la section du fil ; -- l'inverse de la longueur du fil.	Le débit croît comme : -- la différences des niveaux ; -- la section du tube ; -- l'inverse de la longueur du tuyau.
Résistance électrique R Chaleur produite par effet Joule	Résistance hydraulique R_h Chaleur produite par frottement

II/ PARALLÉLISME FORMEL**II.a) Aspects statiques : analogie condensateur/réservoir**

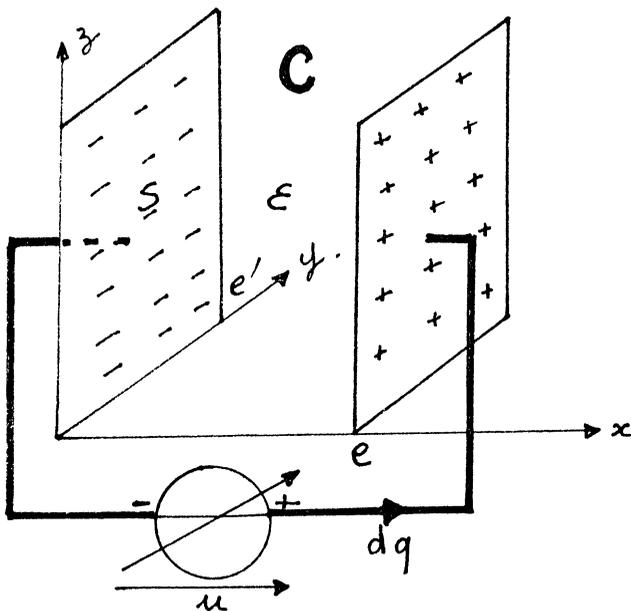
Le problème devient moins simple si l'on veut poursuivre l'analogie jusque dans "les détails les plus précis", c'est-à-dire si l'on veut établir une analogie formelle (correspondance terme à termes entre formules analogues). Si l'on suit les indications données par Poincaré et en utilisant les notations classiques, on peut déjà établir le parallélisme suivant :

Charge électrique Q.		Masse d'eau M.
Capacité du condensateur C.		Section d'un réservoir S.
Tension aux bornes du condensateur $U = Q/C$.		$M/S = \rho \cdot h$.

L'analogie hydraulique de la tension U n'est pas très concret du point de vue physique (ρ : masse volumique du liquide, h : hauteur de liquide dans le réservoir). Par ailleurs la poursuite du parallélisme dans le domaine des échanges énergétiques ne nous a pas semblé possible, du moins si l'on veut conserver une signification physique claire aux analogues hydrauliques des termes électriques. Nous avons donc préféré infléchir l'analogie proposée par Poincaré pour lui conserver un champ d'action suffisamment large. Nous pouvons ainsi établir le tableau suivant :

<u>CONDENSATEUR</u>		<u>RÉSERVOIR D'EAU</u>
Condensateur de capacité C soumis à une tension U.		Réservoir d'eau de section S rempli à une hauteur h dans le champ de pesanteur g.
Charge électrique Q.		Masse d'eau M.
Potentiel électrique V.		Potentiel gravitationnel g.z.
d.d.p. électriques U.		d.d.p. gravitationnels g.h.
Capacité électrique $C = Q/U$ caractéristique du condensateur (forme et nature du diélectrique).		$M/g \cdot h = \rho \cdot S/g$ caractéristique du réservoir (forme et nature du liquide).

Ces correspondances peuvent être utilisées pour prévoir l'évolution d'un système comme, par exemple, "les actions mécaniques qui s'exercent entre les corps électrisés". L'attraction entre les armatures d'un condensateur chargé peut ainsi être mise en correspondance avec l'action de l'eau sur les parois latérales du réservoir (le terme "pression que l'eau exerce sur les parois" étant à prendre au sens "forces pressantes pour faire correspondre des grandeurs de même nature, en l'occurrence des forces). Ainsi, dans le domaine énergétique, nous avons l'analogie suivante :

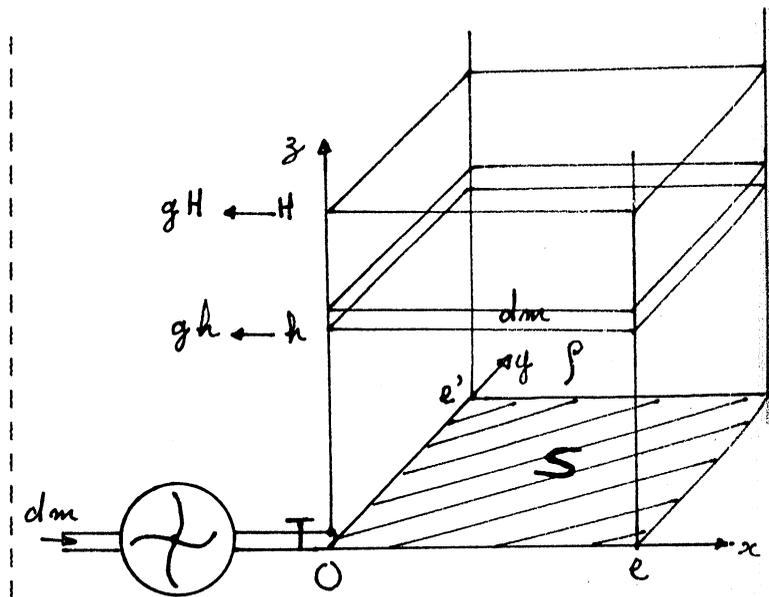


Pour accroître la charge de dq , il faut fournir un travail $\delta W = u \cdot dq$.

Le travail total à fournir est donc :

$$W = \int_0^Q u \cdot dq = (1/C) \int_0^Q q \cdot dq$$

$$W = \frac{1}{2} Q^2 / C = \frac{1}{2} Q \cdot U$$



Pour augmenter la masse d'eau de dm , il faut fournir un travail $\delta W = gh \cdot dm$ (élever dm de h).

Le travail total à fournir est donc :

$$W = \int_0^M gh \cdot dm = (g/\rho S) \int_0^M m \cdot dm$$

$$W = \frac{1}{2} M^2 (g/\rho S) = \frac{1}{2} \cdot M \cdot gH$$

Dans les deux cas, c'est un travail récupérable si l'on décharge (resp. vide) totalement le condensateur (resp. le réservoir). Ce travail représente à chaque fois la variation d'énergie du système.

Etudions maintenant l'analogie dans le cas d'une évolution spontanée du système.

Spontanément	
les armatures du condensateur ont tendance à se rapprocher jusqu'à ce que $U = 0$.	les parois verticales du réservoir ont tendance à s'écarter jusqu'à ce que $g.h = 0$.
La variation d'énergie potentielle du système est égale à l'opposée du travail reçu par le système	
$\Delta E_p = -(-\frac{1}{2}Q.U)$	$\Delta E_p = -(-\frac{1}{2}M.gH)$
A une constante près, on a donc :	
$E_p = \frac{1}{2}.Q.U$	$E_p = \frac{1}{2}.M.gH$
La force s'exerçant sur	
une armature	une paroi verticale // à yOz
est égale à l'opposée du gradient de l'énergie potentielle projeté sur l'axe Ox , soit :	
la charge Q restant cte :	la masse M restant cte :
$E_p(x) = \frac{1}{2}Q^2/C = \frac{1}{2}Q^2x/\epsilon S$	$E_p(x) = \frac{1}{2}M^2(g/\rho S) = \frac{1}{2}M^2(g/\rho x e')$
$F_{x_c} = -\partial E_p / \partial x = -\frac{1}{2}Q^2/\epsilon S$	$F_{x_c} = -\partial E_p / \partial x = \frac{1}{2}M^2(g/\rho x^2 e')$
$x = e \Rightarrow F_{x_c} = -\frac{1}{2}Q.U/e$	$x = e \Rightarrow F_{x_c} = \frac{1}{2}M.gH/e$

Le signe "-" dans le cas du condensateur indique qu'il y a attraction entre les armatures du condensateur, alors qu'il y a une sorte de répulsion entre les parois verticales du réservoir. On aurait d'ailleurs pu effectuer le précédent calcul à partir de la notion de pression :

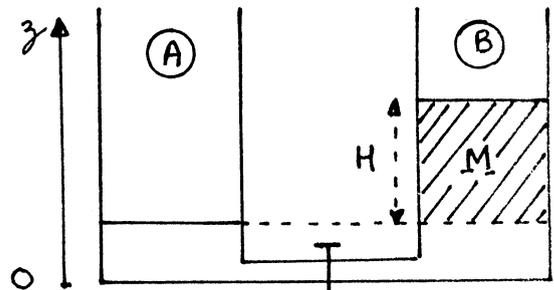
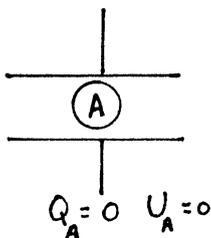
Pression électrostatique :	Pression hydrostatique :
$P = \frac{1}{2}\sigma^2/\epsilon = \frac{1}{2}(Q/S)^2/\epsilon$	$P = \rho g(H-z)$
$F_{x_c} = \int_S -P.dS = -\frac{1}{2}Q^2/\epsilon S$	$F_{x_c} = \int_S P.dS = \rho g e' \int_0^H (H-z) dz = \frac{1}{2}\rho g e' H^2$
$F_{x_c} = -\frac{1}{2}Q.U/e$	$F_{x_c} = \frac{1}{2}M.gH/e$

On constate néanmoins ici que l'analogie formelle ne "fonctionne" qu'à moitié : en effet, si l'on veut faire correspondre terme à terme les pressions, il faut considérer en hydrostatique une *pression moyenne* s'exerçant uniformément sur la

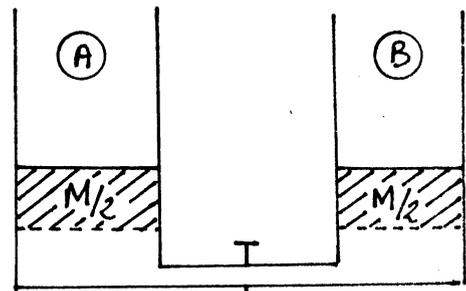
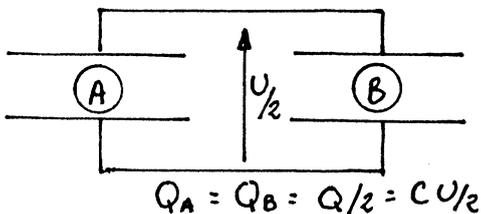
paroi et égale à $\frac{1}{2}\rho gH$. Cela tient au fait que la pression, concept intensif (ou encore local), est répartie uniformément dans le cas du condensateur plan, alors qu'elle n'est pas uniforme dans le cas hydrostatique. En revanche, les forces globales sont bien, elles, analogues.

L'évolution spontanée d'un système à charge (resp. masse) constante peut également être étudiée dans le cas de dispositifs plus complexes, par exemple avec deux condensateurs (resp. deux réservoirs) Pour alléger les calculs, on ne considèrera que le cas où les deux composants du système ont des caractéristiques intrinsèques strictement identiques (mêmes capacités pour les condensateurs, mêmes sections et mêmes liquides pour les réservoirs).

Etat initial



Etat final



Energie potentielle initiale

$E_{Pi} = \frac{1}{2}Q.U$

$E_{Pi} = \frac{1}{2}M.gH$

Energie potentielle finale

$E_{Pf} = \frac{1}{2}Q.U$

$E_{Pf} = \frac{1}{2}M.gH$

Variation d'énergie potentielle

$\Delta E_P = -\frac{1}{2}Q.U$

$\Delta E_P = -\frac{1}{2}M.gH$

Cette diminution de l'énergie potentielle se traduit par une apparition d'entropie : en effet, dans les deux cas, l'énergie totale du système n'a pas varié et la transformation est spontanée, ou encore irréversible. Si T est la température du système, on a alors :

$$\Delta E_{\text{tot}} = \Delta E_p + T\Delta S = 0 \Rightarrow T\Delta S = -\Delta E_p \Rightarrow \Delta S = -\Delta E_p/T$$

On peut aussi interpréter cette variation d'énergie potentielle de la façon suivante : pendant le réaménagement des charges sur les deux condensateurs, un courant passe qui peut servir à alimenter un moteur. Le travail maximal que l'on pourra récupérer sera alors égal à $\frac{1}{2}QU$. De même, en mettant sur le tuyau de jonction entre les réservoirs une turbine, on pourra récupérer au maximum un travail égal à $\frac{1}{2}M.gH$.

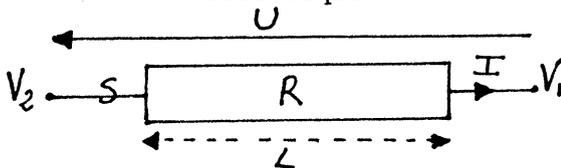
II.b) Aspects dynamiques : analogie conduction ohmique/écoulement laminaire

Nous allons maintenant comparer les phénomènes de résistance électrique et de résistance hydraulique.

ELECTROCINÉTIQUE

U : différence de potentiels aux bornes du résistor.

I : intensité du courant électrique.



\mathcal{P} = puissance fournie au système

$$\mathcal{P} = U \cdot I$$

En considérant un conducteur (un tuyau) cylindrique de section circulaire S et de longueur L

LOI D'OHM

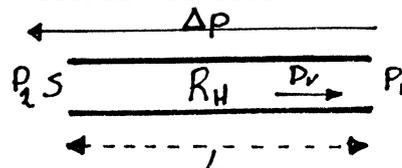
σ : conductivité

$$I = U/R = (\sigma S/L)U$$

HYDRAULIQUE

ΔP : différences de pressions aux entrées du tuyau.

D_v : débit volumique du courant de fluide.



$$\mathcal{P} = \Delta P \cdot D_v$$

LOI DE POISEUILLE

η : viscosité dynamique

$$D_v = \Delta P/R_H = (S^2/8\pi\eta L)\Delta P$$

On constate que si l'on a comme analogues $I \leftrightarrow D_v$, $U \leftrightarrow \Delta P$, $R \leftrightarrow R_H$, les deux résistances diffèrent quant à leur dépendance vis-à-vis de la section S.

CONCLUSION

La lecture des tableaux analogiques ne peut que nous convaincre du parallélisme existant entre l'électricité d'une part et l'hydraulique d'autre part. Cependant, on constate, par exemple, qu'il n'est pas possible de rendre analogues la résistivité électrique $1/\sigma$ et la viscosité dynamique η : on atteint là les limites de validité de l'analogie. En fait, si l'analogie "fonctionne" souvent bien au niveau intégré (entre grandeurs extensives), il n'en est plus de même au niveau local (entre grandeurs intensives). Mais cela ne doit pas surprendre : dans la veine de l'exemple précédent, un courant électrique dans un métal est toujours constitué du déplacement d'électrons libres, constitutifs eux-même du conducteur, alors que les lois régissant un courant fluide dépendent à la fois du fluide et du tuyau, deux facteurs indépendant l'un de l'autre.

Quel est l'intérêt de telles analogies pour l'enseignement actuel ?

Aujourd'hui, on familiarise très tôt les élèves avec les phénomènes électriques. On peut penser que l'analogie développée pour les aspects statiques permet d'introduire les notions de potentiels et d'énergie potentielle électrique à partir de celles étudiées en mécanique. Inversement, la connaissance de la loi d'Ohm peut permettre de trouver par analogie la loi des écoulements laminaires (loi de Poiseuille).

Il est certain que le raisonnement analogique présente un intérêt didactique, à condition de bien en connaître les possibilités et les limites. Mais qu'est-il préférable pour les élèves-étudiants :

- une étude exhaustive ardue et entièrement nouvelle ?
- ou bien -- une approche analogique avec ses limites, permettant une première compréhension des lois et des phénomènes ?

Le débat reste ouvert et la réponse dépend certainement des partis concernés (professeurs-élèves-programmes).

* * *

ANALOGIES
MÉCANO-ÉLECTROMAGNÉTIQUES
CHEZ POINCARÉ

Bruno JECH

Sources : H. Poincaré, *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes*,
 Scientia-C.Naud édit., 1904

Les citations seront indiquées par le numéro [S] suivi du numéro de la page.

