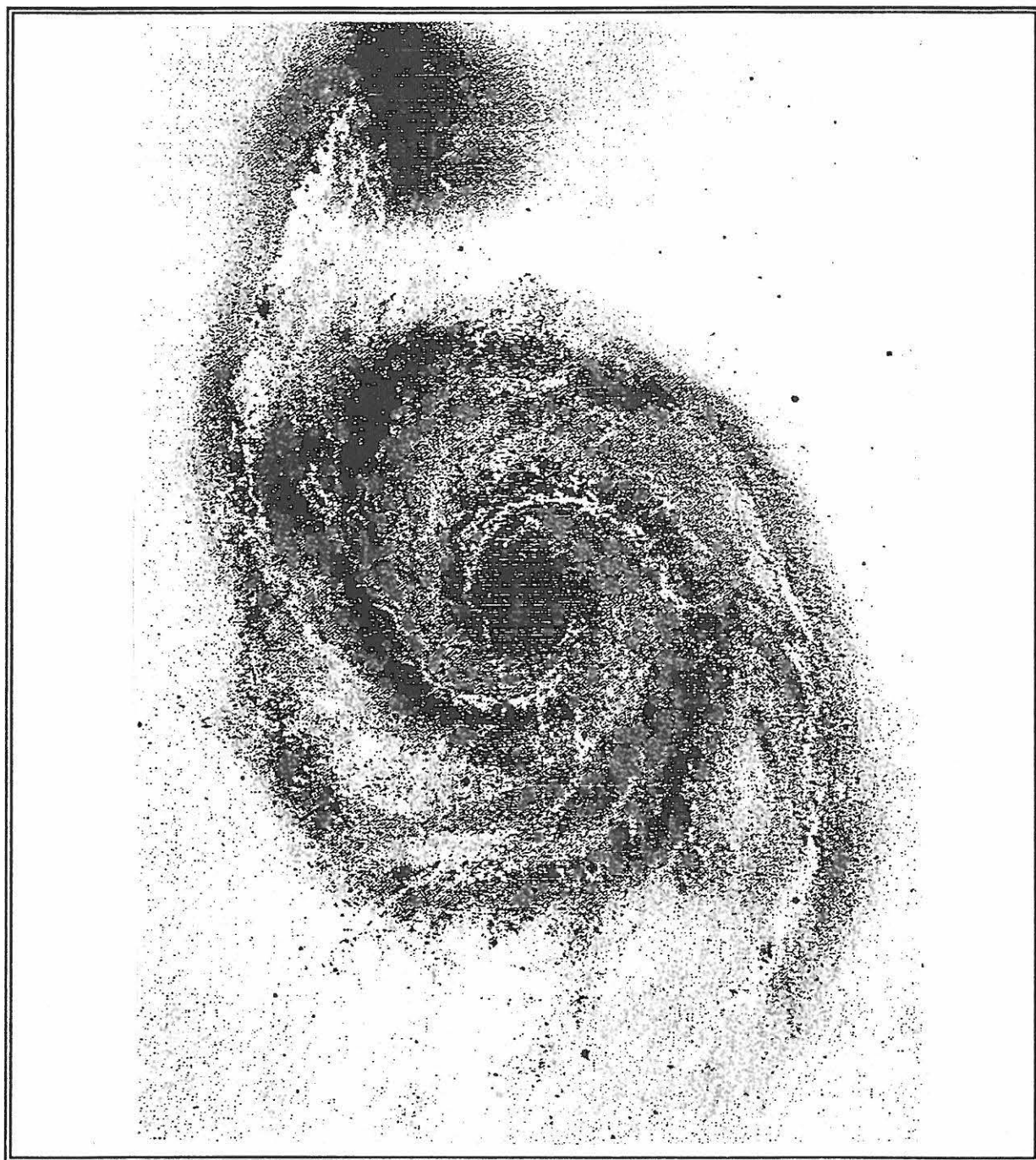


A LA RECHERCHE D'UNE PROGRESSION



Activités en Quatrième

AVRIL 1995

I.R.E.M. de RENNES

AVANT-PROPOS

Ce document est le résultat d'un travail de deux ans : Années scolaires 1991-1992 et 1992-1993.

Ont participé à son élaboration :

ANAT Marie-Claude	Collège Eugène Guillevic - ST JEAN BREVELAY
ANAT Raymond	Collège Eugène Guillevic - ST JEAN BREVELAY
DARRIER Thierry	Collège Jean Le Coutaller -LORIENT (en 1991-1992)
JACOB Roger	Collège du Ronquédo - QUEVEN
LE STRAT Annie	Collège du Ronquédo -QUEVEN
LE STRAT Louis	Collège Jean Le Coutaller - LORIENT
MACOMBE Gérard	IPR, Consultant Scientifique du groupe, Rectorat de RENNES

Nous tenons à remercier :

- Le Groupe de recherche "Mathématiques au Collège", auteur des fichiers de la sixième à la troisième, édités par l'IREM de BREST et dans lesquels nous avons puisé de nombreux exercices.
- Danièle QUENTIN pour la frappe et la mise en page du document.
- Françoise LE BESCOND pour la reprographie et Suzanne BOURON pour la reliure du document.

Nous remercions également les futurs lecteurs pour les remarques, critiques et suggestions qu'ils voudront bien nous retourner.

SOMMAIRE

Avant-propos

Problématique	1
Hypothèses et axes de recherche	2
Conclusion	3
Chapitre 1 - Nombres relatifs	5
Chapitre 2 - A propos de solides	11
Chapitre 3 - Des tracés aux constructions	19
Chapitre 4 - Fractions - 1ère partie	27
Chapitre 5 - A propos de solides (suite)	29
Chapitre 6 - Distance, inégalité triangulaire, pythagore	39
Chapitre 7 - Relatifs et fractions - 2ème partie	53
Chapitre 8 - Le point sur la démonstration	69
Chapitre 9 - Puissances	73
Chapitre 10 - Notion de fonction	77
Chapitre 11 - Cosinus projection	87
Chapitre 12 - Equations - Inéquations	91
Chapitre 13 - Développement, factorisations	97
Annexe : Devoirs communs	101
Bibliographie	108

PROBLEMATIQUE

Les programmes en vigueur au collège depuis la rentrée de 1988 font une large part à la notion d'activité prise au sens de "SITUATIONS CREANT UN PROBLEME".

On peut lire dans les commentaires généraux des programmes :

"Seuls ou en groupes, les élèves doivent apprendre à travailler par eux-mêmes afin d'accéder à l'autonomie et à la responsabilité".

"On devra donc privilégier l'activité de chaque élève".

Faire des mathématiques, c'est-à-dire résoudre des problèmes, est différent de voir faire des mathématiques. Il convient d'habituer l'élève à expérimenter, conjecturer et s'entraîner à chercher.

Intégrer la pratique d'activités par les élèves dans un processus d'apprentissage pose à la fois le problème du choix des situations et celui de la gestion temporelle.

Comment concilier un enseignement donnant la priorité aux activités des élèves et une progression en classe de quatrième ?

HYPOTHESES ET AXES DE RECHERCHE

Nous avons rapidement constaté que traiter à fond l'ensemble des contenus du programme de quatrième était trop ambitieux. Nous avons donc choisi d'axer plus particulièrement le travail de recherche sur les thèmes suivants :

a) Le calcul littéral

Il faut commencer tôt, aller doucement au travers d'activités qui donnent du sens au calcul (activités géométriques surtout). Il paraît utile d'englober l'usage de la calculatrice.

b) La notion de fonction

Comment rendre conséquente la pratique des représentations graphiques et du maniement des données ?

c) La notion de preuve

Il est nécessaire de s'attacher à faire dissocier la conviction de la démonstration.

Nous n'avions pas pour objectif de concevoir de nouveaux exercices, mais, en nous basant sur des exercices jugés intéressants, éventuellement remodelés, de bâtir une progression à partir des thèmes choisis.

Ce que nous avons recherché :

- Rendre l'élève plus actif ;
- Eviter un développement trop linéaire du programme et des notions cloisonnées dans un domaine précis, en favorisant une acquisition progressive et spiralee des connaissances.

Le thème des solides nous a paru particulièrement riche :

- Vision de l'espace ;
- Utilisation de la lettre ;
- Fractions et pourcentages ;
- Distributivité et factorisation ;
- Graphiques et gestion de données.

Nous avons donc décidé de l'intégrer de manière régulière dans les activités proposées au cours de l'année scolaire.

Les élèves ont travaillé avec des fiches, seuls ou en groupes. Des synthèses écrites ont été faites aux moments opportuns.

Les activités correspondant aux objectifs principaux ont été intégralement préparées par le groupe et ont donné lieu à trois devoirs communs chaque année.

CONCLUSION

A la fin de la deuxième année, nous sommes arrivés à la progression suivante :

QUATRIEME : PROGRESSION ANNUELLE

- 1) *Les relatifs : 1ère partie : addition et soustraction des décimaux.*
- 2) *A propos de solides : 1ère partie : prismes.*
- 3) *Des tracés aux constructions (remise en évidence des propriétés des figures usuelles).*
- 4) *Fractions 1ère partie : nombres positifs, les quatre opérations.*
- 5) *A propos de solides (suite) : cylindres ; sphères ; boules.*
- 6) *Distance, inégalité triangulaire, Pythagore.*
- 7) *Relatifs et fractions 2ème partie : nombres négatifs, début de la distributivité (développements et factorisations : 1ère partie).*
- 8) *Le point sur la "démonstration" (en géométrie plane).*
- 9) *Puissances.*
- 10) *Notion de fonction, applications linéaires.*
- 11) *Cosinus, projections.*
- 12) *Equations, inéquations.*
- 13) *Développements et factorisations (2ème partie).*
- 14) *Transformations.*
Les statistiques seront traitées à toute occasion profitable sous forme d'exercices pratiques.

La pratique dans nos classes et des remarques faites par des collègues, à l'occasion de présentations de notre travail en cours d'élaboration, nous ont fait modifier à plusieurs reprises la progression envisagée.

Par ailleurs, notre souci de faire acquérir les connaissances d'une manière spiralée nous a conduit à fractionner l'étude des thèmes en plusieurs points. Ainsi, les chapitres 3 et 8 n'en faisaient qu'un au départ et constituaient un ensemble trop important et étudié tard dans l'année.

Egalement, nous avions prévu d'étudier les projections et le cosinus avant les applications linéaires ; finalement, nous avons inversé pour présenter la notion de cosinus à partir des applications linéaires et ainsi l'intégrer au thème : "notion de fonction".

Pourquoi cette progression ?

Après avoir consolidé le calcul additif sur les nombres relatifs en écriture décimale, le thème des solides est abordé très rapidement afin de poser différents problèmes à résoudre :

- Tracés ;
- Manipulations de formules ;
- Ecriture fractionnaire des nombres ;
- Développements et factorisations d'expressions numériques.

