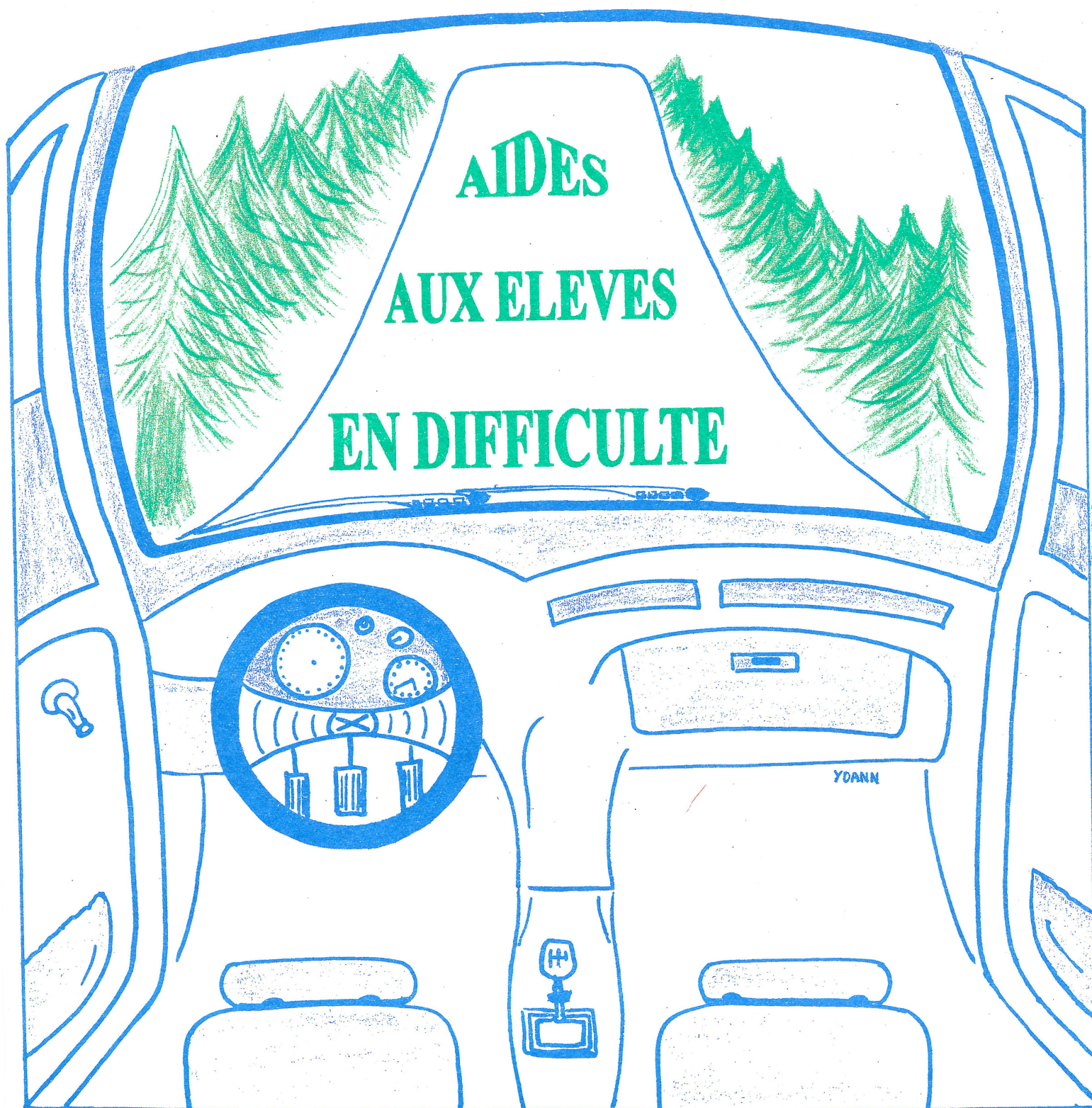




UNIVERSITE DE RENNES 1



AIDES

POUR LES ELEVES EN

DIFFICULTE

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, une ou plusieurs pages blanches). Si tel est le cas, écrivez à l'IREM en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

Ont participé à la rédaction de ce document :

CLEMENT Alain
Collège le Bocage - DINARD

FRESNEL Colette
Collège Jacques Brel – NOYAL/VILAINE

GERARD Christiane
Collège Martin Luther King - LIFFRE

LE COGUIC Christiane
Collège Pierre et Marie Curie - HENNEBONT

POUSTYNNIKOFF Françoise
Collège Goh Lanno - PLUVIGNER

RUAMPS Françoise
Université de Rennes 1

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la DAFI.

La saisie et la mise en page ont été assurées par Danièle QUENTIN.
La reprographie par Françoise LE BESCOND.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
 CHAPITRE 1	
LE CODE DES OPERATIONS	3
Fiches « PRIORITES DES OPERATIONS »	9
 CHAPITRE 2	
LES HAUTEURS	13
Fiches « POUR ETRE A LA HAUTEUR »	25
 CHAPITRE 3	
LES FRACTIONS	29
PREMIERE PARTIE « QUELLE FRACTION ? DE QUOI ? »	31
Fiches « QUELLE FRACTION ? DE QUOI ? »	33
DEUXIEME PARTIE « NICOLAS »	35
Fiches « LES DEPENSES DE NICOLAS »	45
 CHAPITRE 4	
EN ROUTE VERS LE CALCUL LITTERAL	49
Fiches 1 et 2 « MESURES ET LONGUEURS SANS DOUBLE DECIMETRE »	55
Fiches 3 et 4 « LETTRES ET LONGUEURS »	57
Fiches 5 et 6 « LETTRES ET AIRES »	59
Fiches 7 « LETTRES ET PERIMETRES »	61

CHAPITRE 5	
LES DEMONSTRATIONS	63
PREMIERE PARTIE « LE PROBLEME ET LES DONNEES »	65
Annexes	68
DEUXIEME PARTIE « REFLEXIONS ET PISTES BIBLIOGRAPHIQUES »	75
CONCLUSION	89

INTRODUCTION

Au cours de ces travaux, nous nous sommes intéressés aux élèves en grande difficulté en 5^{ème} et 4^{ème}. Certains membres du groupe avaient des classes de 4^{ème} AES, d'autres des classes standards.

Nous avons voulu bâtir des activités qui soient utilisables dans des groupes ne contenant que quelques élèves en grande difficulté en mathématiques, et non pas seulement dans des classes spéciales : 4^{ème} AES ... Nous ne pouvions donc pas prévoir d'activité à la fois spécifique à quelques élèves et réellement difficile et longue, donc nécessitant la disponibilité de l'enseignant et l'obligeant à laisser trop longtemps livrés à eux-mêmes les autres élèves.

Nous proposons dans ce rapport des exercices simples et des pistes ou ébauches de véritables activités. Ces fiches sont basées soit sur de « nouvelles » idées (c'est-à-dire que nous n'avons pas trouvé d'article où cette idée aurait été analysée et éprouvée), soit sur des idées provenant de publications antérieures (nous en citons les références et des extraits). Nos fiches peuvent alors se présenter comme un complément à la publication citée, complément adapté à des élèves en difficulté.

Voici les thèmes abordés :

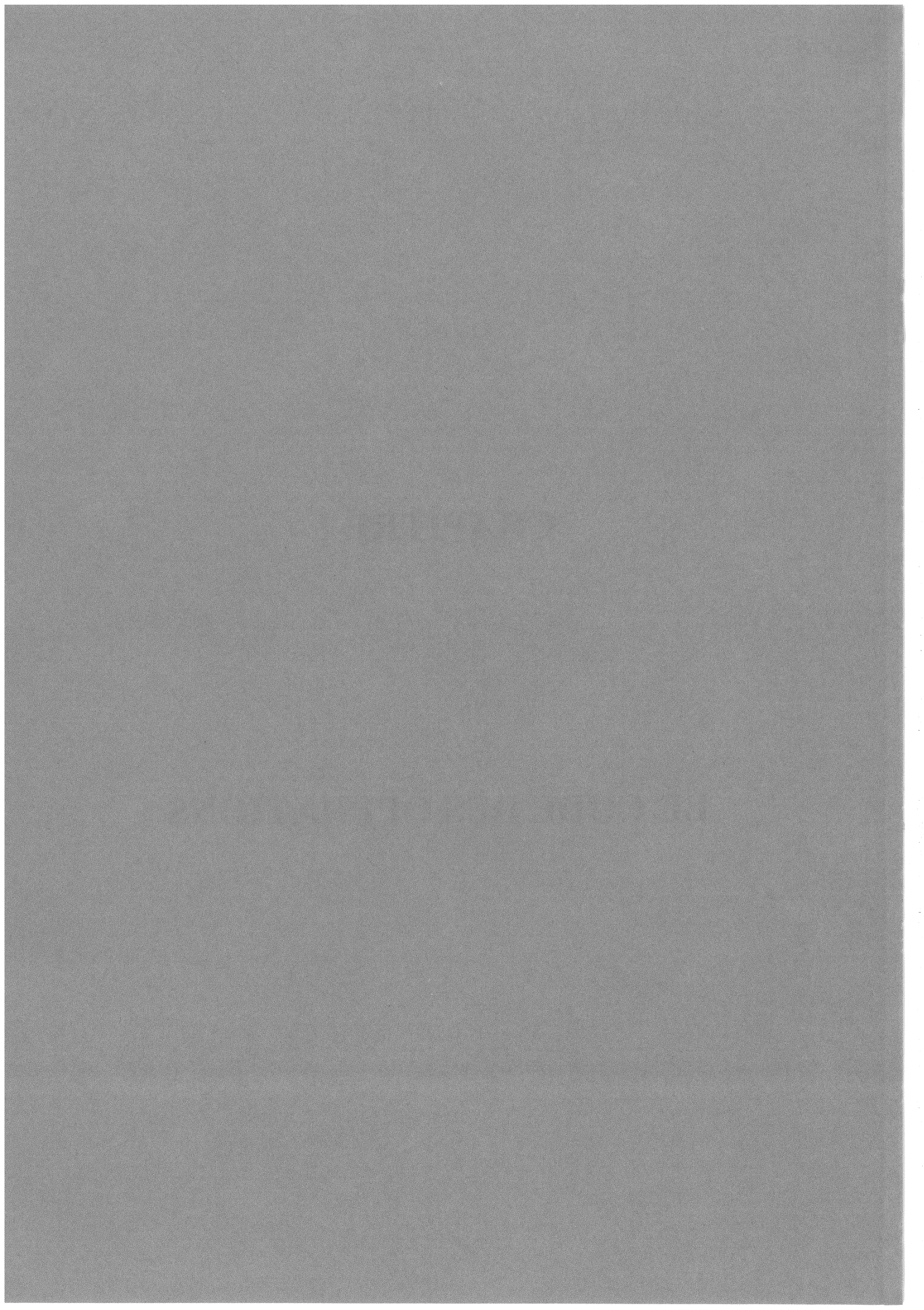
- Un chapitre sur les priorités opératoires.
- Un début d'activité sur les hauteurs, partant de l'observation du phénomène physique de la chute due à la pesanteur.
- Un chapitre sur les fractions contenant :
 - des fiches sur « Fractions d'une longueur, d'une aire », (on pourra trouver une analyse approfondie et d'autres activités permettant de construire des représentations convenables sur ce même thème dans d'autres publications, par exemple dans les publications du groupe de l'IREM de Rennes « Proportionnalité »).
 - une activité « Les dépenses de Nicolas » avec des aides variées correspondant à diverses représentations ou règles d'action que pourraient avoir les élèves.

L'originalité de cette activité est la présentation matérielle du choix des aides que nous proposons : cette présentation est utilisable pour tout autre sujet se prêtant à des aides variées ; elle évite, autant que possible, d'influencer le choix de chaque élève tout en permettant d'établir des statistiques sur, d'une part, les préférences des élèves, d'autre part, « l'efficacité » de chacune des différentes aides.
- Des manipulations amorçant une activité sur le calcul littéral.
- Un chapitre sur la démonstration et une activité sur les données d'un problème en géométrie où nous rappelons des articles IREM ayant déjà étudié un des aspects de la question, et nous en proposons des prolongements.

Même si nous ne le reprécisons pas à propos de chaque sujet il doit être bien entendu que, dans le déroulement de la classe, nous ne nous contentons pas des exercices présentés ici mais nous utilisons des activités préparatoires très variées et, en particulier nous varions systématiquement la présentation et le contenu des exercices pour éviter de favoriser l'installation de règles d'action ou de représentations inadéquates ou erronées.

CHAPITRE 1

LE CODE DES OPERATIONS



OBJECTIFS

Organisation, gestion d'un programme de calcul.

PREREQUIS

Connaissance des règles de priorités et des conventions usuelles d'écriture.

NIVEAU

Cinquième.

REMARQUES ET OBSERVATIONS

- Les problèmes concrets ne conduisent pas à une suite de calculs sans parenthèses, mais induisent naturellement soit des calculs séparés, soit l'écriture de calculs avec parenthèses. Nous avons donc dû abandonner cette piste.
- Un risque potentiel de confusion entre ordre dans lequel on doit faire les calculs $(28 - 13 + 2)$ et opérations prioritaires $(28 - 13 \times 2)$ existe.
- Avant l'étude des nombres relatifs, la seule règle possible est, « effectuer dans l'ordre de l'écriture ». Par la suite, lorsqu'on aura parlé de sommes algébriques d'autres méthodes seront possibles, par exemple, regrouper les nombres suivant leurs signes.

Erreurs souvent observées dans nos classes :

Idées fausses	$A = 28 - 13 + 7$	$B = 63 + 7 \times 8$
d'élèves	$A = 28 - 20$	$B = 70 \times 8$
	$A = 8$	$B = 560$

Lorsque l'expression donnée comporte « une symétrie », chaque paquet symétrique est calculé d'abord.

Idées fausses	$H = 37 - 7 \times 2 + 3$	$I = 28 \times 10 - 8 - 3$
d'élèves	$H = 30 \times 5$	$I = 280 - 5$
	$H = 150$	$I = 275$

DEROULEMENT DE LA SEANCE

Elle peut se passer en classe entière mais de préférence en soutien avec un petit groupe d'élèves. Durée 50 minutes à une heure pour les deux fiches 1 et 2 avec des élèves faibles.

CONTENU DE L'ACTIVITE

Fiche n° 1 : On souligne qu'il est nécessaire de prendre une règle conventionnelle, comme pour le code de la route.

CODE DE LA ROUTE	CODE DES OPERATIONS
Feu vert ↓ Je passe	Souligné en vert ↓ J'effectue

Une observation et une réflexion sont nécessaires **avant** que le calcul soit effectué. Nous avons donc demandé aux élèves de commencer d'abord par souligner le calcul prioritaire afin de favoriser cette réflexion sans le souci de bien calculer. Cela ne se fait pas sans une certaine réticence au début, mais les résultats obtenus les encouragent à continuer sur les fiches suivantes.

L'utilisation d'autres écritures – décimales ou fractionnaires – ne les trouble pas.

Il est important de corriger individuellement les fautes avant d'aborder la fiche suivante. Cela ne peut se faire qu'avec un groupe d'élèves ou, en classe entière, en relevant la fiche pour reprendre à la séance suivante.

Fiche n° 2 : On propose aux élèves d'effectuer complètement une partie des calculs donnés dans la fiche n° 1.

L'élève est guidé pas à pas par la consigne. Le premier exercice comporte des expressions avec 3 nombres et le deuxième avec 4.

Le professeur pourra choisir de donner ou non les réponses comme dans cette version. Cela permet de mieux gérer la classe : les bons se corrigent seuls pendant que l'on peut s'occuper des autres. Même en groupe, les élèves en difficultés effectuent certaines rectifications, après consultations des réponses. D'autres exercices pourront être donnés ensuite, sans les réponses pour s'assurer qu'ils réussissent à appliquer correctement les règles.

Une autre formule consiste à laisser les réponses disponibles, sur le bureau, aux élèves qui ont terminé tous les calculs.

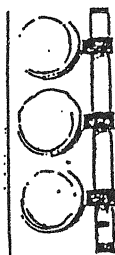
Bilan : On a constaté peu d'échec sur les priorités, les erreurs sont surtout des erreurs de calculs ou d'opérations (par exemple, faire une soustraction au lieu d'une addition).

PROLONGEMENT

Fiche n° 3 : Cette fiche plus complète, comporte des calculs avec ou sans parenthèses, elle pourra être un réinvestissement du travail précédent.

Fiche n° 4 : Prolongement éventuel en 4^{ème} avec les fractions.

PRIORITES DES OPERATIONS



FEU VERT

 AUTORISATION DE PASSER
 en s'assurant que l'intersection
 est libre.

Avec ton vélo (ou ta mobylette) tu respectes le code de la route.

De même, tu dois respecter « le code des opérations ».

Exercice I : Souligne en vert le ou les calculs qui doivent être faits en premier (opération et nombres).
 On ne demande pas de calculer.

Exemple



$$12 - \underline{2 \times 3}$$

$$13 - 9 - 2$$

$$30 : 6 + 4$$

$$158 + 15 \times 7$$

$$37 - 12 + 15$$

$$128 - 5 \times 4$$

$$13 \times 12 - 9$$

$$45 - 15 : 3$$

$$37 - 7 \times 2 + 3$$

$$28 \times 10 - 8 - 3$$

$$7 + 10 \times 28 - 9$$

$$155 - 117 - 15 + 3$$

$$24 + 14 : 2 - 3 \times 6$$

$$30 : 5 + 10 : 2$$

$$18 \times 5 + 3 \times 9$$

$$40 : 8 - 3 + 7 \times 4$$

$$18 - 4,5 + 8,2$$

$$1,2 \times 7 - 0,5 \times 3$$

$$2,6 + 0,4 \times 5 - 13$$

$$15,9 - 5,4 + 2 \times 1,8$$

$$17 + 2 \times 3,5 - 15 + 1,7 \times 3$$

Exercice II :Exemple

Je souligne en vert (opération et nombres) ce qui doit être fait en premier :

Je calcule ce qui est souligné :

Je termine le calcul :

$X = 12 - \underline{2 \times 3}$	$A = 13 - 9 - 2$	$B = 30 : 6 + 4$
$X = 12 - 6$	$A =$	$B =$
$X = 6$	$A =$	$B =$

$C = 158 + 15 \times 7$	$D = 37 - 12 + 15$	$E = 128 - 5 \times 4$	$F = 13 \times 12 - 9$	$G = 45 - 15 : 3$
$C =$	$D =$	$E =$	$F =$	$G =$
$C =$	$D =$	$E =$	$F =$	$G =$

Exercice III :

Je souligne en vert ce qui doit être fait en premier :

Je calcule ce qui est souligné puis je souligne en vert ce qui se fait ensuite :

Je calcule ce qui vient d'être souligné :

Je termine le calcul :

$H = 37 - 7 \times 2 + 3$	$I = 28 \times 10 - 8 - 3$	$J = 7 + 10 \times 28 - 9$
$H =$	$I =$	$J =$
$H =$	$I =$	$J =$
$H =$	$I =$	$J =$

$K = 155 - 117 - 15 + 3$	$L = 24 + 14 : 2 - 3 \times 6$	$M = 30 : 5 + 10 : 2$	$N = 18 \times 5 + 3 \times 9$	$P = 40 : 8 - 3 + 7 \times 4$
$K =$	$L =$	$M =$	$N =$	$P =$
$K =$	$L =$	$M =$	$N =$	$P =$
$K =$	$L =$	$M =$	$N =$	$P =$

Résultats des 2 exercices : 263 - 278 - 108 - 9 - 269 - 26 - 11 - 40 - 30 - 40 - 26 - 147 - 117 - 2 - 13

Souligne en vert le calcul prioritaire :

Effectue le calcul prioritaire :

Résultat :

$A = 28 - 13 + 7$	$B = 63 + 7 \times 8$	$C = 120 - 20 : 4$	$D = 45 - (6 + 9)$
A=	B=	C=	D=
A=	B=	C=	D=

Souligne en vert le ou les calculs prioritaires :

Effectue le ou les calculs prioritaires puis souligne en vert le calcul prioritaire :

Effectue le calcul prioritaire :

Résultat :

$E = 29 - 17 + 8 - 4$	$F = (14 - 8) + 7 \times (23 - 12)$
E=	F=
E=	F=
E=	F=

$G = 29 - (24 - 7 \times 3)$	$H = 12 \times [25 - (10,5 + 8,5)]$
G=	H=
G=	H=
G=	H=

1°) Pour chaque ligne de calcul, réfléchis souligne en vert le ou les calculs prioritaires ,

2°) Effectue le ou les calculs prioritaires ,

3°) Réfléchis souligne en vert

$I = 100 - 4 \times (26 - 6 \times 2 + 48 : 8)$	$J = [148 - 8 \times (23 - 9)] : 4 + 6$
I=	J=
I=	J=
I=	J=
I=	J=
I=	J=

Résultats des calculs : 20 - 22 - 115 - 83 - 15 - 119 - 26 - 30 - 72 - 16

Je souligne en vert (opérations et nombres) ce qui doit être fait en premier :

$$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{25}{24} - \frac{1}{3} - \frac{3}{8}$$

$$C = \frac{5}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{8}$$

$$D = \frac{12}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$$

Je calcule ce qui est souligné :

A=

B=

C=

D=

Je termine le calcul :

A=

B=

C=

D=

Je souligne en vert ce qui doit être fait en premier :

$$E = \frac{17}{10} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

$$F = \frac{2}{5} \times \frac{9}{7} - \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$$

$$G = \frac{12}{5} - \frac{9}{7} - \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$$

Je calcule ce qui est souligné puis je souligne ce qui se fait ensuite :

E=

F=

G=

Je calcule ce qui vient d'être souligné :

E=

F=

G=

Je termine le calcul :

E=

F=

G=

Résultats des calculs : $\frac{8}{5} - \frac{25}{24} - \frac{27}{10} - \frac{17}{14} - \frac{1}{3} - \frac{43}{70} - \frac{1}{3}$

CHAPITRE 2

LES HAUTEURS



OBJECTIFS

Savoir tracer une hauteur dans un triangle.