I/ ANALOGUES MÉCANIQUES DES PHÉNOMÈNES D'INDUCTION

I.1) Analogie élémentaire circuit-électrique/mouvement de translation d'un solide

Partant du constat qu'une force contre-électromotrice auto-induite s'oppose systématiquement soit à l'établissement, soit à la rupture (et plus généralement aux variations) d'un courant électrique -- l'influence de cette f.c.e.m. ne se faisant plus sentir lorsque le courant (continu) est établi -- Henri Poincaré compare explicitement le phénomène d'auto-induction au phénomène d'inertie mécanique [S]. Il développe plus précisément l'analogie mécanique en comparant le mouvement de l'électricité (courant électrique) à celui d'un véhicule :

ELECTRICITÉ		MÉCANIQUE
résistance électrique	⊕	frottements
auto-induction	⊕	inertie
électromoteur	⊕	champ de pesanteur aidant à la descente
contre-électromoteur	⊕	champ de pesanteur s'opposant à la montée

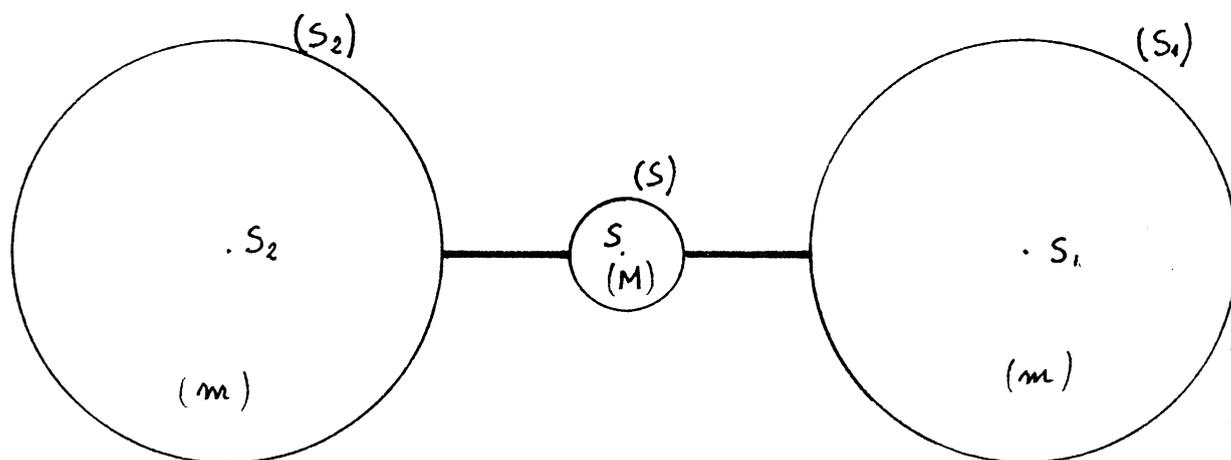
A noter que Poincaré décrit ce que l'on appellerait aujourd'hui (contre)électromoteurs comme étant des f.c.e.m. de nature électrostatique ayant pour origine des charges dans le voisinage d'un fil conducteur ou sur le fil conducteur, ces f.c.e.m. pouvant éventuellement renforcer le courant. Par ailleurs, dans

l'analogie, les frottements dont il est question doivent être des frottements fluides du type frottements de Stokes, c'est-à-dire proportionnels et opposés à la vitesse.

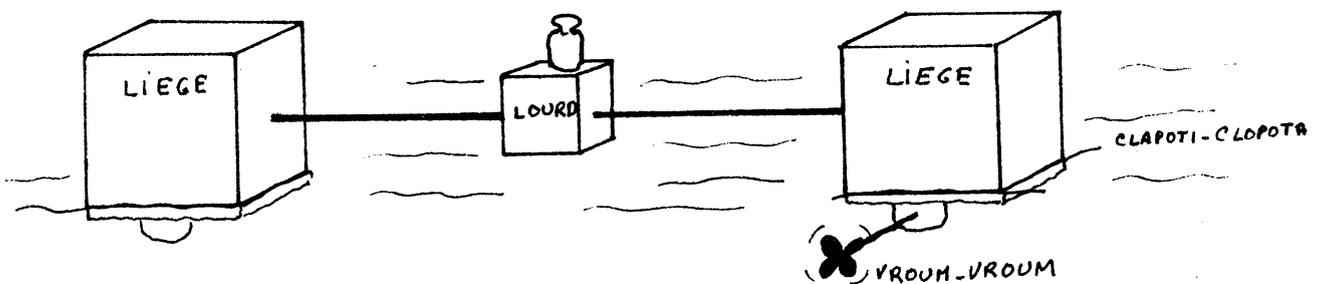
I.2) Analogie mutuelle induction/mouvement de rotation d'un solide

I.2.a) Exposé qualitatif

Pour rendre compte de la mutuelle-induction dans un transformateur, par exemple, Poincaré développe l'analogie sophistiquée suivante : partant du fait que lorsque le courant primaire est croissant, le courant secondaire est de sens contraire à celui du primaire et que lorsque qu'il est décroissant, il est de même sens (loi de Lenz), Poincaré compare deux circuits en couplage magnétique au dispositif mécanique suivant :



Le mouvement des sphères identiques (S_1) et (S_2) est alors l'analogue des courants respectivement primaire et secondaire, la sphère (S), d'inertie très grande par rapport à celle de (S_1) et de (S_2), figurant l'éther autour des circuits électriques (rappelons que l'éther était alors un concept physique jugé incontournable dans la pratique théorique de l'époque). Les trois sphères sont rigidement liées entre elles et se situent dans un plan horizontal ; (S_1) et (S_2) sont soumises à des frottements (analogues de la résistance électrique), la sphère (S) se mouvant sans frottement. On doit supposer enfin qu'il n'y a qu'un degré de liberté de rotation : on peut remarquer à ce propos qu'il eût été préférable de choisir des cubes plutôt que des sphères pour être sûr de ne pas avoir de frottement de roulement.



Dispositif préféré à celui de Poincaré

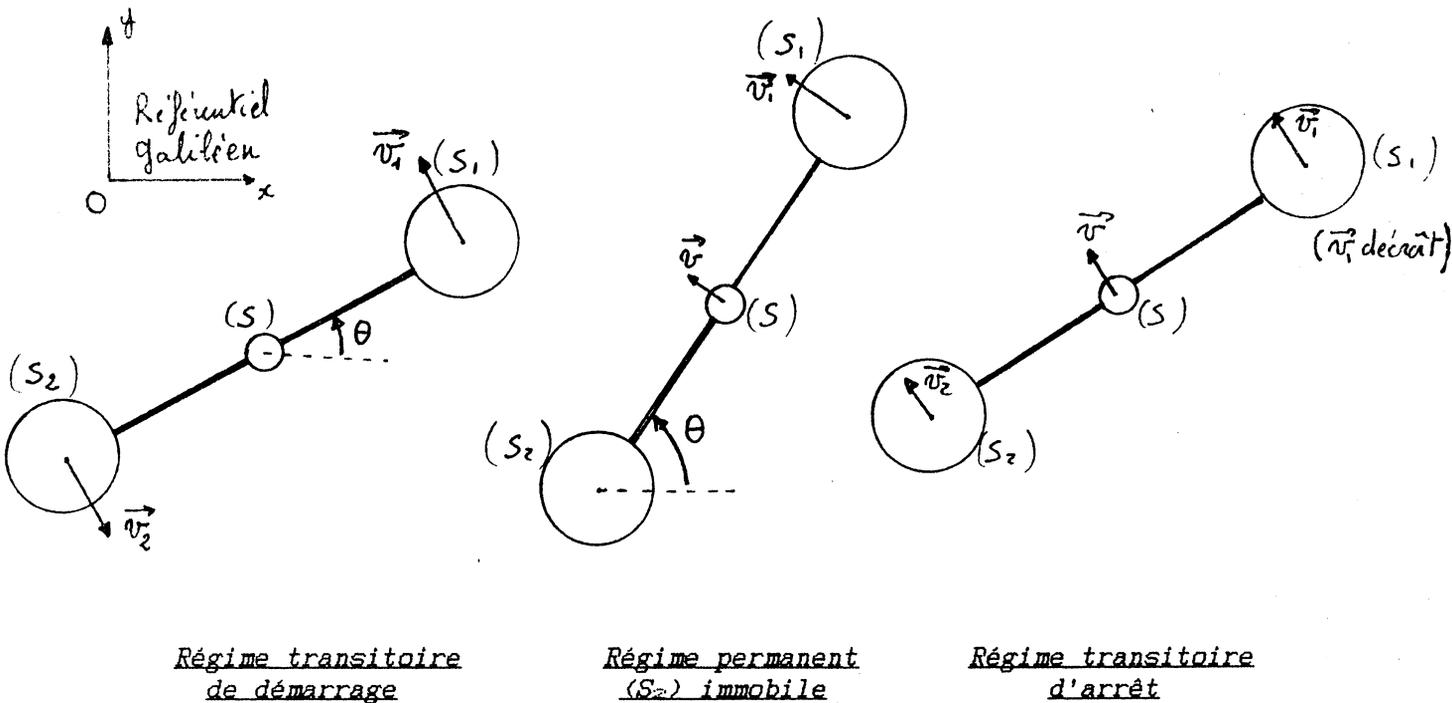
ELECTRICITÉ

courant primaire	+
courant secondaire	+
éther	+
résistance	+
inductance	+
mutuelle	+

MÉCANIQUE

sphère (S ₁)
sphère (S ₂)
sphère (S)
frottements fluides
inertie de (S ₁)
inertie de (S)

Développons tout d'abord l'analogie d'un point de vue qualitatif. Appliquons à la sphère (S₁) une force \vec{F} (de module constant et perpendiculaire à l'axe (S₁-S-S₂)) : du fait de l'inertie de (S), on observera, au départ, un mouvement de l'ensemble autour de (S), (S₂) tournant dans le sens inverse de (S₁) (comme les courants analogues sont inverses l'un de l'autre). Après ce régime transitoire, en supposant que la sphère (S₂) s'immobilise à cause des frottements, (S₁) acquiert, toujours sous l'action de \vec{F} et des frottements, un mouvement uniforme (de vitesse constante en module) et l'ensemble tournera à vitesse angulaire constante autour de (S₂), le mouvement de la sphère (S) étant alors purement inertiel. Toute variation du mouvement de (S₁) (par exemple par suppression de \vec{F}) se traduira, à cause de l'inertie de (S), par un mouvement de (S₂) (dans le même sens que celui de (S₁) si on supprime F).

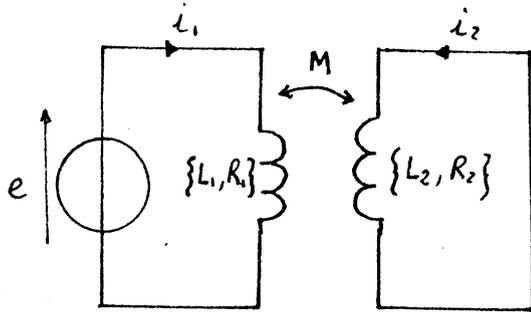


Régime transitoire de démarrage

Régime permanent (S₂) immobile

Régime transitoire d'arrêt

I.2.b) Analyse formelle de l'analogie étudiée



Analysons maintenant l'analogie d'un point de vue formel : donnons le système d'équations régissant deux circuits inducto-résistifs en induction mutuelle, l'un des circuits étant alimenté par une f.e.m. continue, l'autre étant en court-circuit.

On a donc :

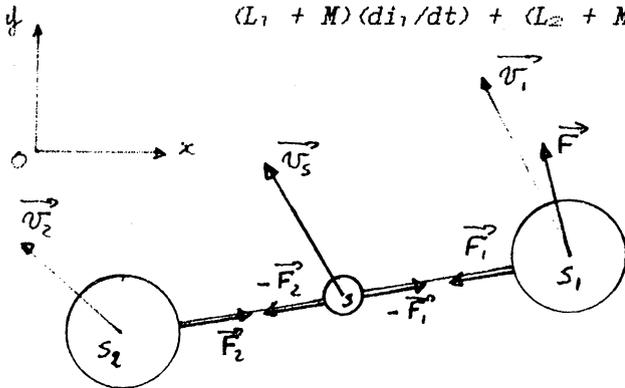
$$\begin{aligned} e - L_1 \cdot (di_1/dt) - M \cdot (di_2/dt) &= R_1 \cdot i_1 \\ -M \cdot (di_1/dt) - L_2 \cdot (di_2/dt) &= R_2 \cdot i_2 \end{aligned}$$

ou encore :

$$\begin{aligned} L_1 \cdot (di_1/dt) + M \cdot (di_2/dt) + R_1 \cdot i_1 &= e \\ M \cdot (di_1/dt) + L_2 \cdot (di_2/dt) + R_2 \cdot i_2 &= 0 \end{aligned}$$

Ces deux équations se résument à :

$$(L_1 + M) \cdot (di_1/dt) + (L_2 + M) \cdot (di_2/dt) + R_1 \cdot i_1 + R_2 \cdot i_2 = e$$



Considérons maintenant le système mécanique : on négligera la masse des barres de liaisons entre les sphères, on réduira les frottements aux frottements fluides et on ne tiendra pas compte de la pesanteur (on peut supposer par exemple que l'ensemble du système est posé sur un plan horizontal).

Enfin, on supposera qu'il n'existe qu'un seul degré de liberté (ici de rotation).

On notera respectivement \vec{v}_1 , \vec{v}_2 et \vec{v}_S les vitesses des points S_1 , S_2 et S dans le laboratoire.

Appliquons le théorème de la résultante cinétique au système :

$$M \cdot (d\vec{v}_S/dt) + m_1 \cdot (d\vec{v}_1/dt) + m_2 \cdot (d\vec{v}_2/dt) = -f_1 \vec{v}_1 - f_2 \vec{v}_2 + \vec{F}$$

f_1 et f_2 étant des coefficients de frottement fluide, \vec{F} étant la force appliquée à (S_1) , force dont on supposera le module constant et qu'elle est perpendiculaire à $S_1 S_2$. Or, l'ensemble constituant un solide, on peut utiliser l'expression du champ des vitesses d'un solide (avec ici $\vec{SS}_2 = -\vec{SS}_1$) :

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_S + \vec{\Omega}_R \wedge \vec{SM}_1 \text{ et } \vec{v}_2 = \vec{v}_S + \vec{\Omega}_R \wedge \vec{SM}_2 = \vec{v}_S - \vec{\Omega}_R \wedge \vec{SM}_1$$

$\vec{\Omega}_R$ étant la vitesse de rotation de l'ensemble solide. D'où :

$$\vec{v}_S = \frac{1}{2}(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$$

On obtient donc l'équation suivante :

$$(m_1 + \frac{1}{2}M)(d\vec{v}_1/dt) + (m_2 + \frac{1}{2}M)(d\vec{v}_2/dt) + f_1\vec{v}_1 + f_2\vec{v}_2 = \vec{F}$$

soit une équation formellement analogue à l'équation obtenue dans le cas électromagnétique. On peut établir ainsi le tableau de correspondance suivant :

ELECTROMAGNÉTISME		MÉCANIQUE
inductance L	+	masse m
mutuelle M	+	masse $M/2$
résistance R	+	coeff. frott. f
f.e.m. e	+	force appliquée \vec{F}
intensité i	+	vitesse \vec{v}

I.2.c) Critique de l'analogie étudiée

Exprimons maintenant le théorème de la résultante cinétique successivement appliqué à (S_1) , (S_2) et (S) . On obtient :

$$m_1(d\vec{v}_1/dt) + f_1\vec{v}_1 = \vec{F} + \vec{F}_1$$

$$m_2(d\vec{v}_2/dt) + f_2\vec{v}_2 = \vec{F}_2$$

$$\frac{1}{2}M[(d\vec{v}_1/dt) + (d\vec{v}_2/dt)] = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

On constate que les équations appliquées individuellement aux éléments du système électromagnétique et à ceux du système mécanique ne sont plus formellement analogues, ce qui limite quelque peu le domaine d'application de l'analogie. Il faut remarquer d'ailleurs que, dans la situation électromagnétique, il y a 2 degrés de liberté (i_1 et i_2), alors que dans la situation mécanique, il y en a trois (par exemple les composantes de la vitesse du centre d'inertie et la vitesse angulaire $\vec{\Omega}_R$). Par ailleurs, en électricité, on traite des équations scalaires, alors qu'en mécanique on a affaire à des équations vectorielles.

De plus, si l'équation :

$$(m_1 + \frac{1}{2}M)(d\vec{v}_1/dt) + (m_2 + \frac{1}{2}M)(d\vec{v}_2/dt) + f_1\vec{v}_1 + f_2\vec{v}_2 = \vec{F}$$

a d'emblée un sens physique (expression du théorème de la résultante cinétique), l'équation :

$$(L_1 + M)(di_1/dt) + (L_2 + M)(di_2/dt) + R_1.i_1 + R_2.i_2 = e$$

n'est que le résultat d'une combinaison mathématique de lois physiques et n'a pas, en tant que telle, de signification physique.

Enfin, si l'on traduit l'équation en énergie électromagnétique, on a :

$$d(\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2) + R_1 i_1^2 dt + R_2 i_2^2 dt = e i_1 dt$$

alors que pour l'énergie mécanique, on a :

$$d(\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \frac{1}{2}M \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + \frac{1}{2}M(v_1^2 + v_2^2)) + f_1 v_1^2 dt + f_2 v_2^2 dt = \vec{F} \cdot \vec{v}_1 dt - \vec{F}_1 \cdot \vec{v}_2 dt - \vec{F}_2 \cdot \vec{v}_1 dt$$

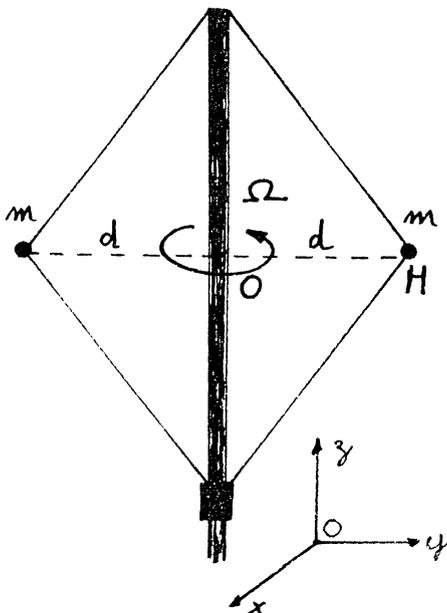
On constate là encore qu'il n'y a pas d'analogie formelle entre les deux expressions du principe de conservation de l'énergie. Pour terminer, on notera que la notion de *mutuelle inductance* en électricité n'existe que lorsqu'il y a deux circuits en présence, alors que celle de *masse inertielle* existe en tant que telle : cependant, il ne faut pas oublier que, à l'époque de Poincaré, la notion d'*éther* était fondamentale dans la compréhension des phénomènes électromagnétiques et l'éther était doté d'une sorte d'inertie.

