

I.R.E.M. de RENNES

DES MOTS EN

MATHEMATIQUES

DES MOTS

EN

MATHÉMATIQUES

Jean-Pierre ESCOFFIER

Jos PENNÉC

IREM de RENNES
Décembre 1993

I.S.B.N. 2-85728-007-6

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	page 3
RETROUVER UN MOT D'APRÈS SA DÉFINITION	
Algèbre, arithmétique 1	page 7
Géométrie	page 10
Analyse	page 16
Logique	page 21
Algèbre, arithmétique 2	page 25
Statistiques	page 29
Probabilités	page 36
TEXTES	
Texte 1 : Extrait de l'Encyclopédie	page 43
Texte 2 : Extrait d'un texte de Henri Poincaré	page 45
QUESTIONNAIRES A CHOIX MULTIPLES	page 47
CORRIGES	page 57
Couverture d'après Guillevic (Euclidiennes) et Mondrian	

INTRODUCTION

Pour compléter son livre "1000 mots pour réussir", (éditions Belin, 1987), Claude Lebrun, professeur au lycée Chateaubriand de Rennes, avait pensé à un livre analogue traitant des mots du vocabulaire scientifique. De ce projet avorté, il est resté les exercices que nous avons proposés sur le vocabulaire des mathématiques dans les classes de lycée.

Trois types d'exercices sont présentés :

1 - Retrouver un mot d'après sa définition (indiquée par le signe ) et un contexte d'utilisation (indiqué par le signe ). La liste des mots choisis figure en tête de chaque séquence. Il s'agit de remplacer les pointillés de l'exemple de contexte par le mot convenable. Les exercices sont regroupés suivant les grandes divisions du cours.

2 - Le même exercice à partir de deux textes mathématiques du passé.

3 - Quelques QCM (questionnaires à choix multiples).

Dans la conception des séquences d'enseignement modulaires, ce type d'activités peut trouver une place originale, d'autant plus qu'il permet de mettre en place un enseignement individualisé et de développer les capacités de communication en facilitant la mise au point de la rédaction d'un énoncé ou d'un raisonnement.

Nous serons heureux de toutes les observations dont vous nous feriez part.

N.B. : Les professeurs pourront choisir de travailler sur la partie du champ lexical adaptée au niveau de leurs élèves.

RETROUVER UN MOT

D'APRES

SA DEFINITION

ALGÈBRE - ARITHMÉTIQUE 1

Décimal
Equivalent
Impossible
Pair
Résoudre

Déterminant
Factoriser
Indéterminé
Premier
Solution

Diviseur
Impair
Linéaire
Rationnel

D'après la définition  , complète la phrase 

- 1-  Qualifie un nombre entier multiple de 2.
 732 est un entier
- 2-  Dont un multiple est le nombre considéré.
 6 est un de 24.
- 3-  Qualifie un nombre entier égal à la somme de 1 et d'un multiple de 2.
 1515 est un entier
- 4-  Entier naturel strictement supérieur à 1 qui n'a pour diviseurs que 1 et lui-même.
 Le crible d'Eratosthène permet de trouver tous les nombres inférieurs à un entier donné.
- 5-  Nombre réel pouvant s'écrire sous la forme $a \cdot 10^p$ où a et p sont des entiers relatifs.
 $\frac{1}{8}$ et 17,89 sont des mais $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{7}$ n'en sont pas.
- 6-  Nombre égal au quotient de deux entiers relatifs.
 Tout nombre décimal est un

- 7-  Mettre un polynôme sous la forme d'un produit de polynômes.
 Mettre le polynôme $x^3 + x + 2$ sous la forme $(x + 1)(x^2 - x + 2)$, c'est le

- 8-  Etant donnée une équation $f(x) = g(x)$, tout nombre α tel que l'égalité
 $f(\alpha) = g(\alpha)$ est vraie.
 L'équation $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)(x - 2)$ admet deux
 dans \mathbb{R} : $x = -1$ et $x = \frac{1}{2}$.
- 9-  Trouver l'ensemble des solutions d'une équation.
 dans \mathbb{R} l'équation $|x - 1| = \frac{x}{2}$.
- 10-  Etant donné un couple (\vec{u}, \vec{v}) de vecteurs de \mathbb{R}^2 de composantes
 respectives (a, a') et (b, b') , nom du réel $ab' - a'b$, associé.
 Le du couple des vecteurs de composantes $(2, 3)$ et
 $(5, 9)$ est 3.
- 11-  Se dit de deux équations ou systèmes d'équations admettant le même
 ensemble de solutions.
 Les systèmes : $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = -2 \end{cases}$ et $\begin{cases} x = 1 \\ x - y = -2 \end{cases}$ sont
- 12-  Se dit d'une équation ou d'un système d'équations du premier degré.
 Le système :

$$\begin{cases} 7x - 9y + 2z = -5 \\ 5x + 9y = 24 \\ 2x - 2y + 5z = 13 \end{cases}$$

 est un système de trois équations à trois
 inconnues.
- 13-  Se dit d'un système d'équations ou d'inéquations qui n'admet aucune
 solution.
 Le système :

$$\begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ x + y = 21 \\ 2x - y = 13 \end{cases}$$

 est un système

14-



Se dit d'un système linéaire ayant une infinité de solutions.



Pour $m = 1$, le système linéaire :

$$\begin{cases} 2m x - (m + 3) y = 2 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$$

est un système

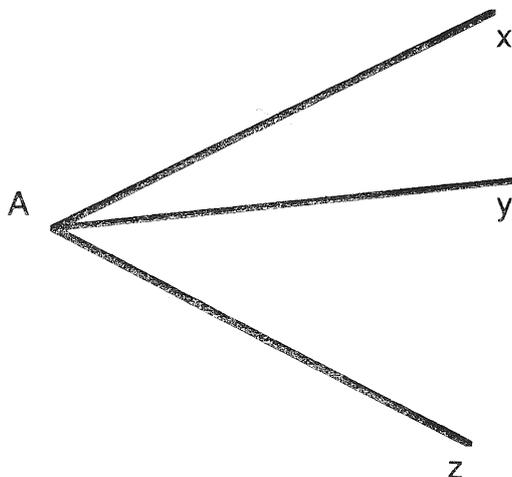
GEOMETRIE

<i>Adjacent</i>	<i>Angle inscrit</i>	<i>Barycentre</i>
<i>Bissectrice</i>	<i>Cercle inscrit</i>	<i>Circonscrit</i>
<i>Cocyclique</i>	<i>Colinéaire</i>	<i>Convexe</i>
<i>Coplanaire</i>	<i>Ellipse</i>	<i>Homothétie</i>
<i>Hyperbole</i>	<i>Identité</i>	<i>Isobarycentre</i>
<i>Isométrie</i>	<i>Lieu géométrique</i>	<i>Ligne de niveau</i>
<i>Parabole</i>	<i>Paramétrique</i>	<i>Plan médiateur</i>
<i>Produit scalaire</i>	<i>Puissance</i>	<i>Régulier</i>
<i>Repère</i>	<i>Rotation</i>	<i>Similitude</i>
<i>Tétraèdre</i>	<i>Transformation</i>	

D'après la définition  , complète la phrase 

- 1-  Se dit de deux secteurs angulaires ayant même sommet, un côté commun, et dont l'intersection est ce côté commun.

 Dans la figure suivante, les angles $\widehat{(Ax, Ay)}$ et $\widehat{(Ay, Az)}$ déterminent des secteurs angulaires saillants



- 2-  Etant donné un cercle, angle de sommet sur ce cercle dont les côtés sont des demi-droites, chacune recoupant le cercle ou lui étant tangente.
 La mesure d'un angle au centre est le double de celle d'un interceptant le même arc.
- 3-  Ensemble des points équidistants de deux droites concourantes distinctes.
 Les de deux droites concourantes distinctes sont les axes de symétrie de l'ensemble de ces deux droites.
- 4-  Cercle intérieur à un triangle, tangent aux trois côtés de ce triangle.
 Le centre du dans un triangle est le point de concours des bissectrices intérieures des angles de ce triangle.
- 5-  Qualifie une partie A du plan (ou de l'espace) telle que tout segment dont les extrémités sont dans A soit entièrement contenu dans A.
 Tout quadrilatère ayant deux côtés égaux et parallèles est un parallélogramme.
- 6-  Se dit d'un polygone inscritible convexe ayant ses côtés de même longueur.
 La section d'un cube par un plan peut être un polygone à 3, 4 ou 6 côtés.
- 7-  Dans un plan affine, triplet (O, \vec{i}, \vec{j}) où O est un point du plan et \vec{i}, \vec{j} , deux vecteurs non colinéaires.
 L'équation d'une droite dans un est de la forme $ax + by + c = 0$, avec $(a, b) \neq (0, 0)$
- 8-  Se dit de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} tels qu'il existe un réel a tel que $\vec{u} = a \cdot \vec{v}$ ou $\vec{v} = a \cdot \vec{u}$.
 Dans un plan muni d'un repère les vecteurs $\vec{u}(\sqrt{3}, -1)$ et $\vec{v}(-3, \sqrt{3})$ sont
- 9-  Etant donnés des points A, B du plan et des nombres (appelés coefficients ou masses) a, b de somme non nulle, point G vérifiant :

$$a \vec{GA} + b \vec{GB} = \vec{0}$$

(cette définition se généralise à un nombre fini de points affectés de coefficients de somme non nulle).



$\vec{AG} = 2 \vec{AB} - \vec{AC}$ équivaut à : G est le de A, B, C affectés des coefficients et -1.

10-



Barycentre de points affectés de coefficients non nuls égaux.



L' de trois points est le centre de gravité du triangle qu'ils forment.

11-



Application du plan dans lui-même, de l'espace dans lui-même.



Une rotation plane, une translation, une homothétie sont des du plan.

12-



Application d'un ensemble dans lui-même qui laisse fixe tout élément.



La translation de vecteur nul, une homothétie de rapport 1 sont égales à l' du plan dans lui-même.

13-



Etant donné un point O d'un plan (ou de l'espace) et un nombre réel non nul k , transformation qui à tout point M du plan (ou de l'espace) associe le point M' tel que : $\vec{OM'} = k\vec{OM}$.



Si deux triangles ont leurs côtés parallèles deux à deux, il existe une (ou une translation) transformant l'un en l'autre.

14-



Bijection f du plan (de l'espace) dans lui-même conservant les distances, c'est-à-dire telle que pour tout couple (M, N) de points du plan (de l'espace) on ait : $d(f(M), f(N)) = d(M, N)$.



Les translations, les symétries centrales, les symétries orthogonales, les rotations sont des du plan (de l'espace).

15-



Solide déterminé par quatre points non coplanaires.



Dans un régulier les arêtes opposées sont orthogonales.

16-



Etant donné deux vecteurs $\vec{v}(a, b)$ et $\vec{v}(a', b')$ d'un plan muni d'un repère orthonormé, nombre réel égal à $a^2 + b^2$.

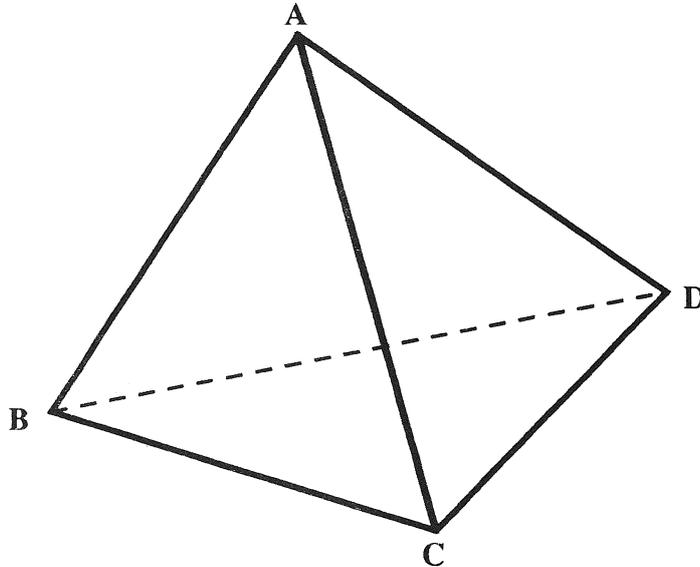


Deux vecteurs sont orthogonaux si, et seulement si, leur est nul.