Il nous a paru utile, à partir de tracés en géométrie plane, de faire le point sur les propriétés des figures usuelles.

Le chapitre 6 nous a semblé faire un lien "naturel" entre les constructions, où les propriétés des figures usuelles avaient été revues, le calcul littéral, la notion de démonstration approfondie dans le chapitre 8.

Le chapitre sur les transformations est placé en fin de progression mais pourrait très bien être étudié à un autre moment. Les symétries ont été utilisées dans les chapitres 3 et 8, mais nous n'avons pas eu le temps de traiter complètement les translations et les rotations. C'est pourquoi on ne trouvera pas de chapitre 14 dans ce document.

Au collège le programme de quatrième est probablement le plus difficile à traiter entièrement dans l'année !

COMMENT LIRE CHAQUE CHAPITRE ?

Les quatorze chapitres correspondent aux étapes de la progression.

Pour la plupart on trouvera :

- 1) Objectifs : contenus et savoir-faire.
- 2) Fiche technique correspondant aux exercices proposés dans le document.
- 3) Exercices : fiches-élèves complètes ou sélection particulière.
- 4) Commentaires.

Pour certains chapitres ne correspondant pas à nos thèmes principaux, la présentation est plus sommaire. Pour le chapitre 10, est jointe en annexe une description d'activité utilisant le micro-ordinateur.

Chapitre 1

NOMBRES RELATIFS (addition et soustraction)

Objectifs

Nous avons voulu introduire le calcul littéral dès la première leçon, dans un environnement de notions connues, c'est pourquoi nous avons évité d'utiliser la notation fractionnaire des décimaux. Nous avons particulièrement insisté sur l'intérêt de la réduction d'expressions littérales avant les applications numériques.

Contenus

- Nombres décimaux :
 comparaison
 addition et soustraction
- Utilisation de lettres, simplification d'écritures et d'expressions.
- Valeurs d'expressions littérales.

Savoir-faire

- Supprimer des parenthèses.
- Réduire.
- Remplacer une lettre par des valeurs données.

FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Objectifs, remarques
A	Découverte de la règle de suppression des parenthèses
B	Application de la règle au calcul littéral
C	Simplification d'écriture d'expressions : ôter les parenthèses, réduire
D	Expression littérale ; valeur numérique : Intérêt de la réduction d'une expression afin de calculer des valeurs numériques.
E	Application de la méthode à des expressions contenant des parenthèses et des crochets.
F	Utilisation de la lettre pour traduire un énoncé. Emploi de l'expression "en fonction de" Application numérique.
G	Même type d'exercice avec deux variables.

EXEMPLES D'EXERCICES PROPOSES

A

a) $17 + (25 + 15)$	=	$17 + 25 + 15$	=
	=		=
$22 + (21 - 4)$	=	$22 + 21 - 4$	=
	=		=
$36 + (-41 - 7)$	=	$36 - 41 - 7$	=
	=		=
$45 + (-12 + 25)$	=	$45 - 12 + 25$	=
	=		=
b) $65 - (15 + 21)$	=	$65 - 15 - 21$	=
	=		=
$36 - (17 - 8)$	=	$36 - 17 + 8$	=
	=		=
$64 - (-21 + 12)$	=	$64 + 21 - 12$	=
	=		=
$49 - (11 - 22)$	=	$49 - 11 + 22$	=
	=		=

Que constates - tu ?

B

Ecris sans parenthèses.

$17 + (a - b + 4)$	=	$-12 - (-a + 4 - b)$	=
$-15 + (-a + b - 3)$	=	$7 - (a - b + 2)$	=

C

x désigne un nombre quelconque. Je veux calculer, c'est-à-dire écrire le plus simplement possible, le nombre :

$$T = 5 - (x - 2)$$

Je ne peux pas calculer $x - 2$ donc la situation semble bloquée.

Il y a cependant moyen de s'en sortir en enlevant les parenthèses :

$$T = 5 - x + 2 \quad \text{ce qui permet alors d'écrire}$$

$$T = 7 - x$$

Cette fois il est impossible de continuer sans connaître x, donc le calcul est terminé.

A ton tour, simplifie :

$12 + (a - 4)$	=	$15 - (-b + 8)$	=
	=		=
$12 + (-y - 2)$	=	$(t - 8) + (3 - t)$	=
	=		=
$25 - (3 - z)$	=	$(17 - n) - (-n + 2)$	=
	=		=

D

$$X = (-3 + a) - (a + 1) + (a - 7)$$

Calcule la valeur de l'expression X pour :

$$a = 2 ; a = 0 ; a = -7 ; a = 7,3 \text{ et } a = -17,29$$

Essaie de trouver une méthode rapide pour effectuer ces calculs.

$$Y = (-3 - a) - (-a + 1) - (2 - a)$$

$$Z = -5 - (a - 3) - (a - 4) - 1 + (-1 + a)$$

Calcule en utilisant ta méthode, les valeurs de Y et de Z pour les mêmes valeurs de a que précédemment.

E

$$A = (-3 + a) - [(a - 1) + (7 - a)]$$

Calcule A pour : $a = 2$; $a = 1,5$; $a = 2,8$; $a = -1$ et $a = 0$.

puis (ou)

$$A = (-3 + a) - [-(a - 1) + (a - 2)]$$

$$B = [-5 - (a - 3)] + [-(a - 4) - 1] + (-1 + a)$$

Calcule A et B pour $a = -1,2$ puis pour $a = 0,8$

Calcule B pour $a = -1237,52$

F

Dans une librairie, Jean a acheté une revue coûtant 32F et un livre. Il a payé en donnant un billet de 200F.

- 1) Appelle p le prix du livre et écris en fonction de p la somme r qui lui a été rendue.
- 2) Cette somme est 82F, trouve le prix du livre.

G

Juliette possède 350F. Elle dépense 80F puis une certaine somme appelée x (en francs). Sa grand-mère lui donne 100F et elle dépense de nouveau une somme y. Enfin elle récupère 60F qu'elle avait prêtée à une amie.

- 1) Exprime la somme S qui lui reste en fonction de x et de y.
- 2) Calcule S dans les cas suivants :
 - a) $x = 130$ et $y = 100$
 - b) $x = 180$ et $y = 170$

COMMENTAIRE

Nous avons constaté dans les différents contrôles que, malgré notre insistance, beaucoup d'élèves ont des difficultés à acquérir le réflexe de réduire une expression algébrique avant d'effectuer des calculs numériques. Il faudra donc insister et insister encore.

Chapitre 2

A PROPOS DE SOLIDES

1^{ère} partie : PRISMES

Objectifs

Le thème des solides nous a paru particulièrement riche :

vision de l'espace,
utilisation de la lettre,
fractions et pourcentages,
distributivité et factorisation,
graphiques et gestion de données.

Nous avons donc jugé intéressant de l'intégrer de manière régulière dans les activités proposées au cours de l'année scolaire.

Pour des raisons de commodité de présentation de nos travaux nous avons décidé de ne retenir que les fiches qui nous paraissent les plus importantes.

Contenus

- Solides usuels : Prismes.
- Aires et volumes des prismes droits.

Savoir-faire

- Maîtrise de la perspective cavalière.
- Utilisation des formules d'aires et de volumes (calcul algébrique et fractionnaire).
- Calcul d'un volume par décomposition.
- Résolution d'équations.
- Première sensibilisation à l'expression : "en fonction de".

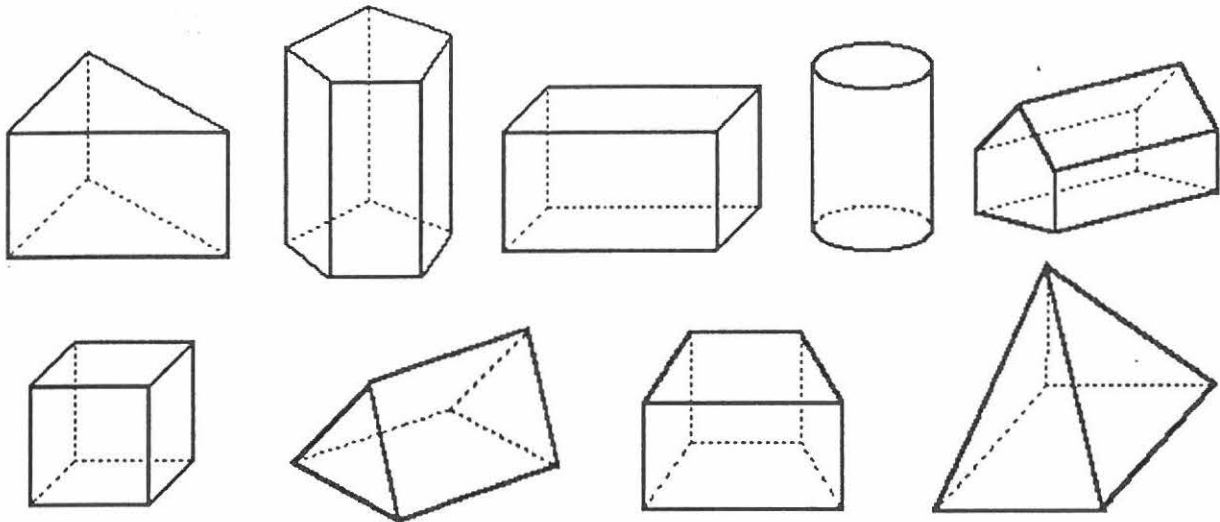
FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Thème, objectifs, remarques
Fiche 1 Exercice 1	Reconnaître des solides et des surfaces représentées en perspective cavalière et les nommer. Localiser les bases d'un prisme droit.
Fiche 1 Exercice 2	a) Compléter des dessins de prismes droits en perspective cavalière. b) Les contraintes imposées laissent dans chaque cas deux façons de compléter. Les traits gras servent à privilégier l'une des façons.
Fiche 2	Volumes et Aires totales de prismes droits. Révision des formules. Sens de l'expression "en fonction de". Résolution d'équation : première approche; types d'équations : $ax = b$; $ax^2 = b$ et $ax + b = c$. Usage de la distributivité. Calcul algébrique pour simplifier les expressions obtenues avant calcul numérique.
Fiche 3 Exercice 1	1) Réinvestir la formule donnant le volume en fonction de l'aire de la base. Equation $ax = b$. Revoir les changements d'unités. 2) Dessin, utiliser le résultat précédent. 3) Idem 1) et 2) plus convertir des volumes. 4) Organiser des données, réinvestir la notion de proportionnalité. 5) Expression "en fonction de", réinvestissement de la fiche 2.2 Représentation graphique. 6) Notion de fraction d'une grandeur, utilisation de l'expression "fraction de". Simplifier une fraction; fractions plus grandes que 1; équations; propriété de linéarité : $f(ax) = af(x)$.
Fiche 3 Exercice 2	Pour A 1) 2) et 3) réinvestissement des exercices de la fiche 2.1. De plus, dans 3), décomposition de prismes droits en solides "plus simples" pour pouvoir calculer des volumes. B : réinvestir les formules de calcul de volume et la proportionnalité.