Savoir utiliser les expressions « hauteur issue de » et « hauteur associée à ».

PREREQUIS

- Vocabulaire sur le triangle (sommet, côté opposé).
- Droites perpendiculaires.
- Angle droit.

NIVEAU

Anciennement : Sixième – Cinquième.

Actuellement : Le mot « hauteur » n'apparaît pas en 6ème, (mais les élèves doivent savoir tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point donné), et en cinquième, le mot « hauteur » n'est employé que pour l'aire d'un triangle.

En conséquence, nos fiches peuvent être utilisées en 6ème en application des perpendiculaires et en 5ème en préalable à l'aire d'un triangle, (pour bien distinguer la hauteur « associée » à un côté).

En 4^{ème}, les élèves doivent savoir tracer les trois hauteurs et trouver le point d'intersection.

CONSTAT

Les élèves ont des difficultés à construire une hauteur dans un triangle et, plus particulièrement, dans le cas où ce triangle a un angle obtus ; ils ont à franchir l'obstacle des directions privilégiées, horizontale et verticale, et l'obstacle de l'intérieur et de l'extérieur des figures. (Cf. page 16 – Article d'Annie BERTE).

2 Obstacles des directions privilégiées, horizontale et verticale

Pour de jeunes élèves, le mot "droite" pose déjà problème, par le fait qu'une droite ne peut être qu'horizontale ou verticale, mais sûrement pas oblique. Quand on dit à un enfant : "Plante ce piquet droit" cela veut dire "vertical" et pas oblique. C'est un obstacle culturel très fort : station debout, sens de l'écriture, etc.

La verticale et l'horizontale sont des notions scientifiques en physique et en géographie qui ont été éliminées en mathématiques. Ce n'est pas évident pour des débutants.

Cela entraîne un obstacle pour les perpendiculaires et l'angle droit.

Par exemple : un triangle à la fois rectangle et isocèle est difficile à concevoir pour des débutants puisque le triangle isocèle doit avoir son axe de symétrie vertical⁴, et le triangle rectangle doit avoir son angle droit formé par une horizontale et une verticale. Des élèves de 5^e, à qui on demandait de dessiner un triangle rectangle et isocèle, ont produit le dessin ci-dessous, alors qu'ils savaient très bien, dans un autre contexte, ce qu'était un triangle.



Ils ont commencé par le segment [AB] horizontal, puis ils ont tracé les deux perpendiculaires en A et B, car les angles égaux du triangle isocèle devaient se trouver à la base, ce qui imposait deux angles droits. Ils montaient, montaient verticalement et ils ne savaient plus comment fermer le triangle, d'où le segment [CD], non horizontal, pour éviter le rectangle, et cependant qui ne les satisfaisait pas... Mais que faire d'autre ?

C'est un lieu commun de dire que, pour des élèves de collège, ceci est un carré : 

4 - Voir l'origine du mot "isocèle" qui signifie "jambes égales", du grec "iskelos" signifiant "jambes". L'homme qui écarte les deux jambes nous donne l'idée du triangle isocèle.

116 • Texte théorique n° 1

mais la même figure présentée sur une pointe : 
n'est plus un carré, mais un losange.

Effectivement, si au lieu de considérer des figures géométriques,

on considère des lettres de l'alphabet, on a ceci :  qui est la lettre A, et ceci :  qui n'a plus rien à voir avec la lettre A.

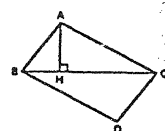
3 Obstacle de l'intérieur et de l'extérieur des figures

Si je parle des angles d'un triangle, il est sous-entendu qu'il s'agit des angles intérieurs au triangle. Il n'en est pas de même pour les hauteurs d'un triangle dont deux d'entre elles peuvent se trouver à l'extérieur. Les élèves ont beaucoup de mal à tracer une hauteur à l'extérieur d'un triangle, car, pour eux, les hauteurs appartiennent au triangle et sont donc à l'intérieur comme les angles du triangle.

L'obstacle de l'intérieur des figures se révèle très fort au moment des transformations géométriques : pour les élèves, seuls les points à l'intérieur du triangle ont une image par la transformation considérée. Nous étudierons plus loin les difficultés relatives aux transformations géométriques.

Voici un exemple, indépendant des transformations géométriques, où se mêlent les deux obstacles : directions privilégiées d'une part, et intérieur et extérieur d'autre part.

Une étudiante en DEUG mathématique m'a dit qu'elle n'avait jamais compris la formule de l'aire du triangle comme moitié d'un parallélogramme, et pour expliquer, elle faisait le dessin suivant :



La base [BC] horizontale étant privilégiée, la hauteur ne pouvait être que verticale et la symétrie se faisait par rapport au milieu de cette base privilégiée [BC].
D'après cette figure, il n'y avait donc pas de rapport entre le produit $AH \times BC$ et l'aire du parallélogramme ACDB.

Quelques exemples d'obstacles pour la construction du savoir en mathématiques • 117

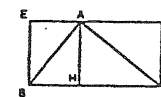
Mon étudiante était donc heureuse de m'annoncer que, cette année enfin, elle avait compris cette formule grâce à ce que nous avions fait.

En effet, j'avais démontré que, étant donné deux polygones de même aire, on peut toujours faire un puzzle avec l'un pour reconstituer l'autre.

Ce faisant, nous avions fait de nombreux puzzles, qui lui avaient suggéré le dessin suivant :

$$\text{aire } ABC = \frac{1}{2} \text{ aire } BCDE = \frac{AH \times BC}{2}$$

et elle croyait avoir compris !



En fait il s'agissait d'une sous-compréhension, puisque, pour elle, un triangle n'avait toujours qu'une seule hauteur, nécessairement verticale, et elle n'avait jamais envisagé le cas de la hauteur à l'extérieur du triangle...

Cependant, de son point de vue, elle avait compris quelque chose de fondamental, puisque cela lui permettait de retenir cette formule. Elle n'avait jamais réussi à la retenir auparavant, faute d'en être convaincue par une démonstration, non pas une démonstration qui existerait dans les livres, ce dont elle ne doutait pas, mais une démonstration suffisamment intégrée par elle. Inutile de préciser qu'il s'agissait d'une bonne étudiante de DEUG 2^e année, qui réussissait en mathématique et voulait devenir professeur. Elle cherchait à comprendre avant d'apprendre, en se posant des questions.

On peut remarquer que cet obstacle de l'intérieur des figures est encore repérable dans les traditions.

Par exemple, la justification usuelle de la formule donnant l'aire du parallélogramme est insuffisante. La transformation du parallélogramme en rectangle par translation du triangle AHD ne "marche" pas dans le cas de la figure 2.

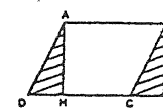


figure 1

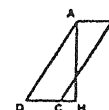


figure 2

UTILISATION DES FICHES

Trois possibilités :

- soit en activité (6^{ème}) (cette notation n'est pas au programme en 6^{ème}).
- soit en présentation des hauteurs (5^{ème}).
- soit en remédiation (5^{ème} - 4^{ème}).

Fiche 1

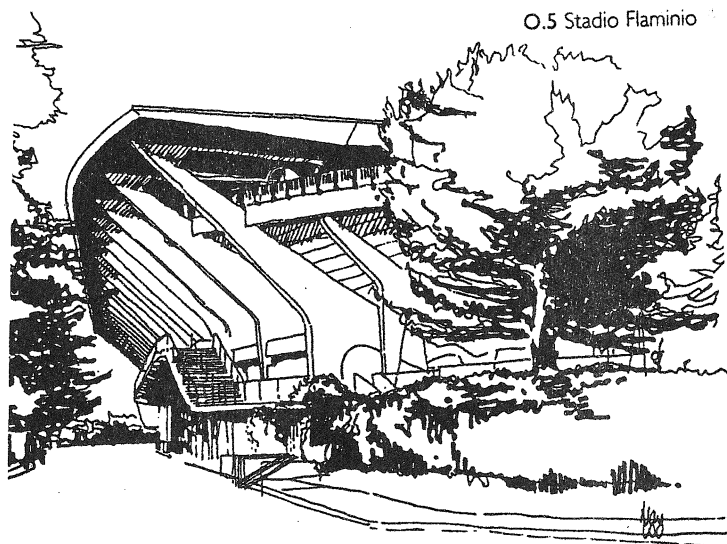
Objectif :

Habituer les élèves à voir les figures dans tous les sens.

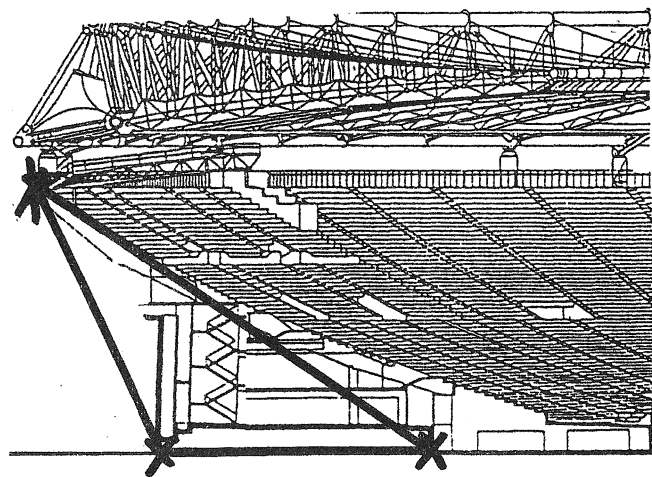
Présentation :

- 1) Nous partons de l'utilisation courante du mot hauteur pour expliquer la situation suivante :

Voici un stade d'architecture moderne :



Ce qui donne schématiquement, vu en coupe :



(Dessins d'après « 17 promenades dans Rome ». François NIZET. Ed. Casterman)

Un individu ne veut pas payer, il grimpe tout en haut et s'approche un peu trop du bord.
Quelle chute !

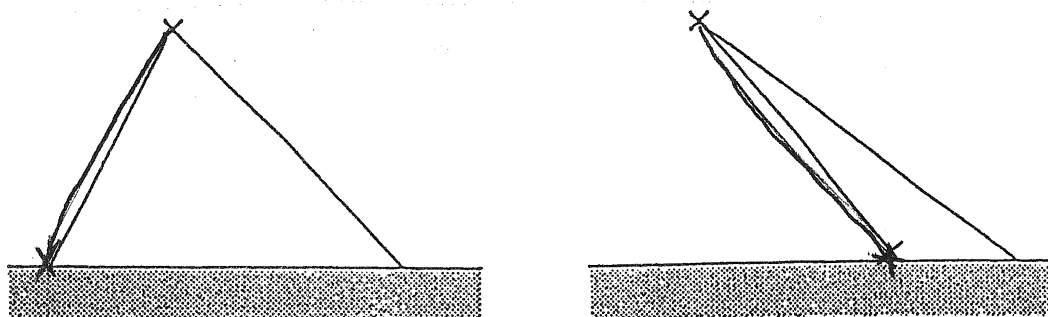
Les questions sont :

Où tombe-t-il ? De quelle hauteur ? et par quel chemin ?

Remarque : le tracé du chemin suivi matérialise la hauteur au sens mathématique.

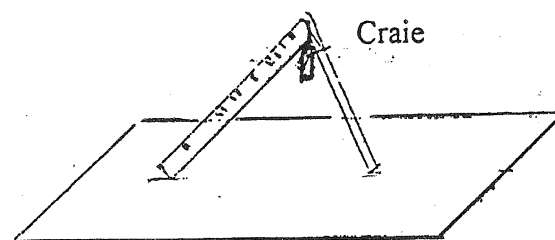
2) Lors de la première expérimentation de la fiche nous avons observé que certains élèves faisaient glisser l'objet le long des côtés du triangle.

Idées fausses d'élèves.



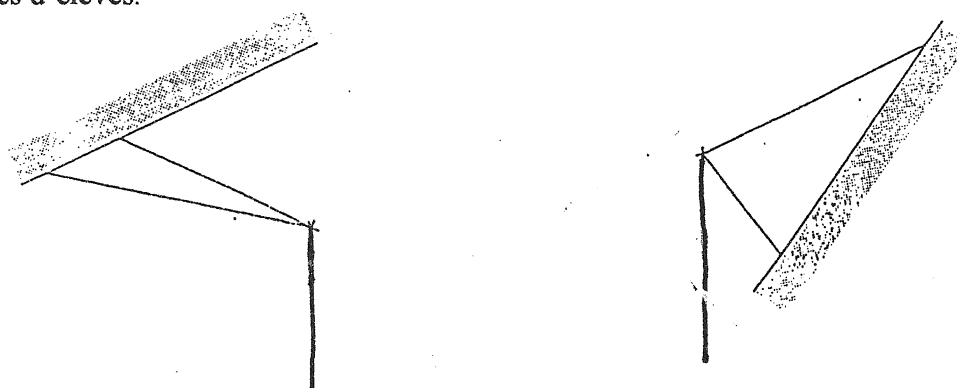
3) Il est donc apparu nécessaire de préciser la situation en l'illustrant par une expérience rapide que nous faisons avec un petit objet (morceau de craie par exemple) et deux règles de longueurs de préférence inégales qui représentent les deux côtés « obliques » d'un triangle « posé sur la table horizontale » (ou à la rigueur un compas).

Il suffit de laisser tomber la craie du sommet opposé au côté horizontal.



Nous avons aussi remarqué que certains élèves ne tenaient pas compte du côté hachuré figurant le sol, car ils considéraient que le sol était toujours parallèle au bord inférieur de la feuille.

Idées fausses d'élèves.



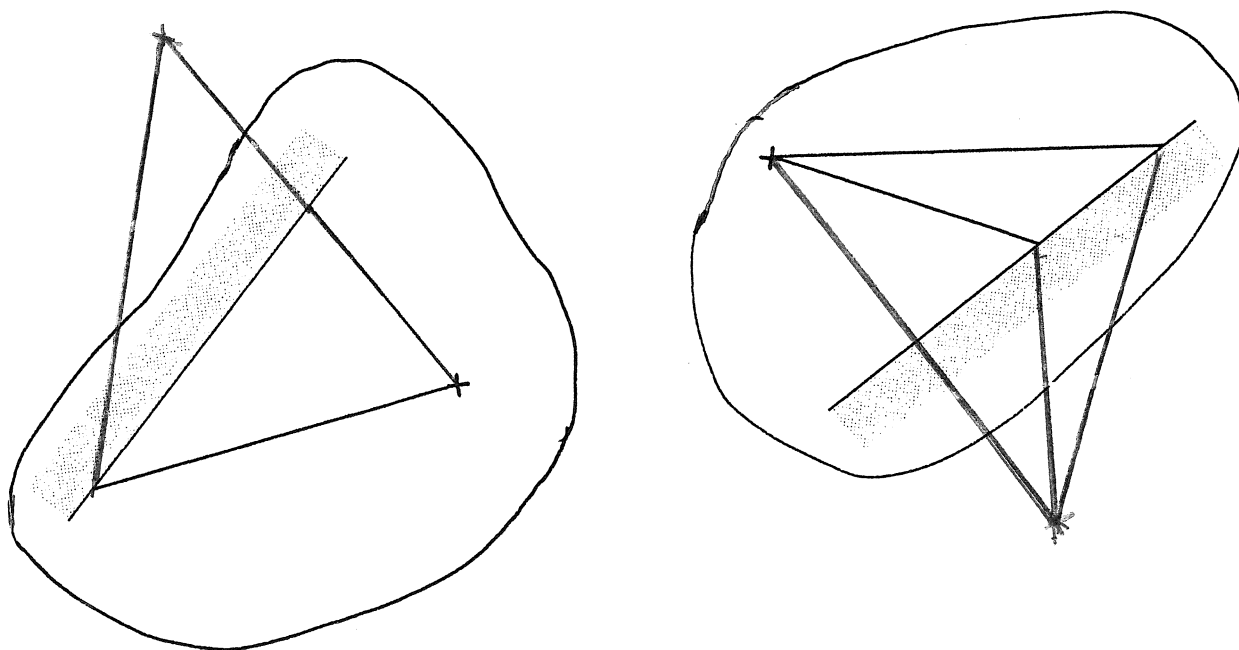
Nous avons entouré chaque figure pour évoquer l'image de photos dans un « pêle-mêle » et mieux montrer que chaque figure est « indépendante » des autres et que l'on peut tourner la feuille (voir fiche 1, exercice 2, page 25). Il est indispensable de toujours préciser que le sol est horizontal :

On n'est pas à flanc de montagne. La chute est, sans ambiguïté, verticale.

Observations :

- Même si les dessins sont faits à main levée, ou à la règle orientée à vue de nez ; l'important est que l'élève ait bien tracé une « perpendiculaire » au sol passant par le sommet. Par la suite, il faudra inciter l'élève à prendre son équerre pour être plus précis. L'intérêt pour le professeur est de repérer les élèves qui n'ont pas l'idée d'orthogonalité. La vraie difficulté pour les élèves est de prendre conscience que règle horizontale et fil à plomb sont orthogonaux.
- Quelques élèves construisent les « symétriques » par rapport au sol. Nous n'avons pas pu en déterminer la cause : imaginaient-ils un reflet dans l'eau et non une chute libre jusqu'au point d'impact ?

Idées fausses d'élèves.



Fiche 2

Objectifs :

- Introduire le vocabulaire « hauteur issue de ».
- Réaliser des tracés corrects en reconnaissant la situation de la fiche 1.
- Repérer chaque sommet et son côté opposé.
- Tracer les trois hauteurs dans un triangle.

Présentation :

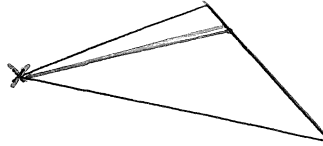
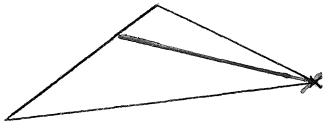
Exercice 3 : On peut préciser oralement la consigne de l'exercice 3 : repassez en rouge le côté opposé, que vous pourrez prolonger.

Observations :

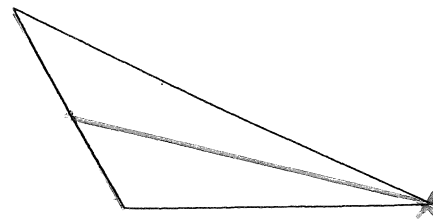
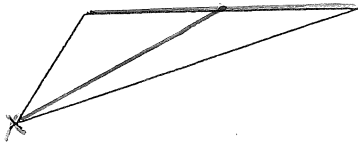
- Certains élèves ne maîtrisent pas la notion de « côté opposé à un sommet ».
- Des élèves situent mal l'angle droit.
- D'autres ne font pas la relation entre les fiches n° 1 et n° 2. Ont-ils lu la consigne ?
- Lorsque la série de fiches est utilisée en remédiation, les élèves donnent l'impression de vouloir reprendre leurs anciennes habitudes.

Quelques erreurs d'élèves liées aux difficultés de la fiche n° 2 exercice n° 3.

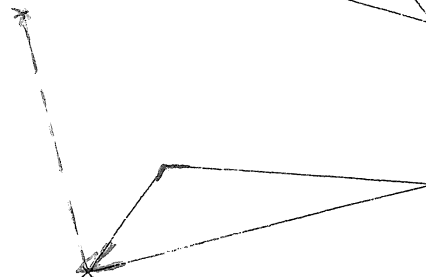
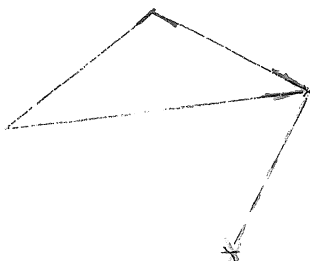
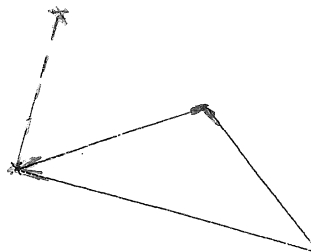
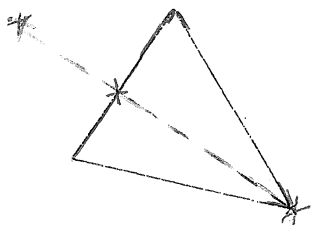
Rester « coûte que coûte » à l'intérieur du triangle.



Tracer les médianes.



Mal placer l'angle droit.



Fiche 3

Objectifs :

- Utiliser le vocabulaire « hauteur issue de » et « hauteur associée à » (exercice n° 5).
- Tracer dans une figure simple (un seul triangle) la hauteur en respectant une consigne donnée (exercice n° 6).
- Construire plusieurs hauteurs dans une figure plus complexe (exercice n° 7).

Présentation :

A ne donner que lorsque les deux premières fiches ont été corrigées.

Nouveauté :

L'introduction des lettres pour désigner « sommets » et « côtés ».

Observations :

- Les élèves comprennent assez bien l'expression « hauteur issue d'un sommet ».
- Par contre, ils ont beaucoup de mal à comprendre l'expression « hauteur relative à un côté » et nous l'avons remplacée par « hauteur associée à un côté ». Mais il reste que les élèves ont plus de difficultés à « partir » d'un côté que d'un sommet ; ce qui semble assez naturel tant qu'ils gardent l'image d'une chute !

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Nous nous sommes limités dans un premier temps à la hauteur définie comme un segment, ce point de vue nous semblant plus accessible à des élèves en difficulté. On peut envisager ensuite de la définir comme une droite.

L'activité est assez prometteuse et plaît aux élèves. Il reste à approfondir l'analyse des erreurs des élèves. Certaines erreurs sont probablement dues à l'ambiguïté des situations « concrètes » amenant à l'acquisition de la notion de hauteur en mathématiques. Les difficultés peuvent aussi découler de l'accumulation des deux obstacles mis en évidence par Madame BERTÉ puisque la hauteur est rarement « verticale » ou « horizontale » et ne se trouve pas toujours à l'intérieur du triangle.