17-  Dans un même plan.



Dans un tétraèdre ABCD les milieux des segments [AC], [AD], [BC] et [BD] sont



18-  Ensemble des points de l'espace équidistants des extrémités d'un segment.

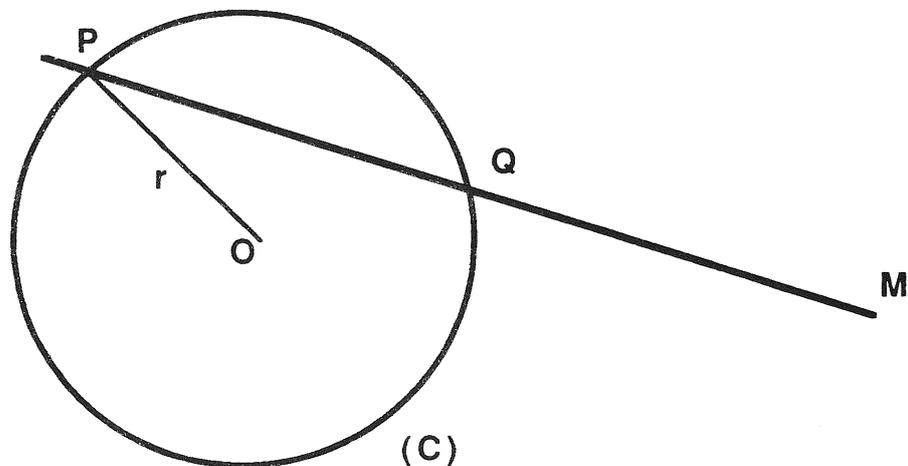


Dans un tétraèdre régulier ABCD le du segment [AB] est le plan perpendiculaire à [AB] contenant le segment [CD].

19-  Etant donné un cercle de centre O, de rayon r, et un point M, nom donné au nombre $OM^2 - r^2$.



Dans la figure suivante :



la de M par rapport au cercle (C) est $\overline{MP} \cdot \overline{MQ}$.

20-  Pour une droite (D) d'un plan muni d'un repère, se dit des équations d'un système d'équations de (D) de la forme :

$$\begin{cases} x = \alpha t + a \\ y = \beta t + b \end{cases}$$

où A (a, b) est un point de (D), $\vec{u}(\alpha, \beta)$ est un vecteur directeur de (D) et t décrit \mathbb{R} .



La droite (D) définie, par le système d'équations

$$\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = -t + 1 \end{cases}$$

passé par les points A (-3, 1) et B (-7, 3).

21-  Ensemble des points du plan ou de l'espace possédant une certaine propriété.



Le des points G, centres de gravité des triangles AMB lorsque M décrit une parallèle (D) à la droite (AB), est l'image de (D) par l'homothétie de centre I, milieu de [AB], et de rapport $\frac{1}{3}$.

22-  Etant donné une fonction numérique f définie sur les points d'un plan (P) et un réel k, ensemble des points M de (P) tels que f(M) = k.



[AB] étant un segment de longueur 4, de milieu I, la 26 de la fonction f définie par f(M) = MA² + MB² est le cercle de centre I et de rayon 3.

23-  Se dit de points situés sur un même cercle.



Dans un triangle, les pieds des hauteurs et les milieux des côtés sont

24-  Se dit d'un cercle passant par les trois sommets d'un triangle.



Dans un triangle ABC dont les côtés ont pour longueur BC = a, CA = b, AB = c, le rayon R du cercle au triangle ABC vérifie : $2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

25-  Etant donné un point O d'un plan et un réel θ , transformation qui, à tout point M du plan associe le point M' tel que : OM = OM' et $(\widehat{OM, OM'}) = \theta$.



La composée $S_{D_2} \circ S_{D_1}$ de deux symétries axiales par rapport à des droites D₁ et D₂ concourantes en O est un de centre O,

d'angle $2 \widehat{(\vec{u}_1, \vec{u}_2)}$ où \vec{u}_1 et \vec{u}_2 sont des vecteurs directeurs de D_1 et D_2 respectivement.

- 26-  Etant donné un nombre $e > 1$, ensemble des points dont le rapport des distances à un point et à une droite donnés est égal à e .
 La courbe d'équation $x^2 - 4y^2 = 9$ est une
- 27-  Etant donné un nombre $e < 1$, ensemble des points dont le rapport des distances à un point et à une droite donnés est égal à e .
 La courbe d'équations paramétriques $x = 2 \cos t$, $y = 3 \sin t$ est une
- 28-  Ensemble des points situés à égale distance d'un point et d'une droite donnés.
 La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à une génératrice du cône est une
- 29-  Dans un plan orienté, composée d'une homothétie et d'une rotation de même centre.
 Etant donnés deux nombres complexes a , différent de 0 et de 1, et b , l'application du plan complexe dans lui-même qui associe à tout point d'affixe z le point d'affixe $az + b$ est une

ANALYSE

<i>Anguleux</i>	<i>Antécédent</i>	<i>Application, fonction</i>
<i>Approximation (à ϵ près)</i>	<i>Bijection</i>	<i>Bijection réciproque</i>
<i>Borné</i>	<i>Coefficient directeur</i>	<i>Composée</i>
<i>Constante</i>	<i>Croissante</i>	<i>En escalier</i>
<i>Encadrement</i>	<i>Exponentielle</i>	<i>Extremum</i>
<i>Impaire</i>	<i>Logarithme</i>	<i>Majorer</i>
<i>Maximum</i>	<i>Minorer</i>	<i>Monotone</i>
<i>Paire</i>	<i>Période</i>	<i>Primitive</i>
<i>Racine carrée</i>	<i>Représentation graphique</i>	<i>Restriction</i>
<i>Tangente</i>	<i>Valeur absolue</i>	

D'après la définition  , complète la phrase .

- 1-  Etant donné un nombre réel x , nombre réel positif égal à x si $x \geq 0$ et à $-x$ si $x \leq 0$; ce nombre est noté $|x|$.
 Deux nombres opposés ont même

- 2-  Etant donné un nombre réel positif A , nombre réel positif dont le carré est égal à A .
 Pour tout réel x , la de x^2 est égale à $|x|$.

- 3-  Etant donné un nombre réel r , couple (a, b) de nombres réels tels que :

$$a \leq r \leq b$$
 (a et b étant en général choisis assez "voisins" de r).
 1,41 et 1,42 forment un de $\sqrt{2}$ d'amplitude 0, 01.

- 4-  Pour un réel a tout réel r tel que la distance de r à a soit inférieure à ϵ .
 3,14 est une à 0,01 près de π .

- 5-  Relation entre deux ensembles telle qu'à tout élément du premier ensemble (ensemble de départ) soit associé un élément unique du second ensemble (ensemble d'arrivée).

-  La relation qui associe à tout nombre réel x le nombre $\frac{x+1}{x^2+1}$ est une
 de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .
- 6-  Application telle que tout élément de l'ensemble d'arrivée admette un
 antécédent unique.
-  La fonction f définie par $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ est une de
 $\mathbb{R} - \{2\}$ sur $\mathbb{R} - \{1\}$.
- 7-  Élément admettant l'élément donné pour image.
-  La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 1$ étant donnée, le nombre réel 5
 a pour par f les réels 2 et -2.
- 8-  Etant données deux fonctions f et g , nom donné à la fonction notée $g \circ f$
 définie par : $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.
-  La de deux symétries planes d'axes parallèles est
 une translation.
-  La fonction h définie par $h(x) = \frac{1}{2x+1}$ est la des
 fonctions f et g définies par : $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = \frac{1}{x}$
- 9-  Déterminer un nombre réel M plus grand que toutes les valeurs prises par la
 fonction.
-  La fonction f définie sur l'intervalle $[-3, 3]$ par $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ est
 par 3.
- 10-  Déterminer un nombre réel m plus petit que toutes les valeurs prises par la
 fonction.
-  La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, définie par la formule $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2+1}$, est
 par 1.
- 11-  Se dit d'une fonction dont l'ensemble des images est majoré et minoré dans
 \mathbb{R} .
-  La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, définie par la formule : $f(x) = 3 + \sin x$, est

- 12-  Se dit d'une fonction qui ne prend qu'une valeur.
 La fonction dont la courbe représentative est une droite parallèle à l'axe des abscisses est une fonction
- 13-  Qualifie une fonction f dont l'ensemble de définition E est symétrique par rapport à 0 et telle que, pour tout x de E , on ait : $f(-x) = -f(x)$.
 La courbe représentative d'une fonction est symétrique par rapport à l'origine.
- 14-  Qualifie une fonction f dont l'ensemble de définition E est symétrique par rapport à 0 et telle que, pour tout x de E , on ait : $f(-x) = f(x)$.
 La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^4 + 3x^2 + 7$ est une fonction
- 15-  Etant donnée une fonction f définie sur \mathbb{R} , nombre réel non nul p , s'il existe, tel que, pour tout réel x , on ait : $f(x + p) = f(x)$.
 $\frac{2\pi}{3}$ est une de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \sin(3x)$.
- 16-  Etant donné une fonction $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ et un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'un plan, ensemble des points $M(x,y)$ tels que : $x \in E$ et $y = f(x)$.
 La de la fonction f définie par $f(x) = \frac{-2}{x}$ est une hyperbole.
- 17-  Pour une droite d'équation $y = ax + b$, nom donné au réel a .
 Dans un repère donné, deux droites ayant même sont parallèles.
- 18-  Maximum ou minimum d'une fonction.
 La fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ a deux l'un pour $x = 1$, l'autre pour $x = \dots$.
- 19-  Valeur A prise par une fonction $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ en un point a de E telle que, pour tout x de E , on ait : $f(x) \leq A$.
 120 est le de la fonction $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^3 - x$. Sur $[-1, 1]$, le de cette fonction est

obtenu pour $x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$.

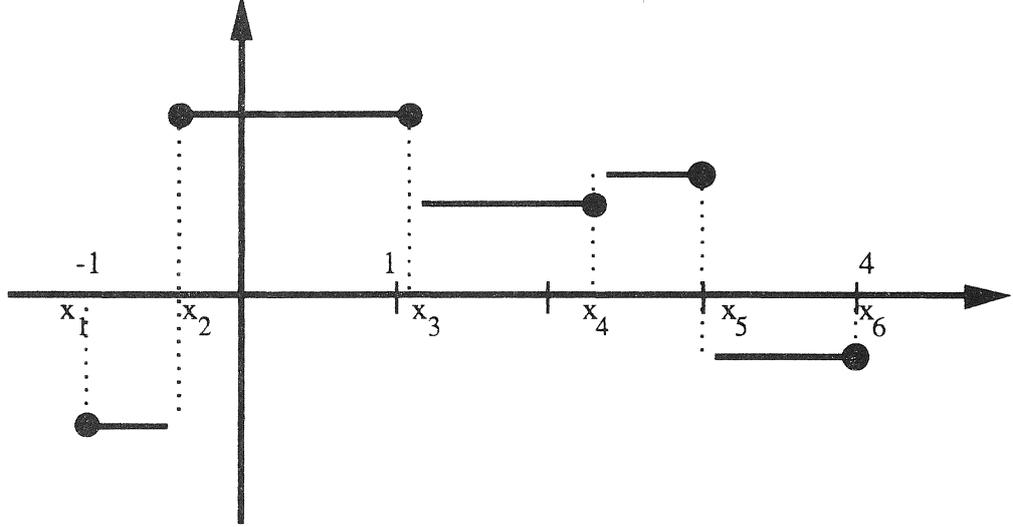
20-  Se dit d'une fonction croissante ou décroissante sur l'intervalle considéré.
 La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^3 - 3x + 1$ est sur chacun des intervalles $]-\infty, -1]$, $[-1, 1]$ et $[1, +\infty[$.

