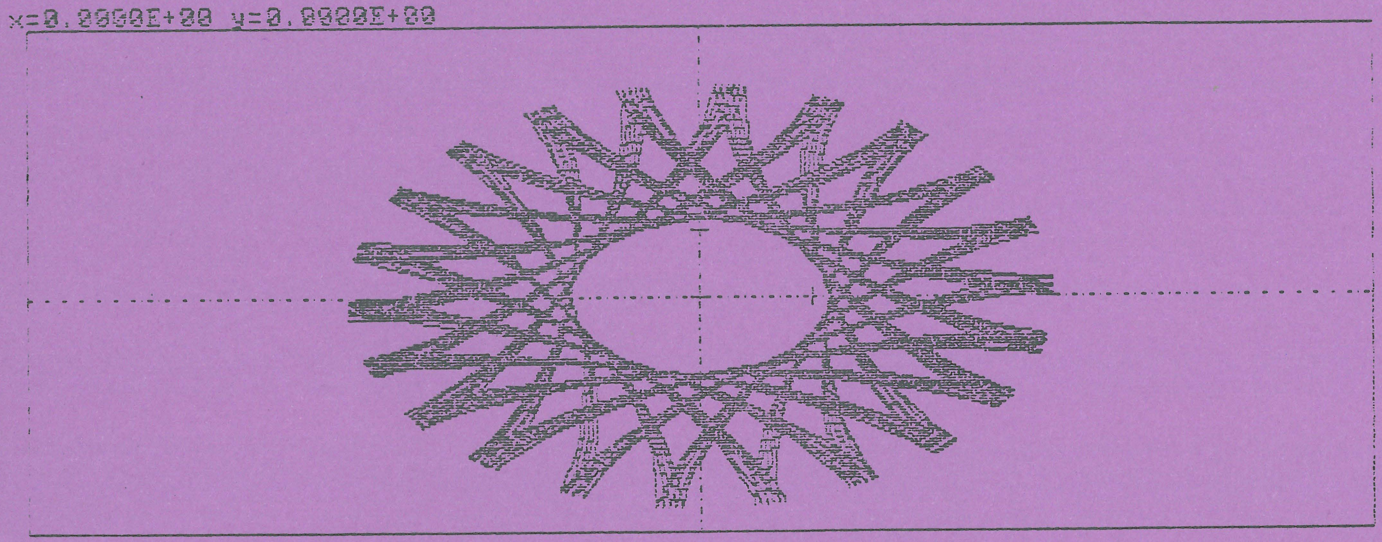
Université de RENNES I
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
Campus de Beaulieu - Avenue du Général Leclerc
35042 RENNES CEDEX

MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE



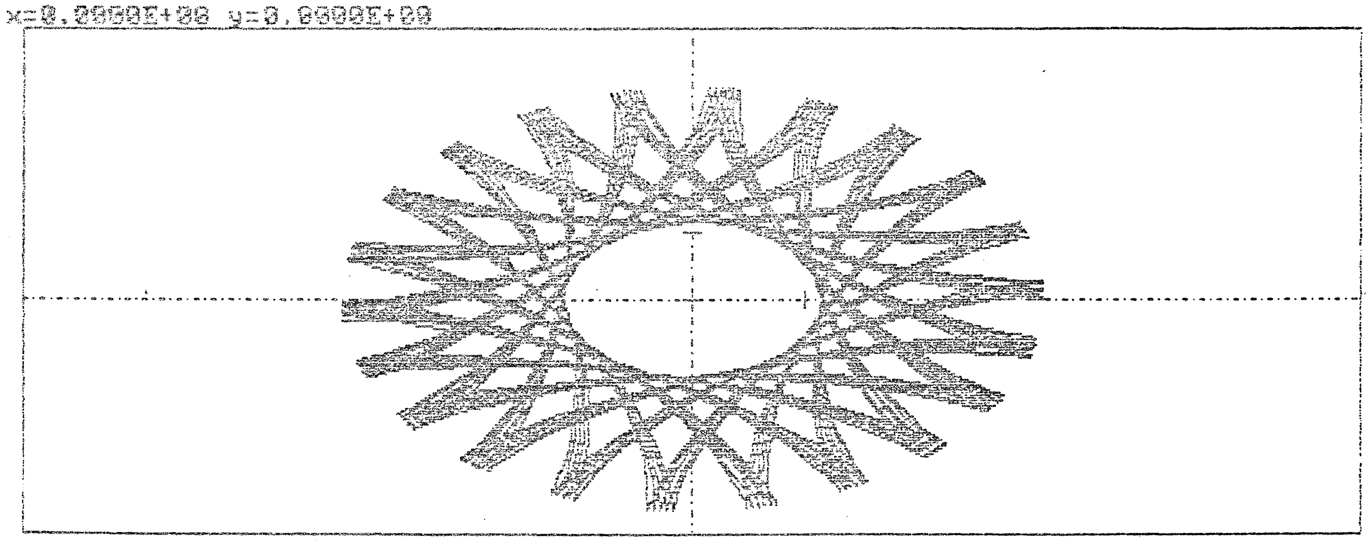
AU LYCEE

I.R.E.M. de RENNES

AVRIL 1993

Université de RENNES I
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
Campus de Beaulieu - Avenue du Général Leclerc
35042 RENNES CEDEX

MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE



AU LYCEE

I.R.E.M. de RENNES

AVRIL 1993

La saisie et la mise en page de ce document ont été effectuées par Danièle QUENTIN (IREM - RENNES).

Le tirage de ce document a été effectué par Françoise LE BESCOND (IREM - RENNES) et la reliure par Suzanne BOURON (IREM - RENNES).

ISBN 2-85728-003-3

SOMMAIRE

Le travail du groupe a consisté à se demander de quelle manière des logiciels ne demandant aucune connaissance en informatique, tels que LE GEOMETRE ou GRAPHIX par exemple, peuvent aider le professeur de mathématiques dans son enseignement.

Il nous est apparu que ces logiciels peuvent être utilisés de deux façons. La première consiste à organiser des séances de travaux dirigés en salle informatique. La deuxième consiste à amener en cours l'ordinateur associé à un écran rétroprojectable.

C'est dans l'optique de cette deuxième utilisation que nous avons surtout travaillé.

Nous vous proposons ci-dessous quelques exemples où il nous a semblé que l'ordinateur est un outil dont il serait dommage de se priver.

Le Groupe :

M. CHARPENTIER - L. ECHIVARD -
G. HENRY - Y. KERGOZIEN - Y. LAZAR -
J.P. LE BRAS - B. LEFEUVRE - M. VIALLARD -

LOGICIEL "LE GEOMETRE"

VUE DE L'ECRAN AVEC LE DETAIL DES MENUS

"Mathématiques et Informatique au Lycée"
IREM de RENNES - Avril 1993

FICHIER — EDITIONS — CREATIONS — CONSTRUCTIONS FIGURE — DIVERS

Fichier

- Ouvrir...
- Enregistrer
- Enregistrer sous...
- Revenir
- Détruire un fichier...
- Format d'impression...
- Imprimer...
- Quitter Alt-X

Edition

- Annuler Alt-Z
- Aspect des objets
- Nommer
- Tout effacer

Créations

- Droite
- Cercle
- Segment déf. 2 pts
- Droite déf. 2 pts
- Triangle déf. 3 pts
- Cercle déf. 2 pts

Constructions

- Point sur objet
- Intersection de 2 objets
- Milieu
- Médiatrice
- Droite parallèle
- Droite perpendiculaire
- Centre d'un cercle
- Symétrique d'un point
- Bissectrices

Divers

- Supprimer un objet
- Supprimer des relations
- Lier un point à un objet
- Lieu de points
- Macro-constructions...
- Choisir les menus...
- Historique
- Mesurer
- Marquer un angle

PREMIER EXEMPLE

Un problème de lieu

Deux cercles (C_1) et (C_2) de diamètre $[AB]$ et $[AC]$ sont tangents intérieurement.

$B \in [AC]$. Un point M décrit (C_1).

La droite (AM) coupe (C_2) en N. Les droites (CM) et (BN) se coupent en I.

Déterminer le lieu du point I lorsque M décrit (C_1).

Voici quelques figures obtenues à l'écran.

Elles sont proposées à l'observation sans commentaire.