II/ ANALOGUES MÉCANIQUES DES EFFETS ELECTRODYNAMIQUES

II.1) Analyse de l'analogie

II.1.a) Etude qualitative

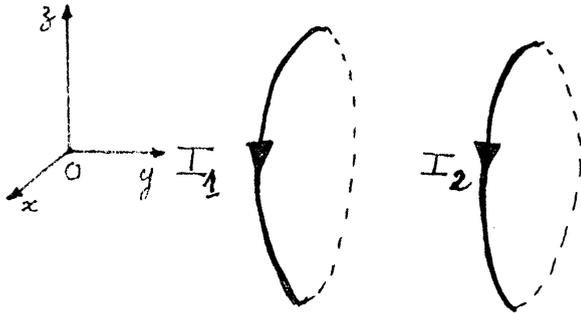
Pour traduire les attractions-répulsions entre deux courants électriques, Poincaré utilise l'analogie mécanique suivante : considérons un régulateur de Watt, chaque boule du régulateur ayant une masse m , la masse des barres qui les lient étant négligeable.



La force vive du régulateur est proportionnelle au carré de la vitesse angulaire de rotation et au carré de l'écartement des boules. En effet, si l'on exprime l'énergie cinétique (autrefois nommée *force vive*) du régulateur, ce en supposant dans un premier temps que les masses sont ponctuelles, on a :

$$E_c = m\Omega^2 d^2$$

l'écartement étant représenté par d . Ensuite, Poincaré affirme que "l'éther est en mouvement dès qu'il y a des courants voltaïques et que sa



force vive est proportionnelle au carré de l'intensité de ces courants" ((S1,13) ce qui lui permet d'établir le parallèle suivant :

$$I \leftrightarrow \Omega$$

Avant de développer l'analogie de Poincaré, exprimons la "force vive électro-magnétique" à savoir, en langage moderne, l'énergie électromagnétique d'un système de deux courants. On a :

$$E_m = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + M.I_1.I_2$$

où M est positif compte-tenu des orientations en courant choisies.

A intensités arithmétiques égales, on a donc :

-- $E_m = (\frac{1}{2}L_1 + \frac{1}{2}L_2 + M)I^2$ si les courants sont de même sens : E_m est alors une fonction croissante de M ;

-- $E_m = (\frac{1}{2}L_1 + \frac{1}{2}L_2 - M)I^2$ si les courants sont de sens contraire : E_m est alors une fonction décroissante de M .

Par ailleurs, M sera d'autant plus grande que les circuits seront proches. Donc, comme le dit Poincaré, la force vive magnétique est bien d'autant plus grande :

- que les courants sont proches et de même sens,
- ou que les courants sont éloignés et de sens contraire.

Par ailleurs, pour augmenter la vitesse angulaire du régulateur, donc sa force vive, il faut lui fournir du travail et surmonter son inertie. Pour augmenter la force vive de l'éther, il faudra également lui fournir du travail et surmonter son inertie que Poincaré appelle son "induction". On a en effet :

$$dE_c = \delta W \quad dE_m = \delta W$$

Ainsi "le travail à fournir et la force contre-électromotrice d'induction seront donc plus grands"((S1,13) que les courants sont de même sens et rapprochés. En effet, pour constituer le système des deux courants, on peut considérer qu'au départ ils sont nuls et infiniment éloignés l'un de l'autre, puis qu'on les rapproche ; le travail à fournir pour atteindre l'état du système vaut donc :

$$W = \Delta E_m = +MI^2 + \frac{1}{2}(L_1 + L_2)I^2$$

si les courants sont de même sens ($-M$ s'ils sont de sens contraire). En appelant $\Delta E_m / I \Delta t$ f.c.e.m. d'induction, Δt étant la durée du déplacement, on constate que celle-ci est bien d'autant plus grande que les courants sont rapprochés et de même sens. "C'est ce que l'on exprime, en langage ordinaire, en disant que l'induction mutuelle des deux courants s'ajoute à leur self-induction. C'est le contraire, si les deux courants sont de sens opposé" ([S1,13]).

Poincaré passe ensuite à l'influence de l'écartement des boules (à vitesse angulaire constante) sur la force vive du régulateur de Watt : pour écarter celles-ci, il faudra fournir du travail (égal ici à $2.m\Omega^2.OH.dOH$ avec $dOH > 0$). Si on rapproche deux courants de même sens et d'intensité constante, il faudra aussi fournir du travail (égal ici à $I^2 dM$ avec $dM > 0$) pour garder l'intensité constante, ce travail permettant de compenser la f.c.e.m. d'induction qui tend à diminuer l'intensité (cette f.c.e.m. étant égale à $-I.dM/dt$ conformément à la loi de Faraday-Lenz). Aussi peut-on établir un parallèle entre l'écartement des boules et l'écartement des circuits.

Par ailleurs, la force centrifuge, donc l'inertie, tend à écarter spontanément les boules ce qui aurait pour effet d'augmenter la force vive du système (donc de diminuer son énergie potentielle). De même, deux courants de même sens auront tendance à augmenter spontanément la force vive du système, donc s'attireront et deux courants de sens contraire se repousseront, toujours pour augmenter la force vive du système (ou diminuer son énergie potentielle) : on retrouve ainsi les règles qualitatives d'Ampère sur l'interaction entre courants.

En résumé, on peut donc établir une analogie qualitative entre d'une part le régulateur de Watt où "les boules tendent à s'écarter et semblent se repousser" ([S1,14]) et deux circuits parcourus par des courants de sens contraire.

II.1.b) Etude formelle

Formalisons l'analogie de Poincaré. On a donc pour le régulateur de Watt :

$$E_c = m.d^2.\Omega^2$$

En prenant maintenant deux circuits identiques on aura, en posant $L_1 = L_2 = L$ et en prenant des courants de sens contraire et d'intensités égales (de même que les boules ont des vitesses directement opposées et égales) :

$$E_m = (L - M)I^2$$

D'où les analogues formels :

$$\begin{array}{ccc} m \cdot d^2 & \leftrightarrow & (L-M) \\ \Omega & \leftrightarrow & I \end{array}$$

Comment améliorer l'analogie ? En fait, on a supposé que les masses m étaient ponctuelles. Si tel n'est pas le cas, on a, via le théorème d'Huygens :

$$E_c = (J_G + m \cdot d^2) \Omega^2$$

où J_G est le moment d'inertie de la boule par rapport à un axe vertical passant par son centre d'inertie (on pourrait l'appeler *moment d'inertie propre*). On aura alors le tableau suivant :

$$\begin{array}{ccc} J_G & \leftrightarrow & L \\ m d^2 & \leftrightarrow & -M \\ \Omega & \leftrightarrow & I \end{array}$$

On peut donc dire que L représente l'inertie électromagnétique propre d'un circuit, M représentant l'inertie d'interaction.

II.2) Critique de l'analogie étudiée

Cependant, l'analogie s'arrête là : en effet, prenons des boules pleines, homogènes, de masse volumique ρ et de rayon a . On a :

$$J_G = (2/5) m \cdot a^2 = (8\pi/15) \rho \cdot a^5$$

Donc J_G varie comme la puissance cinquième des dimensions de la sphère alors que le moment d'inertie dû à l'écartement varie quant à lui comme le carré de l'écartement.

Prenons maintenant des circuits circulaires de petites dimensions, coaxiaux, de rayon a et distants de $2d$. En première approche, l'inductance propre vaut $L \approx \frac{1}{2} \mu_0 \pi a$ et l'inductance mutuelle vaut $M \approx \frac{1}{2} \mu_0 \pi a (1+4d^2/a^2)^{-3/2}$. L'inductance propre varie donc comme la première puissance de a et l'inductance mutuelle M varie comme l'inverse de la troisième puissance de l'écartement si $d \gg a$. En d'autres termes, l'inertie mécanique et l'inertie électromagnétique ne dépendent pas de la même manière des dimensions du système. Comme c'est souvent le cas, l'analogie fonctionne au niveau des grandeurs intégrées et non au niveau des grandeurs locales en ce sens qu'il n'y a pas d'analogie envisageable entre dL et dJ_G .

CONCLUSION

Pour conclure, il suffit de citer Poincaré : *"Dans tout ce qui précède, j'ai fait des comparaisons avec divers mécanismes. Mais ce ne sont que des comparaisons, même assez grossières. Il ne faut pas, en effet,... chercher une explication mécanique complète des phénomènes électriques, mais seulement l'exposé des conditions auxquelles toute explication doit satisfaire. Et ce qui fait justement que l'oeuvre de Maxwell sera probablement durable, c'est qu'elle est indépendante de toute explication particulière."* ([S],14). En un mot, il ne faut pas donner à l'analogie plus de vertus qu'elle n'en a : si, dans certains cas, elle peut aider à expliquer des phénomènes (elle a alors un *pouvoir heuristique*), elle reste avant tout une *comparaison*, l'analogie étant d'autant plus performante qu'elle est formelle... jusqu'à un certain point délimitant son domaine de validité.

CONCLUSION DU TOME 1

Les études précédentes montrent que les analogies qualitatives sont relativement faciles à établir. Le parallélisme formel est cependant plus délicat à mettre en oeuvre. Pourtant, les analogies les plus fécondes semblent être celles qui se poursuivent sur le plan formel. D'après Maxwell :

"Dans bien des cas, les relations des phénomènes de deux questions de physique différentes présentent une certaine analogie qui nous permet, lorsque nous avons résolu l'une de ces questions, d'employer notre solution à celle de l'autre question."

Mais attention ! Il ne faut pas tirer de conclusions abusives d'une analogie formelle :

"La similitude n'existe pas dans les phénomènes eux-mêmes mais entre les relations de ces phénomènes."

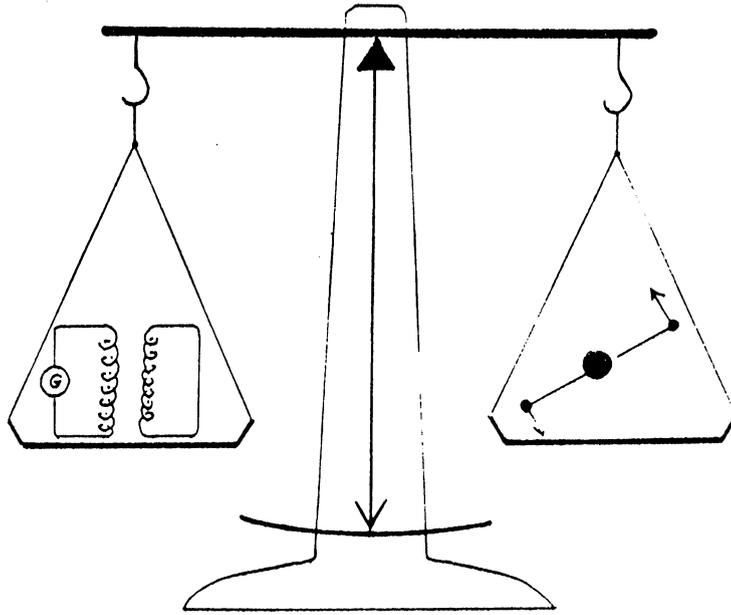
D'autre part, l'étude d'un nouveau phénomène par analogie permet une approche globale, synthétique du problème. Les ressemblances apparaissent souvent au niveau macroscopique sans qu'elles se retrouvent au niveau microscopique.

Il apparaît aussi que l'analyse des limites des analogies est tout aussi importante que celle des similitudes entre phénomènes. Bien situer ces limites, bien préciser le domaine de validité d'une analogie permet une analyse plus fine des phénomènes. Les similitudes contenues dans une analogie ont besoin d'être complétées par les différences que l'analogie n'exprime pas.

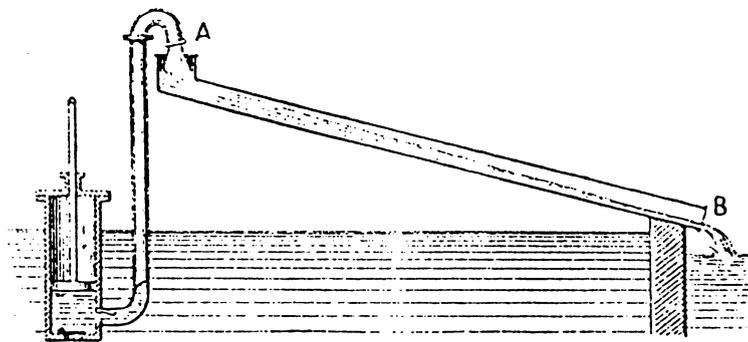
Enfin, il faut se garder de généraliser les analogies entre phénomènes aux causes de ceux-ci.

"Afin d'éviter les dangers des pures hypothèses, dit Maxwell, [nous devons] étudier avec soin la nature des analogies. Nous ne devons pas conclure, de la similitude partielle de quelques unes des lois des phénomènes de la chaleur et de l'électricité, qu'il existe entre les causes de ces phénomènes une similitude physique réelle".

Il n'en demeure pas moins que l'emploi des analogies est fécond dans l'évolution de la pensée scientifique. Dans la suite de notre travail, nous étudierons d'autres analogies. Il nous reste aussi à voir plus particulièrement ce qu'elles peuvent apporter sur le plan pédagogique et comment les utiliser, concrètement, dans nos enseignements. C'est l'objet du tome 2.



APPENDICES



Comparaison hydrostatique. — La pompe élève l'eau au niveau A. L'eau s'écoule jusqu'au niveau B.

TEXTE DE MAXWELL EXTRAIT DE

(pp. 57 à 78)

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE
D'ÉLECTRICITÉ,

PAR

JAMES CLERK MAXWELL,

PUBLIÉ PAR

WILLIAM GARNETT, M. A.,

Professeur de Physique à l'University College de Nottingham.

PRÉCÉDÉ D'UNE

Notice sur les travaux en Électricité du professeur Maxwell,

PAR W. GARNETT.

TRADUIT DE L'ANGLAIS

PAR GUSTAVE RICHARD,

Ingénieur civil des Mines.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Augustins, 55.

—
1884

CHAPITRE V.

LOI DES LIGNES D'INDUCTION DE FARADAY.

55. Faraday emploie, dans ses recherches électriques, les lignes de force, pour indiquer, non seulement la direction de la force électrique en chaque point du champ, mais aussi la quantité d'électrisation répartie sur une portion donnée de la surface électrisée.

Considérons une partie d'une surface électrisée comme isolée par la ligne qui la délimite, et faisons passer, par chacun de ses points, une ligne de force prolongée jusqu'à son intersection avec un autre corps quelconque, en un point que l'on dit *correspondre* au point du corps dont la ligne émane; ces lignes formeront une surface tubulaire, et découperont, sur la surface de l'autre corps, une portion de surface *correspondant* à celle du premier corps; les électrisations des deux portions de surfaces correspondantes sont numériquement égales, mais de sens opposés.

56. On peut considérer comme un cas particulier de la loi de Faraday ce fait, démontré précédemment par l'expérience, que l'électrisation de la surface intérieure d'un vase conducteur fermé est égale et opposée à celle du corps électrisé qu'il renferme. Nous possédons, dans ce cas, une relation entre l'électrisation totale de la surface intérieure du vase et celle de la surface opposée du corps qu'il renferme. D'après la loi de Faraday, on peut, en tirant les lignes de force d'une surface à l'autre, trouver les points correspondants de ces

surfaces, les lignes correspondantes sont telles que tout point de l'une d'elles a son point correspondant sur l'autre, et que les électrisations des deux portions de surfaces opposées, limitées par ces lignes correspondantes, sont égales et opposées.

57. Nous avons donné à ces lignes le nom de *lignes de force*, parce que nous avons commencé par les définir comme des lignes dont la *direction*, en chaque point, coïncide avec celle de la force électrique. Toute ligne de force commence à une surface électrisée positivement et finit à une surface électrisée négativement, et les points de ces surfaces auxquels les lignes commencent et aboutissent sont appelés points *correspondants*.

Faraday a appelé *tube d'induction* la surface tubulaire formée par une série de lignes de force et par les deux portions de surfaces correspondantes que leurs extrémités découpent sur les surfaces auxquelles elles aboutissent, électrisées l'une positivement et l'autre négativement; il leur a donné ce nom, parce que, d'après lui, l'induction électrique est l'état du diélectrique par lequel les électrisations des surfaces opposées sont amenées, l'une par rapport à l'autre, à la relation physique mutuelle que nous exprimons en disant que leurs électrisations sont égales et opposées.

Propriétés du tube d'induction.

58. L'électrisation de la portion de la surface électrisée positivement d'où émane le tube d'induction est numériquement égale, et de sens contraire, à celle de l'électrisation négative de la portion de surface où se termine le tube d'induction.