FICHE N° 1

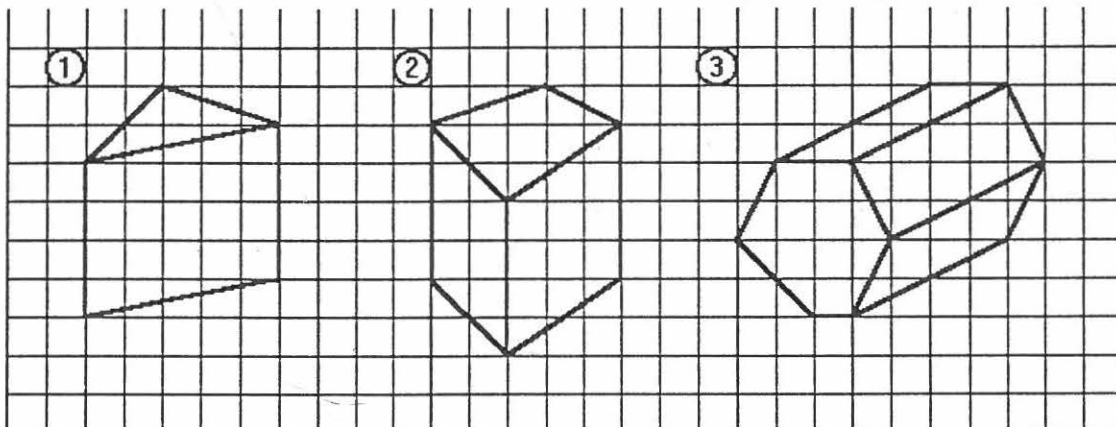
Exercice 1

Ci-dessous, on a représenté en perspective quelques solides posés sur une table horizontale. Ecris la nature des solides que tu connais sous chaque dessin.



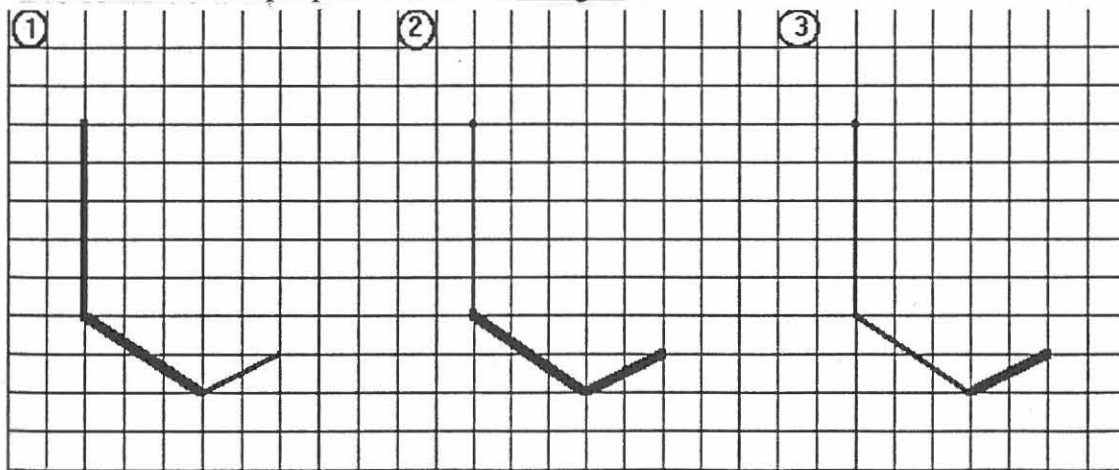
Exercice 2

a) Trace en pointillés les arêtes cachées de ces prismes. (en couleur)



b) Termine les dessins en perspective de ces prismes droits sachant que les segments plus épais sont des arêtes d'une des bases. Trace en pointillés les arêtes cachées.

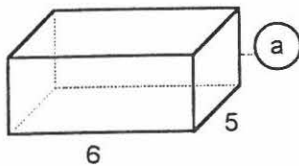
-Les bases de chaque prisme sont des triangles :



FICHE N° 2

Tous les solides utilisés ici sont des prismes droits. Les dimensions sont en cm. Une lettre représente une dimension.

- 1) Exprime le volume V en fonction de a :

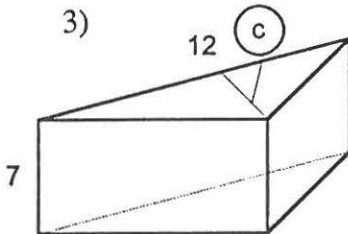


.....

Complète le tableau ci-dessous :

a (cm)	3	4,5	6
V(cm ³)			

- 3) Exprime le volume V en fonction de c :



.....

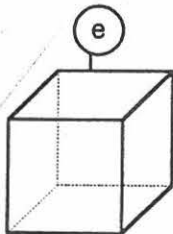
.....

Trouve c pour que le volume soit égal à 378 cm³.

.....

.....

- 5) Exprime l'aire totale de ce cube en fonction de e .



.....

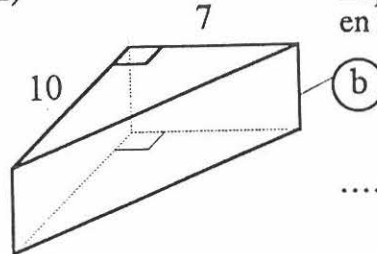
.....

Calcule cette aire pour $e = 5$ puis pour $e = 10$.
Trouve e pour que cette aire soit égale à 384 cm².

.....

.....

- 2) Exprime le volume V en fonction de b :



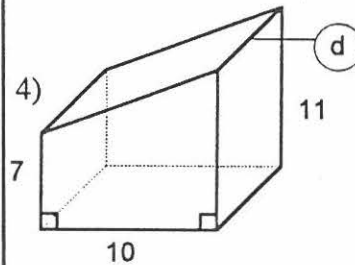
.....

Calcule b pour que ce volume soit égal à 420 cm³.

.....

.....

- 4) Exprime le volume V en fonction de d :



.....

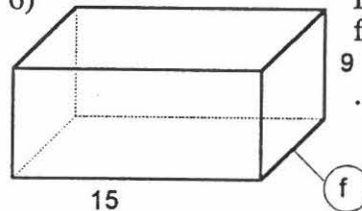
.....

Cherche la valeur de d pour que ce volume soit égal à : a) 585 cm³ b) 480 cm³.

.....

.....

- 6) Exprime l'aire totale en fonction de f .



.....

.....

Calcule cette aire pour $f = 5$ puis pour $f = 10$.
Trouve f pour que cette aire soit égale à 606 cm².

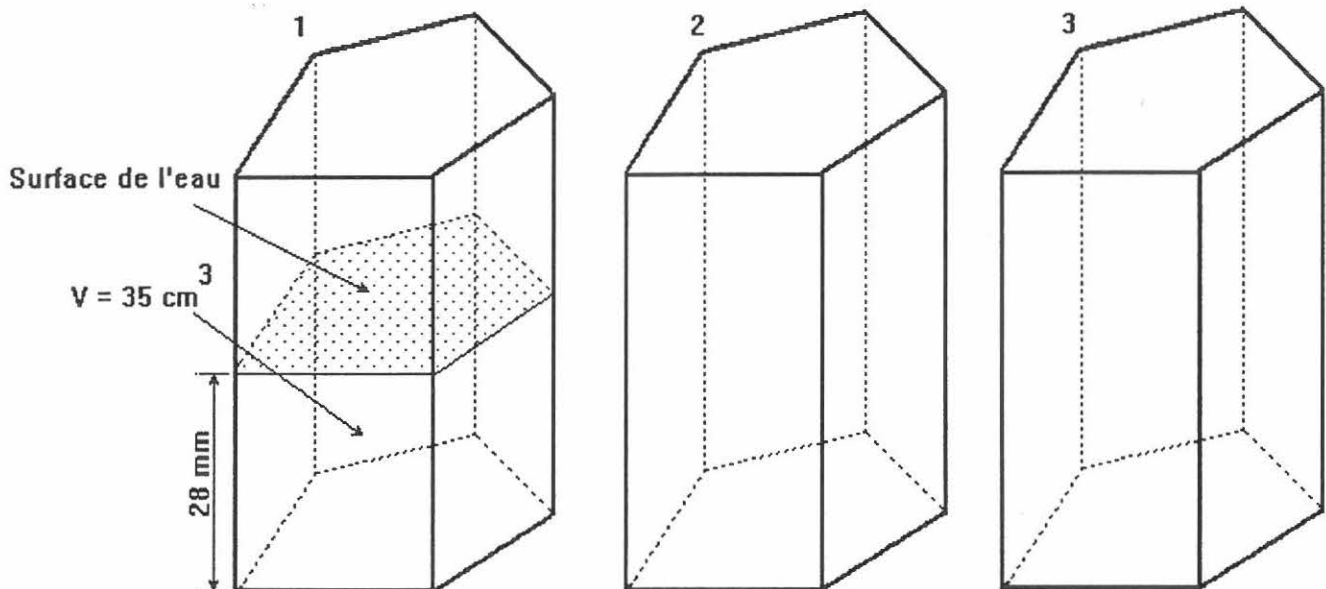
.....

.....

FICHE N° 3

Exercice 1

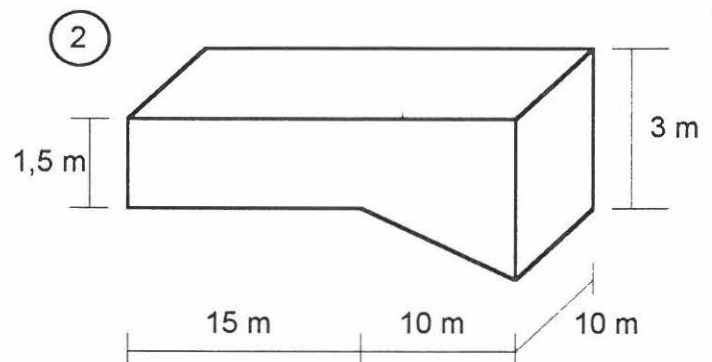
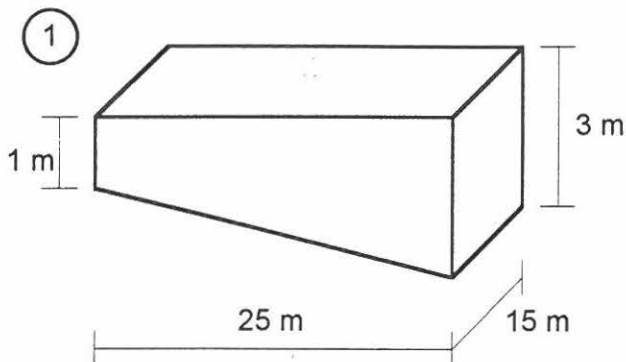
Ci-dessous, on a représenté en perspective, trois prismes droits identiques.