Figure N° 1

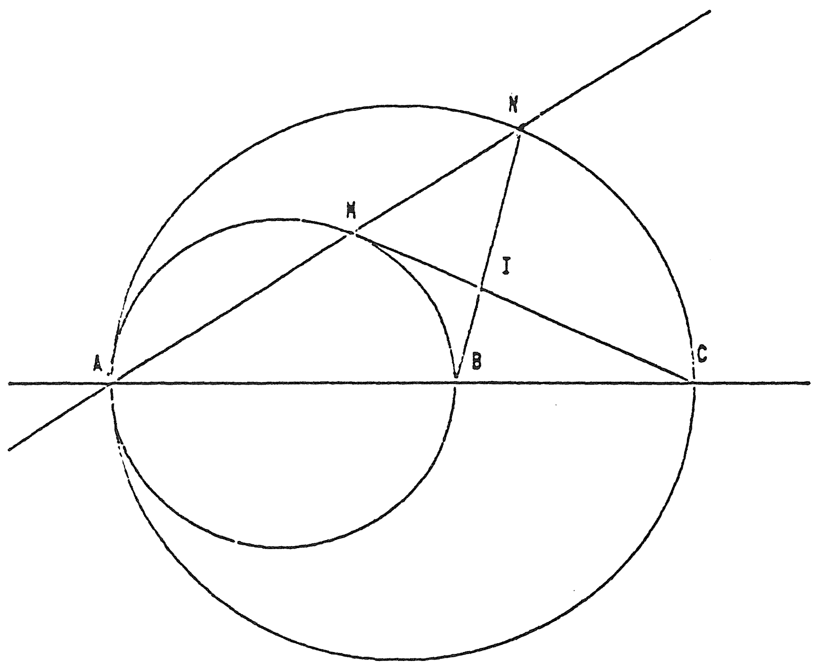


Figure N° 2

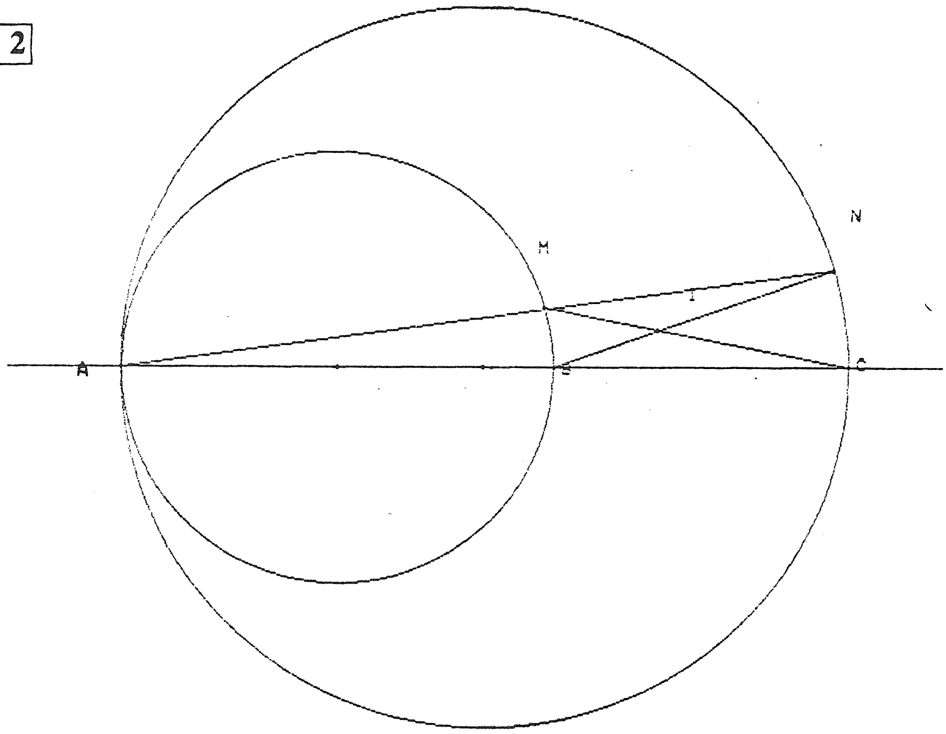
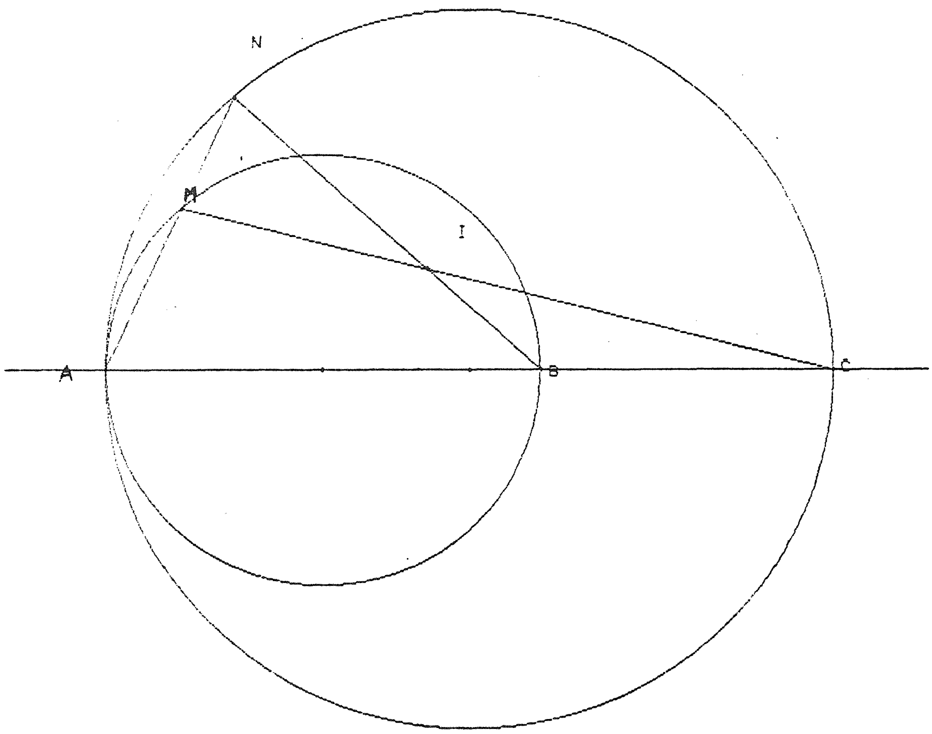


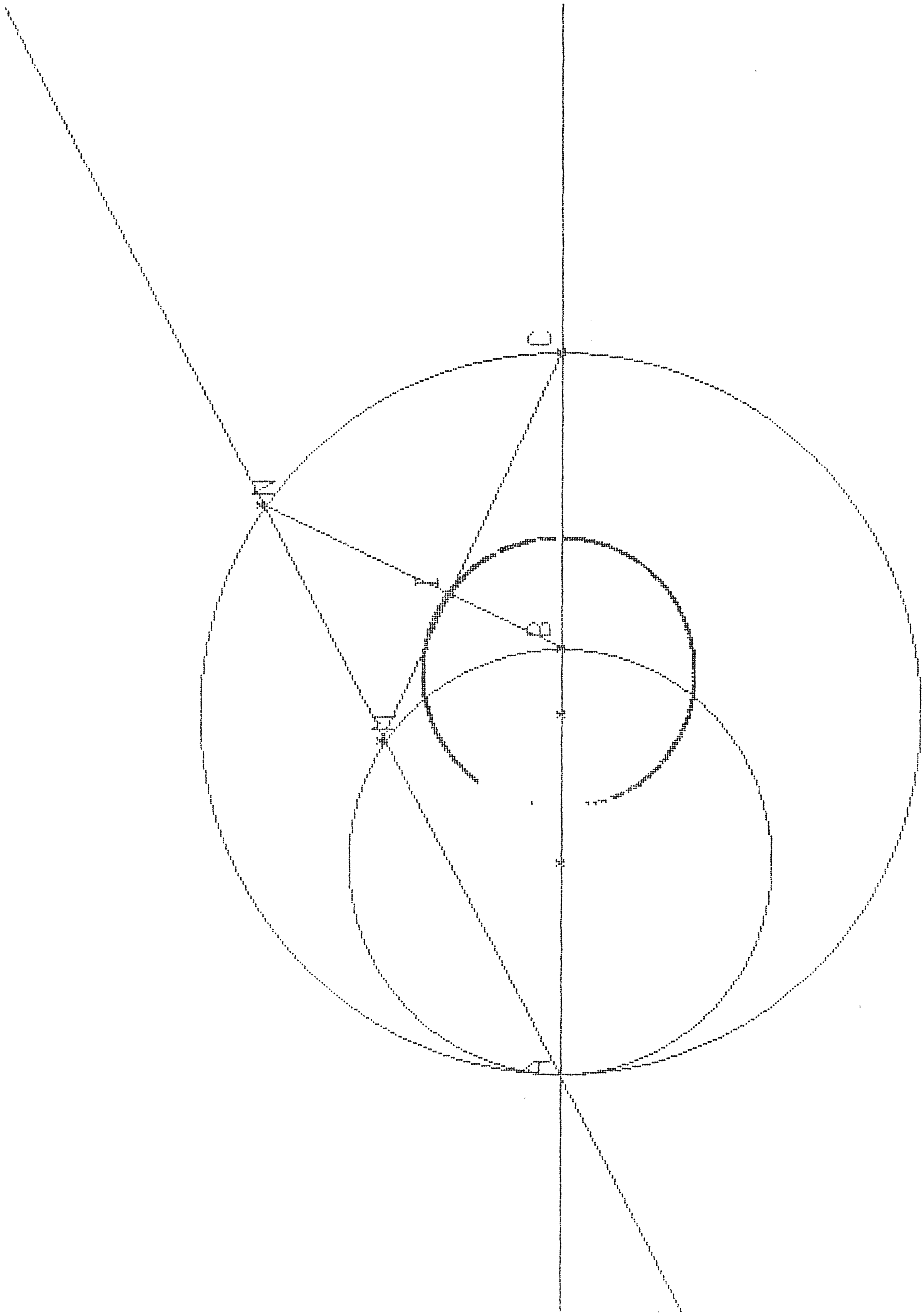
Figure N° 3



Après avoir fait observer de nombreuses figures, les élèves devinent que ce lieu est un cercle.