En divisant la surface positive en parties dont l'électrisation est égale à l'unité, et en traçant les tubes correspondants, nous obtenons un système de *tubes unités*, qui nous sera très utile pour la description des phénomènes électriques. Dans ce cas, en effet, l'électrisation d'une surface est mesurée par le *nombre* des tubes qui y aboutissent: s'ils *émanent* de cette sur-

face, leur nombre représente l'électrisation *positive*. S'ils y *aboutissent*, l'électrisation est *négative*.

C'est dans ce sens que Faraday parle si souvent du *nombre* des lignes de force qui tombent sur une aire donnée.

Si nous supposons tracée, dans le champ électrique, une surface imaginaire ⁽¹⁾, la grandeur de l'induction électrostatique exercée à travers cette surface est mesurée par le nombre des tubes d'induction qui la traversent; elle est positive ou négative, suivant que les tubes la traversent dans une direction positive ou négative.

59. En tout point de sa trajectoire, une ligne d'induction électrostatique se dirige toujours des lieux de potentiel supérieur vers ceux de potentiels inférieurs, suivant une trajectoire perpendiculaire aux surfaces équipotentielles qu'elle traverse.

Nous avons vu que le champ électrique est divisé, par les surfaces équipotentielles, en une série d'enveloppes, semblables à celles d'un oignon, dont l'épaisseur, en chaque point, est inversement proportionnelle à la force électrique en ce point.

Nous avons aussi divisé le champ électrique en un système de tubes-unités d'induction, dont la section, en chaque point, varie en raison inverse de l'intensité de l'induction électrique en ce point.

Chacun de ces tubes est coupé, par les surfaces équipotentielles, en un certain nombre de segments, auxquels on peut donner le nom de *cellules-unités*.

60. *Cellules*. — Dans le cas le plus simple, celui d'un seul corps électrisé positivement placé à l'intérieur d'un vase conducteur fermé, tous les tubes d'induction commencent au corps électrisé positivement et finissent à la surface intérieure du vase, électrisée négativement. Le nombre de ces tubes est, puisqu'ils sont des tubes-unités, égal au nombre des unités

(1) On appelle *surface imaginaire* une surface sans existence physique, mais dont on peut supposer l'existence dans l'espace sans qu'elle n'affecte en rien les propriétés physiques de la substance qui occupe cet espace.

électriques de la charge du corps électrisé; chacun d'eux coupe toutes les surfaces équipotentielles qui enveloppent le corps et sont renfermées par le vase; chaque tube est donc divisé en un nombre de segments représentant la différence entre le potentiel du corps électrisé et celui du vase.

Si l'on désigne par e et p la charge et le potentiel du corps, par E et P ceux du vase, le nombre total des cellules est égal à

$$e(p - P),$$

ou, puisque $E = -e$, à

$$ep + EP.$$

c'est-à-dire au double de l'expression que nous avons trouvée (n° 31), pour représenter l'énergie électrique du système; donc, dans ce cas simple, le nombre des cellules est égal au double de celui des unités d'énergie du système.

S'il y a plusieurs corps électrisés A, B, C, ..., les tubes d'induction qui émanent de l'un d'eux A aboutissent, soit à la surface intérieure du vase enveloppant, soit à l'un des autres corps électrisés.

Soient

E_1, E_2, E_3 les charges de A, B, C;

P_1, P_2, P_3 leurs potentiels;

E_0, P_0 la charge et le potentiel du vase;

E_{AB}, E_{AC}, E_{AO} le nombre des tubes d'induction allant, de A, aux conducteurs B, C et au récipient O.

Le nombre total des cellules sera donné par la somme

$$\begin{aligned} E_{AB}(P_1 - P_2) + E_{AC}(P_1 - P_3) + E_{AO}(P_1 - P_0) \\ + E_{BC}(P_2 - P_3) + E_{BO}(P_2 - P_0) \\ + E_{CO}(P_3 - P_0). \end{aligned}$$

En ordonnant les termes de cette somme suivant leurs potentiels, et en remarquant que, puisque E_{AB} désigne le nombre des tubes qui passent de A à B, E_{BA} doit désigner celui des tubes qui vont de B à A, et que l'on a, par conséquent,

$$E_{BA} = -E_{AB},$$

cette expression devient

$$\begin{aligned} & P_1 (E_{AB} + E_{AC} + E_{AO}) \\ & P_2 (E_{BC} + E_{BO} + E_{BA}) \\ & P_3 (E_{CO} + E_{CA} + E_{CB}) \\ & P_0 (E_{OA} + E_{OB} + E_{OC}). \end{aligned}$$

Or le coefficient $E_{AB} + E_{AC} + E_{AO}$ représente le nombre total des tubes émanant de A et se trouve, par conséquent, égal à E_1 ; la charge de A et les coefficients des autres potentiels sont aussi égaux aux charges des corps auxquels ils se rapportent, de sorte que l'expression finale se réduit à la somme

$$P_0 E_0 + P_1 E_1 + P_2 E_2 + P_3 E_3,$$

égale au double de l'énergie du système.

Donc, quel que soit le nombre des corps électrisés, le nombre des cellules est égal au double du nombre des unités d'énergie électrique du système.

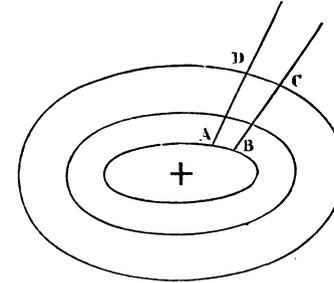
61. *Énergie.* — Cette remarquable correspondance, entre le nombre des cellules en lesquelles les tubes d'induction sont divisés par les surfaces équipotentielles et l'énergie électrique du système, nous conduit à rechercher si le siège véritable de l'énergie électrique ne se trouverait pas dans le milieu diélectrique ainsi découpé en cellules, chaque cellule étant considérée comme une portion de ce milieu dans laquelle se trouverait emmagasinée une demi-unité d'énergie. Il nous suffit de supposer que la force électromotrice impose, au diélectrique sur lequel elle agit, un état de contrainte (*constraint*) dont il tend toujours à se dégager.

Pour rendre plus claire notre conception de ce phénomène, considérons une cellule isolée ABCD (*fig. 17*), appartenant à un tube d'induction émanant d'un corps électrisé positivement, et limitée par deux des surfaces équipotentielles consécutives qui enveloppent le corps.

Nous savons qu'il existe une force électromotrice agissant du corps électrisé vers l'extérieur : cette force produirait, si elle agissait sur un milieu conducteur, un courant électrique,

qui durerait aussi longtemps que l'action de la force. Mais, ce milieu étant non-conducteur ou diélectrique, la force électromotrice a pour effet de produire ce que nous pourrions appeler un *déplacement électrique*, c'est-à-dire que l'électricité

Fig. 17.



est repoussée vers l'extérieur, dans la direction de la force électromotrice : l'état de l'électricité est d'ailleurs, pendant ce déplacement, tel qu'elle reprend, aussitôt que la force électromotrice disparaît, la position qu'elle occupait avant le déplacement.

La grandeur du déplacement électrique est mesurée par la quantité d'électricité qui traverse une surface imaginaire et fixe, tracée parallèlement aux surfaces équipotentielles.

Nous ne connaissons absolument en rien la distance le long de laquelle une portion quelconque de l'électricité est déplacée de sa position primitive; la seule chose que nous connaissons est la quantité d'électricité qui traverse une surface donnée. Plus il y a d'électricité renfermée, par exemple, dans un centimètre cube, plus nous devons supposer réduite la distance le long de laquelle il faut la déplacer pour qu'il en passe une quantité donnée par chaque centimètre carré de la surface fixée dans ce milieu. Il est probable que le mouvement réel de déplacement est excessivement petit, ce qui nous amène à supposer que la quantité d'électricité d'un centimètre cube du milieu est excessivement grande. S'il en est ainsi, la vitesse réelle de l'électricité, dans un fil télégraphique, devrait être très faible, moindre, par exemple, que d'un centième

de pouce à l'heure, bien que les signaux qu'il transmet puissent se propager avec une grande vitesse.

62. *Déplacement.* — Le déplacement, à travers une section quelconque d'un tube unité d'induction, représente une unité d'électricité, et la direction du déplacement est celle de la force électromotrice, c'est-à-dire, qu'elle va des potentiels supérieurs aux potentiels inférieurs.

Nous avons à considérer, outre le déplacement électrique dans la cellule, l'état des deux extrémités de la cellule formées par les surfaces équipotentielles. Nous devons supposer que, dans toute cellule, l'extrémité formée par la surface de potentiel supérieur est recouverte d'une unité d'électricité positive, tandis que l'extrémité opposée, formée par la surface de potentiel inférieur, est recouverte par une unité d'électricité négative. A l'intérieur même du milieu, où l'extrémité positive de chacune des cellules se trouve au contact de l'extrémité négative de la cellule voisine, ces deux électrisations se neutralisent exactement, mais, aux points où le milieu diélectrique est limité par un conducteur, l'électrisation n'est plus neutralisée et constitue l'électrisation que l'on observe à la surface du conducteur.

D'après ces idées sur l'électrisation, nous devons la considérer comme une propriété du milieu diélectrique, plutôt que du conducteur entouré par ce milieu.

63. *Tension.* — Si nous admettons, en outre, qu'il existe, en tout point d'un diélectrique au travers duquel a lieu l'induction électrique, une tension analogue à celle d'une corde, dans la direction des lignes de force, en même temps qu'une pression à angle droit des lignes de force, nous pourrions ainsi nous rendre compte de toutes les actions mécaniques qui se manifestent entre les corps électrisés.

La tension, rapportée à l'unité de surface, est proportionnelle au carré de la force électromotrice au point donné; la pression a la même valeur numérique, mais de signe contraire.

J'ai démontré, dans mon grand *Traté d'Électricité*, qu'un système de forces moléculaires (*stress*) tel que celui que nous

venons de définir peut se concilier avec l'équilibre d'un milieu diélectrique fluide, et que cet état des forces, dans ce milieu, est mécaniquement équivalent à l'attraction ou à la répulsion que manifestent les corps électrisés.

Je n'ai cependant pas essayé d'expliquer, par une hypothèse quelconque relative à la constitution interne du milieu diélectrique, de quelle manière le déplacement électrique occasionnerait cet état de tension, ou lui serait associé.

Nous avons ainsi figuré, au moyen des tubes d'induction et des surfaces équipotentielles, une représentation géométrique du champ de la force électrique; on en trouvera, dans la suite de cet Ouvrage, des diagrammes pour quelques cas particuliers.

La direction et la grandeur de la force électrique en un point peuvent se représenter au moyen des surfaces équipotentielles ou des tubes d'induction. Nous pouvons, en employant ces deux manières de figuration, déduire d'importants théorèmes de la théorie de l'électricité, par l'étude des relations entre les surfaces équipotentielles et les tubes d'induction.

Sur l'emploi des analogies physiques.

64. Dans bien des cas, les relations des phénomènes, dans deux questions de physique différentes, présentent une certaine analogie qui nous permet, lorsque nous avons résolu l'une de ces questions, d'employer notre solution à celle de l'autre question. La similitude qui constitue cette analogie n'existe pas dans les phénomènes eux-mêmes, mais entre les relations de ces phénomènes.

Prenons, comme exemple, un cas d'une extrême simplicité. Une personne peu habituée aux opérations de l'Arithmétique, ayant à chercher le prix de 52 yards de coton à 7 pence le yard, arrivera de suite, sans calcul, à dire que ce prix est de 364 pence, si elle se rappelle qu'il y a 52 semaines et 1 jour dans une année de 365 jours. Il n'y a, dans ce cas, aucune ressemblance entre les quantités elles-mêmes (les jours et les yards); il n'y a de similitude qu'entre les relations arith-

métiques de ces quantités avec d'autres, dans une même question.

L'analogie entre les phénomènes électrostatiques et ceux de la conduction uniforme de la chaleur dans les corps solides a été indiquée, pour la première fois, par sir W. Thomson, dans son *Mémoire Sur le mouvement uniforme de la chaleur dans les corps homogènes solides et ses rapports avec la théorie mathématique de l'électricité*, publié dans le *Cambridge Mathematical Journal* de février 1842, et reproduit dans le *Philosophical Magazine* de 1854 et dans la réimpression des *Mémoires* de Thomson, sur *l'Électrostatique et le Magnétisme*. Le Tableau ci-dessous fera ressortir la nature de cette analogie :

<i>Électrostatique.</i>	<i>Chaleur.</i>
Champ électrique.	Corps inégalement chauffé.
Milieu diélectrique.	Corps conducteur de la chaleur.
Potentiel électrique en différents points du champ.	Température en différents points du corps.
Force électromotrice tendant à déplacer les corps électrisés positivement des points de potentiels supérieurs vers ceux de potentiels inférieurs.	Flux de chaleur, par conduction, des points de hautes températures vers ceux de basses températures.
Corps conducteur.	Parfait conducteur de chaleur.
Surface d'un conducteur électrisée positivement.	Surface par laquelle la chaleur se coule dans le corps.
Surface d'un conducteur électrisée négativement.	Surface par laquelle la chaleur se échappe d'un corps.
Corps électrisé positivement.	Source de chaleur.
Corps électrisé négativement.	Fuite (<i>sink</i>) de chaleur : point où la chaleur disparaît du corps.
Surface équipotentielle.	Surface isotherme.
Ligne ou tube d'induction.	Ligne ou tube d'écoulement de chaleur.

Les progrès des sciences physiques ont été grandement aidés par l'emploi de ces analogies et d'autres de même nature, mais nous devons, afin d'éviter les dangers des pures hypothèses, étudier avec soin la véritable nature des analogies de ce genre. Nous ne devons pas conclure, de la similitude partielle de quelques-unes des lois des phénomènes de la chaleur et de l'électricité, qu'il existe entre les causes

de ces phénomènes une similitude physique réelle. La similitude n'existe qu'entre les relations, et non pas entre les choses qui en sont l'objet.

Cette similitude est, autant qu'on peut l'étendre, si complète, que tous les résultats que nous pouvons obtenir, en ce qui concerne l'électricité ou la conduction de la chaleur, peuvent être immédiatement traduits, sans crainte d'erreurs, du langage de l'une des sciences dans celui de l'autre. Nous sommes libres de faire usage, en poursuivant nos recherches dans l'un de ces sujets, des idées appartenant à l'autre, si nous pouvons ainsi apercevoir plus clairement l'enchaînement de nos raisonnements successifs.

Nous devons nous rappeler qu'à l'époque où Sir W. Thomson indiqua l'analogie entre les phénomènes thermiques et électrostatiques, les hommes de science étaient fermement convaincus que l'attraction électrique était une action directe à distance entre les corps, comme ils pensaient que la conduction de la chaleur consistait en un flux continu d'un fluide matériel à travers les corps solides. La dissemblance entre la chaleur et l'électricité mêmes paraissait donc, aux hommes de ce temps, beaucoup plus grande qu'aux lecteurs de ce livre, qui, à moins d'avoir reçu une autre instruction, n'ont pas encore appris que la chaleur est un fluide ou que l'électricité agit à distance.

65. Nous allons maintenant considérer les limites de cette analogie et déterminer les limites au delà desquelles il ne faut pas l'étendre.

En premier lieu, c'est seulement pour une classe particulière de cas de conduction de la chaleur qu'il se présente, en Électrostatique, des cas analogues. En général, quand la chaleur s'écoule dans un corps, elle fait que la température de certaines parties du corps s'élève et que celle des autres s'abaisse, de sorte que le flux de chaleur qui dépend de ces températures est lui-même variable. Si la source de chaleur est maintenue constante, les températures des différentes parties du corps tendent vers un état dans lequel elles restent invariables. La quantité de chaleur qui entre dans une partie du corps quelconque est alors exactement égale à celle qui

en sort pendant le même temps; on dit dans ce cas que le flux de chaleur est uniforme (*steady*).

L'analogie avec les phénomènes électrostatiques ne s'applique qu'au flux de chaleur uniforme seulement; le cas, plus général, d'un flux variable de chaleur, n'a rien d'analogue en Électrostatique. D'autre part, le cas particulier d'un écoulement uniforme de chaleur diffère lui-même, par un élément très important, de son analogue en Électrostatique. L'écoulement uniforme de chaleur peut, en effet, être maintenu constant par un afflux continu de chaleur, accompagné d'une soustraction équivalente de chaleur. Ceci implique la nécessité d'une dépense continuelle d'énergie pour maintenir le flux de chaleur à un état constant, de sorte que, bien que l'état du corps reste invariable et indépendant du temps, l'élément du temps intervient néanmoins dans le calcul de la quantité de chaleur nécessaire à la conservation de l'état du corps.

Au contraire, dans le cas correspondant de l'Électrostatique, l'élément du temps n'intervient pas. Autant que nous le savons, un système de corps électrisés, placé dans un milieu parfaitement isolant, peut rester électrisé pour jamais, sans aucun afflux d'électricité de sources extérieures. Il n'y a, dans ce cas, rien à quoi nous puissions appliquer le terme *flux* (*flow*) ou d'écoulement que nous appliquons au cas de la transmission de la chaleur, avec la même justesse (*propriety*) qu'à un courant d'eau ou d'électricité, ou au temps lui-même.

66. On rencontre une autre limite de cette analogie, en ce que la température d'un corps ne peut être changée sans modifier son état physique; la densité, la conductibilité, les propriétés électriques, tout varie avec la température.