21-  Etant données une fonction f de E dans F et une partie A de E , fonction g de A dans F définie, pour tout x de A , par : $g(x) = f(x)$.
 La à l'intervalle $[-1, 2]$ de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = |x - 2| + |x + 1|$ est une fonction constante.

22-  Se dit d'une fonction $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ pour un intervalle I contenu dans E si, pour tous x et x' de I , $x \leq x'$ entraîne $f(x) \leq f(x')$.
 La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 3x - x^3$ est sur tout intervalle inclus dans $[-1, 1]$.

23-  Etant donné un intervalle I d'extrémités a et b , se dit d'une fonction f définie sur I et constante "par morceaux" sur I (c'est-à-dire pour laquelle il existe une suite finie strictement croissante de réels (x_i) , $1 \leq i \leq n$, dans I telle que : $x_1 = a$, $x_n = b$, et telle que les restrictions de f aux intervalles $]x_i, x_{i+1}[$ soient constantes pour $1 \leq i \leq n$).

 La fonction définie sur $[-1, 4]$ dont la représentation graphique est



est une fonction

- 24-  Qualifie un point où la courbe représentative d'une fonction admet deux demi-tangentes non portées par la même droite.
-  Dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , le point $A(1, 0)$ est un point de la représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = |x^2 - 1|$.
- 25-  En un point M d'une courbe (C) , position limite de la droite (MN) quand N décrit (C) en se "rapprochant" de M .
-  La droite d'équation $y = x + 1$ est à la courbe d'équation : $y = \frac{x - 1}{2x - 1}$.
- 26-  Etant donnée une fonction bijective $f : A \rightarrow B$, fonction $g : B \rightarrow A$ telle que $f \circ g = \text{id}_B$ et $g \circ f = \text{id}_A$, où id_A et id_B désignent les fonctions identité de A et de B .
-  La de la fonction $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$ définie par $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ est f elle-même.
- 27-  Puissance à laquelle il faut élever une constante appelée base pour obtenir un nombre donné.
-  Les décimaux (inventés par Briggs en 1624) ont pour base le nombre 10.
-  Le mathématicien écossais John Napier (ou Neper) publia le premier traité sur les en 1614.
- 28-  Fonction dont la dérivée est la fonction considérée.
-  La fonction logarithme népérien est une de la fonction f définie pour $x > 0$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
- 29-  Pour tout $a > 0$, celle de base a est la fonction réciproque de la fonction logarithme de base a .
-  La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2^x$ est la fonction de base 2.

LOGIQUE

<i>Absurde</i>	<i>Algorithme</i>	<i>Axiome</i>
<i>Caractéristique</i>	<i>Conclusion</i>	<i>Conserve</i>
<i>Contre-exemple</i>	<i>Convention</i>	<i>Corollaire</i>
<i>Critère</i>	<i>Déduction</i>	<i>Démonstration</i>
<i>Equivalente</i>	<i>Hypothèse</i>	<i>Implique</i>
<i>Nécessaire</i>	<i>Quelconque</i>	<i>Réciproque</i>
<i>Récurrence</i>	<i>Suffisante</i>	<i>Théorème</i>

D'après la définition , complète la phrase .

- 1-  Énoncé admis comme principe de base d'une théorie.
 "Par un point extérieur à une droite on peut mener une, et une seule parallèle à cette droite" est un des de la géométrie euclidienne.

- 2-  Mot utilisé pour imposer un accord sur une notation, pour étendre une formule à des cas particuliers, etc.
 Par on pose $x^0 = 1$.

- 3-  Proposition supposée vraie ou donnée du problème.
 Dans l'énoncé : "Soit ABC un triangle équilatéral. Montrer que l'orthocentre et le centre de gravité de ce triangle sont confondus", la propriété "ABC un triangle équilatéral" est l' du problème.

- 4-  Propriété qui est l'aboutissement d'une démonstration.
 "Soit n un entier impair, alors $n + 1$ et $n - 1$ sont des entiers pairs, donc sont divisibles par 2 ; il en résulte que leur produit $n^2 - 1$ est divisible par 4". Dans cette démonstration, l'expression soulignée est la

- 5-  Passage logique d'une étape d'un raisonnement à l'étape suivante.
 Dans une démonstration, des expressions comme : on en conclut que, donc, implique, entraîne, sont caractéristiques d'un raisonnement par
- 6-  Suite logique de déductions permettant de prouver un résultat à partir d'hypothèses.
 "Pour tout x réel, on a : $2x^2 + x - 1 = 2(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{8}$;
comme : $(x + \frac{1}{4})^2 \geq 0$, on a : $2(x + \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{8} \geq -\frac{9}{8}$;
donc : $2x^2 + x - 1 \geq -\frac{9}{8}$."
Le texte précédent est un exemple de rédaction de
de la propriété : "Pour tout x réel, $2x^2 + x - 1 \geq -\frac{9}{8}$."
- 7-  Énoncé vrai considéré comme important.
 Pythagore, Thalès ont laissé leur nom à de célèbres
- 8-  Suite de règles à appliquer dans un ordre déterminé pour résoudre une classe de problèmes.
 Pour décomposer un nombre entier en facteurs premiers on peut utiliser un
- 9-  Exemple qui montre qu'un énoncé n'est pas toujours vrai.
 Tous les nombres entiers ne sont pas pairs : 3 en est un
- 10-  Qui n'est lié par aucune relation particulière.
 Quand un texte de problème commence par : "Soit A un point du plan (P) , etc.", A est un point de (P) .
- 11-  $A \Rightarrow B$ étant vraie, qualifie la condition que doit vérifier B pour que A puisse être vraie.
 Pour un nombre entier la propriété d'être divisible par 9 est une condition pour être divisible par 27.
- 12-  $A \Rightarrow B$ étant vraie, qualifie la condition que doit vérifier A pour que B soit vraie.

-  Pour qu'un nombre entier soit divisible par 5 une condition
 est que le dernier de ses chiffres soit un 0.
- 13-  Condition suffisante simple à vérifier.
 Pour vérifier qu'un nombre est divisible par 9, un bon
 est de vérifier que la somme de ses chiffres est
 divisible par 9.
- 14-  Si une propriété s'énonce : "Si A est vrai alors B est vrai", nom donné à la
 propriété : "Si B est vrai alors A est vrai".
 La du théorème de Thalès.
 Le théorème : "Si les longueurs a, b, c des trois côtés d'un triangle vérifient
 $a^2 + b^2 = c^2$, ce triangle est rectangle" est la du
 théorème de Pythagore.
- 15-  Se dit d'une propriété équivalente à la définition.
 Si on définit les triangles rectangles comme des triangles ayant un angle
 droit, une propriété des triangles rectangles est que
 la somme des carrés des longueurs de deux côtés est égale au carré de la
 longueur du troisième côté.
- 16-  Se dit de deux propositions dont chacune implique l'autre.
 $\vec{AB} = \vec{CD}$ est à $\vec{AC} = \vec{BD}$.
- 17-  Conséquence directe d'un théorème.
 Le théorème des milieux peut être présenté comme un
 du théorème de Thalès.
- 18-  Entraîne nécessairement, a pour conséquence.
 $x = -1$ $x^2 = 1$.
- 19-  Se dit d'un raisonnement permettant de montrer qu'une propriété résulte
 d'hypothèses données en prouvant que le contraire de cette propriété est
 incompatible avec les hypothèses.
 On peut montrer que $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel à l'aide d'un raisonnement par

-
- 20-  Méthode de démonstration qui établit la validité d'une suite P_1, P_2, P_3, \dots , etc., de propositions en montrant que la première de ces propositions est vraie et que, si la vérité de la n -ième est assurée, celle de la $(n + 1)$ -ième en découle.
-  Si $a > 0$, les inégalités $a^n \geq 1 + n.a$ pour $n = 1, 2, 3$, etc. se démontrent par
.....
- 21-  Ne change pas une relation.
-  Une application croissante le sens des inégalités et
une application affine les barycentres.

ALGÈBRE, ARITHMÉTIQUE 2

<i>Affixe</i>	<i>Argument</i>	<i>Arithmétique</i>
<i>Arrangement</i>	<i>Binomial</i>	<i>Cardinal</i>
<i>Combinaison</i>	<i>Conjugué</i>	<i>Discriminant</i>
<i>Factorielle</i>	<i>Géométrie</i>	<i>Imaginaire pur</i>
<i>Indice</i>	<i>Module</i>	<i>Partie imaginaire</i>
<i>Permutation</i>	<i>Proportionnel</i>	<i>Sigma</i>
<i>Suite</i>		

D'après la définition  , complète la phrase .

- 1-  Nom donné au nombre réel $b^2 - 4ac$ associé au polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$.
 Un polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$ est du signe de a , pour tout réel x , si son est strictement négatif.
- 2-  Se dit de deux suites de réels non nuls, ayant au moins deux termes, dont les quotients terme à terme sont constants.
 La suite des nombres 15, 24, 51 est à la suite des nombres 5, 8, 17.
- 3-  Application de \mathbb{N} (ou d'une partie de \mathbb{N}) dans un ensemble E .
 L'application $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ définie par $u(n) = 2n + 1$ est la des nombres impairs.
- 4-  Notation distinctive affectée à une lettre pour représenter plusieurs objets de même nature.
 Etant donnée une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, u_n se lit "u n".

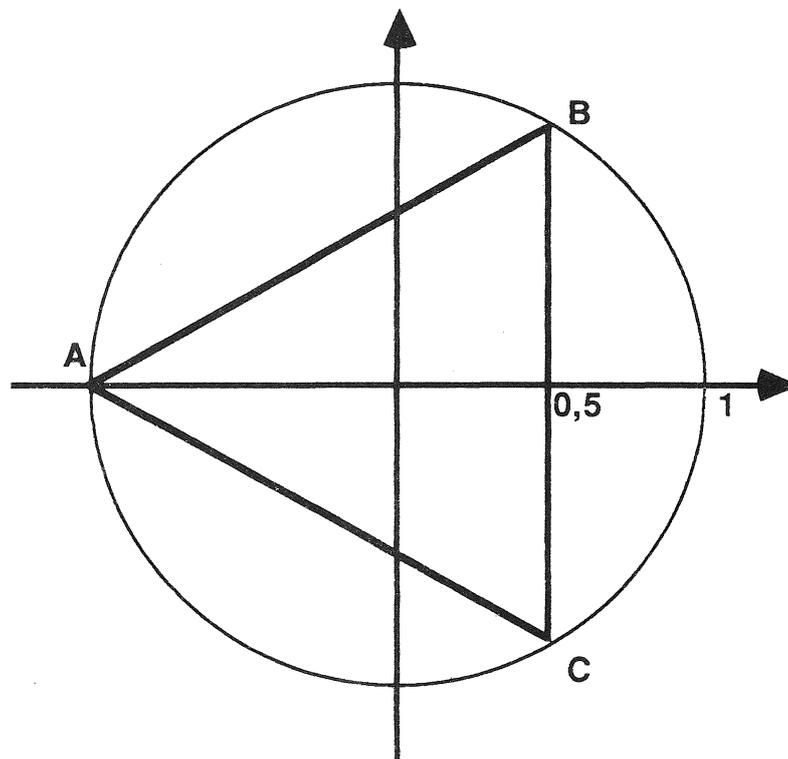
- 5-  Lettre utilisée pour indiquer que l'on considère la somme de termes d'une suite.
 La somme des dix premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = 3n^2 + n$$
s'écrit : $\sum_{1 \leq n \leq 10} (3n^2 + n)$ ou encore $\sum_{n=1}^{n=10} (3n^2 + n)$, ce qui se lit
..... (ou somme) de 1 à 10 de $3n^2 + n$.
- 6-  Se dit d'une suite de nombres dans laquelle chaque terme se déduit du précédent par addition d'un même nombre appelé raison de la suite.
 La suite qui a pour terme général $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est une suite
.....
- 7-  Se dit d'une suite de nombres dans laquelle chaque terme se déduit du précédent par multiplication par un même nombre appelé raison de la suite.
 La suite de terme général $\frac{1}{4^n}$ est une suite
- 8-  Pour un entier $n \geq 1$, produit des entiers inférieurs ou égaux à n .
 Le nombre d'anagrammes du mot "LIVRE" est le nombre $5!$, qui se lit :
..... 5.
- 9-  Pour un nombre complexe de la forme $a + ib$, a et b réels, nom donné à b .
 $e^{i\pi/6}$ a pour $\frac{1}{2}$.
- 10-  Se dit d'un nombre complexe non nul dont la partie réelle est nulle.
 L'ensemble des nombres est représenté, dans le plan complexe, par l'axe des ordonnées (privé de l'origine).
- 11-  Pour un nombre complexe de la forme $\rho e^{i\theta}$, ρ réel positif, nom donné à ρ .
 Les racines complexes de l'équation $z^2 - z + 1$ ont pour
..... 1.
- 12-  Pour un nombre complexe non nul de la forme $\rho e^{i\theta}$, ρ réel positif, nom donné à θ .

