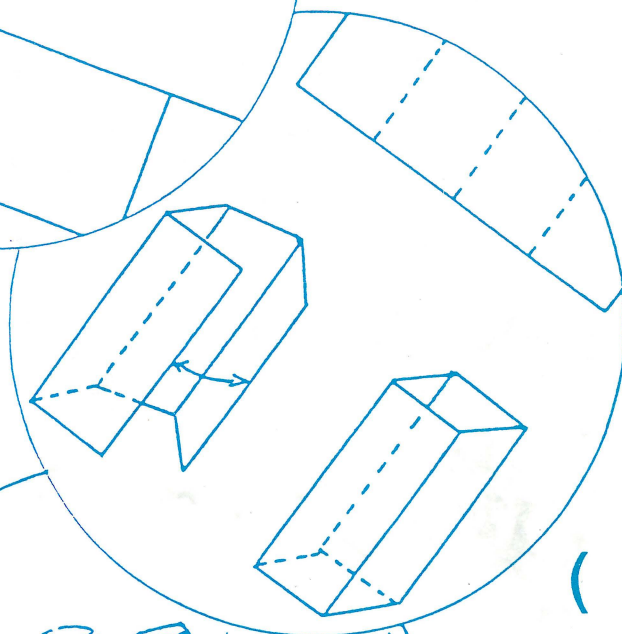
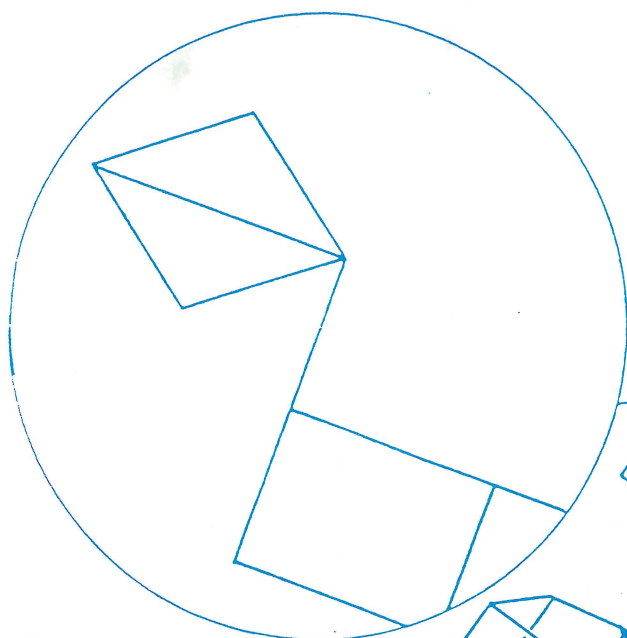
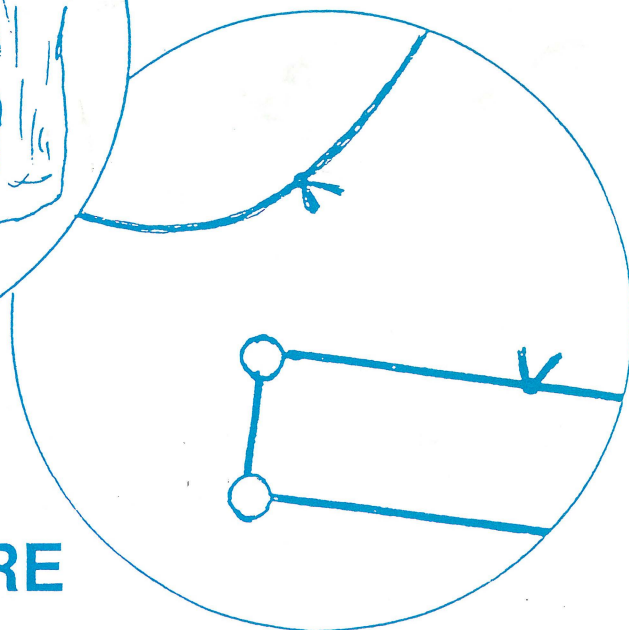


RESOUDRE DES PROBLEMES ...

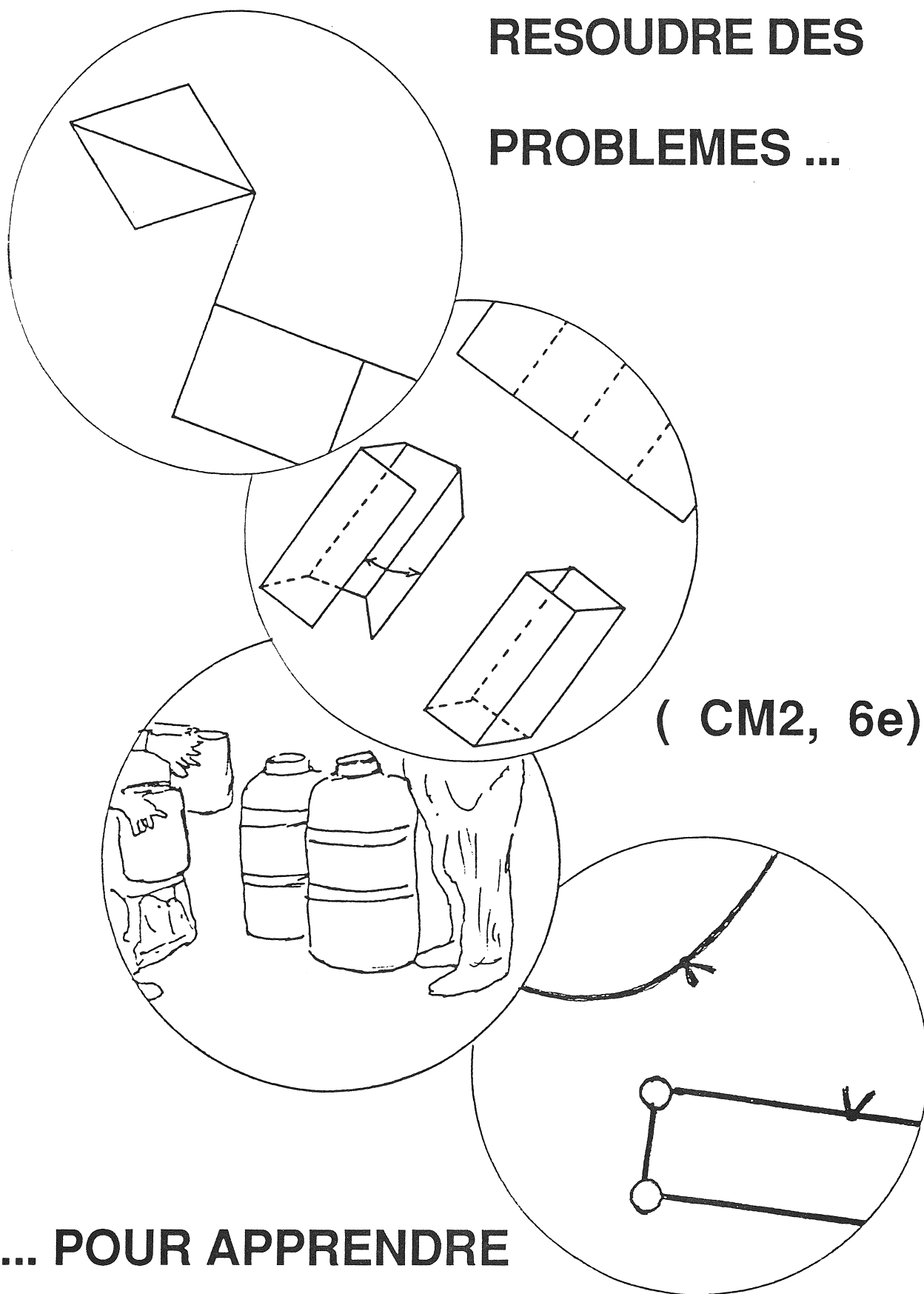


(CM2, 6e)



... POUR APPRENDRE

RESOUDRE DES PROBLEMES ...



(CM2, 6e)

... POUR APPRENDRE

Ont participé à la rédaction de ce document :

DUBOIS Daniel	Collège A. Brionne - ST AUBIN D'AUBIGNE
JAIJARAT Paulette	Collège P. Féval - DOL DE BRETAGNE
REVAULT Daniel	Collège Beaumont - REDON
THOMANN Gérard	Collège Les Rochers Sévigné - VITRE
URBAN Marie-Annick	Collège F. Lorant - MONCONTOUR DE BRETAGNE

Remerciements :

à Monsieur Jean JULO pour ses conseils et son aide.

aux Directeurs et Enseignants de CM2 des Ecoles suivantes :

- Ecole primaire publique - DOL DE BRETAGNE
- Ecole primaire publique - LIFFRE
- Ecole primaire publique - ST AUBIN D'AUBIGNE
- Ecole primaire publique Marcel Pagnol - RENNES

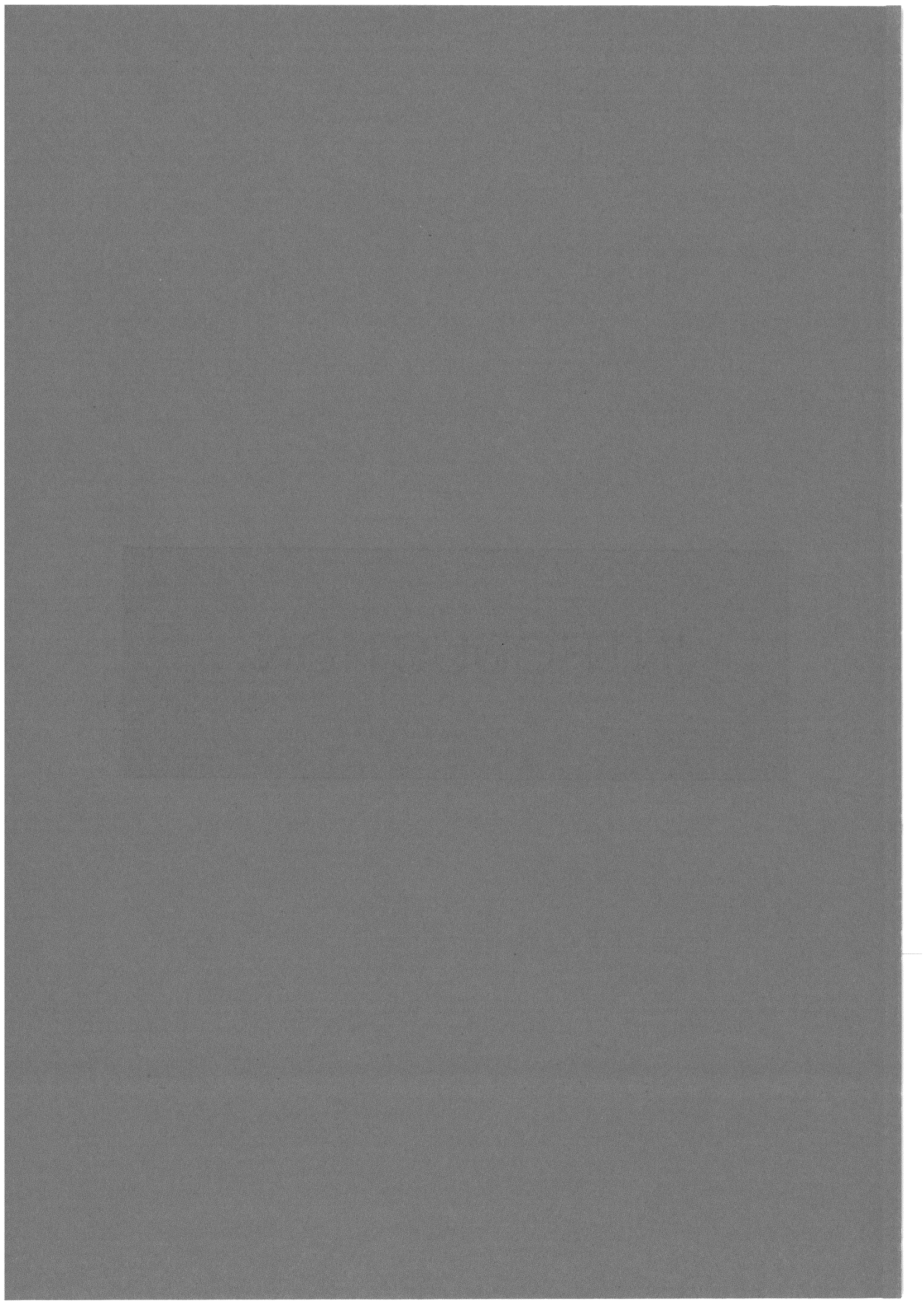
leur collaboration nous a permis d'expérimenter certaines activités en classe de CM2.

*La saisie et la mise en page ont été assurées par Gabrielle LOTHORÉ
la reprographie par Françoise LE BESCOND
et la reliure par Françoise LE RESTEUX et Gabrielle LOTHORÉ.*

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
DES PROBLEMES	15
1ERE PARTIE : PRESENTATION	19
2EME PARTIE : LES PROBLEMES	21
" <i>DEUX PARALLELEPIPEDES</i> "	21
" <i>FARANDOLE</i> "	43
" <i>LES RECTANGLES</i> "	63
" <i>PROMOTIONS SUR LES CEREALES</i> "	71
" <i>L'AGE DU GRAND-PERE</i> "	87
" <i>LE PROBLEME DU LAITIER</i> "	109
BIBLIOGRAPHIE	119

INTRODUCTION



INTRODUCTION

I - LES SITUATIONS-PROBLEMES

1 - Résoudre des problèmes en mathématiques, à quelles fins ?..	5
2 - Des apports de la Didactique	6
3 - Des problèmes pour apprendre : les situations-problèmes.....	7
4 - Gestion de la classe face à une situation-problème.....	8

II - COMMENT AVONS-NOUS TRAVAILLÉ ?

1 - Nos objectifs.....	10
2 - Nos difficultés.....	11
3 - Nos résultats.....	12

I - LES SITUATIONS-PROBLEMES

1 - Résoudre des problèmes en Mathématiques, à quelles fins ?

Le mot problème évoque avant tout un énoncé et ses questions, le plus souvent enchaînées. Résoudre le problème c'est répondre aux questions en utilisant des notions déjà étudiées. La difficulté réside le plus souvent dans la multitude de notions qui entrent en jeu dans la résolution ou bien dans l'utilisation d'une notion dans un champ élargi.

La résolution de problème se pratique alors essentiellement après l'apprentissage pour utiliser les acquis.

Les programmes et commentaires de l'Ecole Élémentaire et du Collège assignent plusieurs rôles aux problèmes comme en témoignent les extraits suivants :

Ecole élémentaire.

Lors de l'introduction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage actif: ils découvrent les notions comme des réponses à des problèmes.

On peut répartir ces problèmes en trois groupes:

* ceux qui permettent la construction de nouveaux outils mathématiques (par exemple l'introduction de la soustraction, de la multiplication des nombres décimaux);

* ceux qui invitent à utiliser des acquis, à en percevoir éventuellement les limites d'utilisation, offrant ainsi au maître les moyens de contrôler le savoir (par exemple la construction d'un objet, l'agrandissement d'une figure, le premier apprentissage de la division euclidienne);

* ceux qui sont liés à une véritable recherche (par exemple trouver tous les patrons d'un cube).

Résoudre des problèmes suppose la maîtrise d'un certain nombre d'outils, numériques et géométriques, et l'appropriation de méthodes. Pour cela, le maître habitue les élèves à organiser les données (ce qui suppose des outils et la capacité de les choisir); à associer à une question posée les connaissances utiles; à exprimer, oralement et par écrit, leurs démarches et les résultats obtenus, en essayant de les justifier.

C'est l'occasion pour l'élève de s'approprier le langage mathématique, en restant attentif aux interférences éventuelles avec la langue courante, et d'accéder à l'organisation logique des raisonnements. C'est l'occasion pour le maître de constater réussites et échecs, en s'efforçant de comprendre ce qui les détermine.

Il importe de développer l'aptitude des élèves à prouver ce qu'ils avancent; ainsi, selon les cas et en fonction de leur maturité, ils peuvent utiliser une argumentation de type mathématique, mettre en évidence un contre-exemple, confronter le résultat avec la réalité, prêter attention à la différence entre le calcul et la mesure, etc.

Collège.

Une appropriation mathématique, pour un élève, ne saurait se limiter à la connaissance formelle de définitions, de résultats, de techniques et de démonstrations: il est indispensable que les connaissances aient pris du sens pour lui à partir de questions qu'il s'est posées et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes.

Pour atteindre ces objectifs, les séquences courtes (informations données par le professeur, exercice d'application directe, réponse et commentaire) doivent se combiner avec des séquences plus longues. Celles-ci sont centrées sur l'étude de situations mettant en jeu les « outils » visés et utilisés, selon les cas, comme terrain d'observation ou comme champ d'intervention des connaissances. Ces conditions sont essentielles si l'on veut, d'une part, amener les élèves d'une classe à la compréhension intuitive des concepts et à leur mise en oeuvre appropriée dans des situations simples, d'autre part, leur permettre d'approfondir et d'enrichir leur formation mathématique.

On devra donc privilégier l'activité de chaque élève. Mais on n'oubliera pas la nécessité d'une pédagogie n'assujettissant pas tous les élèves aux mêmes rythmes, sans que soit délaissé l'objectif d'acquisitions communes.

Dès lors, les professeurs vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des «outils», c'est à dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour des «outils» qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente.

Les activités choisies doivent développer la capacité de se poser des problèmes et de progresser vers leur résolution. Elles doivent aussi:

- Permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances solidement acquises par tout le monde;

- Créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures;

- Rendre possible la mise en jeu des outils prévus;

- Fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leur résultat, tout en favorisant un nouvel enrichissement. On y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Le professeur doit donc procéder avec une attention particulière au choix pertinent des situations à étudier. Il doit aussi veiller à bien organiser les phases du déroulement de l'activité. Une condition première est de prévoir une durée suffisante. Pour le développement complet de l'activité formatrice, de la phase initiale à la mise en place des connaissances désormais considérées comme acquises, l'échelle des temps est en heures, voire en semaines, comme dans l'étude de la proportionnalité.

C'est à ce prix que l'on peut:

- Habituer à l'art d'expérimenter et à celui de conjecturer, donc d'entraîner à chercher;

- Ménager des séquences déductives motivantes, de plus en plus prolongées, nombreuses et de difficultés progressives au long des quatre années du collège;

- Souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques en les enseignant en interaction avec les autres disciplines et avec la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques ...) et en utilisant les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel ...).

L'activité de résolution de problème est alors une phase importante de l'apprentissage.

2 - Des apports de la Didactique

Le rôle de l'activité de résolution de problèmes dans la formation des connaissances a été mis en évidence, depuis assez longtemps, par les travaux de psychologie. Les courants de la "pédagogie active" avaient déjà pressenti ce rôle mais sans pouvoir préciser pourquoi le fait d'être actif avait une influence sur l'apprentissage. On sait maintenant que cette activité de l'élève et l'investissement intellectuel qui en résulte ont une fonction tout-à-fait essentielle dans la compréhension même des notions. La "mise en activité" ne sert pas seulement à rendre les élèves plus attentifs ou à les motiver; elle sert surtout à les impliquer directement dans une situation où ils pourront mettre à l'épreuve les connaissances qu'ils possèdent déjà et en construire de nouvelles.

En mathématiques, les *problèmes* constituent les éléments de base à partir desquels on peut concevoir des *situations-problèmes* (c'est-à-dire des situations où l'enseignant poursuit un objectif d'apprentissage par le biais d'une activité de type résolution de problème). Mais les travaux menés en didactique des mathématiques depuis vingt ans ont montré que la mise au point de telles situations-problèmes est loin d'être quelque chose de simple et qu'il faut réfléchir longuement aux conditions didactiques qui permettent à un problème de devenir une véritable situation-problème. Donner un problème à résoudre aux élèves est facile. En revanche, être capable de déclencher chez chacun d'eux une véritable activité de résolution de problèmes est une autre affaire...

Dans la pratique de la classe, l'enseignant crée les conditions de l'apprentissage en proposant à l'élève une situation suffisamment complexe pour que la résolution du problème nécessite de reconsidérer la représentation qu'il en a, d'adapter des connaissances, d'aborder une notion nouvelle, de mettre au point une stratégie.

Pour résoudre le problème posé, l'élève se comporte en mathématicien qui dispose d'outils. Il mobilise ses connaissances qui s'avèrent insuffisantes ; la remise en cause de l'ancien savoir est propice à la découverte de nouvelles connaissances qui prennent du sens en tant que réponse à un problème donné.

L'élève n'est plus un consommateur ou un récepteur mais un acteur de son apprentissage.

3 - Des problèmes pour apprendre : les situations-problèmes

Précisons d'abord les objectifs des situations-problèmes :

- induire un comportement de recherche.
- remettre en cause le savoir antérieur.
- construire de nouveaux savoirs qui sont les outils les mieux adaptés pour résoudre le problème posé.
- donner du sens aux savoirs nouveaux.

Pour atteindre ces objectifs la situation-problème "idéale" doit avoir certaines caractéristiques :

- la compréhension du texte doit être aisée, la situation doit être familière et ne pas dérouter les élèves. Ils peuvent ainsi entamer la recherche en mobilisant leurs connaissances et auto-valider leur réponse en reconnaissant la vraisemblance du résultat.
- la solution au problème posé n'est pas accessible de façon immédiate et la résolution constitue un enjeu pour l'élève. Le texte ne comporte pas de questions intermédiaires qui pourraient induire une procédure de résolution. L'élève doit prendre conscience de l'insuffisance des savoirs ou savoir-faire mis en oeuvre : résultat erroné ou méthode trop lourde.
- plusieurs approches sont possibles, ceci permet de proposer aux élèves une importante panoplie d'aides adaptées à leurs difficultés. Ces aides prennent en compte leur représentation initiale de la situation pour la faire évoluer si nécessaire en changeant par exemple de langage ou de cadre : numérique, géométrique, graphique. La confrontation des diverses approches, lors de la synthèse, permet d'avoir une vision plus globale de la situation et de mettre en évidence une procédure de résolution adaptée.

