

**L.R.E.M. DE ROUEN**  
INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT  
DES MATHÉMATIQUES

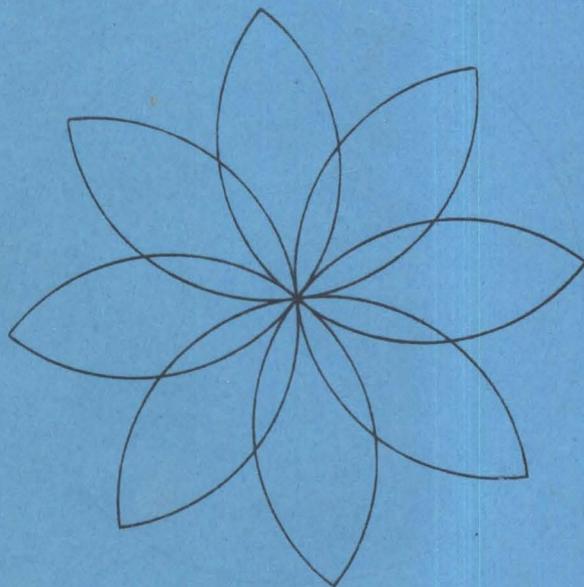
---

1, rue Thomas Becket  
76130 MONT SAINT AIGNAN  
Tél. : 35 70 42 73

---

# Géométrie

UNE APPROCHE PAR LE DESSIN GEOMETRIQUE AU CM2



Groupe élémentaire de l'IREM

Document rédigé par

Yves DUCÉL

Marie Lise PELTIER

---

1986

---

© DUCEL , PELTIER , IREM de Rouen , 1987

I.S.B.N. : 2-86239-003-8

APPROCHE DE LA GEOMETRIE PAR  
LE  
DESSIN GEOMETRIQUE AU CM2

○ ○ ○ ○ ○ ○

CONSTRUCTION ET ANALYSE DE  
SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

○ ○ ○ ○ ○ ○

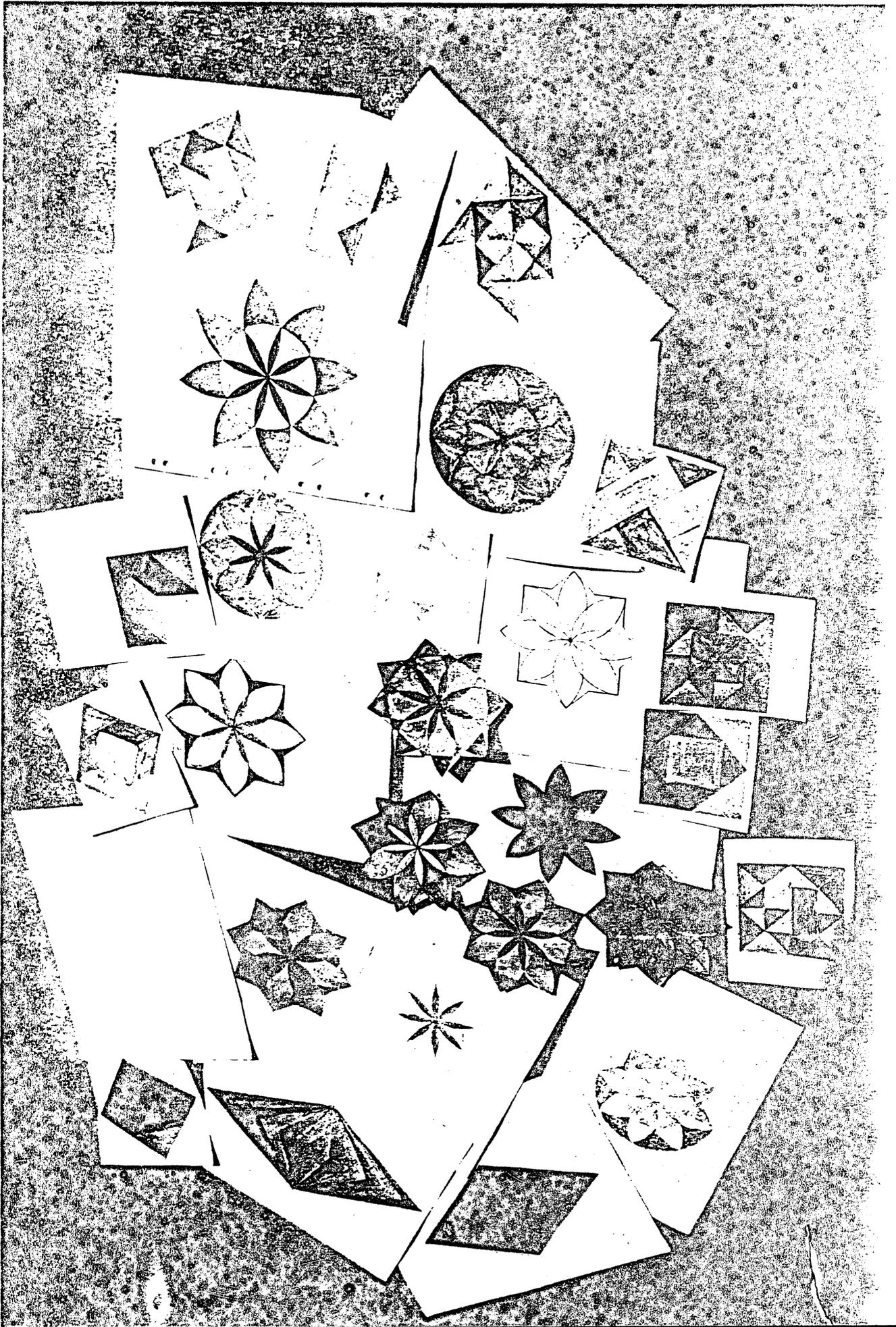
Expérience menée dans une classe de CM2  
à Maromme en 1985-1986 par le Groupe Élémentaire de l'IREM de ROUEN

Yves DUCEL	}	Professeurs en Ecole Normale
Marie Lise PELTIER		
Aline AMEYE	}	Professeurs en collège
Christine BOULOCHER		
Didier FOURNIER		
Annie SOUILLAC		

○ ○ ○ ○ ○ ○

Année scolaire 1985-1986







## T A B L E   D E S   M A T I E R E S

INTRODUCTION

CHAPITRE I : LA MOSAIQUE .....

Reproduction de dessins en vue de la construction d'une mosaïque

CHAPITRE II : DICTÉE DE DESSIN .....

Activité d'évaluation

CHAPITRE III : LA FLEUR .....

Séance d'observation et d'analyse collective d'un dessin en vue d'une reproduction individuelle

CHAPITRE IV : LE QUESTIONNAIRE .....

Activité d'évaluation

CHAPITRE V : LOSANGES I .....

Analyse et construction d'un dessin avec des losanges

CHAPITRE VI : LOSANGES II .....

Activité de réinvestissement

CHAPITRE VII : DESSIN DE SYNTHÈSE ET CONCLUSION .....



## I N T R O D U C T I O N

---

Le travail présenté a été mené par le groupe élémentaire de l'IREM de Rouen simultanément :

- 1 - dans une classe de CM2 de l'école G. Flaubert à Maromme (banlieue de Rouen, Seine Maritime) ; la classe est composée de 27 élèves (de 10 à 14 ans).
- 2 - dans trois classes de 6e du collège Alain à Maromme.
- 3 - dans une classe de 6e du collège de Oissel, mais durant l'heure de dessin.

Nous tenons à remercier ici :

Madame Régine DOUADY, chercheur en didactique à l'Université de Paris VII dont les travaux nous ont beaucoup aidés.

Mademoiselle Claude DUCHAT, CPEN à l'Ecole Marie Houdemare de Rouen, qui a beaucoup travaillé sur les dessins géométriques et dont l'expérience nous a été très profitable.

Monsieur DUTEL, maître titulaire de la classe et directeur de l'école, pour nous avoir permis de travailler avec ses élèves.

Madame Claire VOLLAIS, secrétaire de l'IREM de Rouen, pour les travaux de frappe et de mise en page.

Nous précisons que tous les dessins présentés aux enfants sont en couleur, mais que pour des raisons de reprographie, nous ne pouvons donner ici que les contours de ces différents dessins.

---

## 1 - HYPOTHESES DE TRAVAIL

---

Les situations d'apprentissages proposées aux enfants ont été construites et analysées en s'appuyant sur les hypothèses générales suivantes, exposées par R. Douady dans sa thèse de doctorat (1984), en particulier :

- Les concepts se construisent au moyen d'actions, en se situant par rapport aux connaissances déjà acquises.
- Les conceptions des élèves sont le résultat d'un échange avec les problèmes qu'ils ont à résoudre et avec les interlocuteurs avec lesquels ils communiquent (G. Brousseau).
- On peut décrire la formation des connaissances en terme de déséquilibres - rééquilibrations (Piaget).
- L'appropriation collective des connaissances peut précéder l'appropriation individuelle (Ec. Genevoise de Psychologie Sociale)

---

## 2 - OBJECTIFS

---

Il nous a semblé important de centrer notre travail sur les trois points suivants :

A. Développer des aptitudes d'analyse, de recherche, de validation chez les enfants et pour ce faire mettre les enfants dans des situations telles qu'ils soient actifs face aux problèmes de géométrie, c'est-à-dire qu'ils aient à

- \* analyser des figures
- \* émettre des hypothèses, les tester, les vérifier
- \* communiquer de telle sorte qu'ils se construisent un langage géométrique efficace et fonctionnel.

## B. Acquérir des savoirs-faire

- \* savoir utiliser correctement et à bon escient les instruments de dessins géométriques (règle, compas, équerre).
- \* savoir construire un certain nombre de figures classiques (mentionnées dans le programme : carré, rectangle, losange, parallélogramme, triangle, cercle, ...).
- \* Acquérir une habileté manuelle et une certaine rigueur (nécessitées par le désir de faire un dessin agréable à l'oeil ou s'intégrant harmonieusement dans une réalisation collective).

## C - Acquérir quelques savoirs dans deux domaines :

- \* Le langage : terminologie spécifique à la géométrie.
- \* Les contenus : quelques propriétés géométriques de certaines figures (polygones, cercle).

---

## 3 - SITUATIONS D'APPRENTISSAGE ET DEMARCHE

---

Le choix d'aborder la géométrie plane à travers le dessin géométrique s'appuie sur la motivation supposée des enfants à réaliser individuellement et/ou collectivement un dessin intéressant, agréable à regarder, une mosaïque ou une frise colorées.

Ces activités sont proposées à un âge où de nombreux enfants ne dessinent plus beaucoup spontanément et se sentent maladroits mais sont très contents de réaliser des dessins.

Les séances menées dans la classe sont de plusieurs types. On peut les classer en fonction des formes de situations proposées par G. Brousseau.

## A - Situations d'action

Exemple : Situations dans lesquelles l'élève doit observer et reproduire individuellement un modèle de dessin géométrique à même échelle ou à échelle différente. Il s'agit ici d'analyser une figure pour aboutir à la création d'un savoir-faire.

Dans ce type de situations l'enfant n'est pas toujours capable d'explicitier et(ou) de justifier ses actions mais il peut cependant remplir la tâche qui lui est assignée.

## B - Situations de formulation et de validation

Exemples :

- Situations de communication "émetteur-récepteur" avec élaboration d'un message écrit afin de faire reproduire un dessin.

Ces séances nécessitent un échange d'informations et permettent donc la mise en place d'un vocabulaire spécifique à la géométrie.

- Situations d'observation et d'analyse collective d'un dessin suivies de phases de recherches individuelles et de synthèses menant à l'institutionnalisation d'un certain nombre de concepts ou de notions.

Il me semble que dans ce type de séance, validation et formulation sont étroitement liées : en effet après avoir analysé le dessin, émis des hypothèses, les enfants se sentent dans l'obligation d'essayer de prouver leurs hypothèses, d'argumenter.

Nous essaierons d'analyser le type de preuves proposées par les enfants, preuves pragmatiques plus qu'intellectuelles dans lesquelles les constats d'ordre perceptif se mêlent à l'argumentation.

Nous avons essayé de mettre au point une évaluation du travail effectué :

- une dictée de dessin pour tester l'aptitude des enfants à comprendre le langage géométrique et à le décoder en terme d'actions.
- un questionnaire individuel comportant plusieurs exercices pour évaluer :

\* l'aptitude des enfants à décoder un texte géométrique écrit et à utiliser le vocabulaire géométrique.

\* les connaissances institutionnalisées.

\* l'aptitude à analyser un dessin et à écrire un texte court permettant à un autre enfant de refaire le dessin.

---

#### 4 - PLAN

---

Nous présenterons trois types de séances :

- des séances de reproduction individuelle d'un modèle distribué à l'élève.
- des séances d'observation, d'analyse collective et de reproduction d'un dessin proposé à l'ensemble des élèves.
- des séances d'évaluation :
  - une dictée de dessin
  - un questionnaire

Pour chacune des séances, nous essaierons d'analyser la situation proposée en explicitant nos objectifs, nos hypothèses, les variables didactiques qui étaient à notre disposition et nos choix, puis nous décrirons sommairement les procédures mises en oeuvre par les enfants.

# CHAPITRE I - LA MOSAÏQUE

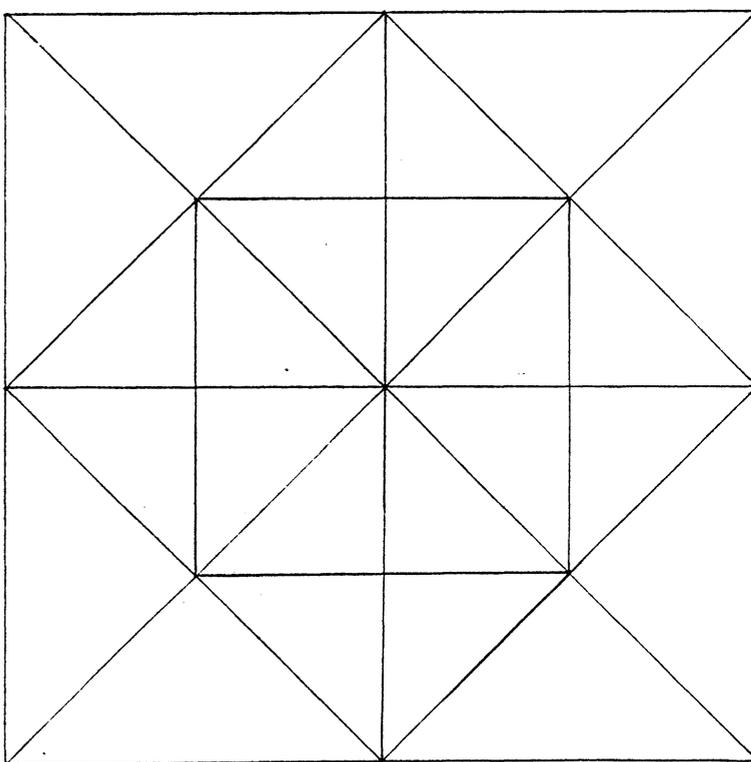
\*\*\*\*\*

## REPRODUCTION DE DESSINS EN VUE DE LA CONSTRUCTION D'UNE MOSAÏQUE

---

### Travail sur 4 séances

Nous avons préparé, pour cette série de séances, 26 dessins (13 modèles différents) obtenus à partir d'un carré de 10 cm de côté, de ses diagonales, de ses médianes et de deux carrés concentriques, en gommant certains segments et en coloriant chaque région. (il s'agit, en quelque sorte, de puzzles non découpés)



Les reproductions faites par les enfants serviront à la construction d'une mosaïque pour décorer la classe.

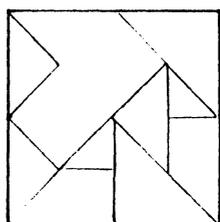
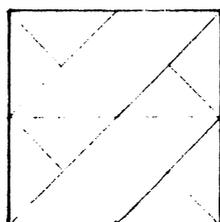
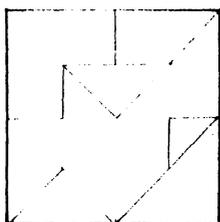
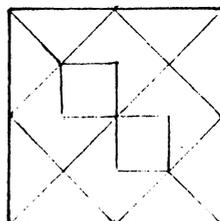
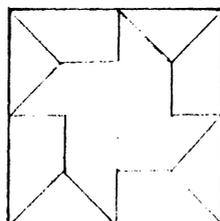
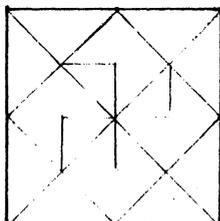
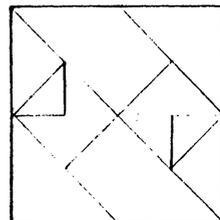
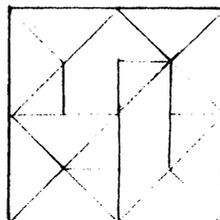
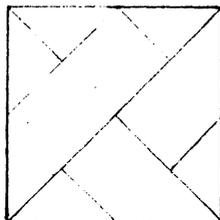
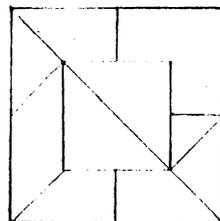
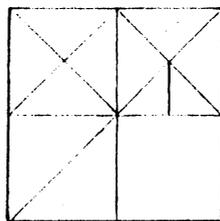
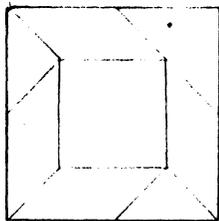
Dans ce chapitre, nous allons décrire :

- nos hypothèses de travail et nos objectifs
- la situation choisie (analyse de la tâche, démarche proposée)
- les procédures utilisées par les élèves.

## EXEMPLES DE DESSINS PROPOSES AUX ELEVES

---

N.B. Deux régions adjacentes sont de couleurs différentes, les frontières de ces régions sont représentées sur les exemples ci-dessous par des segments de droite. (4 couleurs au maximum par dessin)



---

## 1 - HYPOTHESES DE TRAVAIL ET OBJECTIFS

---

Nous faisons l'hypothèse, en proposant cette situation de reproduction de dessin, que les élèves entrant en CM2 ont acquis la conservation des formes, sont à même d'identifier certaines figures classiques (carré, rectangle, triangle) et savent évaluer et comparer les longueurs.

Nous avons pour objectifs :

- de vérifier les hypothèses citées ci-dessus.
- d'étudier le comportement des élèves, leur aptitude à chercher leur vocabulaire.
- de permettre aux enfants de réinvestir des savoir-faire acquis antérieurement et d'en acquérir de nouveaux.
- de mettre en évidence des régularités dans les dessins permettant de pointer certains concepts et certaines notions :
  - orthogonalité
  - parallélisme
  - isométrie des côtés d'un carré
  - milieu d'un segment
- d'aboutir au constat d'un certain nombre de propriétés géométriques de cette configuration qui pourront faire l'objet d'une institutionnalisation. En particulier, de dégager des méthodes :
  1. de report de longueur au compas
  2. de construction d'un carré en connaissant la mesure soit du côté, soit de la diagonale.

---

## 2 - LA SITUATION CHOISIE

---

### A - Nous pouvons jouer sur plusieurs variables

#### \* Finalité de l'exercice de reproduction

Le fait de devoir intégrer leur dessin dans un ensemble d'autres dessins pour réaliser un projet collectif permet aux enfants de constater la nécessité de construire un carré, vraiment carré, de travailler avec précision, rigueur et soin ; cette contrainte, due au projet, va inciter les enfants à réactiver certains savoirs antérieurs concernant le carré.

\* Choix du type de reproduction demandée  
(même échelle ou échelle différente)

- la reproduction à même échelle permet aux enfants d'utiliser une méthode de construction "pas à pas", morceau par morceau, sans analyse globale, en se servant uniquement de report de longueurs. Cette méthode s'appuie essentiellement sur des acquis antérieurs ; de plus en cas de réussite, on ne peut pas savoir si l'enfant a ou non analysé le dessin du point de vue géométrique.
- reproduction à échelle différente et choix du rapport d'agrandissement : il est raisonnable de penser qu'en demandant un changement d'échelle, on bloque la procédure report de longueur.

a) si le rapport d'agrandissement est choisi égal à 2, il est vraisemblable que les enfants vont utiliser une procédure de mesurage, suivie d'une multiplication par 2 des mesures obtenues. Dans ce cas, l'objectif visé, à savoir découvrir un certain nombre de propriétés géométriques, ne sera pas nécessairement atteint dans cette séance ; en revanche un travail sur la proportionnalité peut être entrepris de façon efficace.

b) si le rapport d'agrandissement choisi est un nombre "plus compliqué", la procédure consistant à utiliser implicitement la proportionnalité est mise en défaut dans certains cas en raison de la difficulté des enfants à travailler sur des écritures fractionnaires ou décimales. Il semble que le choix d'un tel rapport d'agrandissement permet un changement de cadre : du cadre numérique dans lequel les enfants essaient de résoudre le problème et rencontrent un obstacle, on va passer au cadre géométrique qui permettra l'obtention d'une solution et l'on peut penser qu'un retour au cadre numérique permettrait d'avancer dans l'apprentissage de la proportionnalité en s'appuyant sur les découvertes faites géométriquement.