D'autres erreurs tiennent sans doute des mathématiques elles-mêmes ou des techniques plus ou moins bien acquises précédemment ; par exemple certains élèves ne savent pas (ou plus) se servir d'une équerre : leurs dessins sont faux ou exécutés à main levée ; mais, après quelques exercices de manipulation d'équerre, leurs tracés sont rigoureux et ils semblent avoir compris la construction de la hauteur dans un triangle.

Voici quelques questions et pistes restées en suspens :

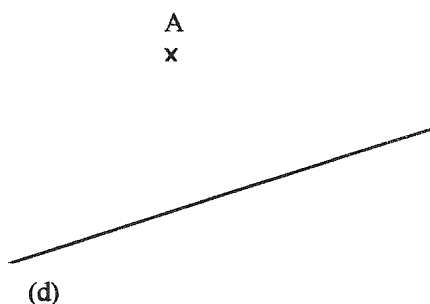
- Pourquoi voit-on parfois des constructions « en miroir » ? Elles révèlent sans doute une ambiguïté à lever dans la situation présentée.
- Peut-on aider les élèves à prendre conscience de l'orthogonalité entre horizontale et verticale ? Mais c'est peut-être du ressort du physicien ?
- Pour aider les élèves à « partir » d'un côté faut-il prévoir un exercice 3bis où on donnerait un côté et on demanderait de marquer le sommet opposé ? Peut-on imaginer une histoire (enquête après accident : l'individu est étalé sur le sol, d'où est-il tombé ?) qui illustrerait ce problème de façon fructueuse ?

Un autre exercice permettant de bien comprendre ce qu'est une hauteur est l'exercice du « triangle perdu » (très difficile pour les élèves en difficulté).

Ou

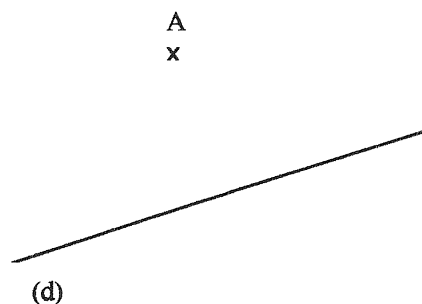
Enoncé 1 :

On donne une droite (d) et un point A.
Trouver un triangle ABC dont (d) est la hauteur issue de B.



Enoncé 2 :

On donne une droite (d) et un point A.
Trouver un triangle ABC dont (d) est la hauteur associée à [AC].

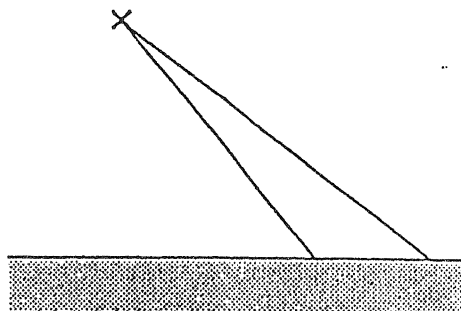
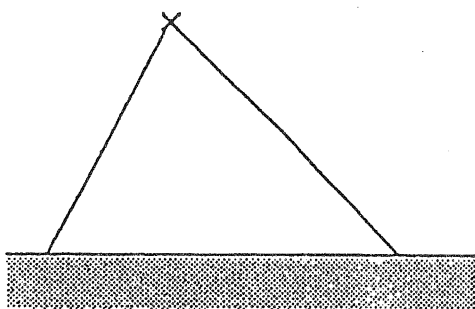


POUR ETRE A LA HAUTEUR !

Le sol est représenté sur les dessins par la partie grisée. On supposera toujours le sol horizontal.

Exercice 1 :

Lorsque je laisse tomber sans élan un objet du point marqué d'une croix, où tombe cet objet sur le sol ?
Fais la construction.

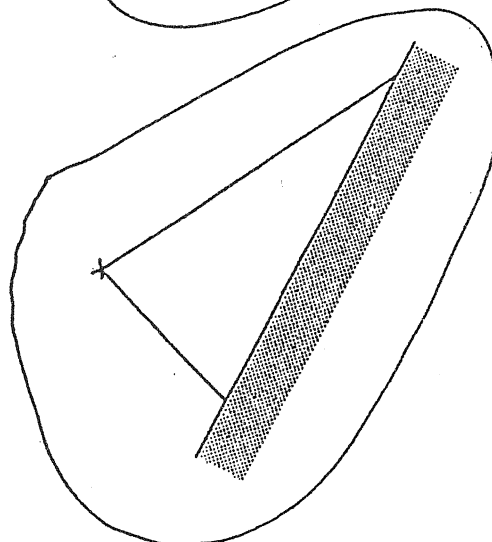
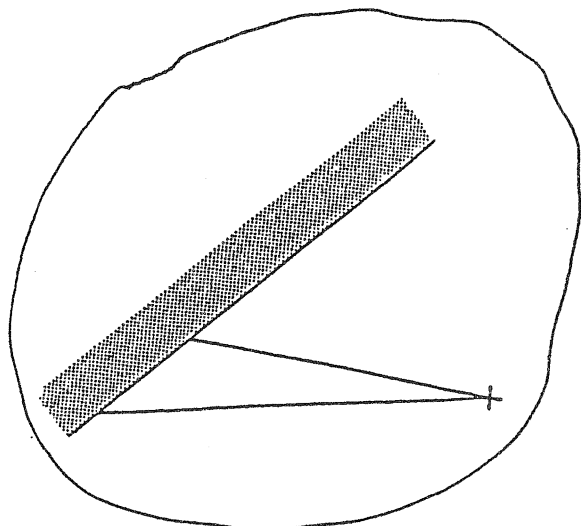
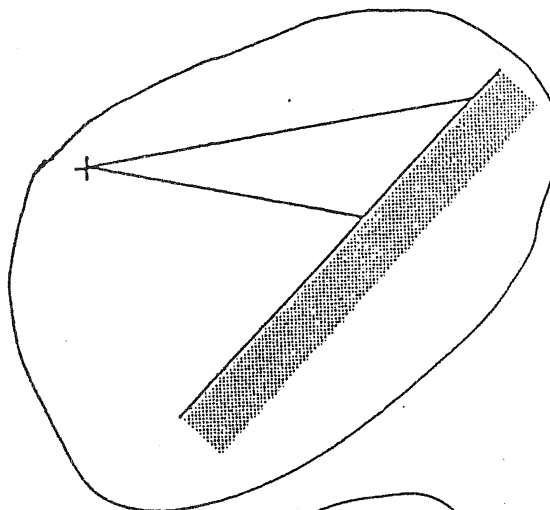
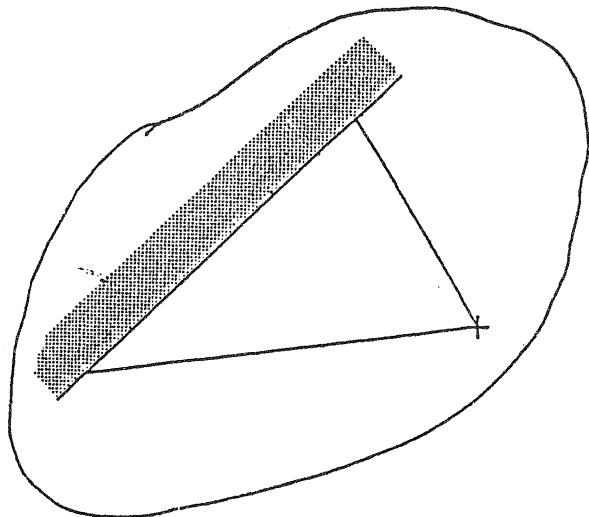


Exercice 2 :

Pour chaque triangle, tourne la feuille pour voir l'objet tomber sur le sol.

Fais la construction avec précision.

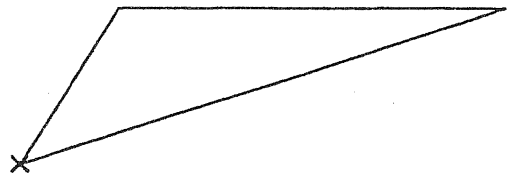
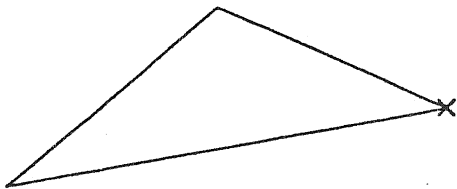
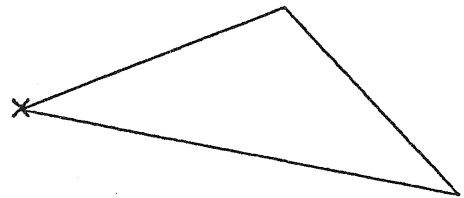
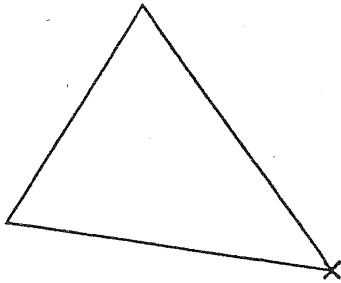
Comment s'appelle le chemin suivi par l'objet qui tombe de la croix sur le sol ?



Le chemin suivi par l'objet de la fiche n° 1 s'appelle « Hauteur issue du sommet où est la croix ».

Exercice 3 :

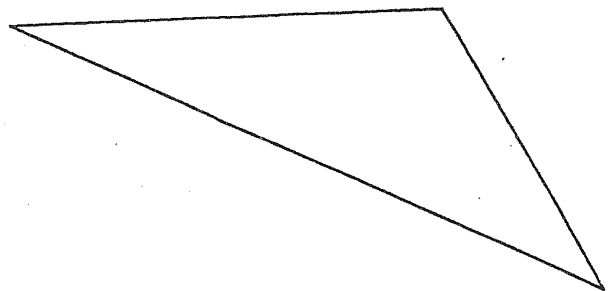
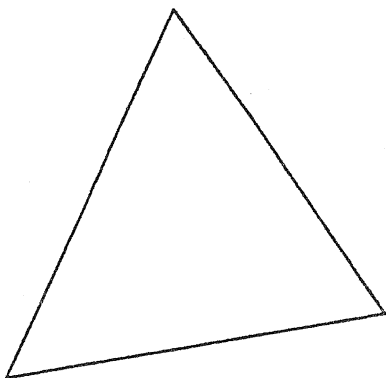
Repasse en rouge le sommet où est la croix et le côté opposé à ce sommet, puis construis la hauteur issue de ce sommet.

**Exercice 4 :**

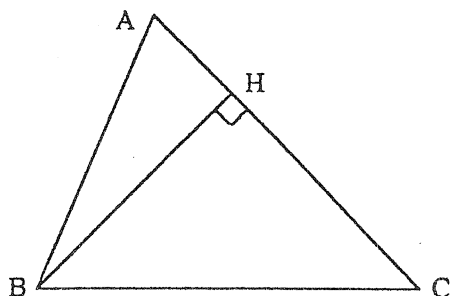
Colorie de la même couleur un sommet et son côté opposé.

Trace la hauteur issue de ce sommet.

Recommence avec chacun des deux autres sommets en changeant de couleur à chaque fois.



Exercice 5 :

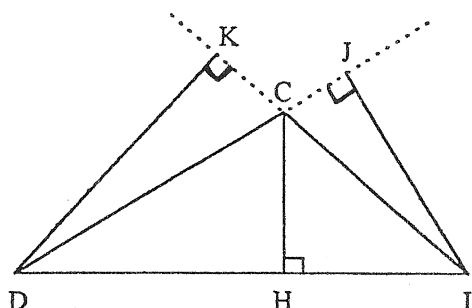


On considère le triangle ABC.

[BH] est la issue de

ou

[BH] est la hauteur associée au côté [AC].



On considère le triangle DCI.

[IJ] est la hauteur de I.

[CH] est la hauteur associée au côté

[DK] est la hauteur issue de

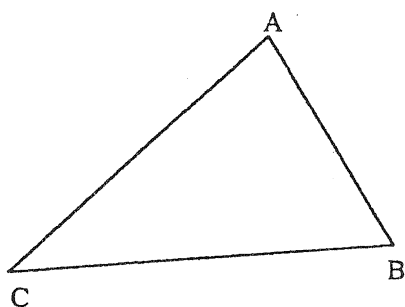
[IJ] est la hauteur [DC] .

..... est la hauteur issue de C.

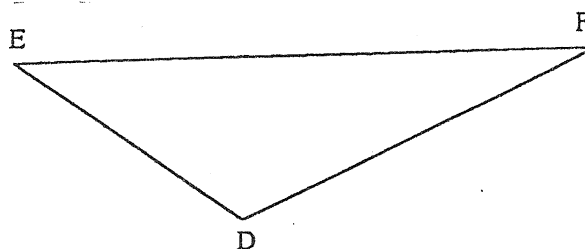
[DK] est la hauteur associée au côté

Exercice 6 :

Dans ABC, trace la hauteur issue de C.



Dans DE, trace la hauteur issue de E.

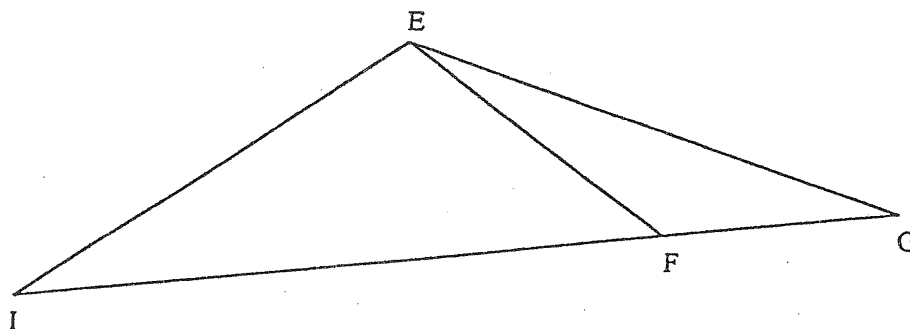


Exercice 7 :

Dans le triangle EFG, construis la hauteur issue de G (colorie la en rouge).

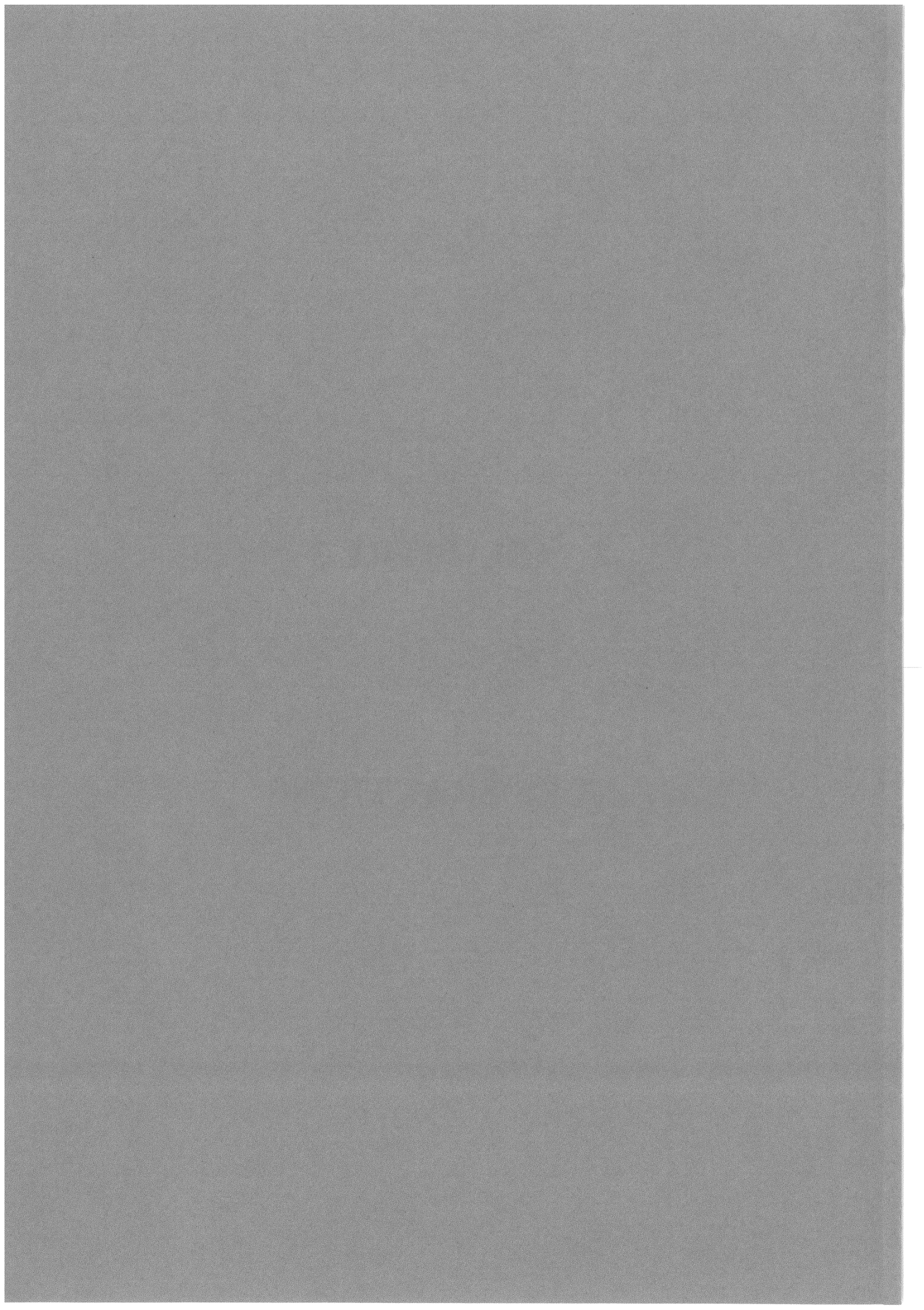
Dans le triangle IEF, construis la hauteur issue de I (colorie la en vert).

Dans le triangle IEG, construis la hauteur issue de I (colorie la en bleu).



CHAPITRE 3

LES FRACTIONS



PREMIERE PARTIE

« QUELLE FRACTION ? DE QUOI ? »

OBJECTIFS

Savoir lire et écrire une fraction d'une grandeur.

Nous distribuons simplement la fiche, sans explication orale.

NIVEAU

Cinquième.

DUREE

5 à 10 minutes par fiche.

COMMENTAIRES ET RESULTATS

Dans l'ensemble les fiches sont bien réussies : de 65 % à 88 % de réussite. Les élèves réussissent un peu moins les exercices où les segments de la fiche n° 2 ne sont pas inclus l'un dans l'autre.

La fiche n° 1 n'a pas été testée dans cette version ; mais la première version était déjà très bien réussie par les élèves.

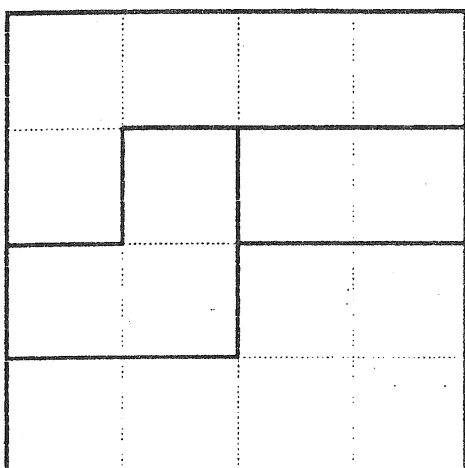
QUELLE FRACTION ? DE QUOI ?

Choisis 4 couleurs et colorie la palette :



Dans chaque carré, utilise ces 4 couleurs pour colorier les 4 parties.

Complète avec des fractions et simplifie les fractions quand c'est possible.

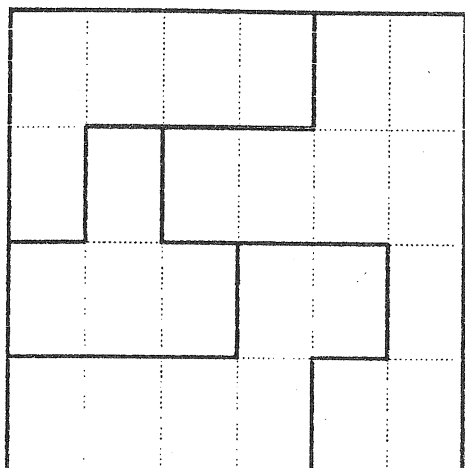


La partie représente du carré 1

La partie représente du carré 1

La partie représente du carré 1

La partie représente du carré 1



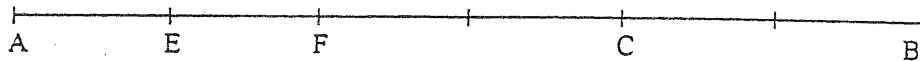
La partie représente du carré 2

La partie représente du carré 2

La partie représente du carré 2

La partie représente du carré 2

QUELLE FRACTION ? DE QUOI ?



AE représente $\frac{1}{6}$ de AB

AE représente $\frac{1}{4}$ de AC

1 – Complète avec une longueur de segment :

EF représente $\frac{1}{4}$ de

EF représente $\frac{1}{6}$ de

AF représente $\frac{2}{6}$ de

AF représente $\frac{2}{4}$ de

EC représente $\frac{3}{6}$ de

EC représente $\frac{3}{5}$ de

BC représente $\frac{1}{3}$ de

BC représente $\frac{1}{2}$ de

2 – Complète avec une fraction :

FC représente de FB

AE représente de FB

FC représente de EC

AE représente de EC

FC représente de EB

AE représente de EB

AC représente de AB

AC représente de EB

DEUXIEME PARTIE

« LES DEPENSES DE NICOLAS »

OBJECTIFS

- Résoudre des problèmes utilisant les opérations (+ , - , x) sur les fractions.
- Sens des opérations.