☀ Les racines complexes de l'équation $z^2 - z + 1$ ont pour
 $\frac{\pi}{3}$ ou $-\frac{\pi}{3}$.

13- 🚂 Celui du nombre complexe $x + iy$ est le nombre complexe $x - iy$.
 ☀ Le de $\rho e^{i\theta}$ est $\rho e^{-i\theta}$.

14- 🚂 Nombre complexe $x + iy$ associé au point de coordonnées $M(x,y)$ d'un
 plan muni d'un repère orthonormé.
 ☀ Les sommets du triangle équilatéral ABC :



ont pour $-1, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$.

15- 🚂 Nombre d'éléments d'un ensemble fini.
 ☀ Etant donnés deux ensembles finis E et F tels qu'il existe une bijection de E
 dans F, E et F ont même

16- 🚂 Etant donnés un ensemble fini E de n éléments et un entier p tels que
 $1 \leq p \leq n$, injection de $\{1, \dots, p\}$ dans E.

-  Le nombre des de p éléments d'un ensemble à n éléments, $p \leq n$, est $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
- 17-  Etant donné un ensemble fini E de n éléments et un entier p tels que $0 \leq p \leq n$, sous-ensemble de p éléments de E .
-  Le nombre des à p éléments d'un ensemble à n éléments, $p \leq n$, est $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$
- 18-  Etant donné un ensemble fini E , bijection de E sur lui-même.
-  Pour un ensemble fini E de n éléments, le nombre de de E est $n!$.
- 19-  Se dit des coefficients de la formule du binôme.
-  Dans la formule $(a + b)^n = \sum_{0 \leq p \leq n} C_n^p a^p b^{n-p}$ où a et b sont réels et n est entier, les nombres C_n^p sont des coefficients

STATISTIQUES

<i>Ajustement linéaire</i>	<i>Caractère</i>	<i>Classe</i>
<i>Continu</i>	<i>Diagramme en bâtons</i>	<i>Discret</i>
<i>Ecart type</i>	<i>Effectif</i>	<i>Fréquence</i>
<i>Fréquence cumulée croissante</i>	<i>Histogramme</i>	<i>Médiane</i>
<i>Mode</i>	<i>Moindres carrés</i>	<i>Moyen</i>
<i>Moyenne</i>	<i>Nuage</i>	<i>Population</i>
<i>Qualificatif</i>	<i>Quantitatif</i>	<i>Variance</i>

Dans cette partie, les activités proposées se réfèrent à plusieurs reprises aux deux séries statistiques suivantes :

Population A

Répartition des ménages d'une commune suivant leur nombre d'enfants

nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
nombre de ménages	18	35	48	15	10	4	2

Population B

Répartition des élèves de seconde d'un lycée suivant leur taille

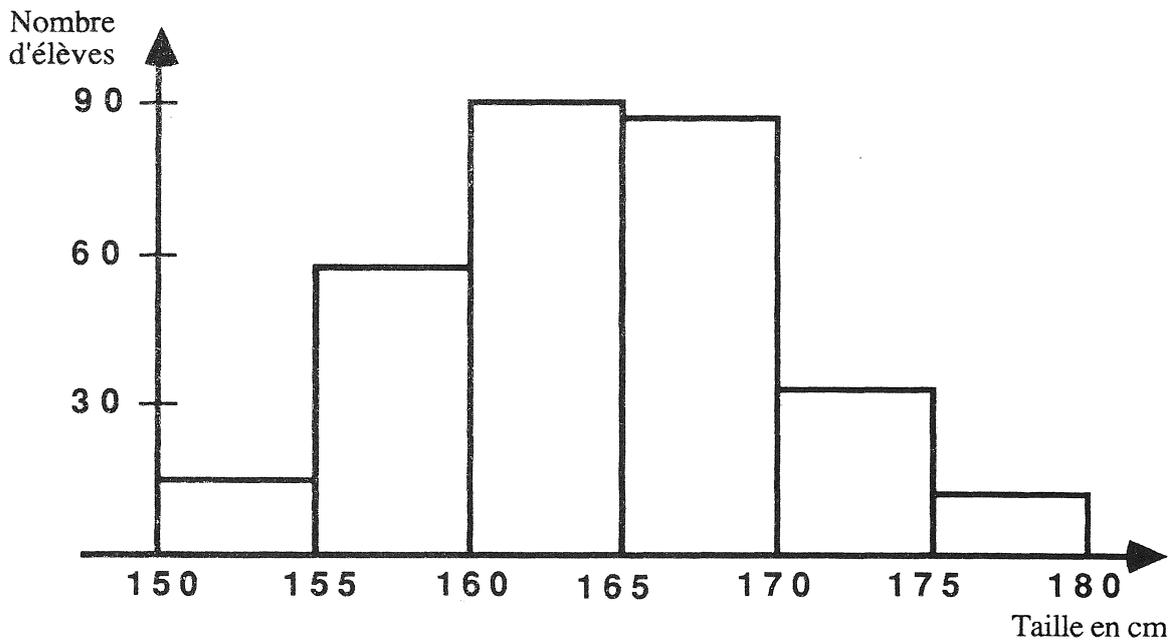
taille en cm	[150,155[[155,160[[160,165[[165,170[[170,175[[175,180[
nombre d'élèves	15	55	90	85	32	13

D'après la définition  , complète la phrase .

- 1-  Ensemble sur lequel est faite une étude statistique.
 Les étudiées ci-dessus sont l'ensemble des ménages d'une commune et l'ensemble des élèves d'un lycée.

- 2-  Nombre d'individus de l'ensemble ou sous-ensemble auquel on s'intéresse.

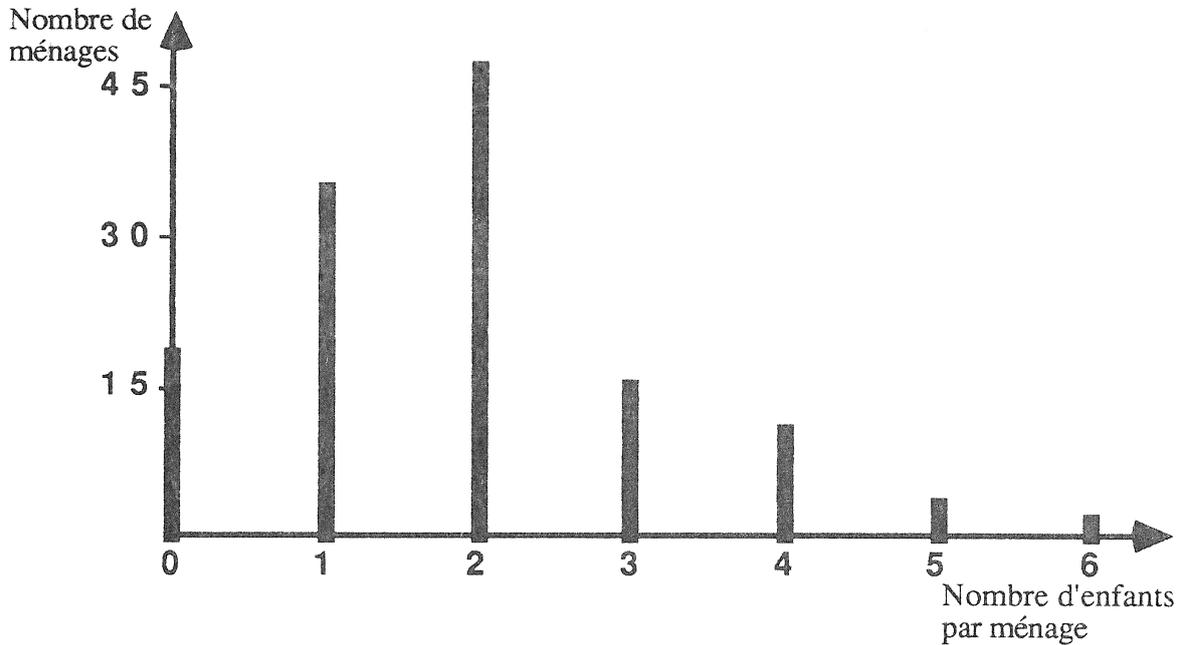
- ☀ Dans la population A l'ensemble des ménages ayant au moins trois enfants a pour 31.
- 3- 🚂 Rapport de l'effectif d'une classe ou d'une modalité d'une valeur particulière à l'effectif total d'une population.
- ☀ Dans la population B la des élèves ayant une taille comprise entre 1,65 m. et 1,70 m. est $\frac{17}{58} = 0,29$.
- 4- 🚂 Application qui à tout élément d'une population associe un élément d'un ensemble (cet ensemble étant une partie de \mathbb{R} ou un ensemble non numérique).
- ☀ La taille, le nombre de frères et soeurs, la couleur des yeux sont des sur un ensemble de personnes.
- 5- 🚂 Représentation graphique de la répartition des valeurs prises par un caractère continu consistant, pour chaque classe $c = [a, b[$, à tracer dans le demi-plan des points d'ordonnées positives, le rectangle d'aire proportionnelle à l'effectif de c basé sur le segment $[a, b]$ de l'axe des abscisses.
- ☀ L'. de la population B est :



- 6-  Procédé graphique de représentation d'un caractère quantitatif f défini sur une population consistant à dessiner, pour les éléments x de cette population, des segments parallèles de longueur proportionnelle à $f(x)$.



Pour la population A, la représentation du caractère "nombre d'enfants par ménage" par un est :



- 7-  Un caractère quantitatif sur une population d'effectif N prenant des valeurs distinctes x_i , $1 \leq i \leq k$, avec des effectifs n_i , nombre égal à :

$$\frac{\sum_{1 \leq i \leq k} n_i x_i}{N}$$



La du nombre d'enfants par ménage dans la population A est $\frac{62}{33} = 1,9$.

- 8-  Valeur(s) prise(s) le plus fréquemment par un caractère quantitatif.



Le de la population A est 2.

- 9-  Un caractère quantitatif étant observé sur une population de n individus, "valeur qui partage la population en deux moitiés", précisément : les n valeurs observées étant rangées par ordre croissant :

- valeur de rang $\frac{n+1}{2}$ si n est impair,

- nombre intermédiaire entre les valeurs de rang $\frac{n}{2}$ et $\frac{n}{2} + 1$ (en général la moyenne de ces deux valeurs) si n est pair.



Dans la série statistique 5, 14, 17, 8, 14, 11, tout nombre entre 11 et 14 est une

10-



Intervalles formant une partition de l'intervalle dans lequel le caractère étudié prend ses valeurs.



Dans l'étude de la population B on a distingué six d'amplitude égale à 5 cm.