\* Le matériel proposé aux élèves

Lorsque les élèves ont à leur disposition uniquement une feuille blanche, un compas et une règle graduée, il est vraisemblable que la procédure utilisée massivement sera, dans le cas d'une reproduction à même échelle, le report de longueur et dans le cas d'un changement d'échelle, le mesurage suivi d'un essai d'utilisation de la proportionnalité.

L'introduction d'une bande de papier, dont la longueur représente la longueur du côté du carré agrandi, modifie considérablement la procédure des élèves, car cette bande permet par pliage de positionner un certain nombre de points.

## B - Nos décisions sont les suivantes

- nous présentons aux enfants le projet de réalisation collective d'une mosaïque. Cette phase nous permet un travail sur les décompositions multiplicatives du nombre 27 (nombre d'élèves de la classe) et de ses voisins (certains enfants veulent faire plusieurs dessins) de façon à obtenir une mosaïque rectangulaire.

- nous donnerons succesivement aux enfants les consignes suivantes :

consigne a : après avoir reçu un modèle, chaque enfant doit individuellement le reproduire à même échelle sur papier blanc en ayant à sa disposition règle, équerre, compas, puis l'intégrer à la mosaïque collective.

consigne b : chaque enfant doit reproduire le modèle dans un carré dont la longueur du côté est donnée à l'aide d'une bandelette de papier, puis il devra, là encore, intégrer son dessin à la mosaïque collective. (la longueur choisie pour la bande de papier est 13 cm).

---

## 3 - ANALYSE DES PROCEDURES UTILISEES PAR LES ELEVES

---

### A - Consigne a

Les enfants ont tout d'abord construit leur carré de 10 cm de côté sur la feuille blanche. Un seul enfant a utilisé un bord de la feuille, aucun n'a utilisé le coin. Pour construire l'intérieur de leur dessin, la plus grande partie des enfants a eu recours, comme nous l'avions prévu, au report direct des longueurs des différents segments. Cette procédure peut, dans la majorité des dessins, permettre une construction correcte, cependant, dans certains cas, on peut noter clairement l'absence d'analyse géométrique globale de la figure : certains alignements ne sont pas respectés, certains angles sont déformés, le parallélisme ou l'orthogonalité de certains segments ne sont pas respectés. Pour ces élèves un recours à de nouvelles mesures et de nouveaux reports permet de résoudre la situation.

La phase de construction collective de la mosaïque (sur un support cartonné) après découpage des carrés par les enfants, permet une discussion entre enfants sur l'exactitude des carrés construits : "Celui-ci est trop grand", "celui-ci trop petit", "celui-ci n'est pas droit" "celui-là va de travers"... mais les difficultés que les enfants rencontrent pour bien aligner leurs carrés sont imputées à des mauvais découpages, à des collages défectueux beaucoup plus qu'à une imperfection des dessins.

Cette phase permet néanmoins de pointer les propriétés du carré nécessaires à sa construction lorsque l'on connaît la mesure du côté.

A cette étape, les enfants ont réalisé la tâche qui leur était proposée mais n'ont généralement pas fait une analyse du dessin.

#### B - Consigne b

Le choix de reprendre cette activité en donnant pour consigne d'agrandir le modèle, répond, comme nous l'avons dit, à la nécessité de bloquer la procédure massivement utilisée par les enfants consistant à reporter les longueurs des segments dessinés à l'aide du compas (ou de la règle graduée).

Les bandes de papier distribuées mesurent 13cm ; nous avons indiqué précédemment les raisons pour lesquelles nous avons choisi ce rapport 1,3 et celles pour lesquelles nous avons distribué une bande étalon pour le côté du carré à construire.

- Les enfants, en grande majorité, essaient de construire le dessin en utilisant la mesure des longueurs des différents segments constituant "les pièces" du modèle et en "augmentant" ces mesures. Un seul enfant essaie de réinvestir la procédure du report : il reporte 5 cm à partir de chacun des sommets et place donc 2 points au lieu d'1 seul (milieu du côté) c'est seulement à ce moment que cet enfant semble avoir pris conscience de l'impossibilité de reporter directement les longueurs.

#### Analyse des procédures d'agrandissement

Différentes procédures apparaissent nettement :

- utilisation de la linéarité. Par exemple, pour placer le milieu d'un côté, l'enfant dit "je place un point à 6,5 cm du sommet parce que sur le modèle il est à 5 cm et que 5 est la moitié de 10 et 6,5 c'est la moitié de 13".

- mise en défaut de cette procédure. A l'étape suivante il s'agit de placer un point au quart du côté à partir d'un sommet : si la moitié de 5 est connue et identifiée comme étant 2,5 (sur le modèle) la moitié de 6,5 semble poser problème :

3,25 est parfois inconnu des enfants : "6,25 : 2 je ne sais pas combien cela fait"

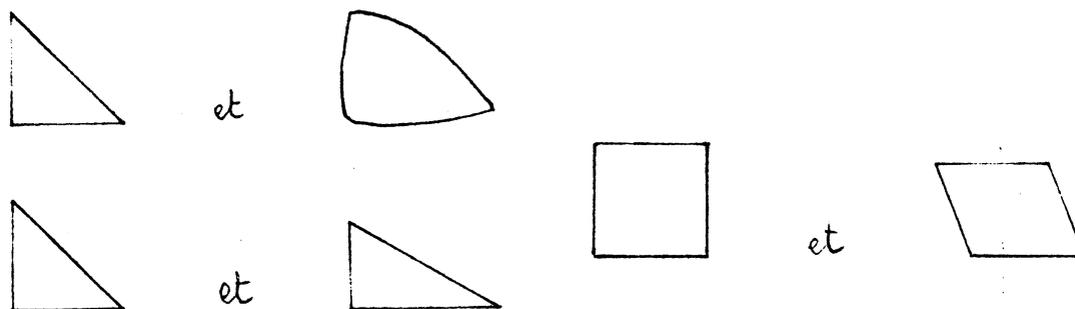
3,25 est connu mais rejeté car illisible sur la droite graduée : "6,5:2=3,25, j'ai dû me tromper car je ne peux pas lire ce nombre sur ma règle".

Ici les enfants se trouvent devant un problème difficile à résoudre, nous verrons ci-après comment nous avons débloqué la situation.

- utilisation d'un modèle additif pour l'agrandissement "ce segment mesure 2,5 cm sur le modèle, je rajoute 1,5 cm car sur le côté il y avait 10 et maintenant il y a 13 c'est à dire 3 de plus et  $3:2=1,5$ ... c'est trop grand, je vais essayer de rajouter seulement 1".

Remarque : cet enfant est ensuite satisfait de son agrandissement pourtant incorrect, toutes les propriétés topologiques étaient conservées mais aucune propriété affine ou métrique.

- Après intervention de notre part rappelant aux élèves qu'ils pouvaient utiliser la bande de papier, nous constatons que l'introduction de ce nouveau matériel modifie immédiatement la stratégie de certains élèves qui utilisent alors le pliage pour déterminer la moitié ou le quart d'une longueur. Après cette étape, environ le tiers de la classe commence par placer les milieux de chaque côté du carré soit par calcul et mesurage, soit par pliage de la bande de papier, puis construisent diagonales et médianes et effacent les segments inutiles, ceux-là semblent donc avoir analysé la figure et repéré un certain nombre d'éléments caractéristiques de cette figure...
- La conformité au modèle est, pour la quasi totalité des élèves, gage de réussite mais la notion de conformité au modèle soulève le problème lié à notre hypothèse de départ : les enfants ont-ils acquis la notion de conservation des formes ? Nous constatons que pour un certain nombre d'enfants la conformité au modèle est acquise dès lors que les relations de voisinages et la forme globale des différentes pièces sont respectées. Pour quelques enfants les formes situées côte à côte ci-dessous sont équivalentes :



de même les assemblages suivants sont équivalents



les invariants projectifs, affines ou métriques ne sont pas encore acquis. Pour ces enfants il est indispensable de repasser à une phase de manipulation après découpage des différentes pièces du puzzle.

- Après cette phase de recherche individuelle et de tâtonnement, une description et une analyse de quelques modèles sont menée collectivement. Les enfants essaient d'expliquer ce qu'ils ont observé et de dire comment ils se sont organisés pour réaliser l'agrandissement.

Au cours de cette phase les différents éléments du dessin sont nommés : côtés, sommets, milieux des côtés, médianes, diagonales, centre....

Un certain nombre de formes géométriques sont identifiées : losange, parallélogramme, triangle ; les alignements de points sont constatés de même que l'orthogonalité de certains segments.

- Le retour de chaque enfant à son travail personnel est marqué par un "déblocage" des situations jusqu'alors difficiles et par l'abandon progressif des procédures utilisant la mesure, au profit de celles utilisant une analyse géométrique globale du dessin.

C'est la phase de discussion collective qui marque le tournant pris vers une étude dans le cadre géométrique au détriment d'une approche de la proportionnalité qui aurait très bien pu être mise en place à ce moment mais qui ici n'a pas pu être exploitée en raison des conditions particulières de l'expérience.

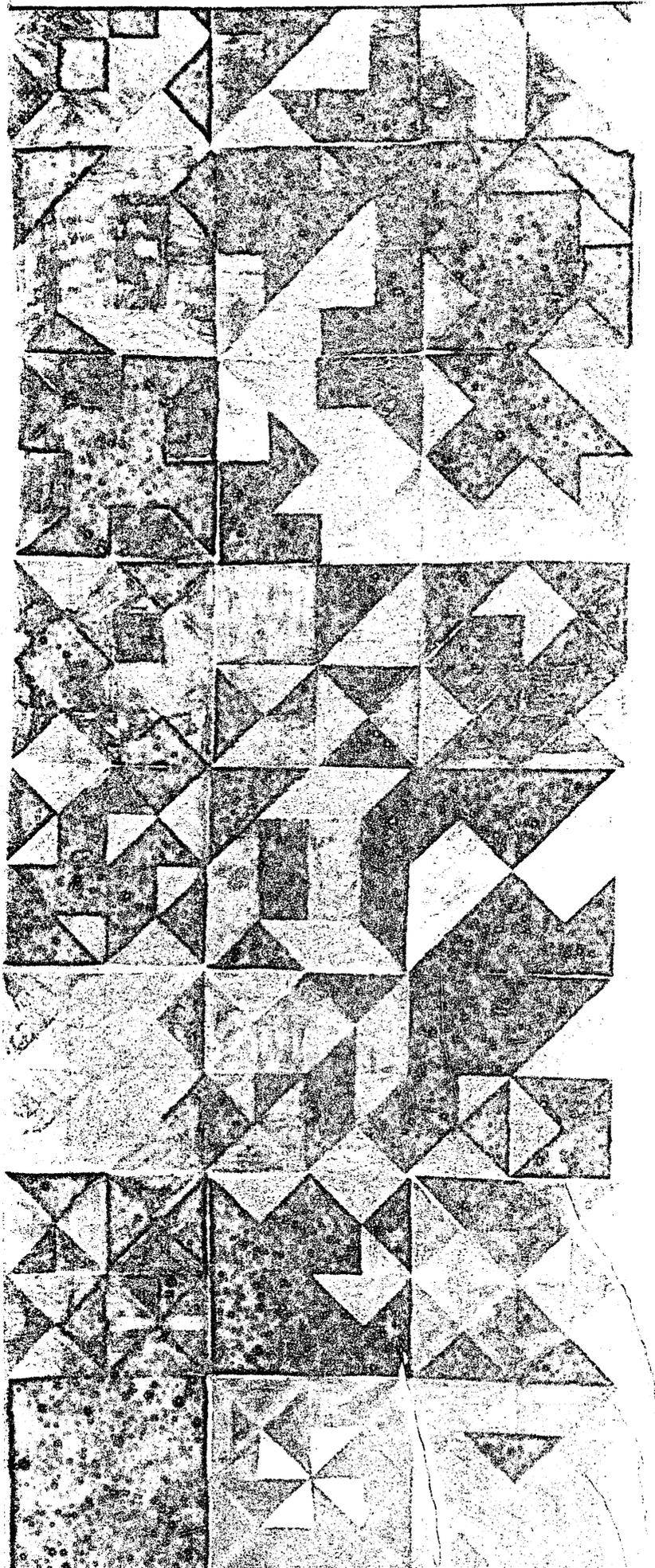
#### - Phase d'institutionnalisation

A la fin de cette série de séances, nous avons pointé un certain nombre de connaissances à retenir concernant le carré.

Cette institutionnalisation porte sur 3 registres :

- \* le vocabulaire : désignation des différents éléments constituant le carré, de ses diagonales, etc....
- \* les observations qui ont fait l'objet de preuves pragmatiques : ex.: les côtés du carré sont de même longueur, deux côtés adjacents sont perpendiculaires, les diagonales ont la même longueur....
- \* les remarques de type fonctionnel permettant de décrire une (ou des) méthode (s) de construction du carré : "pour construire un carré je fais ceci ou cela..."

Dans le bilan, nous n'avons retenu que les propositions des enfants et nous les avons fait consigner dans un "fichier" à la rubrique "carré".





## CHAPITRE II

### DICTÉE DE DESSIN

---

#### 1 séance

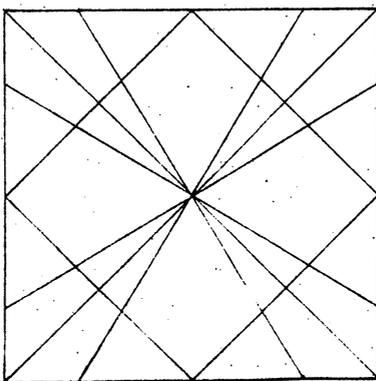
---

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction nous avons tenté une première évaluation du travail effectué, sous la forme d'une dictée du dessin.

Cette dictée a pour objectif de tester l'aptitude des enfants à décoder en termes d'actions un message oral utilisant un vocabulaire géométrique. Le choix du mode oral s'appuie sur la nécessité de développer l'attention et la concentration chez les enfants.

Le dessin : il s'agit d'une figure géométrique très simple dont le programme de construction qui est dicté, utilise le vocabulaire mis en place et les savoir faire acquis au cours des séances précédentes. (voir ci-dessous).

Message dicté : tracez un carré de 15 cm de côté. Tracez les diagonales du carré. Choisissez un sommet. Marquez deux points à 3 cm de ce sommet, un sur chacun des côtés. Recommencez cette opération à partir de chaque sommet du carré. Joignez chaque point obtenu au centre du carré et prolongez le trait jusqu'au côté opposé. Placez les milieux des côtés du carré, joignez les milieux des côtés consécutifs.



## BILAN

---

Les enfants ont été très appliqués et très attentifs :

- 13 enfants ont obéi à toutes les consignes et ont réalisé le dessin dicté.
- 3 enfants ont réalisé la figure, mais ont de plus tracé les médianes du grand carré.
- 6 enfants ont fait un dessin incomplet (il manque généralement le carré central).
- 5 enfants n'ont pas suivi les consignes, et pour 4 d'entre eux le "carré initial" n'est pas carré.

## CORRECTION

---

Le dessin est ensuite effectué par un enfant au tableau (en multipliant les dimensions par 4) et par les autres élèves sur une nouvelle feuille.

Les 11 enfants qui n'avaient pas réalisé correctement le dessin dicté ont de plus à reproduire le dessin à partir d'un carré de 12 cm. Tous les enfants doivent colorier les dessins effectués avec 4 couleurs.

## CHAPITRE III - LA FLEUR

\*\*\*\*\*

Séance d'observation et d'analyse collective  
d'un dessin en vue d'une reproduction individuelle

---

---

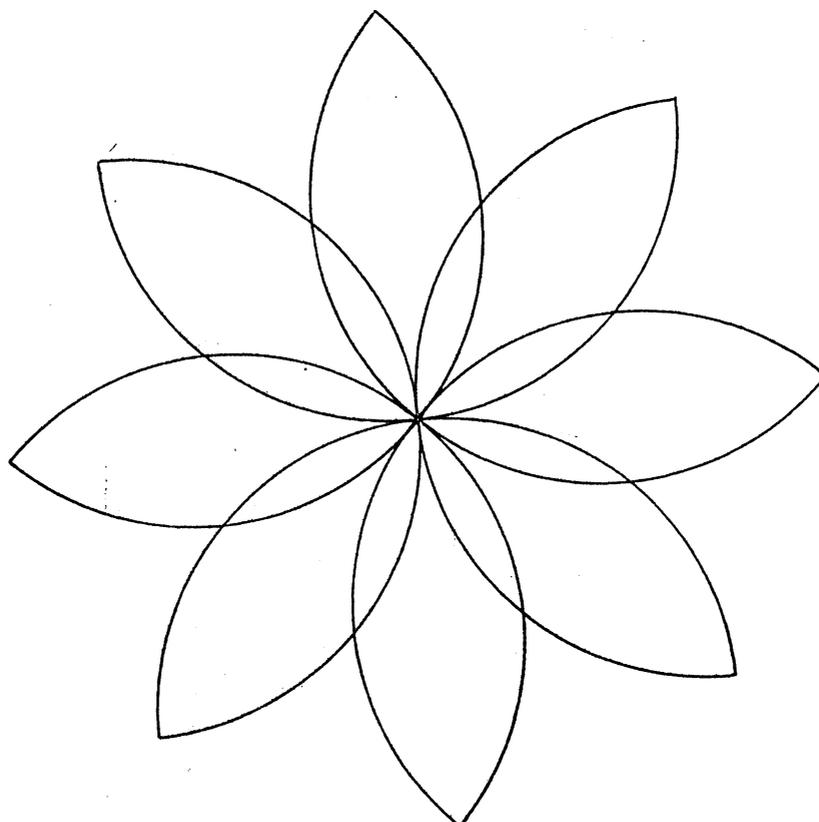
### I - CHOIX DE LA SITUATION

---

Les contenus mathématiques visés, dans cette situation sont :

- le cercle
- la division d'un cercle en huit arcs isométriques
- les symétries axiales et les rotations.

La démarche choisie consiste en une observation et une analyse collective d'un grand dessin affiché au tableau et reproduit ci-dessous.



La confrontation des observations a pour but d'inciter les enfants à construire un langage commun spécifique à la géométrie.

La complexité du dessin exige plusieurs phases de recherche et va provoquer une déstabilisation des conceptions des élèves. Les hypothèses émises vont devoir être prouvées ou invalidées, la variété des procédures possibles engendre une argumentation fructueuse.

### Variables didactiques

- \* le nombre de "pétales" de la fleur (8 grands, 8 petits) provoque une déstabilisation des savoir-faire chez les élèves lesquels activent spontanément un schème d'assimilation et se heurtent à une contradiction (obtention d'une rosace à 6 branches). Les recherches et les débats pour dépasser cette contradiction vont permettre une rééquilibration des conceptions des élèves. Ce jeu de déséquilibre-rééquilibration devrait contribuer à la construction et à l'appropriation d'un nouveau savoir-faire.
  
- \* le choix et la disposition des couleurs sont également des variables didactiques. Le choix que nous avons fait met en évidence l'existence de carrés sous-jacents à la construction, il est motivé par le fait que nous pensons qu'il permettra aux enfants un réinvestissement des savoirs acquis antérieurement concernant le carré, mais ce choix ne bloque pas les procédures utilisant la symétrie pour la construction.
  
- \* Il nous est possible de donner soit un modèle à chaque enfant, soit un seul grand dessin affiché devant tous.

Dans le 1er cas, nous nous retrouvons dans une situation, plus complexe mais didactiquement similaire à celle présentée dans le chapitre I.

Dans le cas d'un seul dessin présenté à tous, la situation implique un échange de remarques par les élèves qui seront de plusieurs types : déclarations ou hypothèses. L'aspect collectif du débat incite les enfants à tenter une argumentation de leurs hypothèses non plus simplement en termes d'actions mais verbalement en anticipant l'action.

Un troisième choix consiste à démarrer collectivement l'activité, puis à introduire au moment de déséquilibre, un modèle à chaque enfant, afin de lui permettre une recherche par tâtonnement expérimental s'appuyant éventuellement sur des pliages, des découpages, des mesures puis une auto évaluation de son travail.

C'est cette troisième voie que nous avons suivie.