PREREQUIS

- Savoir lire et écrire une fraction d'une grandeur.
Voir les fiches : « Quelle fraction ? De quoi ? » N° 1 et N° 2.
- Savoir prendre la fraction d'une grandeur.
- Addition, soustraction, multiplication de fractions de dénominateurs simples.

NIVEAU

Cinquième – Quatrième.

HISTORIQUE

Idée de départ : nous voulions faire comprendre qu'une fraction dans un problème (dans ces classes) est toujours une fraction de quelque chose, de façon à éviter que les élèves ne fassent des opérations sans aucun sens pour la situation proposée.

Nous avons choisi de partir de deux problèmes « cousins » se prêtant à plusieurs types de résolution :

Nicolas a économisé 240 F ; il décide d'acheter un livre et un CD. Il dépense les deux tiers de ses économies pour acheter le livre et le quart pour acheter le CD.	Nicolas a économisé 240 F ; il décide d'acheter un livre et un CD. Il dépense les deux tiers de ses économies pour acheter le livre et le quart du reste pour acheter le CD.
Quelle fraction de ses économies lui reste-t-il après tous ses achats ?	Quelle fraction de ses économies lui reste-t-il après tous ses achats ?

Ce genre d'énoncé est très classique. Dans le premier texte on peut remarquer que la construction française de la deuxième phrase évite la répétition de « de ses économies » après le mot « quart » sans qu'il y ait ambiguïté pour autant. Pour les élèves en difficulté, après avoir insisté sur « fraction : de quoi ? », il pourra être nécessaire d'analyser la phrase.

Nous avons voulu laisser les élèves chercher librement dans un premier temps, puis leur proposer un éventail d'aides :

- aide graphique.
- aide utilisant une grandeur particulière (« dépenses successives »).
- guide utilisant uniquement les fractions.

Nous voulions que chaque élève traite les problèmes avec trois méthodes différentes, mais nous ne voulions pas influencer son choix de l'ordre des méthodes. Nous voulions à la fois observer les préférences des élèves et les efficacités respectives des trois méthodes que nous propositions.

PROCEDE DE PRESENTATION

Nous avons cherché un procédé de présentation qui permette aux élèves de découvrir les trois aides en même temps sans en privilégier une plus qu'une autre après leur recherche libre. Nous donnons à chaque élève une liasse agrafée contenant l'énoncé sur une feuille blanche pour la recherche libre et les trois aides. Les quatre feuilles sont agrafées de telle manière que, lorsque l'élève soulève la feuille blanche où il a fait sa recherche libre, les trois aides apparaissent simultanément grâce à un découpage de trois feuilles à des hauteurs différentes.

En annexe à ce chapitre, vous trouverez une première page qui vous montre comment se présente la liasse ; les pages suivantes contiennent les énoncés et les textes des aides correspondantes prêts à être découpés et agrafés.

UTILISATION DES FICHES

A) Déroulement de l'activité

Premier problème

- On distribue le premier problème.
- Les élèves cherchent à résoudre le problème et écrivent leur démarche sur la feuille blanche (10 mn).
- Certains n'écrivent rien.
- Au bout de 10 minutes, on demande aux élèves de soulever la feuille blanche et de lire les trois méthodes d'aide et de s'en imprégner.
- Ils devront ensuite résoudre le problème des trois façons proposées et indiquer dans le rectangle approprié l'ordre qu'ils ont choisi... (durée : 20 mn environ).
- Le professeur ramasse le premier problème.

Même procédure pour le deuxième problème

- Réaction des élèves : « c'est le même texte ! »
- Réaction du professeur : « relis ton texte ».

Les élèves se rendent compte finalement que le texte est différent et cherchent ce nouveau problème (durée : environ 20 mn).

B) Expérimentations

1) Expérimentation en classe de 4^{ème} AES (15 élèves en difficulté)

C'était le premier test de cette activité et le groupe IREM s'est déplacé pour pouvoir observer précisément les comportements des élèves. Chaque enseignant observait deux ou trois élèves.

Voici quelques observations générales ; vous trouverez ensuite (paragraphe C) un compte-rendu détaillé de l'observation de deux élèves et des comptes rendus succincts de l'observation de quelques autres élèves.

Pour le premier problème :

Les élèves savent bien qu'il faut trouver le même résultat par les trois méthodes.

On constate que cinq élèves seulement réussissent les trois méthodes.

La méthode privilégiée est le dessin dans cette 4^{ème} AES : 10 élèves sur 15 ont commencé par le dessin, mais seuls 5 élèves réussissent l'exercice : ce sont les 5 élèves qui réussissent les trois méthodes dans leur ordre de préférence.

La méthode la moins choisie en n° 1 est celle intitulée « n'utilise que des fractions » : seulement un élève sur 15 l'a choisie ; il l'a réussie.

Pour le deuxième problème :

Personne ne réussit les trois méthodes. Plus précisément, personne n'essaye de faire les trois méthodes.

La méthode privilégiée est encore le dessin : 12 élèves sur 15 dont 7 réussissent. Cette méthode leur permet de mieux voir la fraction du reste.

Personne ne commence par les fractions : les élèves ont encore des difficultés pour prendre une fraction de fraction.

2) Expérimentation en classe de 5^{ème}

Après ce constat mitigé en 4^{ème} AES, nous avons testé l'activité dans plusieurs classes de 5^{ème} hétérogènes ; à la fin de l'heure un bilan est fait avec toute la classe pour que tous comprennent les trois méthodes de résolution de ce genre de problème.

* Dans le premier problème nous avons vu des erreurs très variées, en particulier, parmi les dessins non réussis, la difficulté vient du fait que les élèves :

- savent trouver les $\frac{2}{3}$ d'un rectangle, d'un segment ou d'un disque.
- savent trouver le $\frac{1}{4}$ d'un rectangle, d'un segment ou d'un disque.
- mais ne savent pas reprendre ces deux grandeurs sur un même rectangle, un même segment, ou un même disque (problème du dénominateur commun).

Il faudrait une activité les familiarisant avec ce problème.

* Dans le deuxième problème les élèves n'ont pas de difficulté à réaliser le dessin (voir exemple de travaux d'élèves page 43).

D'autre part, certains élèves ne voient pas l'intérêt, dès qu'ils ont résolu le problème par une méthode, de le refaire par les deux autres méthodes. Pour ces élèves nous avons pensé à une autre présentation possible de l'activité, plus rapide à préparer (pas d'agrafage !) mais que nous n'avons pas eu le temps de tester :

- les élèves cherchent classiquement le problème sur une feuille blanche.
- pour les élèves qui sont bloqués, les trois méthodes sont à leur disposition sur une table. Les élèves choisissent seulement la méthode qu'ils préfèrent.

Résultats sur 47 élèves de 5^{ème} :

- la méthode du dessin reste privilégiée comme premier choix mais n'est réussie que par une petite moitié de l'effectif.
- globalement 1/3 des élèves réussissent les trois méthodes.
- dans le premier problème, la moitié des élèves ne traitent la méthode « dépenses successives » qu'en 3^{ème} choix, et un sur deux seulement la réussit.
- toujours dans le premier problème, 1/3 des élèves choisissent de commencer par « les fractions » et deux sur trois réussissent cette méthode ; en deuxième et troisième choix le taux de réussite reste aussi bon.
- mais dans le deuxième problème si les 2/3 des élèves choisissent de commencer par le dessin, les autres, sauf rares exceptions, choisissent les « dépenses successives » et un gros tiers les choisissent en n° 2. Le taux de réussite des « dépenses successives » est toujours d'environ 50%. Dans ce problème, l'élève qui commence par les fractions les réussit, mais le taux de réussite en 2^{ème} et 3^{ème} choix n'est pas bon (25% - 40%).

Nous avons fait des statistiques manuelles sur des effectifs réduits. Plusieurs collègues étaient prêts à faire passer l'activité dans leur classe ; nous aurions pu avoir des données portant sur des effectifs beaucoup plus importants, mais il aurait fallu pouvoir traiter ces données par informatique ; ce n'était pas notre but.

Nous aurions pu aussi analyser des recoupements pour voir si une aide, librement choisie, était plus efficace qu'une autre. Nous laissons la question posée.

C) Observations dans la classe de 4^{ème} AES

**Compte-rendu de l'observation de deux élèves
faite par Nathalie BOUTROS, étudiante en psychologie
en stage de didactique des Mathématiques dans notre groupe**

« Etant donné le nombre de professeurs surveillant cette séance (6 observateurs pour une quinzaine d'élèves), les élèves se sont peut-être sentis mal à l'aise : En effet, après distribution du premier travail à effectuer, les élèves levaient les yeux, se lançaient des regards, sourire en coin...

Ainsi, on peut se demander si ces conditions de travail n'ont pas perturbé les élèves. Ces conditions quelque peu inhabituelles ont pu avoir une incidence sur leur « façon de travailler » ?

Il paraît important de se poser la question étant donné que l'objectif de ce GRF est de trouver des activités spécifiques pour des élèves en difficultés évoluant dans des conditions scolaires « normales » : c'est-à-dire avec un professeur ».

Elèves observés : Elen – David

Le GRF s'était mis d'accord pour ne pas intervenir auprès des élèves. Après 15 mn, les deux élèves que j'observais n'avaient toujours pas commencé (et finissaient par souffler !) : Elen recopiait des données numériques du problème sans vraiment avoir une idée pour le résoudre. Quant à David, il a consciencieusement lu les trois aides proposées et n'avait toujours rien entrepris.

Je suis donc intervenue en demandant ce qui se passait.

Remarques :

- 1) Apparemment, ils n'ont pas de difficultés de compréhension du texte du problème ; ils comprennent également la question.*
- 2) Les deux élèves n'avaient pas de « schéma » de résolution en tête : ils n'avaient donc pas d'idée sur la manière de résoudre ce problème.*
- 3) L'écriture fractionnaire semble poser des difficultés : ils ne savent pas ce que cela représente.*

Exemple : En effet, quand je leur parle de « la moitié d'un nombre » ils comprennent le sens même de la phrase et savent quelle opération effectuer. La phrase « les $\frac{2}{3}$ d'un nombre » pose plus de difficultés.

Explication possible : j'ai remarqué que pour calculer « la moitié d'un nombre », ils divisent par 2, donc l'analogie dans ce cas est plus difficile à faire lorsqu'il s'agit de $\frac{2}{3}$ d'un nombre ; ils ont du mal à admettre que diviser par 2 revient à multiplier par $\frac{1}{2}$.

- 4) David confond également la procédure de résolution d'une addition de fractions et de multiplication de fractions : dans ce dernier cas il réduit tout au même dénominateur !
- 5) Après cette intervention, les élèves ont une procédure de résolution tout à fait normale : ils ont suivi l'aide qu'on leur avait distribuée sans toutefois comprendre pourquoi ils le faisaient. Par exemple, dans « Dépenses successives », ils ne savent pas pourquoi ils font le calcul « les $\frac{2}{3}$ de 240 F » ; ils ne font pas le lien avec les données du problème. Après relecture de l'énoncé, ils comprennent que cela correspond au prix du livre (ils n'ont pas d'emblée le réflexe de relire le problème).

Conclusion

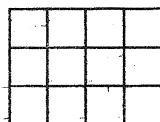
Ces conditions de passation peu habituelles pour les élèves nous ont en fait permis de repérer ce qui n'allait pas dans le matériel proposé aux élèves. De voir également (par l'intervention faite auprès des élèves) à quel niveau des problèmes se posent ; chacun des élèves ayant des difficultés à des niveaux différents.

En règle générale, les élèves comprennent l'énoncé mais ne semblent pas se le représenter dans la réalité ; en effet, ils ne se posent pas les questions nécessaires qui permettraient d'élaborer une stratégie de résolution.

Le deuxième problème leur a posé moins de difficultés, ils ne sont pas tombés dans le piège (aucune intervention de ma part mais ils ont eu besoin d'un acquiescement de ma part dans la résolution qu'ils engageaient). Ceci prouve qu'ils peuvent modifier et adapter leur stratégie ; ils ont donc bien compris le raisonnement du 1^{er} problème et ont su modifier leur stratégie pour le deuxième problème ».

Observations d'autres élèves dans la même classe

Anne commence par faire un dessin sur la feuille blanche : elle partage un rectangle en trois dans un sens et en quatre dans l'autre sens mais s'arrête là.



Pour le problème 1, elle choisit les aides dans l'ordre suivant : dessin, calcul (ne comprend pas la dernière ligne), fraction.

Pierre commence par faire les calculs sur la feuille blanche :

Pour le problème 1 :

- sur l'aide « calculs », il arrive à compléter sauf la dernière ligne.
- fait les dessins et trouve. Il revient alors sur les calculs mais n'aboutit pas.
- utilise les fractions : il démarre en s'aidant simultanément des dessins.

Pour le problème 2, il a trouvé $\frac{3}{12}$ sans aide.

Aurélie partage un rectangle sur la feuille blanche et s'arrête.

Pour le problème 1, elle utilise les aides : le dessin est correct.

les fractions sont correctes mais, pour les dépenses successives, elle bloque sur la dernière ligne, qui visiblement ne l'aide pas.

Pour le problème 2, par le dessin elle trouve $\frac{3}{12}$.

Jérôme ne trouve rien au départ :

Pour le problème 1, il utilise les aides dans l'ordre suivant :

- fractions : aussitôt il remplit tout sauf la dernière ligne.
- calculs : il réussit tout sauf la dernière ligne.
- dessin : il trouve $\frac{1}{12}$ puis revient sur les autres aides. Puis il écrit $\frac{1}{12}$ sur la fiche fraction, sans explication.

Tous les élèves bloquent sur l'opération $\frac{1}{4} \times \dots$ dans le deuxième problème.

CONCLUSION

Dans l'ensemble les élèves paraissent satisfaits de la présentation des problèmes et des aides.

Et nous avons pu constater ultérieurement que certains élèves réinvestissaient l'une ou l'autre méthode à l'occasion de problèmes sur les fractions. En 5^{ème}, 10 jours après, lors d'exercices « identiques », les résultats ont été nettement meilleurs que dans une classe témoin qui n'avait pas eu ces fiches d'aide.

Même si les élèves en grande difficulté ne réussissent pas encore à utiliser seulement des fractions, ils peuvent montrer qu'ils comprennent les énoncés de ce genre et répondre correctement aux questions « Quelle fraction ? De quoi ? ». Ils ont aussi la satisfaction de visualiser le résultat par le dessin et d'approprier peu à peu ce genre de problème.

EXEMPLES DE TRAVAUX D'ELEVES SUR LA FEUILLE BLANCHE

Avec comme support : un disque, un segment, un rectangle.

Premier problème



$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{1}{4} &= \frac{8}{12} + \frac{3}{12} \\ &= \frac{11}{12} \\ &= \frac{12}{12} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{12}\end{aligned}$$

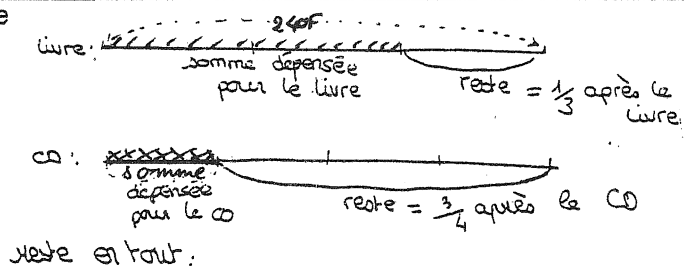
Il lui reste $\frac{1}{12}$ de ses économies

Deuxième problème

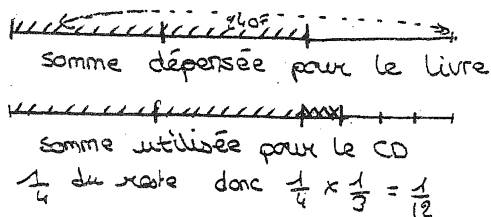


$$\begin{aligned}240 \times \frac{2}{3} &= 160 \\ 240 - 160 &= 80 \\ 80 : 4 &= 20 \\ 160 + 20 &= 180 \\ 240 - 180 &= 60 \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Premier problème



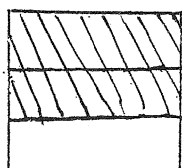
Deuxième problème



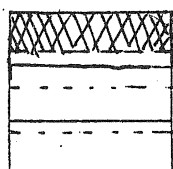
$$\text{somme totale: } \frac{2}{3} + \frac{1}{12} = \frac{8}{12} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12}$$

Premier problème

Somme dépensée pour le livre

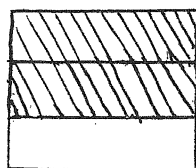


Somme pour le CD

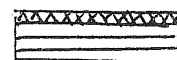


Deuxième problème

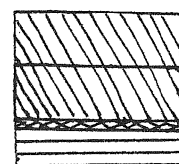
Somme dépensée pour le livre



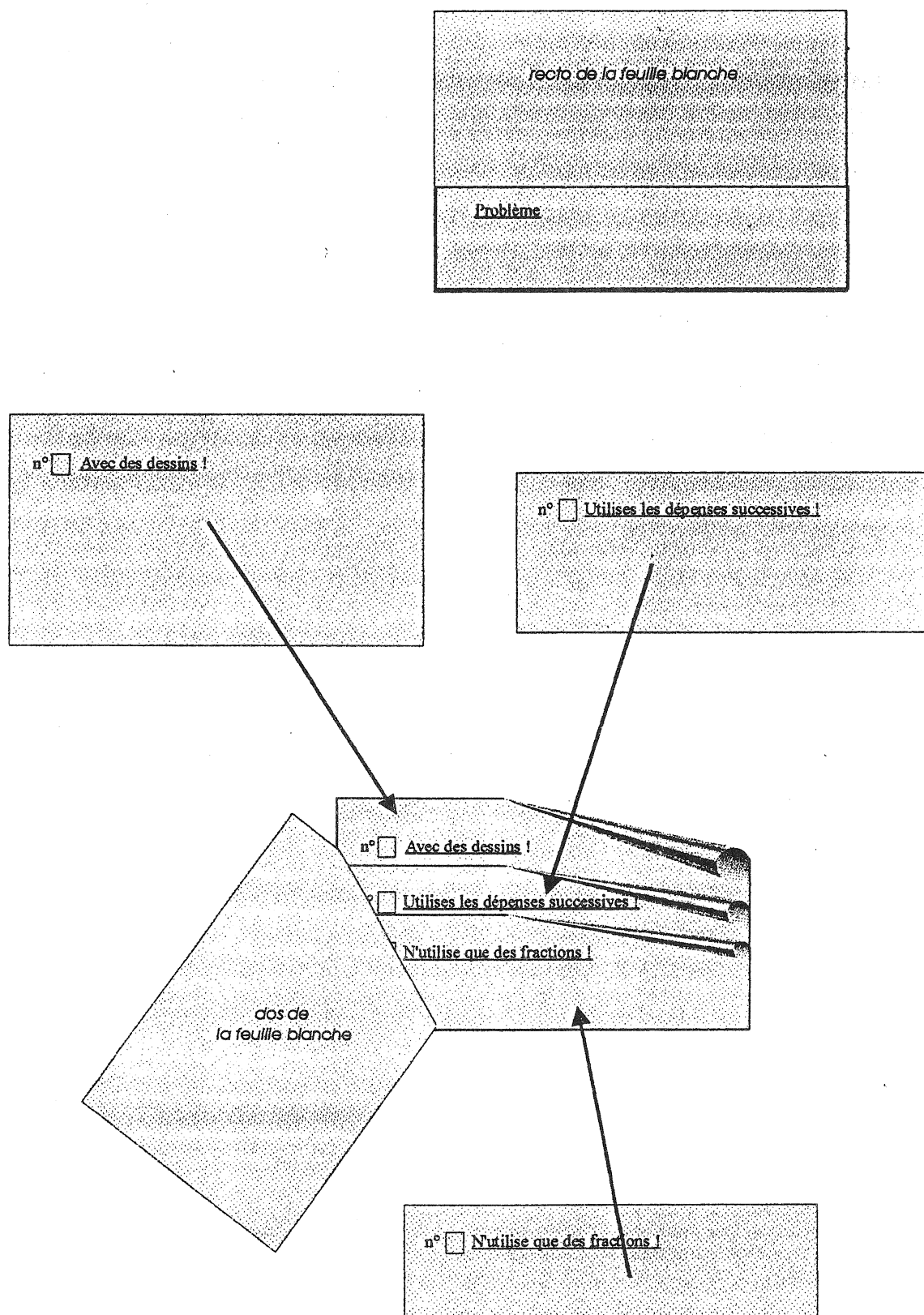
Somme dépensée pour le CD



somme totale



DISPOSITION DE LA LIASSE « NICOLAS »



LES DEPENSES DE NICOLAS : Premier problème

Problème A :

Nicolas a économisé 240 F; il décide d'acheter un livre et un CD. Il dépense **les deux tiers de ses économies** pour acheter le livre et le quart pour acheter le CD. Quelle fraction de ses économies lui reste-t-il après tous ses achats?



LES DEPENSES DE NICOLAS : Deuxième problème

Problème B :

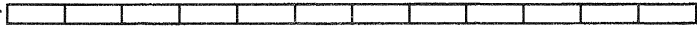
Nicolas a économisé 240 F; il décide d'acheter un livre et un CD. Il dépense **les deux tiers de ses économies** pour acheter le livre et le quart du reste pour acheter le CD. Quelle fraction de ses économies lui reste-t-il après tous ses achats?

AIDES POUR LE PREMIER PROBLEME

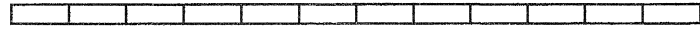
Choisis parmi les trois aides ci-dessous celle que tu préfères
(indique le numéro dans la case prévue) et complète ces trois aides.

n° ☐ Avec des dessins !