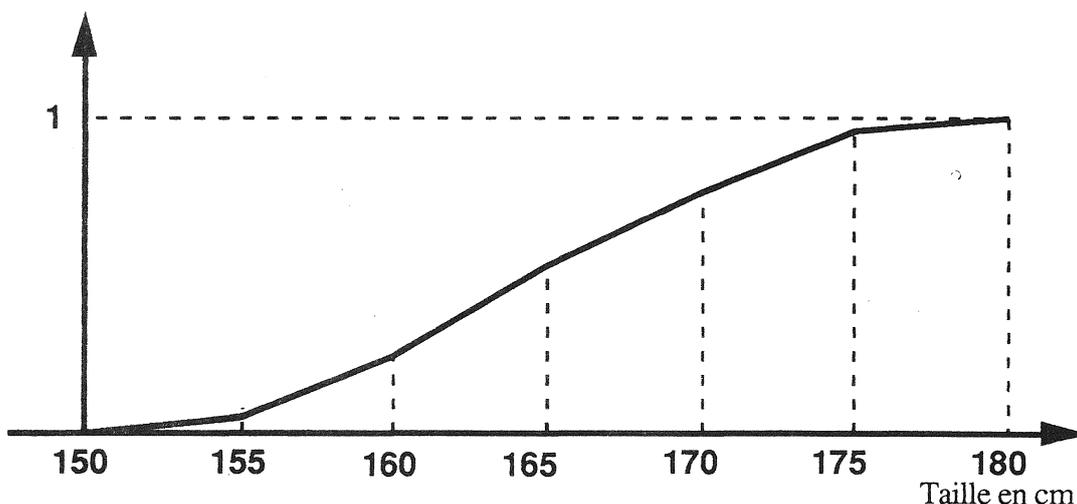
11-



Un caractère quantitatif prenant ses valeurs dans un intervalle découpé en classes $c_i = [a_i, a_{i+1}[$, $1 \leq i \leq k$, fonction f affine par morceaux telle que, pour $i = 1, \dots, k$, $f(a_i)$ soit la somme $\sum_{1 \leq j < i} f_j$ des fréquences f_j des classes définies par des valeurs strictement inférieures à a_i .



La courbe des de la population B est :



12-



Se dit d'un caractère dont les valeurs sont des réels.



Les caractères étudiés dans les populations A et B sont des caractères

13-



Se dit d'un caractère quantitatif ne prenant qu'un nombre fini de valeurs.



Le caractère étudié dans la population A est un caractère quantitatif

14-



Caractère quantitatif pouvant prendre, en théorie, toute valeur d'un intervalle de \mathbb{R} .



Associer à tout individu sa taille définit un caractère quantitatif

15-

Caractère dont les valeurs ne sont pas numériques.



Associer à tout individu la couleur de ses yeux définit un caractère

16-

Un caractère quantitatif sur une population d'effectif N prenant des valeurs distinctes x_i , $1 \leq i \leq k$, avec des effectifs n_i , moyenne des carrés des écarts à la moyenne m du caractère :

$$\frac{\sum_{1 \leq i \leq k} n_i (x_i - m)^2}{N}$$



La de la population A est, à $\frac{1}{100}$ près : 1,73.

17-

Racine carrée de la variance.



Le caractère d'une série statistique dont les valeurs sont peu dispersées autour de sa moyenne a un petit.

Dans la suite de cette partie, les activités proposées se réfèrent à la série statistique S suivante :

x_i : vitesse en km/h	40	50	60	70	80	90	100	110	12
y_i : distance de freinage en mètres	29	42	57	75	94	115	150	166	193

(Bac B, 1987, Aix, etc.)

18-

Représentation dans un plan d'une série statistique double.



Dans un repère orthogonal, la représentation de la série S par l'ensemble des points de coordonnées $M_i(x_i, y_i)$ est un

19-

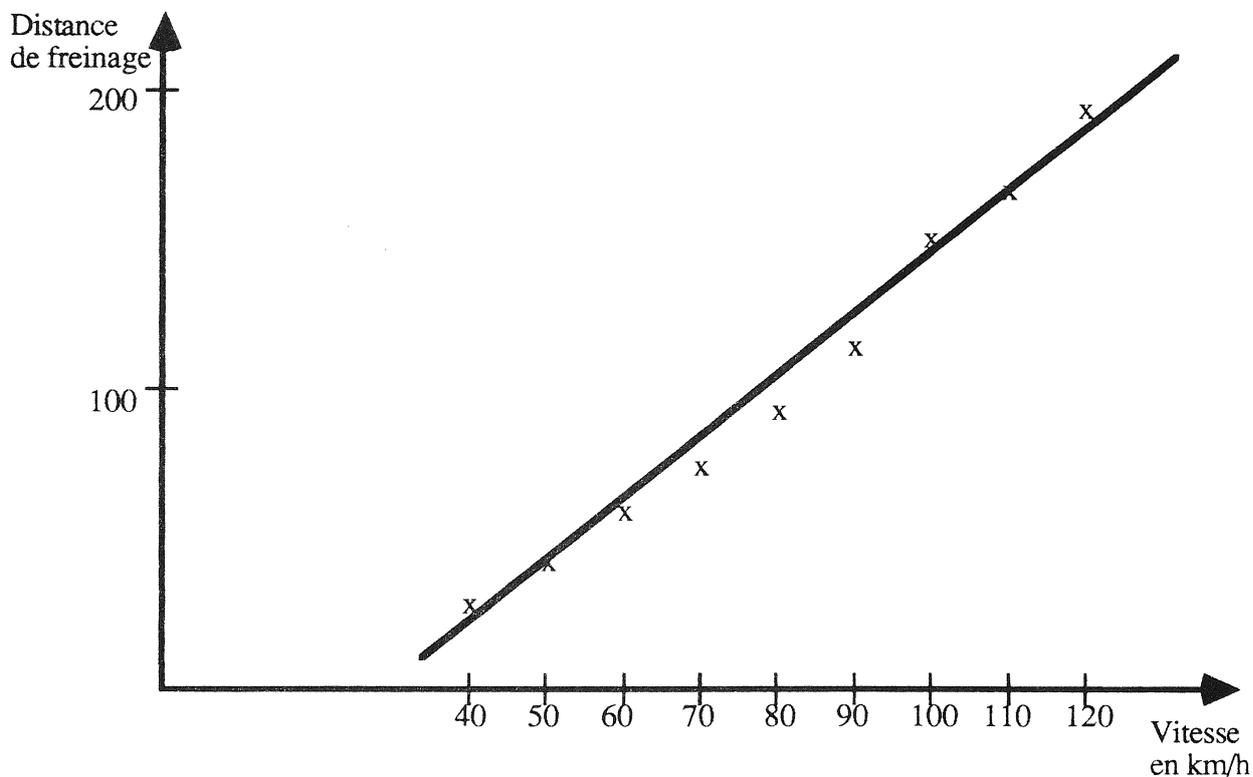
Se dit du point barycentre des points d'un nuage.



Le point du nuage défini par la série statistique S est $(80, \frac{307}{3})$

20-  Etant donné un nuage $\{M_k(x_k, y_k), 1 \leq k \leq n\}$ de points du plan, on donne à la recherche de la fonction affine f dont les valeurs aux points x_k sont, "en moyenne", les plus proches possible des nombres y_k .

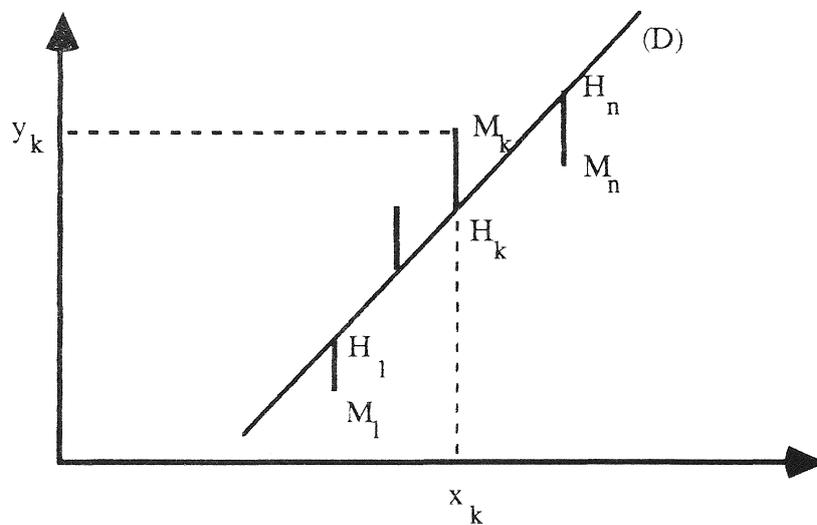
 La représentation graphique de l' des points de la série S est :



21-  Nom de la méthode utilisée pour déterminer un ajustement linéaire d'une variable par rapport à une autre.



Pour un nuage $\{M_k(x_k, y_k), 1 \leq k \leq n\}$ de points du plan, la méthode permettant de déterminer l'équation de la droite (D) d'ajustement de y par rapport à x en minimisant $\sum_{1 \leq k \leq n} (M_k H_k)^2$.



est appelée méthode des

PROBABILITES

<i>Certain</i>	<i>Contraire</i>	<i>Equiprobable</i>
<i>Espérance</i>	<i>Evénement</i>	<i>Evénement élémentaire</i>
<i>Epreuve</i>	<i>Impossible</i>	<i>Incompatible</i>
<i>Loi binomiale</i>	<i>Loi de probabilité</i>	<i>Probabilité</i>
<i>Répartition</i>	<i>Univers</i>	<i>Variable aléatoire</i>

Dans cette partie, les activités proposées se réfèrent à plusieurs reprises à l'épreuve E suivante :

On lance un dé (non pipé) à six faces numérotées de 1 à 6 et on observe le nombre apparaissant sur la face supérieure. Dans cette épreuve on fixe comme règle du jeu : si le numéro apparu est supérieur ou égal à 5, le joueur gagne 9 francs, sinon il perd 6 francs et on dira que son gain est de (-6) francs.

D'après la définition  , complète la phrase 

- 1-  Expérience dont le résultat, à valeurs dans un ensemble déterminé, est soumis au hasard.
 Les les plus souvent étudiées en terminales sont : le lancer de dés, le jeu de pile ou face, le tirage de boules dans une urne.
- 2-  Ensemble des résultats possibles d'une épreuve.
 L' associé à l'épreuve E est l'ensemble :

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$
- 3-  Résultat possible d'une épreuve.
 Dans l'épreuve E il y a six
- 4-  Ensemble d'événements élémentaires.

 L'épreuve E peut conduire à différents : obtenir un six, un nombre pair, un nombre inférieur à 5, etc.

5-  Se dit de deux événements qui ne peuvent se réaliser simultanément.
 Dans l'épreuve E l'événement : obtenir un nombre égal à 3, obtenir un nombre pair sont des événements

6-  Se dit d'un événement qui ne peut se réaliser.
 Dans l'épreuve E l'événement : obtenir un nombre égal à 3 et pair est

7-  Se dit d'un événement qui est toujours réalisé.
 Dans l'épreuve E l'événement : obtenir un nombre pair ou impair est

8-  Se dit de deux événements dont la réunion est certaine et l'intersection impossible.
 Dans l'épreuve E les événements : obtenir un nombre pair, obtenir un nombre impair sont

9-  Etant donnée une épreuve à résultats dans un univers Ω , application p de l'ensemble des parties de Ω dans $[0,1]$ telle que : $p(\Omega) = 1$ et pour tout couple (A,B) d'événements incompatibles $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.
 Dans un jeu de pile ou face, l'univers des résultats étant noté $\Omega = \{P, F\}$, l'application $p : P(\Omega) \rightarrow [0,1]$ définie par : $p(\emptyset) = 0$, $p(\{P\}) = \frac{1}{3}$, $p(\{F\}) = \frac{2}{3}$, $p(\{P, F\}) = 1$ est une sur $(\Omega, P(\Omega))$.