- \* il est nécessaire d'étudier aussi l'incidence du choix du papier (blanc ou quadrillé) sur lequel on fera le dessin. Le papier quadrillé peut être facilitateur lors de la phase de recherche, mais ensuite les enfants se trouveront dans une nouvelle situation de déstabilisation lors de la réalisation finale sur papier blanc, car les méthodes utilisées sur papier quadrillé ne sont pas toutes transférables au papier blanc.

### Analyse de la tâche

Pour reproduire correctement le dessin affiché au tableau, une observation méthodique et une analyse sont nécessaires : elles concernent le nombre de branches, la régularité de la figure (existence d'axes de symétrie et d'un centre de symétrie).

La construction pourra être effectuée à partir de deux carrés concentriques déduits l'un de l'autre par une rotation d' $1/8$  de tour, elle peut être effectuée de bien d'autres façons, mais au moment où nous introduisons cette situation, les enfants ne connaissent ni les bissectrices des secteurs angulaires ni a fortiori leur construction et n'ont pas retravaillé la symétrie axiale cette année, il est donc nécessaire qu'il existe au moins une construction réinvestissant les propriétés que nous avons exhibées au cours des séances précédentes, mais il est souhaitable également que les enfants puissent en proposer d'autres (par exemple le pliage).

La phase de travail collectif doit permettre d'avancer, d'émettre des hypothèses, des déclarations, d'essayer de les argumenter, ou de les prouver verbalement sans avoir recours à l'action, en anticipant l'action.

Ce travail collectif s'appuie sur l'hypothèse que l'appropriation collective de certaines connaissances peut précéder l'appropriation individuelle et a pour but de permettre aux enfants de franchir une étape difficile dans la résolution du problème sans pour autant qu'il y ait intervention directe du maître.

Comme nous l'avons dit précédemment le choix et la disposition des couleurs permettent de mieux identifier les deux carrés sous-jacents au dessin et induisent une certaine procédure de résolution, cependant nous verrons que nous avons sous-estimé la difficulté de la tâche. Il sera nécessaire, pour ne pas intervenir directement, d'introduire de nouveaux dessins pour avancer dans l'analyse. En effet, la détermination précise du centre de chacun des demi-cercles est un problème complexe que la découverte des deux carrés concentriques déduits par rotation d'un quart de tour permet de résoudre assez facilement.

Les enfants ont à réinvestir leurs savoirs antérieurs concernant le carré dans une situation très différente de la situation d'apprentissage, situation induisant un certain nombre de déstabilisations qui pourront être dépassées par des discussions entre enfants.

Une fois l'analyse menée à son terme, il reste encore une tâche d'une très grande complexité : comment construire deux carrés concentriques se déduisant l'un de l'autre par une rotation d'un huitième de tour.

Ici nous pensons que l'utilisation de papier quadrillé peut faciliter momentanément la recherche et permet de s'assurer que ce problème a effectivement une solution ; mais, comme nous l'avons signalé, les méthodes utilisées sur papier quadrillé (tracés des médianes en suivant les lignes du quadrillage, comptage de carreaux) ne peuvent pas être utilisées directement sur papier blanc et les enfants se trouveront à nouveau en situation de déséquilibre quant à leur savoir-faire, et il sera nécessaire d'analyser plus finement la construction faite sur papier quadrillé pour en abstraire les propriétés et les utiliser dans la construction sur papier blanc.

---

## II - DESCRIPTION ET ANALYSE DES PROCEDURES UTILISEES PAR LES ENFANTS

---

### 1) Phase d'observation collective

Le dessin (de grande taille) est affiché au tableau.

Consigne :

"vous allez observer ce dessin que vous aurez à reproduire tout à l'heure, mais tout d'abord vous direz ce que vous avez observé".

Les observations peuvent être classées en deux grandes catégories :

- celles relatives à la description globale du dessin : "le dessin est joli" "c'est une fleur" "elle a des pétales , des jaunes, des oranges, des verts".... aucun enfant ne dénombre les pétales.
- celles relatives à un mode de construction possible : "c'est facile à réaliser" "je sais comment elle est faite (la fleur)" "j'en ai déjà dessiné des pareilles".

### 2) Première phase de recherche individuelle

Consigne :

"vous allez essayer de construire cette fleur".

Pratiquement tous les enfants réalisent à l'aide du compas une rosace à 6 branches.

### 3) Mise en commun

Lors de la mise en commun des recherches on rencontre des attitudes très différentes :

- certains enfants sont satisfaits : leur dessin (rosace à 6 branches) leur paraît analogue au dessin exposé.

- d'autres, plus nombreux, se rendent compte immédiatement de la non conformité de leur production au modèle et là posent le problème : "Comment faire pour obtenir 8 pétales".
- un élève manifeste son opinion :  
 "le dessin que vous avez fait, il n'est pas possible, il n'existe pas car quand moi je le fais, je ne peux obtenir que 6 pétales".  
 On pointe ici dans la réaction de cet enfant une grande réticence à remettre en cause ses propres savoir-faire.

Plusieurs hypothèses de construction sont formulées, sont discutées, argumentées. En raison des désaccords, les constructions proposées sont exécutées par certains enfants au tableau, de telle sorte qu'il y a à ce moment prise de conscience du fait que l'action peut valider ou invalider les hypothèses faites.

Les propositions ont toutes pour point de départ la construction de la rosace à 6 branches à laquelle ensuite on fait subir des modifications :

Les enfants proposent :

- 2 rosaces à 6 branches décalées l'une par rapport à l'autre (on obtient 12 pétales)
- on enlève 4 pétales à la fleur obtenue précédemment, ici les enfants ont une discussion animée pour savoir lesquels effacer. On obtient une fleur ayant 8 grands pétales, mais qui n'a plus la même régularité que le modèle (il ne lui reste que 2 axes de symétrie). Mais ce qui permet aux enfants de rejeter cette hypothèse n'est pas l'absence de régularité, mais le nombre de petits pétales verts (12).

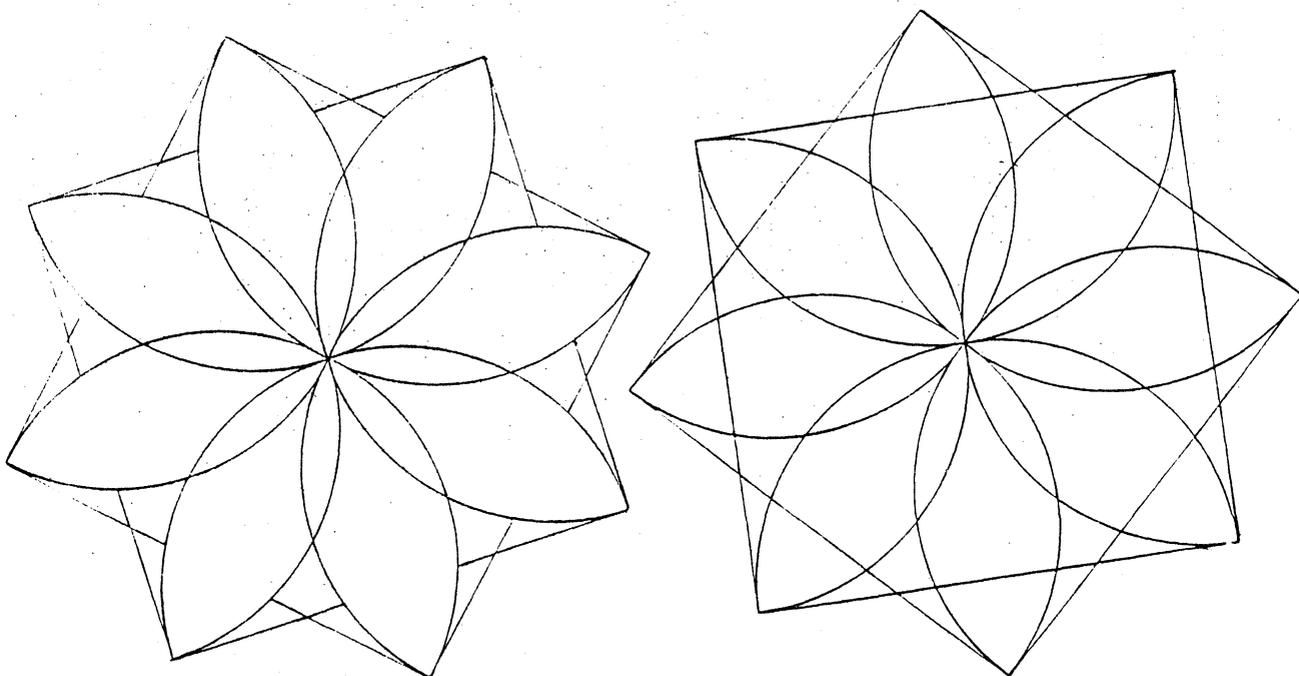
Une description détaillée du dessin est alors menée collectivement concernant le nombre de pétales, grands, petits, l'aspect régulier de leur disposition, l'isométrie des grands pétales, des petits, etc... Mais la situation reste bloquée.

#### 4) Nouvelle phase de recherche individuelle

Nous décidons de distribuer un modèle du dessin à chaque enfant pour que les enfants puissent "agir" sur ce modèle. La distribution du dessin induit un nouveau comportement : les enfants essaient de déterminer la position du centre des demi-cercles par tâtonnement, sans essayer de faire des hypothèses sur cette position.

Nous proposons alors aux enfants les deux autres dessins (ci-après) sur lesquels les enfants retrouvent la fleur mais aussi des éléments supplémentaires.

L'introduction de ces nouveaux dessins a le mérite de laisser les enfants en situation de recherche active et de leur permettre de formuler des hypothèses pertinentes sur la position des centres des demi-cercles sans intervention de notre part, mais elle a aussi deux inconvénients : orienter les procédures de résolution plutôt dans une direction (donc fermer un peu la situation), perturber certains enfants qui ne discernent pas l'analogie entre le dessin initial et les nouveaux dessins.



#### 5) 1r bilan

A la fin de cette séance, environ le tiers des enfants a déterminé la position des centres des demi-cercles comme étant le point d'intersection d'un côté d'un carré et d'une diagonale de l'autre, après avoir dessiné sur le modèle les deux carrés concentriques visibles sur les deux dessins proposés précédemment.

Au cours du bilan, ces enfants expliquent leurs découvertes et collectivement proposent un procédé possible de construction de la figure consistant en la construction de deux carrés de même dimension, de même centre, décalés d'un huitième de tour.

## 6) Phase de recherche individuelle (2e séance)

consigne :

Comment construire deux carrés vérifiant les conditions citées plus haut ?

Ici nous proposons l'utilisation de papier quadrillé en raison de la complexité de la tâche, comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe I.

Les enfants dessinent le 1er carré en utilisant les carreaux du quadrillage.

Pour le second carré ils construisent :

- soit un carré concentrique, décalé d'un huitième de tour mais non isométrique au 1er.
- soit un losange dont les diagonales sont portées par les médianes du premier carré.
- soit un quadrilatère quelconque.
- soit une figure qui n'est pas un polygone (genre aströide).
- soit un carré de même dimension mais qui n'est ni concentrique, ni décalé d'un huitième de tour.

On constate à ce moment que les enfants deviennent très autonomes pour conserver ou rejeter leurs essais (ils ne nous appellent plus en disant "est-ce que c'est bon ?", mais ils disent "j'ai essayé de faire ceci, mais cela ne va pas, je n'obtiens pas un carré").

Cinq élèves parviennent à une construction satisfaisante en utilisant une des deux méthodes suivantes (très proches mais qui leur paraissent différentes) :

- construction du cercle circonscrit au premier carré et prolongement des médianes de ce carré, pour obtenir, par intersection avec le cercle, les sommets du second carré.
- prolongement des médianes du premier carré et report au compas à partir du centre du carré de longueurs égales à la demi-diagonale du premier carré.

Ces méthodes de construction sont proposées par leurs auteurs à toute la classe et réalisées par tous les enfants. On a fait l'hypothèse que l'utilisation du papier quadrillé faciliterait la construction, hypothèse que nous vérifions dès que les enfants essaient de réaliser la construction sur papier blanc ; en particulier la construction des médianes du premier carré dessiné n'avait posé aucun problème sur papier quadrillé mais nécessite un retour collectif à la définition d'une "médiane" qui avait été dégagée lors des séances antérieures.

Enfin lorsque les deux carrés sont construits sur la feuille blanche, on constate qu'un certain nombre d'enfants ne se sont pas appropriés les conclusions de la phase d'analyse de la figure concernant la position des centres des demi-cercles permettant la construction des pétales. Ce nombre est inférieur à celui des enfants n'ayant pas trouvé par eux-mêmes la position de ces centres, mais il reste cependant non négligeable : il s'agit peut-être d'un oubli seulement lié au fait qu'il s'est écoulé quelques jours depuis ces observations et les enfants auraient peut-être réussi à retrouver tous seuls, sans nouvelle intervention de notre part, la position des centres qui avaient été décrite collectivement, ou bien alors pour ces enfants le travail a-t-il été trop rapide, les discussions collectives n'ont pas été intégrées et leurs conclusions n'ont pas été appropriées.

#### 7) Phase finale

Il s'agit à ce moment, lorsque tous les enfants ont terminé leur dessin, de gommer les lignes de construction qui sont invisibles dans le modèle et puis de colorier le dessin.

Dès que leur dessin est achevé, beaucoup d'enfants en effectuent de nouveaux utilisant la même construction mais avec des variantes ; d'autres en font chez eux et nous les rapportent la séance suivante, tout ceci sans aucune consigne de notre part, ce qui finalement constitue une phase de familiarisation "spontanée" avec les nouveaux savoir-faire et un réinvestissement de ces savoir-faire dans des situations voisines de celle qui les a provoqués.

#### 8) Phase d'institutionnalisation

Elle concerne :

- le vocabulaire concernant le cercle
- les propriétés des diagonales et des médianes du carré
- plusieurs procédés de construction du carré utilisant le compas, suivant que l'on connaît la longueur du côté ou celle d'une diagonale.

#### 9) Conclusion

Malgré la complexité de la tâche et les difficultés rencontrées à gérer les recherches des enfants, ce travail, nous semble-t-il, a été très fructueux.

Il a en particulier rendu les enfants très autonomes au niveau de l'évaluation de leur production. En ceci il a modifié d'une façon qui nous semble significative, la relation entre les élèves et nous. Les élèves ne sont plus en position d'attente vis à vis de nous : les phrases "comment fait-on ?" ou "est-ce-que j'ai bon" semblent être sorties de leur vocabulaire.

Cette situation a permis également de mettre l'accent sur le fait qu'il est parfois nécessaire de construire des éléments qui ne sont pas apparents sur le dessin final ; percevoir le caractère d'outil provisoire de ces éléments semble très important et nous verrons que certains enfants mettrons en oeuvre, dans le questionnaire, des procédures s'appuyant sur cette découverte.

Enfin, l'enthousiasme des enfants à réaliser ce dessin et des dessins analogues nous parait être un élément intéressant à mentionner.

## CHAPITRE IV - LE QUESTIONNAIRE

---

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction, il nous a semblé nécessaire de faire le point sur notre travail, avec les enfants ; pour cela nous avons essayé de construire un questionnaire (joint pages suivantes).

---

### I - CHOIX DES QUESTIONS DE L'EPREUVE

---

Le questionnaire est individuel, il est composé de plusieurs questions indépendantes, les enfants pourront disposer du matériel dont ils auront besoin.

- \* Les deux premières questions ont pour objectif de tester le niveau de compréhension d'un énoncé géométrique. Ces deux questions nécessitent des actions de la part des élèves mais ne demandent aucune explication ou justification de ce qui est fait.

Dans la question 2, la position oblique du segment MP est choisie de façon à ne pas inciter les élèves à considérer MP comme le côté du rectangle à dessiner. Il nous semble en effet qu'une position horizontale ou "verticale" de MP aurait conduit les élèves à faire abstraction du mot diagonale pour ne retenir que le mot rectangle.

- \* La question 3 est une simple vérification de l'aptitude des élèves à utiliser le nom spécifique des éléments géométriques rencontrés. Proposer des phrases "à trous" nous paraît éviter les problèmes de syntaxe et donc cette question devrait nous permettre de mieux situer les difficultés liées simplement au codage et à la terminologie.

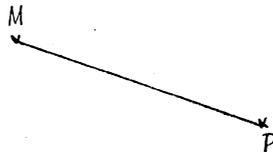
- \* Les questions 4a et b sont à priori de même nature, mais en fait sensiblement différentes par le fait que pour le carré l'institutionnalisation des propriétés des diagonales avait été faite, tandis que, en ce qui concerne le losange, les enfants avaient déjà rencontré cette figure dans des dessins, mais les propriétés n'avaient pas fait l'objet d'une synthèse.

CM2 : Ecole de Maromme . Classe de M. DUTEL

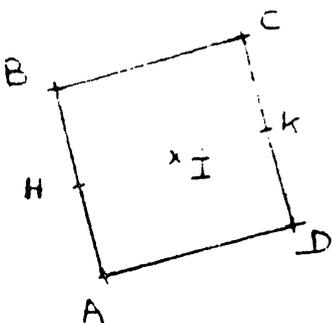
NOM : ..... Prénom : .....

1- Dessine un cercle de centre I et de rayon 3 cm puis trace deux diamètres perpendiculaires.

2- Voici une diagonale MP d'un rectangle MNPQ. Dessine ce rectangle.

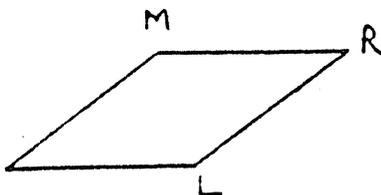


3- Voici deux figures géométriques. Complète les phrases suivantes :



- H est le ..... du segment AB .
- I est le ..... du carré ABCD .
- A et C sont des ..... du carré .

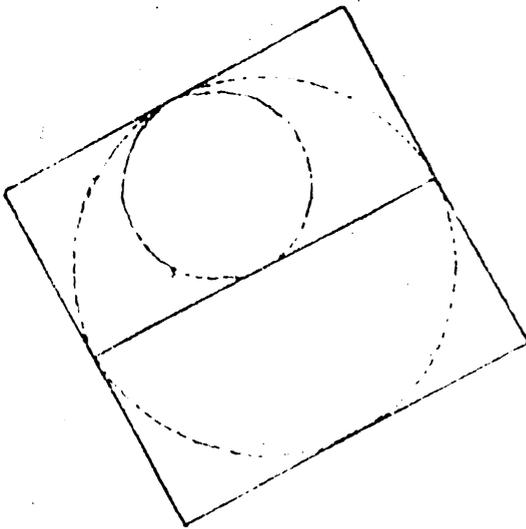
- SR et LM sont des ..... du losange SMRL
- SM et MR sont des ..... du losange SMRL
- HK est un ..... du carré :



4- a) Que sais-tu des diagonales d'un carré ?

b) Que sais-tu des diagonales d'un losange ?

5- Ecris un texte télégramme (court) pour que des enfants d'une autre classe puissent construire le dessin ci-dessous sans le modèle (sur une feuille blanche).



La nature assez ouverte de ces questions devrait conduire à différents types de réponses : soit effectivement des propriétés des diagonales, soit simplement une description de ce qu'est une diagonale, soit un mélange des deux.

\* La question 5 est une question de type communication "émetteur-récepteur".

Nous avons, dans la consigne, précisé le récepteur du message: enfant d'une autre classe.

Le choix du récepteur (et donc de son niveau supposé de connaissance) est une variable didactique car on peut prévoir que les enfants n'utiliseraient pas la même forme de discours pour le maître (supposé savant), pour un enfant de leur âge ou pour un plus jeune (supposé ignorant!).

Nous sommes conscientes du côté artificiel de cette consigne mais il nous semble que les situations de communication entre enfants ont suffisamment fonctionné depuis le début de notre travail pour que la consigne puisse être réellement porteuse de sens.

En ce qui concerne le choix du dessin, nous avons cherché à faire une figure répondant aux critères suivants :

- les différents éléments sont facilement identifiables et leur nom est familier aux enfants.
- le dessin est orienté dans la feuille de telle sorte qu'aucun segment n'ait de position privilégiée de type "horizontal" ou "vertical".
- certains éléments nécessaires à la construction ne sont pas directement apparents sur le dessin (par exemple les centres des cercles).
- les éléments ne sont pas codés avec des lettres. Ceci afin de repérer si les enfants proposeraient d'eux-mêmes un codage littéral des différents points (un codage avec des lettres avait été utilisé lors de phases d'institutionnalisation).
- le dessin permet une exploitation ultérieure : positions relatives de deux cercles, d'un cercle et d'une droite....

\* Nous avons essayé de définir une grille d'évaluation des résultats aux différentes questions en tentant de décomposer le plus possible ce que pouvaient être les procédures utilisées par les élèves et les solutions qu'ils proposeraient. Nous étudierons les réponses des élèves à l'aide de cette grille.