- 1) Calcule l'aire de la base de ces prismes.
- 2) On verse de l'eau dans le prisme n°2. La hauteur d'eau est 4,2 cm.
Fais apparaître la surface de l'eau en bleu sur le croquis n°2.
Calcule le volume d'eau que contient ce prisme.
- 3) On verse 45 cm³ d'eau dans le prisme n°3.
Calcule la hauteur de l'eau.
Fais apparaître la surface de l'eau en rouge sur le croquis n°3.
- 4) Fais un tableau dans lequel tu écriras les trois hauteurs et les trois volumes d'eau utilisés dans cet exercice. Obtiens-tu un tableau de proportionnalité ?
- 5) On appelle h la hauteur de l'eau et V le volume correspondant. Ecris V en fonction de h et représente graphiquement la variation de V en fonction de h . Utilise ton graphique pour trouver :
 - a) le volume d'eau correspondant à une hauteur de 3 cm.
 - b) la hauteur d'eau correspondant à un volume de 50 cm³, puis de 100 cm³ ?
- 6) On désigne par h_1, h_2, h_3 , les hauteurs d'eau dans les prismes 1, 2, 3 et par V_1, V_2, V_3 les volumes d'eau correspondants.
 - a) Quelle fraction de h_2 représente h_1 ? Quelle fraction de V_2 représente V_1 ?
 - b) Quelle fraction de h_1 représente h_3 ? Quelle fraction de V_1 représente V_3 ?

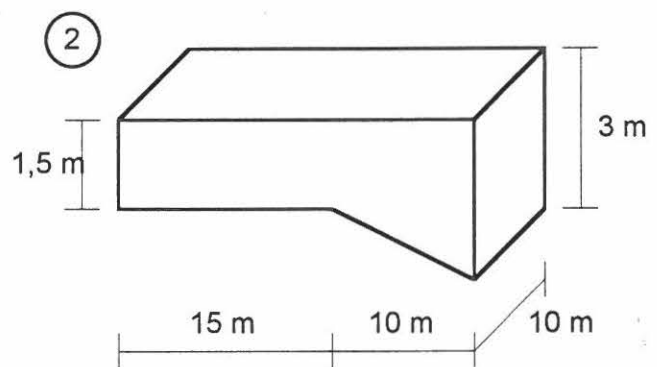
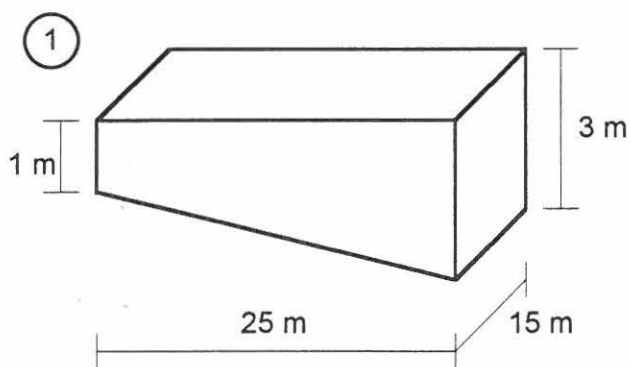
Exercice 2

A. Le dessin ci-dessous représente, en perspective, deux piscines.



- 1) Quelle est la nature des solides formés par ces piscines ?
- 2) Trace en pointillés les arêtes cachées de ces solides.
- 3) Décompose ces deux solides de façon à faire apparaître un pavé droit.

B.



- 1) Laquelle de ces deux piscines a la plus grande capacité ?
- 2) On décide de changer la profondeur minimale de la piscine 2. On appelle x cette nouvelle profondeur.
 - a) Ecris le volume de la piscine 2 en fonction de x .
 - b) Calcule x pour que les piscines aient la même capacité.

COMMENTAIRES

A l'occasion de la fiche 2.2, des variantes selon les collègues, pour le rappel des unités et des conversions dans le calcul des volumes simples, ont été exécutées ; en voici des exemples :

* Le tableau ci-dessous donne les principales unités de volume.

Rappel : $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre}$. (1 l)

unité de volume	m^3	dm^3	cm^3

Complète les égalités :

1 m^3 =	dm ³	;	1 dm ³ =	litre	;	1 l =	cl
1 dm ³ =	cm ³	;	1 l =	cm ³	;	1 cl =	cm ³
1 m ³ =	l	;	1 hl =	l	;	1 ml =	cm ³

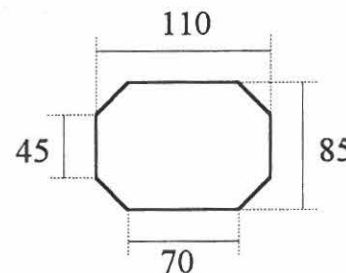
- * 1) Le volume d'un prisme droit est $4,32 \text{ dm}^3$, l'aire de sa base est 320 cm^2 . Calcule sa hauteur.
- 2) Le volume d'un prisme droit est $5,4 \text{ dm}^3$, sa hauteur est 45 cm. Calcule l'aire de sa base.

Après la fiche 2.3, quelques exercices de réinvestissement peuvent être proposés en recherche libre, comme par exemple :

- * Un meuble de rangement, placé dans l'angle d'une cuisine, a la forme d'un prisme droit de 0,80 m de hauteur. La base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 0,60 m et 0,80 m. Calcule l'aire de base et le volume extérieur de cette caisse.

* Une boîte de thé.

Le couvercle d'une boîte de thé a la forme et les dimensions indiquées en millimètres sur la figure ci-contre. Pour assurer la fermeture de la boîte, ce couvercle a un rebord de 1 cm de profondeur. La boîte elle-même a une base identique au couvercle et une hauteur de 95 mm.



- 1) Calcule le volume de cette boîte.
- 2) Recherche l'aire de la tôle utilisée pour sa fabrication.
(Indication : pour évaluer le périmètre de la base, dessine-la à l'échelle 1 et mesure les dimensions inconnues).

Chapitre 3

DES TRACÉS AUX CONSTRUCTIONS

Objectifs

- Faire retrouver les propriétés caractéristiques d'un parallélogramme.
- Faire raisonner les élèves en justifiant leurs constructions.
- Apprendre à rédiger un programme de construction.

Contenus

- Symétries centrales et axiales.
- Parallélogrammes.

Savoir-faire

- Construire un parallélogramme à partir d'une propriété caractéristique.
- Cas particulier des rectangles, losanges et carrés.
- Rédiger un programme simple de construction.

FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Objectifs, remarques
Exercice 1.1	Revoir la propriété du centre de symétrie. Construire le symétrique d'un point.
Exercice 1.2	Construction d'un parallélogramme. Mise en place d'une diagonale, d'un troisième côté à partir des longueurs des côtés. Construction du quatrième sommet : plusieurs choix possibles.
Exercice 1.3	Mise en place d'une diagonale. Utilisation du parallélisme des côtés.
Exercice 1.4	2 solutions : M est sur [AD] ou M est sur [CB]. Exercice riche du fait de la diversité des constructions possibles.
Exercice 2.1	Construction d'un losange en utilisant les propriétés des diagonales
Exercice 2.2	Symétrie centrale pour la mise en place de la diagonale [AC] puis construction des points distants de 4 cm de A et de C.
Exercice 2.3	Symétrie orthogonale pour construire C. Tracer (CM) pour obtenir B ou D. Plusieurs possibilités pour le quatrième point.
Exercice 2.4	Deux possibilités : Utiliser les symétries axiales ou les symétries centrales. La seconde possibilité fournit un procédé plus général transférable au parallélogramme (voir commentaires).
Exercice 3.1	Symétries axiales uniquement ou symétrie(s) axiale(s) et symétries centrales.
Exercice 3.2	Symétrie axiale pour construire B. Pour construire les deux autres sommets, on trace des parallèles ou des perpendiculaires.
Exercice 3.3	Tracés de parallèles ou de perpendiculaires, utilisation possible de la symétrie centrale.
Exercice 3.4	Un axe de symétrie, tracé de perpendiculaires. Doit-on tracer par P la parallèle ou la perpendiculaire à D ? Exercice difficile.

FICHE N° 1

1. Construire le parallélogramme ABCD sachant que O est son centre.

A+

O+

+B

2. Construire le parallélogramme ABCD sachant que O est son centre, $AB = 6$ cm et $BC = 4$ cm.

A
+

+O

3. Construire le parallélogramme ABCD sachant que O est son centre, B est un point de (d_1) et D un point de (d_2) .

A

+ O

(d_2)

(d_1)

4. Construire un parallélogramme ABCD sachant que O est son centre, B est un point de d et M un point de ses côtés.

(d)

A

M+

+O

FICHE N° 2

1. Construire un losange ABCD sachant que la diagonale [BD] mesure 9 cm.

A +

+ C

2. Construire un losange ABCD de centre O tel que $AB = 4$ cm.

A +

+ O

3. Construire un losange ABCD sachant que d est un axe de symétrie et M un point des côtés.

A +

+ M

(d)

4. Construire un losange ABCD sachant que (d_1) et (d_2) sont les deux axes de symétrie et M et N deux points des côtés.

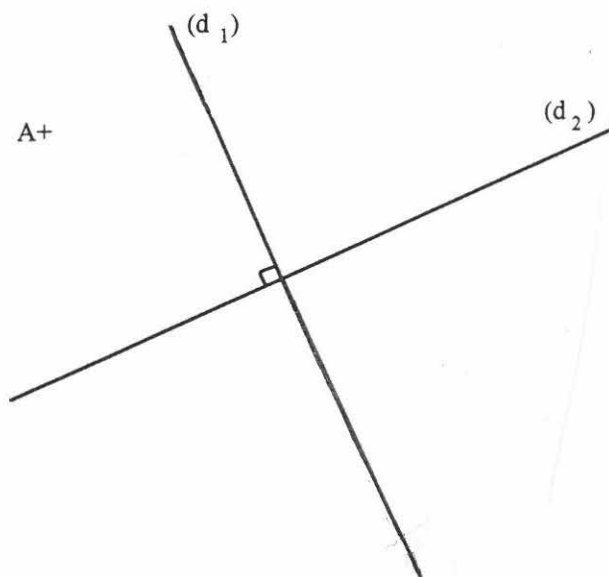
M +

+ N

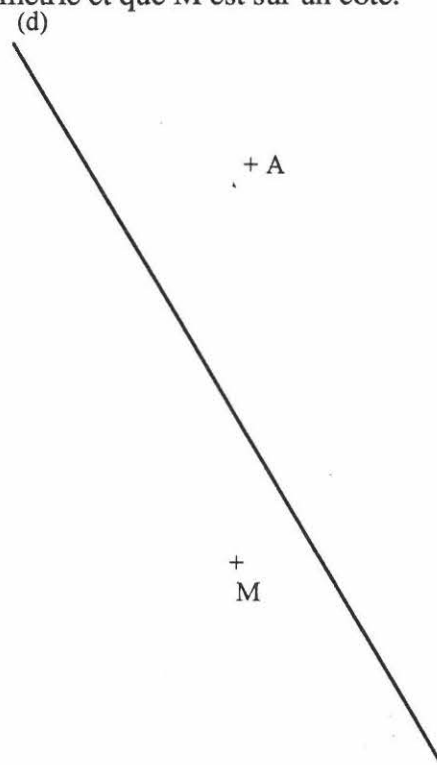
 (d_2) (d_1)