On peut alors faire apparaître le lieu.

Figure N° 4



COMMENTAIRE

Le problème est posé de façon dynamique et les élèves découvrent tout de suite l'objectif avant de se perdre dans le détail des questions préliminaires.

Cette activité suppose que les élèves aient quelques connaissances sur les homothéties échangeant deux cercles.

Ils peuvent alors être amenés à considérer que I est l'image de M dans une homothétie de centre C.

On peut alors leur proposer l'énoncé détaillé suivant qui leur permettra de résoudre le problème :

1 – *Soit h l'homothétie de centre A qui transforme B en C.*
Quel est son rapport en fonction des rayons, R du grand cercle, r du petit cercle.

Exprimer $\overrightarrow{NC}$ *en fonction de* $\overrightarrow{MB}$

2 – *Soit h' l'homothétie de centre I qui transforme M en C.*
Soit k son rapport.

Exprimer $\overrightarrow{NC}$ *en fonction de* $\overrightarrow{BM}$ *et de k.*
En déduire k.

3 – *Montrer que* $\overrightarrow{CI} = \frac{R}{R+r}\ \overrightarrow{CM}$

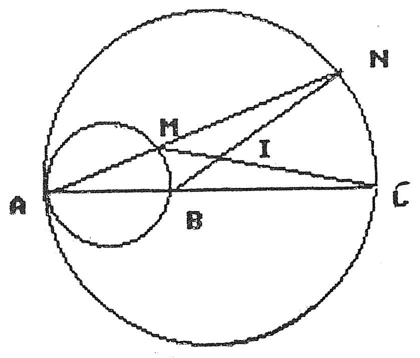
4 – *Conclure.*

Variante sur le même thème.

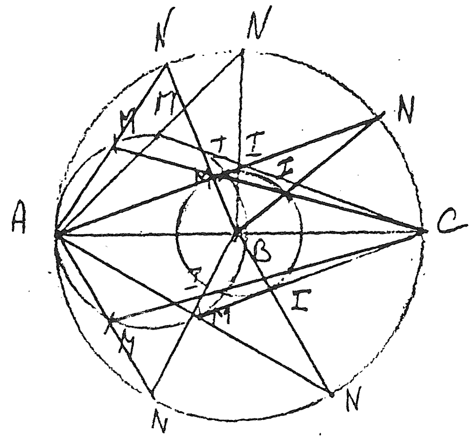
PHASE 1

Il est donné à chaque élève un document comportant l'énoncé initial et la figure N° 1. Après un certain temps de réflexion personnelle apparaissent quelques propositions.

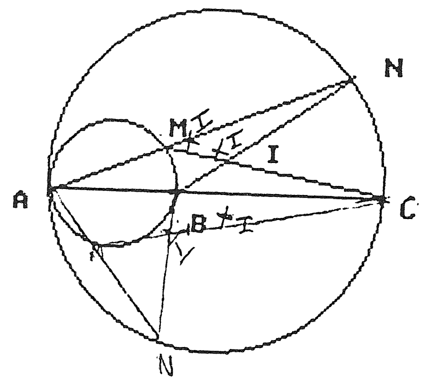
En voici quelques exemples :



Quelle conjecture peut-on faire ?



Lorsque M décrit C_1, le point I intersection de $[BN]$ et $[MC]$ est élément du cercle C' de centre B et de rayon $[BI]$.

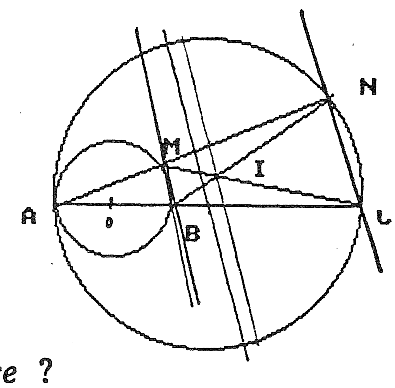


Quelle conjecture peut–on faire ?

Construction de plusieurs figures quand M est sur C_1.

Les différents points I sont sur un cercle de centre B.

Les différents points I décrivent une forme ovale.



Quelle conjecture peut–on faire ?

I est sur un cercle C de centre élément de $[AC]$ et de rayon ?

B n'est pas le centre de ce cercle.

PHASE 2

Après discussion entre les élèves, on utilise le géomètre pour informer ou confirmer leurs conjectures.

A leur demande, il a été possible de leur montrer que la modification du rapport des rayons n'a pas eu d'effet sur la nature du lieu.

PHASE 3

Donner aux élèves le texte de la page 6.

DEUXIEME EXEMPLE

Montrer qu'une droite passe par un point fixe

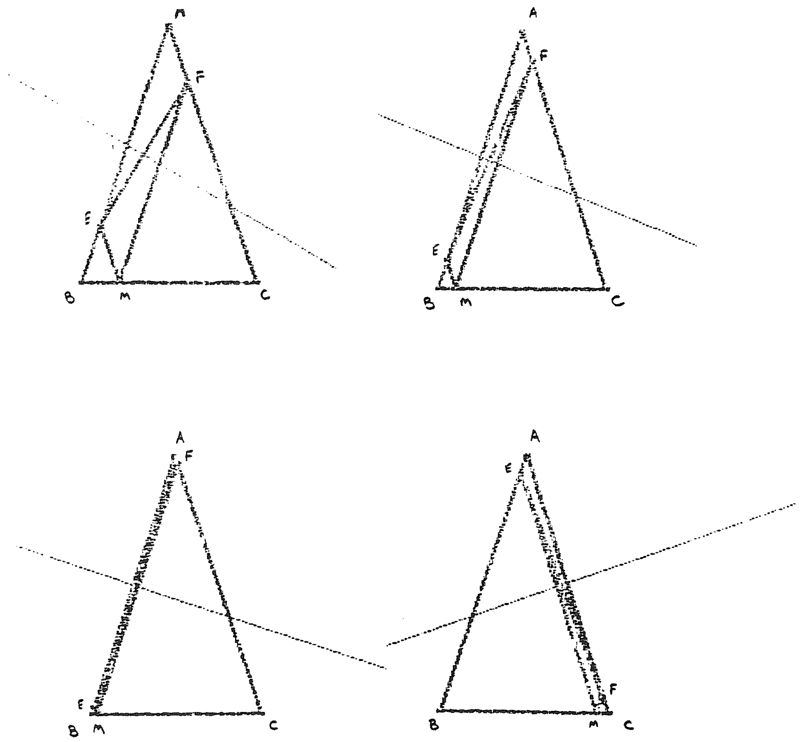
Soit un triangle ABC isocèle en A.

$M \in (BC)$. On projette M sur (AB) suivant (AC) en E.

On projette M sur (AC) suivant (AB) en F.

On construit le parallélogramme MFAE.

Montrer que, lorsque M décrit (BC), la médiatrice de [EF] passe par un point fixe O.



En utilisant des positions particulières de M (en B ou en C) on est amené à conjecturer que ce point est le centre du cercle circonscrit.