---

## II - OBSERVATION DES ENFANTS PENDANT LE TEST

---

Les enfants ont à leur disposition : règle, compas, équerre, gomme, crayon, papier de brouillon.

Ils ont un quart d'heure pour faire l'épreuve (2 absents).

- \* Les enfants font les exercices dans l'ordre proposé et reviennent rarement en arrière, même s'ils n'ont pas répondu à certaines questions.
- \* Pour l'exercice 2, beaucoup d'élèves essaient une construction, relisent la consigne, gromment, recommencent. Cette relecture de la consigne nous paraît un point très positif.
- \* Pour l'exercice 5 : les enfants analysent le dessin soit avant de commencer à écrire leur message, soit juste après avoir écrit la première phrase qui est très souvent :

"Il faut construire un carré"  
dessiner

Beaucoup essaient de trouver le centre des cercles en tâtonnant (comme lors de la reproduction du dessin de la fleur). D'autres, moins nombreux, construisent sur le dessin des segments qui leur semblent pertinents pour la construction. Certains élèves essaient de reproduire le dessin sur leur feuille de brouillon mais il semble qu'aucun d'entre eux n'essaie de le construire à partir du message qu'il a écrit.

- \* Lorsque les enfants ont fini d'écrire le message demandé à la question 5, ils rendent leur feuille sans relecture, puis pour s'occuper, construisent et colorient des dessins géométriques.

---

### III - ANALYSE DES RESULTATS

---

Les grilles d'évaluation sont jointes en annexes.

#### Question 1

Il nous a semblé qu'il était important de voir quelles informations contenues dans la consigne étaient retenues et de pointer une éventuelle confusion de vocabulaire entre rayon et diamètre.

On constate que 5 enfants ont "oublié" dans l'action la consigne précisant la longueur du rayon ; 6 enfants ont tracé deux diamètres non perpendiculaires, seulement deux enfants ont confondu rayon et diamètre.

#### Question 2

Sur les 25 élèves présents, 15 élèves ont répondu correctement à cette question.

Les erreurs rencontrées :

-----  
[MP] est la diagonale d'un quadrilatère non rectangle (4 élèves)

[MP] est le côté d'un rectangle (4 élèves)

[MP] est le côté d'un quadrilatère non rectangle (1 élève)

#### Question 3

Les termes "milieu d'un segment" "centre du carré" semblent acquis par une très large majorité d'enfants. En revanche, on note une confusion très nette entre sommets et diagonales (4 réponses correctes, 13 confusions : sommets, diagonales). Cette confusion peut s'expliquer par le fait que nous avons demandé conjointement le nom de deux sommets opposés et il est vraisemblable que les enfants n'ont pas lu le "et" de "A et C" mais ont lu AC.

Le terme "diagonale" est utilisé correctement par la moitié des enfants. Les autres propositions sont très dispersées et paraissent peu significatives à part la confusion diagonale diamètre qui serait peut-être due au travail sur la rosace. 9 enfants utilisent le terme "côté", 6 parlent de segments (ce qui est correct) et 5 de droites. Seulement 2 enfants proposent le mot diagonale.

"médiane" : là encore une utilisation assez faible de ce terme au profit du mot "segment".

#### Question 4a

Il nous a semblé intéressant de séparer dans les réponses des enfants celles qui avaient un caractère de définition par ex. "les diagonales joignent les sommets opposés", celles qui étaient de l'ordre du constat : "les diagonales passent par le centre", et celles qui relèvent de constats et peuvent être érigées en propriétés : "les diagonales ont même longueur, même milieu et sont orthogonales".

Les réponses à cette question montrent clairement que les enfants n'ont pas "appris" les propriétés que nous avons dégagées à l'issue des séances de dessin, ils savent mieux les utiliser en temps qu'outils dans un problème de construction que les donner explicitement hors-situation.

Pour remédier à ces mauvaises performances, il semble nécessaire de mettre en place toute une série d'activités de familiarisation et d'entraînement pour que les enfants passent de l'utilisation implicite de ces propriétés à leur explicitation.

#### Question 4b

Il est étonnant de remarquer que les performances à cette question sont plutôt meilleures que celles observées à la question précédente alors qu'aucune institutionnalisation n'avait eu lieu concernant les propriétés des diagonales du losange.

On peut penser que le losange est une figure moins connue des enfants et, tandis que les propriétés des diagonales du carré doivent revêtir un caractère d'évidence tel pour les enfants qu'ils ne parviennent pas à les dégager, celles du losange leur apparaissent plus clairement car la figure est moins familière. De plus on peut constater des réponses intéressantes de type constat : "les diagonales d'un losange n'ont pas la même longueur sauf si le losange est carré". Cependant 11 enfants ne répondent pas à cette question.

### Question 5

La grille que nous avons construite porte sur l'observation des points suivants :

- l'efficacité du message : peut-on reconstruire le dessin à partir du message ?
- l'utilisation d'un codage pour les points.
- l'utilisation de la mesure des longueurs.
- la précision du vocabulaire utilisé.
- l'existence d'éléments ayant un caractère provisoire, pertinents pour la construction mais non apparents sur le dessin.

\* seul un message est efficace, trois le sont presque, 21 ne le sont pas. En annexe, nous donnerons les différentes figures que l'on peut construire à partir des messages des enfants.

On constate la difficulté de ce type de tâche.

\* position relative des différents éléments : environ un tiers des enfants ne donne aucune indication permettant de bien positionner les différents éléments, aucun enfant ne fait une description globale et sommaire de la figure, ceci est peut-être dû au fait que ce dessin ne suggère aucune représentation figurative d'un objet réel.

\* seuls deux enfants proposent de nommer les points, mais leur tentative est inefficace.

\* 18 utilisent la mesure alors que rien dans la consigne n'indiquait que le message devrait permettre de construire un dessin de même taille.

Il semble que l'utilisation de la mesure soit quelque chose de sécurisant pour les enfants et leur permette de s'exprimer plus facilement.

\* le vocabulaire utilisé est tout à fait correct pour 10 enfants. Les confusions que l'on peut répertorier sont milieu/moitié, centre/milieu, médiane/diagonale, milieu d'une droite, longueur d'un carré, et quelques imprécisions: cercle/rond/disque.

\* pour obtenir le centre du grand cercle, 9 enfants utilisent des éléments qui ne figurent pas sur le dessin final :

2 diagonales

1 diagonale et son milieu

2 médianes

1 médiane et son milieu.

Pour le centre du petit cercle, 4 enfants (faisant partie, à une exception près, des 9 précédents) précisent le centre, soit comme point d'intersection des médianes du rectangle (demi carré), soit comme milieu d'un demi diamètre bien positionné du grand cercle.

Il me semble qu'il est difficile d'aller plus loin dans l'étude des résultats de cette question car la situation "émetteur-récepteur" nécessite pour être exploitée au maximum, la possibilité d'aller-retour entre émetteur et récepteur pour demander des informations complémentaires ou signaler des difficultés d'interprétation, toute chose impossible à mettre en place en situation de questionnaire.

En conclusion, les résultats à ce questionnaire sont indicateurs d'un certain nombre de problèmes.

Ce devoir a été donné après neuf séances de travail. Les enfants ont peut-être été surpris par le genre des questions posées très différent de celui auquel ils étaient habitués.

Cependant, malgré ces performances médiocres, on peut noter de la part de nombreux enfants, une attitude d'analyse et de recherche, très éloignée du comportement "j'apprends, j'applique" très souvent rencontré et souvent induit par le type de questions posées dans de nombreux exercices.



## C H A P I T R E V - L O S A N G E S I

\* \* \* \* \*

### ANALYSE ET CONSTRUCTION D'UN DESSIN AVEC DES LOSANGES

---

#### I - LE CHOIX DE LA SITUATION

---

##### 1) Objectif du travail

Cette activité fait suite à celles menées précédemment sur le carré et le cercle. Il s'agit ici de viser trois objectifs généraux :

1. Aborder l'étude du losange en vue de l'élaboration du fichier
2. Affermir et approfondir la connaissance des propriétés du carré par comparaison avec celles du losange, en particulier celles concernant les diagonales.
3. Utiliser le vocabulaire déjà mis en place et vérifier dans quelle mesure il y a eu acquisition d'une méthodologie lors des activités précédentes, puis réinvestir et tester ces comportements sur un nouveau sujet d'analyse.

##### 2) Choix de la situation

Il est guidé par l'objectif 3 ci-dessus. La démarche adoptée sera identique à celle conduite pour "la fleur". Plusieurs dessins construits à partir de losanges seront affichés au tableau. Après une phase d'analyse collective les enfants seront invités à reproduire le même dessin. Les enfants seront donc familiarisés avec cette situation. Cela devrait permettre de réinvestir des attitudes et des comportements d'ordre méthodologique développés antérieurement. Seul change l'objet à analyser. Le choix de la situation revient donc essentiellement au choix du dessin de base.

### 3) Le choix du dessin de base

Les points pris en considération dans le choix du dessin sont les suivants :

1. faire apparaître des losanges et amener les enfants à découvrir une construction de ce quadrilatère.
2. faire ressortir le cas particulier du carré parmi les losanges : la présence du carré parmi les losanges doit permettre de soulever le problème de l'insuffisance de la condition sur l'égalité des longueurs des 4 côtés pour avoir un carré. Cela permettra d'amorcer une comparaison des propriétés du losange et du carré et sera un premier pas vers la construction du losange.
3. Induire une attitude d'analyse et de recherche de l'information, inciter à formuler des remarques individuelles afin de provoquer une communication.

Le dessin choisi est constitué de plusieurs losanges, dont un carré, ayant tous une diagonale commune et dont les sommets non portés par cette diagonale sont régulièrement espacés (voir dessin figure V-1). Les couples de sommets opposés jouent un rôle différent (sommets confondus - sommets alignés distincts). Cette différence, en particulier l'alignement des sommets, doit permettre d'amener des considérations sur les diagonales des losanges. La régularité dans l'alignement des sommets a été choisie afin d'éviter d'obtenir des dessins très différents "d'aspect" du dessin original, ce qui aurait pu bloquer le processus d'auto-validation de la construction dans la dernière phase.

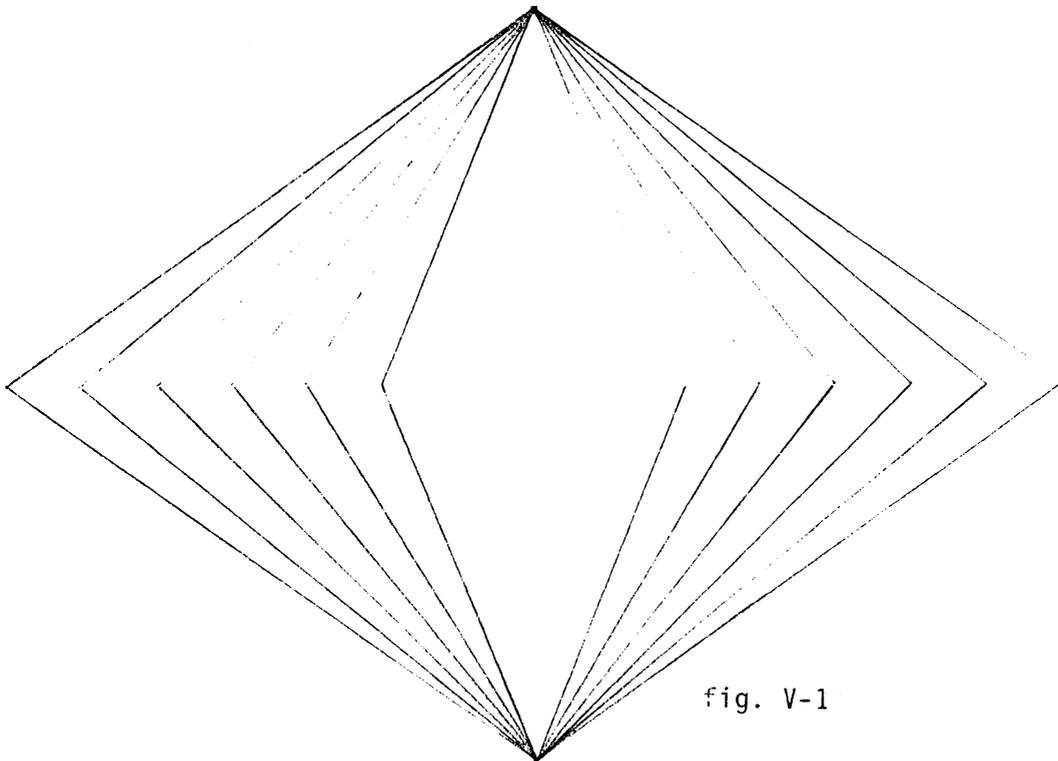


fig. V-1

#### 4) Eléments supplémentaires du dessin

On retrouve les mêmes variables didactiques qu'au chapitre II. On peut s'y reporter pour les variables didactiques concernant la démarche et le choix du support des dessins.

Les dessins affichés sont construits à partir du dessin de base par adjonction de couleur. Le choix des couleurs par les effets d'optique qu'elles entraînent permet de faire ressortir plus ou moins les losanges de la structure et en particulier le carré. Leur disposition permet aussi de faire plus ou moins ressortir la droite qui supporte les diagonales non communes des losanges et l'alignement des sommets. Figure V-2, on peut voir à partir de deux couleurs et de la même structure l'influence des couleurs et de leur disposition sur l'enveloppe du dessin. Le dessin (b) fait apparaître des triangles, l'alignement des sommets et la perpendicularité des diagonales. Le dessin (b) n'a pas d'axe de symétrie. Le dessin (c) en possède un seul. La couleur met ici en évidence des quadrilatères quelconques. La figure (e) fait par contre ressortir le carré qui était nettement moins évident sur les autres figures. Pour cela on proposera parmi les dessins un dessin de type (e) et un dessin de type (a).

Choix et disposition des couleurs

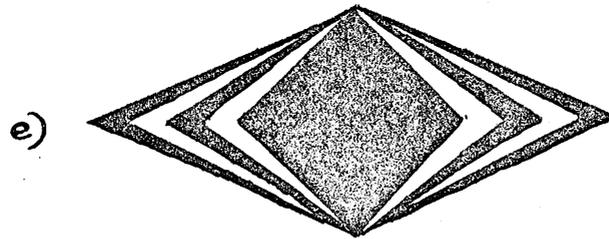
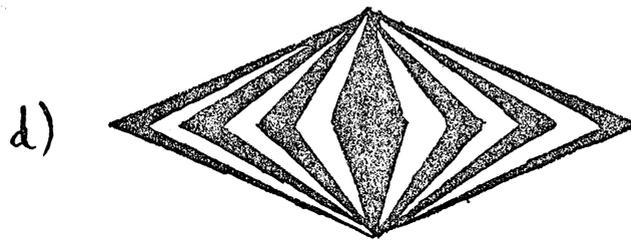
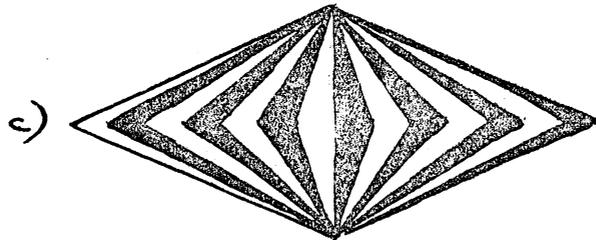
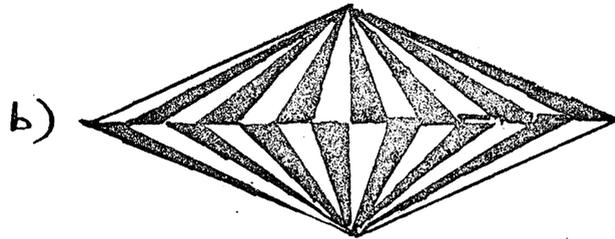
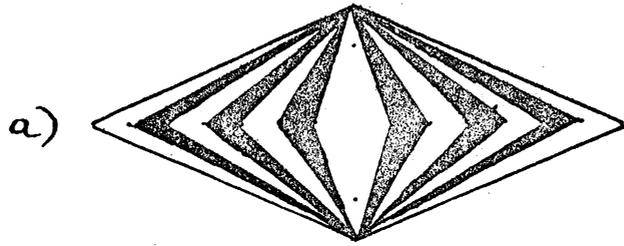


fig. V-2

Afin de faire ressortir après l'analyse collective le rôle des losanges dans la structure on présentera aux élèves un dessin de type a mais réalisé par superposition de losanges de papier canson de couleurs différentes. Lors de la phase collective d'explication de la structure on pourra le démonter devant les enfants et en particulier exhiber le carré.

## II - LA SEANCE

### 1) Analyse à priori de la séance

Il a été décidé de proposer aux élèves 3 dessins qui seront affichés au tableau plus le montage en papier canson. Les trois dessins sont composés de deux dessins de type a, qui ne diffèrent que par la couleur, et un dessin de type e.

Les enfants vont donc procéder à une analyse collective des dessins. La mise en évidence du carré dans un dessin peut les inciter à le chercher dans les autres. Cela va les conduire à s'interroger sur les vérifications à faire pour s'assurer qu'il y a un carré.

Ils sont ainsi amenés à s'interroger sur les longueurs des côtés des quadrilatères perçus, sur la suffisance de cette condition pour avoir un carré. On met ainsi en évidence les losanges dans les dessins.

Une fois les losanges remarqués, il sera nécessaire pour réaliser le dessin de s'intéresser à la disposition de ceux-ci d'une part et à leur construction d'autre part.

Pour cela on demandera aux enfants après la première analyse de réaliser le dessin. Immédiatement se posera le problème du dessin d'un losange si le support est la feuille blanche. Ce problème peut gêner dans un premier temps l'analyse du dessin, d'où le choix pour cette phase d'un travail sur papier quadrillé. Pour l'analyse de la disposition des losanges on prévoiera une photocopie du dessin non colorié que l'on pourra distribuer aux élèves en cas de besoin sur laquelle ils pourront tracer des éléments de constructions intermédiaires. Une fois l'analyse du dessin comprise sur feuille quadrillée, on passera à la réalisation sur feuille blanche. D'où problème de la construction d'un losange à résoudre ici. On peut s'attendre a priori à la mise en place d'un schéma de construction analogue à celui utilisé pour le carré. Cependant la construction du dessin ne nécessite pas forcément la connaissance de la construction géométrique du losange. Les remarques sur les diagonales et les dispositions des sommets par contre sont nécessaires.

## 2) Procédures mises en oeuvre

L'activité se déroule sur deux séances. On expose les dessins et le montage au tableau.

### a) analyse collective

Consigne : observer les dessins.

Quelles remarques pouvez-vous faire ?

Après les observations sur les couleurs et les impressions d'ordre esthétique, les enfants font des remarques d'ordre géométrique. "Il y a des losanges" "il y a un carré". (Cf. Dessin type e)

Consigne : Comment vérifier qu'il y a des losanges ?

"Les 4 dimensions sont pareilles" que l'on rectifie : les 4 côtés ont même longueur.

D'où une définition du losange énoncée. Les enfants proposent une vérification de l'égalité des longueurs avec le compas. Un élève vient faire la vérification au tableau.

Consigne : Y a-t-il d'autres losanges ? Combien en voyez-vous ?

A ce stade-là le carré apparaît comme un losange particulier parmi lesquels il est compté. Un travail oral est mené sur la comparaison des conditions pour qu'un quadrilatère soit un losange ou un carré.

### b) analyse individuelle

Consigne : Maintenant que vous avez vu qu'il y a des losanges dans le dessin, essayer de le construire sur votre cahier d'essai.

Un enfant propose de construire le carré central en premier puis les losanges mais ne fait pas de remarques sur les sommets régulièrement alignés.

Un autre enfant fait allusion aux graduations après avoir dessiné le losange extérieur mais dessine une figure de ce type :

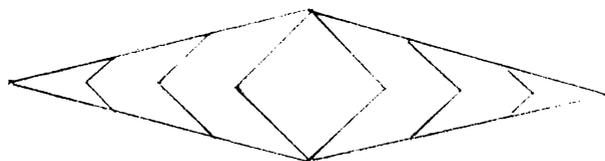


fig.V-3

On distribue alors une photocopie de la structure à chacun comme prévu (dessin type a)

c) Recherche d'informations complémentaires  
-----

Consigne : Qu'observe-t-on ? Combien y-a-t-il de losanges ? Y-a-t-il un carré ? Où ? Comment le vérifier ?