4 - Gestion de la classe face à une situation-problème

Il ne s'agit pas d'enseigner toutes les notions en proposant des situations-problèmes. L'utilisation des situations-problèmes sera réservée aux notions importantes du programme ou à celles pour lesquelles on observe habituellement de grandes difficultés chez les élèves ou un fort taux d'échec.

Si l'acquisition de connaissances nouvelles passe par la résolution de problèmes, l'apprentissage d'une notion ne saurait se limiter à cela. La phase d'institutionnalisation sera suivie de nombreux exercices de familiarisation où l'élève pourra s'entraîner à l'utilisation des nouveaux savoirs en élargissant peu à peu leur champ d'application.

L'activité de résolution de problèmes en classe demande du temps et comporte plusieurs phases durant lesquelles l'activité de l'élève est privilégiée.

1ère phase : l'élève lit le texte et commence sa recherche, il mobilise ses connaissances et s'engage dans une stratégie de résolution. S'il aboutit à une réponse, il doit tenter de la valider ; s'il achoppe, il doit préciser ce qui l'arrête et solliciter l'enseignant. Celui-ci a préparé des aides en réponse aux difficultés prévisibles des élèves d'une classe hétérogène. Suivant l'objectif visé, l'enseignant n'hésitera pas à décharger l'élève d'une partie de la tâche ; par exemple l'élève portera plus facilement son effort sur le raisonnement s'il dispose d'une calculatrice.

On imagine sans peine l'intérêt du travail de groupe durant cette phase de recherche, les échanges entre élèves permettent un gain appréciable en temps et en efficacité.

Pour certaines situations il peut être intéressant d'organiser au cours de la phase de recherche un "mini-débat". L'élève peut alors poser des questions à ses camarades à propos du texte ou émettre un avis. Notons toutefois que cette pratique, qui permet de clarifier certains points, n'est pas sans risque. En effet l'enseignant se cantonne dans un rôle d'animateur et n'a donc pas la maîtrise de l'évolution de la discussion.

2ème phase : L'enseignant sélectionne parmi les travaux réalisés ceux qui offrent le plus d'intérêt pour atteindre l'objectif visé. Quelques élèves à titre individuel ou en tant que rapporteurs d'un groupe présentent à leurs camarades le fruit de leur recherche : comment ont-ils abordé le problème ? Quelles difficultés ont-ils rencontrées ? Quelles stratégies ont-ils mises au point ? Où en sont-ils à présent ? Les élèves doivent prendre conscience de la nécessité de formuler clairement leur pensée, d'employer le vocabulaire approprié, d'argumenter pour convaincre. Ils se rendent compte également que la méthode et le résultat forment un tout indissociable.

Un dialogue s'instaure dans la classe ; des correspondances entre les diverses approches apparaissent, certaines procédures conduisant à une impasse sont démontées, une stratégie de résolution adaptée à la situation se dégage peu à peu.

3ème phase : La phase finale de l'activité de résolution de problème consiste à identifier les nouveaux savoirs en les sortant du contexte de la situation proposée. Cette tâche revient bien sûr à l'enseignant qui précise ce qu'il faut retenir et sous quelle forme. C'est la phase d'institutionnalisation.

(SAVOIR ANTERIEUR)

SITUATION-PROBLEME	
l'élève est actif : il cherche, il formule, il valide (seul ou en groupe)	<u>Objectifs</u> : - remettre en cause le savoir antérieur - induire un comportement de recherche - construire de nouveaux savoirs (outils les mieux adaptés pour résoudre le problème posé) - donner du sens aux savoirs nouveaux. <u>Caractéristiques de la situation-problème idéale.</u> * <i>Le texte fait référence à un domaine qui ne déroute pas l'élève ; l'élève saura :</i> - mobiliser des connaissances pour engager une procédure de résolution - reconnaître la vraisemblance d'un résultat (auto-validation). * <i>La résolution du problème doit être un enjeu pour l'élève : le texte n'induit pas la solution, il n'y a pas de questions intermédiaires ; l'élève devra prendre conscience de l'insuffisance des connaissances engagées (résultat erroné, méthode trop lourde).</i> * <i>Il y a plusieurs approches (diversification des aides possibles)</i> l'élève pourra formuler le problème autrement en changeant : - de langage - de mode de représentation - de cadre (numérique, géométrique, graphique). * <i>La confrontation des diverses approches permettra :</i> - de faire apparaître des correspondances - de mettre au point une procédure de résolution.
	Institutionnalisation (par l'enseignant) { identification des nouveaux savoirs décontextualisés : ce qu'il faut retenir, sous quelle forme ?

(SAVOIR NOUVEAU)

Exercices de familiarisation : s'entraîner à l'utilisation des nouveaux savoirs avec élargissement du champ d'utilisation.

II - COMMENT AVONS NOUS TRAVAILLE ?

1 - Nos objectifs

Notre groupe constitué de cinq enseignants de Collège devait à l'origine accueillir quelques collègues de l'élémentaire, nous nous sommes donc tout naturellement intéressés aux programmes des classes charnières CM2, 6^e.

Partant du postulat suivant :

"L'élève fabrique lui-même son propre savoir en étant actif et en étant confronté à un problème dont la résolution n'est pas immédiate"
l'enseignant propose des activités propices à l'apprentissage.

Le groupe a conçu des situations-problèmes ou, plus modestement, adapté certains problèmes issus de manuels. Le travail s'est déroulé en plusieurs étapes :

- choix et mise au point d'une situation correspondant à des objectifs cognitifs ou méthodologiques
- analyse a priori de la tâche à réaliser ; en tenant compte des erreurs classiques commises par les élèves lors de l'étude de la notion concernée, tentative de réponse aux questions suivantes : quelles conceptions ont-ils de cette notion, comment vont-ils s'y prendre, quelles difficultés rencontreront-ils probablement ?
- élaboration d'aides en réponse aux difficultés prévisibles des élèves : représentation incorrecte de la situation, mise au point d'une stratégie pour résoudre le problème, construction du nouvel outil
- expérimentation dans des classes : les membres du groupe observent le comportement des élèves face à la tâche proposée de manière à tenter de répondre aux questions suivantes :
 - le texte est-il clair et compréhensible ?
 - comment se représentent-ils la situation ?
 - comment s'y prennent-ils ?
 - quels sont les obstacles à surmonter ?
 - les aides sont-elles bien adaptées aux difficultés réelles des élèves ?
 - les aides ont-elles joué leur rôle ?

On notera que ces expérimentations, en présence des cinq membres du groupe, ont eu une durée limitée à une heure. Cela n'a généralement pas permis de répondre à toutes ces questions ; c'est donc à partir de réponses partielles qu'il nous a fallu détecter les imperfections et apporter des modifications tant au niveau de la présentation de la tâche (texte du problème) qu'au niveau des aides : contenu, présentation, matériel utilisé.

- bilan de l'expérimentation : a-t-on atteint l'objectif ? Notre analyse à priori est-elle confirmée ou infirmée ? Est-il nécessaire de remanier le texte ? Les aides prévues sont-elles pertinentes, en faut-il de nouvelles ? Comment modifier les aides existantes pour en améliorer l'efficacité ?
- expérimentation de la nouvelle version dans la classe de quelques membres du groupe en temps réel.

2 - Nos difficultés

Nous ne sommes pas parvenus à mettre au point des situations-problèmes propices à l'apprentissage de certaines notions clé du programme. En effet il est très difficile de trouver un problème qui possède les nombreuses caractéristiques de la situation- problème.

Le cahier des charges est bien difficile à respecter. Nous avons donc rencontré des difficultés dans la conception des activités mais aussi dans la pratique de la classe.

- * Dans la conception des problèmes et des aides.
Il n'est pas aisé de :

- mettre au point une situation-problème : le contenu doit être riche sans pour autant favoriser la dispersion. L'obstacle à franchir ne doit pas être démesuré. L'adéquation entre connaissance à construire et problème est rarement parfaite. Tous les élèves doivent être capables de démarrer et de valider leur réponse. Dans la classe, les productions doivent être aussi variées que possible

- mettre au point des aides qui soient à la fois adaptées aux stratégies mises en oeuvre par les élèves et à leurs réelles difficultés. De plus l'aide ne doit pas être un nouveau problème qui fait oublier le problème de départ. Il faut également éviter de " vendre " la solution pas à pas.

Au début de notre recherche, les aides étaient souvent trop longues et trop directives ; nous avions tendance à amener l'élève à la solution en découpant la tâche en mini-questions ; si l'élève parvenait en général à la réponse il était trop souvent incapable de refaire seul une tâche de même type. Savoir faire les tâches intermédiaires qui s'enchaînent logiquement ne signifie pas toujours savoir faire l'intégralité de la tâche. Les aides ont donc été revues : pour une même difficulté apparente des élèves nous leur proposons une aide de niveau 1 (on pourrait dire "un coup de pouce") puis si cela ne suffit pas une aide de niveau 2 est prévue.

L'objectif de l'aide n'est pas de conduire pas à pas l'élève à une réponse, il s'agit simplement d'éviter un blocage, de répondre à une question que l'élève s'est posée. De retour à la situation initiale l'élève redevient son propre maître d'oeuvre.

* Dans la pratique de la classe.

Nous avons bien sûr eu du mal à constituer des groupes et à faire en sorte qu'ils " fonctionnent ". Nous nous sommes aussi heurtés à deux difficultés importantes.

- la réticence de nombreux élèves, ceux qui sont d'habitude en situation de réussite, à réclamer des aides et cela malgré un contrat clair "le problème est difficile, des aides sont prévues et sont à votre disposition". S'agit-il, pour ces élèves, de la crainte d'une perte de prestige au sein de la classe, d'une question d'amour-propre ? S'agit-il du mot "aide" qui signifie pour eux donner la méthode ou la réponse. Ce rejet des aides se conjugue parfois à la surprise et l'inquiétude : voilà un problème que je ne sais pas résoudre immédiatement, il faut je cherche ; comment cherche-t-on ? A t'on le droit de faire des essais ?

- la déstabilisation de certains élèves face à un comportement inhabituel du professeur : il intervient uniquement dans les cas de blocage extrême ou pour valoriser le travail de l'élève ou du groupe lorsque le découragement s'installe. Il donne des aides à la demande. Il ne porte pas de jugement, ni sur la procédure engagée, ni sur le résultat obtenu.

Ces difficultés liées pour une large part à une modification du contrat didactique s'estomperont probablement par une pratique assez régulière des situations-problèmes.

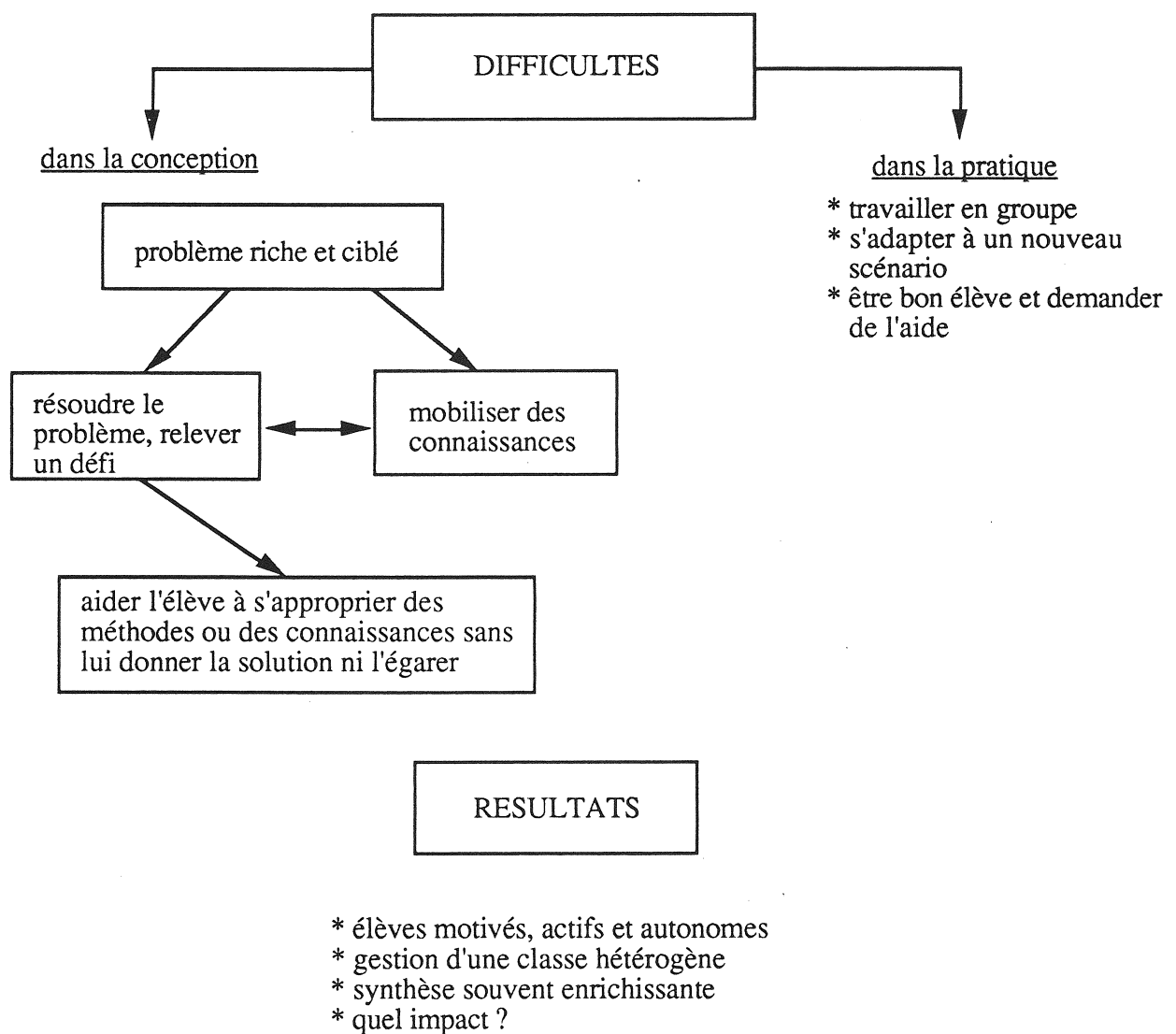
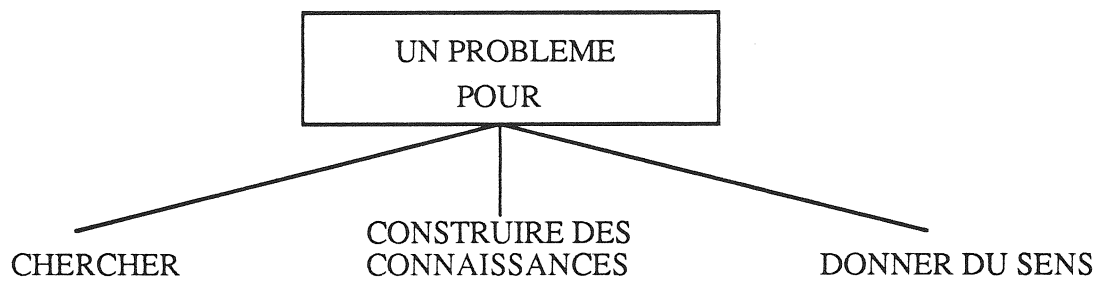
3 - Nos résultats

Il n'est guère facile de mesurer l'impact des problèmes proposés, cependant nous avons pu noter à la fois un vif intérêt des élèves et une intense activité. A l'heure où nous sommes de plus en plus souvent confrontés à un manque de motivation des élèves on ne peut que se réjouir de ce regain d'intérêt. On peut également penser que l'attitude inhabituelle de l'enseignant (peu d'interventions, pas de jugement) incitera l'élève à s'impliquer davantage dans son apprentissage.

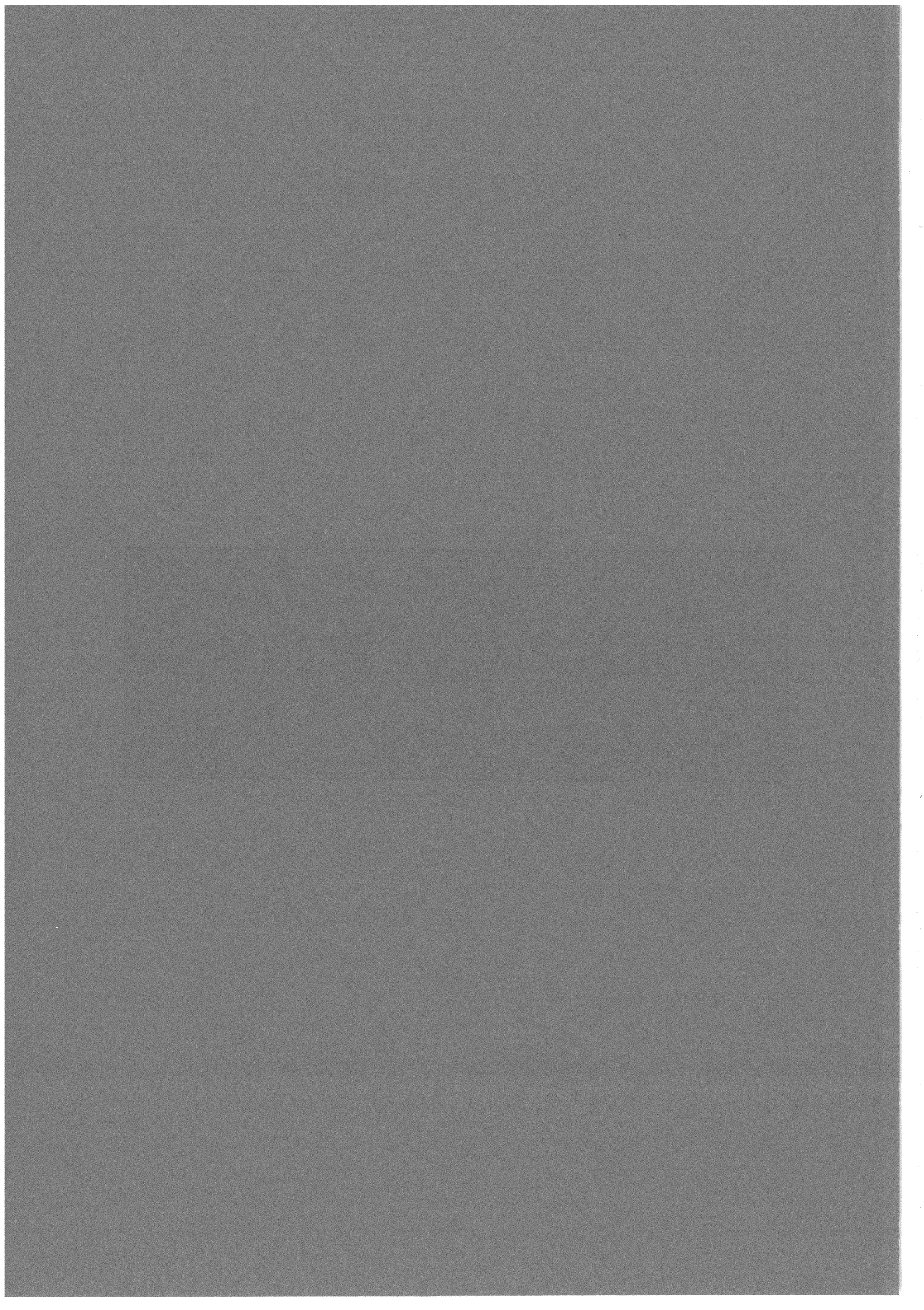
Les élèves moyens, voir en difficulté, prennent conscience que les "bons" peuvent eux aussi ne pas savoir faire et avoir besoin de chercher. Cette fois chacun peut apporter sa pierre à l'édifice, émettre des idées, faire des propositions.

L'enseignant a préparé des aides en réponse aux difficultés prévisibles des élèves ; parfois, pour une même difficulté apparentes, plusieurs niveaux d'aide sont prévus, ce qui peut permettre de pratiquer une pédagogie différenciée tout en facilitant la gestion de l'hétérogénéité de la classe.

Enfin, lors de la mise en commun, la confrontation des approches et des démarches, y compris celles conduisant à une impasse, permet une vision plus large et plus globale de la notion visée. C'est aussi l'occasion d'un exercice d'expression où il faut formuler clairement, valider et justifier.



DES PROBLEMES



DES PROBLEMES

I -	PRESENTATION.....	19
-----	-------------------	----

II - LES PROBLEMES

1 -	Deux parallélépipèdes.....	21
2 -	Farandole.....	43
3 -	Les rectangles.....	63
4 -	Promotions sur les céréales.....	71
5 -	L'âge du Grand-Père.....	87
6 -	Le problème du laitier.....	109

PRESENTATION

Les situations proposées s'adressent à des élèves de 6^e et, pour certaines, à des élèves de CM2 ; elles sont pour la plupart des adaptations de problèmes que l'on peut trouver dans les manuels.

Certains de ces problèmes permettent de franchir une étape dans l'acquisition de quelques savoirs qui nous ont semblé importants. Ils portent sur plusieurs thèmes des programmes de CM2 et 6^e.

- géométrie de l'espace : DEUX PARALLÉLÉPIPÈDES (aire et volume)
- géométrie plane : FARANDOLE (quadrilatères particuliers)
- activité numérique : LES RECTANGLES (périmètre et aire)

PROMOTIONS SUR LES CÉRÉALES
(proportionnalité)

Ce dernier problème est sans doute trop difficile et ne correspond guère aux préoccupations des élèves de 6^e, il aura davantage sa place en classe de 5^e.