TROISIEME EXEMPLE

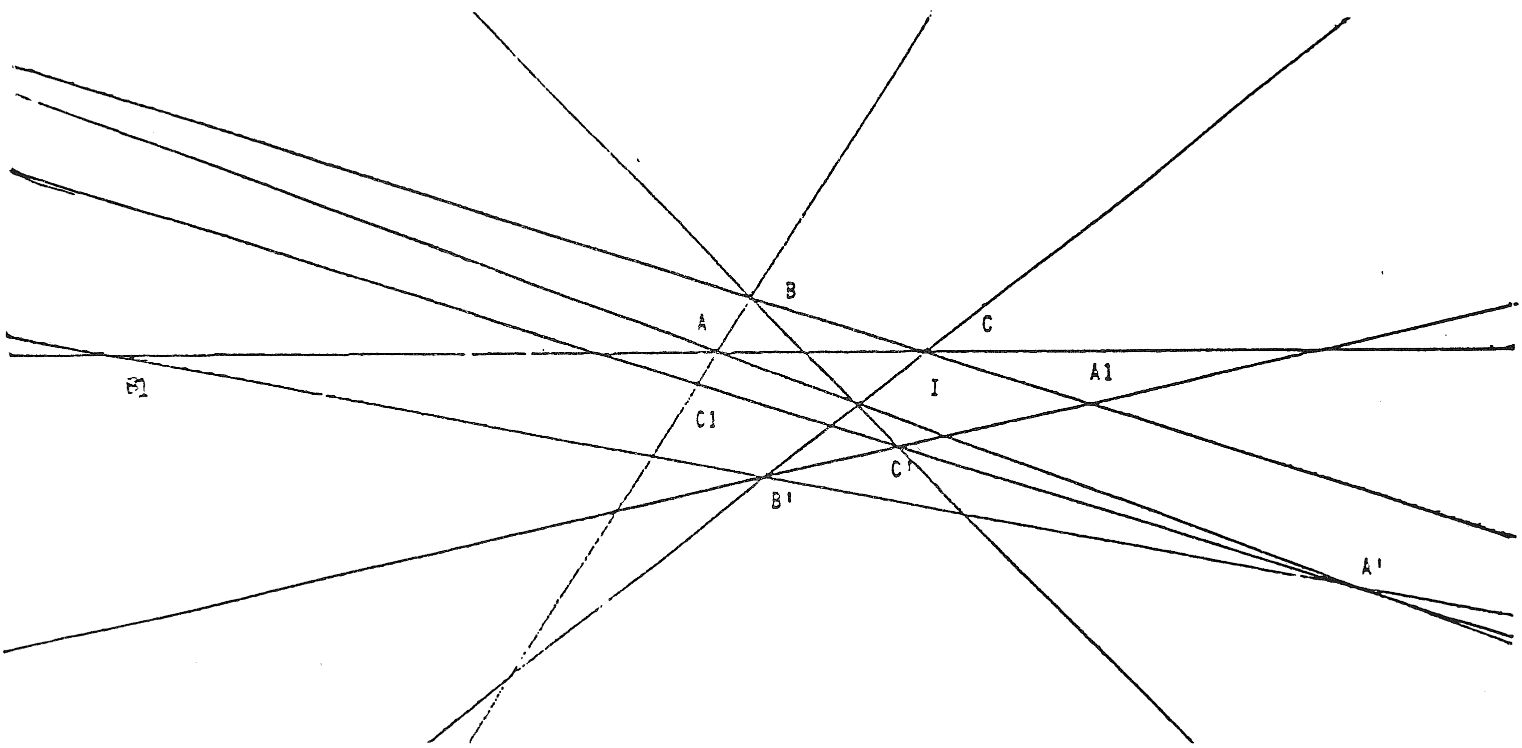
Une figure difficile à réaliser à la main, mais facile à faire avec le Géomètre et qui peut être modifiée à volonté

Théorème de Desargues :

Soit ABC et A'B'C' deux triangles d'un plan P tels que les droites (AA'), (BB') et (CC') soient concourantes en un point I.

On suppose que les droites (BC) et (B'C') se coupent en A_1, (CA) et (C'A') en B_1, (AB) et (A'B') en C_1.

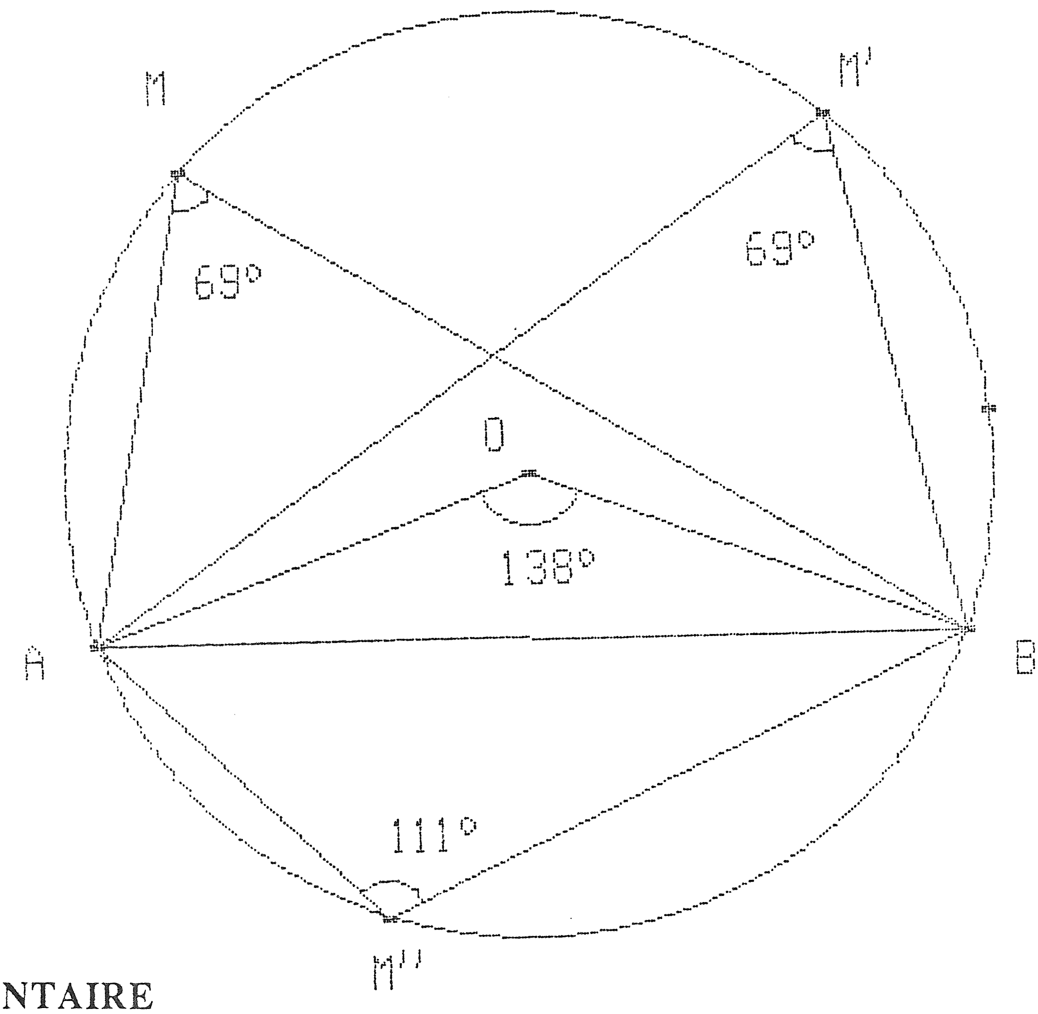
Prouver l'alignement des points A_1, B_1 et C_1.



QUATRIEME EXEMPLE

Angles et cocyclicité (en terminale)

Utilisation de la touche mesure du géomètre.