Le potentiel électrique, l'analogie de la température, est, au contraire, une pure conception scientifique: nous n'avons aucune raison de le considérer comme dénotant un état physique. On peut, en effet, si l'on enferme des corps dans un vase métallique qui les enveloppe complètement, charger et décharger la surface extérieure de ce vase autant qu'il nous plaira, sans produire, sur les corps qu'il renferme, aucun effet physique. Nous savons cependant que le potentiel électrique

de ces corps monte et baisse avec celui du vase. On peut le démontrer en faisant passer un conducteur relié à la terre par une ouverture du vase; les relations entre ce conducteur et les corps enfermés seront altérées par la charge et la décharge du vase, mais, si l'on écarte ce conducteur, l'abaissement et l'élévation simultanés des potentiels des corps à l'intérieur du vase ne seront plus accompagnés d'aucun effet physique.

67. *Chambre de Faraday.* — Faraday a démontré ⁽¹⁾ ce fait en faisant construire une chambre de 3^m,60 de côté, recouverte de matériaux bons conducteurs, isolée de la terre et électrisée par une puissante machine. « J'entrai dans cette chambre, dit-il, et j'y vécus; mais, malgré l'emploi de bougies allumées, d'électromètres et d'autres moyens d'éprouver les états électriques, je ne pus en découvrir la moindre influence, ni aucune trace, pendant tout le temps que l'extérieur de la chambre était puissamment chargé, et qu'il se dégageait de grandes étincelles et de brillantes aigrettes de tous les points de sa surface. »

Il semble donc que les variations les plus brusques du potentiel ne déterminent aucun effet physique sur la matière vivante ou inanimée, pourvu qu'elles se produisent simultanément sur tous les corps du champ.

Si Faraday, au lieu de porter son cube à un potentiel élevé, l'avait porté à une haute température, le résultat aurait été, nous le savons, tout différent.

68. Il semble donc que l'analogie entre la conduction de la chaleur et les phénomènes électrostatiques ait une limite, au delà de laquelle on ne doit pas chercher à l'étendre. A l'époque où cette analogie fut indiquée par Thomson, les savants connaissaient déjà le grand travail de Fourier sur la conduction de la chaleur dans les corps solides, et leur esprit était plus familiarisé avec ses idées qu'avec celles qui se rapportent aux courants électriques, ou à la théorie des déplacements d'un milieu.

⁽¹⁾ *Experimental Researches*, p. 1173.

Il est vrai que les résultats obtenus par Fourier, dans la théorie de la chaleur, furent appliqués par Ohm, en 1827, à l'étude de la distribution des courants électriques dans les conducteurs; mais on fut longtemps à comprendre la valeur pratique de ses travaux et, avant que l'on se fût familiarisé avec l'idée des courants électriques dans les conducteurs solides, toute illustration des phénomènes électrostatiques tirée de ces courants aurait plutôt obscurci qu'éclairé les esprits.

69. *Courants.* — Lorsqu'un courant électrique traverse un conducteur solide, il se dirige, en tout point, du potentiel supérieur vers le potentiel inférieur, et son intensité est proportionnelle au taux suivant lequel le potentiel décroît d'un point à un autre d'une ligne tracée suivant la direction du courant.

Nous pouvons supposer que l'on ait tracé, dans le milieu conducteur, des surfaces équipotentielles; les lignes d'écoulement du courant sont partout normales à ces surfaces, et sa vitesse d'écoulement est proportionnelle au nombre des surfaces équipotentielles coupées par l'unité de longueur d'une ligne tracée dans la direction du courant.

Il semble donc que ce cas, d'un milieu conducteur traversé par un courant électrique, présente quelques points d'analogie avec celui d'un milieu diélectrique limité par ces corps électrisés.

Dans les deux cas, le milieu est divisé en couches par une série de surfaces équipotentielles; dans les deux cas, il existe un système de lignes normales en tout point à ces surfaces; dans l'un des cas, ces lignes sont appelées *lignes de courant* ou de *flux*; dans l'autre, on les appelle *lignes de force électrique* ou d'*induction électrique*.

On appelle *surface d'écoulement* toute surface constituée par un assemblage de ces lignes, tracées de tous les points d'une courbe donnée. Puisque les lignes qui définissent cette surface sont, en tout point, dirigées suivant le courant électrique, le courant ne traverse jamais cette surface; on peut donc la considérer, sans altérer aucunement l'état des choses, comme imperméable au courant.

Si la ligne dont émane l'ensemble des lignes d'écoulement

est une ligne qui revient sur elle-même, ou une courbe *fermée*, ou, plus simplement, un *anneau*. la surface de flux aura la forme d'un tube; on l'appelle alors *tube d'écoulement*. Deux sections quelconques d'un même tube d'écoulement se correspondent, dans le sens défini au n° 54, et les quantités d'électricité qui les traversent dans le même temps sont égales.

Nous rencontrons ici l'analogie de la loi de Faraday : que les quantités d'électricité réparties sur les aires correspondantes des surfaces conductrices opposées sont égales et opposées.

Faraday a fait un grand usage de cette analogie entre les phénomènes électrostatiques et ceux du courant électrique, ou, suivant son expression, entre l'induction dans les diélectriques et la conduction dans les conducteurs; il a démontré que, dans bien des cas, l'induction et la conduction sont des phénomènes connexes (*Exp. Res.*, 1320, 1326).

Nous devons nous rappeler, d'autre part, que le courant électrique ne peut être maintenu constant à travers un conducteur qui s'oppose à son passage que par une dépense continue d'énergie, tandis que l'induction, dans un milieu diélectrique, entre des corps opposément électrisés, peut être maintenue indéfiniment, sans autre dépense d'énergie que celle nécessaire pour produire l'électrisation primitive.

L'élément du temps intervient donc, dans la question de la conduction, autrement que dans celle de l'induction.

70. *Déplacement.* — Mais nous pouvons arriver à une représentation mentale plus parfaite de l'induction en la comparant, non pas à l'état instantané d'un courant, mais aux petits déplacements d'un milieu de densité invariable.

Revenons au cas d'un courant électrique à travers un corps conducteur, et supposons que le courant cesse après un temps très court. Si nous considérons une surface tracée dans le corps solide et coupant les tubes d'écoulement, une certaine quantité d'électricité aura passé d'un côté de la surface à l'autre, pendant la courte durée du courant. On appelle *déplacement électrique* ce passage de l'électricité à travers la surface, et le déplacement à travers une surface donnée est la quantité d'électricité qui la traverse. Dans le cas d'un courant

continu très court, le déplacement augmente continuellement tant que l'on maintient le courant, mais si le courant dure pendant un temps fini, le déplacement atteint bientôt sa valeur finale et reste ensuite constant.

Les lignes, les surfaces et les tubes d'écoulement du courant très court sont aussi les lignes, les surfaces et les tubes du déplacement. Les déplacements, à travers deux sections quelconques d'un même tube de déplacement, sont égaux.

Il existe, à l'origine de chaque tube-unité de déplacement, une unité d'électricité positive, et une unité d'électricité négative à l'autre extrémité.

En tout point du milieu, il existe un état de contrainte (*stress*), consistant en une tension dans la direction de la ligne de déplacement passant par ce point, accompagnée d'une pression dans toutes les directions perpendiculaires à cette ligne. La valeur numérique de la tension est égale à celle de la pression, ou au quotient du carré de l'intensité de la force électrique par 4π .

71. Nous pouvons, par la considération des propriétés des tubes d'induction et des surfaces équipotentiellles, démontrer facilement plusieurs théorèmes généraux importants de la théorie de l'électricité, dont l'établissement serait long et difficile par les anciennes méthodes.

Nous avons déjà établi les propriétés des tubes d'induction, mais nous croyons utile de les énoncer de nouveau pour la clarté de ce qui va suivre :

1° Si un tube d'induction est coupé par une surface imaginaire, la quantité d'électricité déplacée à travers une section du tube est la même, en quelque point du tube que l'on fasse cette section.

2° Les lignes de force électrostatique coupent les surfaces équipotentiellles à angles droits et vont des points de potentiels supérieurs vers ceux de potentiels inférieurs.

Ceci n'est vrai que si la distribution de la force électrique peut être représentée complètement par une série de surfaces équipotentiellles. Il en est toujours ainsi quand l'électricité est en équilibre; mais, lorsqu'il y a des courants électriques, bien que l'on puisse tracer, dans quelques parties du champ,

des séries de lignes équipotentiellles, il existe d'autres parties du champ où la distribution des forces électriques ne peut être représentée au moyen de pareilles surfaces. Un courant électrique est, en effet, toujours de la nature d'un circuit revenant sur lui-même, et qui ne peut, par conséquent, pas aller, en tous les points de sa course, des points de potentiels supérieurs à ceux de potentiels inférieurs.

72. On remarquera que nous avons employé, dans le premier des énoncés qui précèdent, le mot *tube d'induction*, et dans le second, l'expression *ligne de force électrostatique*. Dans un diélectrique fluide, tel que l'air, la ligne de force électrostatique a toujours la même direction que le tube d'induction et il peut sembler superflu de maintenir entre eux une distinction. Il se présente cependant d'autres cas, dans lesquels il est très important de se rappeler qu'un tube d'induction est défini en fonction du phénomène que nous avons appelé le *déplacement électrique*, tandis que les lignes de force sont définies en fonction de la force électrique. Dans les fluides, le déplacement électrique est toujours dirigé suivant la force électrique, mais il existe des corps solides pour lesquels il n'en est pas ainsi⁽¹⁾, et dans lesquels les tubes d'induction ne coïncident par conséquent pas, en direction, avec les lignes de force.

73. Il résulte de la proposition 1° du n° 71 que chaque tube d'induction commence en un lieu où se trouve une certaine quantité d'électricité positive et se termine en un lieu où se trouve une quantité égale d'électricité négative; que l'on peut réciproquement faire partir un tube d'induction de tout lieu où il existe de l'électricité positive, et que des tubes d'induction doivent aboutir partout où il y a de l'électricité négative.

74. Il résulte, de la deuxième proposition, que le potentiel, au commencement d'un tube d'induction, est plus élevé qu'à

(1) Voir les expériences de M. Boltzmann sur les cristaux du soufre (*Wiener Sitzungsberichte*, 9 janvier 1873).

son extrémité; d'où il suit qu'un tube ne peut pas se refermer sur lui-même, car, dans ce cas, un même point aurait deux potentiels différents, ce qui est impossible.

75. On peut, d'après cela, démontrer que, *si le potentiel est le même en tous les points d'une surface fermée, et s'il ne se trouve pas de corps électrisés à l'intérieur de cette surface, le potentiel, en un point quelconque de la région enveloppée par cette surface, est le même qu'à la surface.*

Car, s'il existait une différence de potentiel quelconque entre un point et un autre de cette région, il s'y trouverait des lignes de force allant des potentiels supérieurs aux potentiels inférieurs. Or nous avons vu que ces lignes ne peuvent pas se fermer; elles doivent donc avoir leurs extrémités à l'intérieur ou à l'extérieur de cette région. Mais aucune ligne de force ne peut se terminer à l'intérieur de la région, parce qu'il doit toujours y avoir de l'électrisation positive au commencement de la ligne de force et de l'électrisation négative à son extrémité, et qu'il n'existe, d'après l'hypothèse, aucune électrisation dans la région.

D'autre part, aucune ligne de force située dans la région ne pourrait avoir ses extrémités à l'extérieur, car elle devrait, dans ce cas, pénétrer dans la région en un point et en sortir par un autre, et, d'après la proposition 2^e du n° 71, le potentiel devrait être plus élevé au point d'entrée qu'au point de sortie, ce qui est contraire à l'hypothèse que le potentiel est le même en tous les points de la surface.

Il ne peut donc exister aucune ligne de force à l'intérieur de la région, d'où il résulte que le potentiel est, en tous les points de la région, le même qu'à sa surface.

76. Il résulte de ce théorème que, si la surface fermée est constituée par la surface intérieure d'un vase conducteur, et s'il n'y a pas de corps électrisé dans cette surface, il n'y a pas d'électrisation sur la surface intérieure: car, s'il y en avait, il y aurait des lignes de force allant des parties électrisées de la surface vers son intérieur, et nous avons démontré qu'il n'y a pas de lignes de force dans cette région.

Nous avons précédemment démontré ce fait expérimenta-

lement (n° 20); nous voyons maintenant qu'il est une conséquence nécessaire des propriétés des lignes de force.

Superposition des systèmes électriques.

77. Nous avons donné (n° 20) quelques exemples de la superposition des effets électriques; nous allons maintenant établir le principe de la superposition en termes plus précis:

Si l'on électrise un même système de trois manières différentes, et si le potentiel, en un point quelconque, est, dans le troisième cas, la somme des potentiels dans le premier et le deuxième cas, l'électrisation d'une partie quelconque du système sera, dans le troisième cas, la somme des électrisations de cette même partie dans le premier et le second cas.

En renversant le signe des électrisations et des potentiels dans l'un des trois cas, nous pouvons étendre ce principe au cas où le potentiel et l'électrisation sont, en tout point, égaux à l'excès de leur valeur dans le premier cas sur leur valeur dans le second.

78. *Théorème de Thomson.* — Nous pouvons maintenant établir un théorème de la plus haute importance dans la théorie de l'électricité:

Si le champ électrique considéré consiste en une partie finie d'un milieu diélectrique et si le potentiel est donné en chacun des points de la limite de cette région, ainsi que la distribution de l'électrisation dans son intérieur, le potentiel, en un point quelconque de l'intérieur de la région, ne peut avoir qu'une seule et unique valeur conciliable avec ces données.

Une valeur, au moins, du potentiel doit être possible, car les conditions du théorème sont physiquement réalisables. D'autre part, si l'on pouvait attribuer successivement, à un point quelconque, deux valeurs différentes du potentiel, on pourrait, en prenant l'excès de la première valeur sur la seconde, pour tous les points du système, réaliser un troisième cas, dans lequel le potentiel serait partout égal à l'excès de

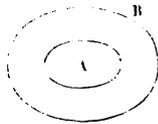
sa valeur dans le premier cas sur sa valeur dans le second. A la limite de la région, le potentiel serait, dans le troisième cas, partout égal à zéro, d'après l'hypothèse, et il en serait de même de l'électrisation à l'intérieur de la région; donc, d'après le n° 75, le potentiel serait aussi partout égal à zéro, dans le troisième cas.

Il n'y a donc pas de différence entre la distribution du potentiel dans le premier et le second cas, ou, en d'autres termes, le potentiel, en chacun des points à l'intérieur de la région, ne peut avoir qu'une seule valeur.

Si donc nous trouvons, dans un cas quelconque, une distribution du potentiel satisfaisant aux conditions posées, nous sommes assurés, d'après ce théorème, que cette distribution est la seule solution possible du problème : de là, l'importance de ce théorème dans la théorie de l'électricité.

79. Soient, par exemple, A (*fig. 18*) un corps électrisé, et B l'une des surfaces équipotentielles qui l'entourent; désignons

Fig. 18.



par P le potentiel de la surface B, et supposons un corps conducteur tel que sa surface extérieure, électrisée au potentiel P, coïncide avec la surface fermée B.

L'état de la région à l'extérieur de B restera le même que lorsqu'elle était soumise à la seule influence de A, car le potentiel de la surface qui limite cette région est, comme auparavant, égal à P, et l'état des corps électrisés à l'extérieur de B ne varie pas.

Les conditions du problème *admettent* donc que le potentiel de tous les points à l'extérieur de B reste le même qu'auparavant : donc, d'après notre théorème, le potentiel de tous les points à l'extérieur de B *doit* rester invariable lorsqu'on remplace le corps A par une surface conductrice B, portée au potentiel P.

80. La charge, en tout point de la surface d'un conducteur, est de même signe que son potentiel, à moins qu'il ne se trouve, dans le champ, un autre corps dont le potentiel soit de même signe, mais numériquement plus grand.

Supposons, en effet, que le potentiel du corps soit positif; dans ce cas, s'il existe, en une partie quelconque de sa surface, de l'électricité négative, des lignes de force devront se terminer en ces parties, et commencer à des surfaces électrisées à un potentiel supérieur à celui du corps. Donc, s'il n'y a pas d'autre corps à potentiel plus élevé que celui du corps donné, aucune partie de ce corps ne peut être chargée d'électricité négative.

Si l'on place un conducteur non isolé dans le même champ que le conducteur chargé, la charge, en chaque point de la surface du conducteur non isolé, est de signe opposé à celle du conducteur chargé.

Car, puisque le potentiel du corps non isolé est nul, il ne peut exister de ligne de force entre ce corps et les murailles de la salle ou l'espace infini, de potentiel toujours égal à zéro.

Les lignes de force dont l'une des extrémités touche à ce corps devront donc avoir leur autre extrémité en quelque point du corps chargé, et, puisque les deux extrémités d'une ligne sont opposément électrisées, l'électrisation de la surface du corps non isolé doit être partout contraire à celle du corps chargé.

Dans cette expérience, le corps chargé est appelé *l'inducteur* et l'autre le *corps induit*.

Lorsque le corps induit n'est pas isolé, l'électricité se répand sur toute sa surface et se trouve, comme nous venons de le démontrer, de signe contraire à celle de l'inducteur.