10-  Se dit de deux événements dont les probabilités sont égales.
 Dans l'épreuve E les six événements élémentaires sont

11-  Etant donnée une épreuve à résultats dans un univers Ω , application de Ω dans \mathbb{R} .
 Dans l'épreuve E le gain d'un joueur tel qu'il a été défini est une sur l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

12-  Etant donnée une épreuve à résultats dans un univers fini $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$, une probabilité p sur Ω , une variable aléatoire X sur Ω prenant les valeurs x_1, \dots, x_k nom donné au nombre : $\sum_{1 \leq i \leq k} x_i \cdot p(\{\omega \in \Omega ; X(\omega) = x_i\})$.

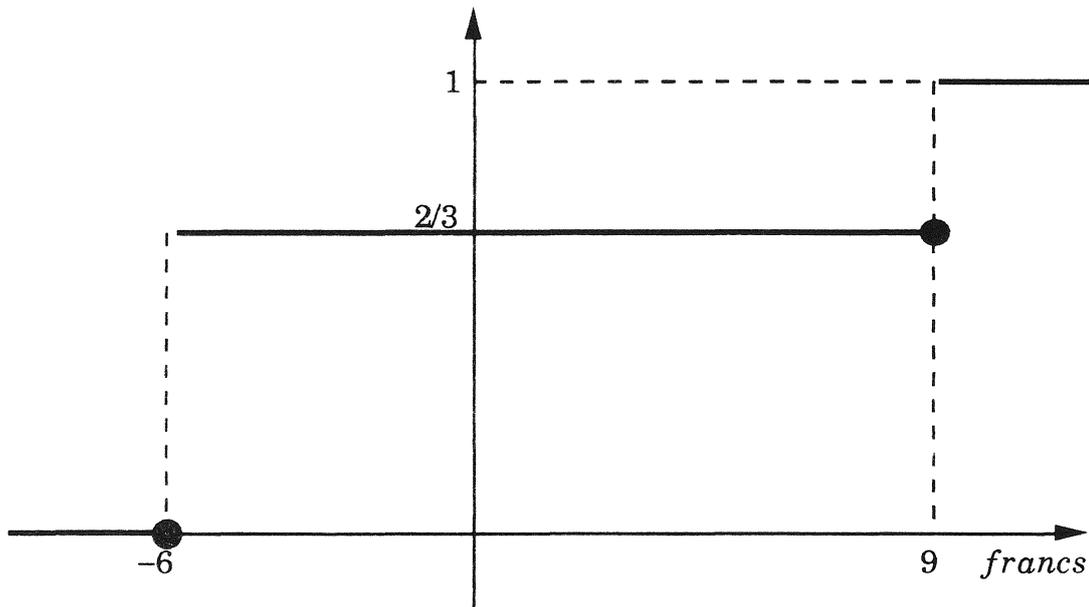
 Dans l'épreuve E l' de gain est (-1) franc.

13-  Fonction donnant, pour chaque valeur que peut prendre une variable aléatoire, la probabilité d'obtenir cette valeur dans une épreuve.

 La p de la variable aléatoire "gain" dans l'épreuve E est définie par : $p(9) = \frac{1}{3}$ et $p(-6) = \frac{2}{3}$.

14-  Pour une variable aléatoire, nom de la fonction de \mathbb{R} dans $[0,1]$ donnant pour chaque réel x la probabilité d'obtenir dans une épreuve une valeur de la variable aléatoire strictement inférieure à x .

 La fonction de de la variable aléatoire "gain" dans l'épreuve E admet pour représentation graphique :



- 15-  Une épreuve consistant à répéter n fois une même épreuve comportant deux issues A et B, loi de probabilité de la variable aléatoire égale au nombre de fois que l'issue A a été obtenue.



Si on lance un dé six fois de suite, la loi de probabilité p de la variable aléatoire X égale au nombre de fois qu'apparaît "un 5 ou un 6" est une donnée par :

k	0	1	2	3	4	5	6
$P(X=k)$	$\frac{2^6}{3^6}$	$\frac{2^6}{3^5}$	$\frac{5 \cdot 2^4}{3^5}$	$\frac{5 \cdot 2^5}{3^6}$	$\frac{5 \cdot 2^2}{3^5}$	$\frac{2^2}{3^5}$	$\frac{1}{3^6}$

*TRAVAIL A PARTIR
DE TEXTES ANCIENS*

TEXTE 1
EXTRAIT DE L'ENCYCLOPEDIE
DE DIDEROT ET D'ALEMBERT

Algébrique
Rapport
Valeur

Equation
Résoudre

Inconnue
Résulter

La grande encyclopédie (ou "Dictionnaire raisonné des Sciences, des arts et des métiers", arts signifiant techniques) publiée entre 1752 et 1772, dirigée par Diderot et d'Alembert (ce dernier jusqu'en 1759 seulement), contient une partie scientifique extrêmement riche, particulièrement pour les mathématiques placées tout en haut de la hiérarchie des sciences. Voici deux courts extraits de l'article "Equation", du tome 5, paru en 1755 à Paris.

Compléter le texte en vous aidant de la liste ci-dessus.

Maintenant, pour mettre une question en équation, c'est-à-dire pour la réduire en différentes équations médiates¹ par le moyen desquelles on puisse parvenir à une équation finale, la principale chose à laquelle on doit faire attention, c'est d'exprimer toutes les conditions de la question par autant d'équations. Pour y parvenir, il faut examiner si les propositions ou mots dans lesquels la question est exprimée, peuvent être rendus par des termes algébriques, comme nous rendons nos idées ordinaires en caractères grecs, latins ou français, etc. Si cela est ainsi, comme il arrive généralement dans toutes les questions que l'on fait sur les nombres ou sur les quantités abstraites, en ce cas il faut donner des noms aux quantités et connues, autant que la question le demande, et traduire ainsi en langage le sens de la question...

¹ Intermédiaires

Donnons encore un autre exemple. Un marchand augmente tous les ans son bien d'un tiers, en ôtant 100 livres qu'il dépense par an dans sa famille, au bout de trois ans il trouve son bien doublé. On demande combien ce marchand avait de bien au commencement de ces trois ans. Pour cette question, il faut bien prendre garde aux différentes propositions qu'elle renferme, et qui fourniront les équations suivantes.

En langage ordinaire un marchand a un bien dont il dépense la première année 100 liv.	<i>Algébriquement</i>
	x x - 100
Et augmente le reste d'un tiers.	$x - 100 + \frac{x-100}{3}$ ou $\frac{4x-400}{3}$
La seconde année il dépense 100 liv.	$\frac{4x-400}{3} - 100$ ou $\frac{4x-700}{3}$
Et augmente le reste d'un tiers.	$\frac{4x-700}{3} + \frac{4x-700}{9}$ ou $\frac{16x-2800}{9}$
La troisième année il dépense 100 liv.	$\frac{16x-2800}{9} - 100$ ou $\frac{16x-3700}{9}$
Et augmente le reste d'un tiers.	$\frac{16x-3700}{9} + \frac{16x-3700}{27}$ ou $\frac{64x-14800}{27}$
Et au bout des deux ans il est deux fois plus riche qu'il n'était.	$\frac{64x-14800}{27} = 2x$

La question se réduit donc à résoudre cette

$$\frac{64x-14800}{27} = 2x,$$

par le moyen de laquelle on trouvera la de x de la manière suivante.

On multipliera l'équation par 27, et on aura $64x - 14800 = 54x$; on otera de part et d'autre $54x$, et on aura $10x - 14800 = 0$, ou $10x = 14800$; divisant par 10, il viendra $x = 1480$. Ainsi ce marchand avait 1480 liv. de bien.

Il de ce que nous venons de dire, que pour résoudre les questions qu'on propose sur les nombres ou sur les quantités abstraites, il ne faut presque que les traduire du langage ordinaire en langage algébrique, c'est-à-dire en caractères propres à exprimer nos idées sur les des quantités.

TEXTE 2
EXTRAIT DE "SCIENCE ET METHODE"
DE HENRI POINCARÉ

*Abstraction**Cercle**Contradiction**Définition**Démonstration**Lieu**Règle**Syllogisme**Théorème*

Henri Poincaré (1854-1912) est un des plus grands mathématiciens de tous les temps. Ses travaux sont à l'origine de nombreux développements des mathématiques au vingtième siècle (équations différentielles, topologie algébrique, etc.). Outre ses recherches mathématiques, il a écrit plusieurs livres destinés au grand public. Dans "Science et méthode", le chapitre II, "Les définitions mathématiques et l'enseignement", aborde les problèmes de compréhension rencontrés par les élèves du secondaire. Nous en reproduisons quelques lignes.

Compléter le texte en vous aidant de la liste ci-dessus.

Qu'est-ce qu'une bonne définition ? Pour le philosophe, ou pour le savant, c'est une définition qui s'applique à tous les objets définis et ne s'applique qu'à eux ; c'est celle qui satisfait aux de la logique. Mais dans l'enseignement, ce n'est pas cela ; une bonne définition, c'est celle qui est comprise par les élèves.

Comment se fait-il qu'il y a tant d'esprits qui se refusent à comprendre les mathématiques ? N'y a-t-il pas là quelque chose de paradoxal ? Comment, voilà une science qui ne fait appel qu'aux principes fondamentaux de la logique, au principe de , par exemple, à ce qui fait pour ainsi dire le squelette de notre entendement, à ce qu'on ne saurait dépouiller sans cesser de penser, et il y a des gens qui la trouvent obscure ! et même ils sont en majorité ! Qu'ils soient incapables d'inventer, passe encore, mais qu'ils ne comprennent pas les qu'on leur expose, qu'ils restent

aveugles quand nous leur présentons une lumière qui nous semble briller d'un pur éclat, c'est ce qui est tout à fait prodigieux.

Et pourtant il ne faut pas avoir une grande expérience des examens pour savoir que ces aveugles ne sont nullement des êtres d'exception. Il y a là un problème qu'il n'est pas aisé de résoudre, mais qui doit préoccuper tous ceux qui veulent se vouer à l'enseignement.

Qu'est-ce que comprendre ? Ce mot a-t-il le même sens pour tout le monde ? Comprendre la démonstration d'un , est-ce examiner successivement chacun des syllogismes dont elle se compose et constater qu'il est correct, conforme aux règles du jeu ? De même comprendre une , est-ce seulement reconnaître qu'on sait déjà le sens de tous les termes employer et constater qu'elle n'implique aucune contradiction ?

Oui, pour quelques uns ; quand ils auront fait cette constatation, ils diront : j'ai compris. Non, pour le plus grand nombre. Presque tous sont beaucoup plus exigeants, ils veulent savoir, non seulement si tous les d'une démonstration sont corrects, mais pourquoi ils s'enchaînent dans tel ordre, plutôt que dans tel autre. Tant qu'ils leur semblent engendrés par le caprice, et non par une intelligence constamment consciente du but à atteindre, ils ne croient pas avoir compris...

Puisque le mot comprendre a plusieurs sens, les définitions qui seront le mieux comprises des uns ne seront pas celles qui conviendront aux autres. Nous avons celles qui cherchent à faire naître une image, et celles où l'on se borne à combiner des formes vides, parfaitement intelligibles, mais purement inintelligibles, que a privées de toute matière.

Je ne sais s'il est bien nécessaire de citer des exemples... Nous sommes dans une classe de 4^{ème} ; le professeur dicte : le cercle est le des points du plan qui sont à la même distance d'un point intérieur appelé centre. Le bon élève écrit cette phrase sur son cahier ; le mauvais élève y dessine des bonshommes ; mais ni l'un ni l'autre n'ont compris ; alors le professeur prend la craie et trace un cercle au tableau. "Ah ! pensent les élèves, que ne disait-il tout de suite : un c'est un rond, nous aurions compris." Sans doute, c'est le professeur qui a raison. La définition des élèves n'aurait rien valu, puisqu'elle n'aurait pu servir à aucune démonstration, et surtout puisqu'elle n'aurait pu leur donner la salutaire habitude d'analyser leurs conceptions.