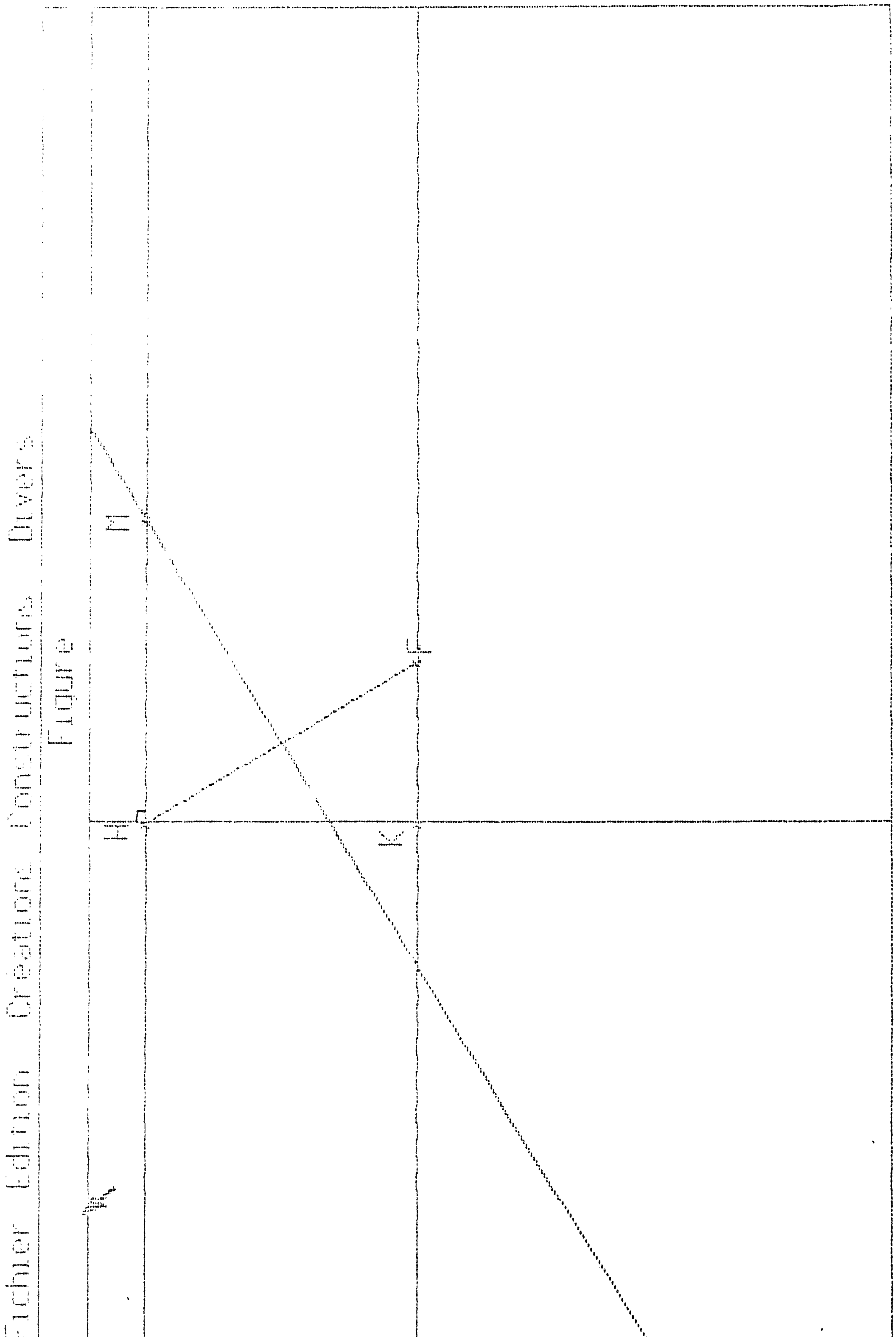


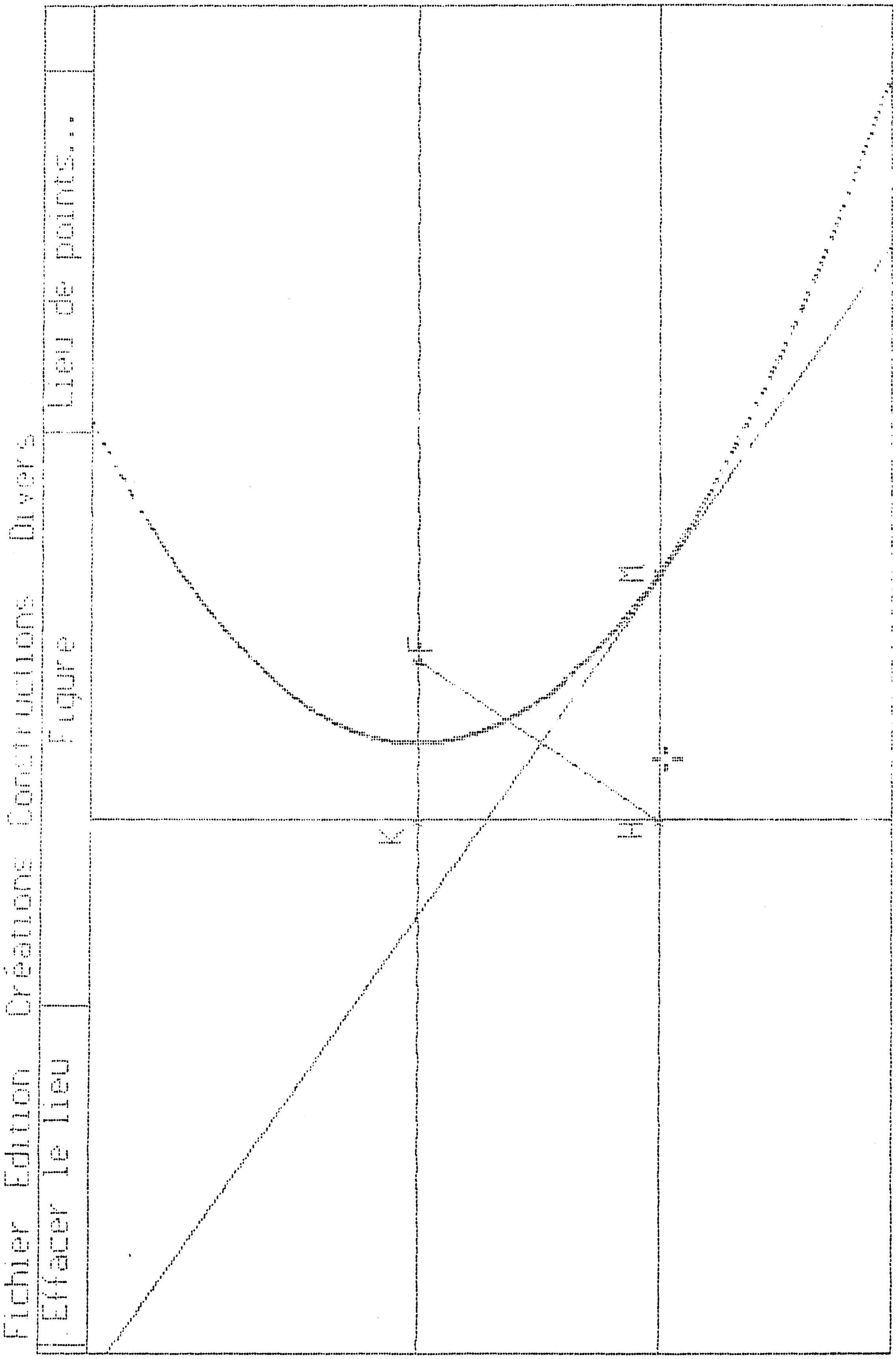
COMMENTAIRE

Illustration du cours qui montre l'égalité d'angles modulo Π.

CINQUIEME EXEMPLE

ENSEMBLE DES POINTS *M* TELS QUE *MF* = *MH*




Fichier Edition Créations Constructions Divers
Effacer le lieu
Figure
Lieu de points...
F
M
K
H

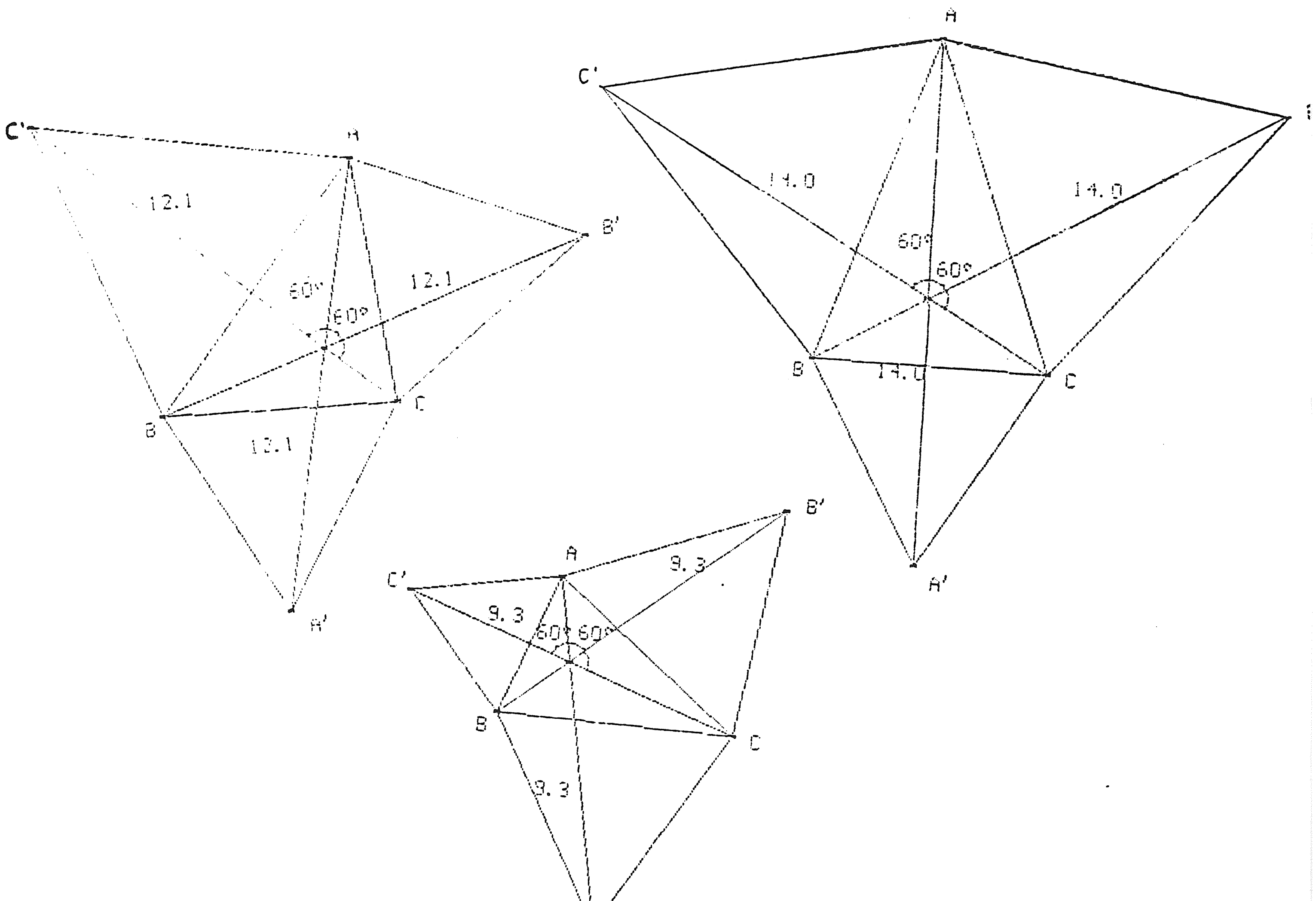
SIXIEME EXEMPLE

Point de Torricelli

On construit exterieurement à un triangle ABC les points A', B' et C' tels que :

ABC', BCA' et CAB' soient équilatéraux.