Les deux autres problèmes proposés pourraient être classés dans la catégorie casse-têtes. En dehors de l'aspect ludique, quel peut-être l'intérêt de tels problèmes ? Quelle place doit-on leur réserver ? Après d'âpres discussions au sein du groupe nous avons sélectionné les deux activités suivantes :

- L'ÂGE DU GRAND-PÈRE
- LE PROBLÈME DU LAITIER

Nous avons proposé ces problèmes à quelques classes pour tenter de répondre à nos interrogations.

Si le contenu mathématique est pauvre -opérations sur des entiers- les difficultés restent importantes et il n'est peut-être pas inintéressant d'aborder de tels problèmes avec les élèves.

Il s'agit de mettre l'accent sur les méthodes -comment chercher ? comment s'organiser ? Que signifie "vérifier un résultat ?"- mais aussi de lutter contre certaines idées reçues : pour résoudre un problème il suffit d'effectuer quelques opérations, on ne doit pas tâtonner, seul le résultat compte,...

" Deux parallélépipèdes "

DEUX PARALLELEPIPEDES

Dans les classes antérieures, comme dans la vie courante, les élèves ont pu comparer, estimer, mesurer des volumes ; le volume est alors perçu comme une grandeur unidimensionnelle.

L'activité "deux parallélépipèdes" sera l'occasion de travailler sur l'aspect tridimensionnel du volume en manipulant la formule :

$$\text{Volume} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$$

CONTENUS MATHÉMATIQUES

- Parallélépipède rectangle :
 - lecture d'un dessin en perspective cavalière
 - volume : unité, méthode de calcul.
- Côté, périmètre et aire du carré.
- Division, multiplication (sens de l'opération et technique).

OBJECTIFS

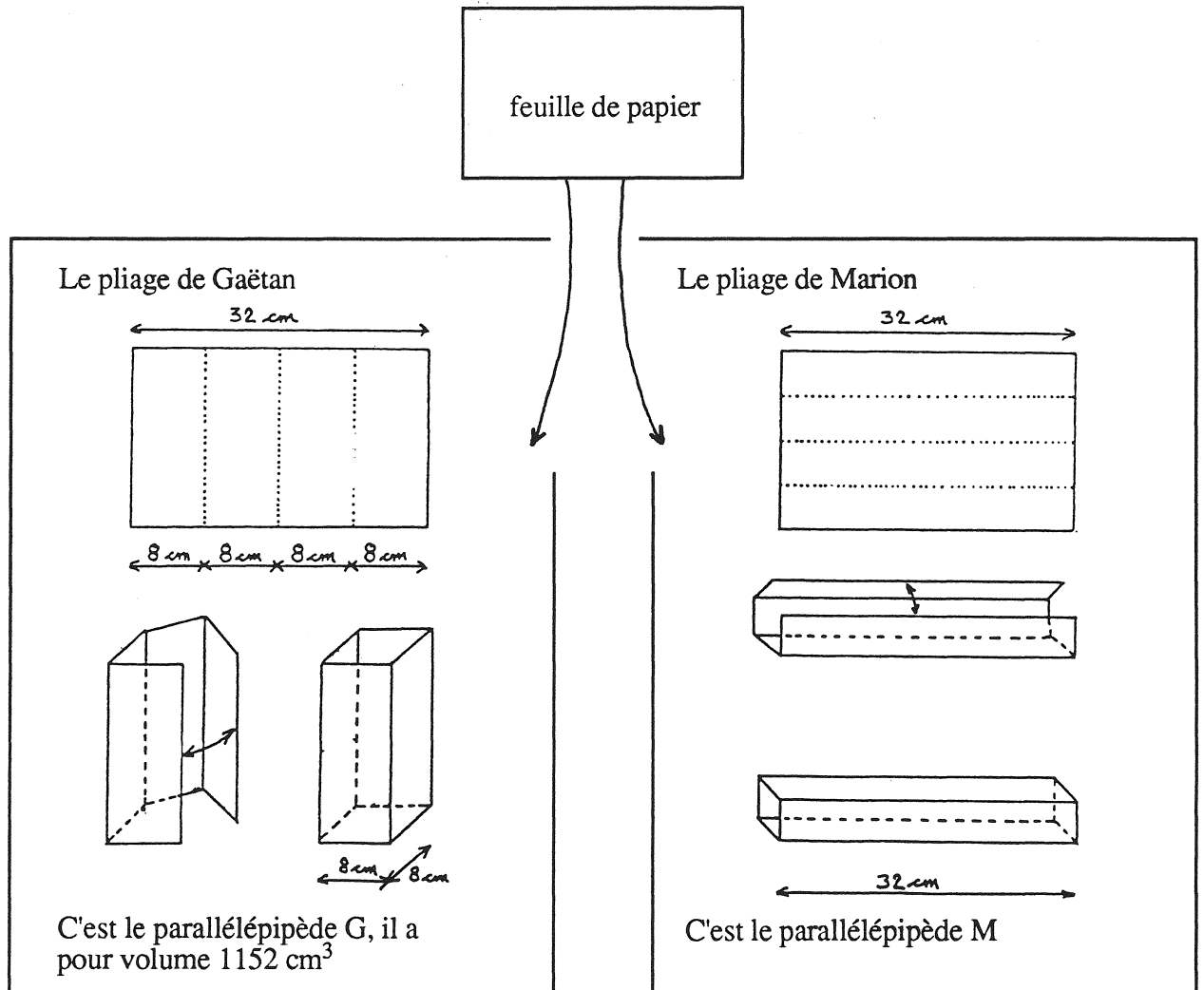
- Franchir une étape dans l'appropriation du concept de volume.
- Donner du sens à la formule du volume du parallélépipède rectangle.

PRE-REQUIS

- Savoir fabriquer, dessiner en perspective des parallélépipèdes rectangles.
- Connaître l'unité de volume cm^3 .

DEUX PARALLELEPIPEDES ou deux boîtes sans fonds ni couvercles

Gaëtan et Marion plient cette feuille :



Tu dois trouver le volume du parallélépipède M.

LE PROBLEME

Les élèves doivent s'approprier rapidement la situation pour s'engager sans attendre dans une phase active de recherche.

Le texte doit donc être compris par tous les élèves. Ils ne doivent pas être gênés par les dessins en perspective ou encore par le symbole cm^3 ce qui suppose que ces notions aient été rencontrées préalablement. Il ne s'agit donc pas ici d'introduire la géométrie de l'espace en 6^e.

Cependant compte-tenu de la persistance des difficultés à appréhender les situations de l'espace chez certains élèves quelques aides ont été prévues pour favoriser la compréhension de la situation :

- manipuler pour trouver les relations existant entre les dimensions de la feuille rectangulaire et celles des parallélépipèdes (aide : plier une feuille pour fabriquer des boîtes sans fonds ni couvercles).
- préciser le sens du mot volume et du symbole cm^3 (aide : comprendre "le parallélépipède G a pour volume 1152 cm^3 ").

Est-il préférable ou non que les élèves connaissent déjà la formule

$$V = L \times l \times h ?$$

* Si la formule n'a pas été vue en classe.

La question posée est : " tu dois trouver le volume du parallélépipède M ", les élèves ressentent donc assez vite la nécessité d'utiliser une formule. Cette formule dont ils connaissent l'existence n'est généralement pas sue. Deux options s'offrent alors à l'enseignant :

- proposer une aide qui permette de retrouver ou découvrir le mode de calcul du volume en réalisant le pavage d'un parallélépipède à l'aide de cubes de 1 cm d'arête (le lecteur trouvera en annexe quelques aides : "calculer le volume d'un parallélépipède rectangle"). Il apparaît que la "découverte" de la formule est une tâche difficile en soi et que cela nous entraîne bien loin de la situation initiale.
- demander aux élèves de trouver la formule dans des documents (livre de mathématiques, dictionnaire, agenda scolaire,...).

Dans les deux cas, la connaissance de la formule ne lève pas toutes les difficultés. En effet de très nombreux élèves perdent de vue la nécessité de déterminer la largeur de la feuille. Après avoir donné une mesure (quelconque ?) à la largeur de la feuille ou au côté de la base carrée du parallélépipède M ils utilisent la formule pour obtenir V_M . Ils ne prennent pas en compte les renseignements concernant le parallélépipède G et ne vérifient pas leur réponse en calculant V_G .

La situation est sans doute trop complexe, l'obstacle à franchir trop important.

* Si la formule a été vue en classe.

Le problème reste difficile et plusieurs élèves ont besoin d'aide mais cette fois les données concernant le parallélépipède G ne sont que rarement ignorées.

intitulé	à qui s'adressent-elles	objectifs
a/ Les deux boîtes ont-elles bien le même volume ? (*)	L'élève pense que c'est le même volume puisque c'est la même feuille.	Comparer les volumes par transvasement.
b/ Trouver la 3 ^{ème} dimension du parallélépipède G (niveaux 1 et 2).	L'élève ne parvient pas à trouver la largeur de la feuille qui est aussi la hauteur du parallélépipède G.	Niveau 1 : manipuler la formule $V = L \times l \times h$ niveau 2 : utiliser la formule.
c/ Trouver les dimensions du parallélépipède M.	L'élève a trouvé la largeur de la feuille (18 cm) et ne parvient pas à trouver les dimensions de la base du parallélépipède de M.	Calculer le côté d'un carré connaissant son périmètre.
d/ Obtenir le volume du parallélépipède G par le calcul.	L'élève a choisi une mesure de la largeur de la feuille (mesurage sur le document fourni, estimation, référence à un format connu) et a calculé V_M .	Prendre conscience que l'on ne doit pas ignorer les données concernant G, amorcer une procédure par essais pour déterminer la largeur de la feuille.
e/ Plier une feuille pour fabriquer des boîtes sans fonds ni couvercles. (*)	L'élève ne parvient pas à lire les dessins en perspective.	Fabriquer les boîtes, trouver les relations existant entre les dimensions de la feuille et celles des boîtes.
f/ Comprendre "le parallélépipède de G a pour volume 1152 cm ³ ". (*)	L'élève ne connaît pas la signification du mot volume, du symbole cm ³ .	Comprendre le texte.

* Le matériel nécessaire pour ces aides est décrit en annexe.

a -

LES DEUX BOÎTES ONT-ELLES BIEN LE MÊME VOLUME ?

En pliant ces deux feuilles rectangulaires identiques, fabrique les parallélépipèdes G et M.

Remplis le parallélépipède G puis verse son contenu dans le parallélépipède M.

Les parallélépipèdes G et M ont-ils le même volume ?

Un très grand nombre d'élèves pensent que les volumes des deux boîtes sont égaux puisque toutes deux sont fabriquées à partir d'une même feuille rectangulaire.

Objectif

Comparer les volumes des deux boîtes par transvasement pour casser cette idée (le matériel nécessaire est décrit en annexe).

Commentaire

La surprise est grande, cependant l'inégalité des volumes n'est pas contestée car la différence des deux volumes est importante ; l'expérience restera dans les mémoires.

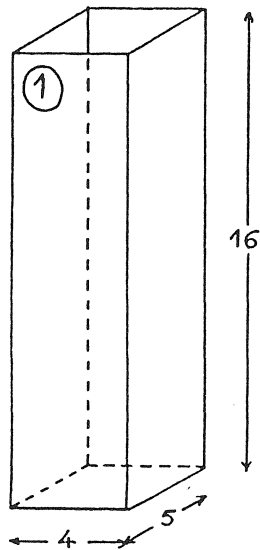
Cette aide peut être avantageusement présentée à l'ensemble de la classe pour réfuter l'idée selon laquelle les deux volumes sont égaux et ainsi relancer la recherche.

b 1 -

TROUVER LA 3ÈME DIMENSION DU PARALLÉLÉPIPÈDE G

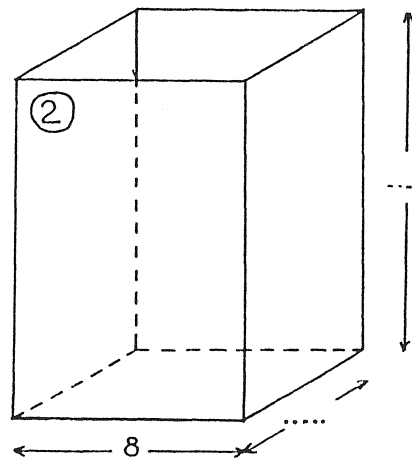
* Voici 3 boîtes représentées en perspective, les dimensions sont exprimées en cm.

Complète :



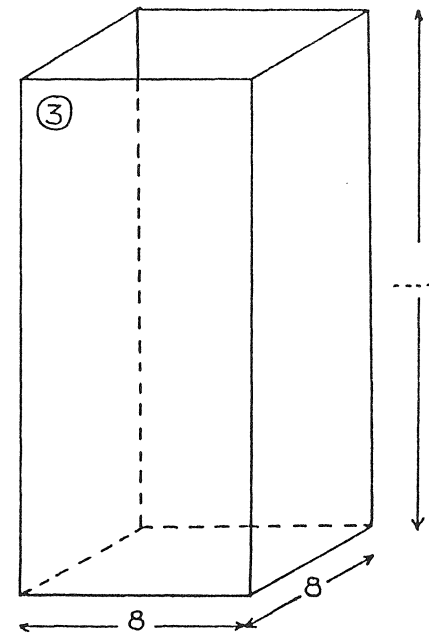
$$V = 4 \times \dots \times \dots$$

$$= \dots \text{ cm}^3$$



$$V = 8 \times 8 \times 12$$

$$= \dots \text{ cm}^3$$



$$V = 8 \times 8 \times \dots$$

$$= 1152 \text{ cm}^3$$

Laquelle de ces 3 boîtes est la boîte de Gaëtan ?

* Reviens au problème de la fiche "deux parallélépipèdes".

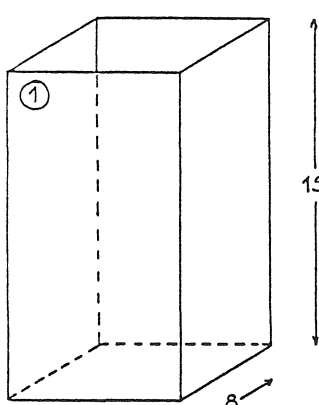
NIVEAU 2

b 2 -

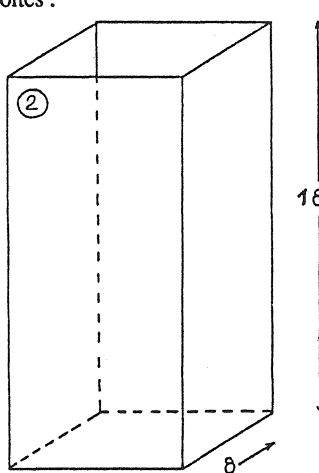
TROUVER LA 3ÈME DIMENSION DU PARALLÉLÉPIPÈDE G

* Voici 3 boîtes représentées en perspective, les dimensions sont exprimées en cm.

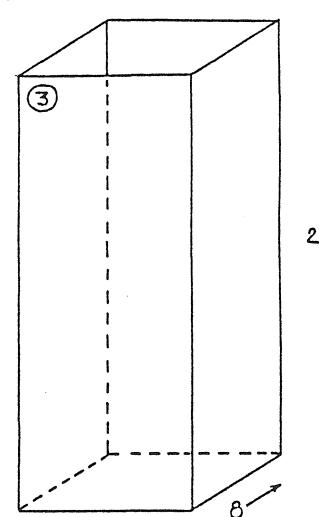
Calcule le volume de chacune de ces boîtes :



V =



V =



V =

* Lequel de ces 3 parallélépipèdes a pour volume 1152 cm^3 ?

* Quelles sont les trois dimensions de la boîte de Gaëtan ?, et

* Reviens au problème de la fiche "deux parallélépipèdes".

La plupart des élèves souhaitent connaître la largeur de la feuille rectangulaire, de plus ils se rendent compte que la largeur est aussi la hauteur du parallélépipède G mais comment calculer cette dimension ?

Objectif

Utiliser la formule $V = L \times l \times h$ pour obtenir une dimension connaissant le volume et deux dimensions du parallélépipède rectangle. Reconnaître le parallélépipède G.

Commentaire

Cette aide est fréquemment utilisée.

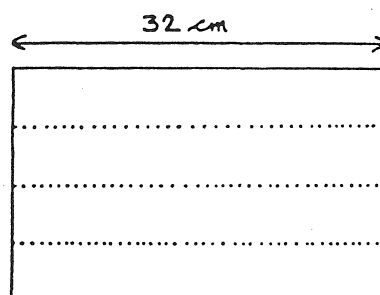
Le niveau 1 amène l'élève à manipuler la formule ; en cas d'échec le niveau 2 permet d'éviter un blocage.

c -

TROUVER LES DIMENSIONS DU PARALLÉLÉPIPÈDE M.

Le pliage de Marion.

Place la dimension 18 cm
sur ce dessin :

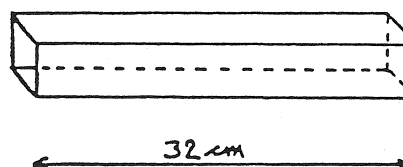


Donne les trois dimensions
du parallélépipède M :

.....
.....
.....



Calcule le volume du parallélépipède M.



C'est le parallélépipède M.

La largeur de la feuille est 18 cm mais comment trouver les dimensions de la base du parallélépipède M ?

Objectif

Calculer le côté d'un carré connaissant son périmètre.

Commentaire

Il s'agit d'annoter un dessin, d'utiliser ce dessin pour raisonner et prendre conscience que la base du parallélépipède M est carrée.

Dans les cas désespérés on pourra fabriquer la boîte de Marion à partir d'une feuille de format 18 x 32 cm puis mesurer.

d-

OBTENIR LE VOLUME DU PARALLELEPIPEDE G PAR LE CALCUL

La feuille de papier a pour longueur 32 cm et tu estimes que sa largeur est cm.

Le parallélépipède G a donc pour dimensions : 8 cm, 8 cm etcm.

Retrouve par le calcul le volume du parallélépipède G :

.....
.....
.....

La feuille rectangulaire utilisée par Gaëtan et Marion a-t-elle bien la largeur que tu as proposée ?

Connaître la largeur de la feuille est nécessaire mais comment la trouver ?

Certains renoncent à utiliser les données concernant le parallélépipède G car ils ne voient pas comment s'y prendre ; d'autres ignorent d'emblée ces données, ils donnent alors une mesure à la largeur - le plus souvent 24 cm (référence à un format connu 24 x 32 cm) parfois une autre mesure (estimation ou mesurage sur le document fourni) - puis ils calculent V_M et pensent avoir terminé.

Objectif

Prendre conscience que l'on ne doit pas ignorer les renseignements concernant la boîte de Gaëtan et qu'une vérification est souvent utile.

Commentaire

Cette aide relance la recherche et peut également amorcer une procédure par essais pour obtenir la largeur de la feuille rectangulaire.

e-

PLIER UNE FEUILLE POUR FABRIQUER DES BOITES SANS FONDS NI COUVERCLES

Voici deux rectangles de papier ; ils sont identiques.

Mesure leur longueur : cm,
puis leur largeur : cm.

En suivant les indications fournies dans le texte, fabrique les deux parallélépipèdes.

Mesure les dimensions de ces deux parallélépipèdes.

Cette aide est très peu utilisée ; plusieurs élèves ont d'eux mêmes l'idée de faire des pliages pour mieux comprendre la situation.

Objectif

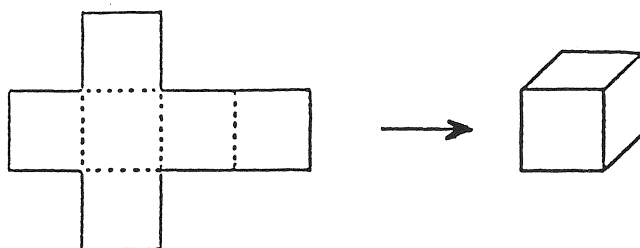
S'approprier la situation en fabriquant deux boîtes sans fonds ni couvercles.
Percevoir les relations existant entre les dimensions de la feuille et celles des boîtes.

(le matériel nécessaire est décrit en annexe)

f -

COMPRENDRE : " LE PARALLELEPIPEDE G A POUR VOLUME 1152 cm^3 "

Le dessin ci-dessous est un patron d'un cube de 1cm d'arête :



Ce patron permet de fabriquer un cube dont le volume est 1 cm^3 (un centimètre cube).

Voici quelques cubes de volume 1 cm^3 .

Le cm^3 est une unité de volume.

La phrase " le parallélépipède G a pour volume 1152 cm^3 " signifie que l'on peut ranger 1152 cm^3 d'arête dans le parallélépipède G.

Si la formule $V = L \times l \times h$ a été introduite avant la recherche de ce problème, cette aide peut paraître superflue.

Dans le cas contraire - recherche de la formule dans un document par exemple - elle sera plus pertinente.

Objectif

Comprendre la signification du mot volume et du symbole cm^3 .

(le matériel nécessaire est décrit en annexe).

Compte-rendu d'une expérimentation en classe de 6e (28 élèves)

Durée totale : 2 séances de 55 minutes.

Les élèves ont déjà utilisé la formule $V = L \times l \times h$ pour calculer le volume d'un parallélépipède connaissant ses trois dimensions.

Le travail est découpé en 4 phases :

*** 1ère séance**

- recherche individuelle (10 minutes environ)
- première mise en commun, débat.
- recherche en binômes, des aides sont disponibles.

*** 2ème séance**

- deuxième mise en commun et synthèse.