QUESTIONNAIRES

A CHOIX MULTIPLES

(Q. C. M.)

Sous le titre "Q.C.M." sont proposées des activités, comportant des questions à choix multiples, destinées à permettre à la fois d'évaluer et d'enrichir les connaissances.

1 Si x et y sont des réels tels que $x + y = 0$ alors :

A $x = y = 0$

B $x^2 - y^2 = 0$

C $x - y = 0$

2 Voici deux propriétés possibles d'un triangle ABC :

(a) le triangle ABC est équilatéral

(b) l'angle en A a pour mesure 60°

A (a) est une condition nécessaire et suffisante pour que (b) soit vraie.

B (b) est une condition suffisante pour que (a) soit vraie.

C (b) est une condition nécessaire non suffisante pour que (a) soit vraie.

3 Quel que soit x réel, $x^2 > 9$ implique :

A $x > 3$ et $x < -3$

B $|x| > 3$

C $x > 3$

- 4 L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 < |x|$ est :
- A non borné
 - B vide
 - C égal à $] -1 ; 0[\cup] 0 ; 1[$
- 5 x et y étant des nombres réels, la relation $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$
- A est vraie, quels que soient x et y
 - B est vraie si, et seulement si, $x \geq 1$ et $y \geq 1$
 - C n'est jamais vraie
 - D est vraie si, et seulement si, $x \geq 0$ et $y \geq 0$
- 6 L'équation $x^5 + 5x + 1 = 0$ admet
- A une racine réelle comprise entre -1 et 0
 - B deux racines réelles
 - C des racines réelles toutes positives
- 7 Le polynôme $x^4 + 1$
- A est décomposable en produit de facteurs du premier degré
 - B est décomposable en produit de deux trinômes de degré 2 à coefficients réels

- C n'est pas décomposable en produit de polynômes à coefficients réels de degré strictement inférieur à 4
- 8 Soit f l'application de $\mathbb{R} - \{1\}$ dans $\mathbb{R} - \{1\}$ définie par : $f(x) = \frac{x}{x-1}$.
- A La courbe représentative de f dans un plan (P) rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) est une parabole.
- B Un vecteur directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point $O(0; 0)$ est $\vec{u}(1; 1)$.
- C $f = f^{-1}$
- 9 Le plan (P) est rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On désigne par f l'application de \mathbb{C} définie par $f(z) = iz + 1$ et par φ l'application de (P) dans (P) qui associe à tout point M d'affixe z le point M' d'affixe $f(z)$. L'application φ est :
- A une translation du plan
- B une rotation du plan
- C une homothétie du plan
- 10 La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x + \cos x$ est
- A périodique
- B paire
- C croissante sur \mathbb{R}

-
- 11 Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . La région du plan déterminée par l'inéquation $|x - y| < 1$ est :
- A une bande
 - B un demi-plan
 - C un carré
- 12 On considère n points distincts sur un cercle. Le nombre de segments joignant ces points 2 à 2 est :
- A $\frac{n(n-1)}{2}$
 - B toujours un nombre impair
 - C $2n$
- 13 Quel que soit le triangle ABC, la mesure de la médiane [AM] est :
- A inférieure à la mesure de [BC]
 - B supérieure à la mesure du plus petit côté du triangle
 - C inférieure à la mesure du plus grand des côtés issus de A du triangle.
- 14 MNPQ étant un parallélogramme, le point Q est le barycentre du système de points affectés des coefficients suivants :
- A M(1), N(1), P(1)
 - B M(1), N(-1), P(1)

C $M(1), N(-\frac{1}{2}), P(1)$

15 Si M est un point intérieur à un triangle équilatéral, la somme des distances de M aux trois côtés du triangle est :

A minimum si, et seulement si, M coïncide avec le centre de gravité du triangle

B quel que soit le point M, égale à la hauteur du triangle

C quel que soit le point M, égale au demi-périmètre du triangle

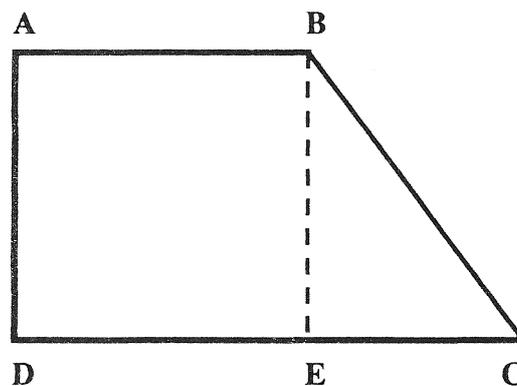
16 O est un point du plan.

A Toute homothétie de centre O multiplie les distances par son rapport.

B Il existe une seule homothétie de centre O qui conserve les distances.

C Toute homothétie de centre O multiplie les distances par la valeur absolue de son rapport.

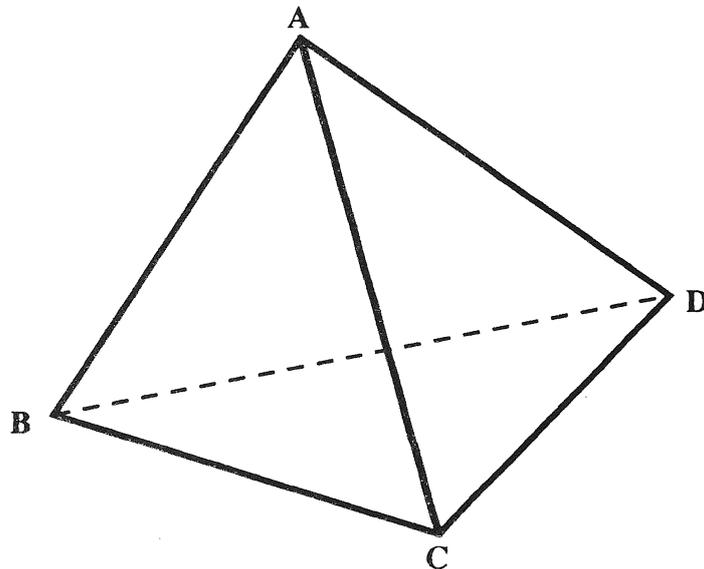
17 L'isobarycentre des sommets du trapèze rectangle ABCD est :



A l'intersection des segments [AC] et [BD]

- B** l'intersection de la médiatrice de $[AD]$ et de la droite joignant les milieux des segments $[AB]$ et $[CD]$
- C** sur la droite joignant le centre du carré $ABED$ au centre de gravité du triangle BCE

- 18** Dans un tétraèdre régulier $ABCD$



les droites (AB) et (CD) sont

- A** sécantes
- B** orthogonales
- C** coplanaires
- 19** Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) l'ensemble des points $M(x ; y)$ tels que $x^2 - y^2 = 0$ est
- A** la réunion de deux droites
- B** un cercle
- C** la droite d'équation $y = x$

- 20** La moyenne de quatre nombres différents est 8. Quelles sont les affirmations certainement fausses parmi les suivantes ?
- A** L'écart-type des quatre nombres est 0.
 - B** Au moins un des quatre nombres est supérieur ou égal à 8.
 - C** Les quatre nombres sont compris entre 6 et 10.

CORRIGES

ALGÈBRE, ARITHMÉTIQUE 1

- 1 Pair
- 2 Diviseur
- 3 Impair
- 4 Premier
- 5 Décimal
- 6 Rationnel
- 7 Factoriser
- 8 Solution
- 9 Résoudre
- 10 Déterminant
- 11 Equivalent
- 12 Linéaire
- 13 Impossible
- 14 Indéterminé

COMPLÉMENTS

7 Factoriser

Les différents termes du produit s'appellent les facteurs du polynôme.

8 Solution

La définition s'applique aussi aux inéquations et aux systèmes d'équations ou d'inéquations. Le mot a aussi un sens plus large : on parle de solution d'un problème. Pour un polynôme P , les solutions de l'équation $P(x) = 0$ sont appelées racines de l'équation.

10 Déterminant

Le déterminant d'un système linéaire : $\begin{cases} a x + b y = c \\ a' x + b' y = c' \end{cases}$

est le nombre $ab' - a'b$, noté : $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ du couple de vecteurs $\vec{u}(a, a')$, $\vec{v}(b, b')$.

11 Equivalents

La définition s'applique aussi aux inéquations ou système d'inéquations.

13 Impossible

Impossible ne signifie nullement ici qu'il y a impossibilité de résoudre le système proposé mais simplement que ce système n'a aucune solution.

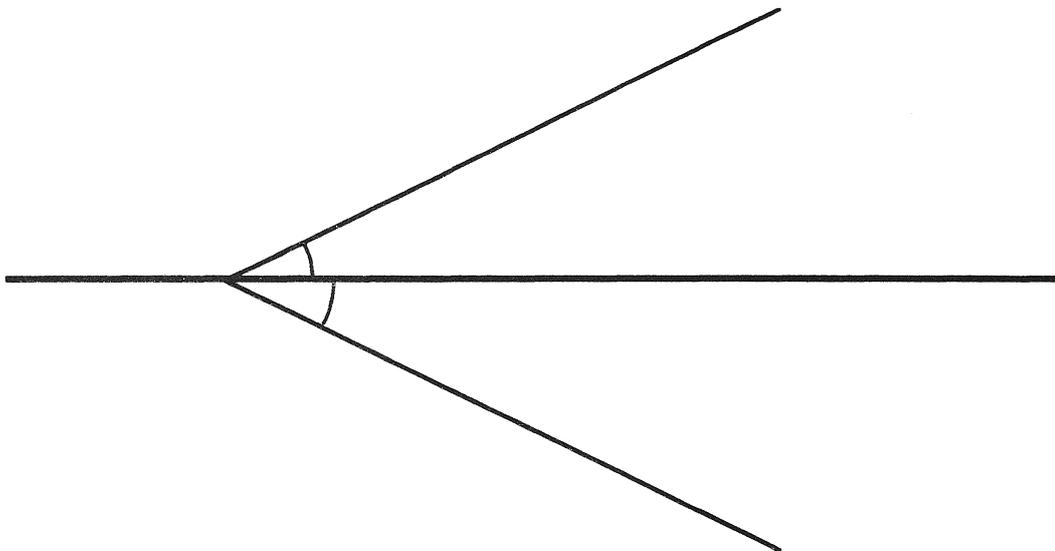
GEOMETRIE

- 1 Adjacents
- 2 Angle inscrit
- 3 Bissectrice
- 4 Cercle inscrit
- 5 Convexe
- 6 Régulier
- 7 Repère
- 8 Colinéaires
- 9 Barycentre
- 10 Isobarycentre
- 11 Transformation
- 12 Identité
- 13 Homothétie
- 14 Isométrie
- 15 Tétraèdre
- 16 Produit scalaire
- 17 Coplanaire
- 18 Plan médiateur
- 19 Puissance
- 20 Paramétrique
- 21 Lieu géométrique
- 22 Ligne de niveau
- 23 Cocyclique
- 24 Circonscrit
- 25 Rotation
- 26 Hyperbole
- 27 Ellipse
- 28 Parabole
- 29 Similitude

COMPLÉMENTS

3 Bissectrice

Il s'agit ici des bissectrices de deux droites concourantes distinctes. On distingue cette notion de celle de bissectrice d'un angle de demi-droites qui est l'axe de la symétrie orthogonale transformant l'une de ces demi-droites en l'autre et, en même temps, la droite partageant les angles formés par ces deux demi-droites en deux angles égaux :



4 Cercle inscrit

De même, on présente les cercles exinscrits : ce sont les trois cercles extérieurs au triangle, tangents à un côté et aux prolongements des deux autres côtés. Le centre d'un cercle exinscrit à un triangle est le point de concours de la bissectrice intérieure d'un angle et des bissectrices extérieures des deux autres angles de ce triangle.