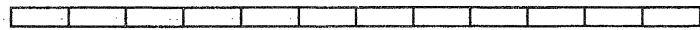
Voici toutes les
économies de Nicolas



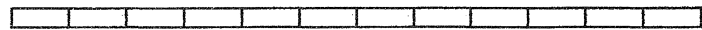
Colorie le prix
du livre



Colorie le prix
du CD



Colorie la
dépense totale



Sur ce dernier dessin, cette partie non coloriée
représente les — des économies de Nicolas

**Attention ! Dans un devoir, on te demandera de trouver
ce résultat par des calculs car les dessins ne suffisent pas.**

✕

n° ☐ Utilise les dépenses successives !

les deux tiers de 240 F :

le quart de 240 F :

la dépense totale :

le reste :

Ce reste représente quelle fraction de ses économies ? $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

✕

n° ☐ N'utilise que des fractions !

Nicolas a dépensé les $\frac{2}{3}$ de ses économies puis $\frac{1}{4}$ de ses économies.

La dépense totale est représentée par : $\frac{2}{3} \dots \frac{1}{4} = \frac{\dots}{\dots} \dots \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

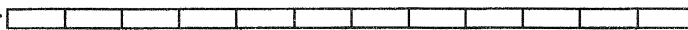
Il a dépensé en tout les $\frac{\dots}{\dots}$ de ses économies ; il lui reste donc les $\frac{\dots}{\dots}$ de ses économies.

AIDES POUR LE DEUXIEME PROBLEME

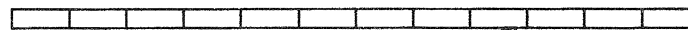
Choisis parmi les trois aides ci-dessous celle que tu préfères
(indique le numéro dans la case prévue) et complète ces trois aides.

n° ☐ Avec des dessins!

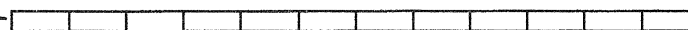
Voici toutes les économies de Nicolas



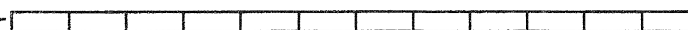
Colorie le prix du livre



Colorie le prix du CD



Colorie la dépense totale



Sur ce deuxième dessin, que représente la partie non colorée ?

Sur ce dernier dessin, cette partie non colorée représente les — des économies de Nicolas

Attention ! Dans un devoir, on te demandera de trouver ce résultat par des calculs car les dessins ne suffisent pas.



n° ☐ Utilise les dépenses successives !

les deux tiers de 240 F :

le reste :

le quart du reste :

la dépense totale :

le nouveau reste :

Ce nouveau reste représente quelle fraction de ses économies ? $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$



n° ☐ N'utilise que des fractions !

Nicolas a dépensé les $\frac{2}{3}$ de ses économies pour acheter le livre ; il lui reste $\frac{\dots}{\dots}$ de ses économies.

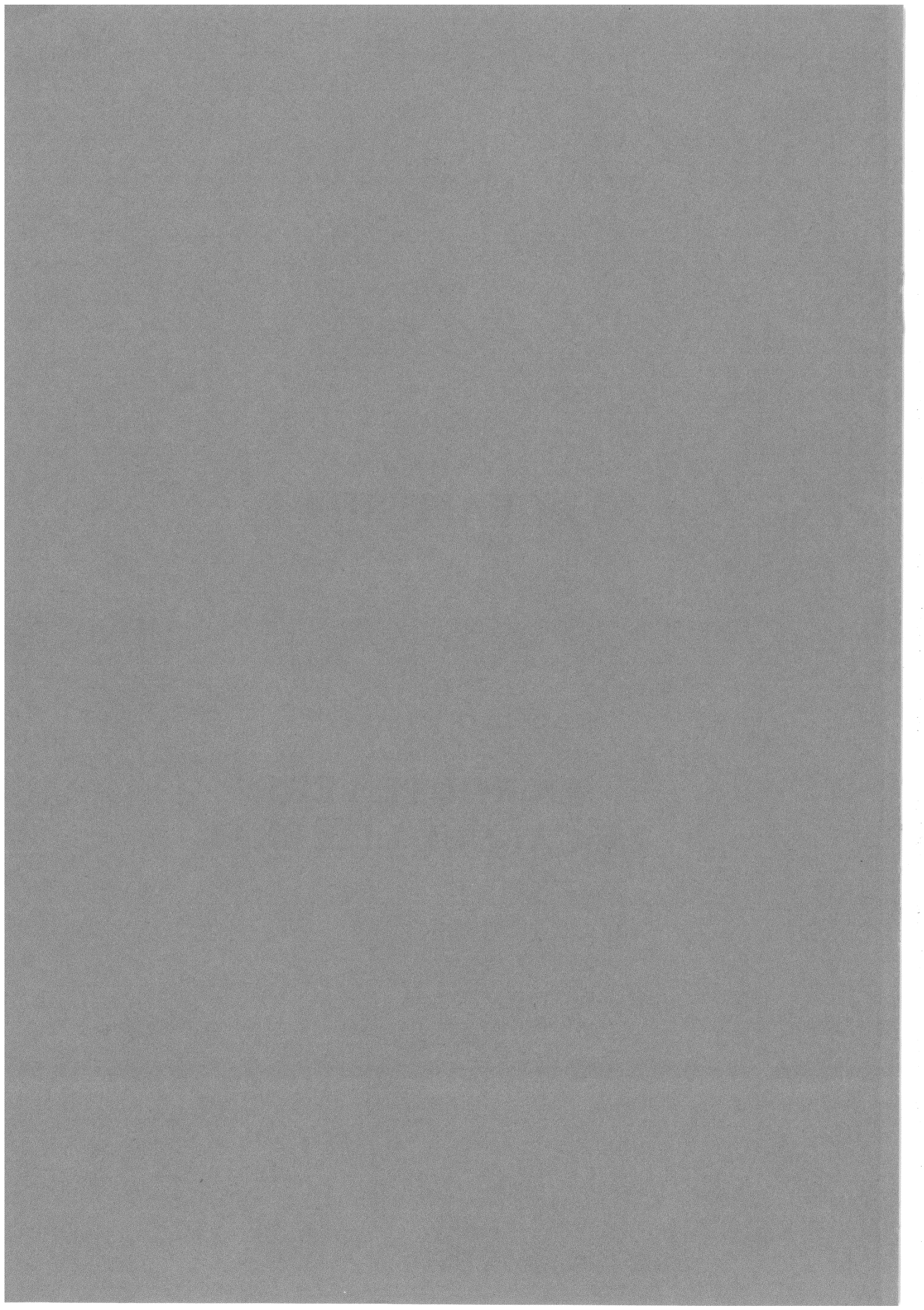
Puisque le disque coûte $\frac{1}{4}$ du....., son prix est : $\frac{1}{4} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ de ses économies.

La dépense totale est représentée par : $\frac{2}{3} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Après tous ses achats, il lui reste $\frac{\dots}{\dots}$ de ses économies.

CHAPITRE 4

EN ROUTE VERS LE CALCUL LITTERAL



Cette étude comporte quatre activités indépendantes qui peuvent s'étudier à des niveaux différents suivant le choix du professeur. Elles feront donc l'objet de différentes séances.

Voici les titres de ces activités :

- Mesures et longueurs sans double décimètre : deux fiches.
- Lettres et longueurs : deux fiches.
- Lettres et aires : deux fiches.
- Lettres et périmètres : une fiche.

OBJECTIFS

- Calcul littéral.
- Compréhension d'une écriture littérale.
- Différence entre somme et produit.
- Suppression des erreurs courantes en calcul algébrique.

PREREQUIS

- Notions d'unité et de mesure.
- Notions de périmètre et d'aire.
- Savoir-faire :
 - Remplacer une lettre par un nombre dans une expression littérale ou avec un support géométrique.
 - Savoir trouver la valeur d'un nombre dans une opération à trou ou dans une équation.

$$\text{En } 6^{\text{ème}} : 5 + \square = 20$$

$$9 \times \square = 72$$

$$\text{En } 5^{\text{ème}} : 5 + x = 20$$

$$9 \times x = 72$$

NIVEAU

- Cinquième (les deux premières fiches et la dernière).
- Quatrième.

DEROULEMENT DE LA SEANCE N° 1

Mesures et longueurs sans double décimètre : fiches 1 et 2, nous les utilisons pendant une séance de 1H30 mn environ.

CONTENU DE L'ACTIVITE

- Rappel : calcul d'une longueur, d'un périmètre.
- Proposition de manipulations de l'allumette et de la bûchette, l'élève peut vérifier avec l'allumette ou la bûchette la mesure de chaque côté du quadrilatère ou utiliser son compas. Puis il est amené à donner le résultat d'un périmètre ou d'une longueur. Il effectue donc intuitivement le calcul d'une somme et en donne directement l'expression simplifiée avec une lettre d'abord, puis deux.

OBSERVATIONS ET REMARQUES

En soutien 5^{ème}, les élèves ont tendance à vouloir mesurer, avec un double décimètre, les plus en difficultés découpent l'allumette. Dans la fiche N° 2, au départ, rien n'était indiqué sur les figures et les élèves trouvaient des résultats différents en panachant les deux unités. Il a donc été nécessaire soit de faire apparaître les unités sur les figures, soit de faire dessiner les élèves eux-mêmes : manipulation fructueuse et sans inconvénient.

DEROULEMENT DE LA SEANCE N° 2

Lettres et longueurs : fiches 3 et 4, durée 1H30.

CONTENU DE L'ACTIVITE

Avec une lettre puis deux :

- Ecriture d'une expression littérale à partir d'un support concret, le segment, puis l'inverse.
- Calculs en remplaçant une lettre par un nombre afin de favoriser la compréhension d'une expression littérale.

OBSERVATIONS ET REMARQUES

Avec une lettre puis deux :

Une discussion est nécessaire à la fin de ces deux fiches pour rapprocher les expressions égales soit à l'aide des dessins, soit à l'aide des calculs. Au départ, les élèves devaient faire seuls ce travail, en fait, cela leur a posé beaucoup de difficultés, aussi, avons nous pensé qu'il serait mieux de le faire avec l'aide du professeur. Ce qui se fait dans le bilan noté à la fin de la fiche n° 4.

DEROULEMENT DE LA SEANCE N° 3

PROLONGEMENTS

- Lettres et aires : fiches 5 et 6.
- Lettres et périmètres : fiche 7.
- Calculs d'aires : fiche 5 : proposer l'écriture simplifiée sans encore en imposer son emploi.
- Fiche 6 : essayer de passer à l'écriture simplifiée.
- Calculs de périmètres : inviter les élèves à consulter leurs documents s'ils ne savent pas calculer le périmètre d'un cercle.
- Remarque : l'objectif n'est pas d'obtenir obligatoirement une expression totalement simplifiée, ce qui sera fait en bilan, mais l'expression obtenue ne doit pas comporter d'erreur.

REMARQUES

Nous avons cherché à ce que les élèves aient une expérience tangible de manipulations avec l'allumette et la bûchette qui amène à noter spontanément la longueur « $5a$ » où dans un premier temps « a » est une nouvelle unité et dans un deuxième temps l'intuition amène beaucoup d'élèves à concevoir que la longueur mesurée vaut en cm « $5 \times a$ » notée de façon brève « $5a$ » si a est la longueur en cm d'une allumette. La suite de l'activité (non achevée) serait de clarifier et de renforcer l'idée d'égalité entre « $5 \times a$ » et la notation simplifiée « $5a$ ». L'expérience prouve qu'il faudra pendant longtemps, jusqu'en seconde au moins faire des activités pour faire comprendre aux élèves qu'il existe une multiplication cachée dans la notation simplifiée « $5a$ ». Nous sommes désolés de ne pas avoir pu aborder cet aspect délicat et très important.

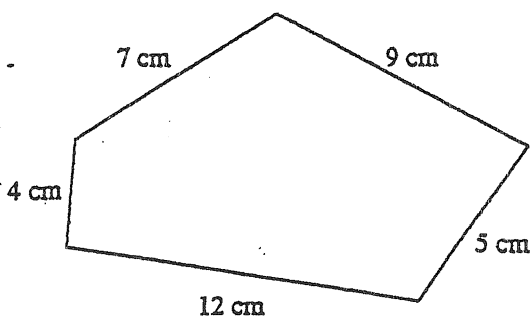
SUITE POSSIBLE

Faire de nombreux exercices de remplacement d'une lettre par un nombre et de simplification de sommes et produits. On profitera de toutes les occasions pour faire distinguer, avant simplification, les sommes des produits.

MESURES ET LONGUEURS SANS DOUBLE DECIMETRE

Exercice 1

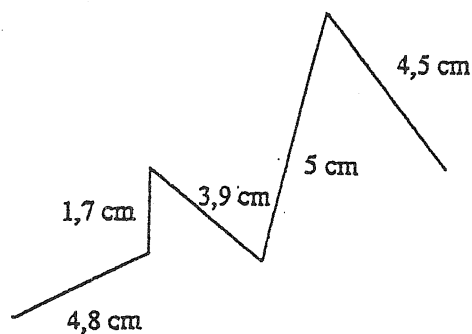
a) Calcule le périmètre P de cette figure



P =

Le périmètre est cm.

b) Calcule la longueur L de cette ligne brisée.



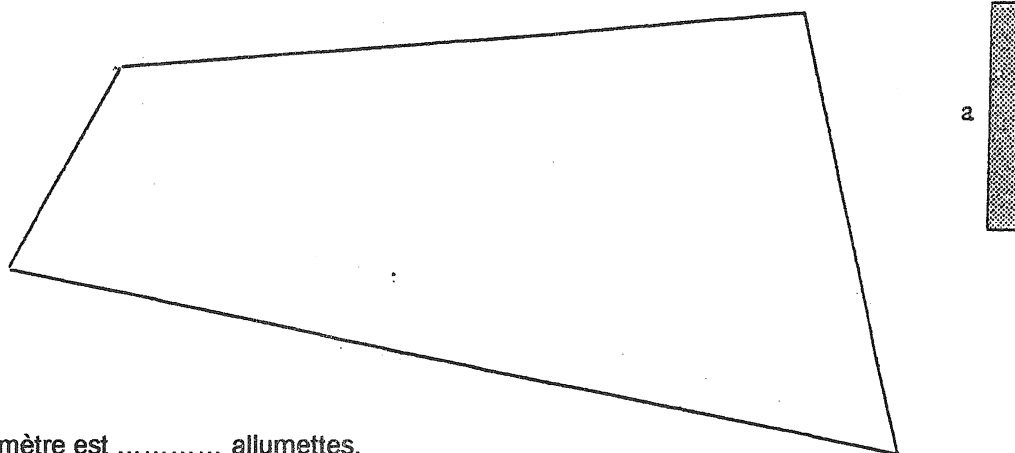
L =

La longueur est cm.

Exercice 2

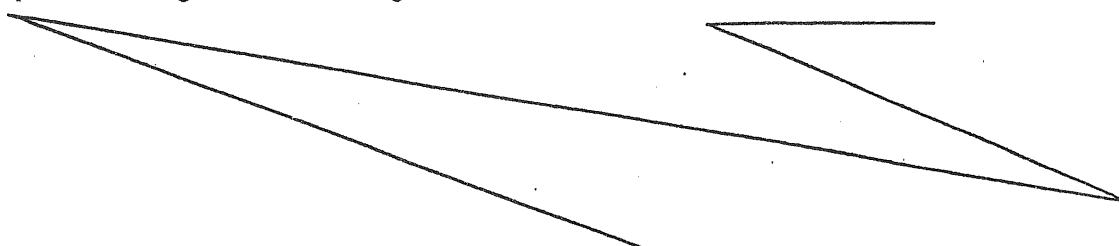
Découpe l'allumette à droite ou utilisée le compas.

a) Mesure chaque côté de ce quadrilatère avec cette allumette de longueur « a » en centimètres. Calcule le périmètre P de ce quadrilatère en allumettes a.



- Le périmètre est allumettes.
- P en cm = $\times$ a, puisque « a » est la longueur de l'allumette en centimètre.

b) Mesure avec cette allumette les segments de cette ligne brisée. Calcule la longueur L de cette ligne brisée.



- La longueur de cette ligne brisée est allumettes.
- L en cm =

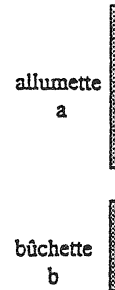
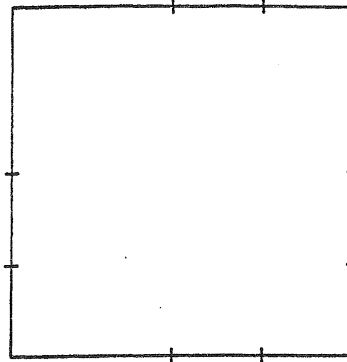
MESURES ET LONGUEURS SANS DOUBLE DECIMETRE

Exercice 3

Termine le rectangle commencé de longueur $3 \times a$ et de largeur $a + b$



Ecris la longueur du côté du carré puis calcule son périmètre.



$P_{\text{rectangle}} = \dots\dots\dots$

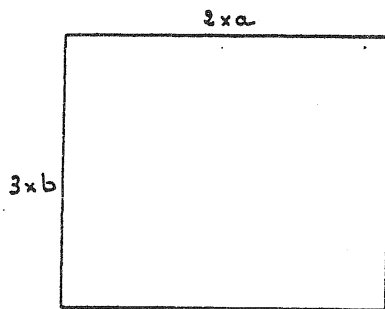
$P_{\text{rectangle}} = \dots\dots\dots$

$P_{\text{carré}} = \dots\dots\dots$

$P_{\text{carré}} = \dots\dots\dots$

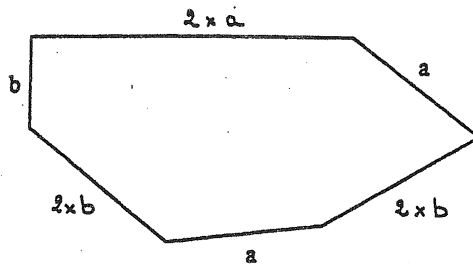
Exercice 4

Calcule le périmètre de ces figures en fonction de a et b sans utiliser l'allumette et la bûchette.



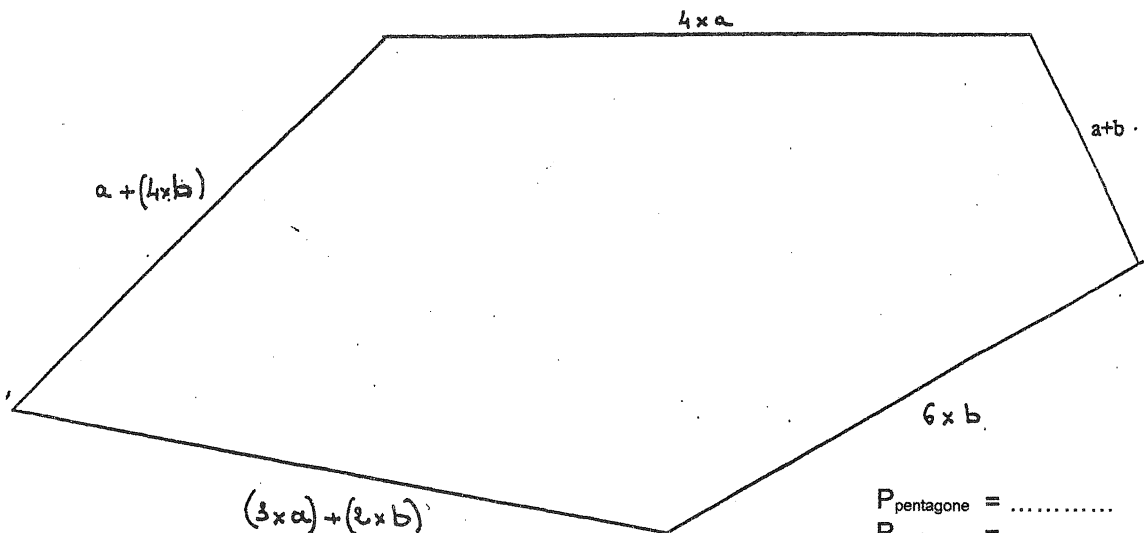
$P_{\text{rectangle}} = \dots\dots\dots$

$P_{\text{rectangle}} = \dots\dots\dots$



$P_{\text{polygône}} = \dots\dots\dots$

$P_{\text{polygône}} = \dots\dots\dots$



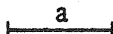
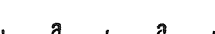
$P_{\text{pentagone}} = \dots\dots\dots$

$P_{\text{pentagone}} = \dots\dots\dots$

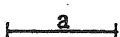
LETTRES ET LONGUEURS

Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres, pour mesurer, tu peux utiliser le compas mais pas la règle graduée.

Exercice 1 : Complète le tableau :

Segment	Longueur
	a
	1
	$a + 3$
	$a + a$ ou $2 \times a$
	
	
	
	
	

Exercice 2 : a) Représente des segments de longueurs :

Avec : 

$5 \times a$ 
 $(3 \times a) + 2$ 
 $(3 \times a) + (2 \times a)$ 
 $(3 \times a) \times 2$ 
 $2 + a$ 
 $3 \times (2 + a)$ 
 $6 \times a$ 
 $6 + a$ 

b) Colorie d'une même couleur les segments de même longueur.

Exercice 3 : Dans les tableaux suivants, calcule les expressions pour les valeurs données :

	a = 1	a = 5	a = 3,5
$(3x a) + 2$			
$(3x a) + (2x a)$			
$6 + (3x a)$			
$a + 1$			
$(3x a) + 5$			
$a + 4$			

	a = 1	a = 5	a = 3,5
$5 \times a$			
$(3x a) \times 2$			
$3x(2 + a)$			
$6x a$			
$a \times 4$			
$7x(3x a)$			

LETTRES ET LONGUEURS

Exercice 4 :

a) Représente des segments de longueurs :

 $4 \times b$; $2 \times a + 1$; $(4 \times b) + (2 \times a)$; $2 + (4 \times b)$; $6 \times b$; $(4 \times b) \times 2$; $(3 \times b) + 5$; $8 \times b$; $2 \times (4 \times b)$; $2 \times (2b + a)$ avec : 

$4 \times b$	
$2 \times a + 1$	
$(4 \times b) + (2 \times a)$	
$2 + (4 \times b)$	
$6 \times b$	
$(4 \times b) \times 2$	
$(3 \times b) + 5$	
$8 \times b$	
$2 \times (4 \times b)$	
$2 \times (2b + a)$	

b) Colorie d'une même couleur les segments de même longueur.