1) la recherche individuelle

Des pliages sont réalisés. Divers avis sont émis :

- on n'a pas de largeur de la feuille.
- la largeur de la feuille est 24 cm.
- les deux boîtes ont le même volume.

2) 1ère mise en commun

Elle a permis :

- de repréciser le texte : les pliages réalisés par certains sont présentés à la classe.
- de discuter à propos de la largeur de la feuille : la proposition 24 cm (en référence au format connu 24 x 32 cm) est repoussée par quelques uns car le volume de G serait de 1536 cm^3 . Certains en déduisent que la largeur est inférieure à 24 cm ; cela induira sans doute une recherche de la largeur par tâtonnement.
- de constater que les deux volumes ne sont pas égaux (à l'issue de la recherche individuelle, 25 élèves en sont arrivés à la conclusion : les volumes sont égaux). L'enseignant compare les 2 volumes par transvasement (aide : les 2 boîtes ont-elles bien le même volume ?).

La surprise est grande, l'inégalité des volumes n'est pas contestée compte tenu de l'importance de la différence des deux volumes.

3) recherche en binômes

Chacun doit rédiger sa solution, après 15 minutes de recherche, l'enseignant propose une aide " trouver la troisième dimension du parallélépipède G ". Quelques élèves bloquent après avoir trouvé la largeur de la feuille rectangulaire, l'aide " trouver les dimensions du parallélépipède M " leur permettra de surmonter la difficulté.

4) 2ème mise en commun, synthèse

Les différentes démarches sont présentées et commentées.

BILAN

	Les étapes clés :		
	trouver la largeur de la feuille	trouver les dimensions de la base de M	calculer V_M
sans aucune aide	essais 10 calculs 5	calcul ou raisonnement sur dessin 15	15
avec aide : " trouver la 3ème dimension de G "	13 2 élèves tâtonnent pour obtenir 18 cm	13 6 élèves utilisent l'aide " trouver les dimensions de M "	13

La motivation est importante, elle est encore amplifiée par l'observation de l'inégalité des 2 volumes. Ce résultat inattendu et spectaculaire restera gravé dans les mémoires.

La réussite finale est bonne.

ANNEXE 1

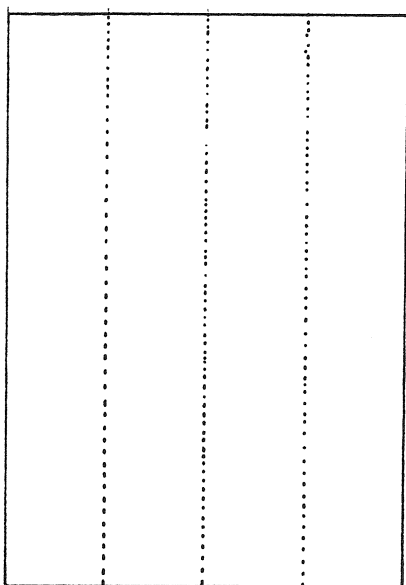
Le matériel nécessaire pour les aides.

* Aide : Plier une feuille pour fabriquer des boîtes sans fond ni couvercle.

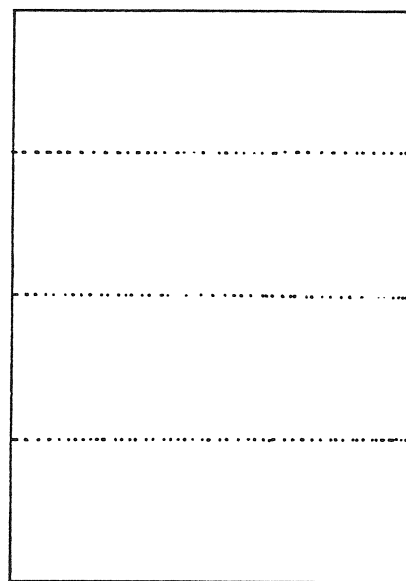
- 2 rectangles de format 14 cm x 20 cm

* Aide : Les deux boîtes ont-elles bien le même volume ?

- 2 rectangles de format 14 cm x 20 cm ; la trace des plis est marquée (voir schéma).



le pliage de Marion



le pliage de Gaëtan

- une languette et un fond pour chaque boîte
- des trombones pour l'assemblage
- un paquet de riz

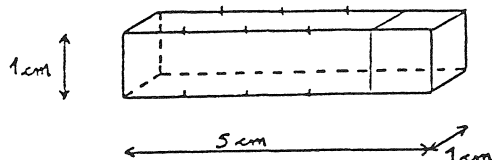
* Aide : Comprendre : " le parallélépipède G a pour volume 1152 cm^3 "

- quelques cubes de 1 cm d'arête (matériel utilisé " autrefois " en sciences physiques).

ANNEXE 2

Quelques suggestions d'aides pour introduire la formule de calcul du volume d'un parallélépipède rectangle.

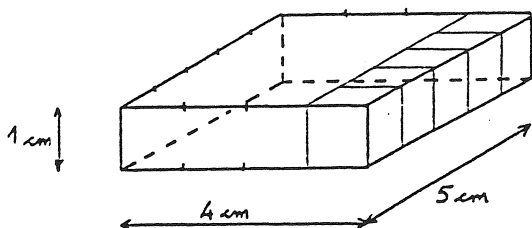
CALCULER LE VOLUME D'UN PARALLELEPIPEDE RECTANGLE



Combien de cubes de 1 cm d'arête pourrait-on ranger au maximum dans la boîte représentée ci-contre ?
.....

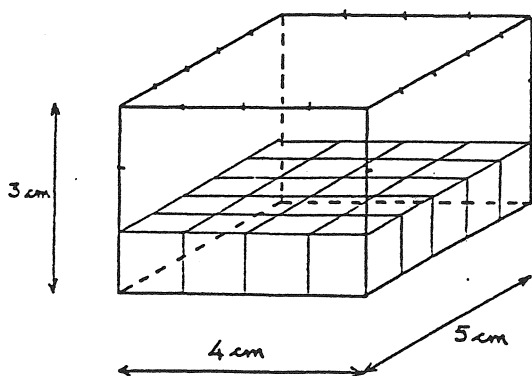
Complète le dessin pour faire apparaître ces cubes.

Cette boîte a donc pour volume :
..... cm^3 .



Dans cette boîte on peut ranger au maximum cubes de 1 cm d'arête.

Cette boîte a donc pour volume :
..... cm^3 .



On peut ranger au maximum dans cette boîte cubes de 1 cm d'arête.

Cette boîte a donc pour volume :
..... cm^3 .

Un parallélépipède a pour dimensions 10 cm, 5 cm et 2 cm ; calcule son volume :

.....
.....

Que te manque-t-il pour calculer le volume du parallélépipède M ?

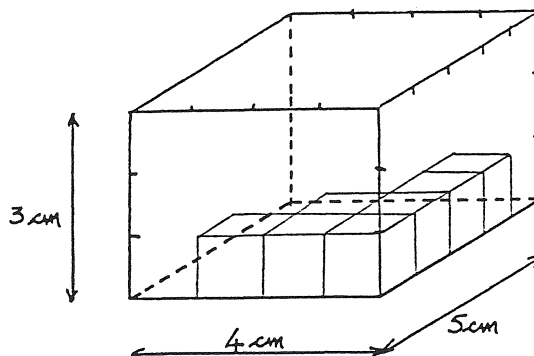
CALCULER LE VOLUME D'UN PARALLELEPIPEDE RECTANGLE (NIVEAU 1)

* On a placé quelques cubes de 1 cm d'arête au fond de cette boîte.

Combien de cubes de 1 cm d'arête cette boîte peut-elle contenir au maximum ?

.....

Ce nombre est le volume de la boîte exprimé en cm^3 .



* Un parallélépipède a pour dimensions 10 cm, 5 cm et 2 cm ; calcule son volume :

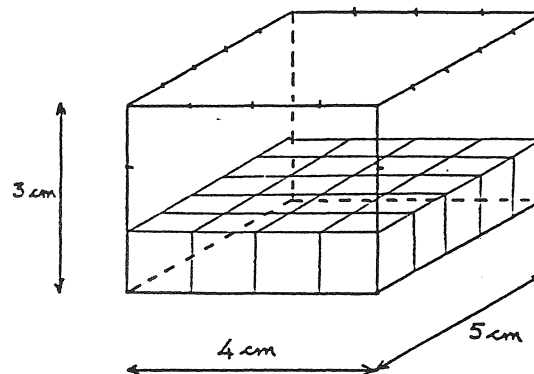
.....

* Que te manque-t-il pour calculer le volume du parallélépipède M ?

CALCULER LE VOLUME D'UN PARALLELEPIPEDE RECTANGLE (NIVEAU 2)

* On a rangé des cubes de 1 cm d'arête au fond de cette boîte, il y en a

Combien de cubes de 1 cm d'arête cette boîte peut-elle contenir au maximum ?



Ce nombre est le volume de la boîte exprimé en cm^3 .

* Un parallélépipède a pour dimensions 10 cm, 5 cm et 2 cm ; calcule son volume :

.....

* Que te manque-t-il pour calculer le volume du parallélépipède M ?

.....

" Farandole "

" FARANDOLE "

En CM2 et surtout en sixième, les acquis sur les quadrilatères sont très disparates. Nous avons choisi cette situation-problème (d'après " Cerf-volant " : Hatier 6ème) car elle est accessible à tout élève et elle va leur permettre de découvrir ou de réinvestir des propriétés.

CONTENUS MATHEMATIQUES

- Tracés géométriques élémentaires, reports de longueur, tracés de droites perpendiculaires et parallèles, constructions de triangles...
- Rectangles, carrés et losanges :
connaissances des figures et utilisation des propriétés.

OBJECTIFS POUR L'ELEVE

- Reproduire une figure en respectant des contraintes données sur une figure ou dans un texte.
- Utiliser des instruments avec précision et soin.
- Découvrir des propriétés par des activités de puzzles ou de construction.
- Utiliser ces propriétés pour réaliser une construction.
- Lecture d'un document : recherche de données.

NIVEAU REQUIS

Début CM2

" FARANDOLE "

Reproduire cette figure en vraie grandeur.

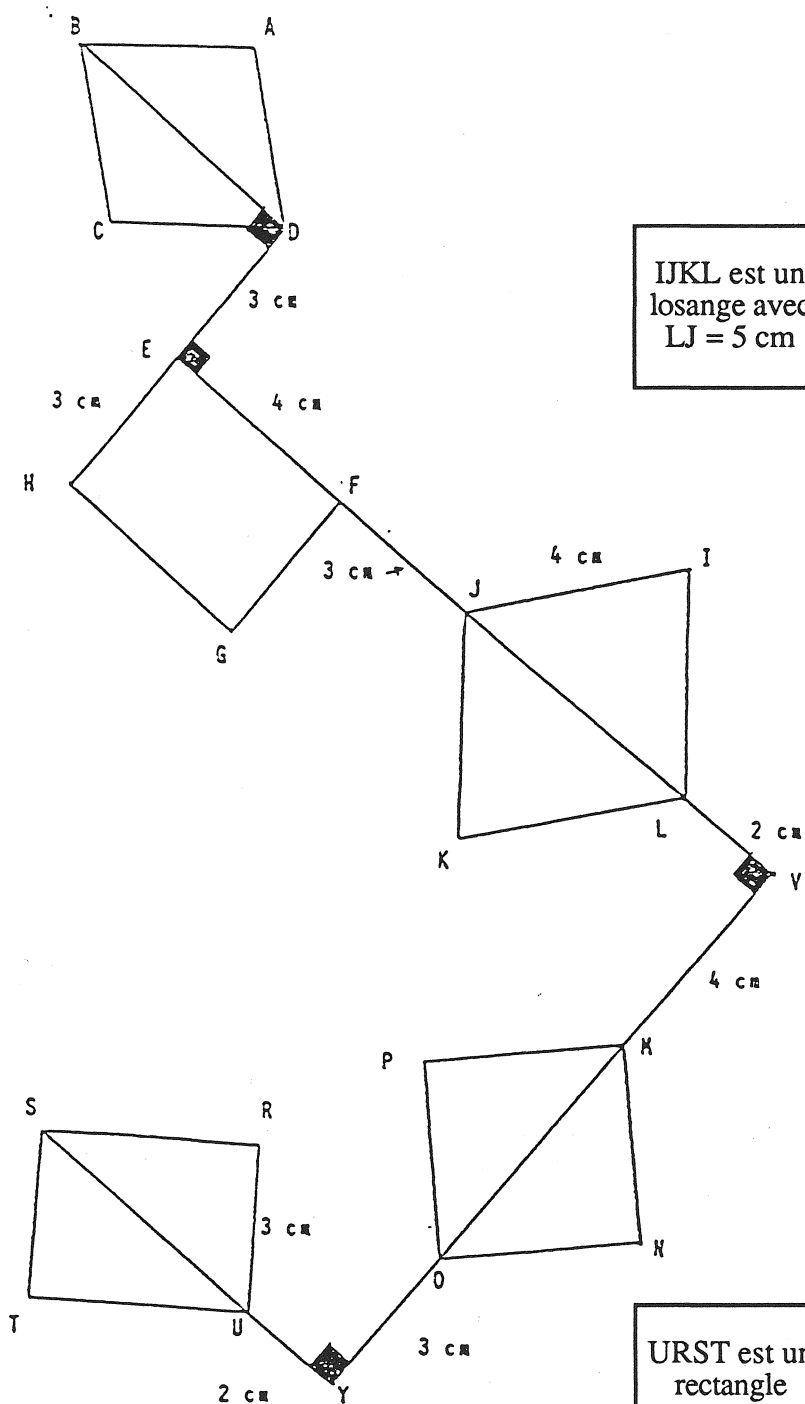
EFGH est un rectangle

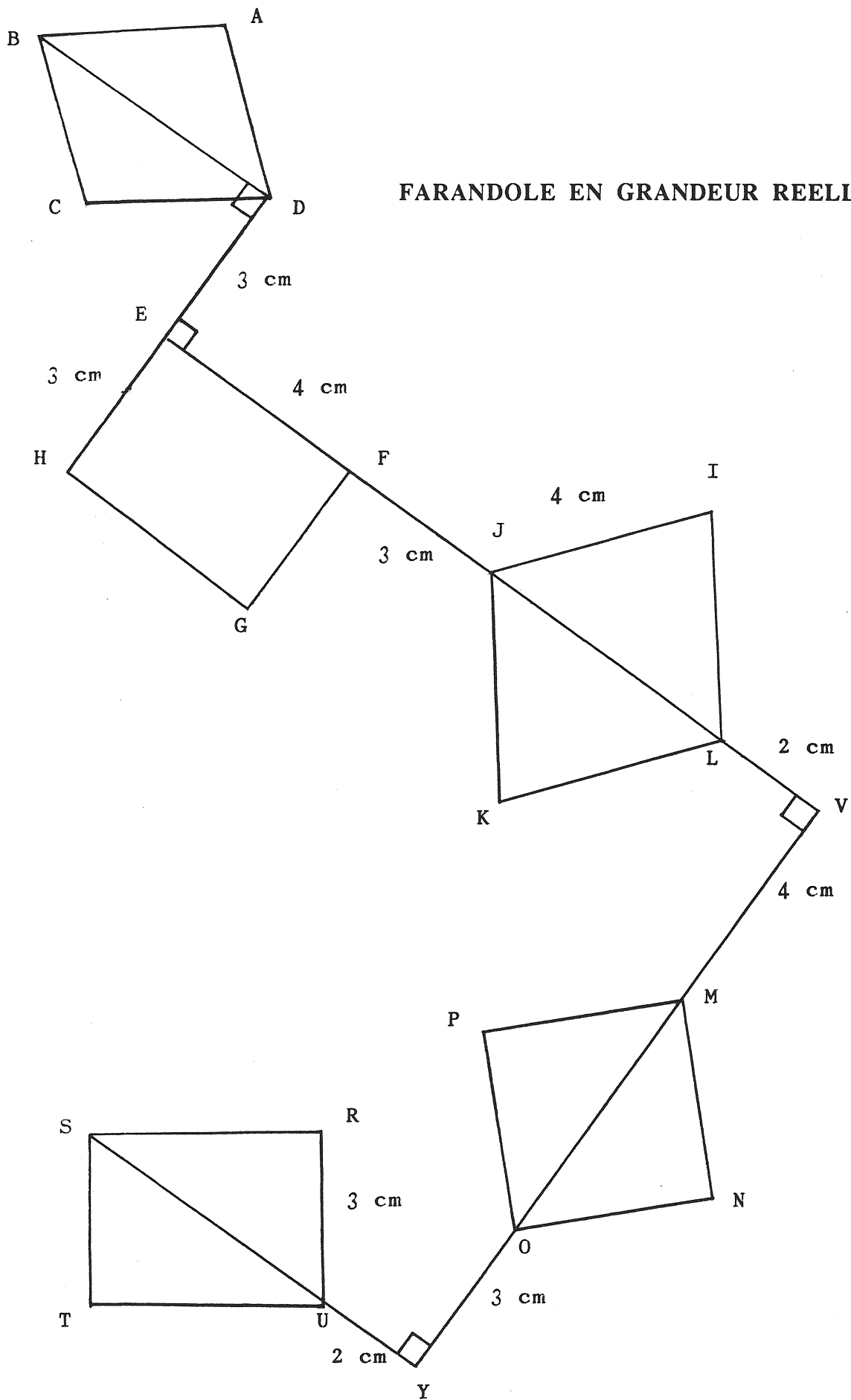
ABCD est un losange, ses diagonales mesurent 5 cm et 4 cm.

MNOP est un carré, sa diagonale [MO] mesure 5 cm

IJKL est un losange avec $LJ = 5$ cm

URST est un rectangle avec $US = 5$ cm





FARANDOLE EN GRANDEUR REELLE

EXPERIMENTATION EN CM2

32 élèves sont répartis dans deux salles par groupes de deux : trois instituteurs et les cinq membres du groupe sont présents.

Aucun travail préliminaire sur les quadrilatères n'a été fait.

CONSIGNES DONNEES AUX ELEVES

" Vous devez réaliser cette figure sur la feuille placée devant vous (A3 blanche) en respectant les dimensions écrites sur le dessin ou sur les étiquettes.

Vous travaillerez par groupes de 2, mais chacun devra réaliser sa propre figure.

Les adultes sont là pour voir comment vous procédez ou pour vous distribuer des aides ponctuelles si vous en avez besoin ".

DEROULEMENT DE LA SEANCE D'UNE HEURE

Le démarrage est un peu difficile :

Le problème les surprend car les tâches sont nombreuses ;

Les données ne sont pas toujours près de la figure, (ce travail de recherche les dérouté quelque peu).

Cette séance a lieu en fin de journée, un vendredi.

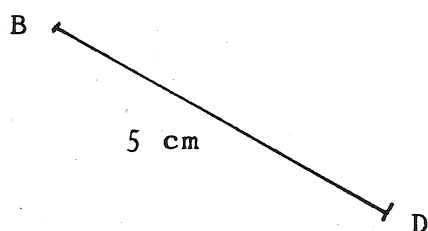
Les " observateurs " encouragent les élèves qui se mettent au travail !

AIDE POUR LE LOSANGE ABCD

- * Puzzle avec les équerres

Assemble 4 équerres pour obtenir un losange plein.

- * Construction du losange ABCD

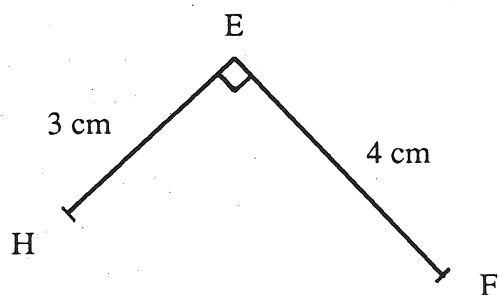


Trace la diagonale [AC], $AC = 4$ cm.

Termine le losange ABCD.

Retourne sur FARANDOLE.

AIDE POUR LE RECTANGLE EFGH



Termine le rectangle EFGH.

Reviens à FARANDOLE.

LOSANGE ABCD (réalisé par les 32 élèves)

Quelques élèves se posent des questions sur le mot " losange ". Un des observateurs leur donne l'aide " reconnaissance ", (en annexe) et leur demande de repérer les losanges : la réussite est bonne.

Aide pour ABCD (utilisée par 24 élèves)

Puzzle avec les équerres (en annexe).

L'assemblage de 4 équerres pour former un losange leur permet de découvrir les propriétés des diagonales.

Certains élèves ne complètent pas la construction de l'aide et se lancent directement sur leur feuille.

4 élèves ont besoin d'un coup de pouce pour terminer leur puzzle.

RECTANGLE EFGH (réalisé par les 32 élèves)

La réussite de la figure est bonne mais le tracé est parfois imprécis car l'équerre n'est pas toujours parfaitement positionnée.

Aide pour EFGH (elle est nécessaire pour 2 élèves)

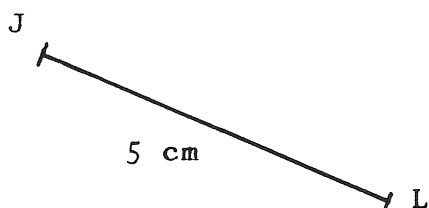
Compléter le rectangle ne leur pose pas de problème. Ils reviennent ensuite sur leur feuille.

AIDE POUR LE LOSANGE IJKL, NIVEAU 1

* Puzzle avec les triangles

Assemble 2 triangles pour obtenir un losange.

* Construction du losange IJKL



Place le point I.