FICHE N° 3

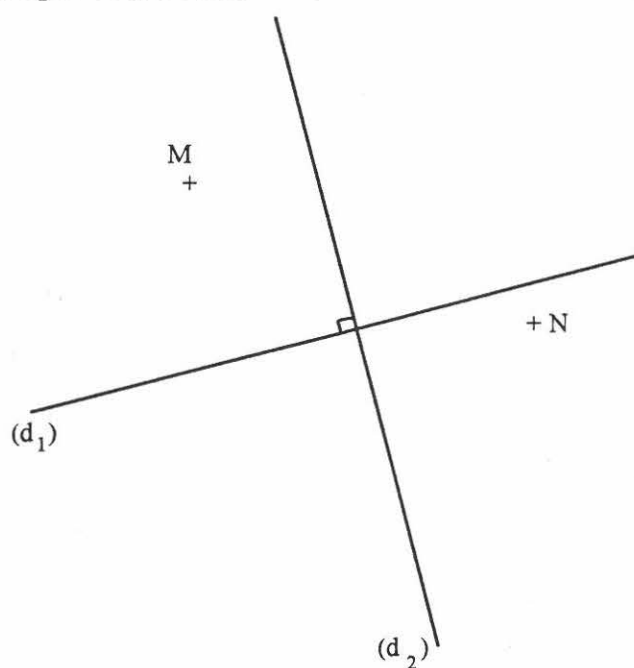
1. Construire un rectangle ABCD sachant que (d_1) et (d_2) sont ses axes de symétrie.



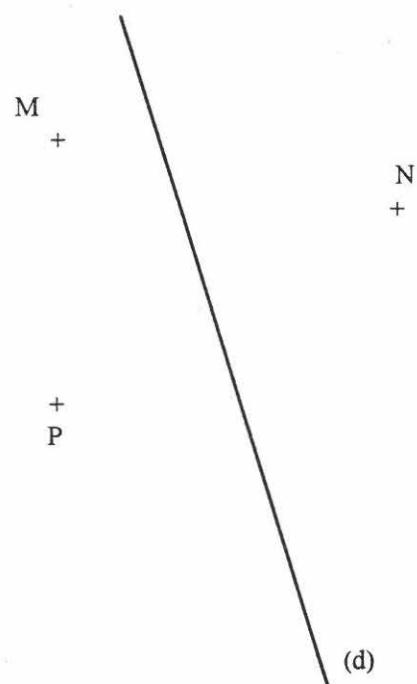
2. Construire un rectangle ABCD sachant que d est un axe de symétrie et que M est sur un côté.



3. Construire un rectangle ABCD sachant que (d_1) et (d_2) sont ses axes de symétrie et que M et N sont des points des côtés.



4. Construire un rectangle ABCD sachant que d est un axe de symétrie et que M , N et P sont des points des côtés.



COMMENTAIRES

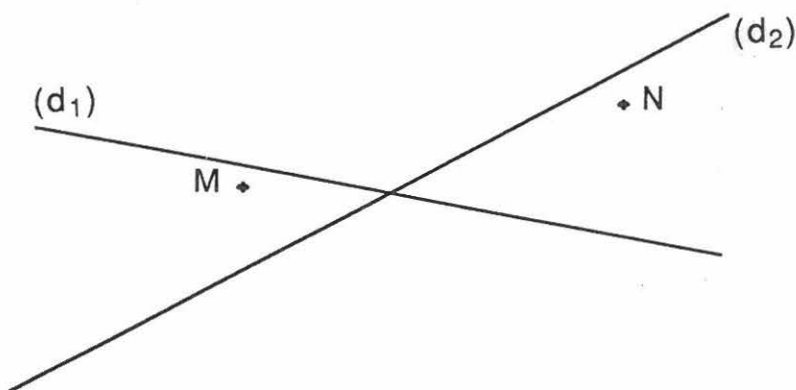
Pour chaque fiche les exercices 1 et 2 correspondent à des compétences exigibles et les exercices 3 et 4 à des compétences complémentaires. Dans les fiches 1 et 2 les premiers exercices ont été l'occasion de rédiger des programmes de construction. Initialement la fiche 3 était prévue avant la fiche 2. On a trouvé judicieux de changer l'ordre.

Ces trois fiches nous ont paru très intéressantes pour revoir les propriétés des parallélogrammes et des symétries dans un contexte d'activité des élèves : Réinvestissement, choix multiples, discussions.

Commentaires particuliers.

Exercice 1.4 :

La solution M sur [AD] est la plus courante chez nos élèves, il serait intéressant de proposer également une autre version de cet exercice avec M en position symétrique par rapport à O.



Exercices 1.3, 1.4 et 2.4 :

Ils peuvent être traités en utilisant systématiquement la symétrie centrale (symétrie d'une droite par rapport à un point). Après 2.4 on peut proposer l'exercice suivant :

Construire un parallélogramme ABCD de diagonales (d_1) et (d_2) sachant que M et N sont sur les côtés.

Remarque sur le vocabulaire : Il est important de considérer les côtés comme des segments.

Chapitre 4

FRACTIONS - 1ère Partie : Nombres positifs, les quatre opérations

Objectifs

Il s'agit dans ce chapitre d'utiliser les nombres fractionnaires de manière uniquement arithmétique pour faciliter l'étude des quatre opérations dans l'ensemble des nombres relatifs écrits sous forme décimale ou fractionnaire (chapitre 7).

De plus, cette étude permet de compléter notre panoplie d'outils nécessaires à la résolution de petits problèmes.

Contenus

- Les nombres arithmétiques sous forme fractionnaire.
- Résolution de problèmes.

Savoir-faire

- Simplification d'une fraction.
- Comparaison de fractions.
- Opérations sur les fractions.
- Ecriture d'inverses.

Commentaires

La progression utilisée pour ce chapitre a été largement inspirée par celle du fichier I.R.E.M. de Brest, classe de quatrième.

Chapitre 5

A PROPOS DE SOLIDES (Suite) : Cylindres, sphères, boules

Objectifs

Il s'agit de poursuivre le travail entamé lors du chapitre 2. De plus, quelques exercices à propos des volumes permettent d'aborder des calculs simples sur les puissances (exposants 2 et 3) ainsi que les factorisations.

Un exercice sur la sphère pose un problème de calcul de distance préparant le chapitre suivant sur Pythagore.

Contenus

- Retour sur les cylindres.
- Nouveaux solides à base de sphères, de boules et de cylindres.
- Sphère terrestre et son vocabulaire.

Savoir-faire

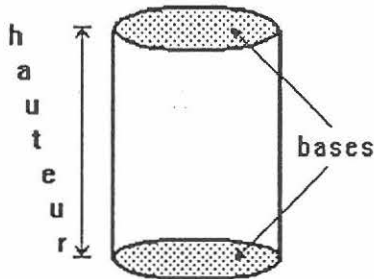
- Apprentissage et utilisation des formules d'aires et de volumes des sphères et des boules (calculs algébriques et fractionnaires).
- Calcul d'un volume par décomposition.
- Utilisation de la lettre π pour exprimer un résultat exact.
- Poursuite de l'écriture d'une grandeur en fonction d'une "variable".
- Intersection d'un plan avec une sphère ou avec une boule.
- Approche de la géométrie descriptive de la sphère.
- Repérage sur la sphère terrestre.

FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Thème, objectifs, remarques
Fiche 1	Rappels sur le cylindre : formule du volume. Exercices de calculs avec valeurs exactes (en utilisant la lettre π) et valeurs approchées.
Fiche 2 Exercices 1 et 2	Utiliser le formulaire : volume. Utiliser la lettre π . Exercice de calcul et d'observation d'équivalence de volumes.
Fiche 2 Exercice 3	Utiliser le formulaire : aire et volume. Volumes pratiquement égaux et aires différentes.
Fiche 2 Exercice 4	Employer la lettre π : faire des calculs avec π ; mettre π en facteur commun ; addition de fractions. Arrondir au dernier moment.
Fiche 3 Exercice 1	Réinvestissement formulaire : formule du volume de la boule. utilisation de la lettre π Comparaison de volumes : fractions et pourcentages fractions et puissances.
Fiche 3 Exercice 2	Utilisation de la lettre (constante ou variable). Calcul littéral avec emploi de l'expression "en fonction de". Factorisations (éventuellement) et additions de fractions.
Fiche 3 Exercice 3	Exercice de recherche : formulaire volumes, pourcentages. A) Utilisation de valeurs numériques différentes pour constater qu'on aboutit au même pourcentage. Généralisation. B) En classe, utiliser une variable (laisser éventuellement les élèves proposer ou choisir celle-ci). Simplification de quotients pour aboutir à un résultat exact. Question 4 : 2 possibilités : donner la question telle quelle ou laisser aux élèves le choix de la variable. Dans ce dernier cas, essayer de montrer l'intérêt du choix du rayon de la boule comme variable. Remarque : question 5 : ouverture sur la suite du programme ; peut-on faire un calcul ou simplement mesurer ?
Fiche 4 Exercice 1	Intersection d'un plan et d'une sphère ou d'un plan et d'une boule ; vocabulaire qui s'y rapporte.
Fiche 4 Exercice 2	Approche de la géométrie descriptive de la sphère : passage de la vision elliptique d'un cercle au tracé plan. Mise en évidence de la nécessité d'un procédé de calcul de distance (prévision : Pythagore).
Fiche 4 (suite) Exercice 3	Information : Repérage sur la sphère terrestre.

FICHE N° 1

Exercice 1



Dans le langage de tous les jours, une boîte de petits pois s'appelle une boîte "ronde" ou "cylindrique".

En mathématiques et dans le langage technique, un solide de cette forme s'appelle "cylindre de révolution" ou "cylindre droit" ou plus simplement un cylindre. Le dessin ci-contre représente, en perspective, un cylindre de révolution.

Décris les bases d'un cylindre de révolution.

Exercice 2

La formule suivante permet de calculer le volume d'un cylindre de révolution.

$$V = B \times h$$

v o l u m e d u c y l i n d r e	a i r e d e l a b a s e	h a u t e u r d u c y l i n d r e
--	--	---

avec $B = \pi r^2$

- 1) En utilisant la lettre π , calcule le volume du cylindre sachant que $r = 5$ cm et $h = 8$ cm.
- 2) Calcule une valeur approchée, arrondie au cm^3 , de ce volume.