Les élèves conviennent qu'il s'agit d'un des dessins du tableau. Ici ils cherchent le carré en utilisant l'équerre. Le carré est perçu comme losange possédant un angle droit. Ils sont invités à tracer des éléments intermédiaires pour mettre en évidence la structure du dessin. Les enfants mentionnent alors explicitement l'alignement des sommets et matérialisent les diagonales des losanges. La perpendicularité des diagonales est soulignée. Une illustration est faite à partir du montage exposé.

Consigne : Comment sont disposés les sommets ?

Les enfants utilisent la règle graduée pour mettre en évidence que la distance entre deux sommets consécutifs est toujours la même (sauf pour les deux sommets du losange central).

d) Dessin sur feuille blanche  
-----

Consigne : Vous allez reproduire votre dessin sur feuille blanche puis vous le colorierez chez vous. Comment faire ?

Les enfants conviennent de tracer un losange pour commencer. On leur demande alors de dessiner un losange de 10 cm de côté.

Leur première démarche est de tracer trois côtés du losange de 10 cm puis de joindre les deux extrémités de la ligne brisée. A ce moment ils s'aperçoivent que le quatrième côté ne mesure pas nécessairement 10 cm. Un tâtonnement leur permet de réduire l'écart mais pas suffisamment pour qu'ils s'estiment satisfaits. Il est intéressant de remarquer combien les enfants valident eux-mêmes leurs productions et combien ils sont exigeants envers eux-mêmes.

Un enfant construit deux triangles équilatéraux de 10 cm de côté avec un côté commun mais comprend qu'il ne peut ainsi construire qu'un seul losange de 10 cm de côté alors qu'il a l'intuition qu'on peut en construire plusieurs.

Enfin d'autres enfants tracent deux droites perpendiculaires et tracent des segments de 10 cm avec leurs extrémités sur ces droites.

Un bilan permet de faire le point collectivement sur la construction du losange à partir de ses diagonales. Ensuite les enfants tracent au propre un losange et complètent le dessin sans difficulté à partir des remarques faites dans le bilan.

#### e) Le fichier

-----

La dernière phase de l'activité consiste à consigner par écrit dans un fichier les propriétés constatées et les définitions ou le vocabulaire nouveaux vus. D'une part on complète le fichier sur le carré en rajoutant les propriétés sur la perpendicularité des diagonales et d'autre part on élabore une fiche sur le losange. Cette trace écrite constituera la leçon à savoir et sera un document de référence pour la suite.

### III - CONCLUSION

---

Compte tenu des objectifs fixés, cette activité a permis d'aborder les principaux points.

Concernant les notions, les remarques des enfants sur les diagonales des carrés et des losanges ont porté sur la perpendicularité. Aucune remarque n'a été faite quant à leur longueur. Une situation plus adéquate devra être envisagée pour amener les enfants à de telles considérations.

Concernant la démarche des enfants on a pu observer une plus grande autonomie dans l'activité. En particulier, les enfants avaient une plus grande aisance dans l'utilisation du matériel et des procédures de validation.

Les enfants sont devenus bien plus exigeants vis à vis d'eux-mêmes, exigence d'autant plus grande qu'ils valident eux-mêmes leurs productions. Le tracé des dessins s'est amélioré et quelques enfants ont prolongé cette activité chez eux en imaginant d'autres types de dessins à base de losanges. Ceci évidemment constitue un réinvestissement, naturel et de plein gré, tout à fait propice à l'acquisition du savoir et des savoir-faire.

---

## CHAPITRE VI - LOSANGES I I

\*\*\*\*\*

### ACTIVITE DE REINVESTISSEMENT

---

#### I - CHOIX DE LA SITUATION

##### 1) Objectif de la situation

Il s'agit ici

- a) de compléter le fichier Losange en amenant les enfants à mettre en évidence la condition sur les longueurs des diagonales d'un losange pour obtenir un carré.
- b) de proposer un dessin plus complexe à analyser avec des effets "trompeurs" comme par exemple apparence de courbes.

##### 2) Choix du dessin

Le dessin est du même type que le précédent mais cette fois-ci les sommets des losanges sont régulièrement répartis sur les deux droites perpendiculaires. De telle sorte qu'avec une dizaine de losanges de couleurs différentes apparaissent des hyperboles asymptotiques aux droites (cf. dessin fig. VI-1).

Le dessin comporte un losange carré. La régularité dans la disposition des sommets doit faciliter la comparaison de la longueur des diagonales en obligeant les enfants à positionner correctement les sommets de losanges pour obtenir un dessin présentant le même effet que le modèle.

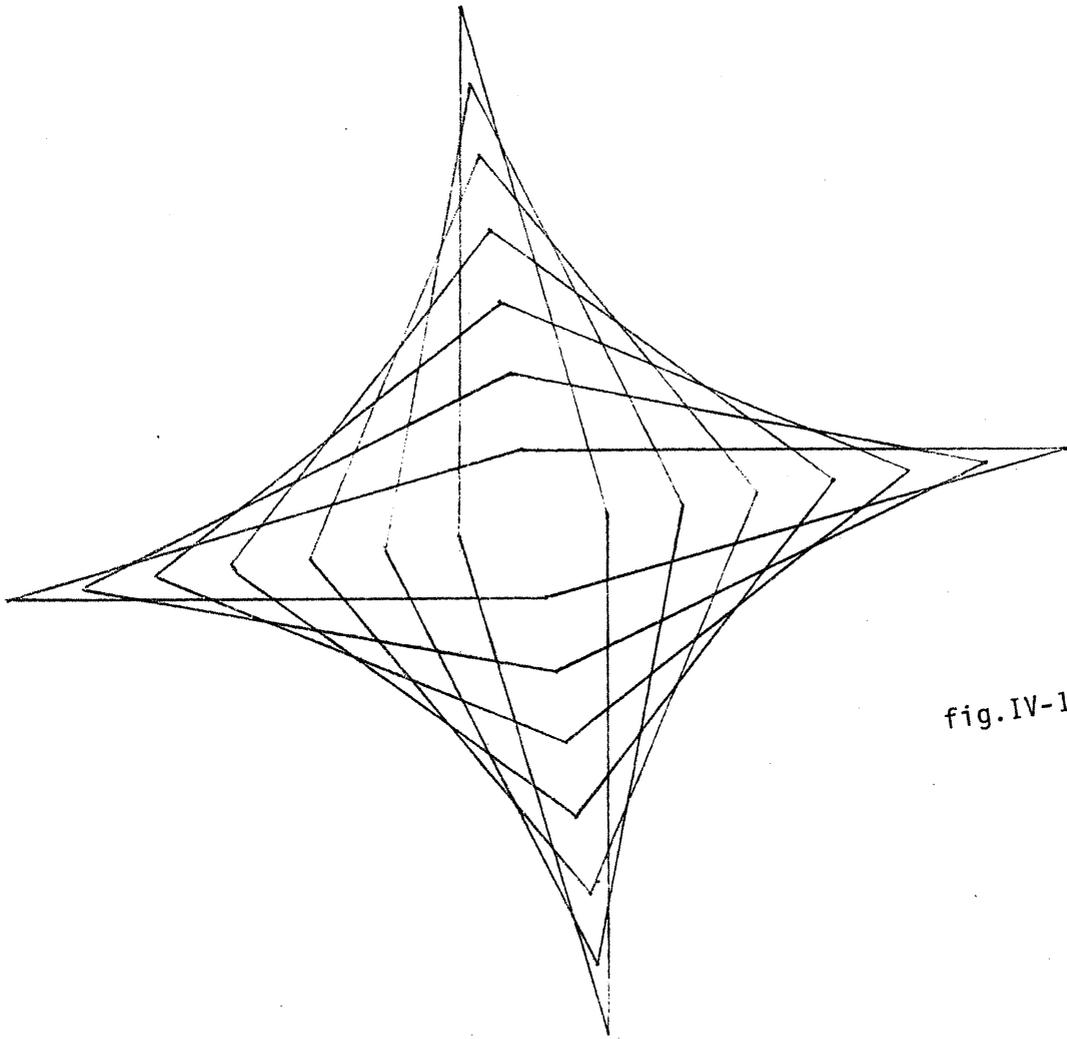


fig.IV-1

## II - LA SEANCE

---

### 1) Analyse a priori du travail

Le dessin unique sera exposé au tableau. Après une phase collective d'analyse, les enfants seront invités à le reproduire. On pourra là aussi dans un premier temps demander la reproduction sur papier quadrillé puis dans un deuxième temps sur feuille blanche. L'aspect global du dessin devrait être perçu en premier. Ce qui peut induire une construction des "courbes" considérées comme arcs de cercles. Les sommets extrêmes du dessin seront aussi privilégiés par rapport aux sommets intérieurs du dessin. Lors d'une deuxième analyse on peut prévoir des remarques sur l'alignement des sommets dès que les enfants auront mis en évidence les losanges. Le rôle de la régularité de disposition des sommets des losanges dans l'effet global sera peut-être plus difficile à percevoir. C'est à ce moment là que l'on peut espérer en mettant en évidence le carré parmi les losanges prendre en considération la position de ses sommets par rapport au centre du dessin pour attirer l'attention sur les longueurs des diagonales du carré et du losange. La phase finale, avant le dessin au propre, sera de dessiner la figure au tableau sous la dictée des enfants. Cela sera l'occasion de réinvestir le vocabulaire géométrique dans une situation pertinente et active.

### 2) Les procédures mises en oeuvre

Le dessin est exposé au tableau.

#### a) Analyse collective

---

Consigne : Comment est construit ce dessin ?

Les enfants perçoivent d'abord le contour du dessin. "Les sommets sont les sommets d'un carré", "il y a des arcs de cercles". Les enfants perçoivent une courbe qu'ils assimilent tout de suite à celle d'un cercle. Ces remarques vont induire leur construction du dessin. Après ces remarques ils s'intéressent à l'intérieur du dessin : "il y a deux losanges". En fait, ils perçoivent les deux losanges dont les sommets sont les sommets extrêmes. On demande à l'élève de venir montrer les losanges du tableau. D'autres élèves voient alors d'autres losanges. Ils en comptent vingt. Un élève remarque alors un carré parmi les losanges.

## b) Phase individuelle

---

Lorsques les enfants n'ont plus de remarques à faire on leur demande de reproduire le dessin au crayon. Pour cela ils peuvent utiliser du papier quadrillé. Durant cette phase les enfants viennent deux par deux au tableau chercher les informations dont ils ont besoin.

Une quinzaine d'enfants dessine un carré dont les sommets sont les sommets du dessin. Ensuite ils tracent des arcs de cercle de centre ces sommets et passant par le milieu des côtés obtenant des dessins de ce type :



fig. VI-2

D'autres commencent par tracer des perpendiculaires mais ne joignant pas correctement les points des diagonales obtiennent des dessins de ce type :

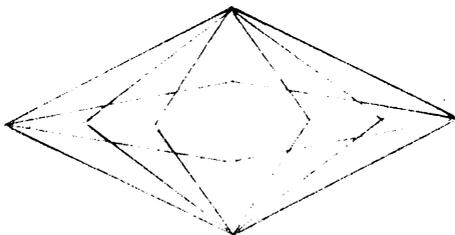


fig. VI-3

Ces enfants se sont inspirés du dessin précédent. Ils ont perçu l'alignement des sommets mais ne l'ont pas formulé lors de la phase collective.

On a pu remarquer que des enfants parmi les plus en difficultés dans les autres séances semblent mieux réussir avec celui-ci.

Un enfant a même terminé son dessin sur feuille quadrillée nettement en avance. Enfin durant cette phase individuelle les enfants étaient très autonomes. Une fois leur dessin terminé ils allaient au tableau le comparer au modèle. Ils reprenaient leur analyse en revenant à leur place.

### c) Phase de synthèse

-----

Les enfants sont invités à dicter au maître au tableau les consignes nécessaires à la construction du dessin. Les perpendiculaires sont tracées. Les enfants semblent percevoir l'alignement des sommets des losanges mais ont beaucoup de mal à l'exprimer. Il semble que pour eux la notion de sommet ne soit pas associée à la notion de point mais plutôt à celle du secteur angulaire dont il est le sommet. D'où l'impression d'avoir des "sommets" différents étant donné que le secteur angulaire correspondant est plus ou moins ouvert. La perception de la régularité des sommets en est donc gênée. Une autre difficulté pour les enfants est de bien comprendre le rôle joué par l'équidistance et le nombre des sommets sur les droites dans l'effet "de courbe" du dessin. Plusieurs constructions sont alors nécessaires pour mettre en évidence l'importance de cette condition dans le dessin.

Une fois cette difficulté dépassée les enfants trouvent rapidement le principe de construction du dessin. Les enfants remarquent alors que les quatre sommets du carré situé dans les losanges sont à égale distance du point d'intersection des perpendiculaires. Un travail oral de comparaison du losange et du carré permet d'établir la propriété concernant la longueur des diagonales du carré et celle du milieu des diagonales. Ces propriétés sont alors ajoutées dans les fichiers du losange et du carré correspondants.

Les élèves doivent alors reproduire le dessin sur feuille blanche. Cette phase ne présente plus de difficulté pour la plupart des élèves, une fois la construction sur papier quadrillé bien comprise.

### III - CONCLUSION

---

Le dessin par les effets d'optique qu'il provoquait a pu paraître plus difficile à certains enfants mais curieusement certains enfants en difficulté par ailleurs ont semblé mieux réussir dans celui-ci. Les enfants étaient très étonnés de l'effet produit par le dessin. Donner l'impression de courbe en traçant uniquement des droites. Ceci peut être le point de départ d'un travail sur les enveloppes de courbes et pourrait être prolongé par une activité en Travail Manuel en fabriquant des tableaux à l'aide de fils de couleurs et de clous plantés dans une planche. Enfin là aussi les enfants ont produit d'eux-mêmes des dessins inspirés par celui étudié en classe.



## CHAPITRE VII

\* \* \* \* \*

### DESSIN DE SYNTHESE

---

#### I - CHOIX DE LA SITUATION

---

Cette activité sera la dernière proposée aux enfants dans le cadre du travail IREM. Elle sera essentiellement conçue comme une synthèse de tout ce qui a été fait tant du point de vue des objectifs notionnels que méthodologiques.

Les objectifs visés sont donc les suivants :

- 1/ Faire intervenir toutes les notions vues précédemment. En particulier conclure l'activité sur un tableau comparant les propriétés des diagonales du carré, losange et rectangle.
- 2/ Compléter les constatations faites lors de l'activité sur "la fleur" concernant l'inscriptibilité des figures comme le carré et le rectangle. Cas du losange.
- 3/ Proposer un travail d'analyse de figure se rapprochant de la démarche utilisée dans le cas de la "Mosaïque".

Le choix de la situation sera guidé par l'objectif 3. Cette fois-ci la phase collective d'analyse sera supprimée. Le dessin proposé ne sera pas affiché au tableau mais individuel. Il devra faire intervenir des carrés, losanges, rectangles et cercles, mettre l'accent sur le rôle des diagonales dans la construction et amener les enfants à formuler des remarques sur l'inscriptibilité des figures.

Le dessin choisi (cf fig. VII-1) fait ressortir les diagonales par des considérations d'alignements de sommets du losange et du carré. Les enfants retrouvent là une situation analogue aux figures comportant des losanges. Les couples de figures (losange et rectangle) et (carré, longueur) ont chacun une diagonale commune. Cela permet de mettre en évidence les différences de propriétés des diagonales de ces figures.

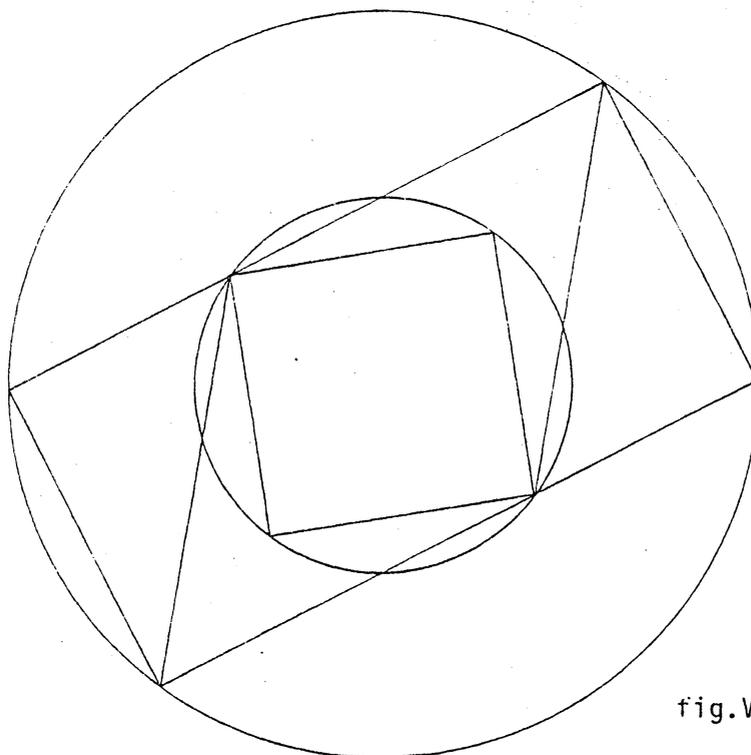


fig.VII-1

Le choix de la démarche est guidé par la volonté de mettre les enfants directement en situation d'analyse d'une part et de privilégier l'analyse géométrique du dessin d'autre part. Comme il a déjà été écrit, la phase collective initiale est ici supprimée. De plus le support du dessin sera une feuille de papier blanc. L'étape du dessin sur feuille quadrillée est donc supprimée. Cette dernière contrainte contribue à favoriser l'analyse du dessin. Pour renforcer celle-ci on imposera une deuxième contrainte : ne pas faire de report de longueur du modèle sur la feuille blanche. Cette contrainte empêche les enfants de faire une construction du dessin pas à pas. Ces deux contraintes constituent une nouveauté par rapport aux activités précédentes. Ici l'enfant est obligé d'appréhender tout seul les propriétés géométriques nécessaires à la construction du dessin.

## II - LA SEANCE

---

### 1) Analyse a priori

La séance prévue comportera 3 phases.

#### Phase individuelle . :

Les enfants seront mis devant une situation problème : reproduire sur feuille blanche un dessin semblable à celui distribué sans report de longueur. Il s'agira pour eux de réinvestir une méthodologie vue précédemment. On peut s'attendre à ce que les enfants tracent d'abord le cercle extérieur, tracent arbitrairement un rectangle inscrit, ensuite tracent le cercle intérieur concentrique au premier, puis le losange et le carré. Cependant il est peu probable que le carré, le losange et le rectangle aient une de leurs diagonales portée par la même droite. A ce niveau là l'enfant sera amené à constater qu'il lui manque des informations. En particulier à s'intéresser à la droite qui porte une diagonale du rectangle, du carré, du losange.

#### Phase synthèse des remarques individuelles :

Après une quinzaine de minutes de recherches individuelles les enfants seront invités à faire part de leurs remarques. On pourra alors éventuellement compléter l'analyse par des questions sur les propriétés géométriques du dessin. Ces questions, outre de compléter l'analyse, seront l'occasion de faire des remarques sur les diagonales, d'une part, et les figures inscrites dans un cercle, d'autre part. Ce sera aussi l'occasion de faire rappeler les moyens à notre disposition pour vérifier si telle figure est un carré, un losange ou un rectangle.

#### Phase : construction dictée du dessin :

Une fois la synthèse des remarques faites, on pourra construire le dessin sous la dictée des enfants. Cette phase sera l'occasion d'explorer différentes propositions des enfants et de les valider collectivement. Cette phase-là risque d'être assez longue. Elle se terminera par la construction du dessin au propre par les enfants.

## 2) Déroulement de l'activité

Elle se fait sur deux séances.  
On distribue donc un dessin à chaque enfant.

### Consigne :

Reproduisez un dessin semblable à celui que vous avez. Utilisez pour cela une feuille blanche. Vous ne devez pas faire des reports de longueurs à partir du dessin-modèle.

Les enfants commencent par tracer le cercle extérieur. Le rectangle est ensuite construit. Certains enfants le construisent côté par côté en utilisant l'équerre. D'autres utilisent deux diamètres du cercle et joignent les points d'intersection de ces diamètres avec le cercle. Donc certains enfants ne réinvestissent pas les propriétés vues sur le rectangle. Beaucoup continuent par le losange. La construction du carré et du cercle intérieur semble poser problème à certains enfants. Un petit nombre d'enfants après avoir construit le carré s'aperçoit à ce moment là que le carré et le rectangle n'ont pas de diagonale portée par une même droite. Ces enfants reprennent leur dessin en dessinant d'abord les deux cercles. La première phase s'arrête alors et l'on propose aux enfants la consigne suivante :

### Consigne :

Quelles remarques avez-vous faites ?