Quelles conjectures peut–on faire sur [AA'] , [BB'] et [CC'] ?



SEPTIEME EXEMPLE

Le spéctaculaire peut motiver les élèves

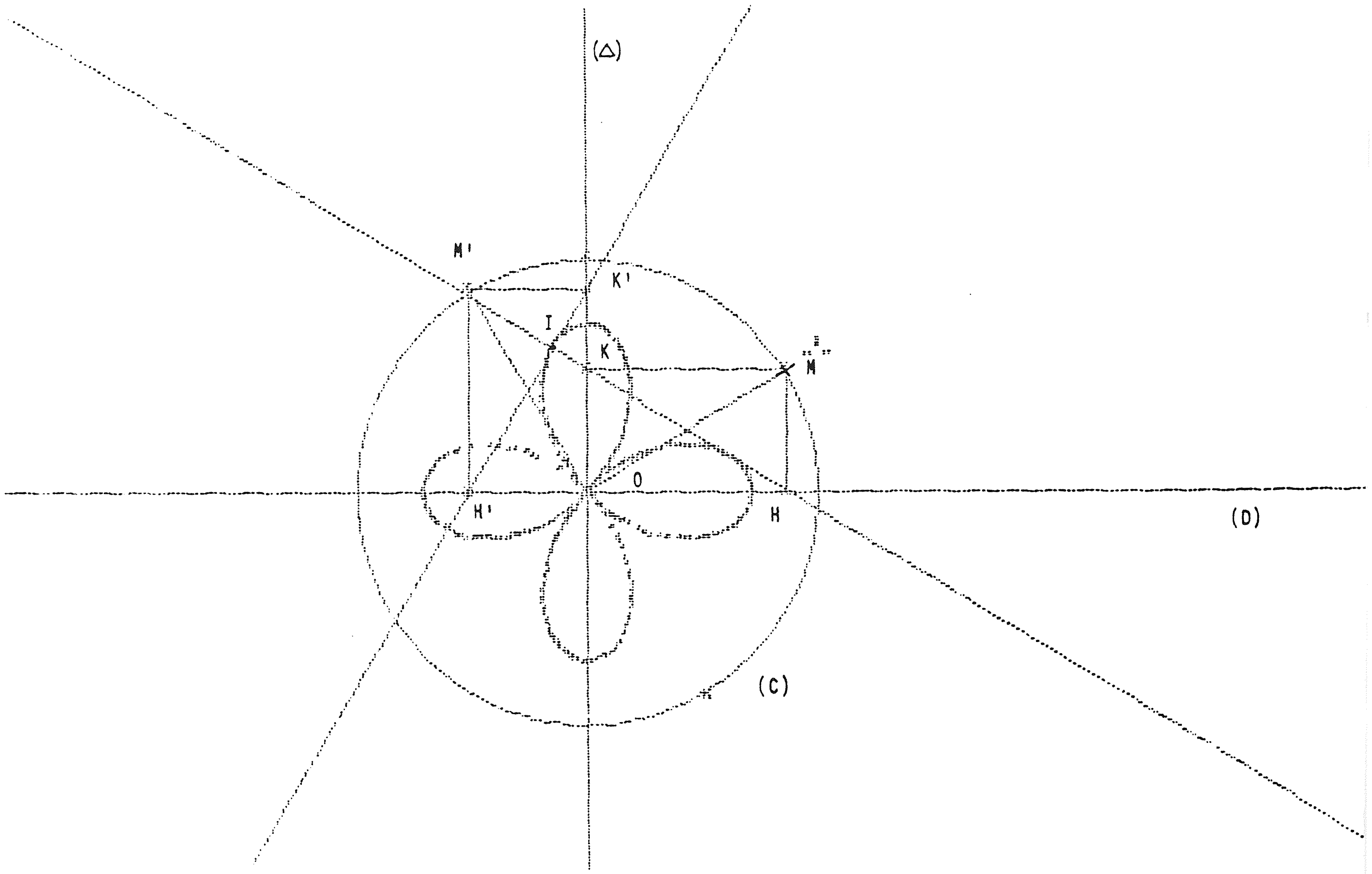
Deux droites (D) et (Δ) se coupent perpendiculairement en O.

Un point M décrit un cercle (C) de centre O. M' est un point de ce cercle tel que $\widehat{MOM'}$ soit droit.

On projette orthogonalement M et M' sur (D) et (Δ) respectivement en H, K, H' et K'.

Les droites (HK) et (H'K') se coupent en I.

Quel est le lieu de I lorsque M décrit (C) ?



AUTRES EXEMPLES UTILISANT "LE GEOMETRE"

1

On donne 4 points fixes A_0 , A_1 , A_2 , A_3.

Etant donné un point quelconque M, on construit M_0 , M_1 , M_2 , M_3 , M_4 milieux respectifs de $[MA_0]$, $[M_0A_1]$, $[M_1A_2]$, $[M_2A_3]$, $[M_3A_0]$.

a) Déterminer M pour que $M_4 = M$.
b) Si $M_4 \neq M$, poursuivre la construction.
Que se passe-t-il ?

2

On donne 2 droites parallèles (D) et (D') et 2 points O et A non situés sur les droites.

Construire M sur (D) et M' sur (D') tels que AM = AM' et (MM') passe par O.

3

On donne 2 droites sécantes (D) et (D') et 2 points A et B.

Déterminer M sur (D) et M' sur (D') tels que ABM'M soit un prallélogramme.

4

Soit un triangle ABC.

Etant donné un point M_0 sur [BC], on construit M_1 , M_2 , M_3 , M_4 etc..., projetés orthogonaux respectifs de M_0 sur [AB] , de M_1 sur [AC] , de M_2 sur [BC] etc...

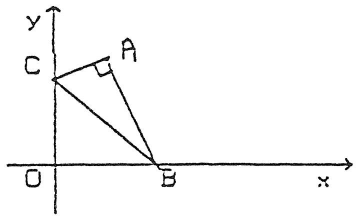
Conjectures.

5

<u>*Problème de l'équerre*</u> :

Dans la figure ci-dessous le triangle rectangle ABC est indéformable, mais les sommets B et C sont mobiles sur les axes.

Quel est le lieu du point A ?



6

Etant donné 2 points fixes A et B on définit la transformation f du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' défini par :

$\overrightarrow{MM'} = 2\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$

Quelle est la nature de f ?

Même problème avec 3 points fixes A, B et C et

$\overrightarrow{MM'} = 2\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

puis avec $\overrightarrow{MM'} = 2\,\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$

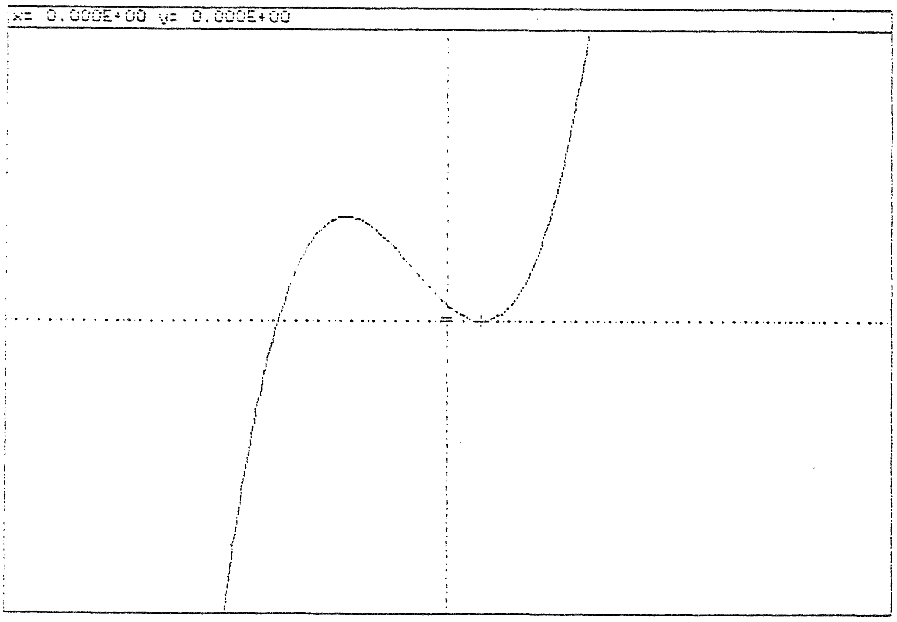
LOGICIEL "GRAPHIX"

Il permet de tracer toutes les courbes du programme et de faire apparaître par exemple en même temps la courbe représentative d'une fonction et de sa dérivée.