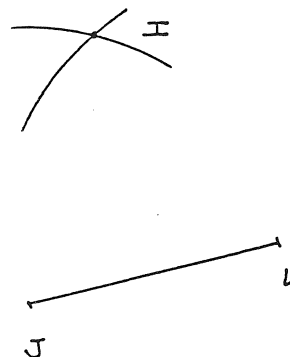
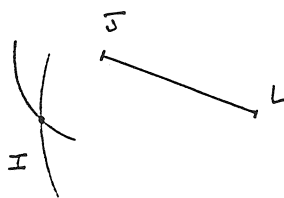
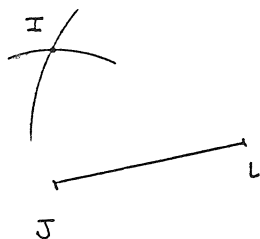
Termine le losange IJKL.

Reviens à FARANDOLE.

AIDE POUR LE LOSANGE IJKL, NIVEAU 2

Quelle construction nous donne un triangle IJL isocèle avec

$IJ = IL$?



Reviens au triangle IJL de FARANDOLE.

LOSANGE IJKL (réalisé par les 32 élèves)

Deux procédures sont utilisées :

Certains élèves se resservent de leur découverte sur les diagonales (avec plus ou moins de succès).

D'autres tracent les triangles isocèles, mais tous n'utilisent pas le compas, ce qui entraîne des imprécisions dans le tracé.

Aide pour IJKL (utilisée par 18 élèves)

- | | |
|-------------------|--|
| Niveau 1 : | Puzzle triangles
L'association de 2 triangles pour obtenir un losange leur montre que les 2 triangles doivent être isocèles et superposables. |
| Niveau 2 : | L'aide permet de reconnaître la construction d'un triangle isocèle au compas. |

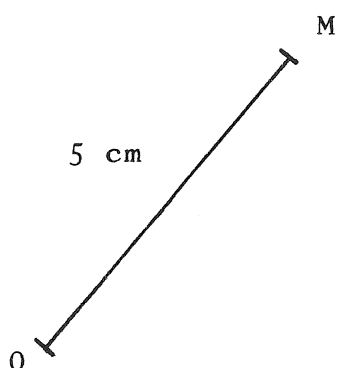
Les " observateurs " ont dû, parfois, se transformer en animateurs pour que chaque élève arrive au but.

AIDE POUR LE CARRE MNOP

* Puzzle avec les équerres

Assemble 4 équerres pour obtenir un carré plein.

* Construction du carré MNOP



Trace l'autre diagonale [NP]

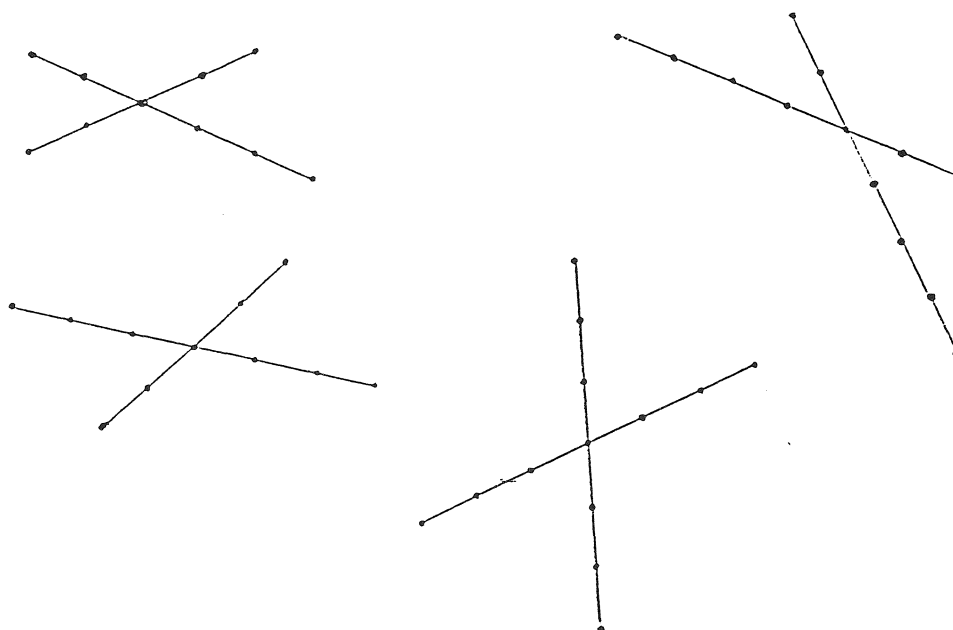
Termine ce carré.

Reviens à FARANDOLE.

AIDE POUR LE RECTANGLE URST, NIVEAU 1

On a dessiné les diagonales de 4 quadrilatères.

Trace les côtés de ces quadrilatères.



Et maintenant, sais-tu tracer le rectangle URST ?

CARRE MNOP (réalisé par 25 élèves)

Six élèves le construisent sans difficulté.

L'apparente " non-connaissance " de la diagonale [PN] rend l'aide nécessaire pour les autres.

Aide pour MNOP (utilisée par 19 élèves)

Puzzle avec les équerres.

L'assemblage de 4 équerres pour obtenir un carré permet une découverte rapide des propriétés des diagonales du carré.

La figure vient vite ensuite mais elle n'est pas toujours précise.

RECTANGLE RSTU (réalisé par 9 élèves)

2 élèves le construisent directement.

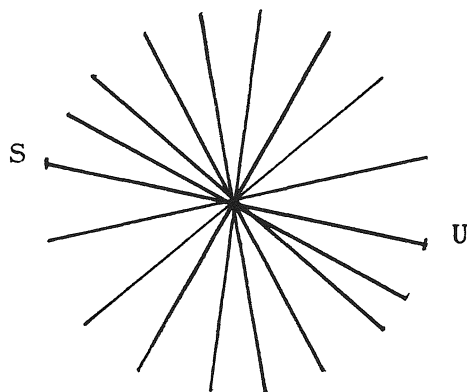
Aide pour RSTU (utilisée par 7 élèves)

Niveau 1 : Après avoir tracé les côtés des quadrilatères la propriété des diagonales apparaît clairement.

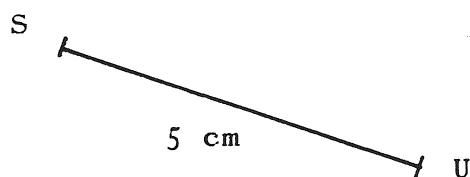
Niveau 2 : Les élèves hésitent à l'utiliser, préférant tâtonner en faisant glisser l'équerre et puis, la fin de la séance approchant, la fatigue se fait sentir.

AIDE POUR LE RECTANGLE URST, NIVEAU 2

Zoé a tracé plusieurs diagonales pour obtenir un rectangle. Laquelle faut-il choisir pour obtenir le rectangle URST de FARANDOLE ?



Termine le rectangle URST, tu peux utiliser ton compas.



BILAN DE L'EXPERIMENTATION EN CM2

Nous demandions beaucoup à des élèves encore jeunes et dans un temps trop court.

En conséquence les observateurs sont sortis de leur " neutralité " :

Il a fallu relancer, questionner, inciter à la vérification... mais les propriétés ont été découvertes par les élèves et les figures ont été réalisées par eux, c'est l'essentiel !

Les figures obtenues sont propres dans l'ensemble mais leur nombre diffère beaucoup d'un groupe à l'autre car certains élèves ont eu tout à découvrir.

FARANDOLE a permis d'atteindre les objectifs fixés.

La réussite est bonne.

TABEAU DES REUSSITES

		ABCD	EFGH	IJKL	MNOP	URST
feuille avec	5 fig. (9)	9	9	8	8	8
	4 fig. (16)	16	16	12	16	
	3 fig. (7)	6	6	4		

Il est clair qu'une deuxième heure aurait été nécessaire pour permettre à chacun de terminer.

Le rectangle URST présente le plus de difficulté.

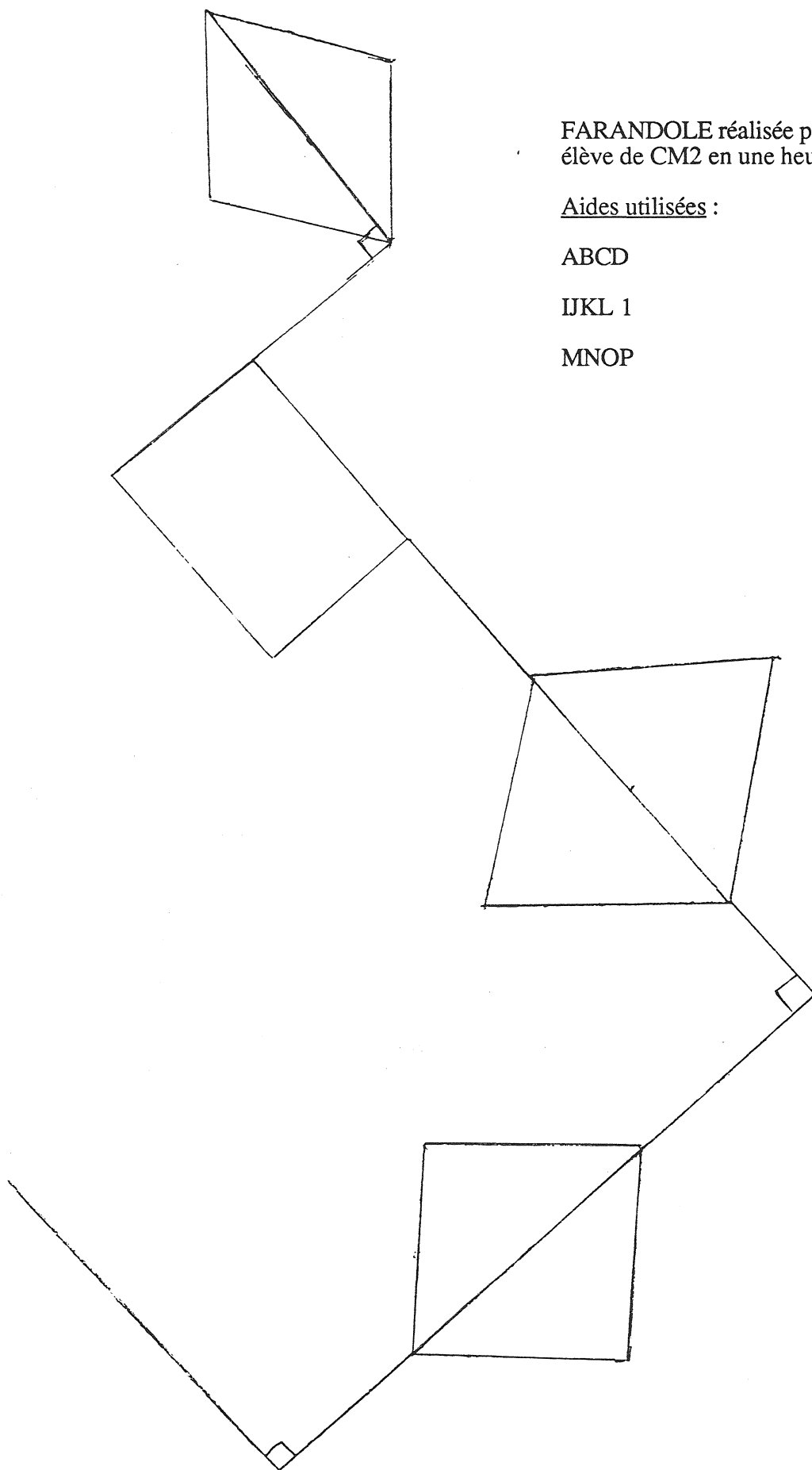
FARANDOLE réalisée par une
élève de CM2 en une heure.

Aides utilisées :

ABCD

IJKL 1

MNOP



EXPERIMENTATION EN SIXIEME SUR DEUX HEURES

Nous avons expérimenté **FARANDOLE** dans plusieurs classes de sixième, de niveaux différents.

La réussite a été bonne car ils ont disposé de plus de temps.

Toutefois le rectangle RSTU est difficile à construire et l'aide de niveau 2 n'a pas toujours bien rempli son rôle : les élèves préférant faire glisser l'équerre.

Dans la version finale l'utilisation du compas est maintenant suggérée.

Au cours de la deuxième heure, nous avons demandé aux élèves plus rapides de décrire leur construction pour chaque quadrilatère.

Nous avons quelquefois obtenu des répétitions de données ou des textes dont le vocabulaire géométrique était mal employé. La rédaction d'un programme de construction est un exercice important mais difficile pour des élèves de sixième.

BILAN DE L'EXPERIMENTATION EN SIXIEME

Les élèves ont visiblement pris plaisir à réaliser la " FARANDOLE ", sans doute en partie parce qu'ils avaient en face d'eux un exercice inhabituel.

La plupart des élèves ont éprouvé la nécessité de découvrir d'autres propriétés pour avancer dans leur travail : les découvertes ont été faites par eux-mêmes, lors de manipulations (puzzles, figures à compléter...).

Les autres élèves ont dû " trier " leurs connaissances et choisir " l'outil " approprié à chaque construction demandée.

La description par écrit des procédures utilisées a mobilisé toute leur réflexion.

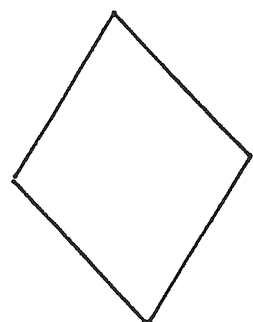
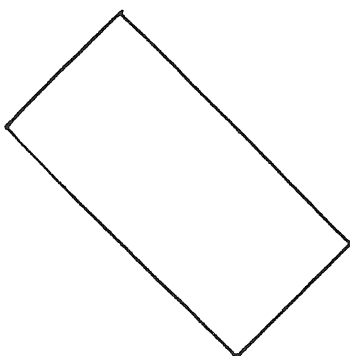
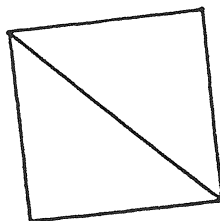
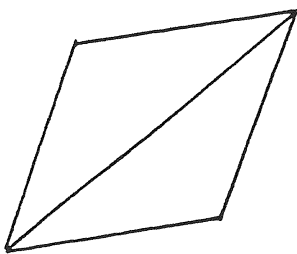
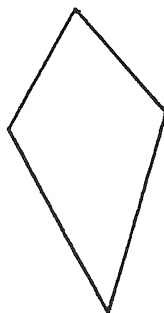
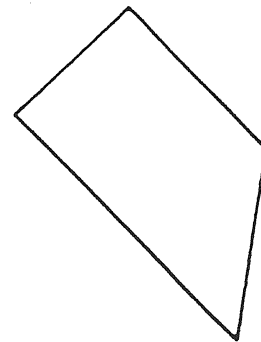
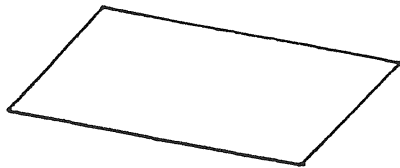
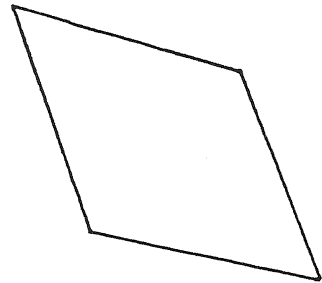
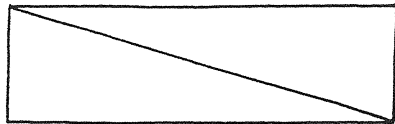
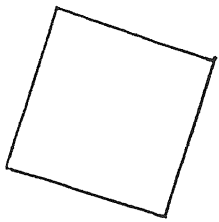
L'utilisation d'un calque a permis la validation par chaque élève de sa propre figure.

D'autres activités sur les quadrilatères ont été nécessaires pour que le savoir s'institutionnalise.

ANNEXE

Reconnaître des quadrilatères.

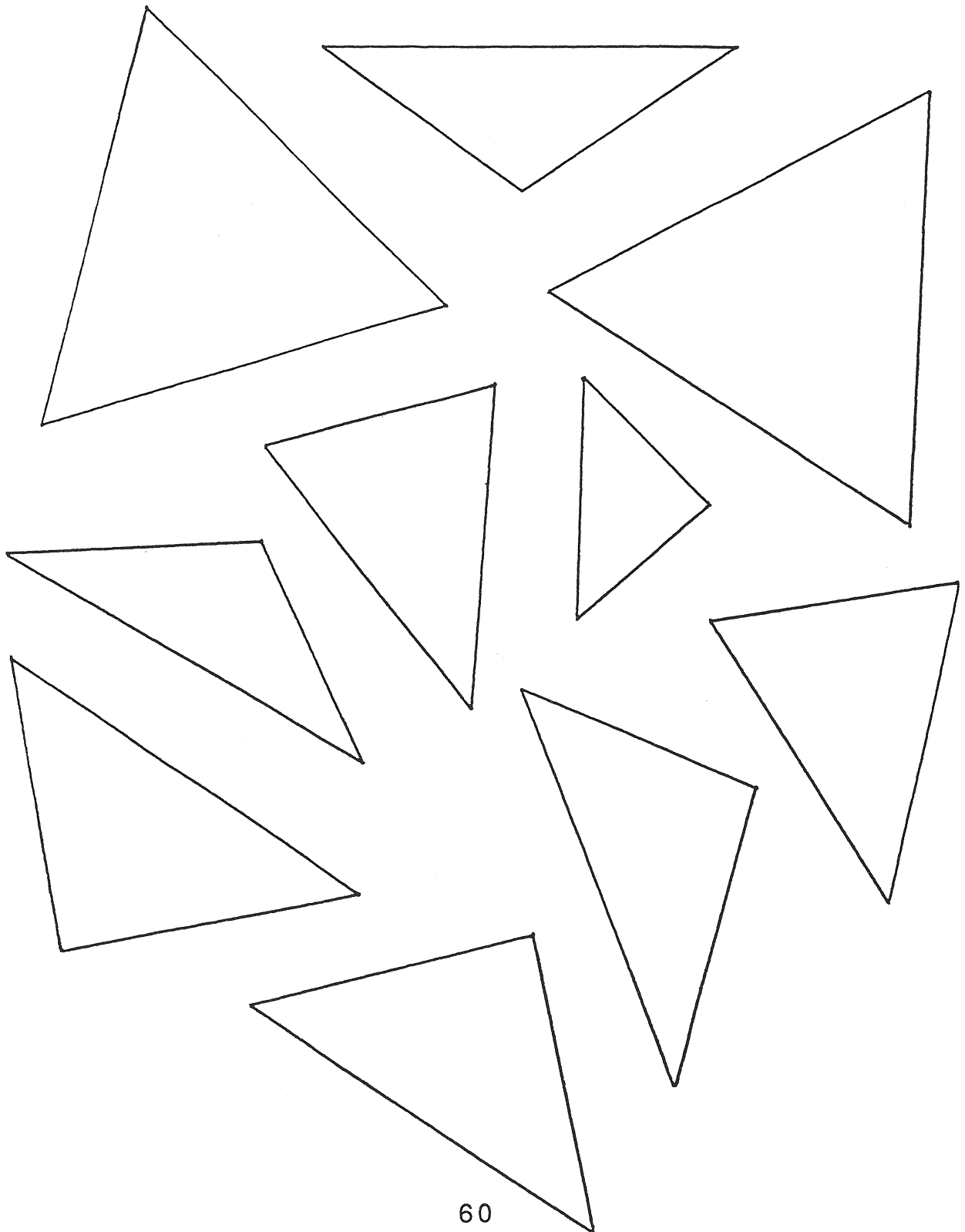
Pour chaque figure, indiquer son nom.



ANNEXE

PUZZLE AVEC LES TRIANGLES.

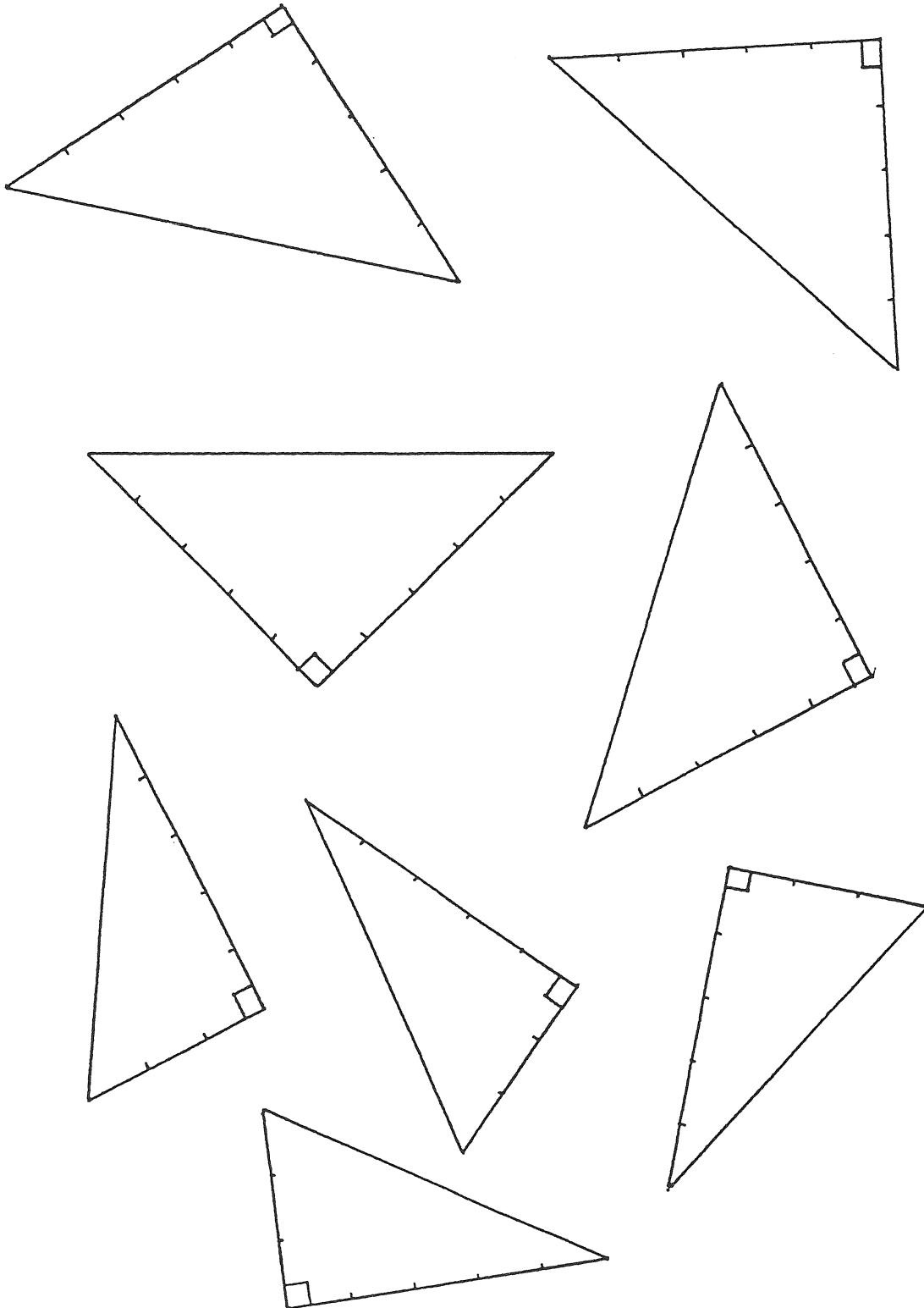
(Donner les pièces dans une enveloppe)



ANNEXE

PUZZLE AVEC LES EQUERRES.