Les enfants reconnaissent et nomment les figures. On leur demande alors de préciser comment on peut vérifier qu'il s'agit bien des figures qu'ils citent. Les enfants manipulent bien les processus de vérification. D'autres remarques concernent les deux cercles et la position des sommets des figures sur ces cercles. A ce niveau est introduit le mot "inscrit". Les enfants énoncent : "le rectangle est inscrit dans le grand cercle", "le carré est inscrit dans le petit cercle".

Se pose alors le problème de savoir si tout rectangle ou tout carré peut être inscrit dans un cercle. Les enfants répondent par l'affirmative en donnant un moyen de construction du cercle circonscrit. Cette propriété permet de rappeler les propositions des diagonales pour le carré et le rectangle et de saisir le carré comme rectangle particulier.

On envisage alors le problème pour le losange. Peut-on l'inscrire dans un cercle. En regardant leur dessin les enfants conviennent que ce n'est pas possible à moins que le losange soit un carré. On poursuit alors l'analyse du dessin en s'intéressant à la position des deux cercles. "Ils ont même centre". Le vocabulaire "cercles concentriques" est introduit. La détermination du centre amène à tracer les diagonales des quadrilatères. Pour cela on demande

aux enfants de les tracer sur leur dessin à l'aide de crayons de couleurs différentes. L'alignement des sommets du carré et du rectangle est alors matérialisé. La phase d'analyse et de synthèse terminée, on entreprend la construction collective au tableau sous la dictée des enfants. Certains enfants dictent leur construction commençant par le grand cercle puis le rectangle. A ce niveau là, on mène deux dessins en parallèle avec même grand cercle mais les rectangles ont un rapport longueur/largeur très différent afin de mettre en évidence les différences qui pourront apparaître par la suite avec le dessin original. On poursuit la construction en traçant le petit cercle, le losange. Mais les problèmes surgissent avec le carré qui n'a aucune diagonale portée par une diagonale du rectangle. Certains enfants proposent alors de tracer le carré de telle sorte qu'une diagonale soit portée par une diagonale du rectangle. Pour cela il faut tracer une perpendiculaire à cette diagonale passant par le centre du grand cercle. Elle coupe les côtés du rectangle en deux points qui seront deux sommets du carré et du losange. On trace alors le cercle de centre le point d'intersection des diagonales et passant par un des sommets il coupe alors la diagonale commune au losange et au rectangle en deux points qui seront les deux autres sommets du carré. Il ne reste plus qu'à tracer le losange en joignant les sommets du rectangle sur la diagonale principale aux sommets du carré non portés par cette diagonale. L'activité se termine par la reproduction individuelle sur feuille blanche au propre. Certains enfants n'ont pas encore bien assimilé la suite des opérations et doivent être soutenus pendant cette phase.

L'activité se termine par une trace écrite sous forme de tableau.

	losange	carré	rectangle
Les diagonales sont perpendiculaires	oui	oui	non sauf si le rect. est un carré
Les diagonales ont même longueur	non sauf si le los. est un carré	oui	oui
Les diagonales ont le même milieu	oui	oui	oui
Les 4 sommets peuvent être sur un même cercle	non sauf si le los. est un carré	oui	oui

Les enfants manipulent bien les cas particuliers des propriétés des diagonales suivant que le losange ou le rectangle est carré.

### III - CONCLUSION

En mettant les enfants en situation de recherche individuelle cette activité a permis :

- d'une part de faire une bonne synthèse tant du point de vue méthodologique que notionnel du travail antérieur,
- d'autre part de mettre en évidence certaines acquisitions des enfants au cours des séances de géométrie.

Ces points, dont certains ont déjà été observés lors du contrôle écrit, sont principalement :

- une plus grande maîtrise dans le choix et l'utilisation des instruments.
- un goût accru pour un travail soigné.
- une plus grande autonomie dans le processus de validation qui s'accompagne d'une plus grande exigence des enfants dans la précision du tracé des figures. Cette autonomie est en partie le résultat d'une familiarisation avec les propriétés des figures manipulées.
- une méthodologie qui les amène à conjecturer et à valider leurs conjectures.
- enfin un intérêt constant pour l'activité qui se traduit par la réalisation spontanée d'autres dessins prolongeant le travail en classe. Ce dernier point est extrêmement positif dans un apprentissage.

Grille d'analyse du questionnaire
-----------------------------------

QUESTION 1

ont dessiné un cercle de rayon 3cm	ont dessiné un cercle de rayon $\neq$ 3cm	ont tracé 2 diamètres $\perp$	ont tracé 2 diamètres non $\perp$	ont tracé 2 rayons $\perp$	n'ont rien tracé dans le cercle
20	5	16	6	2	1

ont répondu correctement à la question : 14 élèves

QUESTION 2

[MP] est la diagonale d'un rectangle	[MP] est la diagonale d'un quadrilatère non rectangle	[MP] est le côté d'un rectangle	[MP] est le côté d'un quadrilatère non rectangle	pas de réponse
15	4	4	1	1

ont répondu correctement à la question : 15 élèves

QUESTION 3

H est le milieu de [AB]	Autres réponses		
	centre	milieu	point
18	4	1	1

I est le centre du carré	I est le milieu du carré
24	1

A et C sont des sommets opposés	A et C sont des sommets	autres réponses				pas de réponse
		points	diagonales	côtés	segments	
2	2	2	13	3	2	1

[SR] et [LM] sont les diagonales	autres réponses						pas de réponse
	segments	droites	diamètres	points	milieu	medianes	
12	1	3	2	4	1	1	1

[SM] et [MR] sont des côtés consécutifs	[SM] et [MR] sont des côtés	autres réponses				pas de réponse
		segments	côtés qui se suivent	droites	diagonales	
3	6	6	2	3	2	3

[HK] est une médiane (un axe median)	autres réponses					pas de réponse
	segment	diamètre	milieu	angle	centre	
5	8	5	1	1	1	4

QUESTION 4

3 propriétés	2 propriétés			1 propriété			passent par le centre	joignent les sommets opposés	pas de réponse
L: M: I	LI	IM	ML	L	I	M			
0	2	1	1	3	2	1	17	4	3

total supérieur à 25 car certains élèves donnent plusieurs réponses

2 propriétés	1 propriété		passent par le centre	des remarques		pas de réponse
I et M	I	M		n'ont pas la même longueur sauf si carré	ont la même longueur	
2	4	3	8	4	2	11

QUESTION 5

• Efficacité

message efficace	presque efficace	inefficace
1	3	21

• éléments cités à caractère provisoire

utilisent certains éléments ayant un caractère d'intermédiaire provisoire pertinent pour la construction					non
pour obtenir le centre du grand cercle			pour obtenir le centre du petit cercle		
diagonales 2	milieu des côtés et médianes 1 et son milieu	le milieu d'une médiane	médianes du rectangle	milieu d'un 1/2 diamètre	1-
2	1	2	3	1	15

• les éléments qui peuvent être construits et leur position relative

un carré	un cercle				un cercle et un carré	un cercle et 2 carrés	le grand cercle est à l'intersection du carré	pas d'indication sur la position relative carré/cercle	un carré et 2 cercles positions relatives:	
	centre précis		rayon précis						correctes	non
	oui	non	oui	non						
23	7	16	10	14	23	19	15	9	9	10

\* 1 seul enfant commence le message par la construction du cercle

• codage

utilisent un codage des points		n'utilisent pas de codage
efficace	inefficace	
0	2	

• mesure

utilisent des mesures...			n'utilisent pas de mesure
précises	imprécises	inexactes	
18	6	3	

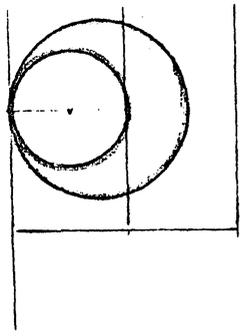
• orientation par rapport à la feuille

utilisent droite/gauche	n'utilisent pas l'orientation
2	23

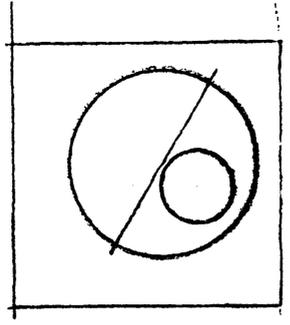
• vocabulaire

correct	confusions et imprécisions						
	milieu/moitié	cercle/ronde	centre/milieu	médiane/diagonale	cercle/disque	milieu d'une droite	longueur d'un carré
10	4	4	3	1	8	1	1

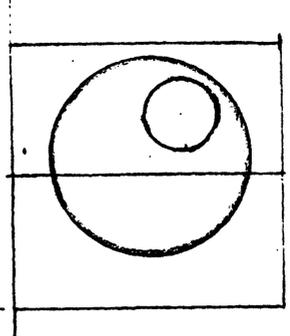
Gregory Carpenter



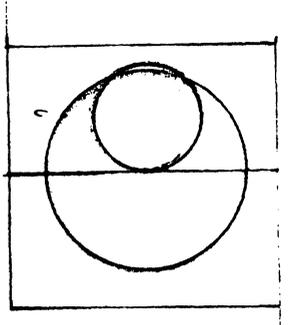
Gregory Carpenter



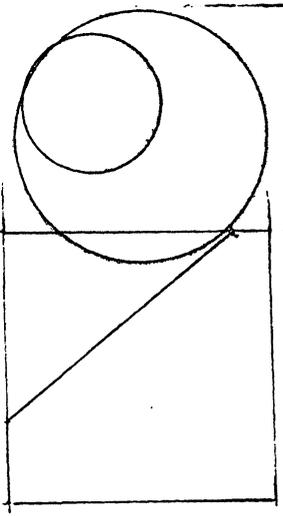
Michael Delaunay



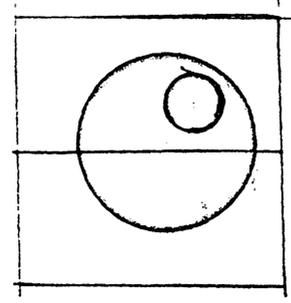
Philippe Parina



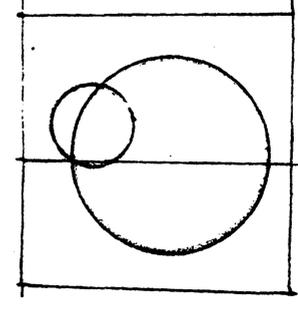
Pascal Cognac



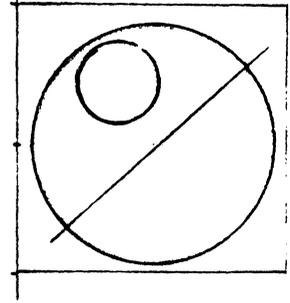
J. Baptiste Truchard



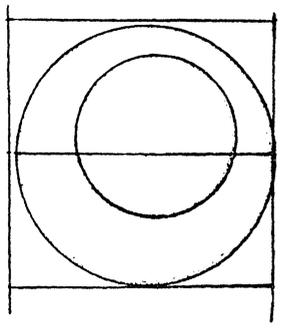
Michael Houelle



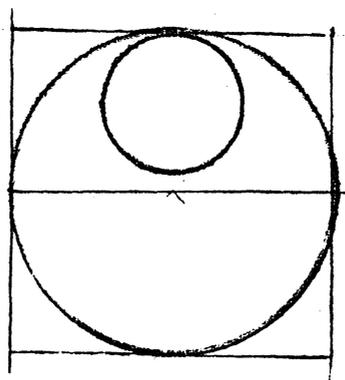
Sebastien Bortin



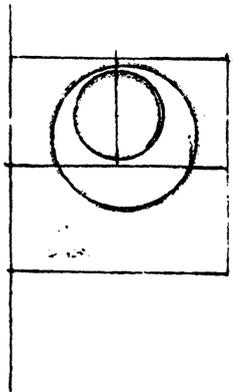
Fabien Sotté



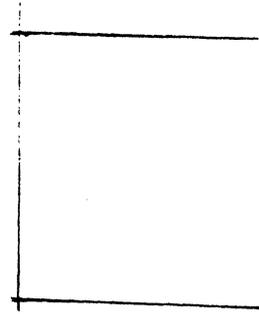
Stephane Rebault



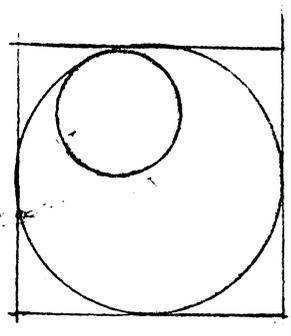
Cyrille Clatigny



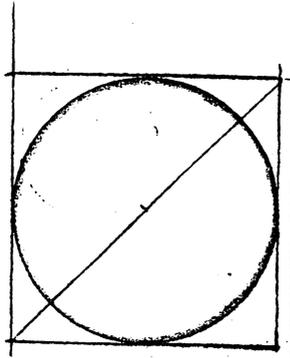
Grégoire Fontaine



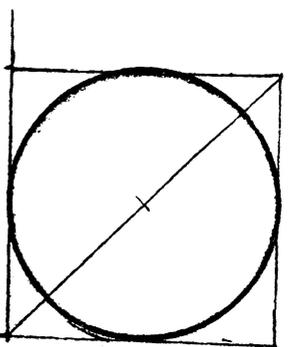
Laurent Huet



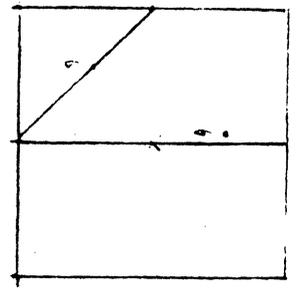
Natacha Duhamel



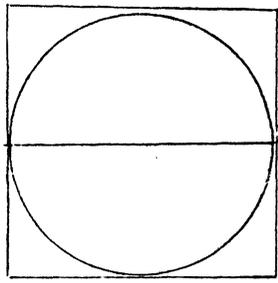
Christelle Cognac



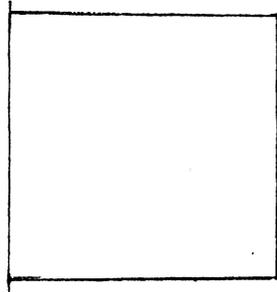
Patrice Clepout



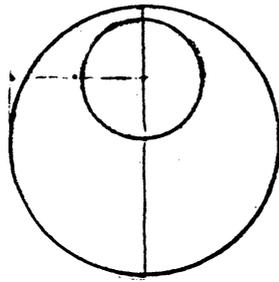
→ on ne sait pas si place à l'intérieur  
 du cercle  
 → information transmise  
 diagonale -



Hamelin Olivier

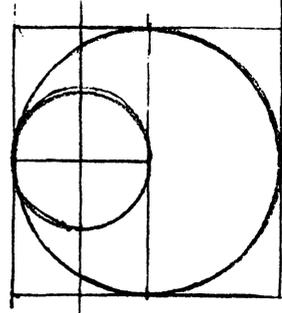


on ne sait  
 où placer  
 le cercle  
 ni où placer  
 les points  
 A et B -

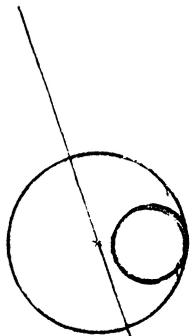


Interpretation des messages

rond = cercle  
 le dernier cercle n'est pas  
 été explicitement -

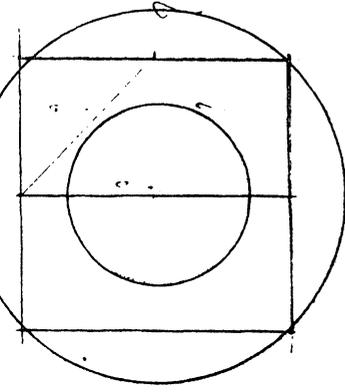


Anand Medlin

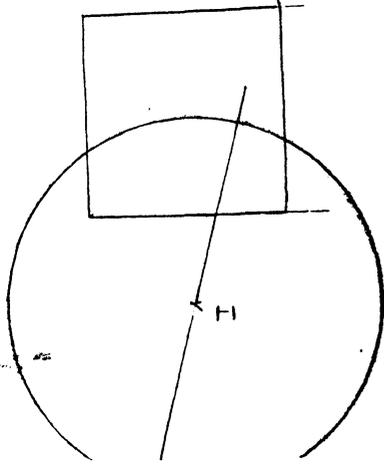


Fredane Henry

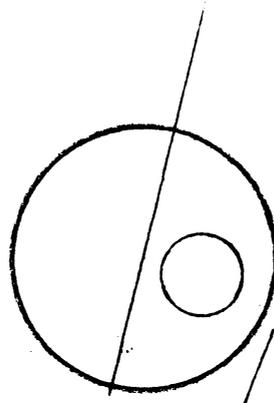
Stephane Hamel



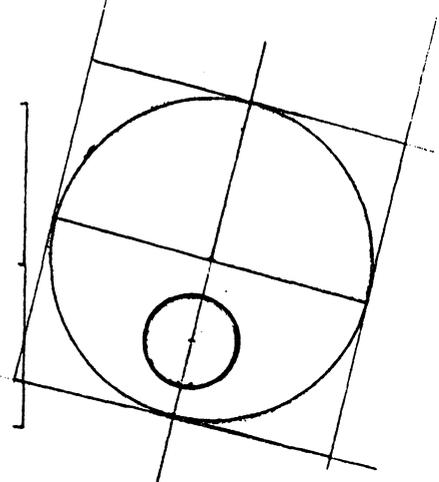
Carole Hupp



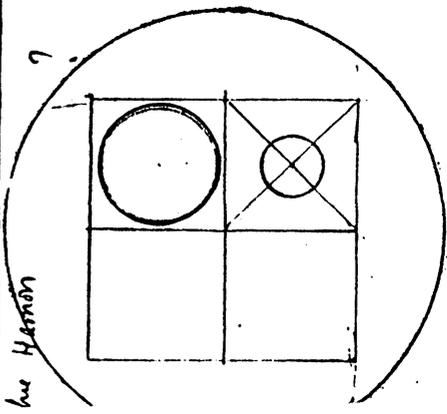
Stephane Lucas



Christophe Lecocq

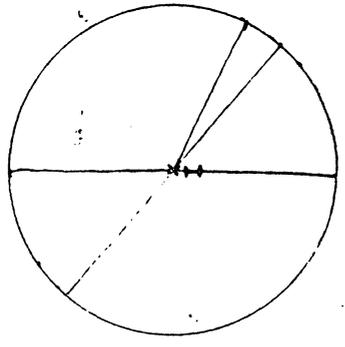


Luc Hamon



4. 1) Trace une figure géométrique à son choix  
 2) Choisis un des  
 NOM de ce qu'il

de savoir que les diagonales du carré sont des segments  
 dont que passent le centre du carré qui joint un  
 point, ils sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu



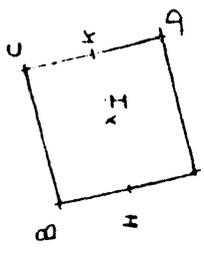
1. Dessine un cercle de centre I et de rayon 3 cm puis trace  
deux diamètres perpendiculaires.

b) Trace une tra. des diagonales d'un losange ?  
 Qu'elles diagonales d'un losange sont des segments  
 dont qui passent par le centre de ce losange et se  
 coupent en leur milieu.

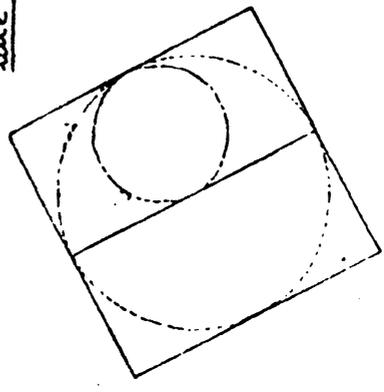
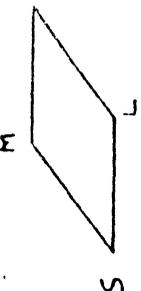


2. Dessine un losange dont les diagonales sont des segments  
 dont qui passent par le centre et se coupent en leur milieu.

3. Voici deux figures géométriques. Complète les phrases suivantes :



- H est le milieu du segment [AB].
- I est le centre du carré ABCD.
- A et C sont des diagonales du carré.
- [SR] et [LM] sont des diagonales du losange SMRL.
- [SM] et [MR] sont des segments du losange SMRL.
- [HK] est un diamètre du carré.