Exercice 5 : Dans le tableaux, calcule les expressions pour les valeurs données :

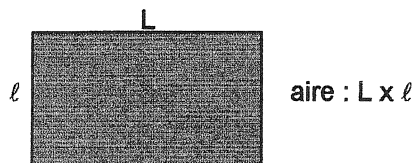
	$a = 1$ $b = 1$	$a = 6$ $b = 3$	$a = 0,5$ $b = 5$	$a = 3$ $b = 0,5$
$(4 \times b) + (2 \times a)$				
$2 (2b + a)$				
$2 + (4 \times b)$				
$(3 \times b) + 5$				
$6 \times b$				
$(4 \times b) \times 2$				
$8 \times b$				

BILAN :

Parmi les expressions utilisées pour tracer les segments et pour calculer dans les tableaux, recherchons celles qui sont égales. Exercices 2 et 3 – Exercices 4 et 5.

LETTRES ET AIRES

Pour un rectangle de longueur L et de largeur ℓ l'aire peut s'écrire $L \times \ell$



Écriture simplifiée

$L \times \ell$ s'écrit $L \ell$

$3 \times a$ s'écrit $3a$

Exercice 1 : Pour chaque rectangle :

- Ecris la longueur et la largeur en utilisant a et b .
 - Exprime l'aire à l'aide de la formule.
 - Exprime l'aire en utilisant le découpage.
- L'écriture simplifiée n'est pas obligatoire.

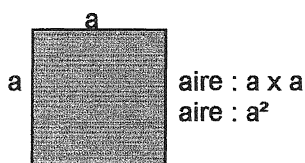
Exemple : longueur = $3 \times a$ Largeur = $2 \times b$	Formule Aire : $(3 \times a) \times (2 \times b)$ On a donc : $(3 \times a) \times (2 \times b) = 6 \times (a \times b)$ $6 \times (a \times b)$ peut s'écrire $6ab$	Découpage $6 \times (a \times b)$
Fais de même pour les rectangles suivants longueur = largeur =	Formule Aire : On a donc =	Découpage
longueur = largeur =	Formule Aire : On a donc =	Découpage
largeur = longueur =	Formule Aire : On a donc =	Découpage

Complète

$$\begin{array}{llll}
 (8 \times a) \times (3 \times b) = & (7 \times b) \times (8 \times a) = & \dots \times (5 \times b) = 10 \times a \times b & \\
 \dots \times \dots = 12 \times a \times b & (3 \times a) \times \dots = 15 \times a \times b & b \times (8 \times a) = & \\
 (9 \times b) \times \dots = 27 \times a \times b & & &
 \end{array}$$

LETTRES ET AIRES

Pour un carré de côté a :



Écriture simplifiée

$$3 \times a = 3a$$

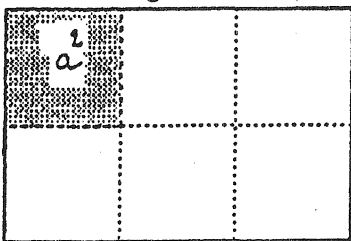
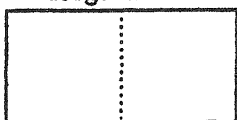
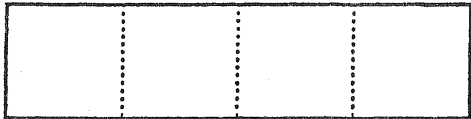
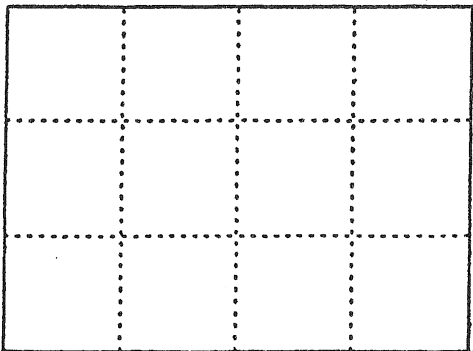
$$a \times a = a^2$$

$$2 \times a \times 3 = 6a$$

$$6 \times 3a = 18a$$

Exercice 1 : Pour chaque rectangle :

- Ecris la longueur et la largeur en utilisant a .
 - Exprime l'aire à l'aide de la formule.
 - Exprime l'aire en utilisant le découpage.
- L'écriture totalement simplifiée n'est pas obligatoire.

Exemple :	longueur = $3 \times a$	Formule	Découpage
Largeur = $2 \times a$		Aire : $(3 \times a) \times (2 \times a)$	$6a^2$
		On a donc : $(3 \times a) \times (2 \times a) = 6a^2$	
Fais de même pour les rectangles suivants	longueur =	Formule	Découpage
largeur = 		Aire :	
		On a donc =	
	longueur =	Formule	Découpage
largeur = 		Aire :	
		On a donc =	
	longueur =	Formule	Découpage
largeur = 		Aire :	
		On a donc =	

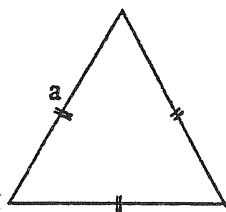
$$(8 \times a) \times (3 \times a) = \dots \quad (7 \times a) \times (8 \times a) = \dots \quad (2 \times a) \times \dots = 10a^2$$

$$\dots \times a \times \dots \quad a = 14 \dots \quad (3 \times a) \times (5 \times a) = \dots$$

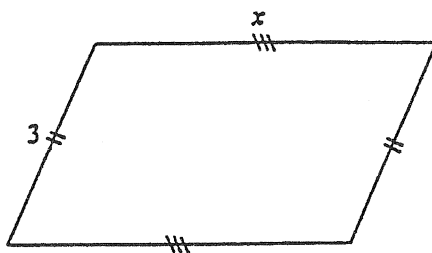
$$a \times (9 \times a) = \dots \quad 6 \dots \times (3 \times a) = 18a^2 \quad \dots \times \dots = 48a^2$$

LETTRES ET PERIMETRES

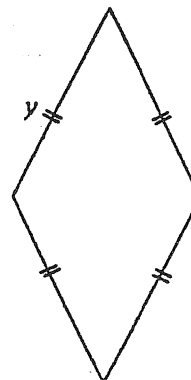
Ecris à l'aide des lettres données et simplifie le résultat si tu peux.
Les longueurs données sont en cm. Prendre $\pi = 3,14$



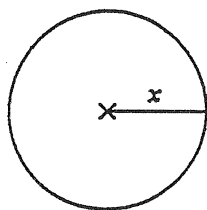
P =



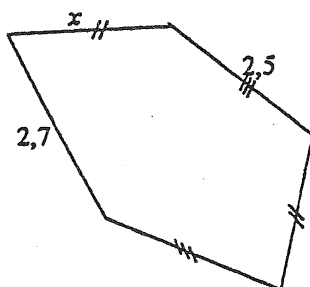
P =



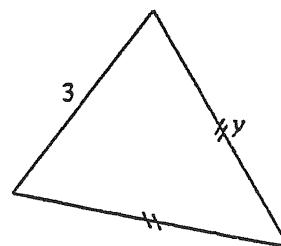
P =



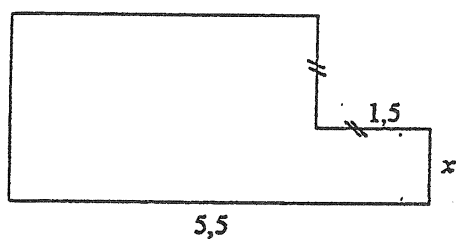
P =



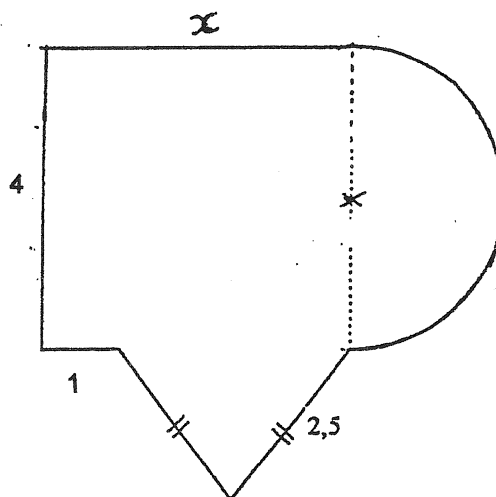
P =



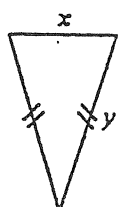
P =



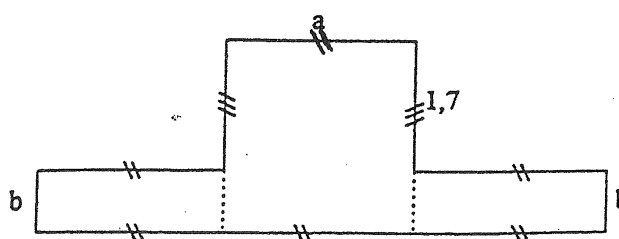
P =



P =



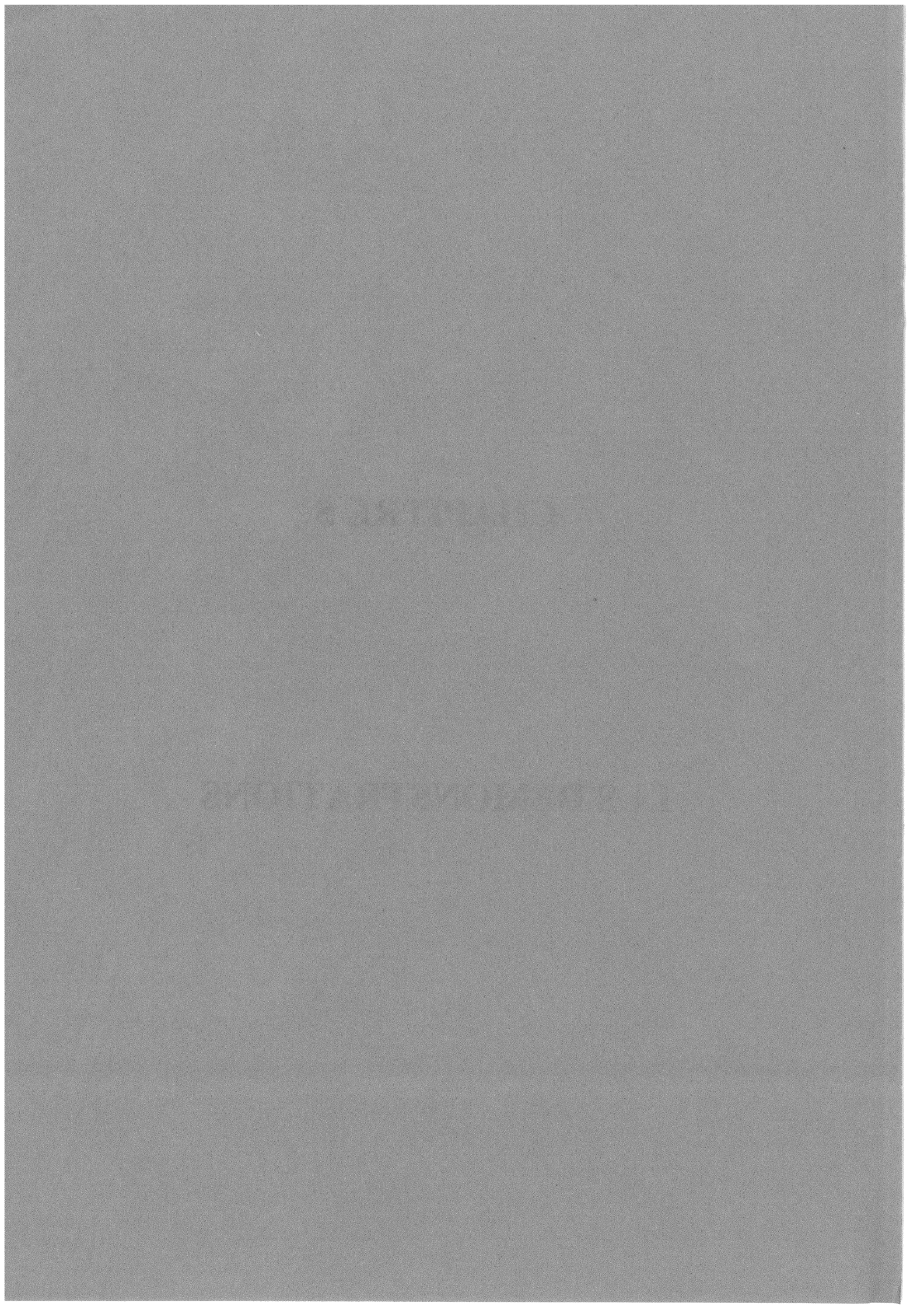
P =



P =

CHAPITRE 5

LES DEMONSTRATIONS



PREMIERE PARTIE

« LE PROBLEME ET LES DONNEES »

OBJECTIFS

En priorité, comprendre le rôle des propriétés que l'on appelle « données ou hypothèses » dans un problème.

- Elaborer et comprendre un texte de problème de géométrie.
- Savoir le lire et parfois même le traduire pour y trouver les données du problème (voir bilan).
- Comprendre l'importance du codage de la figure.
- Premières démonstrations : argumenter auprès des autres, prouver son résultat.

PREREQUIS

Propriétés du parallélogramme.

NIVEAU

Quatrième, début de l'année, ou Cinquième à la fin.

DEROULEMENT

Nous l'avons expérimentée en classe entière en trois heures. La première heure est consacrée à la réalisation de la figure et à l'élaboration d'un programme de construction. La deuxième heure, par groupes de 3 ou 4 élèves, est consacrée à la recherche d'une démonstration. La troisième heure est consacrée au bilan.

PREMIERE SEANCE

Problème posé aux élèves :

On considère un parallélogramme ABCD, peut-on construire un parallélogramme ABEC ? Ecrire un programme de construction du point E. Coder la figure en fonction de ce programme.

Certains élèves mettent beaucoup de temps à trouver le point E, qu'ils voient confondu avec D.

A la fin de l'heure les élèves doivent rendre le programme de construction trouvé, accompagné de la figure codée correspondante, sur feuille. Certains d'entre eux écrivent plusieurs programmes (voir en annexe 1 quelques réponses d'élèves).

Le professeur classe ensuite les divers programmes trouvés et prépare les textes des problèmes correspondants (voir en annexe 2). Il groupe ensuite les élèves en fonction de ceux-ci. Dans les textes dont les constructions n'utilisent pas le point D, le professeur peut rajouter une question sur les positions respectives des points D, C, E (voir annexe 2, texte n° 4 et 5).

DEUXIEME SEANCE

Par groupes de 3 ou 4, les élèves doivent prouver que leur solution est bonne, en se disant « j'ai construit le point E de telle façon, maintenant, je dois prouver aux autres que j'obtiens bien un parallélogramme ».

Chaque groupe dispose du programme rédigé à la séance précédente, auquel est rajoutée la question :

« Prouver que le quadrilatère ABEC est un parallélogramme »

Ils doivent aussi essayer de rédiger la démonstration demandée. Le professeur répond à leurs nombreuses questions, fait corriger certaines étapes et contrôle la rédaction finale de chacun (voir en annexe 4, des exemples de rédactions).

TROISIEME SEANCE

Réalisation du bilan. Travail collectif avec l'aide du professeur.

- Présentation des différents programmes trouvés à l'aide de leurs figures codées. Celles-ci révèlent les nombreux problèmes possibles. En effet, bien que les figures obtenues soient les mêmes, leur présentation après le codage est très différente suivant le programme (voir annexe 3 : figures codées). Le codage permet d'avoir une vision nouvelle de la figure et peut provoquer un déclic. Un élève par groupe présente oralement la démonstration du groupe à toute la classe. Finalement, les élèves comparent les différentes figures obtenues.
- Dans l'annexe 5, utilisation du logiciel « calques géométriques » : les différentes feuilles correspondent aux figures obtenues par les élèves ; l'animation de ces figures permet d'appuyer davantage la conjecture « ABEC est un parallélogramme » ; dans la feuille n° 5, on a fait « disparaître » la contrainte « ABCD est un parallélogramme » afin de faire trouver ce qu'il en résulte et ce qu'entraîne cette donnée supplémentaire.
- Résolution d'un des problèmes par toute la classe. Par exemple celui-ci :

« Construire un parallélogramme ABCD. On appelle O le milieu de [BC]. Placer le point E symétrique de A par rapport à O. Démontrer que ABEC est un parallélogramme ».

Faire observer que dans ce problème, la donnée « ABCD est un parallélogramme », ne sert à rien (il suffit même de connaître seulement les 3 points A, B, C). Par contre, on peut faire constater qu'elle sert à démontrer l'alignement des points D, C et E, démonstration très délicate en début de 4^{ème}. Il est intéressant de profiter de l'occasion pour faire ensemble cette démonstration complexe.

- Traduction de certaines phrases des textes en données du problème :

Dans les textes d'élèves, on peut lire par exemple :	Données ou hypothèses :
« Cette droite coupe (AB) en E »	A, B, E sont alignés.
« La parallèle à (AC) passant par B coupe (DC) en E »	(AC) parallèle à (BE).
« Prolonger la droite (CD) y placer le point E tel que $CD = CE$ » (1)	C est le milieu de [DE].
« Le cercle de centre B et de rayon AC coupe la droite (CD) en E » (1)	$BE = AC$ et C, D, E sont alignés.

- (1) Aucun élève ne voit qu'il y a ambiguïté dans cette définition du point E. Le professeur pourra éventuellement soulever ce problème.

DIFFERENTES ANNEXES

Annexe 1 : Programmes de constructions obtenues à la séance n° 1.

Annexe 2 : Textes de problèmes faits à partir de ces programmes distribués dans chaque groupe à la deuxième séance.

Annexe 3 : Réalisation des figures avec le codage correspondant à chacun de ces textes.

Annexe 4 : Propositions de démonstrations d'élèves.

Annexe 5 : Utilisation du logiciel « Calques géométriques » pour renforcer les conjectures.

CONCLUSION DE L'EXPERIMENTATION

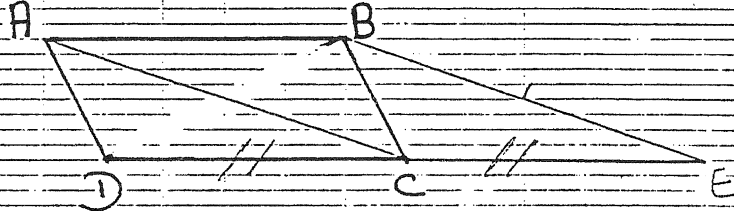
- Les élèves sont très motivés pendant l'activité, la première séance ne leur semblant pas poser trop de difficultés car elle leur rappelle un travail déjà fait en 6^{ème} ou 5^{ème}.
- Le fait de partir de leur propre programme pour faire une démonstration, donne l'élan pour la 2^{ème} séance.
- Dans le cahier, on recopie le problème résolu à la 3^{ème} séance et le tableau ci-dessus (traduction en données ou hypothèses).

EXEMPLES DE TEXTES D'ELEVES

TEXTE : ABCD est un parallélogramme

Question : Peut-on construire un parallélogramme ABEC ?

4ème
4-2

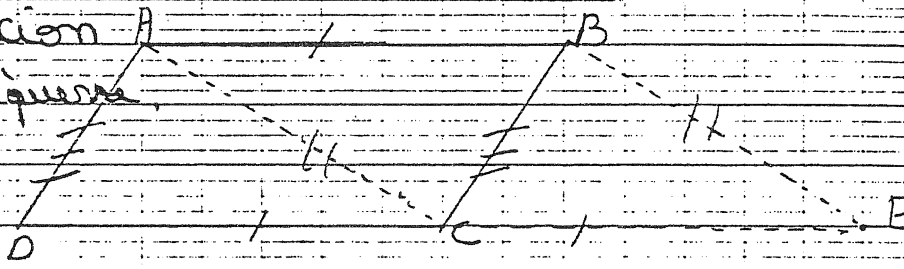


Je construis le parallélogramme ABCD puis pour construire le parallélogramme ABEC, je construis le symétrique de D par rapport à C, on le nomme E.

TEXTE : ABCD est un parallélogramme

Alors : Peut-on construire un parallélogramme ABEC ?

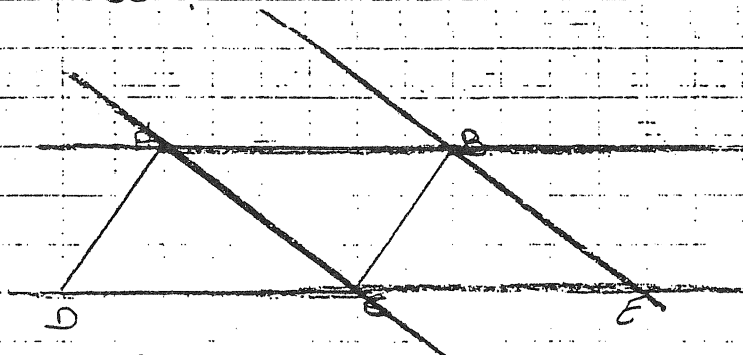
1 Solution
avec l'équerre



On construit un parallélogramme ABCD. On trace le segment AC. On prolonge la droite DC. On trace la parallèle de AC. Le point d'intersection de DC est E. On obtient le parallélogramme ABEC.

Pierandrea ABCD est un parallélogramme
 fait - on construire un parallélogramme
 HBEC ?

1)



Je trace un parallélogramme ABCD.

Je trace la droite parallèle à $[AB]$ passant par le point C.