(Donner les pièces dans une enveloppe)



" Les rectangles "

LES RECTANGLES

La confusion entre l'aire et le périmètre est grande chez les jeunes élèves car ils n'en maîtrisent pas totalement le sens.

Cette situation-problème (d'après une activité de L'IREM de Grenoble) leur permet de faire la distinction.

CONTENUS MATHEMATIQUES

- Aire du rectangle.
- Périmètre du rectangle, calcul d'une dimension.
- Calcul numérique.
- Représentation graphique (utilisation d'un tableur).

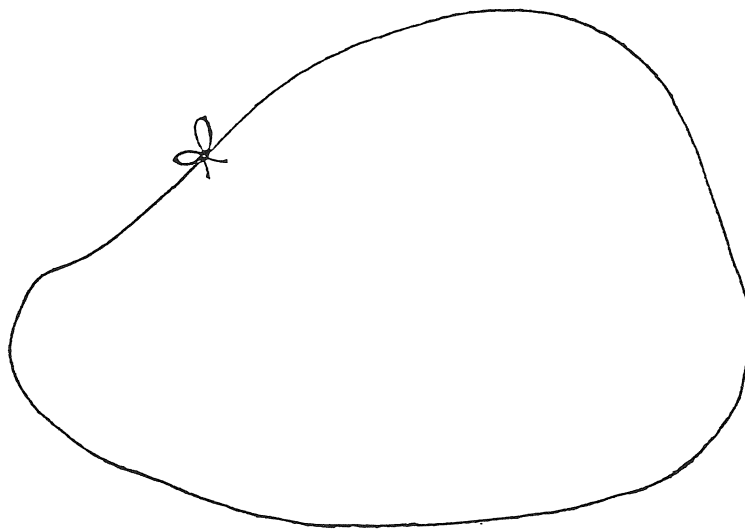
OBJECTIFS ELEVE

- Distinguer périmètre et aire d'un rectangle.
- Organiser des calculs dans un tableau.
- Réaliser un graphique.
- Rechercher le maximum d'une courbe.

PRE-REQUIS

- Connaître le mot rectangle.
- Avoir rencontré les notions de périmètre et d'aire.

LES RECTANGLES...

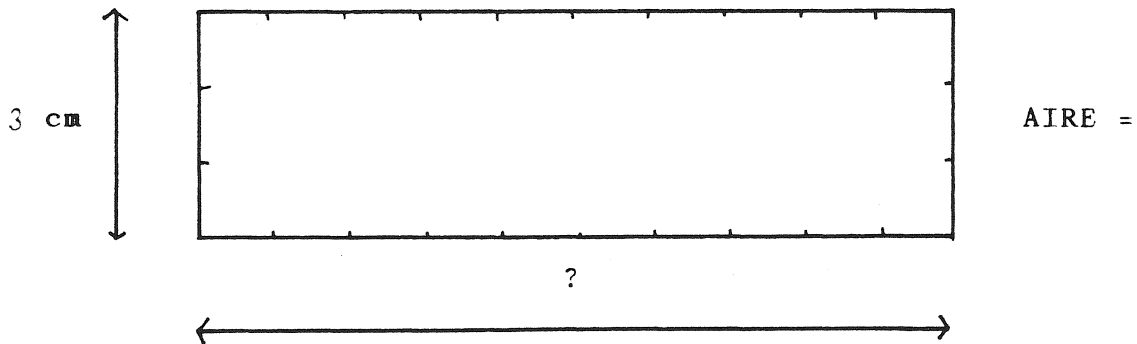
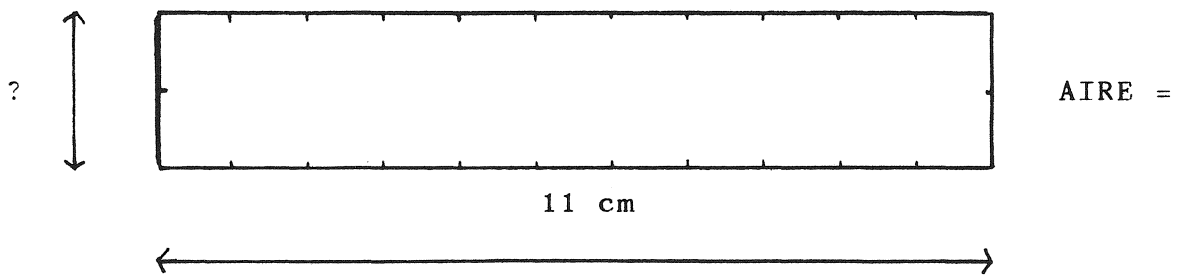


Avec cette ficelle nouée, de longueur 26 cm, on peut réaliser des rectangles...

Chercher les dimensions du rectangle qui a l'aire la plus grande.

AIDE

Avec la ficelle, on peut obtenir ces 2 rectangles.



Pour chaque rectangle, indique la deuxième dimension et calcule son aire.

Il y a d'autres rectangles possibles, cherche les dimensions de celui qui a l'aire la plus grande.

EXPERIMENTATION

La séance se déroule en 55 minutes dans une classe de sixième de 28 élèves.

10 H : Le professeur distribue le problème aux élèves et leur demande d'y réfléchir.

10 H 05 : Il leur montre un lacet de 26 cm noué, et à l'aide de 4 punaises, il forme des rectangles différents sur une plaque de polystyrène.

" Ils ont la même aire " affirment les élèves.

Le professeur leur demande alors de tracer des rectangles possibles sur une feuille quadrillée et de calculer leurs aires.

Les élèves travaillent par 2.

10 H 15 : Le professeur propose l'aide ci-jointe à 4 groupes qui ne démarrent pas.

Pour les autres, après avoir tracé 2 rectangles et calculé leurs aires, le résultat obtenu les laisse perplexes : l'aire a changé...

Certains vérifient leurs calculs.

Un troisième rectangle est nécessaire pour lever le doute.

Les 4 groupes qui ont bénéficié de l'aide font bien sûr les erreurs $26 - 3$ ou $26 - 11$ pour trouver la deuxième dimension.

La validation de la réponse est rapide, par le calcul du périmètre.

10 H 25 : Les élèves ont terminé la fiche AIDE et tracent d'autres rectangles.

Parmi eux, un groupe a cherché la formule d'aire dans le livre, un autre a tracé le quadrillage et compté les carreaux.

Très vite, certains groupes arrivent au rectangle 6 cm sur 7 cm.

Le professeur écrit au tableau :

" Les dimensions peuvent être des nombres à virgule ".

Dans la recherche par tâtonnement, certains sont très méthodiques et réalisent des tableaux, pas tous...

L'activité dans la classe est intense, les discussions sont vives au sein des groupes et le niveau sonore est assez élevé, mais ils travaillent !

Plusieurs groupes approchent du rectangle 6,5 cm sur 6,5 cm.

Deux groupes le proposent :

" Le carré est-il un rectangle ? " demandent-ils.

Le professeur ne répond pas. Les autres s'arrêtent à 6,4 cm sur 6,6 cm. Un autre groupe propose 6,59 cm sur 6,41 cm.

10 H 45 : Tous les groupes sont près de la solution et le professeur propose alors une mise en commun des recherches.

Lors de la synthèse un tableau récapitulatif est réalisé et la distinction périmètre/aire est réaffirmée.

Une discussion s'engage sur la conclusion 6,5 cm sur 6,5 cm.

A la fin le professeur indique que les dimensions d'un rectangle peuvent être égales : on obtient alors un rectangle particulier : le carré.

Un élève s'inquiète : *" Mais un rectangle n'est pas un carré ! " " Un carré est un rectangle "* répond un autre élève.

Le débat n'est pas clos : il sera repris lors de l'étude des quadrilatères.

Dans une autre sixième, un collègue a utilisé le cadre graphique, au cours d'une deuxième heure.

Il a demandé aux élèves de représenter les variations de l'aire du rectangle en fonction d'une des 2 dimensions de celui-ci.

Graduation des axes, coordonnées d'un point, liaison entre les points ont été abordées.

Pour affiner la recherche du maximum d'une courbe un agrandissement a été distribué aux élèves.

BILAN

Ce problème a éveillé la curiosité des élèves et suscité une activité intellectuelle importante.

Pas un seul élève n'est resté " bloqué " et le résultat de leur recherche les a beaucoup surpris.

La recherche par tâtonnement était nouvelle pour eux. Ils sauront la réutiliser pour le problème des parallélépipèdes.

Cette activité leur a permis de réorganiser leurs connaissances pour distinguer les notions d'aire et de périmètre.

Pour donner plus de sens à la notion d'aire, le professeur leur a proposé par la suite les activités suivantes :

- * Tracés de figures différentes de même aire.
- * Tracés de figures d'aire inférieure et de périmètre supérieur à un figure donnée.
- * Recherche d'aire de figures par découpage et déplacement.

" Promotions sur les céréales "

PROMOTIONS SUR LES CEREALES

Très souvent, dans les magasins, de nombreux panneaux annoncent des promotions diverses. Comment le consommateur peut-il savoir laquelle est la plus intéressante ?

L'activité " Promotion sur les céréales " permettra, en confrontant les élèves à un problème relevant de la proportionnalité, de trouver des démarches pour comparer deux promotions sur un même produit.

CONTENUS MATHEMATIQUES

- Lecture de données dans un texte.
- Proportionnalité reliant un prix et une quantité.
- Interprétation des résultats pour comparer les promotions.

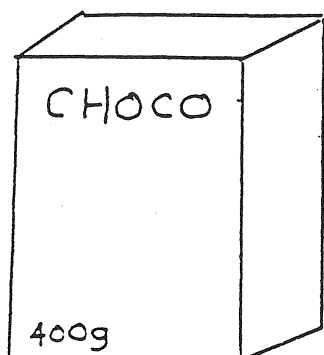
OBJECTIFS

- Prendre en compte toutes les données.
- Lire et interpréter les indications portées sur les produits.
- Savoir comparer pour un même référent : prix d'une même quantité de produit ou quantités pour un même prix.
- Donner du sens aux calculs effectués et savoir ce qui a été calculé.

VERSION A

PROMOTIONS SUR LES CEREALES

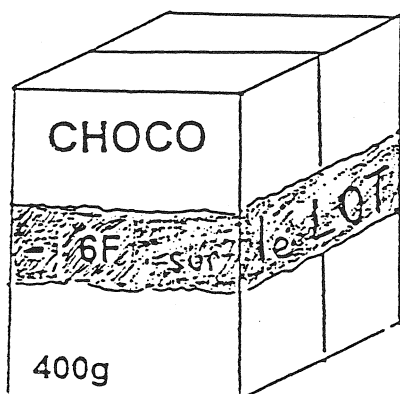
Habituellement, un magasin propose les céréales " CHOCO " à 17 F le paquet de 400 g.



17 F le paquet

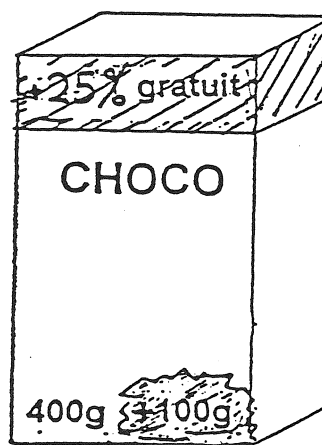
Ce jour là, ce magasin propose deux promotions.

PROMOTION I



6F de réduction sur le prix
d'achat de deux paquets

PROMOTION II



25 % de produit gratuit
en plus

José choisit la promotion I et Lucie choisit la promotion II.

Qui a fait la meilleure affaire ?

VERSION A

Cette activité a été présentée à plusieurs classes de sixième. Beaucoup d'élèves se sont dispersés dans la lecture du texte. Trop d'éléments doivent être appréhendés en même temps : achat de 2 paquets, calcul du prix après réduction. Dans la promotion II, l'indication du pourcentage les perturbe. Cette information est superflue, pourtant elle figure sur les produits dans la réalité. Le mot " gratuit " est mal interprété : le prix de la partie " gratuite " n'est pas pris en compte (les élèves considèrent que les 400 g coûtent 17 F et non les 500 g).

Une fois les difficultés de lecture surmontées, reste le problème de comparaison. Une aide est prévue . 3 types de problèmes sont proposés. Leur but est de faire découvrir plusieurs démarches de comparaison : on peut comparer les prix à l'unité ou le prix pour une même quantité ou encore comparer les quantités obtenues pour 1 F.

Lorsque les problèmes de l'aide sont réussis, les élèves ne voient pas le rapport avec la situation initiale. Proposer des problèmes plus simples mais ne portant pas sur l'achat des céréales ne semble pas être une aide efficace.

Le taux de réussite étant peu élevé, une version B a été mise au point pour que la lecture soit plus aisée et les calculs plus simples (les données inutiles sont supprimées et pour la promotion I, le prix indiqué tient compte de la réduction).

AIDE

a)

Adrien a dépensé 1 F pour l'achat de deux " réglisses "
Damien a dépensé 1 F pour l'achat de quatre " carambars "

Toi, tu veux acheter un bonbon (le moins cher).
Lequel vas-tu choisir ? Explique pourquoi.

b)

Chez le fleuriste :
Deux roses valent 12 F, six tulipes valent 24 F.
Calcule le prix d'une rose et le prix d'une tulipe.
Quelle est la fleur la moins chère à l'unité.

c)

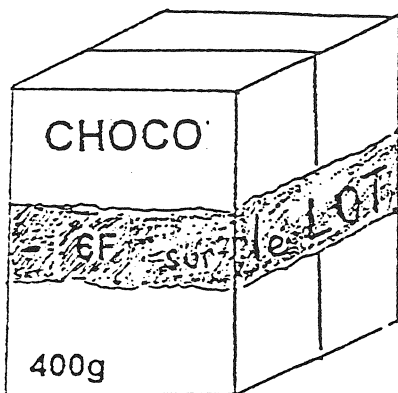
Pommes.
* 2 kg de " Reinettes " coûtent 16 F.
* 4 kg de " Goldens " coûtent 24 F.
Calculer le prix de 4 kg de " Reinettes ".
Pour un achat de 4 kg de pommes, quelle variété est la moins chère ?

VERSIONS B ET C

PROMOTIONS SUR LES CEREALES

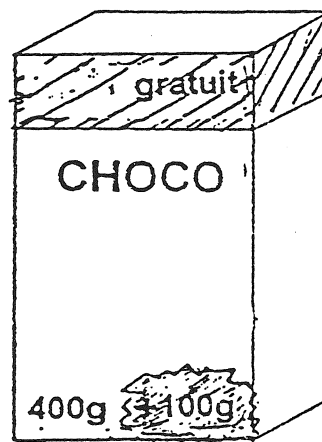
Lucie et Marie désirent acheter chacune deux paquets de céréales CHOCO. Ce jour-là, le magasin propose deux promotions :

PROMOTION I



32 F le lot de deux

PROMOTION II



19 F le paquet

Lucie choisit le lot de deux paquets de la promotion I.

Marie prend deux paquets de la promotion II.

Qui a fait la meilleure affaire ?

VERSION B

AIDE 1B

Dialogue entre Lucie et Marie

- Lucie : Je fais la meilleure affaire, je vais dépenser 32 F et toi 38 F.
- Marie : Fais attention, tu vas donner moins d'argent, MAIS tu n'auras que 800 g de céréales et moi j'en aurai 1000 g.
- Lucie : Mais alors, comment savoir celle qui fait la meilleure affaire ?
- Marie : Il faut comparer les prix pour une même quantité de céréales.
- Lucie : Ah, les calculs...
- Marie : Oui, mais on peut faire simple...

Laquelle a fait la meilleure affaire ?

AIDE 2B

Comparer les deux promotions

PROMOTION I

800 g pour 32 F

PROMOTION II

1000 g pour 38 F

Pour comparer les deux promotions

- * Marie propose de calculer le prix de 100 g de céréales pour chaque promotion.
- * Lucie préfère calculer le prix de 4 kg de céréales pour chaque promotion.

Et toi, choisis une méthode et calcule...

Qui a fait la meilleure affaire ?

VERSION B

Le problème est présenté aux élèves. Au bout d'environ 10 minutes, les aides ci-dessus peuvent être proposées à leur demande.

AIDE 1B

Dialogue entre Lucie et Marie

Cette aide a pour but d'amener les élèves à comprendre que le prix et les quantités de céréales sont deux grandeurs liées et que pour comparer des prix, il faut avoir la même quantité de produit.

AIDE 2B

Cette aide est proposée aux élèves qui ne savent pas comparer les deux promotions. Elle propose deux démarches pour comparer le prix de 2 quantités identiques.

EXPERIMENTATION

Cette version a été proposée à deux classes de sixième. Les élèves doivent écrire leur démarche pour obtenir la solution. Ils ont moins de difficultés pour comprendre le texte mais trop souvent, ils ne prennent en compte qu'une seule grandeur : ou bien la notion de prix est la plus importante à leurs yeux et ils ne tiennent pas compte des quantités ou bien c'est l'inverse.

L'AIDE 1B est alors proposée. Elle permet de débloquent cette situation en leur faisant comprendre que prix et quantités sont étroitement liés. Cependant, une méthode de résolution ne leur apparaît pas toujours évidente. Plusieurs élèves calculent le prix de 100 g dans la promotion I par divisions successives (divisions par 2). S'ils reproduisent cette méthode pour la promotion II, ils obtiennent le prix de 125 g et ne savent pas conclure.

L'AIDE 2B est alors distribuée. La plupart des élèves utilisent le calcul de Marie (prix de 100 g).

Des écueils subsistent pour les calculs. Certains élèves posent les divisions : $800 : 32$ et $1000 : 38$, mais ne savent pas conclure car ils n'ont pas compris que les résultats de leurs divisions représentaient la quantité en g obtenue pour 1 F. Les divisions $32 : 800$ et $38 : 1000$ ne semblent pas possibles car pour eux, il n'est pas naturel de rencontrer un dividende plus petit que le diviseur. Les difficultés sont également dues au fait qu'il est impossible d'acheter seulement 100 g de céréales.

BILAN

	aucune aide	aide 1 seule	aide 2 seule	aide 1 puis aide2
nombre d'élèves	12	12	6	11
réussite	7	8	0	2

Quelques travaux d'élèves

$$(800:8)=100 ; 32:8=4F \text{ pour } 100g$$

$$(1000:10)=100 ; 38:10=3,8 \text{ pour } 100g$$

C'est Marie qui fait la meilleure affaire.

Prix de 100g.

$$500:5=100 \quad 19:5=3,8$$

Le prix de 100g est de 3F80.

Prix de 200g.

$$2,80 \times 2 =$$

Le prix de 200g est de 5F60.

C'est Marie qui a fait la meilleure affaire.

car 100g = 4,6 et Lucie elle a payé 6F, c'est Marie

La réussite reste insuffisante.

La VERSION C a alors été mise au point, puis expérimentée.

VERSION C

AIDE 1C

Dialogue entre Lucie et Marie

- Lucie : - Je fais la meilleure affaire car je vais dépenser 32 F et toi 38 F.
- Marie : - Attention, tu n'auras que 800 g de céréales et moi j'en aurai 1000 g.
- Lucie : - Ta promotion est donc plus avantageuse ?
- Marie : - Pas sûr, il faut comparer les prix pour une même quantité de céréales avec chaque promotion.
- Lucie : - Ah ! les calculs...
- Marie : - Oui, mais on peut faire simple...

AIDE 2C

Comparer les prix pour une même quantité

Marie veut calculer le prix de 100 g pour chaque promotion.

PROMOTION I :

prix de 100 g

F

PROMOTION II :

prix de 100 g

F

Lucie veut calculer le prix de 4 kg pour chaque promotion.

PROMOTION I :

prix de 4 kg

F

PROMOTION II :

prix de 4 kg

F

Choisis la méthode de Marie ou celle de Lucie et complète les cases après avoir effectué les calculs.

Quelle est la promotion la plus avantageuse pour l'acheteur ?

VERSION C

Le texte de la VERSION B est conservé ; seules les aides diffèrent.

PREMIERE EXPERIMENTATION

Cette version a été proposée à une classe de sixième selon le même protocole que la version précédente.