Exercice 3

Un tuyau d'arrosage a la forme d'un cylindre de révolution.

Son diamètre intérieur est 15 mm et sa longueur est 20 m.

Représente-le en perspective. Combien de litres d'eau contient-il quand il est plein ?

Exercice 4

Un cylindre A a pour hauteur 10 cm et pour rayon de base 2 cm.

Un cylindre B a pour hauteur 10 cm et pour rayon de base 4 cm.

- 1) En utilisant le nombre π , calcule la valeur exacte du volume de ces deux cylindres.
- 2) Le volume d'un cylindre est-il proportionnel au rayon de sa base ? Explique ta réponse.

Exercice 5

Un puits a la forme d'un cylindre de 20 m de hauteur et de 2 m de diamètre.

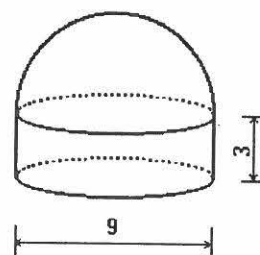
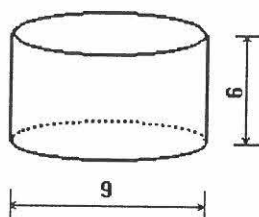
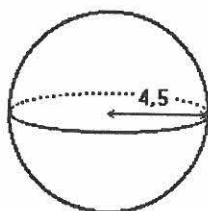
- 1) Représente ce puits en perspective. Calcule le volume de ce puits.
- 2) L'eau monte aux deux cinquièmes de la hauteur du puits (à partir du bas). Fais apparaître la hauteur de l'eau sur la perspective, puis calcule le volume de l'eau contenue dans ce puits. (Tu donneras la valeur arrondie à 100 litres près.)

FICHE N° 2**Exercice 1** Formulaire

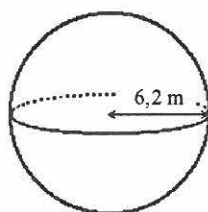
Cherche dans ton livre et écris les formules de l'aire de la sphère et du volume de la boule.

Aire de la Sphère :

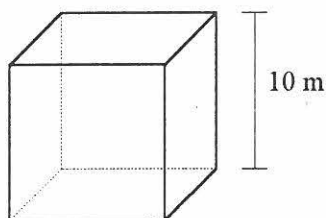
Volume de la Boule :

Exercice 2 Voici trois solides . Lequel de ces solides a le plus grand volume ?**Exercice 3**

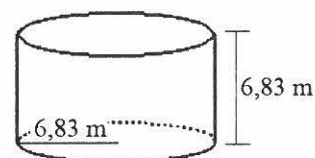
Voici trois citernes de formes différentes. Calculer le volume et l'aire de chacune d'elles puis compléter le tableau ci-dessous.



Citerne sphérique

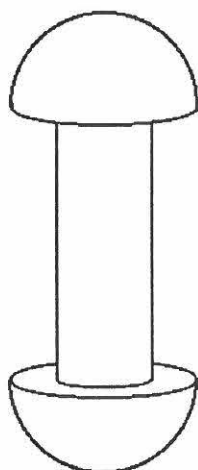


Citerne cubique



Citerne cylindrique

Citernes	Volumes	Aires
Sphérique		
Cubique		
Cylindrique		

Exercice 4

Calculer le volume du solide représenté ci-contre, sachant que :

- Les deux demi-boules sont identiques et ont pour diamètre 10 cm.
- Le cylindre de révolution a 15 cm de hauteur et son rayon est la moitié de celui des boules.

(penser à garder π le plus longtemps possible dans les calculs).

FICHE N° 3

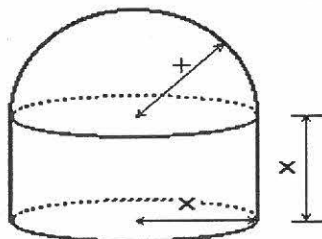
Exercice 1

- 1) Calcule le volume :
 - d'un ballon de football de 220 mm de diamètre :
 - d'une balle de tennis de 66 mm de diamètre :
 - d'une balle de ping-pong de 38 mm de diamètre :
- 2) Quelle fraction du volume du ballon de football représente celui de la balle de tennis ?
- 3) Quel pourcentage du volume du ballon de football représente celui de la balle de ping-pong ?

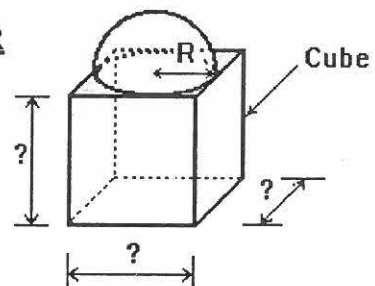
Exercice 2

Exprime les volumes suivants :

en fonction de x



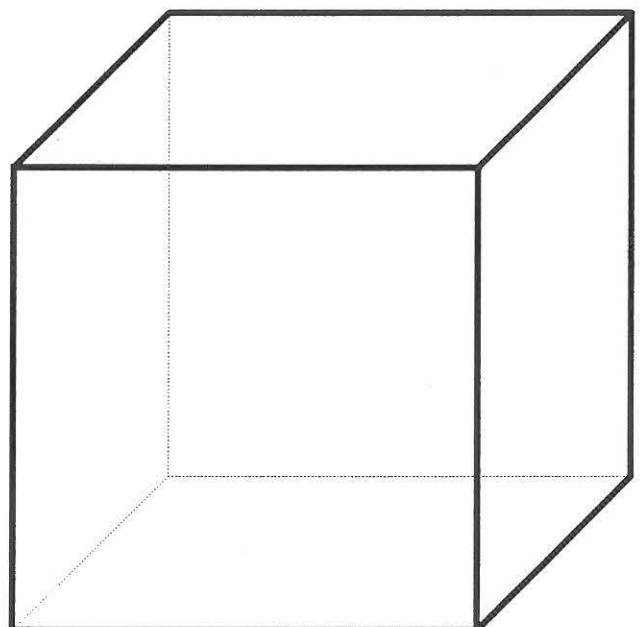
en fonction de R



Exercice 3

Le cube ci-dessous a 16 cm (ou 24 cm) d'arête.

- 1) Quel est le rayon de la plus grande sphère que l'on peut placer dans ce cube ?
- 2) Calcule le volume de l'espace vide entre la sphère et le cube.
- 3) Quel pourcentage du volume du cube représente le volume de la boule ?
- 4) Soit a le rayon de la boule.
 - a) Exprime le côté du cube en fonction de a .
 - b) Exprime les volumes de la boule et du cube en fonction de a .
 - c) Calcule le quotient de ces deux volumes.
- 5) Quel est le rayon de la plus petite sphère dans laquelle on peut placer ce cube ?



FICHE N° 4

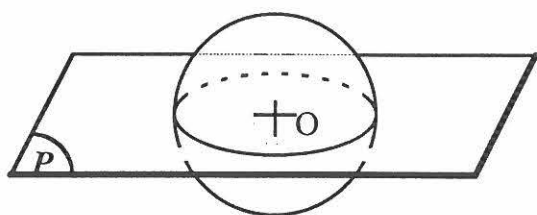


Figure 1

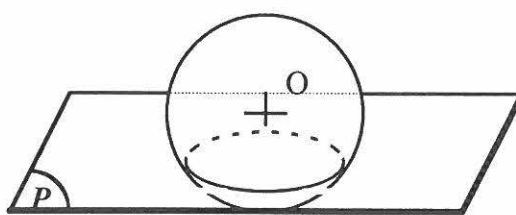


Figure 2

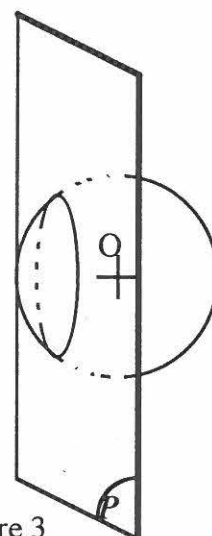


Figure 3

Exercice 1

1) Ces trois figures représentent une sphère coupée par un plan P. Colorie les intersections en vert. Quelle est leur nature ?

Mêmes questions (utilise le rouge) si on remplace sphère par boule.

2) Dans la figure 1, le plan P passe par le centre O de la sphère :

On dit que le plan coupe la sphère en deux demi-sphères ou **hémisphères**.

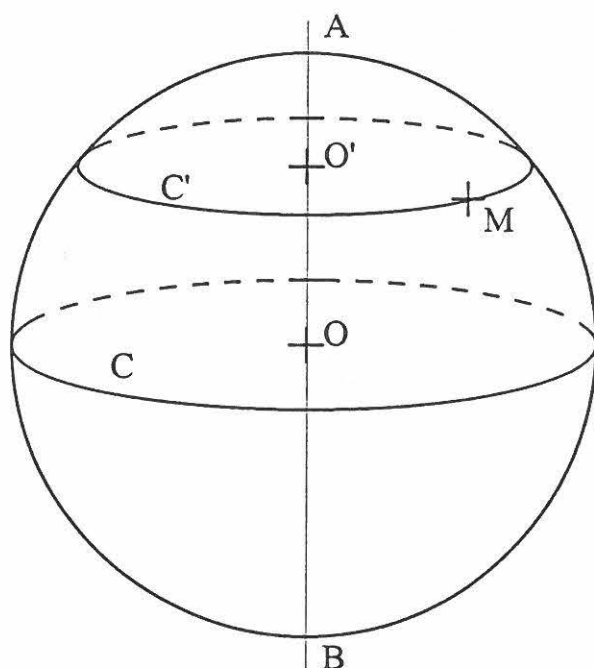
On dit que le cercle intersection est un **grand cercle** de la sphère, son rayon est égal à celui de la sphère.

3) Dans les figures 2 et 3, le plan ne passe pas par le centre de la sphère :

On dit que le plan coupe la sphère en deux **calottes sphériques**.

Compare le rayon de la sphère et celui du cercle intersection.

On dit que le cercle intersection est un petit cercle de la sphère.

**Exercice 2**

Le rayon de la sphère est 5 cm et $OO' = 3$ cm.

Les cercles C et C' sont dans des plans parallèles.

O est le centre de la sphère et du cercle C.

O' est le centre du cercle C'.

La droite (OO') recoupe la sphère en deux points A et B.

1) Que peux-tu dire de la droite (OO') par rapport aux plans des cercles C et C' ?

2) Dessine en vraie grandeur le grand cercle de diamètre $[AB]$ qui passe par M. Place sur ce dessin les points A, B, O, O' et M. Marque aussi les intersections de ce cercle avec C.

3) Dessin C' en vraie grandeur.

FICHE N° 4 (suite)

4) On fait varier la longueur OO' . Complète le tableau suivant.