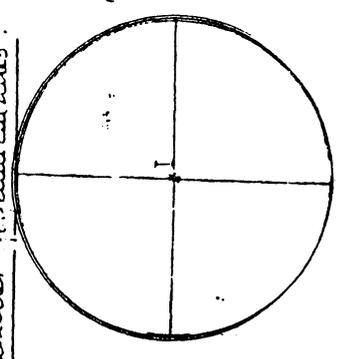


Trace ces segments ou l'on va  
 prendre le milieu de ce segment  
 trace un cercle passant par le milieu  
 de la même longueur du premier  
 segment. construis le carré un carré  
 touchant l'extérieur des deux  
 diagonales perpendiculaires le  
 milieu de ce rayon qui coupe la deuxième  
 diagonales et trace un autre cercle qui  
 est tangent à la première diagonale du grand cercle  
 -- (effacer la deuxième diagonale du carré)

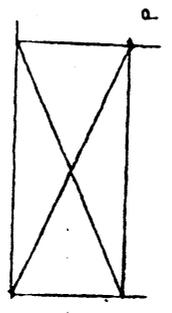
Trace ces segments ou l'on va  
 prendre le milieu de ce segment  
 trace un cercle passant par le milieu  
 de la même longueur du premier  
 segment. construis le carré un carré  
 touchant l'extérieur des deux  
 diagonales perpendiculaires le  
 milieu de ce rayon qui coupe la deuxième  
 diagonales et trace un autre cercle qui  
 est tangent à la première diagonale du grand cercle  
 -- (effacer la deuxième diagonale du carré)

4.1) Lire une fois les instructions et une fois les questions et répondre en leur milieu puis joindre les deux parties.

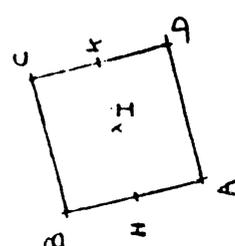
1 - Dessine un cercle de centre I et de rayon 3 cm, puis trace deux diamètres perpendiculaires.



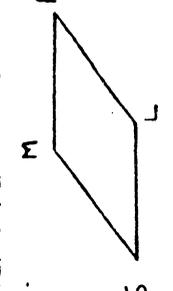
2 - Trace une diagonale [MP] d'un rectangle MNPE. Demande le rectangle.



3 - Voici deux figures géométriques. Complète les phrases suivantes :



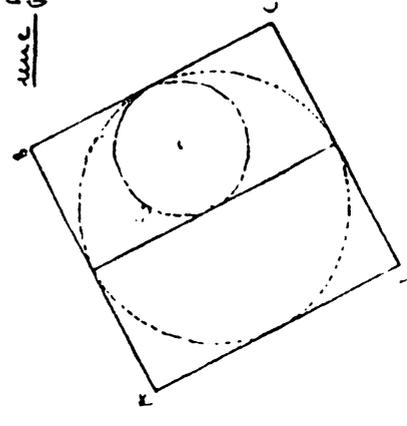
- H est le milieu... du segment [AB].
- I est le centre... du carré ABCD.
- A et C sont des sommets opposés... du carré.
- [SR] et [LM] sont des diagonales... du losange SMRL.



- [SM] et [MR] sont des côtés... du losange SMRL.
- [HK] est un axe de symétrie... du carré.

b) Trace la bissectrice des diagonales d'un losange ?  
 Elles se coupent en leur milieu elles sont perpendiculaires, elles ne sont jamais la même longueur tout quadrilatère est un losange carré.

5 - Trace un cercle de rayon 2,5 cm. Trace une corde de longueur 4 cm. Trace la médiatrice de cette corde. Trace la médiatrice de la corde de longueur 4 cm.

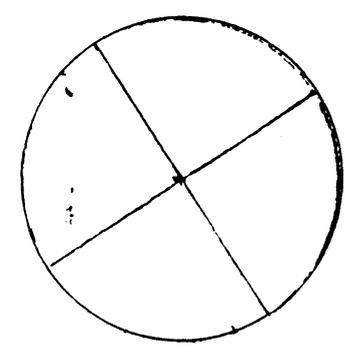


Une corde est une ligne droite qui relie deux points du cercle. Les quatre côtés sont de longueur égale, faites une corde de 4 cm. Tracez la médiatrice de cette corde. Tracez la médiatrice de la corde de longueur 4 cm. Cela vous coupe le cercle en deux parties égales. Tracez une corde de longueur 4 cm. Tracez la médiatrice de cette corde. Tracez la médiatrice de la corde de longueur 4 cm. Tracez la médiatrice de la corde de longueur 4 cm. Tracez la médiatrice de la corde de longueur 4 cm.

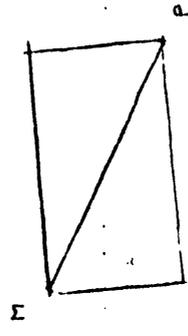
de votre compas à cet endroit et faites à partir de ce point un arc de cercle de rayon 2,5 cm avec le compas ouvert. Tracez la médiatrice de la corde de longueur 4 cm.

Théorème : dans un carré, les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

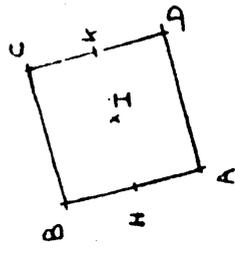
1. Dessine un cercle de centre I et de rayon 3 cm, puis trace deux diamètres perpendiculaires.



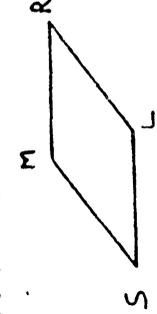
2. Voici une diagonale [MP] d'un rectangle MNPE. Dessine le rectangle.



3. Voici deux figures géométriques. Complète les phrases suivantes :



- H et K ... du segment [AB].
- I est le ... du carré ABCD.
- A et C sont des ... du carré.
- [SR] et [LM] sont des diagonales du losange SMRL.
- [SM] et [HR] sont des ... du losange SMRL.
- [HK] est un ... du carré.



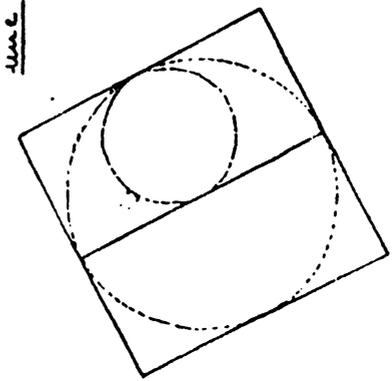
4. Une ... les diagonales d'un carré ?

Quel point d'un côté du carré, passe par le centre du carré et arrive sur un côté, elle s'appelle la médiatrice. Elle est perpendiculaire à ce côté et passe par son milieu.

5. Trace un carré. Les diagonales (carré) sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

6. Une ... les diagonales d'un losange ? Quel point d'un côté du losange, passe par le centre du losange et arrive sur un côté opposé ?

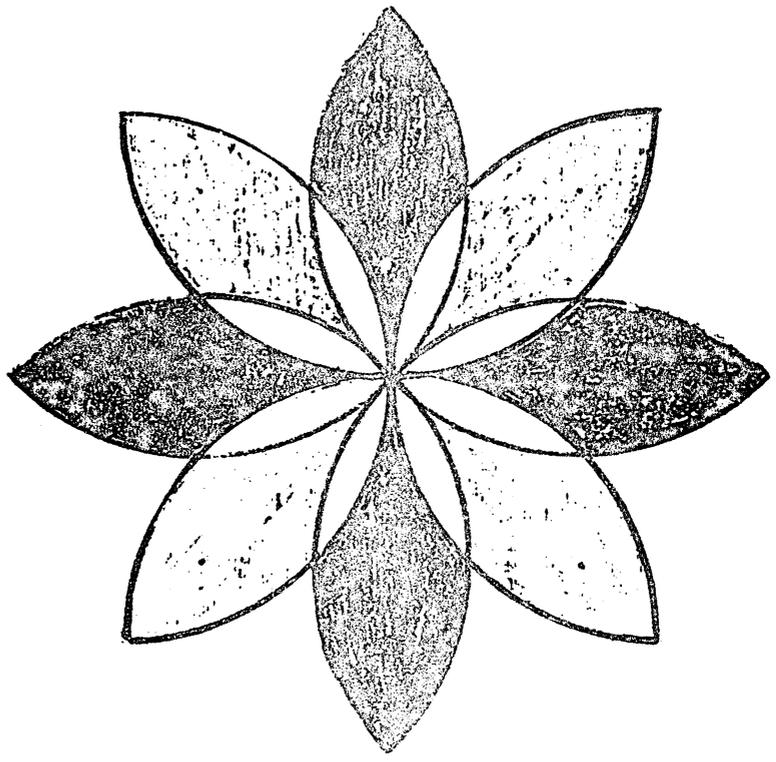
7. Trace un carré. Les diagonales (carré) sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Elles sont aussi bissectrices des angles du carré.



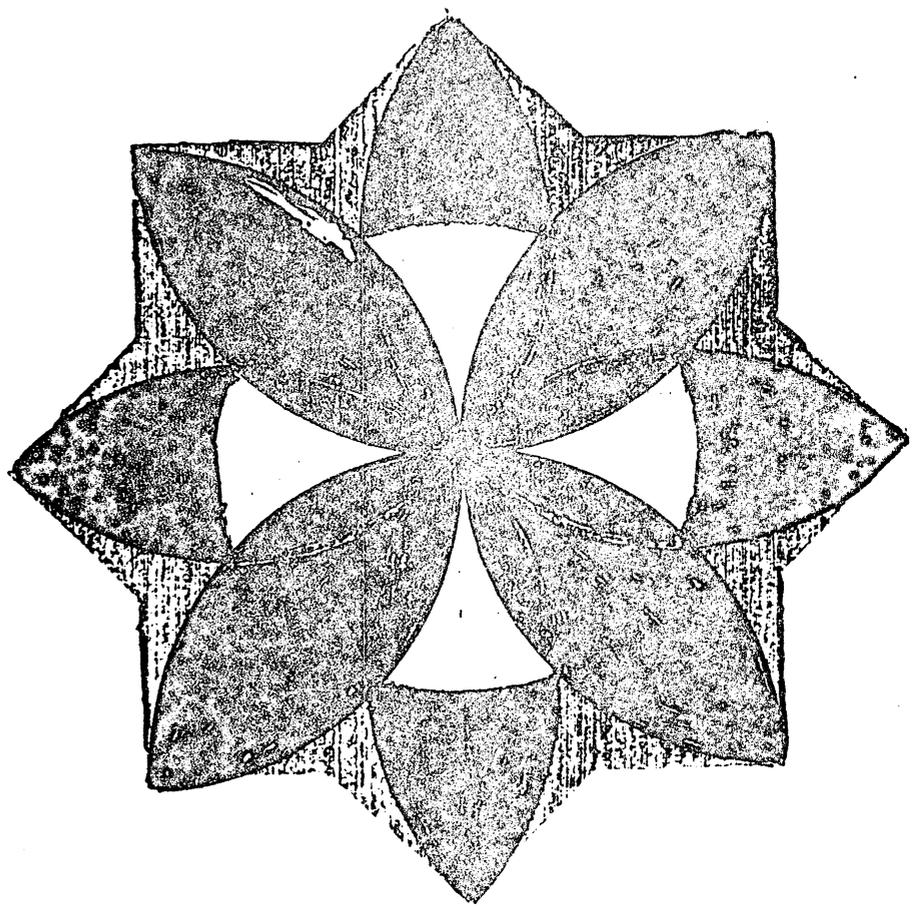
8. Trace un carré. Les diagonales (carré) sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Elles sont aussi bissectrices des angles du carré.

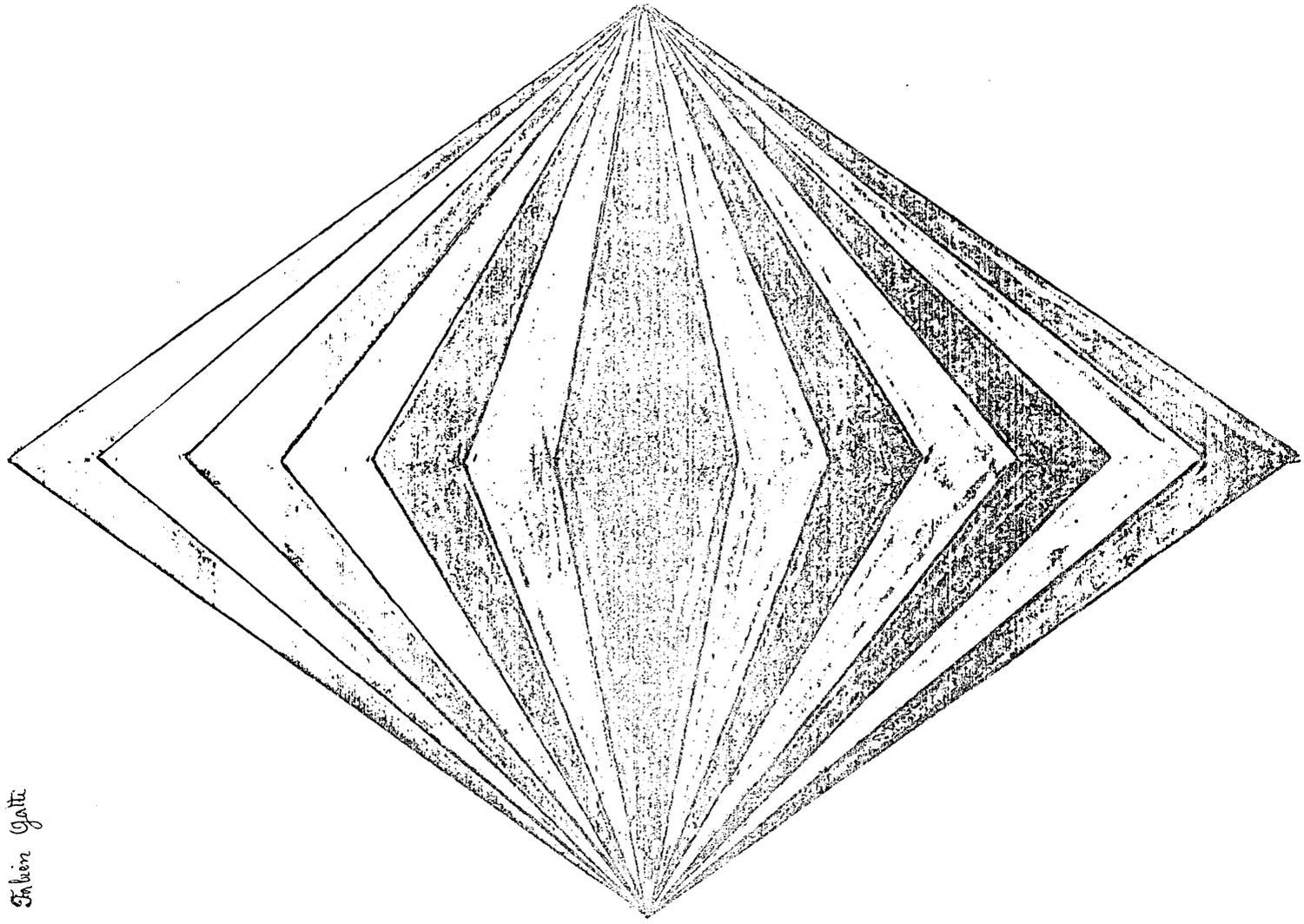
9. Trace un carré. Les diagonales (carré) sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Elles sont aussi bissectrices des angles du carré.

Praxelle Leguay

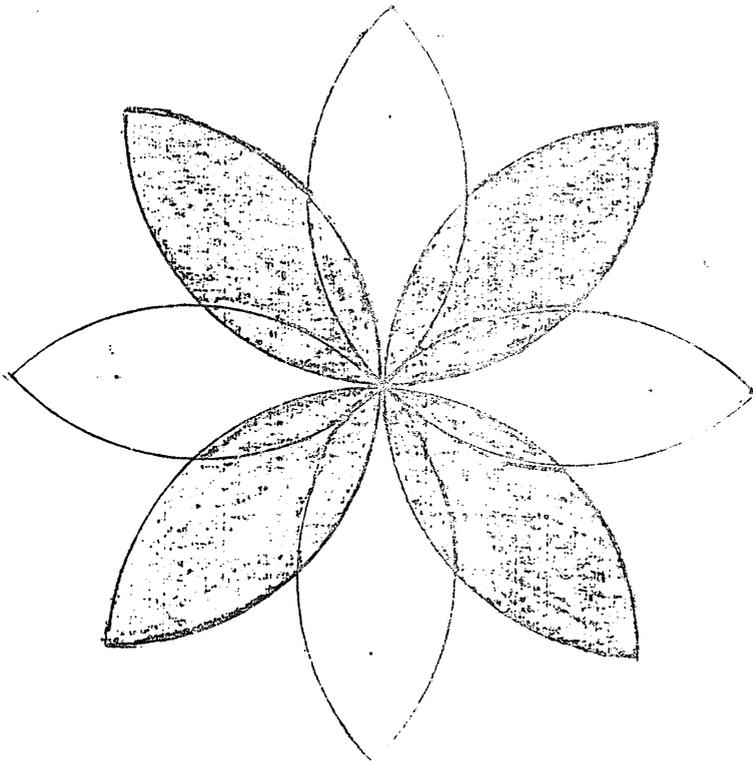


Platigny  
Lysule



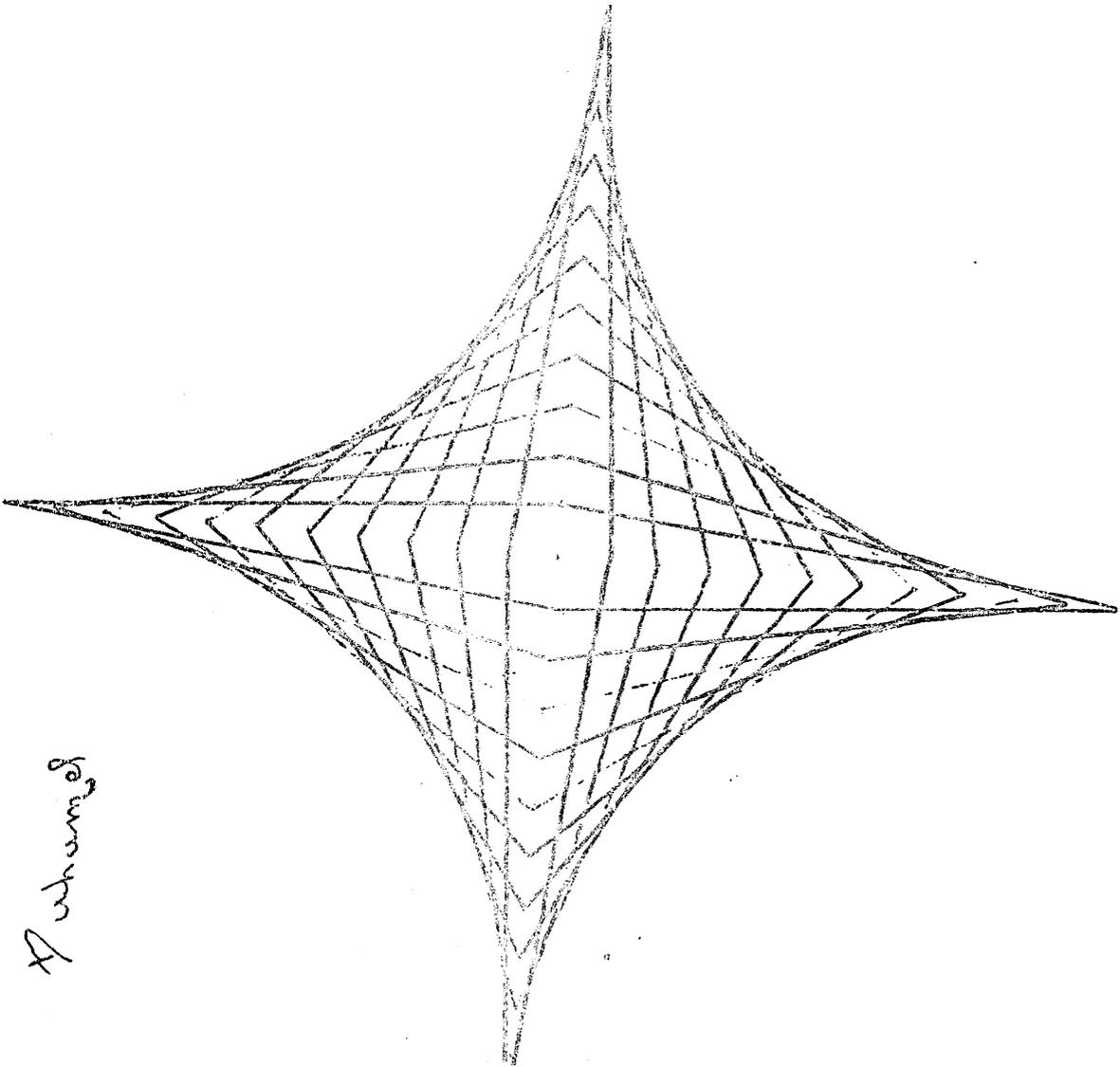
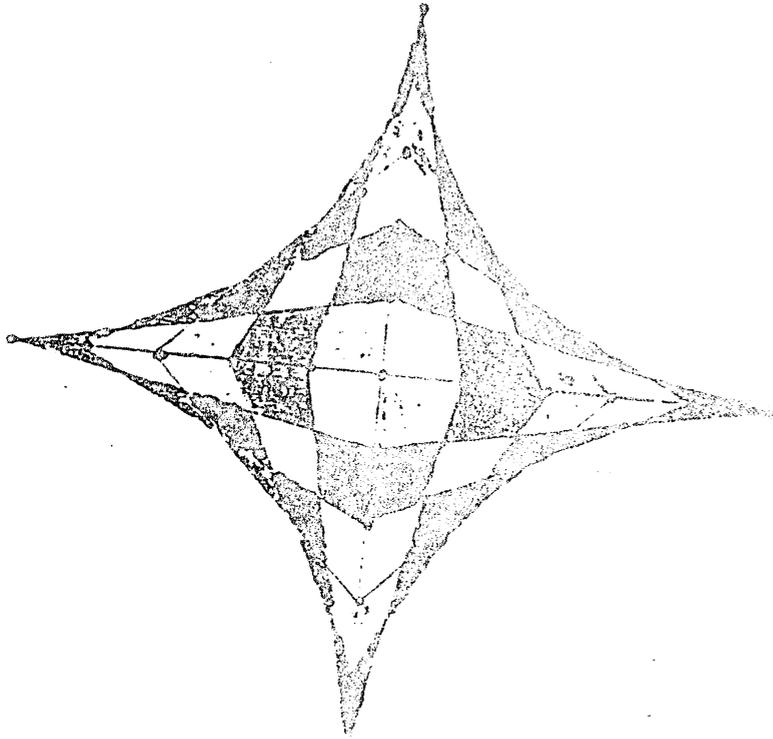