Bilan

nombre d'élèves ayant réussi :			
sans aide	avec aide 1C seule	avec aide 2C seule	avec aide 1C puis 2C
3	4	1	0

Procédures de réussite

* Comparaison des prix de 100 g de produit

* Et aussi :

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 5} \\ 40 \overline{) 3,8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,8 \\ 3,8 \\ \hline 7,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 19 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38,0 \\ - 7,6 \\ \hline 30,4 \end{array}$$

C'est Marie qui fait la meilleure affaire

paquet 1 = 32 F

paquet 2 = 30,4 F

L'AIDE 2C apparaît inefficace : la consigne " choisis une méthode " n'est pas toujours prise en compte. Les élèves calculent tout et ne savent pas conclure. Ont-ils compris le sens de leurs opérations ? Quelques-uns ne savent pas comment obtenir le prix de 100 g ou de 4 kg (compréhension de la proportionnalité).

Les erreurs ont plusieurs origines :

- * techniques opératoires mal maîtrisées : pour beaucoup la division n'est réalisable que si le dividende est supérieur au diviseur (l'utilisation d'une calculatrice aurait pu limiter ces erreurs).
- * la quantité " gratuite " n'est pas prise en compte (400 g pour 19 F au lieu de 500 g dans la promotion II).
- * lecture incorrecte du texte (confusions dans les quantités ou dans les prix entre les deux promotions).

DEUXIEME EXPERIMENTATION

L'AIDE 1C a été supprimée. Après 10 minutes de recherche, une discussion est organisée dans la classe :

" C'est Lucie car dans la promotion I, c'est moins cher " (4 élèves)

" C'est Marie car elle a plus de produit " (17 élèves)

Sans avis (4 élèves)

Après les échanges, la plupart ont décidé qu'ils devaient comparer les prix d'une même quantité de céréales.

Bilan

nombre d'élèves ayant réussi :	
sans aide	avec aide 2C
4	7

Procédures de réussite

- * Comparaison des prix pour 100 g ou pour 500 g.
- * Comparaison des prix pour 4 kg.
- * Comparaison pour 1 g de produit.

Les erreurs

- * Tous les calculs de l'AIDE 2C sont faits mais il n'y a pas de conclusion.
- * Des erreurs sont souvent dues à la division.

Le taux de réussite restant peu élevé, un problème beaucoup plus simple est proposé (VERSION D).

VERSION D

Au magasin Super G, le riz Lustucuit coûte 32 F les 800 grammes et le riz Taureauzélé coûte 38 F le kilogramme.

Quel est le paquet le plus avantageux ?

Attention : pour trouver le paquet le plus avantageux, il faut comparer les prix pour une même quantité.

AIDE 1D

Le paquet de riz Lustucuit 800 g coûtent 32 F Quel serait le prix de 100 g ?	Le paquet de riz Taureauzélé 1000 g coûtent 38 F Quel serait le prix de 100 g ?
---	--

Quel est le paquet le plus avantageux ?

AIDE 2D

Pour acheter 4 kg de riz Lustucuit, je dois prendre paquets de 800 g chacun ; Je dépenserai alors :	Pour acheter 4 kg de riz Taureauzélé, je dois prendre paquets de 1000 g chacun ; Je dépenserai alors :
---	--

Quel est le paquet le plus avantageux ?

VERSION D

Bilan

nombre d'élèves ayant réussi :			
sans aide	avec aide 1D seule	avec aide 2D seule	avec aide 1D puis aide 2D
3	7	1	6

Procédures

Prix de 8 kg ou de 100 g.

Les calculs sont souvent corrects mais la conclusion est absente ou erronée pour les élèves qui n'ont pas réussi.

CONCLUSION

De nombreux élèves ont des difficultés à effectuer les divisions. Le sens de la division n'est pas acquis par tous. Certains exercices sur la proportionnalité, aussi difficiles, sont donnés en classe et réussis. Quelle est la part de " dressage " ?

La plupart des élèves de sixième n'ont pas la maturité suffisante et ne sont pas intéressés par ce type de questions ; ils sont plus sensibles aux arguments publicitaires. La VERSION B a été testée en classe de cinquième avec succès.

" L'âge du Grand-Père "

L'AGE DU GRAND-PERE

De nombreux élèves accordent plus d'importance au résultat obtenu qu'à la méthode utilisée pour y parvenir. Quel que soit ce résultat, vraisemblable ou non, ils s'en contentent souvent sans éprouver la nécessité de le vérifier.

L'activité " l'âge du grand-père " que nous proposons permet d'insister sur l'importance de la vérification d'un résultat et de mettre l'accent sur une méthode de résolution transférable d'un problème à l'autre.

En effet la méthode qui consiste à ajouter la différence entre les sommes à l'âge actuel du grand-père ne convient que pour l'énoncé 1 (le seul qui soit proposé dans le manuel Hatier sixième, au chapitre " Addition - Soustraction " dans la rubrique " Pour chercher "). Ce n'est qu'après vérification que cette méthode se révèle incorrecte pour les exercices suivants.

CONTENUS MATHEMATIQUES

- sommes et différences d'entiers.
- quotients d'entiers.

OBJECTIFS

- Faire prendre conscience qu'un résultat exact peut être obtenu en utilisant une méthode incorrecte.
- Faire comprendre l'utilité d'une vérification.
- Apprendre à distinguer " vérifier un résultat " de " vérifier un calcul ".
- Mettre au point une méthode plus ou moins élaborée pour résoudre une famille de problèmes.

L'AGE DU GRAND-PERE

ENONCE 1

Un grand-père de 62 ans a 5 petits-enfants :

Alain, 14 ans
Bertrand, 6 ans
Marion, 2 ans
Eva, 1 an
Julie, 1 an

* Quel âge aura le grand-père lorsque la somme des âges des filles sera égale à la somme des âges des garçons ?

* Vérifie que ta réponse convient.

ENONCE 2

Un grand-père de 62 ans a 4 petits-enfants :

Carine, 13 ans
Jérôme, 11 ans
Julien, 6 ans
Magalie, 5 ans

Les parents des enfants ont 38 ans (le père)
et 35 ans (la mère).

* Quel âge aura le grand-père lorsque la somme des âges de ses petits-enfants sera égale à la somme des âges de leurs parents ?

* Vérifie que ta réponse convient.

ENONCE 3

Un grand-père de 62 ans a 4 petits-enfants :

Coralie, 6 ans
Jérémy, 5 ans
Patrice, 2 ans
Morgane, 1 an

Alain, le père des enfants, a 35 ans.

* Quel âge aura le grand-père lorsque la somme des âges de ses petits-enfants sera égale à l'âge de leur père ?

* Vérifie ton résultat.

*** Les aides (pages suivantes)**

ENONCE 1

Aide n°1

pour l'élève qui ne comprend pas " somme des âges "
(dans l'énoncé)

Aides n°2 et 3

l'élève a effectué les deux sommes demandées mais ne sait pas comment continuer.

- Aide n°2 puis, s'il ne s'en sort pas
(manque de soin, se perd dans ses calculs...)
- Aide n°3

ENONCE 2

Aide n°4

* niveau 1 : à fournir aux élèves n'ayant demandé aucune aide pour l'énoncé 1 et l'ayant résolu par la méthode " incorrecte " (différence des sommes ajoutée à)

* niveau 2 : pour ceux qui ne réussissent pas avec l'aide niveau 1.

ENONCE 3

Aide n°5

Si nécessaire, pour les élèves qui n'ont pas bien compris ce qui se passait dans l'exercice 2.

AIDE A LA VERIFICATION DU RESULTAT

A la fin de chaque énoncé, on demande de vérifier le résultat obtenu. Souvent les élèves s'empressent alors de vérifier leurs calculs d'où la nécessité de les guider pour qu'ils contrôlent réellement l'exactitude de leur résultat.

AIDE n° 1

- * Parmi les écritures suivantes, entoure celles qui représentent une somme.

8×5 ; $15 : 3$; $17 - 8,5$; $13,5 + 4,5$

$8,9 + 13 + 4,1$; $13,9 - 8,9$; $36 \times 0,25$

- * Reviens au problème et effectue :

- la somme des âges des filles
- la somme des âges des garçons

..... continue le problème.

AIDE n° 2

- * Tu as calculé la somme des âges des garçons et la somme des âges des filles aujourd'hui.
- * Calcule ce que seront ces deux sommes
 - dans 1 an
 - dans 2 ans etc
- * Peux-tu, maintenant, dire dans combien d'années ces deux sommes seront égales ?
- * Termine le problème.

AIDE n° 3

Ages	aujourd'hui	dans 1 an	dans 2 ans	dans 3 ans								
Alain	14											
Bertrand	6											
somme des âges des garçons												
Marion	2											
Eva	1											
Julie	1											
somme des âges des filles												

* Complète le tableau ci-dessus jusqu'à ce que les deux sommes soient égales.

AIDE n° 4 (niveau 1)

* Complète le tableau ci-dessous, puis réponds aux questions.

	aujourd'hui	dans 1 an	dans 2 ans	dans 3 ans	dans 4 ans
somme des âges des parents					
somme des âges des enfants					
différence entre ces deux sommes					

* D'année en année, la somme des âges des parents augmente de ; la somme des âges des enfants augmente de

* Aujourd'hui, la différence entre les deux sommes est égale à

- Dans un an, cette différence sera de
- Dans deux ans, elle sera de

D'année en année la différence diminue de

Elle sera nulle (égale à zéro) dans

* Réponds maintenant à la question posée dans le problème.

AIDE n° 4 (niveau 2)

âges	aujourd'hui	dans 1 an	dans 2 ans	dans 3 ans								
le père	38											
la mère	35											
somme des âges des parents												
Carine	13											
Jérôme	11											
Julien	6											
Magalie	5											
somme des âges des enfants												

* Complète ce tableau jusqu'à ce que tu puisses répondre à la question posée dans l'énoncé.

AIDE n° 5

* Complète le tableau.

	aujourd'hui	dans 1 an	dans 2 ans
âge d'Alain (le père)			
somme des âges des enfants			
différence entre ces 2 nombres			

* Complète les phrases ci-dessous.

- D'année en année, la différence entre l'âge d'Alain et la somme des âges des enfants diminue de
- Aujourd'hui, elle est de Elle sera nulle dans

* Termine le problème. N'oublie pas de vérifier !

Comment vérifier l'exactitude des résultats.

* Combien d'années as-tu ajoutées au grand-père ?
.....

* Chaque personne a donc ans de plus.

Calcule l'âge de chacun et effectue les sommes demandées.

N. B. : N'oublie pas que les sommes doivent être égales !

EXPERIMENTATION

ENONCE 1

Un grand-père de 62 ans a 5 petits-enfants :

Alain, 14 ans
Bertrand, 6 ans
Marion, 2 ans
Eva, 1 an
Julie, 1 an

- * Quel âge aura le grand-père lorsque la somme des âges des filles sera égale à la somme des âges des garçons ?
- * Vérifie que ta réponse convient.

AIDE n° 1

- * Parmi les écritures suivantes, entoure celles qui représentent une somme.

8×5 ; $15 : 3$; $17 - 8,5$; $13,5 + 4,5$

$8,9 + 13 + 4,1$; $13,9 - 8,9$; $36 \times 0,25$

- * Reviens au problème et effectue :

- la somme des âges des filles
- la somme des âges des garçons

..... continue le problème

AIDE n° 2

- * Tu as calculé la somme des âges des garçons et la somme des âges des filles aujourd'hui.
- * Calcule ce que seront ces deux sommes
 - dans 1 an
 - dans 2 ans etc
- * Peux-tu, maintenant, dire dans combien d'années ces deux sommes seront égales ?

AIDE n° 3

âges	aujourd'hui	dans 1 an	dans 2 ans	dans 3 ans								
Alain	14											
Bertrand	6											
somme des âges des garçons												
Marion	2											
Eva	1											
Julie	1											
somme des âges des filles												

* Complète le tableau ci-dessus jusqu'à ce que les deux sommes soient égales.

L'AGE DU GRAND-PERE

Ce " problème " a été expérimenté dans une classe de sixième très hétérogène, au cours de deux séquences consécutives de 55 minutes.

22 élèves étaient présents.

ENONCE 1

Les 22 élèves sont parvenus à la réponse exacte (78 ans) (4 d'entre eux n'y étaient pas parvenus à la fin de la première séquence).

12 élèves	ne demandent aucune aide	méthode utilisée : âge actuel du grand-père + différence entre les sommes
4 élèves	demandent l'aide n° 2	élèves sérieuses, organisées, minutieuses ... (il n'y a que des filles...) (voir travaux joints)
6 élèves	demandent l'aide n° 2 puis l'aide n° 3	l'aide n° 3 a été nécessaire à ces élèves car ils n'ont pas su organiser leur travail : - trop de nombres à manipuler - calculs dans tous les sens sur leur feuille - ne s'y retrouvent plus

Donnée
6ème A

1ère
garçon $14 + 6 = 20 \rightarrow 20$
filles $2 + 1 + 1 = 4 \rightarrow$

1 an : $g = 22 ; f = 1 ; g.p. = 63$
2 ans : $g = 24 ; f = 10 ; g.p. = 64$
3 ans : $g = 26 ; f = 13 ; g.p. = 65$
4 ans : $g = 28 ; f = 16 ; g.p. = 66$
5 ans : $g = 30 ; f = 19 ; g.p. = 67$
6 ans : $g = 32 ; f = 22 ; g.p. = 68$
7 ans : $g = 34 ; f = 25 ; g.p. = 69$
8 ans : $g = 36 ; f = 28 ; g.p. = 70$
9 ans : $g = 38 ; f = 31 ; g.p. = 71$
10 ans : $g = 40 ; f = 34 ; g.p. = 72$
11 ans : $g = 42 ; f = 37 ; g.p. = 73$
12 ans : $g = 44 ; f = 40 ; g.p. = 74$
13 ans : $g = 46 ; f = 43 ; g.p. = 75$
14 ans : $g = 48 ; f = 46 ; g.p. = 76$
15 ans : $g = 50 ; f = 49 ; g.p. = 77$
16 ans : $g = 52 ; f = 52 ; g.p. = 78$

réponse : le bonhomme sera égal dans
16 ans et le grand père aura
78 ans.

6°8

JP. Alain

Énoncé 1:

Somme des âges des garçons: $14 + 6 = 20$

La somme des âges des garçons est de 20 ans

Somme des âges des filles: $2 + 1 + 1 = 4$

La somme des âges des filles est de 4 ans

dans 1 an: somme des garçons: $22 = 15 + 7$ des filles: $7 = 3 + 2 + 2$ " 5 ans: " des garçons: $30 = 12 + 18$ des filles: $12 = 7 + 6 + 6$ " 10 ans: " des garçons: $40 = 24 + 16$ des filles: $34 = 12 + 12 + 10$ " 11 ans: " " G: $42 = 25 + 17$ F: $37 = 13 + 12 + 12$ " 12 ans: " " G: $44 = 26 + 18$ F: $40 = 14 + 13 + 13$ " 13 ans: " " G: $46 = 27 + 19$ F: $43 = 15 + 12 + 16$ " 15 ans: " " G: $50 = 29 + 21$ F: $49 = 17 + 16 + 16$ * " 16 ans: " " G: $52 = 30 + 22$ F: $52 = 18 + 17 + 17$ dans
16 ans

Vérification: l'âge du grand-père:

 $62 + 16 = 78$

JP aura 78 ans

âge de Alain: $14 + 16 = 30$ Beaumont: $6 + 16 = 22$ Marie: $2 + 16 = 18$ Eva: $1 + 16 = 17$ Julie: $1 + 16 = 17$

52

52

Géomé

garçons: $14 + 6 = 20$ filles: $2 + 1 + 1 = 4$ la différence entre les garçons et les fillesdans un an: garçons: $15 + 7 = 22$ filles: $3 + 2 + 2 = 7$ dans 2 ans: garçons: $16 + 8 = 24$ filles: $4 + 3 + 3 = 10$ dans 3 ans: garçons: $17 + 9 = 26$ filles: $5 + 4 + 4 = 13$ dans 4 ans: garçons: $18 + 10 = 28$ filles: $6 + 5 + 5 = 16$ dans 5 ans: $19 + 11 = 30$ $7 + 6 + 6 = 19$ dans 6 ans: $20 + 12 = 32$ $8 + 7 + 7 = 22$ dans 7 ans: $21 + 13 = 34$ $9 + 8 + 8 = 25$ dans 8 ans: $22 + 14 = 36$ $10 + 9 + 9 = 28$ dans 9 ans: $23 + 15 = 38$ $11 + 10 + 10 = 31$ dans 10 ans: $24 + 16 = 40$ $12 + 11 + 11 = 34$ dans 11 ans: $25 + 17 = 42$ $13 + 12 + 12 = 37$ dans 12 ans: $26 + 18 = 44$ $14 + 13 + 13 = 40$ dans 13 ans: $27 + 19 = 46$ $15 + 14 + 14 = 43$ dans 14 ans: $28 + 20 = 48$ $16 + 15 + 15 = 46$ dans 15 ans: $29 + 21 = 50$ $17 + 16 + 16 = 49$ dans 16 ans: $30 + 22 = 52$ $18 + 17 + 17 = 52$

âge des garçons dans 16 ans: 52

âge des filles dans 16 ans: 52

âge du grand-père: $62 + 16 = 78$

* travail commencé année par année - entend

"16 ans" - vraie et constate que cela convient.

ENONCE 2

* Un grand-père de 62 ans a 4 petits-enfants :

Carine, 13 ans
 Jérôme, 11 ans
 Julien, 6 ans
 Magalie, 5 ans

Les parents des enfants ont 38 ans
 (le père) et 35 ans (la mère).

* Quel âge aura le grand-père lorsque la somme des âges de ses petits-enfants sera égale à la somme des âges de leurs parents ?

* Vérifie que ta réponse convient.

AIDE n° 4 (niveau 2)

âge	aujourd'hui	dans 1 an	dans 2 ans	dans 3 ans								
le père	38											
la mère	35											
somme des âges des parents												
Carine	13											
Jérôme	11											
Julien	6											
Magalie	5											
somme des âges des enfants												

* Complète ce tableau jusqu'à ce que tu puisses répondre à la question posée dans l'énoncé.

12 élèves seulement arrivent à la réponse exacte (81 ans).

La plupart y parviennent avec l'aide 4 ci-dessus et après s'être trompés (c'est-à-dire après avoir utilisé la même méthode que précédemment : âge actuel du grand-père + différence entre les deux sommes).

(voir tableau suivant)

16 élèves	utilisent l'aide 4	- 9 parviennent au résultat exact. Dans un premier temps, ils avaient utilisé la méthode " incorrecte " (citée précédemment). Après vérification, ils avaient découvert l'inexactitude de leur résultat (les sommes sont différentes) mais ne voyaient pas comment " faire autrement " (ils n'avaient pas utilisé d'aide pour l'exercice 1). - 4 n'ont pas le temps de " finir ". Elèves lents, ou trop " minutieux " (passant plus de temps à " bien " présenter leur travail qu'à le faire réellement). - 3 élèves utilisent mal l'aide 4. - l'un remplit le tableau ligne par ligne (et non colonne par colonne), et n'ajoute donc qu'une année aux <u>sommes</u>, comme aux âges..... - les deux autres " sautent " des années, mais au lieu d'ajouter 2 ans (par exemple) à l'âge " aujourd'hui " (1ère colonne), ils les ajoutent à la dernière colonne qu'ils ont complétée. Ce qui donne (par exemple pour le père) <table><tr><td>aujourd'hui 38 ans</td><td>dans 3 ans 41 ans</td><td>dans 5 ans 46 ans</td><td>dans 10 ans 56 ans</td></tr></table>	aujourd'hui 38 ans	dans 3 ans 41 ans	dans 5 ans 46 ans	dans 10 ans 56 ans
aujourd'hui 38 ans	dans 3 ans 41 ans	dans 5 ans 46 ans	dans 10 ans 56 ans			
6 élèves	ne demandent pas d'aide	- 3 donnent la bonne réponse en calculant les âges et les sommes, année par année (Céline), ou en " ajustant " leurs calculs en fonction des résultats obtenus (voir Karen). - 1 essaie de " sauter " des années (comme Karen) mais " dépasse le moment où les sommes sont égales sans s'en rendre compte. Elle ne parvient donc pas au résultat exact. - 1 ne va pas au-delà des deux sommes (élève très faible qui a mis beaucoup de temps à réussir l'exercice 1). - 1 a refusé de chercher à nouveau, " autrement ", après avoir constaté que la méthode qu'il avait utilisée lui donnait une réponse fausse (" Bon " élève déstabilisé n'admettant pas " l'échec ").				

Problème n°2:

Seigneur & les petits enfants: $13+11+6+5=35$

Pes parents: $38+25=63$

	petits enfants	parents
dans 1 an	$14+12+7+6=39$	$39+36=75$
dans 2 ans	$15+13+8+7=43$	$40+34=74$
dans 3 ans	$16+14+9+8=47$	$41+38=79$
dans 4 ans	$17+15+10+9=51$	$42+39=81$
dans 5 ans	$18+16+11+10=55$	$43+40=83$
dans 6 ans	$19+17+12+11=59$	$44+41=85$
dans 7 ans	$20+18+13+12=63$	$45+42=87$
dans 8 ans	$21+19+14+13=67$	$46+43=89$
dans 9 ans	$22+20+15+14=71$	$47+44=91$
dans 10 ans	$23+21+16+15=75$	$48+45=93$
dans 11 ans	$24+22+17+16=79$	$49+46=95$
dans 12 ans	$25+23+18+17=83$	$50+47=97$
dans 13 ans	$26+24+19+18=87$	$51+48=99$
dans 14 ans	$27+25+20+19=91$	$52+49=101$
dans 15 ans	$28+26+21+20=95$	$53+50=103$
dans 16 ans	$29+27+22+21=99$	$54+51=105$
dans 17 ans	$30+28+23+22=103$	$55+52=107$
dans 18 ans	$31+29+24+23=107$	$56+53=109$
dans 19 ans	$32+30+25+24=111$	$57+54=111$
dans 20 ans		

age du grand-père = $62+19=81$

le grand-père aura 81

ENONCE 3

- * Un grand-père de 62 ans a 4 petits-enfants :

Coralie, 6 ans
Jérémie, 5 ans
Patrice, 2 ans
Morgane, 1 an

Alain, le père des enfants, a 35 ans.