OO' en cm	0	1	2	3	4	5
$O'M$ en cm						

Exercice 3

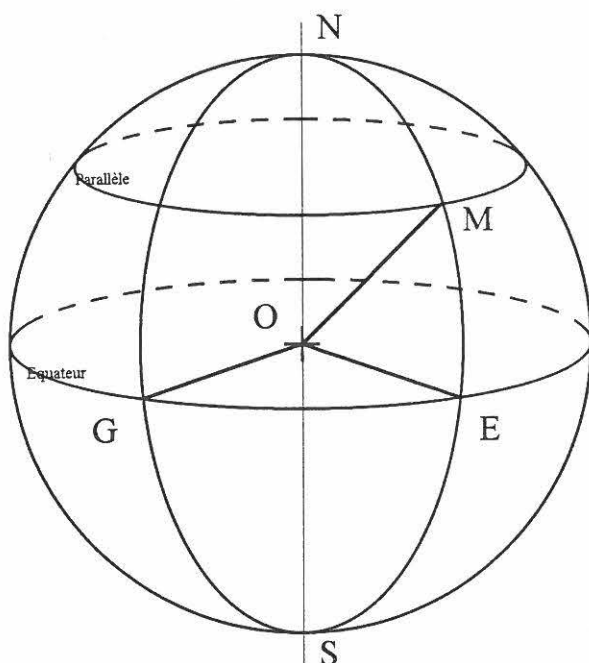
La Terre est représentée par une boule. Tu sais que la Terre tourne autour d'un axe passant par les pôles Nord et Sud. Tu sais aussi que **l'équateur** est le grand cercle de centre O situé dans le plan perpendiculaire à l'axe (NS). Tu sais que l'on repère un point sur la sphère terrestre par sa **latitude** et sa **longitude**.

Un **parallèle** est l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan parallèle à l'équateur.

Un **méridien** est un demi-grand cercle, intersection de la sphère terrestre avec un demi-plan ayant pour frontière l'axe (NS).

(Cherche dans ton dictionnaire la définition du méridien de Greenwich).

Sur le dessin suivant, le méridien de Greenwich est le demi-cercle qui a pour extrémités N et S et qui passe par G.



La latitude du point M est la mesure en degrés de l'angle $\widehat{EOM}$, suivie de l'indication Nord ou Sud.

Une latitude est comprise entre 0° et 90° .
Colorie le secteur circulaire en bleu.

La longitude du point M est la mesure en degrés de l'angle $\widehat{GOE}$, suivie de l'indication Ouest ou Est.

Une longitude est comprise entre 0° et 180° .
Colorie le secteur en rouge.

COMMENTAIRES

A propos de la fiche N° 1 : un retour sur le cylindre nous a semblé utile pour introduire les calculs littéraux avec π ainsi que pour préciser les notions de valeur exacte et de valeur approchée.

Fiche N° 2, exercice 3 : motiver les calculs par une précision orale du style : "on cherche à employer le moins de matériaux possible pour construire un contenant de la plus grande capacité possible", d'où cet exercice sur des citernes de volumes égaux.

Fiche N° 3, exercice 2 : cet exercice, assez difficile, peut être facultatif car bien réussi par peu d'élèves. Il nous semble cependant une ouverture vers les factorisations et sera traité à nouveau au chapitre 7.

Fiche N° 3, exercice 3 : les trois premières questions sont à faire en travail autonome en classe ou à la maison ; la 4ème est la synthèse réalisée en classe en activité dirigée. La 5ème question est facultative et indépendante du reste de l'exercice.

Fiche N° 4, exercice 1 : pour cet exercice il est conseillé d'utiliser un petit matériel : balles de tennis coupées ou non et planchettes découpées aux bons diamètres.

Chapitre 6

DISTANCE, INÉGALITÉ TRIANGULAIRE, PYTHAGORE

Objectifs

Utiliser des situations "concrètes" pour dégager les notions de :
distance
régionnement du plan.
Distance et triangle rectangle.
Utilisation de la calculatrice, valeur exacte, valeur approchée.

Contenus

- Distance d'un point à une droite.
- Médiatrice d'un segment.
- Cercles et disques.
- Inégalité triangulaire.
- Théorème de Pythagore.

Savoir-faire

- Construction de la médiatrice d'un segment, régionnement du plan par cette médiatrice.
- Régionnement du plan à l'aide d'un cercle.
- Trois longueurs étant données, existence d'un triangle correspondant ?
- Calcul du troisième côté dans un triangle rectangle, les deux autres étant connus.
- Nature d'un triangle dont les côtés sont connus.

FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Objectifs, remarques
Fiche 1 Exercices 1 et 2	Recherche de la plus courte distance d'un point à une droite.
Fiche 1, Exercice 3 Fiche 2, Exercice 4	Apparition de deux régions dans Exercice 3. Limite de ces régions dans Exercice 4.
Fiche 2, Exercice 5 et Exercice 6 Fiche 3, Exercice 7	Détermination de zones par construction de médiatrices. on remarquera que dans l'exercice 6, la construction de la médiatrice de [CA] est inutile.
Fiche 3, Exercice 8	Déterminer une zone par traçage de cercles.
Fiche 4	Il s'agit d'une fiche d'approfondissement. Chaque élève va à son rythme sans avoir la consigne de tout faire. Quelques interventions collectives sont nécessaires. Fiche intéressante pour observer la démarche des élèves. Certains exercices sont vraiment difficiles.
Fiche 5 Inégalité triangulaire	Exercices classiques. C'est un point du programme.
Fiches 6 Pythagore	Exercices de découverte pouvant être donnés à préparer à la maison. Une autre approche (exercice 2 de 6 bis) sur ordinateur sous forme interactive, avec solution et exercices d'application immédiate.
Fiches 7 à 9	Exercices variés sur Pythagore et sa réciproque. Il s'agit ici d'une compilation des divers exercices proposés (avec des doublons), aucun élève n'a eu à faire l'ensemble.

FICHE N° 1

Exercice 1

Lors d'un jeu, 8 candidats désignés par les lettres A, B, C, D, E, F, G, et H, doivent courir pour décrocher un fanion. Chaque candidat choisit sa place dans l'ordre donné par tirage au sort. Voici le résultat du tirage au sort :

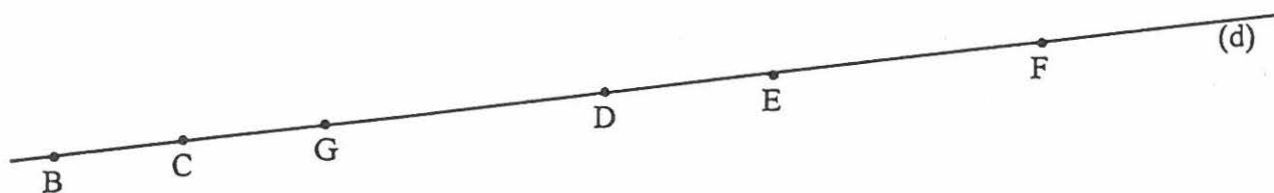
A	B	C	D	E	F	G	H
6	2	1	3	7	5	8	4

Dans le dessin ci-dessous, les places de départ sont représentées par des rectangles. Place chaque candidat dans la case qu'il va, à ton avis, choisir.



Exercice 2

A
×



- 1) Trace les segments qui joignent A à chacun des autres points marqués.
- 2) Repasse en rouge le segment le plus court.
- 3) Peux-tu trouver un autre point K de (d) tel que [AK] soit plus court que le segment rouge ? Si oui, place-le.

Retiens :

Exercice 3

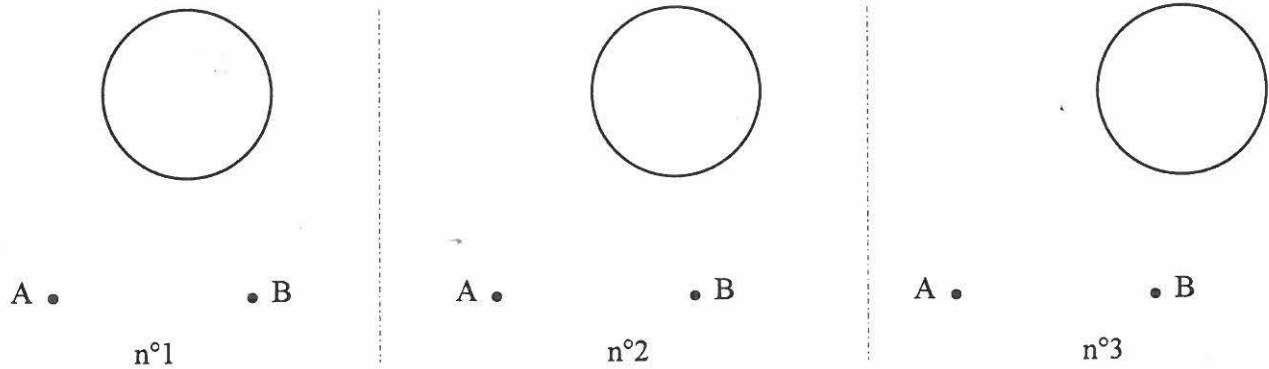
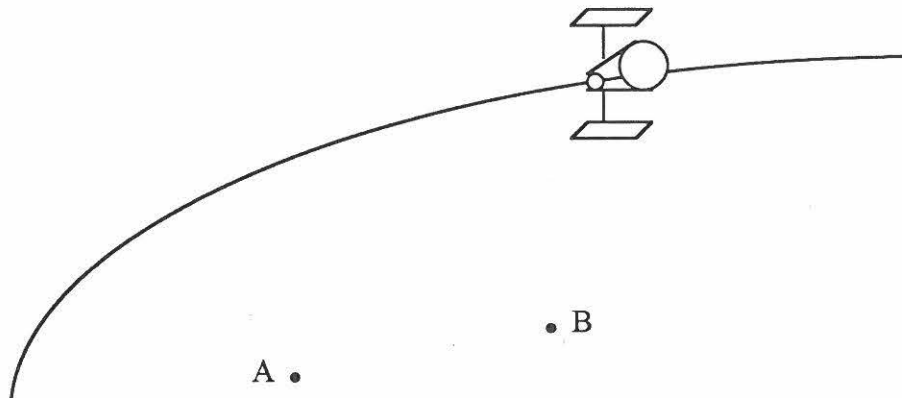
Sur le dessin ci-contre, place dix points rouges plus près de A que de B, et dix points bleus plus près de B que de A.