La charge totale E_A du corps induit A peut se déterminer en multipliant le potentiel P_B du corps inducteur B par le coefficient mutuel d'induction entre les corps, Q_{AB} , qui est toujours une quantité négative.

Quelques auteurs désignent cette électrisation induite sur un corps non isolé sous le nom d'*électrisation induite de la première espèce*.

Puisque le potentiel de A est toujours nul, il est manifeste

que l'on n'obtiendra pas de décharge en le touchant avec un fil fin relié à la terre.

Supposons maintenant que le corps A soit, au contraire, isolé, mais primitivement sans charge; sous l'action de l'inducteur B, une partie de sa surface, du côté le plus proche de B, s'électrisera contrairement à B; mais, puisque la somme algébrique de ses électrisations est nulle, il faudra que quelque autre partie de sa surface s'électrise semblablement à B.

Cette électrisation, de même nom que celle de B, est appelée, par les électriciens, *électrisation induite de la seconde espèce*. Si l'on relie une partie quelconque de la surface de A à la terre, au moyen d'un fil, il se déchargera de l'électricité de même nom que celle de B, en quantité égale et opposée à la charge négative, de première espèce, qui reste sur le corps A, actuellement ramené au potentiel zéro.

Afin de nous faire une idée plus claire de la distribution de l'électricité à la surface de A, dans différentes conditions, supposons d'abord que le potentiel de A soit nul, et celui de B égal à l'unité. Désignons par $-\tau_1$ la densité superficielle de l'électricité (*surface density*) en un point P de la surface de A, et par $-q_{AB}$ la charge totale de A; les symboles de ces deux quantités sont affectés du signe $-$, parce qu'elles sont elles-mêmes toujours négatives.

La charge de B est, dans ce cas, représentée par q_B .

Supposons ensuite que le potentiel de A soit égal à l'unité et celui de B à zéro; désignons par τ_2 la densité superficielle au point P, et par q_A la charge totale sur A.

Ces quantités sont, toutes deux, essentiellement positives et l'on appelle q_A la *capacité* de A; leurs valeurs croissent toutes deux, par le fait de la présence de B dans le champ.

Supposons maintenant que les potentiels de A et de B soient respectivement P_A et P_B ; la densité superficielle au point P est alors

$$\sigma = P_A \tau_2 - P_B \tau_1,$$

la charge de A,

$$E_A = P_A q_A - P_B q_{AB},$$

et celle de B,

$$E_B = P_B q_B - P_A q_{AB}.$$

(Voir le n° 39.)

Si A se trouve isolé et sans charge, $E_A = 0$, d'où

$$P_A = P_B \frac{q_{AB}}{q_A},$$

et, pour la densité superficielle σ en P,

$$\sigma = \frac{P_B}{q_A} (q_{AB} \tau_2 - q_A \tau_1).$$

Sur la région de la surface de A située près de B, σ sera de signe contraire à P_B ; sur la région tournée de l'autre côté de B, elle sera de même signe que P_B . La limite entre ces deux régions forme ce que l'on appelle une *ligne neutre*, dont la forme et la position dépendent de la forme et de la position de A et de B.

PREMIER TEXTE DE POINCARÉ EXTRAIT DE

(pp. V à XIX)

COURS DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS
PUBLIÉS PAR L'ASSOCIATION AMICALE DES ÉLÈVES ET ANCIENS ÉLÈVES
DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

COURS DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE

ÉLECTRICITÉ ET OPTIQUE

I

LES THÉORIES DE MAXWELL
ET LA THÉORIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE LA LUMIÈRE

Leçons professées pendant le second semestre 1888-89

PAR H. POINCARÉ, MEMBRE DE L'INSTITUT

Rédigées par J. BLONDIN, agrégé de l'Université

PARIS

GEORGES CARRÉ, ÉDITEUR

58, RUE SAINT-ANDRÉ-DES-ARTS, 58

—
1890

INTRODUCTION

La première fois qu'un lecteur français ouvre le livre de Maxwell, un sentiment de malaise, et souvent même de défiance se mêle d'abord à son admiration. Ce n'est qu'après un commerce prolongé et au prix de beaucoup d'efforts, que ce sentiment se dissipe. Quelques esprits éminents le conservent même toujours.

Pourquoi les idées du savant anglais ont-elles tant de peine à s'acclimater chez nous ? C'est sans doute que l'éducation reçue par la plupart des Français éclairés les dispose à goûter la précision et la logique avant toute autre qualité.

Les anciennes théories de la physique mathématique nous donnaient à cet égard une satisfaction complète. Tous nos maîtres, depuis Laplace jusqu'à Cauchy ont procédé de la même manière. Partant d'hypothèses nettement énoncées, ils en ont déduit

ÉLECTRICITÉ ET OPTIQUE.

VI

INTRODUCTION

toutes les conséquences avec une rigueur mathématique, et les ont comparées ensuite avec l'expérience. Ils semblent vouloir donner à chacune des branches de la physique la même précision qu'à la Mécanique Céleste.

Pour un esprit accoutumé à admirer de tels modèles, une théorie est difficilement satisfaisante. Non seulement il n'y tolérera pas la moindre apparence de contradiction, mais il exigera que les diverses parties en soient logiquement reliées les unes aux autres et que le nombre des hypothèses distinctes soit réduit au minimum.

Ce n'est pas tout, il aura encore d'autres exigences qui me paraissent moins raisonnables. Derrière la matière qu'atteignent nos sens et que l'expérience nous fait connaître, il voudra voir une autre matière, la seule véritable à ses yeux, qui n'aura plus que des qualités purement géométriques et dont les atomes ne seront plus que des points mathématiques soumis aux seules lois de la Dynamique. Et pourtant ces atomes indivisibles et sans couleur, il cherchera, par une inconsciente contradiction, à se les représenter et par conséquent à les rapprocher le plus possible de la matière vulgaire.

C'est alors seulement qu'il sera pleinement satisfait et s'imaginera avoir pénétré le secret de l'Uni-

vers. Si cette satisfaction est trompeuse, il n'en est pas moins pénible d'y renoncer.

Ainsi, en ouvrant Maxwell, un Français s'attend à y trouver un ensemble théorique aussi logique et aussi précis que l'Optique physique fondée sur l'hypothèse de l'éther ; il se prépare ainsi une déception que je voudrais éviter au lecteur en l'avertissant tout de suite de ce qu'il doit chercher dans Maxwell et de ce qu'il n'y saurait trouver.

Maxwell ne donne pas une explication mécanique de l'électricité et du magnétisme ; il se borne à démontrer que cette explication est possible.

Il montre également que les phénomènes optiques ne sont qu'un cas particulier des phénomènes électromagnétiques. De toute théorie de l'électricité, on pourra donc déduire immédiatement une théorie de la lumière.

La réciproque n'est malheureusement pas vraie ; d'une explication complète de la lumière, il n'est pas toujours aisé de tirer une explication complète des phénomènes électriques. Cela n'est pas facile, en particulier, si l'on veut partir de la théorie de Fresnel : cela ne serait sans doute pas impossible ; mais on n'en arrive pas moins à se demander si l'on ne va pas être forcé de renoncer à d'admirables résultats que l'on croyait définitivement acquis. Cela semble un

pas en arrière ; et beaucoup de bons esprits ne veulent pas s'y résigner.

Quand le lecteur aura consenti à borner ainsi ses espérances, il se heurtera encore à d'autres difficultés : le savant anglais ne cherche pas à construire un édifice unique, définitif et bien ordonné, il semble plutôt qu'il élève un grand nombre de constructions provisoires et indépendantes, entre lesquelles les communications sont difficiles et quelquefois impossibles.

Prenons comme exemple le chapitre où l'on explique les attractions électrostatiques par des pressions et des tensions qui régneraient dans le milieu diélectrique. Ce chapitre pourrait être supprimé sans que le reste du volume en devint moins clair et moins complet, et d'un autre côté il contient une théorie qui se suffit à elle-même et on pourrait le comprendre sans avoir lu une seule des lignes qui précèdent ou qui suivent. Mais il n'est pas seulement indépendant du reste de l'ouvrage : il est difficile de le concilier avec les idées fondamentales du livre, ainsi que le montrera plus loin une discussion approfondie : Maxwell ne tente même pas cette conciliation, il se borne à dire : I have not been able to make the next step, namely, to account by mechanical consi-

derations for these stresses in the dielectric (2^e édition, tome I, page 154).

Cet exemple suffira pour faire comprendre ma pensée ; je pourrais en citer beaucoup d'autres. Ainsi, qui se douterait, en lisant les pages consacrées à la polarisation rotatoire magnétique qu'il y a identité entre les phénomènes optiques et magnétiques ?

On ne doit donc pas se flatter d'éviter toute contradiction ; mais il faut en prendre son parti. Deux théories contradictoires peuvent en effet, pourvu qu'on ne les mêle pas, et qu'on n'y cherche pas le fond des choses, être toutes deux d'utiles instruments de recherches, et peut-être la lecture de Maxwell serait-elle moins suggestive s'il ne nous avait pas ouvert tant de voies nouvelles divergentes.

Mais l'idée fondamentale se trouve de la sorte un peu masquée. Elle l'est si bien, que dans la plupart des ouvrages de vulgarisation, elle est le seul point qui soit complètement laissé de côté.

Je crois donc devoir, pour en mieux faire ressortir l'importance, expliquer dans cette introduction en quoi consiste cette idée fondamentale.

Dans tout phénomène physique, il y a un certain nombre de paramètres que l'expérience atteint directement et qu'elle permet de mesurer.

Je les appelle

$$q_1, q_2, \dots, q_n.$$

L'observation nous fait connaître ensuite les lois des variations de ces paramètres et ces lois peuvent généralement se mettre sous la forme d'équations différentielles qui lient entre eux les q et le temps.

Que faut-il faire pour donner une interprétation mécanique d'un pareil phénomène ?

On cherchera à l'expliquer soit par les mouvements de la matière ordinaire, soit par ceux d'un ou plusieurs fluides hypothétiques.

Ces fluides seront considérés comme formés d'un très grand nombre de molécules isolées ; soient m_1, m_2, \dots, m_p les masses de ces molécules ; soient x_i, y_i, z_i les coordonnées de la molécule m_i .

On devra de plus supposer qu'il y a conservation de l'énergie, et par conséquent qu'il existe une certaine fonction $-U$ des $3p$ coordonnées x_i, y_i, z_i , qui joue le rôle de fonction des forces. Les $3p$ équations du mouvement s'écriront alors :

$$(1) \quad \begin{aligned} m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= - \frac{dU}{dx_i} \\ m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= - \frac{dU}{dy_i} \\ m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} &= - \frac{dU}{dz_i} \end{aligned}$$

L'énergie cinétique du système est égale à :

$$T = \frac{1}{2} \sum m_i (x_i'^2 + y_i'^2 + z_i'^2).$$

L'énergie potentielle est égale à U et l'équation qui exprime la conservation de l'énergie s'écrit :

$$T + U = \text{const.}$$

On aura donc une explication mécanique complète du phénomène, quand on connaîtra d'une part la fonction des forces — U et que d'autre part on saura exprimer les $3p$ coordonnées x_i, y_i, z_i à l'aide de n paramètres q .

Si nous remplaçons ces coordonnées par leurs expressions en fonctions des q , les équations (1) prendront une autre forme. L'énergie potentielle U deviendra une fonction des q ; quant à l'énergie cinétique T, elle dépendra non seulement des q , mais de leurs dérivées q' et elle sera homogène et du second degré par rapport à ces dérivées. Les lois du mouvement seront alors exprimées par les équations de Lagrange :

$$(2) \quad \frac{d}{dt} \frac{dT}{dq_k'} - \frac{dT}{dq_k} + \frac{dU}{dq_k} = 0.$$

Si la théorie est bonne, ces équations (2) devront

être identiques aux lois expérimentales directement observées.

Ainsi pour qu'une explication mécanique d'un phénomène soit possible, il faut qu'on puisse trouver deux fonctions U et T, dépendant, la première des paramètres q seulement, la seconde de ces paramètres et de leurs dérivées ; que T soit homogène du deuxième ordre par rapport à ces dérivées et que les équations différentielles déduites de l'expérience puissent se mettre sous la forme (2).

La réciproque est vraie ; toutes les fois qu'on pourra trouver ces deux fonctions T et U, on sera certain que le phénomène est susceptible d'une explication mécanique.

Soient en effet U (q_1, \dots, q_n), T ($q_1, q_2, \dots, q_n, q_1', \dots, q_n'$), ou plus simplement U (q_k), T (q_k, q_k'), ces deux fonctions.

Que reste-t-il à faire pour obtenir l'explication complète ?

Il reste à trouver p constantes m_1, \dots, m_p ; et $3p$ fonctions des q :

$$z_i(q_1, q_2, \dots, q_n), \quad \dot{z}_i(q_1, q_2, \dots, q_n), \quad y_i(q_1, q_2, \dots, q_n)$$

où

$$i = 1, 2, \dots, p$$

ou plus brièvement

$$\varphi_i(q_k), \quad \psi_i(q_k), \quad \theta_i(q_k)$$

que l'on puisse considérer comme les masses et les coordonnées

$$x_i = \varphi_i, \quad y_i = \psi_i, \quad z_i = \theta_i$$

des p molécules du système.

Pour cela ces fonctions devront satisfaire à la condition suivante; on devra avoir identiquement:

$$T(q'_k, q_k) = \frac{1}{2} \sum m_i (x_i'^2 + y_i'^2 + z_i'^2) = \frac{1}{2} \sum m_i (\varphi_i'^2 + \psi_i'^2 + \theta_i'^2)$$

où :

$$z_i' = q_1' \frac{d\varphi_i}{dq_1} + q_2' \frac{d\varphi_i}{dq_2} + \dots + q_n' \frac{d\varphi_i}{dq_n}, \text{ etc.}$$

Comme le nombre p peut être pris aussi grand que l'on veut, on peut toujours satisfaire à cette condition, et cela d'une infinité de manières.

Ainsi dès que les fonctions $U(q_i)$, $T(q'_i, q_i)$ existent,

on peut trouver une infinité d'explications mécaniques du phénomène.

Si donc un phénomène comporte une explication mécanique complète, il en comportera une infinité d'autres qui rendront également bien compte de toutes les particularités révélées par l'expérience.

Ce qui précède est confirmé par l'histoire de toutes les parties de la physique; en Optique par exemple, Fresnel croit la vibration perpendiculaire au plan de polarisation; Neumann la regarde comme parallèle à ce plan. On a cherché longtemps un « *experimentum crucis* » qui permit de décider entre ces deux théories et on n'a pu la trouver.

De même, sans sortir du domaine de l'électricité, nous pouvons constater que la théorie des deux fluides et celle du fluide unique rendent toutes deux compte d'une façon également satisfaisante de toutes les lois observées en électrostatique.

Tous ces faits s'expliquent aisément grâce aux propriétés des équations de Lagrange que je viens de rappeler.

Il est facile de comprendre maintenant quelle est l'idée fondamentale de Maxwell.

Pour démontrer la possibilité d'une explication mécanique de l'électricité, nous n'avons pas à nous

préoccuper de trouver cette explication elle-même, il nous suffit de connaître l'expression des deux fonctions T et U qui sont les deux parties de l'énergie, de former avec ces deux fonctions les équations de Lagrange et de comparer ensuite ces équations avec les lois expérimentales.

Entre toutes ces explications possibles, comment faire un choix pour lequel le secours de l'expérience nous fait défaut ? Un jour viendra peut-être où les physiciens se désintéresseront de ces questions, inaccessible aux méthodes positives et les abandonneront aux métaphysiciens. Ce jour n'est pas venu ; l'homme ne se résigne pas si aisément à ignorer éternellement le fond des choses.

Notre choix ne peut donc plus être guidé que par des considérations où la part de l'appréciation personnelle est très grande ; il y a cependant des solutions que tout le monde rejettera à cause de leur bizarrerie et d'autres que tout le monde préférera à cause de leur simplicité.

En ce qui concerne l'électricité et le magnétisme, Maxwell s'abstient de faire aucun choix. Ce n'est pas qu'il dédaigne systématiquement tout ce que ne peuvent atteindre les méthodes positives ; le temps qu'il a consacré à la théorie cinétique des gaz en fait suffisamment foi. J'ajouterai que si dans son grand

ouvrage, il ne développe aucune explication complète, il avait antérieurement tenté d'en donner une dans un article du *Philosophical Magazine*. L'étrangeté et la complication des hypothèses qu'il avait été obligé de faire, l'avaient amené ensuite à y renoncer.

Le même esprit se retrouve dans tout l'ouvrage. Ce qu'il y a d'essentiel, c'est-à-dire ce qui doit rester commun à toutes les théories est mis en lumière ; tout ce qui ne conviendrait qu'à une théorie particulière est presque toujours passé sous silence. Le lecteur se trouve ainsi en présence d'une forme presque vide de matière qu'il est d'abord tenté de prendre pour une ombre fugitive et insaisissable. Mais les efforts auxquels il est ainsi condamné le forcent à penser et il finit par comprendre ce qu'il y avait souvent d'un peu artificiel dans les ensembles théoriques qu'il admirait autrefois.