- * Quel âge aura le grand-père lorsque la somme des âges de ses petits-enfants sera égale à l'âge de leur père ?
- * Vérifie ton résultat.

AIDE n° 5

- * Complète le tableau.

	aujourd'hui	dans 1 an	dans 2 ans
âge d'Alain (le père)			
Somme des âges des enfants			
Différence entre ces 2 nombres			

- * Complète les phrases ci-dessous.

- D'année en année, la différence entre l'âge d'Alain et la somme des âges des enfants diminue de
- Aujourd'hui, elle est de Elle sera nulle dans

- * Termine le problème. N'oublie pas de vérifier !

9 élèves seulement cherchent cet exercice, dont 2 qui, n'ayant pas respecté la consigne de vérification des résultats après chaque exercice, avaient fait les trois exercices dans la foulée.

RESULTATS

6 élèves	ne demandent pas d'aide	- 3 parviennent à la réponse. Ce sont les 3 filles qui, depuis le début, effectuent les calculs année par année. - 1 élève calcule l'âge du grand-père en effectuant : $\text{âge actuel du g. p.} + \frac{\text{différence des sommes}}{2}$ Il avait remarqué que, dans l'ex. 2, les 19 années ajoutées représentaient la moitié de 38 (différence des sommes " aujourd'hui "). - 2 élèves ont effectué, dans la foulée, les 3 exercices avec la même méthode (âge actuel + différence des sommes). * l'un a refusé de refaire l'ex. 2 * l'autre, après vérification, constate son erreur et " commence " des calculs (tableau du type aide 4 / Ex. 2) mais n'a pas le temps de conclure.
3 élèves	demandent l'aide 5	et l'utilisent mal : (ils n'ajoutent qu'une année à la somme des âges des enfants - d'année en année - La différence reste constante - Ils n'arrivent à rien.

Commentaires

* A de rares exceptions près, les élèves ont joué le jeu, cherché avec entêtement les réponses lorsqu'ils ont constaté que ce qu'ils trouvaient était incorrect.

* Beaucoup ont été déstabilisés par ce constat : la méthode utilisée à l'exercice 1 ne fonctionne pas pour les exercices 2 et 3.

* Ils ont compris, pour la plupart, que vérifier un résultat était important (Une dizaine a eu besoin de l'aide à la vérification).

* Il est intéressant également de noter que les 3 élèves qui ont réussi les 3 exercices n'ont demandé que la seule aide n° 2 et l'ont adaptée à chaque exercice. Cette aide s'avère donc " performante " pour les élèves sérieux, sachant s'organiser et travailler avec soin (L'une des élèves ayant réussi est classée " en difficulté " au sein de la classe).

* Parmi les élèves qui ne sont pas parvenus à résoudre les trois exercices, certains sont qualifiés de " bons élèves " (scolairement parlant). Ils ont souvent retardé au maximum le moment de demander de l'aide (lorsqu'ils l'ont fait), persuadés qu'ils devaient pouvoir s'en passer.

Certains, déstabilisés, vivant très mal le fait d'être " en échec ", de " ne pas savoir faire ", ont complètement bâclé l'aide n° 4 (niveau 2). Ils ont rechigné à observer l'évolution des âges et des sommes année après année. Cela leur est apparu comme une sorte de tâtonnement et pour eux ce n'est pas ainsi que l'on résout un problème.

* Lors de la mise en commun, à la fin des deux séances, ces mêmes élèves ont eu une attitude très contestataire.

" Pourquoi on ne peut pas faire comme dans l'exercice 1 ? "

" Ce n'est pas normal ! "

" Comment on peut savoir ? "

La synthèse a permis de mettre l'accent sur l'aspect " recherche " d'un problème : " Je ne sais pas faire. Comment puis-je m'y prendre pour me représenter la situation, pour avancer vers la solution, pour organiser mon travail ? ... "

L'élève qui avait utilisé la méthode :

$$\text{âge actuel du grand-père} + \frac{\text{différence des sommes}}{2}$$

dit : " Ca va pour l'exercice 2 mais pas pour l'exercice 3 ".

A ce moment, une des élèves parvenues au résultat dit : " Il faut diviser par 3 ! On ajoute 7 ans ! " ($7 = 21 : 3 - 7$: le nombre d'années à ajouter ; 21 : la différence entre l'âge d'Alain et la somme des âges de ses enfants).

Une méthode " par le calcul " est entrevue ... mais il faut arrêter (fin de l'heure).

Celine

Problème n°3:

petits enfants = 65 + 87 = 152

le père = 35

	petits enfants	père
dans 1 an	$47 + 37 = 84$	36
dans 2 ans	$87 + 47 = 134$	37
dans 3 ans	$147 + 57 = 204$	38
dans 4 ans	$207 + 67 = 274$	39
dans 5 ans	$267 + 77 = 344$	40
dans 6 ans	$327 + 87 = 414$	41
dans 7 ans	$387 + 97 = 484$	42

père

$65 + 27 = 92$

années	père	enfants
1 an	36	18
2	37	22
3	38	26
4	39	30
5	40	34
6	41	38
7	42	42

Maman 63 ans et la somme

des âges est égale à 129 et au bout de 4 ans

" Le problème du laitier "

LE PROBLEME DU LAITIER

La lecture est la première tâche à accomplir face à l'énoncé d'un problème. Le plus souvent, une analyse détaillée est nécessaire à la bonne compréhension des données et de la consigne.

Cette deuxième étape ne peut être escamotée quand il s'agit d'un " casse-tête " mathématique.

Le problème du laitier, tiré du livre Hatier de sixième, est de Sam Loyd (1841-1911) auteur de nombreux exercices de ce genre.

CONTENU MATHEMATIQUE

Somme et différence d'entiers naturels.

OBJECTIFS ELEVES

- Réfléchir sur la gestion efficace de données.
- Représenter une manipulation concrète.
- Prendre conscience de l'utilité de la recherche pour répondre à une question qui semble compliquée.
- Accepter d'être patient et de recourir au tâtonnement pour obtenir la solution d'un problème.
- Se concentrer pour s'approprier une situation.
- S'obliger à anticiper l'évolution d'une configuration pour éviter les essais multiples et stériles.
- Contrôler la validité des réponses au fur et à mesure de l'avancée de la résolution (ici constance de la quantité de liquide).
- Décider l'abandon d'une technique (le texte) au profit d'une autre plus fiable (le dessin, voire le tableau).

JOHN LE LAITIER

John, le laitier connaît bien son métier. Mais un jour, il fut ennuyé lorsque deux dames lui **demandèrent chacune deux litres de lait** : l'une avait un pot à lait de cinq litres, l'autre un pot à lait de quatre litres. John n'avait que deux bidons de vingt litres, tous les deux pleins de lait.

Question : Comment dut-il faire pour distribuer exactement **deux litres de lait à chaque cliente** sans utiliser aucun autre récipient que les deux pots à lait et ses deux bidons ?
(Aucun de ces quatre récipients n'est gradué).

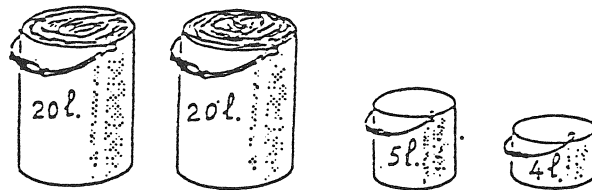


AIDE n° 1

* Relis le texte et complète :

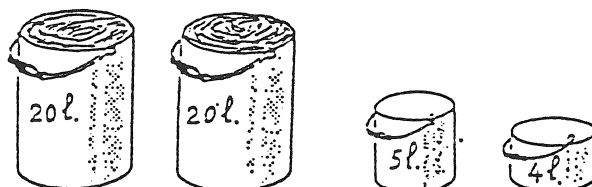
- a) Au départ, les bidons pleins sont ceux de
- b) Il y a donc au total litres de lait.
- c) Chaque cliente doit recevoir litres de lait.
- d) Reviens au problème (tu peux faire des dessins).

AIDE n° 2



- a) Imagine que John doive donner 1 litre à l'une des clientes.
Quels transvasements va-t-il faire ?
- b) Reviens au premier problème.

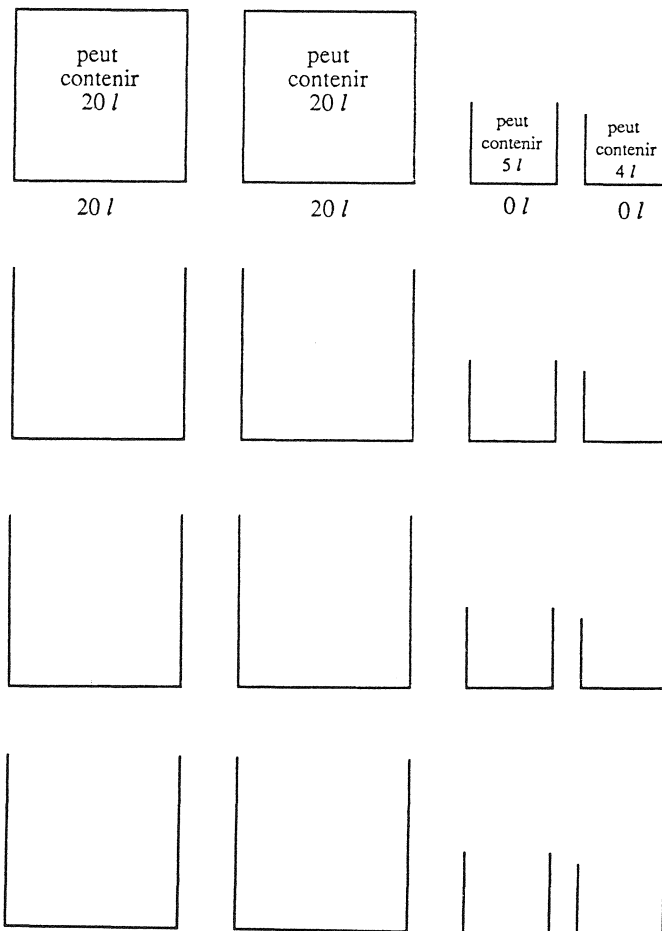
AIDE n° 3



- a) Comment John peut-il obtenir 19 litres dans un des bidons ?
- b) Reviens au problème.

AIDE n° 3 bis

a) Comment John peut-il obtenir 19 litres dans l'un des bidons ?



b) Remplace ces dessins par un tableau dans lequel tu écriras ce que tu fais à chaque étape.

c) Reviens au premier problème en faisant un tableau.

DEROULEMENT DE LA SEANCE

Nous distribuons le texte aux vingt-deux élèves présents d'une classe de sixième. Ils sont disposés en cinq groupes de quatre et un groupe de deux, face à face, avec un observateur.

Après une lecture plus ou moins rapide, les réactions sont très variables. Elles vont du refus catégorique : " Ce n'est pas un problème ! " à l'appel à l'aide (les élèves, interrogatifs, se demandent comment démarrer) en passant par les initiatives multiples (graduons les bidons, évaluons la moitié par transparence, versons à vue d'oeil, utilisons une jauge, prenons un autre bidon....).

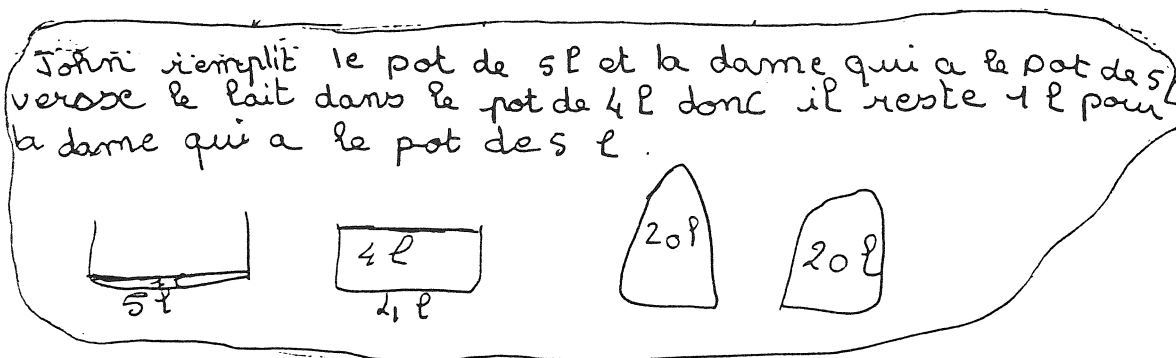
* L'aide n° 1 est distribuée à tous. Elle impose une relecture.

Au a) les réponses sont bonnes.

Au b) cinq élèves trouvent un total de 49 litres de lait. Cela est corrigé après un échange oral dans le groupe sous l'impulsion des observateurs.

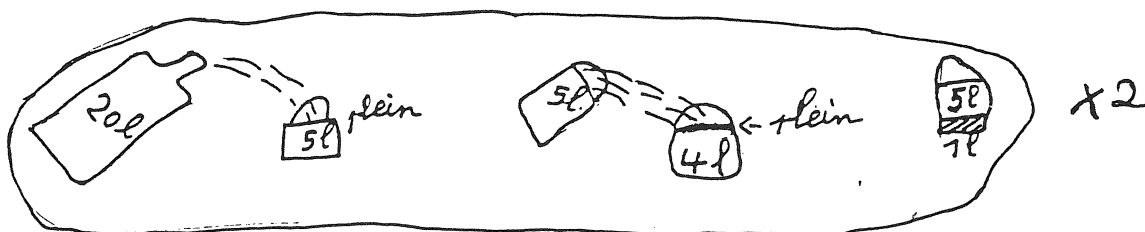
Au d) la suggestion " Tu peux faire des dessins " amène l'idée du transvasement mais certains voudraient réussir en peu d'étapes. Remettre du lait dans un bidon duquel il en a été enlevé n'est pas une méthode naturelle.

* L'aide n° 2 est bien accueillie car elle est en général réussie. Certains font des dessins qu'ils commentent par écrit :



D'autres écrivent seulement mais se perdent dans les phrases. Nous leur conseillons de dessiner et ils arrivent à la réponse attendue à l'aide 2.

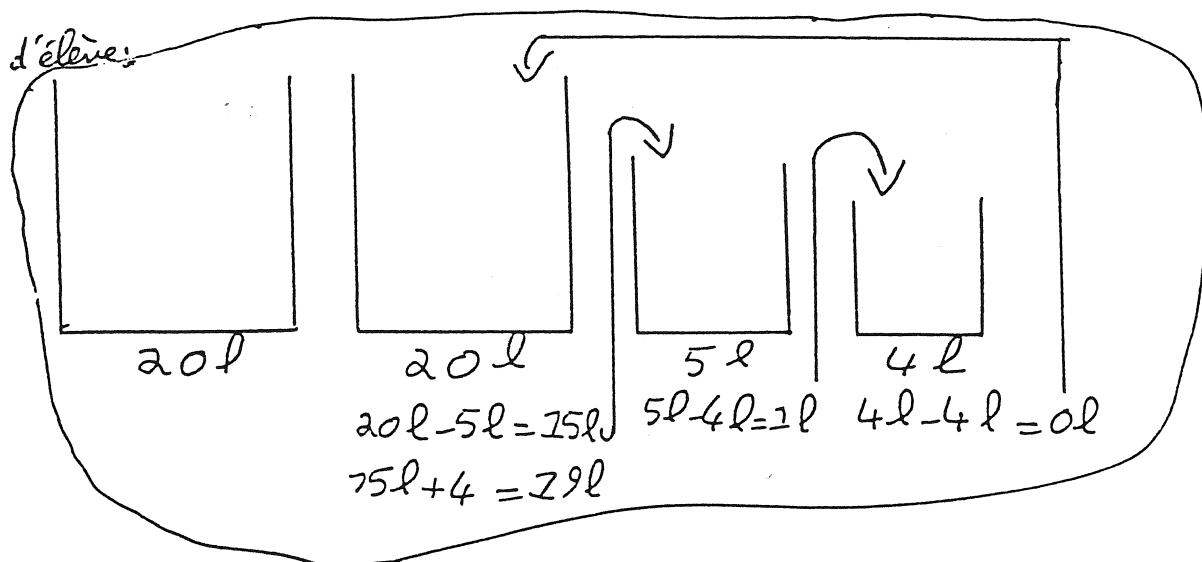
Cinq élèves déclarent avoir trouvé la solution du problème avec la méthode suivante :



Les observateurs sont dans l'obligation de leur dire que le calcul ne résout pas tout. Nous sommes dans une phase d'action mais de courte durée car les élèves achoppent.

- * L'aide n° 3 amène les élèves à reverser du liquide dans le grand bidon initial. C'est une étape importante pour la suite. Des dessins simplifiés apparaissent. Des élèves y ajoutent des flèches ou des écrits (le plus souvent des calculs) dont le rôle est de faciliter la compréhension du futur lecteur :

Travail d'élève :



Quatre élèves parviennent alors à isoler une fois 2 litres. L'un donne l'explication dans le texte suivant :

« J'en remplis le bidon de 5 l, le vide dans celui de 4 l et il reste 1 l. Il met le litre dans le bidon de 4 litres, remplit le bidon de 5 l vide dans le bidon de 4 litres et il lui reste 2 litres. »

Une autre construit ce " tableau ".

$$\boxed{20p} \quad \boxed{20p} \quad \boxed{0p} \overset{5p}{\text{---}} \boxed{0p} \overset{4p}{\text{---}}$$

$$\boxed{20p} \quad \boxed{15p} \quad \boxed{1p} \quad \boxed{4p}$$

$$\boxed{20p} \quad \boxed{14p} \quad \boxed{5p} \quad \boxed{1p}$$

$$\boxed{20p} \quad \boxed{14p} \quad \boxed{2p} \quad \boxed{4p}$$

$$\boxed{20p} \quad \boxed{18p} \quad \boxed{2p} \quad \boxed{0p}$$

- * On peut noter que ces deux élèves n'ont pas explicité toutes les étapes. Pendant ce temps les autres manifestent de la lassitude et restent bloqués.
- * L'aide n° 3 bis ne s'avère pas efficace sur le moment. Elle sera cependant très utile lors du bilan et de la discussion à venir. Elle servira de support pour mieux repartir et enfin aboutir.

COMMENTAIRE

Ce problème paraît frustrant pour l'observateur à cause du peu de réussite auquel il assiste. Nous constatons tout de même que les élèves ont pris conscience de l'utilité de l'élaboration d'un tableau. Celui-ci a permis d'une part de faciliter la gestion des données et du même coup d'aboutir à la solution du problème plus aisément que pour d'autres modes de gestion comme par exemple une succession de phrases. D'autre part le tableau a été un support efficace lors de la présentation par les élèves de la démarche suivie.

Une enquête a montré que tous les élèves ont trouvé ce problème difficile mais intéressant sans être amusant.

BIBLIOGRAPHIE

" Suivi scientifique 1985-1986 " (Inter IREM)

" Construction de savoirs mathématiques au collège "
(Rencontres pédagogiques N° 30 - 1991 I.N.R.P.)

" Comment font-ils "
(Rencontres pédagogiques N° 4 - 1984 I.N.R.P.)

" Problème ouvert et situation problème "
(G. Arsac, G. Germain, M. Mante 1988 I.R.E.M. de Lyon)

" Situations problèmes "
(Aides pédagogiques pour le cycle moyen - Brochure A.P.M.E.P. N° 64)

" L'apprenti-math "
(1992 - I.R.E.M. de Rennes)

" Repères N° 8 "
(Topiques Editions)

" L'enseignement des mathématiques par situation problèmes "
(1987 - I.R.E.M. Pays de Loire)

**Imprimé et édité
par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Troisième Trimestre 1995
N° de Publication : 9508**

**Université de RENNES I
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX
Tél : 99 28 63 42**

FICHE DUBLIREM

TITRE : RESOUDRE DES PROBLEMES POUR APPRENDRE

I.R.E.M. : RENNES

**AUTEURS : DUBOIS D. - JAIJARAT P. - REVAULT D. - THOMANN G. -
URBAN M.A.**

DATE : SEPTEMBRE 1995

NIVEAU : CM₂, 6ème

PUBLIC CONCERNE : Enseignants de l'élémentaire et du collège

MOTS-CLES :

- apprentissage
- situation-problème
- aide
- classe hétérogène
- pédagogie différenciée

RESUME :

L'activité de résolution de problèmes joue un rôle important dans la formation des connaissances. Pour atteindre un objectif d'apprentissage l'enseignant propose une situation ne déroutant pas les élèves mais suffisamment complexe pour que la résolution ne soit pas immédiate et constitue un enjeu. Les élèves peuvent alors mettre en oeuvre des savoirs et savoir-faire, en percevoir les limites, construire de nouvelles connaissances.

Quelques situations-problèmes expérimentées en CM₂ et 6ème sont présentées. Pour chacune d'elles, des aides ont été mises au point pour permettre aux élèves de surmonter certaines difficultés et ainsi éviter des blocages ; ces aides permettent également à l'enseignant de pratiquer une pédagogie différenciée dans une classe hétérogène.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 × 29,7	119	40 F 1 €	400 Ex.

I.S.B.N. 2-85728-021-1