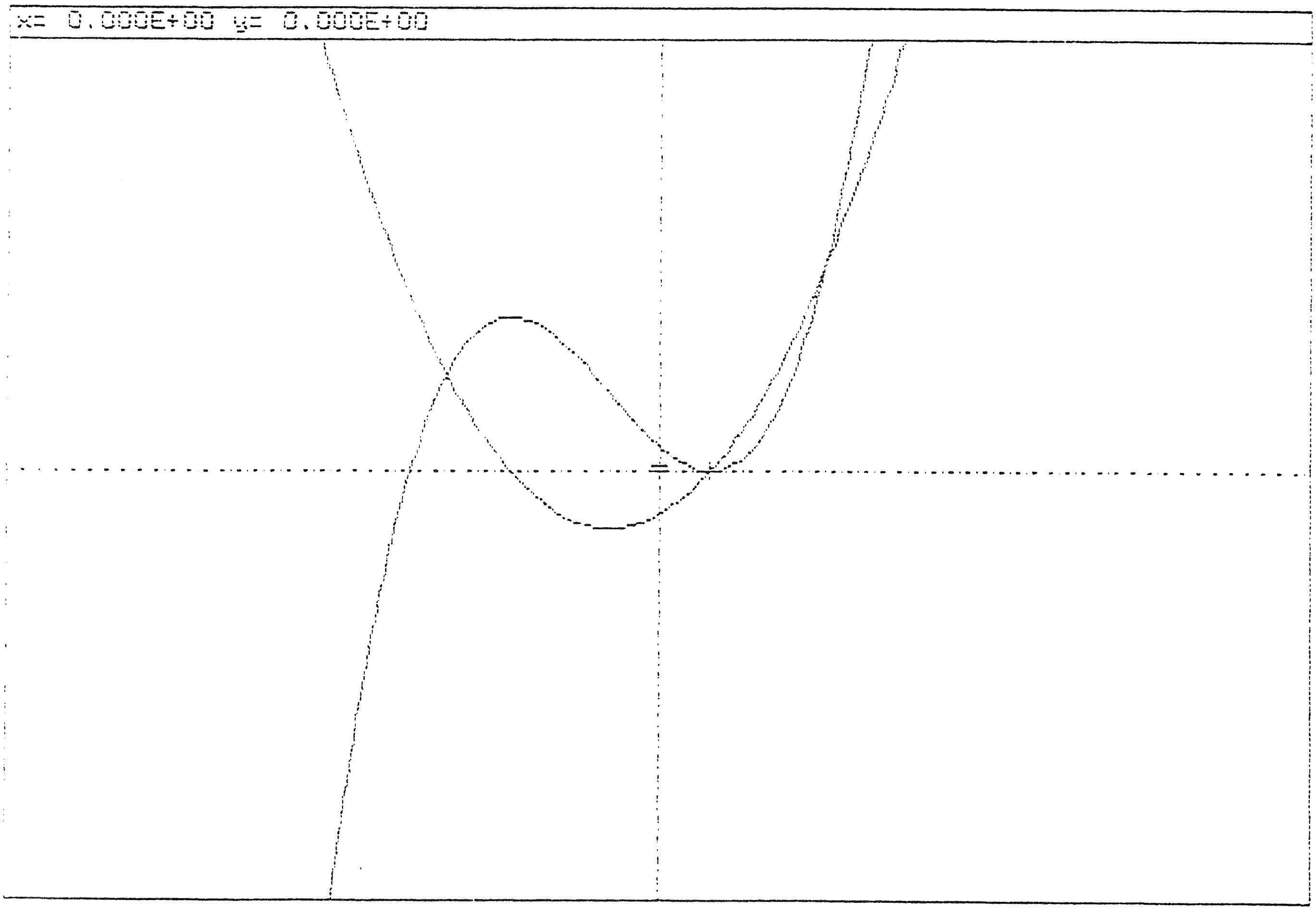
PREMIER EXEMPLE

Variations d'une fonction - Signe de la dérivée

Courbe numéro : 1	C/N	18/26	Insertion	Coordonnées Cartésiennes
Ensemble d'étude : [-10;10]				
y = x^3+3*x2-9x+5				
unités (cm) Ox : 1	Oy : 0.1	trait : 1 couleur : 0	hachure : 0	pas : 0.1
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche : x_0 = 13	y_0 = 9			
Longueur des axes en cm :	xpositif = 13	x négatif = 13	ypositif = 9	ynégatif = 9
F1 lance le tracé	CTRL N annule paramètres		CTRL I paramètres auto	
CTRL B copie tableau paramètres	CTRL K retour tableau des commandes ESC			
k 0 =	k 5 =	k 10 =	k 15 =	k 20 =
k 1 =	k 6 =	k 11 =	k 16 =	k 21 =
k 2 =	k 7 =	k 12 =	k 17 =	k 22 =
k 3 =	k 8 =	k 13 =	k 18 =	k 23 =
k 4 =	k 9 =	k 14 =	k 19 =	k 24 =



Courbe numéro : 2	C/N	18/26	Insertion	Coordonnées Cartésiennes
Ensemble d'étude : [-10;10]				
y = der(x^3+3*x²-9*x+5)				
unités (cm) Ox : 1 Oy : 0.1 trait : 1 couleur : 0 hachure : 0 pas : 0.1				
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche : $x_0 = 13$ $y_0 = 9$				
Longueur des axes en cm : xpositif = 13 x négatif = 13 ypositif = 9 ynégatif = 9				

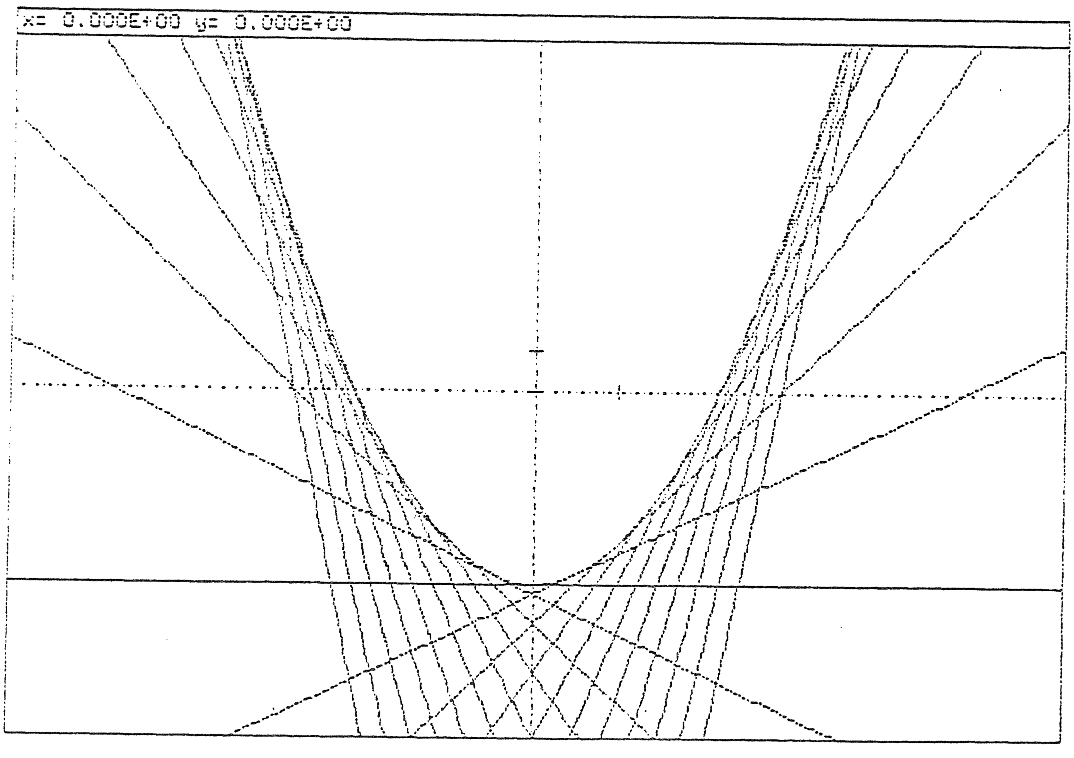


DEUXIEME EXEMPLE

Reconstitution d'une courbe à partir de ses tangentes

Courbe numéro : 1	C/N	18/26	Insertion	Coordonnées Cartésiennes
Ensemble d'étude : [-10;10]				
y = 2*k(x-k)+k^2-5				
unités (cm) Ox : 2 Oy : 0.1 trait : 1 couleur : 0 hachure : 0 pas : 5.00E-02				
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche : x_0 = 13 y_0 = 9				
Longueur des axes en cm : xpositif = 13 x négatif = 13 ypositif = 9 ynégatif = 9				
F1 lance le tracé CTRL N annule paramètres CTRL I paramètres auto CTRL B copie tableau paramètres CTRL K retour tableau des commandes ESC				

k 0 = -5	k 5 = -2.5	k 10 = 0	k 15 = 2.5	k 20 =5
k 1 = -4.5	k 6 = -2	k 11 = 0.5	k 16 = 3	k 21 =
k 2 = -4	k 7 = -1.5	k 12 = 1	k 17 = 3.5	k 22 =
k 3 = -3.5	k 8 = -1	k 13 = 1.5	k 18 = 4	k 23 =
k 4 = -3	k 9 = -0.5	k 14 = 2	k 19 = 4.5	k 24 =