C'est en électrostatique que ma tâche a été le plus difficile ; c'est là surtout en effet que la précision fait défaut. Un des savants français qui ont le plus appre-

fondi l'œuvre de Maxwell me disait un jour : « Je comprends tout dans son livre, excepté ce que c'est qu'une boule électrisée. » Aussi ai-je cru devoir insister assez longuement sur cette partie de la science. Je ne voulais pas conserver à la définition du déplacement électrique cette sorte d'indétermination qui est la cause de toutes ses obscurités ; je ne voulais pas non plus, en précisant la pensée de l'auteur, la dépasser et par conséquent la trahir.

J'ai pris le parti d'exposer successivement deux théories complètes, mais entièrement différentes. J'espère que le lecteur distinguera ainsi sans peine ce qu'il y a de commun à ces deux théories et par conséquent ce qu'elles contiennent d'essentiel. Il sera averti en outre qu'aucune des deux ne représente le fond des choses. Dans la première j'admets l'existence de deux fluides, électricité et fluide inducteur, qui peuvent être aussi utiles que les deux fluides de Coulomb, mais qui n'ont pas plus de réalité objective. De même l'hypothèse de la constitution cellulaire des diélectriques, n'est destinée qu'à faire mieux comprendre l'idée de Maxwell en la rapprochant des idées qui nous sont plus familières. En agissant ainsi, je n'ajoute rien à la pensée de l'auteur anglais et je n'en retranche rien non plus ; car il importe d'observer que Maxwell n'a jamais regardé « what we may call

an electric displacement » comme un véritable mouvement d'une véritable matière.

Je suis très reconnaissant à M. Blondin qui a bien voulu recueillir et rédiger les leçons que j'ai professées pendant le semestre d'été de 1888, ainsi qu'il l'avait déjà fait pour celles que j'avais consacrées à l'optique physique.

Sa tâche a été cette fois plus difficile. La science a marché avec une rapidité que rien ne permettait de prévoir au moment où j'ai ouvert ce cours. Depuis cette époque la théorie de Maxwell a reçu, d'une manière éclatante, la confirmation expérimentale qui lui manquait. Je n'avais pu exposer dans mes leçons que les premières expériences de Rontgen et de Hertz, auxquelles les conquêtes plus récentes et plus complètes de ce dernier savant ont enlevé beaucoup d'intérêt. M. Blondin a donc dû remanier et étendre considérablement cette partie du cours.

Le chapitre XIII où sont exposées ces diverses tentatives de vérification expérimentale, est entièrement son œuvre personnelle.

J'ai cru toutefois qu'il convenait de renvoyer à un autre ouvrage les quelques pages qu'il avait rédigées au sujet des expériences de Hertz. Cet ouvrage où seront reproduites les leçons que j'ai professées en 1890 aura pour objet non seulement les théories électrodynamiques de Helmholtz, mais aussi la discussion mathématique des expériences de Hertz et paraîtra très prochainement. Il est donc préférable d'en rapprocher la description succincte des expériences.

DEUXIÈME TEXTE DE POINCARÉ EXTRAIT DE

(pp. 7 à 14)

SCIENTIA
Février 1904

PHYS.-MATHÉMATIQUE
n° 23

LA
THÉORIE DE MAXWELL
ET LES
OSCILLATIONS HERTZIENNES

LA TÉLÉGRAPHIE SANS FIL

PAR
H. POINCARÉ

LA THÉORIE DE MAXWELL

ET

LES OSCILLATIONS HERTZIENNES

LA TÉLÉGRAPHIE SANS FIL

CHAPITRE PREMIER

GÉNÉRALITÉS SUR LES PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES

1. **Tentatives d'explication mécanique.** — Donner des phénomènes électriques une explication mécanique complète, réduisant les lois de la physique aux principes fondamentaux de la dynamique, c'est là un problème qui a tenté bien des chercheurs. N'est-ce pas cependant une question un peu oiseuse et où nos forces se consumeraient en pure perte ?

Si elle ne comportait qu'une seule solution, la possession de cette solution unique, qui serait la vérité, ne saurait être payée trop cher. Mais il n'en est pas ainsi : on arriverait sans doute à inventer un mécanisme donnant une imitation plus ou moins parfaite des phénomènes électrostatiques et électrodynamiques. Mais, si l'on peut en imaginer un, on pourra en imaginer une infinité d'autres.

Il ne semble pas d'ailleurs qu'aucun d'entre eux s'impose jusqu'ici à notre choix par sa simplicité. Dès lors, on ne voit pas bien pourquoi l'un d'eux nous ferait, mieux que les autres, pénétrer le secret de la nature. Il en résulte que tous ceux que l'on peut proposer ont je ne sais quel caractère artificiel qui répugne à la raison.

L'un des plus complets avait été développé par Maxwell, à une époque où ses idées n'avaient pas encore pris leur forme définitive. La structure compliquée qu'il attribuait à l'éther rendait son système bizarre et rébarbatif ; on aurait cru lire la description d'une usine avec des engrenages, des bielles transmettant le mouve-

ment et fléchissant sous l'effort, des régulateurs à boules et des courroies.

Quel que soit le goût des Anglais pour ce genre de conceptions dont ils aiment l'apparence concrète, Maxwell fut le premier à abandonner cette théorie saugrenue qui ne figure pas dans ses œuvres complètes. On ne doit pas regretter cependant que sa pensée ait suivi ce chemin détourné, puisqu'elle a été ainsi conduite aux plus grandes découvertes.

En suivant la même voie, il ne semble pas qu'on puisse faire beaucoup mieux. Mais s'il est oiseux de chercher à se représenter dans tous ses détails le mécanisme des phénomènes électriques, il est très important au contraire de montrer que ces phénomènes obéissent aux lois générales de la mécanique.

Ces lois, en effet, sont indépendantes du mécanisme particulier auquel elles s'appliquent. Elles doivent se retrouver invariables à travers la diversité des apparences. Si les phénomènes électriques y échappaient, on devrait renoncer à tout espoir d'explication mécanique. S'ils y obéissent, la possibilité de cette explication est certaine, et on n'est arrêté que par la difficulté de choisir entre toutes les solutions que le problème comporte.

Mais comment nous assurons-nous, sans déployer tout l'appareil de l'analyse mathématique, de la conformité des lois de l'électrostatique et de l'électrodynamique avec les principes de la dynamique ?

C'est par une série de comparaisons ; quand nous voudrions analyser un phénomène électrique, nous prendrions un ou deux phénomènes mécaniques bien connus et nous chercherons à mettre en évidence leur parfait parallélisme. Ce parallélisme nous sera ainsi un garant suffisant de la possibilité d'une explication mécanique.

L'emploi de l'analyse mathématique ne servirait qu'à montrer que ces comparaisons ne sont pas seulement de grossiers rapprochements, mais qu'elles se poursuivent jusque dans les détails les plus précis. Les limites de cet ouvrage ne me permettront pas d'aller aussi loin, et je devrai me borner à une comparaison pour ainsi dire qualitative.

2. **Phénomènes électrostatiques.** — Pour charger un condensateur, il faut toujours dépenser du travail, du travail mécanique si l'on fait tourner une machine statique ou si l'on se sert d'une dynamo, de l'énergie chimique si on charge avec une pile.

Mais l'énergie ainsi dépensée n'est pas perdue, elle est emmagasinée dans le condensateur qui peut la restituer à la décharge. Elle sera restituée sous forme de chaleur, si l'on réunit simplement les deux armatures par un fil qui est échauffé par le courant de décharge; elle pourrait l'être aussi sous forme de travail mécanique, si ce courant de décharge actionnait un petit moteur électrique.

De même, pour élever de l'eau dans un réservoir, il faut dépenser du travail; mais ce travail peut être restitué si, par exemple, l'eau du réservoir sert à faire tourner une roue hydraulique.

Si deux conducteurs chargés sont au même potentiel, et qu'on les mette en communication par un fil, l'équilibre ne sera pas troublé; mais si les potentiels initiaux sont différents, un courant circulera dans le fil d'un conducteur à l'autre, jusqu'à ce que l'égalité de potentiel soit rétablie.

De même, si dans deux réservoirs, l'eau monte à des niveaux différents, et si on les fait communiquer par un tuyau, l'eau coulera de l'un à l'autre jusqu'à ce que le niveau soit le même dans les deux réservoirs.

Le parallélisme est donc complet: le potentiel d'un condensateur correspond au niveau d'eau dans un réservoir, la charge du condensateur à la masse d'eau contenue dans le réservoir.

Si la section horizontale du réservoir est par exemple 100 mètres carrés, il faudra 1 mètre cube d'eau pour faire monter le niveau d'un centimètre. Il en faudra deux fois plus si la section est deux fois plus grande. Cette section horizontale correspond donc à ce qu'on appelle la *capacité* du condensateur.

Comment interpréter dans cette manière de voir les attractions et répulsions qui s'exercent entre les corps électrisés?

Ces actions mécaniques tendent à diminuer les différences de potentiel. Si on les vainc, et qu'on éloigne par exemple deux corps qui s'attirent, on dépense du travail, on emmagasine de l'énergie électrique et on accroît les différences de potentiel. Si, au contraire, on laisse les conducteurs libres d'obéir à leur attraction mutuelle, l'énergie électrique ainsi emmagasinée est en partie restituée sous forme de travail mécanique, et les potentiels tendent à s'égaliser.

Ces actions mécaniques correspondraient ainsi aux pressions que l'eau, amassée dans les réservoirs, exerce sur leurs parois. Supposons, par exemple, que nos deux réservoirs soient réunis

par un tube cylindrique horizontal de large section, et que dans ce tube se meuve un piston. Quand on poussera le piston de façon à refouler l'eau dans celui des réservoirs où le niveau est le plus élevé, on dépensera du travail; si on laisse au contraire le piston obéir aux pressions qui s'exercent sur ses deux faces, il se déplacera de telle sorte que les niveaux tendent à s'égaliser, et l'énergie emmagasinée dans les réservoirs sera en partie restituée.

Cette comparaison hydraulique est la plus commode et la plus complète; ce n'est pas la seule possible; nous pouvons, par exemple, comparer le travail dépensé pour charger un condensateur à celui qu'on emploie pour élever un poids ou pour bander un ressort. Cette dépense d'énergie sera récupérée quand on laissera ce poids redescendre ou ce ressort se débander, comme quand on laissera les deux armatures du condensateur obéir à leur attraction mutuelle.

Nous nous servirons dans la suite des trois comparaisons.

3. Résistance des conducteurs. — Mettons nos deux réservoirs en communication par un tube horizontal, long et de section étroite. L'eau s'écoulera lentement par ce tube, et le débit sera d'autant plus grand que la différence de niveau sera plus grande, la section plus large, le tube plus court. En d'autres termes, la résistance du tube qui est due aux frottements internes, croîtra avec sa longueur et décroîtra quand la section augmentera.

Joignons de même deux conducteurs par un fil métallique long et mince. L'intensité du courant, c'est-à-dire le débit d'électricité, croîtra avec la différence des deux potentiels, avec la section du fil, et sera au contraire en raison inverse de sa longueur.

La résistance électrique d'un fil est donc assimilable à la résistance hydraulique de notre tube; c'est un véritable frottement. La similitude est d'autant plus complète que cette résistance échauffe le fil et produit de la chaleur comme le frottement.

Elle devient frappante dans l'expérience bien connue de Foucault; qu'on fasse tourner un disque de cuivre dans un champ magnétique, on aura à surmonter une résistance considérable, et le disque s'échauffera; tout se passera comme si ce disque frottait contre quelque frein invisible.

4. Induction. — Quand deux fils sont voisins l'un de l'autre et que le premier est parcouru par un courant variable, il se produit dans le second des courants connus sous le nom de courants

d'induction. Si le courant primaire est croissant, le courant secondaire est de sens opposé au primaire; il est de même sens, si le primaire est décroissant. C'est là ce qu'on appelle l'*induction mutuelle*.

Mais ce n'est pas tout : un courant variable produira des forces électromotrices d'induction dans le fil même qu'il parcourt. Cette force sera résistante si le courant est croissant, elle tendra à renforcer le courant s'il est décroissant : c'est ce qu'on nomme la *self-induction*.

Dans notre comparaison, la self-induction s'explique aisément. Il semble que, pour mettre l'électricité en mouvement, on ait à surmonter une résistance contre-électromotrice; mais qu'une fois le mouvement commencé, il tende à se continuer de lui-même. *La self-induction est donc une sorte d'inertie.*

De même, il faut surmonter une résistance pour faire démarrer un véhicule, et, une fois lancé il continue de lui-même son mouvement.

En résumé, un courant peut avoir à surmonter :

- 1° La résistance ohmique du fil (qui existe toujours et s'oppose toujours au courant);
- 2° La self-induction, si le courant est variable;
- 3° Des forces contre-électromotrices d'origine électrostatique, s'il y a des charges électriques dans le voisinage du fil ou sur le fil.

Ces deux dernières résistances peuvent d'ailleurs devenir négatives et tendre à renforcer le courant.

Comparons avec les résistances que rencontre un véhicule qui se meut sur une route :

- 1° La résistance ohmique, nous l'avons vu, est analogue au frottement;
- 2° La self-induction correspond à l'inertie du véhicule;
- 3° Enfin les forces d'origine électrostatique correspondraient à la pesanteur, qu'il faut vaincre dans les montées et qui devient une aide dans les descentes.

Pour l'induction mutuelle, les choses sont un peu plus compliquées. Figurons-nous une sphère S d'une masse considérable; cette sphère porte deux longs bras diamétralement opposés, et aux extrémités de ces deux bras sont de petites sphères s_1 et s_2 ; le tout se comportant comme un seul corps solide.

S représentera l'éther, s_1 le courant primaire, s_2 le courant secondaire.

Si nous cherchons à mettre en mouvement la petite sphère s_1 ,

nous pourrions le faire sans trop de peine; mais la sphère S ne s'ébranlera pas si facilement; dans les premiers moments, elle restera immobile. Tout le système tournera autour de S, et la sphère s_2 prendra un mouvement contraire à celui de s_1 .

C'est là l'image de l'induction mutuelle. Les sphères s_1 et s_2 correspondent aux deux conducteurs; la sphère S qu'il faut se représenter comme invisible, c'est l'éther qui les entoure. Quand le mouvement de s_1 s'accélère, s_2 prend un mouvement de direction opposée; de même quand le courant primaire s'accélère, il se produit un courant secondaire de sens contraire.

Poursuivons la comparaison. Je suppose que s_1 et s_2 aient à surmonter, pour se mouvoir, un certain frottement (c'est la résistance ohmique des deux conducteurs); au contraire S n'a d'autre résistance à vaincre que son inertie. Supposons que la force motrice continue à agir sur s_1 : le régime finira par s'établir: la sphère s_1 se mouvra d'un mouvement uniforme, entraînant S qui, une fois en mouvement, n'oppose plus de résistance. Au contraire s_2 , par l'effet du frottement, s'arrêtera, et tout le système tournera autour de s_2 . Le courant primaire est devenu constant, le courant secondaire a cessé.

Enfin la force motrice cesse d'agir sur s_1 : par suite du frottement son mouvement va se ralentir. Mais S, en vertu de son énorme inertie, continue son mouvement entraînant s_2 qui prend une vitesse de même sens que celle de s_1 . Le courant primaire diminue, le courant induit est de même sens que le primaire.

Dans cette image, S représente l'éther qui entoure les deux fils: c'est l'inertie de cet éther qui produit les phénomènes d'induction mutuelle. Il en est de même dans le cas de la self-induction. L'inertie qu'il faut vaincre pour produire un courant dans un fil, ce n'est pas celle de l'éther qui pénètre ce fil, c'est celle de l'éther qui l'entoure.

5. **Attractions électrodynamiques.** — J'ai cherché plus haut à faire comprendre, par une comparaison, l'explication des attractions électrostatiques et des phénomènes d'induction; voyons maintenant quelle idée se fait Maxwell de la cause qui produit les attractions mutuelles de courants.

Tandis que les attractions électrostatiques seraient dues à la tension d'une multitude de petits ressorts, ou, en d'autres termes, à l'élasticité de l'éther, ce seraient la force vive et l'inertie de ce

fluide qui produiraient les phénomènes d'induction et les actions électrodynamiques.

Le calcul complet est beaucoup trop long pour trouver place ici, et je me contenterai encore d'une comparaison. Je l'emprunterai à un appareil bien connu, le régulateur à force centrifuge.

La force vive de cet appareil est proportionnelle au carré de la vitesse angulaire de rotation et au carré de l'écartement des boules.

D'après l'hypothèse de Maxwell, l'éther est en mouvement dès qu'il y a des courants voltaïques, et sa force vive est proportionnelle au carré de l'intensité de ces courants, qui correspond ainsi, dans le parallèle que je cherche à établir, à la vitesse angulaire de rotation.

Si nous considérons deux courants de même sens, cette force vive, à intensité égale, sera d'autant plus grande que les courants seront plus rapprochés ; si les courants sont de sens contraire, elle sera d'autant plus grande qu'ils seront plus éloignés.

Cela posé, poursuivons notre comparaison.

Pour augmenter la vitesse angulaire du régulateur, et par suite sa force vive, il faut lui fournir du travail, et surmonter par conséquent une résistance que l'on appelle son *inertie*.

De même, augmenter l'intensité des courants, c'est augmenter la force vive de l'éther ; et il faudra, pour le faire, fournir du travail et surmonter une résistance, qui n'est autre chose que l'*inertie* de l'éther, et que l'on appelle l'*induction*.