Je trace la droite parallèle à $[DC]$ passant par le point B.

Les 2 droites parallèles se coupent en un même point ; je le nomme E.

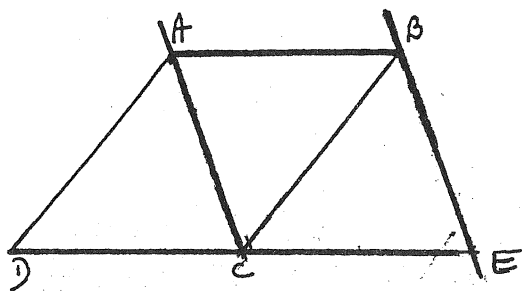
gaston.



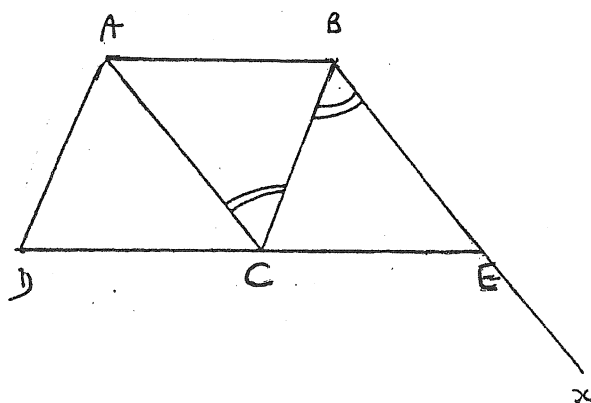
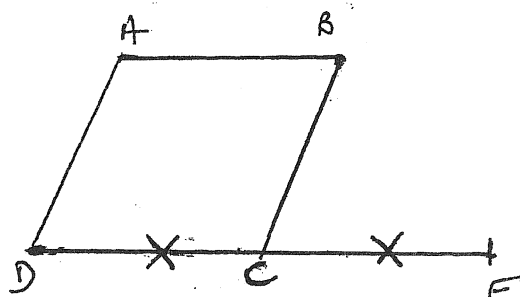
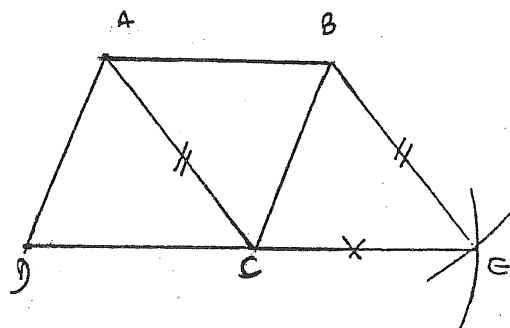
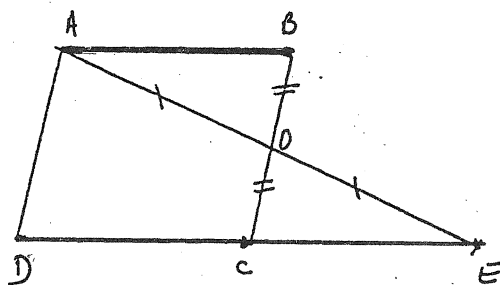
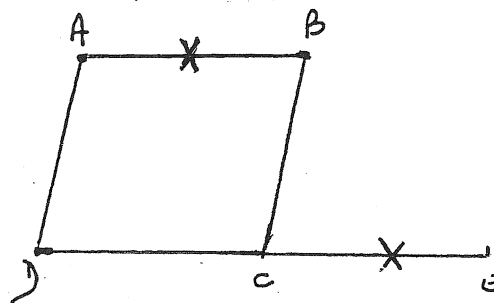
J'ai reporté le segment $[AB]$ sur le prolongement $[DC]$ ce qui nous apporte le pt E

**DIFFERENTS TEXTES POSSIBLES
AVEC FIGURES CODEES CORRESPONDANTES EN ANNEXES 3**

<u>Madeline</u>: Construire le parallélogramme $ABCD$. Prolonger les droites (AB) et (DC). Tracer la diagonale $[AC]$. Tracer la parallèle à (AC) qui passe par le point B. Elle coupe (DC) en E. Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme. <u>Michaël</u>: Tracer un parallélogramme $ABCD$. Tracer la droite passant par B et parallèle à (AC). Le point d'intersection de cette droite avec la droite (DC) s'appelle E. Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme.	<u>Aurélien</u>: Construire un parallélogramme $ABCD$. Sur le prolongement de la droite (DC), à partir de C, reporter la longueur AB. On obtient le point E. Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme.
<u>Séverine</u>: Construire un parallélogramme $ABCD$. On appelle O le milieu de $[BC]$. Placer le point E tel que O soit aussi le milieu de $[AE]$. 1°) Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme. 2°) Démontrer que E est le symétrique de D par rapport à C.	<u>Mann</u>: Construire un parallélogramme $ABCD$. Tracer un arc de cercle de centre C et de rayon AB, puis un arc de cercle de centre B, de rayon AC. Ces 2 arcs se coupent en E. 1°) Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme. 2°) Démontrer que C est le milieu de $[DE]$.
<u>Audrey</u>: Construire le parallélogramme $ABCD$. Tracer le point E, symétrique de D par rapport à C. Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme. <u>Damien</u>: Construire le parallélogramme $ABCD$. Placer le point E tel que C soit le milieu du segment $[DE]$. Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme.	<u>Guillaume</u>: Tracer un parallélogramme $ABCD$ et sa diagonale $[AC]$. Construire l'angle $\widehat{CBx}$ de même mesure que l'angle $\widehat{ACB}$; la demi-droite $[Bx)$ coupe la droite (DC) en E. Démontrer que $ABEC$ est un parallélogramme.



Codage des parallèles : même couleur 2 par 2.



EXEMPLES DE DEMONSTRATIONS D'ELEVES

NadeleineDonnées

Dans le parallélogramme $ABCD$, $AB \parallel CD$, $DA \parallel BC$
comme les points D, C et E sont alignés, $CE \parallel AB$

~~La diagonale AC est parallèle à BE~~

AC est la diagonale du parallélogramme $ABCD$.

$BE \parallel AC$ et $AB \parallel CE$.

Théorème Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles.

Conclusion - $ABEC$ est un parallélogramme

Aurélien

1) avec les longueurs $AB = CE$

2) avec les parallèles $AB \parallel DC$

D, C, E sont alignés donc $AB \parallel CE$

Données : On sait que $AB = DC = CE$

et $AB \parallel DC$ et $AB \parallel CE$ car

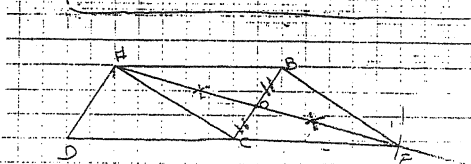
E est dans le prolongement de DC

Théorème : Un quadrilatère qui a ses côtés parallèles 2 à 2 et de même longueur est un parallélogramme.

Conclusion : Donc $ABCE$ est un parallélogramme

SéverineDonnées

O est le milieu du segment $[BC]$ et du segment $[AE]$



1) Théorème :

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Conclusion :

Les diagonales $[AC]$ et $[BE]$ se coupent en leur milieu donc c'est un parallélogramme.

2) Théorème : Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont de même longueur.

Conclusion : Comme $AO = OC$ et que $ABCE$ est un parallélogramme donc $AB = CE$.

Donc E est la symétrique de D par rapport à C ou la même droite.



$$DC = CE$$

Yann

1) Données : $AB = CE$ et $AC = BE$

2) Théorème : Un quadrilatère qui a ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.

3) Conclusion : $ABCE$ est un parallélogramme.

1) Données : $AB = DC = EC$ car $ABCD$ est un parallélogramme.

2) Théorème : On sait que $AB \parallel DC$ et $AB \parallel CE$ donc D, C, E sont alignés.

3) Conclusion : C est le milieu de $[DE]$.

DamienDonnées

$DC = CE$ car C est le milieu de $[DE]$.

$CE \parallel AB$ car CE est sur la droite (DC) .

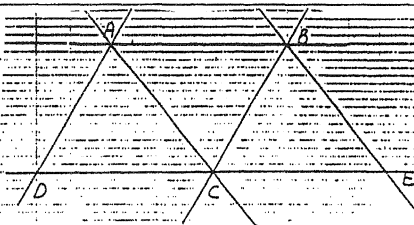
$ED \parallel AB$ car $ABCD$ est un parallélogramme.

Théorème

Un quadrilatère qui a 2 côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Conclusion

$ABCE$ est un parallélogramme.

MichaelDonnées

On sait que $ABCD$ est un parallélogramme donc que $AB \parallel DC$ et que $AB = DC$.

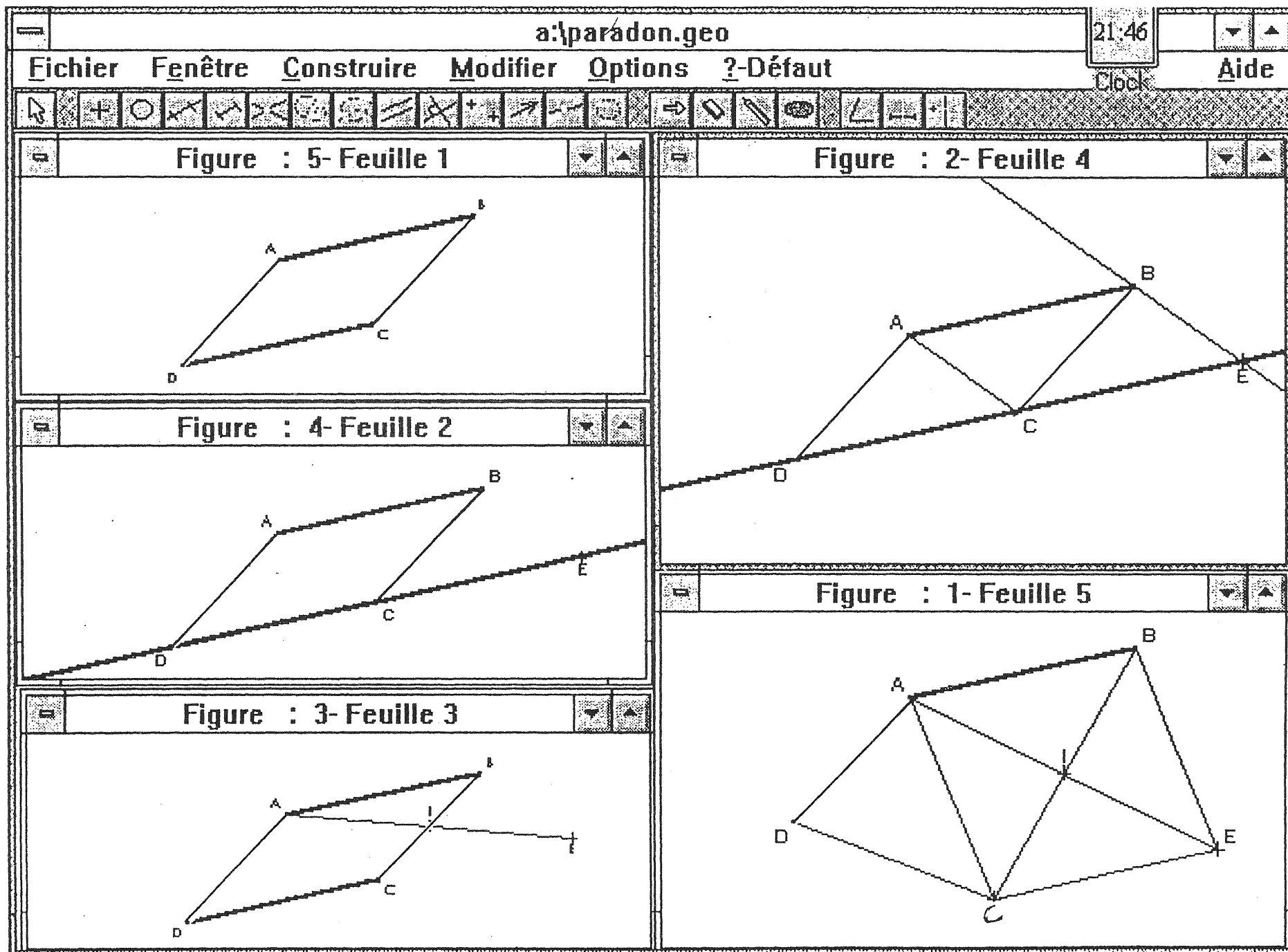
On sait que $AC \parallel BE$ et C, E sont alignés donc $AB \parallel CE$.

Théorème

Un quadrilatère qui a ses côtés opposés 2 à 2 est un parallélogramme.

Conclusion

Donc $ABCE$ est un parallélogramme.



DEUXIEME PARTIE

« REFLEXIONS ET PISTES BIBLIOGRAPHIQUES »

Voici différents points qui nous ont semblé importants à propos de la démonstration.

I – CONJECTURES SUR L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION

Nous ne pouvons faire mieux que citer des extraits de l'article « Apprentissage de la démonstration » (IREM de Poitiers) paru dans Bulletin inter-IREM premier cycle – Suivi Scientifique 1986-87 – Nouveaux programmes de 5^{ème} p 235 s.

La démonstration est une forme de preuve qui est elle-même une forme d'explication (1). La démonstration, en mathématique apparaît comme l'étape la plus sophistiquée d'un processus d'explication. Elle ne peut prendre sens que si elle s'inscrit dans un processus où, petit à petit, évoluent les types d'explications que l'on peut donner à la question pourquoi ? Encore ne faudrait-il pas attendre que les élèves puissent faire des démonstrations (au sens de la démonstration enseignée en 4^{ème}) pour poser ou leur faire poser cette question.

Pour favoriser l'apparition d'explications et de preuves, plusieurs conditions sont requises :

- il doit y avoir conjecture de la part des élèves ;
- il faut un enjeu pour que l'élève aille au-delà de la conjecture :
 - (1) Envie de se convaincre lui-même.
 - (2) Envie de convaincre ses pairs.

Le cas (2) est le plus fréquent, il nécessite l'organisation des débats sur les conjectures.

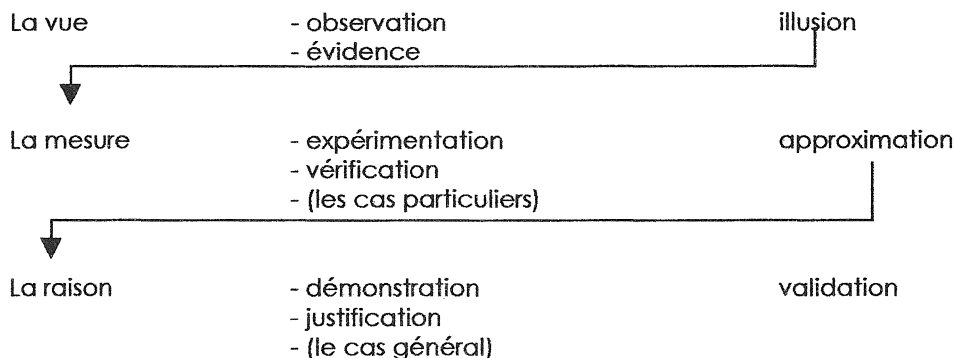
Si la géométrie constitue un domaine privilégiée pour apprendre à rédiger une démonstration, l'algèbre est un moyen, tout comme la géométrie, susceptible de fournir des situations où apparaissent des explications et des preuves.

II – INITIATION AU RAISONNEMENT DEDUCTIF EN GEOMETRIE

En géométrie on peut représenter l'évolution :

EXPLICATION → PREUVE → DEMONSTRATION

Et sa prise en compte dans un enseignement progressif par le schéma suivant :



Ou sous forme de tableau sur comment répondre à la question « pourquoi ? »

Moyens	Avantages	Inconvénients
En observant la figure : ça se voit (la vue).	Permet de se faire une idée.	Pas totalement sûr (illusions, les tracés ne peuvent être exacts).
En faisant des mesures (la mesure).	Permet de vérifier Son idée.	Pas totalement sûr (imprécision des instruments de mesure).
En donnant des raisons : je l'ai prouvé, démontré (la logique).	Permet d'être sûr de ce que l'on dit.	Il faut connaître les règles et être sûr du point de départ.

II – CODAGE ET DONNEES

Dès la 6^{ème} et la 5^{ème}, à l'occasion de tout problème de géométrie, nous insistons sur le codage de la figure et la traduction du texte en données ou hypothèses.

Exemple

« Un problème en 5^{ème} »

L'énoncé proposé est une variante du n° 1 p 182 du livre Hachette 5^{ème}.

On considère deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ de même centre I. On place deux points A et B sur le cercle $\mathcal{C}$ de telle sorte que l'angle $\widehat{AIB}$ mesure 100° . La droite (AI) coupe le cercle $\mathcal{C}'$ en D et la droite (BI) coupe le cercle $\mathcal{C}'$ en C. Calculer l'angle $\widehat{ICD}$. Puis montrer que les droites (CD) et (AB) sont parallèles.

Après avoir réalisé et codé la figure, on demande aux élèves de compléter le tableau suivant afin de traduire les informations données par le texte en hypothèses du problème :

Il est commode de les numéroté pour les repérer aisément dans la recherche de la démonstration.

Dans le texte, on lit :	Données ou hypothèses	N°
A et B sont deux points du cercle $\mathcal{C}$ de centre I.		
C et D sont deux points du cercle $\mathcal{C}'$ de centre I.		
La droite (AI) coupe le cercle $\mathcal{C}'$ en D.		
La droite (BI) coupe le cercle $\mathcal{C}'$ en C.		

On retrouvera cette démarche dans l'activité « le problème et les données » page 67. (Traduction de certaines phrases des textes en données du problème).

III – SENS DES DONNEES

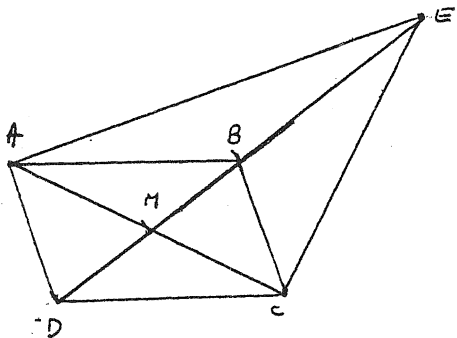
On s'acheminera ensuite vers une plus grande compréhension du sens de ces données. C'est-à-dire comprendre qu'elles déterminent la figure, qu'elles ont un statut particulier dans le problème et entraînent d'autres propriétés que l'on démontre en s'appuyant sur les définitions, propriétés ou théorèmes appris dans le cours. Voir activité « Le problème et les données » page 65.

A l'occasion d'un ou deux problèmes au début on pourra faire faire une liste de toutes les propriétés de la figure par les élèves, puis un classement de celles-ci en données et conclusions.

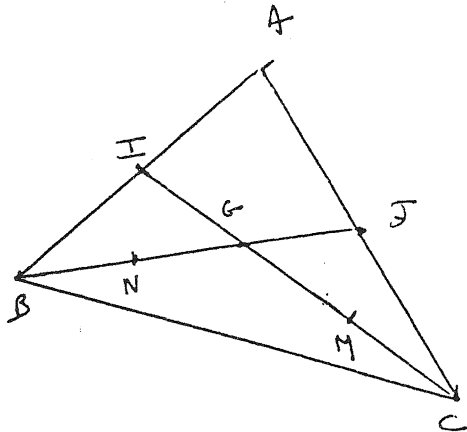
IV – TRACES NECESSAIRES

On conseillera de compléter la figure en traçant des droites ou des segments passant par les points définis par l'énoncé afin de faire apparaître des triangles ou des quadrilatères. Mais on ne demandera pas de rajouter des points, cela paraît trop difficile au début.

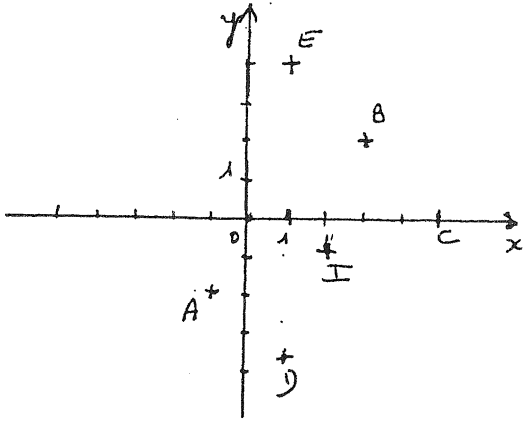
Exemple 1 :

Les élèves ne connaissent pas encore la propriété de la position du centre de gravité.	
Pb : ABCD est un parallélogramme de centre M et E le symétrique de D par rapport à B. Démontrer que B est le centre de gravité du triangle ACE. (Hachette 4^{ème} p 206 n° 6). Nécessité de prolonger l'une des droites (BC) ou (AB) et de démontrer qu'elle est la deuxième médiane.	

Exemple 2 :

Les élèves ne connaissent pas encore la propriété de la position du centre de gravité.	
Pb : Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J celui de [AC]. G est le point d'intersection des droites (CI) et (BJ). On appelle N le milieu de [BG] et M celui de [GC]. Démontrer que G est le milieu de [IM]. 1^{ère} solution : Comparer les segments [IN], [JM] et [AG]. 2^{ème} solution : Comparer les segments [IJ], [MN] et [BC]. Pour trouver ces deux solutions il faut tracer ces segments, ce que beaucoup d'élèves ne font pas.	