TROISIEME EXEMPLE

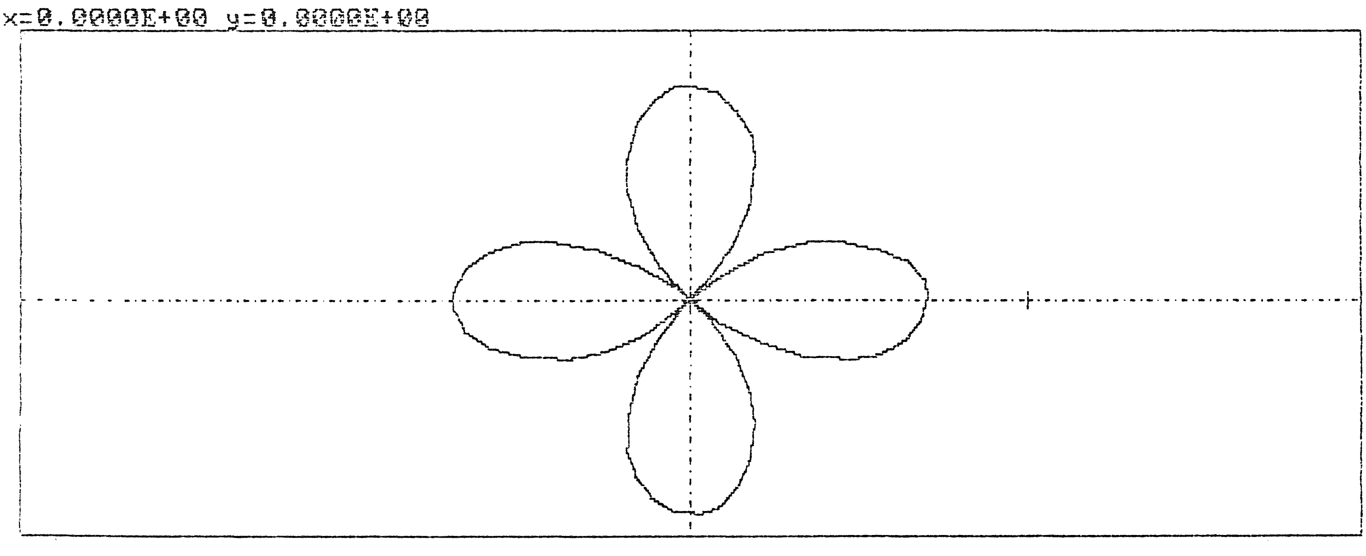
Courbe paramétrée

Construction de la courbe de l'exemple 7 traité dans "LE GEOMETRE"

Entrée des données

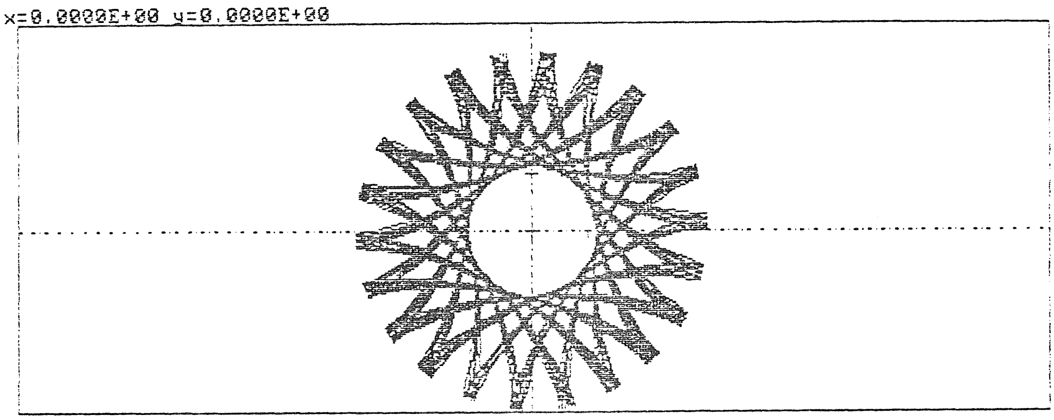
Courbe numéro : 2	Insertion	Coordonnées Cartésiennes
Ensemble d'étude : [0,2*π]		
x(t) = sin(t)*cos(t)*(sin(t)-cos(t))		
y(t) = sin(t)*cos(t)*(sin(t)-cos(t))		
unités (cm) Ox : 6 Oy : 9 trait : 1 hachures : 0 pas : 0.1		
Position de l'origine en cm à partir du coin en bas à gauche : x_0 = 12 y_0 = 7		
Longueur des axes en cm : xpositif = 12 x négatif = 12 ypositif = 8 ynégatif = 7		

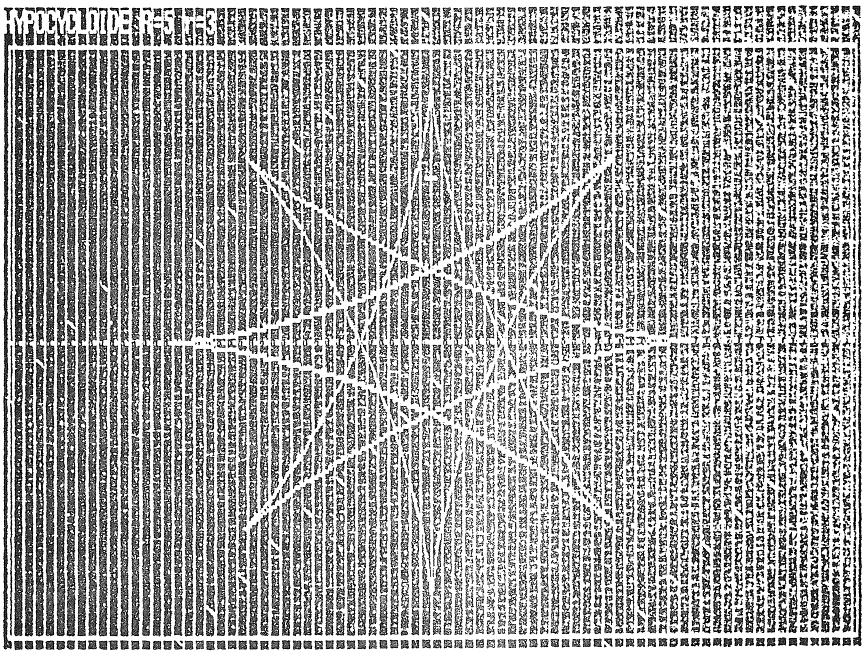
Sortie du dessin



QUATRIEME EXEMPLE

Hypocycloïde (rapport des rayons irrationnel)





Ces logiciels sont simples d'emploi. Il n'y a pas de langage informatique à connaître. S'en servir n'est pas plus difficile qu'utiliser un minitel. Les manipulations sont rapides et simples ce qui permet leur emploi à la fois en cours par l'enseignant et en travaux dirigés par les élèves.

L'utilisation pédagogique de l'ordinateur en classe n'est pas un objectif en soi, mais un outil pédagogique en plus.

- Il rend les élèves actifs.
- Il est une aide à la réflexion et la recherche pour les élèves.

En utilisant des logiciels tels que le GEOMETRE ou GRAPHIX nous avons là d'excellents outils de conjecture.

Imprimé et édité
par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Deuxième Trimestre 1993
N° de Publication : 9304

I.R.E.M. de RENNES - Université de RENNES I
Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX
Tél : 99 28 63 42

FICHE DUBLIREM

TITRE : MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE AU LYCEE

I.R.E.M. : RENNES

AUTEUR : Groupe de Recherche "Mathématiques et Informatique au Lycée"

DATE : AVRIL 1993

NIVEAU : Seconde - Première S - Terminale C

PUBLIC CONCERNE : Professeurs de Mathématiques de lycées

MOTS-CLES :

Informatique : *Le Géomètre ; Graphix*

RESUME :

Activités en classe utilisant les logiciels *Le Géomètre* et *Graphix* dans les différentes classes du lycée.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 × 29,7	24	20,00 F	350 Ex.

ISBN 2-85728-003-3