La force vive sera plus grande si les courants sont de même sens et rapprochés ; le travail à fournir et la force contre-électromotrice d'induction seront donc plus grands. C'est ce que l'on exprime, dans le langage ordinaire, en disant que l'induction mutuelle des deux courants s'ajoute à leur self-induction. C'est le contraire, si les deux courants sont de sens opposé.

Si l'on écarte les boules du régulateur, il faudra, pour maintenir la vitesse angulaire, fournir du travail, parce que, à vitesse angulaire égale, la force vive est d'autant plus grande que les boules sont plus écartées.

De même, si deux courants sont de même sens et qu'on les rapproche, il faudra, pour maintenir l'intensité, fournir du travail, puisque la force vive augmentera. On aura donc à surmonter une force électromotrice d'induction qui tendrait à diminuer l'intensité des courants. Elle tendrait au contraire à l'augmenter, si les

courants étaient de même sens, et qu'on les éloignât, ou s'ils étaient de sens contraire, et qu'on les rapprochât.

Les actions mécaniques mutuelles des courants s'expliquent de même.

La force centrifuge tend à écarter les boules, *ce qui aurait pour effet d'augmenter la force vive, si l'on maintenait la vitesse angulaire constante.*

De même, quand les courants sont de même sens, *ils s'attirent* c'est-à-dire qu'ils tendent à se rapprocher, *ce qui aurait pour effet d'augmenter la force vive, si l'on maintenait l'intensité constante.* S'ils sont de sens contraire, ils se repoussent et tendent à s'éloigner, ce qui aurait encore pour effet d'augmenter la force vive à intensité constante.

En résumé, dans notre comparaison, si nous supposons les deux courants de sens contraire, la vitesse de rotation correspond à l'intensité et l'écartement des boules à l'écartement des courants. Les boules tendent à s'écarter et *semblent se repousser*, de même les deux courants se repoussent.

Ainsi les phénomènes électrostatiques seraient dus à l'élasticité de l'éther, et les phénomènes électrodynamiques à sa force vive. Maintenant, cette élasticité elle-même devrait-elle s'expliquer, comme le pense lord Kelvin, par des rotations de très petites parties de fluide ? Diverses raisons peuvent rendre cette hypothèse séduisante, mais elle ne joue aucun rôle essentiel dans la théorie de Maxwell, qui en est indépendante.

Dans tout ce qui précède, j'ai fait des comparaisons avec divers mécanismes. Mais ce ne sont que des comparaisons, même assez grossières. Il ne faut pas, en effet, chercher dans le livre de Maxwell une explication mécanique complète des phénomènes électriques, mais seulement l'exposé des conditions auxquelles toute explication doit satisfaire. Et ce qui fait justement que l'œuvre de Maxwell sera probablement durable, c'est qu'elle est indépendante de toute explication particulière.

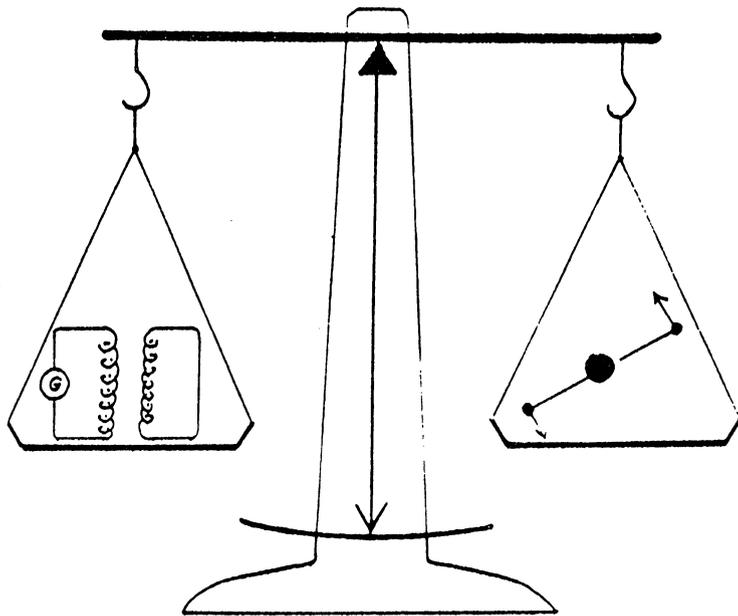
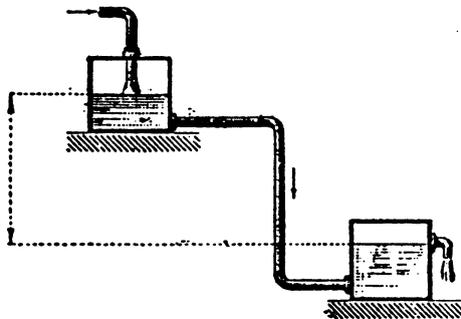


TABLEAU SYNCHRONIQUE



— Comparaison d'un courant liquide avec un courant électrique.

TABLEAU SYNCHRONIQUE

Bruno JECH

Ce tableau synchronique a été réalisé à partir :

-- de la table synchronique de *L'introduction à l'histoire des sciences* sous la direction de G. Canguilhem (Tome 1, Hachette, Paris 1970, pp. 227 à 287) ;

-- du tableau chronologique de F. Klemm, *Histoire des techniques* (Payot, Paris 1966, pp. 223 à 232) ;

-- du tableau historique des sciences et des techniques du *Petit Larousse*.

Nous avons fait commencer ce tableau en 1672 avec la réalisation de la première machine électrostatique, l'étude expérimentale systématique des phénomènes électromagnétiques datant véritablement de cette époque. La fin du tableau est située en 1905, année de l'émergence de la théorie de la relativité restreinte, théorie qui donne sa cohérence interne à la théorie électromagnétique classique.

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1672		<i>Experimenta Nova</i> de <u>von Guericke</u> (1ère machine élec- trostatique)		1672
1673			<i>Horologium Oscillato- -torium</i> de <u>Huygens</u>	1673
1676			<u>Roemer</u> : la lumière a une vitesse finie	1676
1679			Loi de <u>Mariotte</u>	1679
1687			<i>Principia</i> de <u>Newton</u>	1687
1690			<i>Traité de la lumière</i> de <u>Huyghens</u> (théorie ondulatoire)	1690

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1700				1700
1729	Découverte de la conductibilité élec- trique: <u>Gray et Wheler</u>			1729
1733	Découverte de deux sortes d'électricité : <u>du Fay</u>			1733
1737			Théorie cinétique des gaz de <u>Bernouilli</u>	1737
1742			Echelle thermométrique de <u>Celsius</u> Principe de Moindre action de <u>Maupertuis</u>	1742
1743			Traité de dynamique de <u>d'Alembert</u>	1743
1745		Bouteille de Leyde : <u>Musschenbroeck, von Kleist</u>		1745
1747	Principe de conserva- tion de l'électricité: <u>Franklin</u>			1747
1750				1750
1752		Expérimentation du paratonnerre par <u>Franklin</u>		1752
1766		Première machine élec- trostatique à plateaux		1766
1767	<u>Priestley</u> suggère que les attractions élec- triques sont de type newtonien			1767
1769			Machine à vapeur de <u>Watt</u>	1769

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1772	Etudes expérimentales sur l'électricité de <u>Cavendish</u> (publiées seulement en 1879 par <u>Maxwell</u>)			1772
1785	Loi de <u>Coulomb</u> (électrostatique)			1785
1788			Mécanique analytique de <u>Lagrange</u>	1788
1791	Travaux de <u>Galvani</u> sur l'"électricité animale"		Début du système métrique	1791
1800		Pile de <u>Volta</u> Electrolyse de <u>Carlisle</u> et <u>Nicholson</u>	Théorie atomique de <u>Dalton</u>	1800
1802			Interférences de <u>Young</u>	1802
1807		Découverte du sodium et du potassium par électrolyse : <u>Davy</u>		1807
1811			Loi d' <u>Avogadro-Ampère</u>	1811
1813	Equation de <u>Poisson</u>			1813
1820	Expérience d' <u>Oersted</u> Loi de <u>Biot et Savart</u> Débuts de la théorie d' <u>Ampère</u>	Arc électrique : de la <u>Rive</u> Principe de l'électro-aimant : <u>Aragò</u>		1820
1822	Premiers travaux de <u>Faraday</u> Roue de <u>Barlow</u>		Théorie ondulatoire de la lumière : <u>Fresnel</u> Théorie analytique de la chaleur : <u>Fourier</u>	1822
1823	Effet thermo-électrique : <u>Seebeck</u>			1823
1824			Réflexion sur la puissance motrice du feu : <u>Carnot</u>	1824

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1825		Electroaimant: <u>Sturgeon</u>		1825
1827	Théorie électrodynamique d' <u>Ampère</u> Loi d' <u>Ohm</u>			1827
1828	Théorème de <u>Gauss</u>			1828
1831	Loi de l'induction de <u>Faraday</u>			1831
1832	Système d'unités électromagnétique de <u>Gauss</u>	Premier télégraphe électromagnétique : <u>Schilling de Canstadt</u> Générateur de courant rotatif : <u>Pixii</u>		1832
1833	Loi de l'électrolyse : <u>Faraday</u>			1833
1834	Loi de <u>Lenz</u> Interprétation de l'effet thermoélectrique : <u>Peltier</u>	Premier moteur électrique : <u>von Jacobi</u>	Mécanique de <u>Hamilton</u>	1834
1835	Autoinduction : <u>Henry</u>			1835
1839		Galvanoplastie : <u>von Jacobi et Spencer</u>		1839
1841	Loi de <u>Joule</u>			1841
1842			Equivalent mécanique de la chaleur : <u>Joule et Mayer</u>	1842
1843		Version finale du télégraphe de <u>Morse</u>		1843
1846	<u>Faraday</u> suggère la nature électromagnétique de la lumière			1846
1848	Lois de <u>Kirchhoff</u>	Lampe à arc : <u>Foucault</u>		1848
1850				1850

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1851		Premier câble télégraphique sous-marin (Calais-Douvres)	Principe de dégradation de l'énergie : <u>Clausius, Kelvin</u>	1851
1853	Mémoire sur les décharges oscillantes : <u>Kelvin</u>			1853
1855	Premier mémoire de <u>Maxwell</u> sur la théorie électromagnétique	Télégraphe imprimeur : <u>Hughes</u>		1855
1857	Propagation d'un signal sur une ligne : <u>Kirchhoff</u>			1857
1858	Découverte des rayons cathodiques			1858
1860		Accumulateurs au plomb de <u>Planté</u>		1860
1861		Four électrique de <u>Siemens</u> Premier téléphone : <u>Reiss</u>		1861
1862	Champ électromagnétique : <u>Maxwell</u>			1862
1864	Synthèse de l'électricité, du magnétisme, de l'optique : <u>Maxwell</u>	Idée de la dynamo : <u>Pacinotti</u> Liaison télégraphique transatlantique		1864
1865			Notion d'entropie, deuxième principe de la thermodynamique : <u>Clausius</u>	1865
1869		Dynamo de <u>Gramme</u>		1869
1871	Nature corpusculaire des rayons cathodiques : <u>Varley</u>			1871

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1873		Réversibilité de la dynamo en moteur : <u>Fontaine</u> Chutes hydroélectriques : <u>Berges</u>		1873
1874	Notion d'atome d'électricité : <u>Stoney</u>	Multiplexage : <u>Baudot</u>		1874
1876	Expérience de <u>Rowland</u> (courants convection) Equation des télégraphistes : <u>Heaviside</u>	Téléphone de <u>Bell</u>		1876
1877		Phonographe : <u>Cros</u> , <u>Edison</u>	Théorie cinétique des gaz : <u>Boltzmann</u>	1877
1879	Etude des rayons cathodiques : <u>Crookes</u>	Lampe à incandescence : <u>Edison</u> Machine synchrone : <u>Elihu Thomson</u> Locomotive électrique : <u>Siemens</u>		1879
1881	Premier congrès international d'électricité définitions des unités Dynamique de l'électron : <u>J.J.Thomson</u> Piézoélectricité : les frères <u>Curie</u>	Tramway électrique		1881
1882		Transport puissance électrique : <u>Deprez</u> Première centrale électrique : <u>Edison</u>	Expérience de <u>Michelson</u>	1882
1883		Transformateur électrique : <u>Gaulard</u>		1883
1885		Fabrication de l'aluminium par électrolyse <u>Hérault et Hall</u>		1885

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1886	Découverte des ondes hertziennes : <u>Hertz</u> Notion d'impédance : <u>Heaviside</u> Champ tournant : <u>Ferraris</u>			1886
1887	Effet photoélectrique : <u>Hertz</u> Théorie de la dissociation électrolytique : <u>Arrhénius</u>	Moteur asynchrone : <u>Ferraris</u> Montage triangle en triphasé : <u>Haselwander</u>		1887
1889		Tube à limaille : <u>Branly</u> Machines triphasées <u>von Dolivo Dobrowalski</u>		1889
1890	Mesure de la célérité des ondes électromagnétiques : <u>Lecher</u> Théorie des ondes électromagnétiques : <u>Hertz</u>			1890
1891		Transport de la puissance électrique en triphasé : <u>Tesla</u>		1891
1892	Premier mémoire sur la théorie électronique de <u>Lorentz</u>	Four électrique : <u>Moissan</u>		1892
1893		Cellule photoélectrique : <u>Elster, Geitel</u>		1893
1895	Nature des rayons cathodiques : <u>Perrin</u> Deuxième série de mémoires sur l'électron de <u>Lorentz</u> Théorie du magnétisme de <u>P. Curie</u>	Antenne réceptrice : <u>Popov</u>	Découverte des rayons X : <u>Roentgen</u>	1895
1896		Principe de l'oscilloscope : <u>Braun</u>	Découverte de la radioactivité : <u>Becquerel</u>	1896

	ELECTRICITÉ Aspects théoriques	ELECTRICITÉ Aspects techniques	AUTRES DOMAINES DE LA PHYSIQUE	
1897	Mesure de e/m : <u>J.J. Thomson</u> Dédoublément de raies sous l'action d'un champ magnétique : <u>Zeeman</u>			1897
1898		Emetteurs couplés : <u>Braun</u>		1898
1899		Première liaison TSF trans-Manche : <u>Marconi</u>		1899
1900	Théorie de la conduc- tion métallique : <u>Drude</u>		Quantification de l'énergie : <u>Planck</u>	1900
1901	Variation de l'inertie d'un électron avec la vitesse : <u>Kaufmann</u>			1901
1902	Hypothèse de l'iono- sphère : <u>Kennely</u> , <u>Heaviside</u>	Liaison hertzienne transatlantique Début de la radio- phonie : <u>Stubeifield</u>		1902
1903	Théorie de la conduc- tion dans les gaz : <u>J.J Thomson</u>			1903
1904		Valve thermoionique : <u>Flemming</u> Transmission d'images par télégraphe : <u>Korn</u>		1904
1905	Théorie du magnétisme de <u>Langevin</u> Effet photoélectrique interprété par <u>Einstein</u> Théorie de la relati- vité restreinte et non nécessité de l'éther : <u>Einstein</u>	Redresseur à diodes : <u>Flemming</u>	Quantification de l'énergie lumineuse : <u>Einstein</u> Equivalence matière- énergie : <u>Einstein</u>	1905

UNIVERSITE de ROUEN - S.C.U.R.I.F.F.

IREM de ROUEN

1, rue Thomas Becket 76130 Mont-Saint-Aignan tél: 35 14 61 41



Réalisation du rapport :
second semestre 1989
Maquette : Bruno JECH
Dessin de couverture : Monique LOBRY

TITRE : L'ANALOGIE EN PHYSIQUE

Tome 1 : Exemples Historiques

AUTEURS : N. CHAUMAT
C. ETASSE
J. HAUCHEMAILLE
B. JECH
M. LOBRY
B. MAHEU
D. THOREZ

PUBLIC CONCERNE : Enseignants en Sciences Physiques
Historiens des Sciences

RESUME :

L'emploi des analogies est fréquent chez le pédagogue qui, pour présenter un phénomène nouveau, se réfère à un phénomène différent étudié antérieurement. Nous verrons cependant que leur intérêt n'est pas uniquement didactique et qu'elles interviennent aussi dans la démarche du chercheur en lui permettant de progresser dans la connaissance scientifique.

Dans un premier temps, certaines de ces analogies ont été étudiées à partir de textes historiques.

On trouve ainsi dans le *Traité élémentaire d'électricité* de J.C. MAXWELL des analogies entre électrostatique et mécanique, électrostatique et électrocinétique, électrostatique et propagation de la chaleur. Par ailleurs, H. POINCARÉ développe des analogies entre électromagnétisme et mécanique, électricité et hydraulique,... dans *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes* et dans son *Cours de physique mathématique : électricité et optique*. Outre les études consacrées aux textes de Maxwell et de Poincaré, on trouvera à la fin de ce tome un tableau chronologique des découvertes faites en électromagnétisme.

MOTS CLES : Analogie
Histoire de la physique
Electromagnétisme
Champ

DATE : novembre 1989 ; **FORMAT :** A4 , 90 pages

PRIX : 40 F

N° ISBN : 2-86239-022-4 ; dépôt légal : 4ème trimestre 1989.

PUBLICATION :

I.R.E.M. de ROUEN - Université de Haute Normandie

1 Rue Thomas Becket

BP 153

76130 Mont Saint Aignan