*Salien Gate*

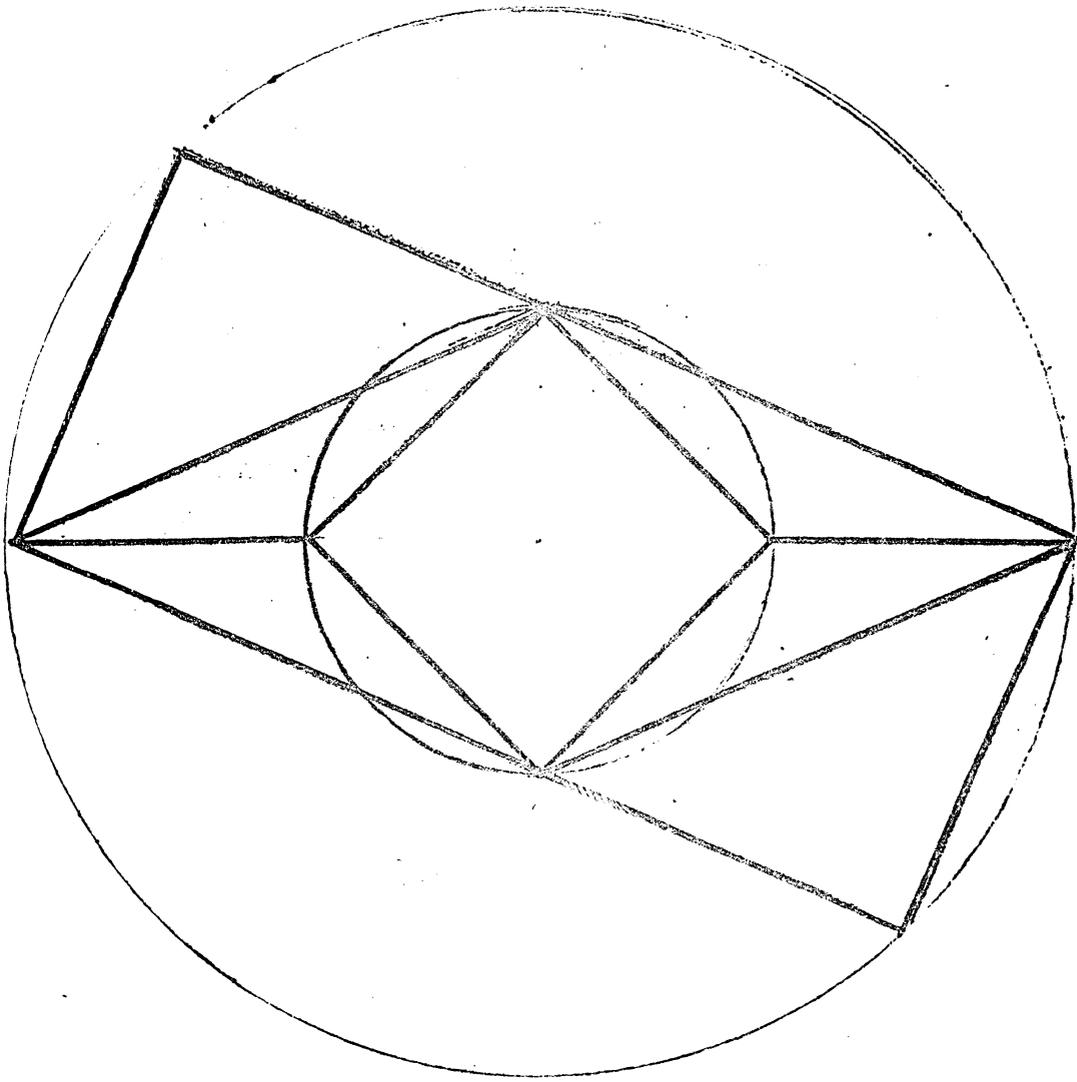


*veeq Christophine*

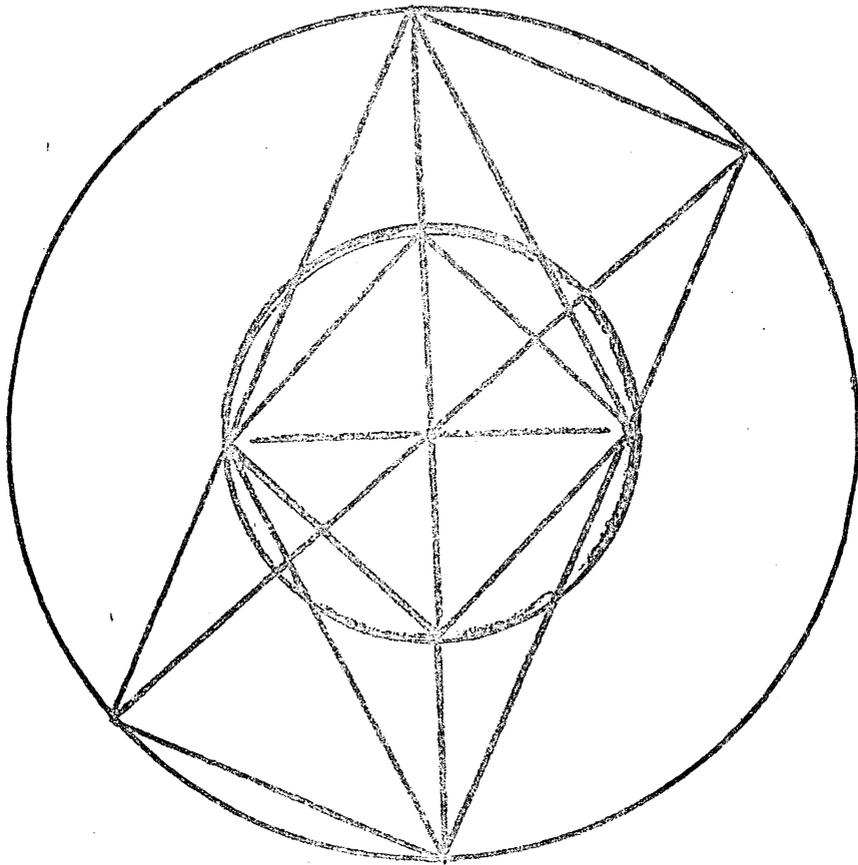
Duhamel Jean-Baptiste



atacha  
Duhamel

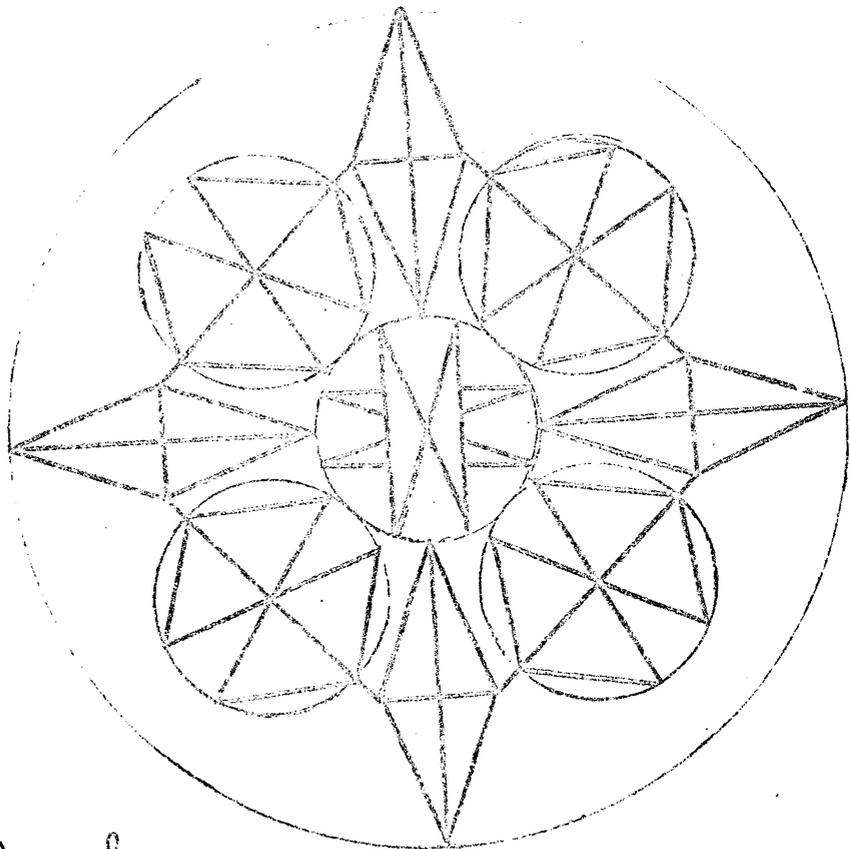
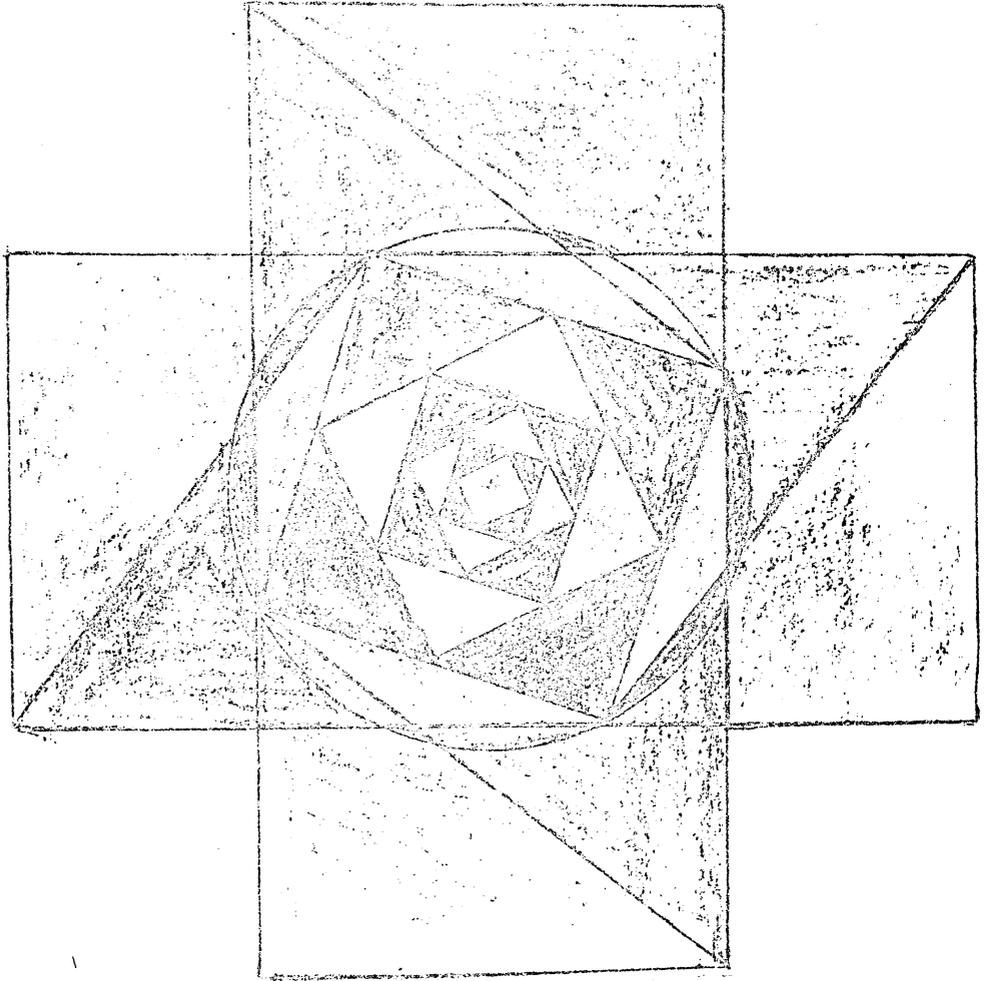


notica  
Clermont



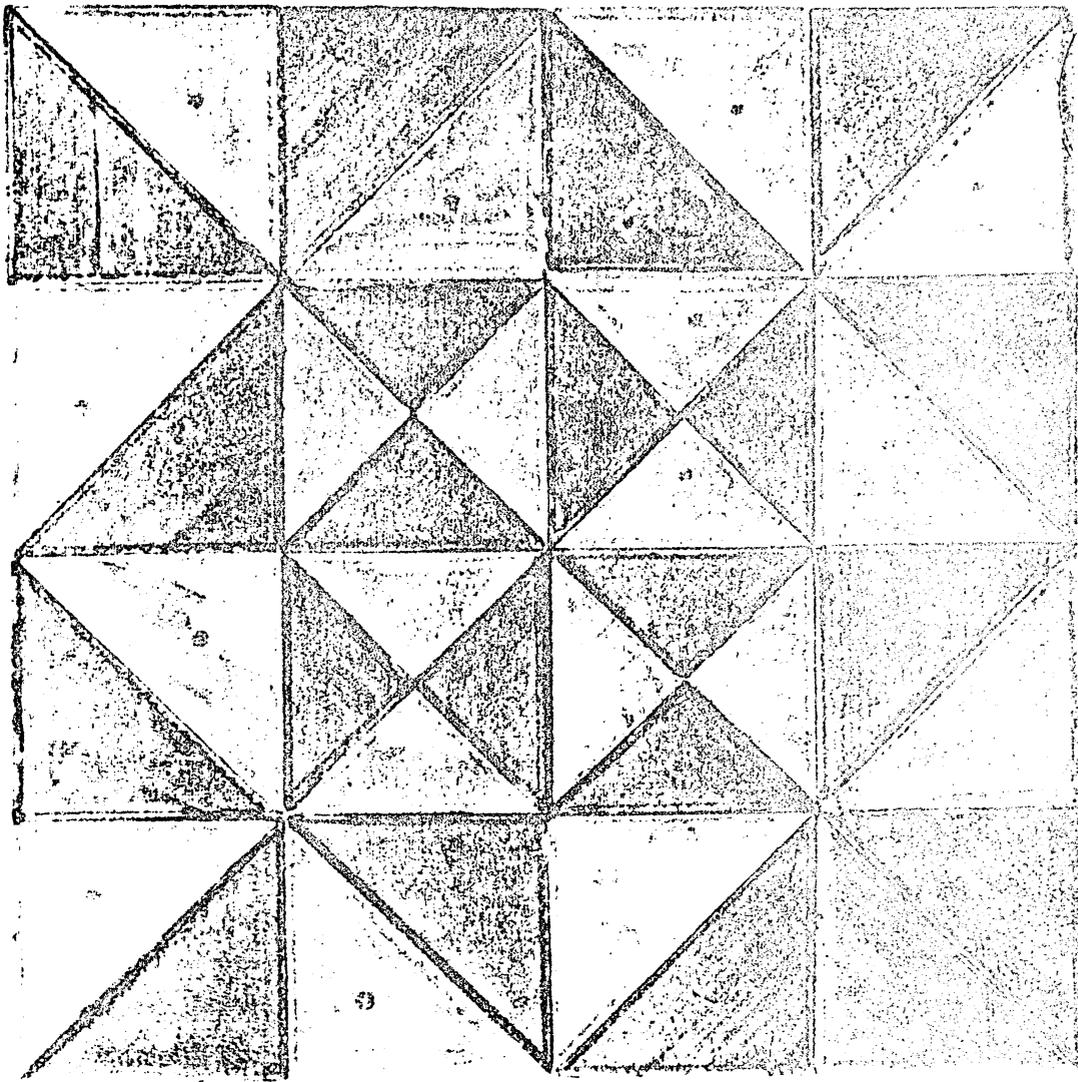
Sebastien Bertram

Ecole Flaubert

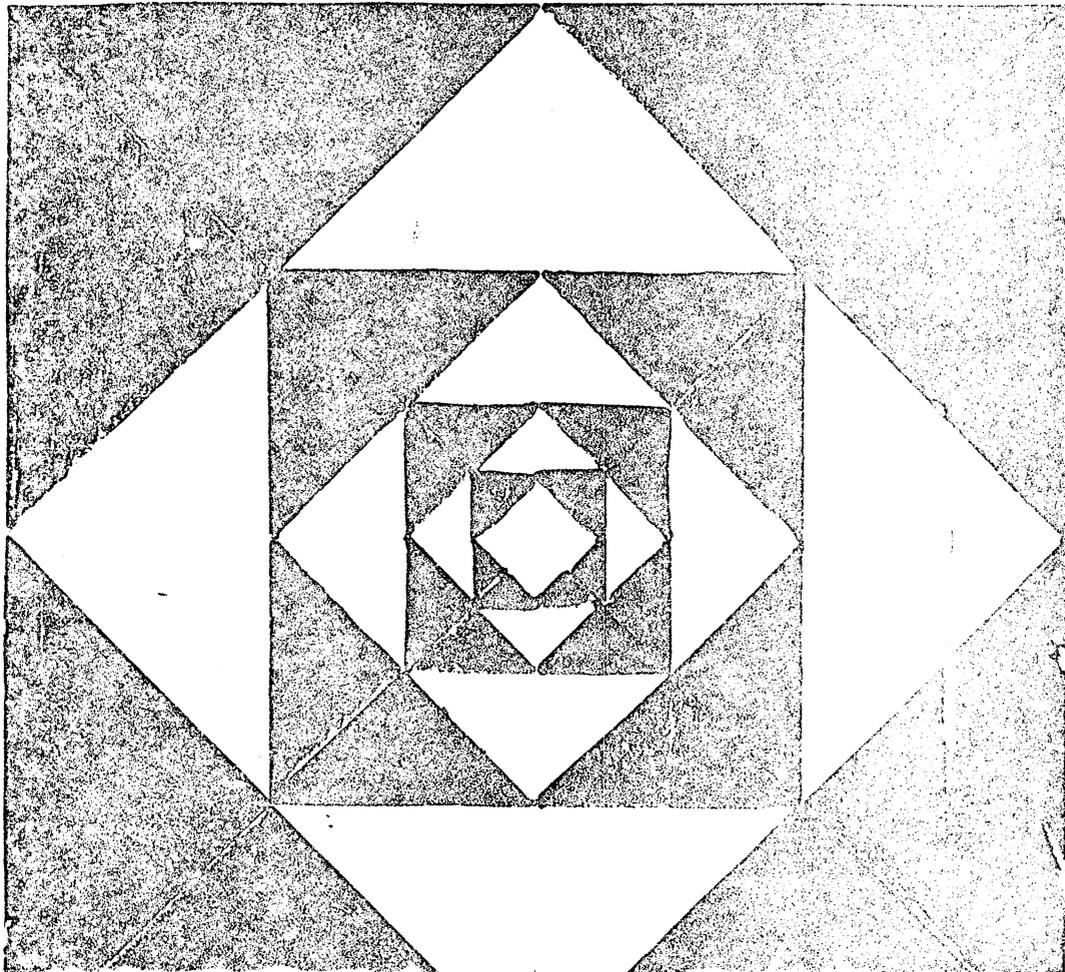


Stéphane Hamel

Dessins libres



Muckädel CM2



Dessins  
libres

Sophie

DEPOT LEGAL : 2e TRIMESTRE 1987