12 Identité

Synonyme : "application identique"

20 Paramétrique

t est appelé paramètre.

23 Cocycliques

Le cercle qui passe par ces points est appelé cercle d'Euler.

26, 27 Hyperbole, Ellipse

Ces courbes sont des coniques. La droite s'appelle directrice de la conique, le point est un des foyers de la conique, le nombre e s'appelle excentricité de la conique.

28 Parabole

Cette conique a pour excentricité 1. Elle est le plus souvent définie comme l'ensemble des points à égale distance d'une droite et d'un point. L'hyperbole et l'ellipse peuvent aussi être présentées comme des intersections de cônes et plans.

ANALYSE

- 1 Valeur absolue
- 2 Racine carrée
- 3 Encadrement
- 4 Approximation
- 5 Application, fonction
- 6 Bijection
- 7 Antécédent
- 8 Composée
- 9 Majorer
- 10 Minorer
- 11 Bornée
- 12 Constante
- 13 Impaire
- 14 Paire
- 15 Période
- 16 Représentation graphique
- 17 Coefficient directeur
- 18 Extremum
- 19 Maximum
- 20 Monotone
- 21 Restriction
- 22 Croissante
- 23 En escalier
- 24 Anguleux
- 25 Tangente
- 26 Bijection réciproque
- 27 Logarithme
- 28 Primitive
- 29 Exponentielle

COMPLÉMENTS

4 Approximation à ε près

On dit aussi : valeur approchée à ε près

5 Fonction

Pour des raisons pédagogiques les manuels et les enseignants du secondaire donnent parfois un sens légèrement différent au mot de fonction : on définira, par exemple, la fonction f par $f(x) = \frac{1}{x-1}$, laissant à l'élève le soin de trouver pour quels nombres réels (formant l'ensemble de définition de la fonction f) la formule proposée permet de calculer $f(x)$.

9 Majorer

En ce sens, majorer c'est trouver un majorant. Plus généralement, majorer une fonction $f : E \rightarrow \mathbb{R}$, c'est trouver une fonction $g : E \rightarrow \mathbb{R}$ telle que, pour tout x de E , on ait : $f(x) \leq g(x)$.

15 Période

On dit alors que f est une fonction périodique de période p .

17 Coefficient directeur

Dans un repère orthonormé on dit aussi pente d'une droite.

20 Monotone

Etudier les variations d'une fonction revient à déterminer les intervalles sur lesquels cette fonction est monotone, en précisant le sens de variation (croissance, constance, décroissance) sur ces intervalles.

22 Croissante

On définit aussi "fonction décroissante sur un intervalle I " par la condition : pour tous x et x' de I tels que $x \leq x'$ on a : $f(x) \geq f(x')$.

23 Fonction en escalier

Les valeurs de la fonction aux points x_i n'ont aucune importance ici.

26 Bijection réciproque

Pour une bijection $f : A \rightarrow B$, la bijection réciproque $g : B \rightarrow A$ est souvent appelée "inverse de f ", qu'il ne faut pas confondre, quand f est à valeurs réelles avec la fonction h définie par $h(x) = \frac{1}{g(x)}$.

LOGIQUE

- 1 Axiome
- 2 Convention
- 3 Hypothèse
- 4 Conclusion
- 5 Dédution
- 6 Démonstration
- 7 Théorème
- 8 Algorithme
- 9 Contre-exemple
- 10 Quelconque
- 11 Nécessaire
- 12 Suffisante
- 13 Critère
- 14 Réciproque
- 15 Caractéristique
- 16 Equivalente
- 17 Corollaire
- 18 Implique
- 19 Absurde
- 20 Récurrence
- 21 Conserve

COMPLÉMENTS

Nous avons volontairement laissé de côté les verbes d'action abondamment utilisés dans les textes d'exercices tels que : montrer, démontrer, prouver, justifier, simplifier, etc.

3 Hypothèse

Ne pas confondre ce sens du mot avec :

- celui utilisé dans les sciences expérimentales où hypothèse signifie conjecture, comme dans la phrase de Claude Bernard : "Rien n'était plus facile que de vérifier par l'expérience cette idée préconçue ou cette hypothèse",
- le sens courant de supposition : "Il fit l'hypothèse que Sarah avait tourné à gauche".

5 Dédution

De nombreuses autres façons d'indiquer une déduction sont utilisées, citons : si... alors, comme... on a, puisque, il en résulte que, etc.

6 Démonstration

Synonymes : raisonnement, preuve (ne pas confondre ce sens du mot avec preuve : procédé pratique permettant de contrôler rapidement l'exactitude d'une opération : la preuve par 9).

ALGÈBRE, ARITHMÉTIQUE 2

- 1 Discriminant
- 2 Proportionnel
- 3 Suite
- 4 Indice
- 5 Sigma
- 6 Arithmétique
- 7 Géométrie
- 8 Factorielle
- 9 Partie imaginaire
- 10 Imaginaire pur
- 11 Module
- 12 Argument
- 13 Conjugué
- 14 Affixe
- 15 Cardinal
- 16 Arrangement
- 17 Combinaison
- 18 Permutation
- 19 Binomial

Compléments

6 Arithmétique

La suite est de raison 4.

7 Géométrie

La suite est de raison $\frac{1}{4}$.

15 Cardinal

On note souvent $\text{Card}(E)$ le cardinal de E .

16 Arrangement

C'est donc une suite de p éléments distincts de E ; on dit encore que A_n^p est le nombre des arrangements possibles de n éléments pris p à p . On généralise pour $p = 0$ ou $n = 0$.

STATISTIQUES

- 1 Population
- 2 Effectif
- 3 Fréquence
- 4 Caractère
- 5 Histogramme
- 6 Diagramme en bâtons
- 7 Moyenne
- 8 Mode
- 9 Médiane
- 10 Classes
- 11 Fréquence cumulée croissante
- 12 Quantitatif
- 13 Discret
- 14 Continu
- 15 Qualitatif
- 16 Variance
- 17 Ecart-type
- 18 Nuage
- 19 Moyen
- 20 Ajustement linéaire
- 21 Moindres carrés

COMPLÉMENTS

6 Diagramme en bâtons

Il existe de nombreux modèles de diagrammes de ce type, utilisés en économie, etc.

9 Médiane

La médiane présente parfois (population des communes de France par exemple), l'avantage sur la moyenne d'être stable si on retire quelques individus de l'ensemble étudié.

11 Fréquence cumulée croissante

Pour une valeur x_k d'un caractère quantitatif discret, c'est la somme $\sum_{1 \leq i \leq k} f_i$ des fréquences f_i des valeurs inférieures à x_k . Les fréquences cumulée décroissantes se définissent de la même façon. Les fréquences cumulée sont utilisées, par exemple, dans l'étude de la durée de vie de matériels.

20 Ajustement linéaire

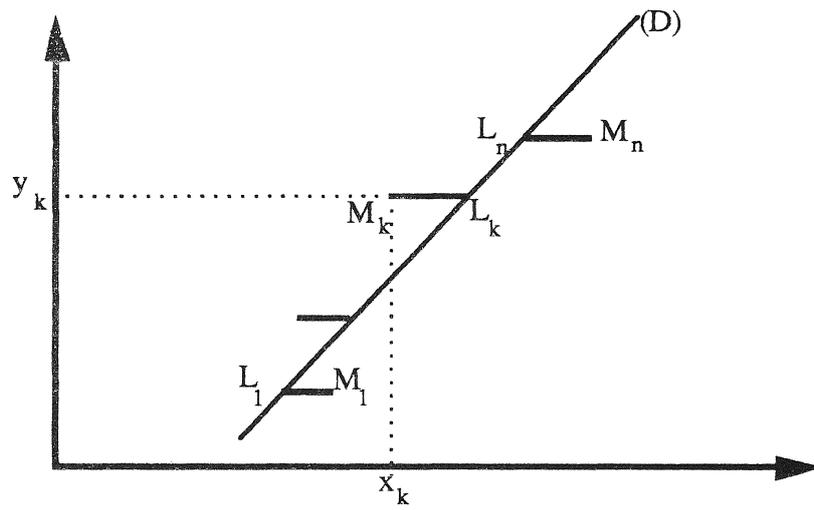
Suivant les problèmes l'expression "en moyenne" conduit à minimiser des quantités différentes et la fonction obtenue n'est pas toujours la même.

Comme pour les autres notions de statistiques, il faut souligner que les calculs mathématiques peuvent être complètement inadaptés pour traiter certains types de données et qu'il faut une expérience statistique pour interpréter les résultats obtenus.

21 Moindres carrés

La droite (D) est la droite de régression de y par rapport à x.

De même la droite de régression de x par rapport à y s'obtient en minimisant $\sum_{1 \leq k \leq n} (M_k L_k)^2$, somme des carrés des segments horizontaux de la figure suivante :



PROBABILITES

- 1 Epreuve
- 2 Univers
- 3 Evénement élémentaire
- 4 Evénement
- 5 Incompatible
- 6 Impossible
- 7 Certain
- 8 Contraire
- 9 Probabilité
- 10 Equiprobable
- 11 Variable aléatoire
- 12 Espérance
- 13 Loi de probabilité
- 14 Répartition
- 15 Loi binomiale

COMPLÉMENTS

3 Événement élémentaire

Synonymes : éventualité, issue.

9 Probabilité

En terminale, Ω est toujours un ensemble fini : $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ et une probabilité p sur Ω peut se définir par les valeurs $p(\{\omega_i\})$ pour $i = 1, \dots, n$, avec la condition :

$$\sum_{1 \leq i \leq n} p(\{\omega_i\}) = 1.$$

13 Loi de probabilité

On dit aussi distribution de la variable aléatoire X .

Si la variable aléatoire X peut prendre la valeur x , $p(x)$ est la somme des probabilités des événements élémentaires ω tels que $X(\omega) = x$.

TEXTES A COMPLETER

TEXTE 1 : ENCYCLOPEDIE

- 1 Inconnues
- 2 Algébrique
- 3 Résoudre
- 4 Equation
- 5 Valeur
- 6 Résulte
- 7 Rapports

TEXTE 2 : POINCARÉ

- 1 Règles
- 2 Contradiction
- 3 Démonstrations
- 4 Théorème
- 5 Définition
- 6 Syllogismes
- 7 Abstraction
- 8 Lieu
- 9 Cercle

CORRIGES DES Q.C.M.

1	B	11	A
2	C	12	A
3	B	13	C
4	C	14	B
5	D	15	B
6	A	16	C
7	B	17	B
8	C	18	B
9	B	19	A
10	C	20	A

**Imprimé et édité
par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Quatrième Trimestre 1993
N° de publication : 9308**

**I.R.E.M. de RENNES - Université de RENNES I
Campus de Beaulieu - 35040 RENNES CEDEX
Tél : 99 28 63 42**

FICHE DUBLIREM

TITRE : DES MOTS EN MATHEMATIQUES

I.R.E.M. : RENNES

AUTEUR : Jean-Pierre ESCOFIER - Jos PENNEC

DATE : DECEMBRE 1993

NIVEAU : Seconde - Terminales

PUBLIC CONCERNE : Enseignants de Mathématiques des classes de lycée.

MOTS-CLES :

- Mots.
- Vocabulaire.

RESUME :

Conçu comme un complément au livre de Claude Lebrun "*1000 mots pour réussir*", ce document propose des exercices consistant à retrouver un mot d'après une définition et un contexte d'utilisation de mot. La liste des mots à trouver est regroupée en tête de chaque séquence. Le même exercice est proposé à partir de deux textes anciens.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 × 29,7	78	43,00 F	400 Ex.

Parallèles

En rêve on se rencontre

On se côtoie

On veut parler

On s'aime, on se complète

*Angle droit
Sans colère, attendant*

ce qu'un hasard lui donne

*Angle aigu
L'autre côté
Ouvert sur*

*toujours
l'étranger*