Exemple 3 :

Pb : Classique en 3^{ème}. (D'après brevet). (O, I, J) est un repère. On considère les points A (-1;-2), B (3;2) et C (5;0). - Calculer les coordonnées du milieu I de [AC]. - Calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à I. - Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? - Construire le point E tel que BE = CB. - Quelle est la nature du quadrilatère DBEA ? Certains élèves ne marquent que les points d'où la difficulté de voir les quadrilatères ou les vecteurs.	
--	--

V – COURTES DEMONSTRATIONS

On pourra également effectuer un travail sur de courtes démonstrations à un seul pas, à compléter, à condition d'avoir fait auparavant une analyse d'un texte de démonstration complet (plusieurs pas de démonstration, par exemple l'activité « Le losange de Guerlédan », paru à l'IREM de Rennes 1988 dans « Je, tu, ils, elles argumentent ») sur lequel on pourra demander :

- de souligner les données dans une couleur.
- de souligner la conclusion dans une autre couleur (repérer également les conclusions intermédiaires).
- entourer les théorèmes ou définitions utilisés.
- entourer les mots de liaison (il sera bon d'explicitier la fonction de ces mots).

comme le conseillent les auteurs de l'article « Lire et écrire des textes mathématiques » (IREM de Rennes – Avril 1992 - page 61).

Voici un exemple d'activité qu'ils proposent : « A la recherche du théorème perdu »

Cette activité est destinée à être utilisée en fin de 5^{ème} (après avoir étudié les parallélogrammes) ou en début de 4^{ème} (en révision) dans le cours normal du programme ou alors en soutien pour élèves de 4^{ème}, voire de 3^{ème}, en difficulté.

OBJECTIFS

- 1) Savoir repérer dans un texte démonstratif, d'après l'environnement, les données et la conclusion.
- 2) Savoir choisir dans une palette de propriétés ou de définitions, en principe bien connues de l'élève, celle qui convient et notamment choisir entre une propriété et sa réciproque.
- 3) Montrer aux élèves, à partir d'exemples très courts, qu'une démonstration n'a pas un déroulement unique et immuable (hypothèse, théorème, conclusion) mais qu'il est possible de varier l'ordre de ces trois éléments. De même, les mots de liaison ne se réduisent pas à « or » et « donc ».

PREREQUIS

Il apparaît indispensable que les parallélogrammes aient été étudiés ou revus auparavant car si les contenus ne sont pas maîtrisés, l'activité perd de son intérêt. Trop de propriétés fausses ou mal énoncées rendent inaccessibles les objectifs.

A LA RECHERCHE DU THEOREME PERDU (Extrait de la deuxième partie)

Voici des fragments de démonstration dans lesquels le théorème (propriété) ou la définition a été effacé.

- a) Souligne les données (ou hypothèses) en rouge et la conclusion en vert.
- b) Fais la figure.
- c) Retrouve le théorème (propriété) ou la définition manquant.

Exercice 1 (corrigé) :

On sait, d'une part, que EFGH est un parallélogramme, d'autre part, que H est droit. Donc EFGH est un rectangle <u>car un parallélogramme qui possède un angle droit est un rectangle</u>	
---	---

Exercice 2 :

Dans le quadrilatère LDMJ, les 4 côtés ont même longueur. Comme, on peut en déduire que LDMJ est un losange.	
---	--

Exercice 3 :

[EG] et [FH] ont même milieu. EFGH est donc un parallélogramme parce que : 	
---	--

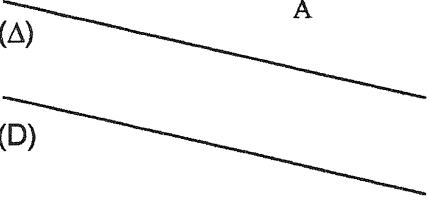
Etc... (les rédactions varient systématiquement).

A DROITE TOUTE !

Par rapport à l'activité précédente, cette fiche permet de vérifier si l'élève comprend un énoncé de propriété. Par exemple pour la propriété 3, il n'est pas rare de trouver des élèves illustrant cette propriété à l'aide de seulement deux droites.

Activité 1 :

Voici une liste de propriétés (ou théorèmes) concernant les droites. Pour chaque énoncé, tu dessineras une figure.

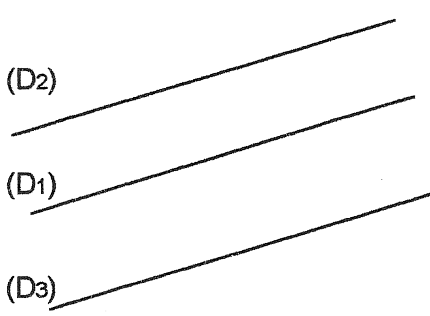
<u>Propriété 1</u> Par deux points distincts, il passe une seule droite.	<u>Figure : Exemple</u> 
<u>Propriété 2</u> Il existe une seule droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée.	<u>Figure : Exemple</u> 
<u>Propriété 3</u> Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles ;	<u>Figure :</u>

Etc...

Activité 2 :

Voici des fragments de démonstration dans lesquels la propriété utilisée a été effacée.

- Souligne les données en rouge et la conclusion en vert.
- Fais la figure.
- Retrouve la propriété qui convient.

<u>Exemple :</u> D'une part, les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles, d'autre part, la droite (D_3) est parallèle à (D_1). Or si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles. Donc (D_3) est aussi parallèle à (D_2).	<u>Figure :</u> 
--	---

<u>Exercice n° 1 :</u> On a : $(AB) \parallel (EF)$ et $(D) \perp (AB)$. On peut en conclure que : $(D) \perp (EF)$.	<u>Figure :</u>
--	------------------------

<u>Exercice n° 2 :</u> On sait que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires à la droite (Δ). On peut donc affirmer que (D) et (D') sont parallèles car 	<u>Figure :</u>
---	------------------------

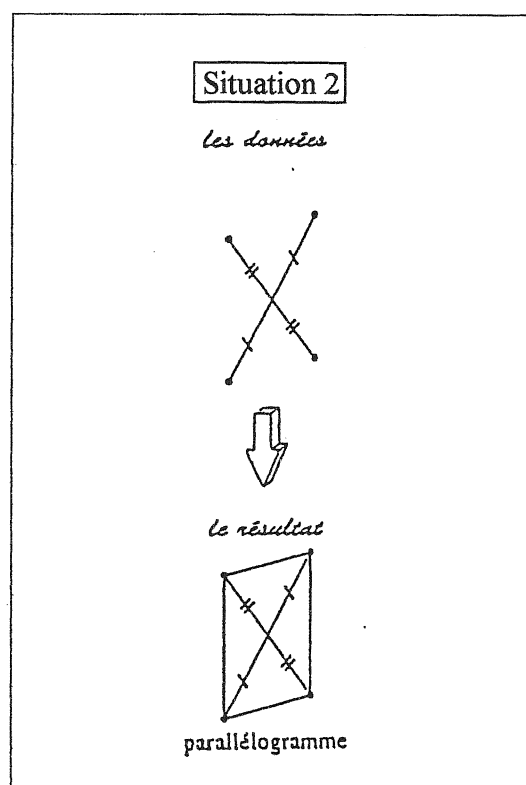
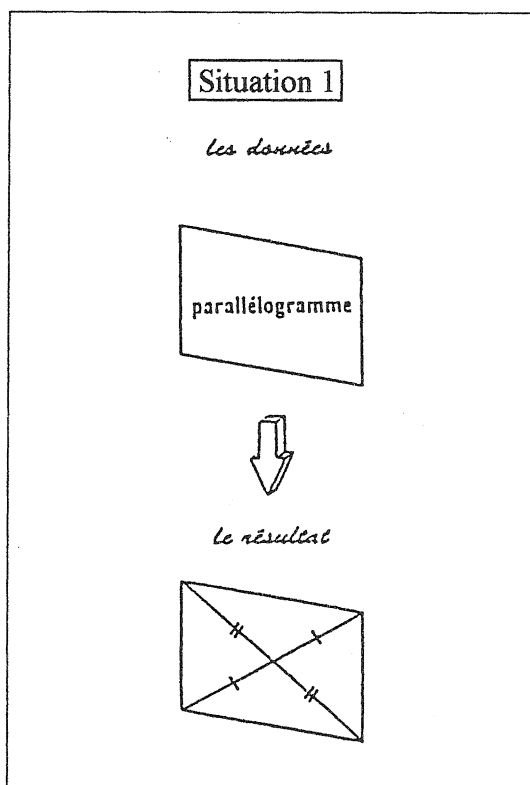
VI – THEOREMES ET RECIPROQUES

On peut constater que les élèves ont du mal à choisir entre un théorème et le théorème réciproque. Il faudra attirer très vite leur attention sur cette difficulté et y revenir souvent.

Extrait de MATHEMATIQUES 5^{ème} – Delord & Vinrich – édition 1991 – HACHETTE (page 196)

Classer les six phrases encadrées ci-dessous en deux catégories :

- celles qui « traduisent » la situation 1.
- celles qui « traduisent » la situation 2.



- Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.
- Si un quadrilatère non croisé a un centre de symétrie, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.
- Un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.

Il est important (mais c'est difficile) de ne pas confondre les deux situations ci-dessus. Certes, elles se « ressemblent », mais le « départ » (les données) de l'une est l'« arrivée » (le résultat) de l'autre.

Pour traduire cela, on dit que ces deux situations sont réciproques l'une de l'autre.

VII - BLOCAGE

Lorsque les élèves bloquent, faire relire le problème en cherchant s'ils ont bien utilisé toutes les données. Certaines sont parfois bien cachées, par exemple, dans des textes du genre :

N° 2 p 201, Pythagore 5^{ème} : Dans la figure ci-contre, les deux cercles sont concentriques (de centre A), et [BC] et [MN] sont deux diamètres. Quelle est la nature du quadrilatère BNCM ?

N° 59 p 153, Pythagore 4^{ème} : Soit un cercle de centre O et une corde [AB] de ce cercle. Soit C le symétrique de O par rapport à la droite (AB). Démontrer que AOBC est un losange.

VIII – ANALYSER POUR REDIGER, VARIER LE VOCABULAIRE

Nous avons tous remarqué que les élèves en difficultés, donnent souvent comme contenu d'une étape de la démonstration seulement un théorème, même en 3^{ème}, sans préciser à quoi ils l'appliquent.

Afin de les aider à compléter, la présentation des théorèmes sous la forme « Si je sais que ... alors je peux en conclure que ... » peut être utile. Voir IREM de BREST 4^{ème} et 3^{ème}.

On peut aussi chercher avec eux les précisions nécessaires pour la rédaction de leur démonstration comme le suggère l'exemple 1 ci-dessous, après avoir écrit le théorème trouvé au tableau.

Exemple 1

Si je sais que dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors je peux conclure qu'elle est parallèle au troisième côté.

L'analyse de la phrase indique que dans les données, il faut :

1 – nommer un triangle : « Dans le triangle... »

2 – nommer un milieu : « G est le milieu de... »

3 – nommer un deuxième milieu : « F est le milieu de... »

Elle indique que la conclusion sera : « (GF) est parallèle à ... »

Exemple 2

**Lorsque deux droites sont parallèles,
toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**

Ici, la recherche des données et de la conclusion, sera plus difficile. Il faut,

1 – nommer deux droites parallèles.

2 – nommer deux droites perpendiculaires dont l'une est déjà en 1.

La conclusion sera : « les droites ... et ... sont perpendiculaires. ».

L'utilisation d'un tableau comme cadre sera utile pour présenter les résultats afin que les élèves n'oublient pas un élément d'une étape. Voir la brochure de l'EDAP 35 « Les quadrilatères ».

Je sais que...	Outil...	Je peux en déduire que...
----------------	----------	---------------------------

Certains élèves trouvent cette présentation sécurisante et s'en servent longtemps, d'autres l'abandonnent tout de suite. Il faut proposer également d'autres façons de faire. Ecrire simplement à suivre « données, outil, conclusion » dans le sens vertical, peut suffire, ainsi que comparer, analyser différentes rédactions chaque fois que cela est possible.

Au cours de toutes ces études un travail sur le vocabulaire sera nécessaire. De nombreux exemples sont étudiés dans la brochure de l'IREM de RENNES, « Lire et écrire des textes mathématiques ». Il ne faut pas hésiter à varier les formulations chaque fois que l'on passe à la rédaction d'un problème. Par exemple, ne pas toujours utiliser « je sais que, or, donc ».

IX - LOGICIELS

L'utilisation des logiciels « Géomètre » et « Calques géométriques » est très performante pour animer une figure. On peut faire tourner celle-ci, ce qui la présente sous de multiples aspects, ou bouger les points, ce qui permet de lutter contre les cas particuliers. Avec « Calques », on fera apparaître les figures-types nécessaires à la démonstration dans les différentes feuilles. Voir la brochure de l'IREM de RENNES intitulée « figures-types et tableur ».

Exemples d'utilisations en classe avec un ordinateur, une tablette rétroprojectante et un grand écran.

Exemple n° 1 : en 5^{ème}

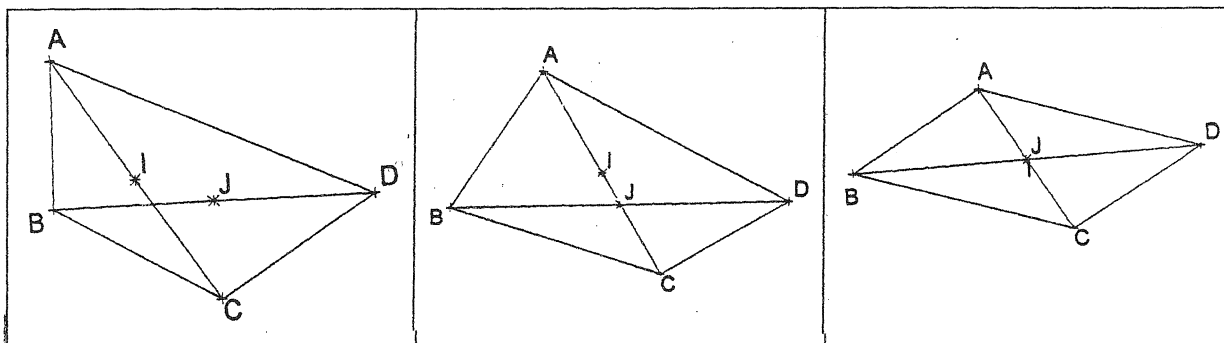
Dans la recherche des « conditions pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme » :

Figure 1 : On a fait apparaître les milieux I et J des diagonales du quadrilatère.

Figure 2 : On bouge un sommet afin que l'une des diagonales coupe l'autre en son milieu.

Figure 3 : On a encore bougé un point de façon à ce que les milieux coïncident.

Des conjectures pourront être exprimées après construction d'un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu.



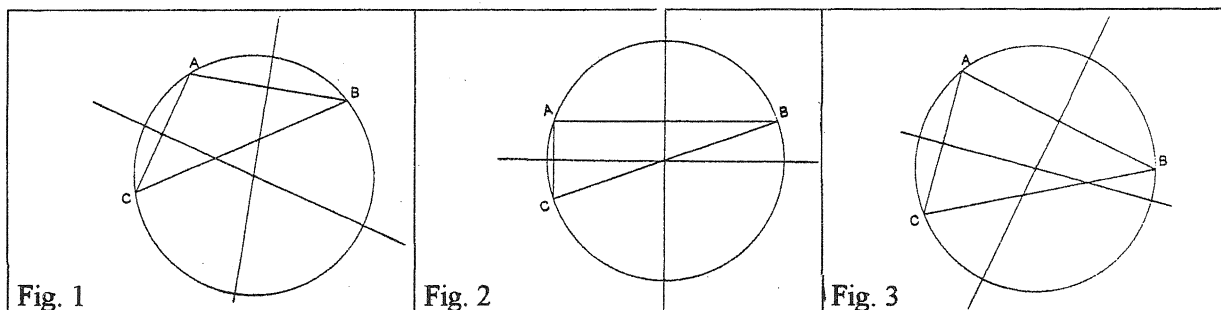
Exemple n° 2 : 4^{ème}

Dans le cours « *Triangle rectangle et cercle* » :

Figure 1 : On a tracé un triangle, les médiatrices de deux de ses côtés et le cercle circonscrit.

Figure 2 et 3 : Après avoir bougé un des sommets du triangle, on observe la position du centre du cercle circonscrit qui peut être à l'extérieur ou à l'intérieur du triangle. On passe plusieurs fois d'une figure à l'autre. On s'intéresse surtout au cas où l'angle $\hat{A}$ devient droit.

Ainsi des conjectures seront exprimées concernant l'angle $\hat{A}$ et la position du centre du cercle.

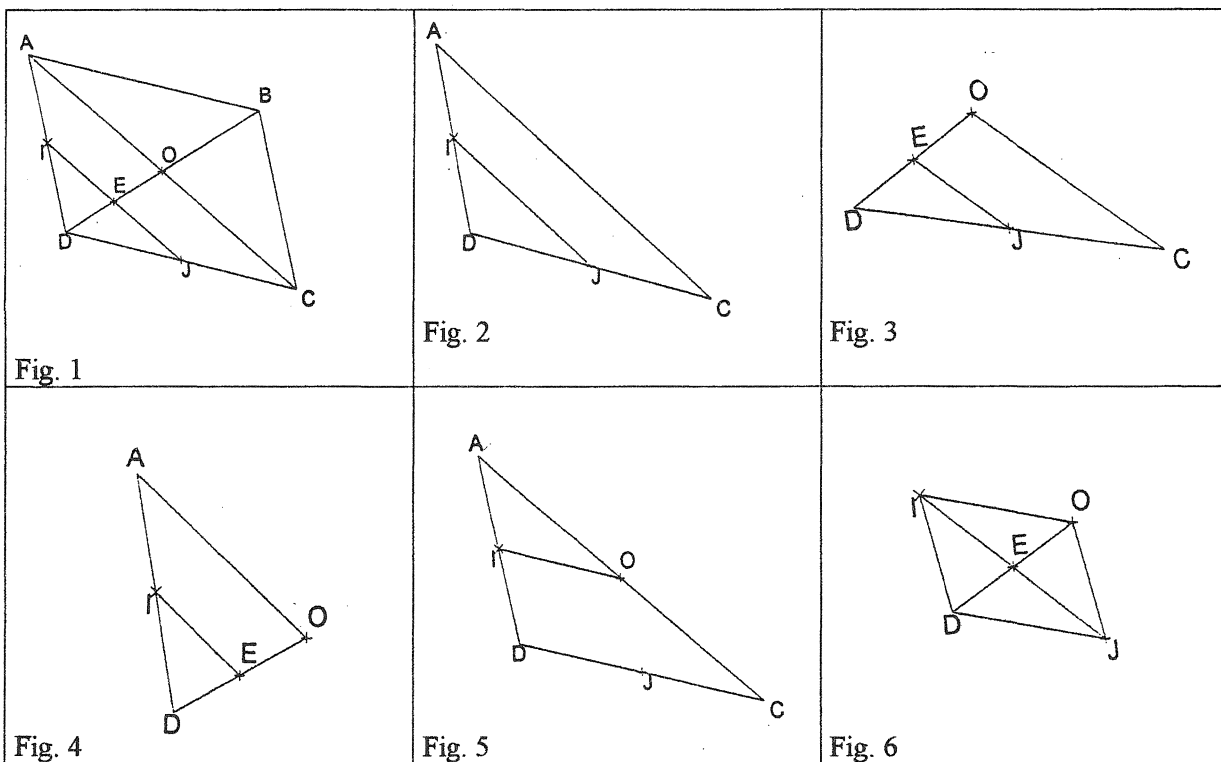


Exemple n° 3 : en 4^{ème}

Exercice n° 16 p 190 de Hachette : « Tracer un parallélogramme ABCD. Soit I le milieu de [AD] et J celui de [DC]. Prouver que la droite (DB) coupe le segment [IJ] en son milieu. (Conseil : Tracer [AC]). »

Figure 1 : On fait apparaître la figure complète. Celle-ci est projetée à toute la classe. On peut faire bouger les points et émettre des conjectures.

Figures 2, 3, 4, 5, 6 : ce sont les feuilles suivantes. On peut passer d'une figure à l'autre instantanément. Elles font distinguer les figures-types nécessaires. On peut les utiliser pour aider individuellement les élèves à avancer dans leur démonstration. Pour cela, ils viennent seul ou par petits groupes voir l'écran de l'ordinateur, la tablette rétroprojectable étant déconnectée.



CONCLUSION

La confrontation de nos expériences concernant les problèmes des élèves dans nos classes a contribué au choix des différents thèmes abordés. On peut remarquer que la plupart de nos sujets sont très abstraits, c'est pourquoi nous nous sommes heurtés dans certaines de nos observations sur le terrain et au cours de nos recherches à des difficultés aiguës pour atteindre nos objectifs, sans doute ambitieux.

Malgré cela, nous pensons qu'il est utile de faire profiter les collègues de notre réflexion, de nos choix et de la réalisation de nos fiches, la discussion reste toujours ouverte ; ce travail enrichissant demande encore évidemment beaucoup d'améliorations ... mais c'est le quotidien de notre métier.

**Imprimé et édité
Par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Deuxième trimestre 1999
N° de publication : 99-03**

**I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – Bâtiment 32 B
35042 RENNES CEDEX
Tél : 02 99 28 26 34
Fax : 02 99 28 16 38
Site WEB : <http://www.univ-rennes1.fr/irem>**

**Commande :
Tél : 02 99 28 26 08
e.mail : Daniele.Quentin@univ-rennes1.fr**

FICHE DUBLIREM

TITRE : « AIDES POUR LES ELEVES EN DIFFICULTE »

I.R.E.M. : RENNES

**AUTEUR : Groupe « ACTIVITES SPECIFIQUES POUR LES ELEVES EN TRES
GRANDE DIFFICULTE »**

DATE : MAI 1999

NIVEAU : Cinquième - Quatrième

MOT CLES :

- Hauteur.
- Priorités.
- Avec des lettres ou calcul littéral.
- Démontrer.
- Données et conclusions.
- Fraction.
- Aides à la carte.

RESUME :

Activités sur 5 thèmes pris dans les programmes de 5^{ème} et 4^{ème} : hauteurs, priorités, fractions, calcul littéral, démonstrations. Les activités sont construites à partir d'erreurs fréquentes chez beaucoup d'élèves en difficultés.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 x 29,7	89	45 F 2 €	400 ex

ISBN 2-85728-044-0