A •

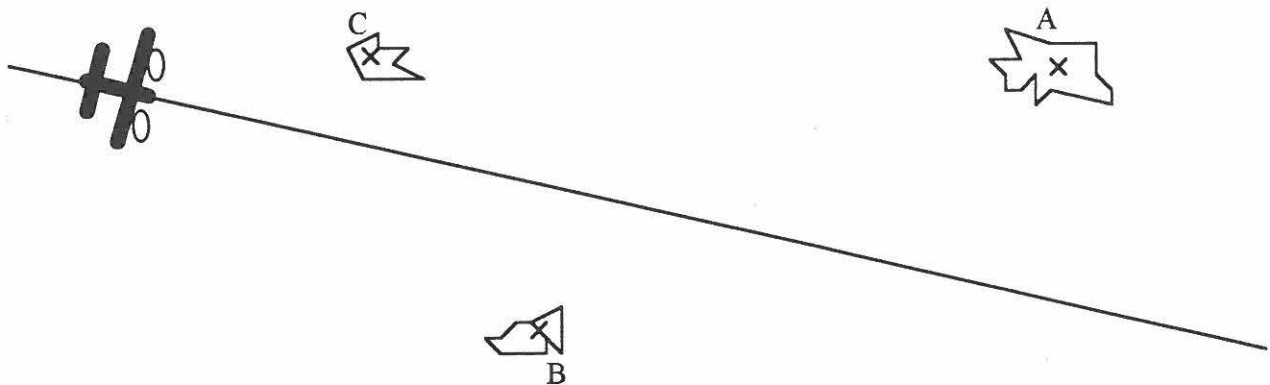
• B

FICHE N° 2**Exercice 4**

Pour chacun des dessins suivants, colorie sur le cercle, quand c'est possible, les points plus près de A que de B.

**Exercice 5**

Voici la trajectoire d'un satellite qui ne peut communiquer qu'avec la station radio la plus proche. Colorie en rouge la partie de la trajectoire où le satellite communique avec la station A. Colorie en bleu la partie de la trajectoire où le satellite communique avec la station B.

Exercice 6

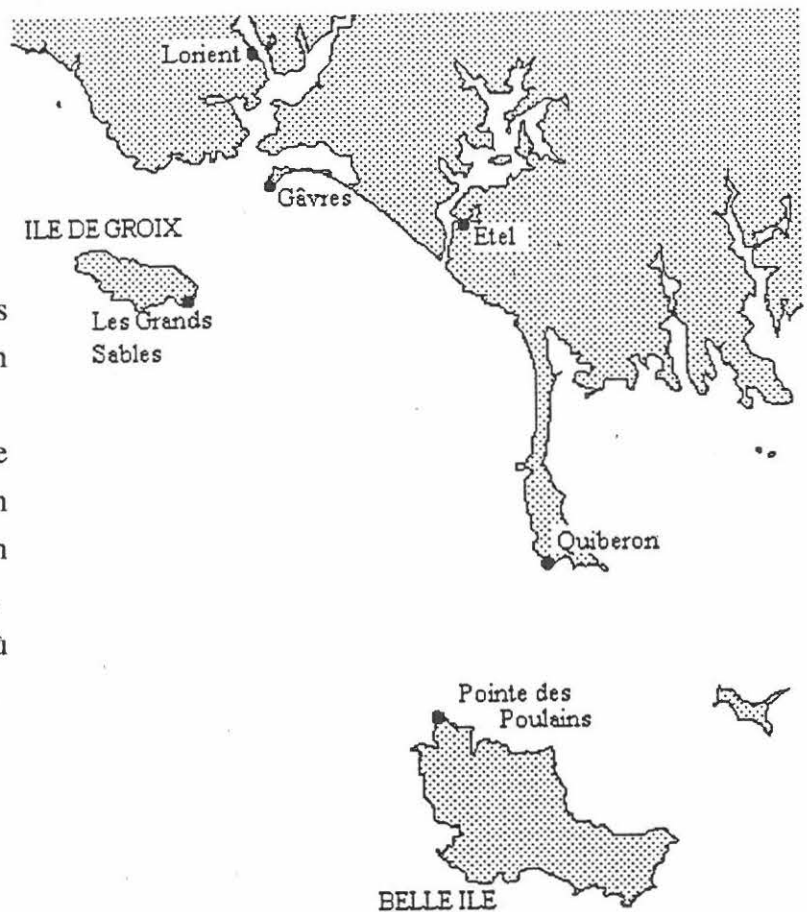
En survolant l'océan dans cette partie où se situent les trois îles A, B et C (chacune a son aéroport représenté par une croix) le pilote de l'avion veut connaître l'aéroport le plus proche pour atterrir en cas de panne. Peux-tu l'aider en indiquant sur la trajectoire l'aéroport le plus proche ?

FICHE N° 3

Exercice 7

Au C.R.O.S.S d'Etel on reçoit les informations suivantes sur un dériveur en difficulté :

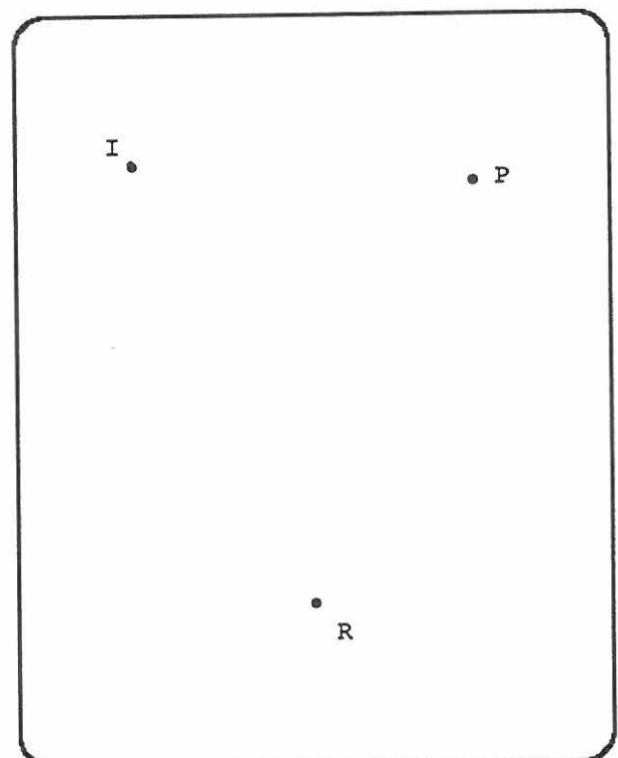
Il est plus près des Grands Sables que de Quiberon ; il est plus près de Quiberon que de la Pointe des Poulains et plus loin de Gâvres que de la Pointe des Poulains. Colorie en rouge, sur la carte, la zone où il faut envoyer l'hélicoptère des secours.



Exercice 8

Des plongeurs doivent rechercher une épave située à moins de 10 km d'une île **I**, à plus de 6 km d'un phare **P** et à moins de 8 km d'un rocher **R**. Trouve et colorie en rouge la zone où ils doivent faire leurs recherches.

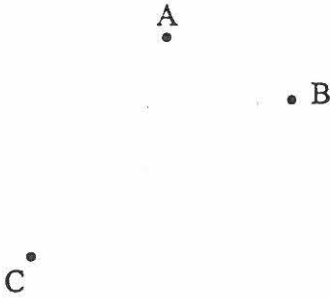
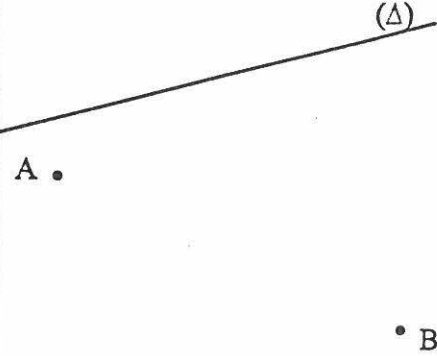
(1 cm représente 2 km).



FICHE N° 4

construire

régionnement (1, 2, 3, 4) : Colorier l'ensemble des points M du plan vérifiant les conditions indiquées.
équidistance (5, 6)

1. <u>En vert</u> : $MA \leq 2 \text{ cm}$ et $MB \leq 1,5 \text{ cm}$. <u>En rouge</u> : $MA = 2 \text{ cm}$ et $MB > 1,5 \text{ cm}$. 	2. <u>En vert</u> : $MA = MB$ et $MB < MC$. <u>En rouge</u> : $MC \leq MA$ et $MC \leq MB$. 	3. <u>En vert</u> : $MA = MB$ et $MA > 2,5 \text{ cm}$. <u>En rouge</u> : $MA \leq MB$ et $MA \leq 2,5 \text{ cm}$. 
4. <u>En vert</u> : $MA \leq 3 \text{ cm}$ et la distance de M à (D) est supérieure ou égale à 2 cm. <u>En rouge</u> : $MA \geq 3 \text{ cm}$ et la distance de M à (D) est inférieure ou égale à 2 cm. 	5. Construire les points M sachant que M est équidistant de B et de C et que $AM = 2,5 \text{ cm}$. 	explication (exercice 5)
6. Construire les points M sachant que M est équidistant de A et de B et que M est à 2 cm de la droite (Δ). 	explication (exercice 6).	

FICHE N° 5

Exercice 1

Construis un segment $[AB]$ de longueur 8 cm.

- 1) Place un point M quelconque ; mesure les longueurs MA et MB.
Compare $MA + MB$ à AB.
- 2) Recommence plusieurs fois en changeant la position du point M (M sur la droite (AB),
M sur le segment $[AB]$,).
- 3) Que constates-tu ?
 - Lorsque M n'est pas un point du segment $[AB]$, $MA + MB > AB$.
 - Lorsque M est un point du segment $[AB]$,

Exercice 2

Place sur ta feuille deux points A et B tels que $AB = 6$ cm.
Construis, si possible, les points M, N, P, Q, R et S tels que :

- | | | |
|-----------------|----|---------------|
| . $AM = 5$ cm | et | $BM = 4$ cm |
| . $AN = 4,8$ cm | et | $BN = 1,2$ cm |
| . $AP = 6,5$ cm | et | $BP = 2,4$ cm |
| . $AQ = 2,1$ cm | et | $BQ = 3$ cm |
| . $AR = 5$ cm | et | $BR = 11$ cm |
| . $AS = 5$ cm | et | $BS = 12$ cm |

Exercice 3

On veut dessiner des triangles ABC tels que :

- $AB = 5$ cm
- $AC = 4$ cm
- $[BC]$ est le plus grand côté.

Construis toutes les solutions possibles lorsque la longueur de $[BC]$ est un nombre entier de centimètres.

Exercice 4

Le périmètre d'un triangle est 18 cm.

Ce triangle peut-il avoir un côté de 7,8 cm ?

de 6,4 cm ?

de 10,5 cm ?

de 9 cm ?

de 8,5 cm ?

Tu justifieras ta réponse à chaque fois.

FICHE N° 6

Exercice 1

1) Reproduis le dessin ci-dessous sur une feuille de papier bristol.

ABC est un triangle rectangle en A.

Tu pourras prendre $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm.

Colorie le carré ABED en vert et le carré ACGF en rouge.

2) Découpe les deux petits carrés suivant les pointillés.

3) Avec les cinq morceaux obtenus, essaie de recouvrir le grand carré (note l'emplacement des cinq pièces du puzzle).

4) On pose $AB = a$; $AC = b$; $BC = c$

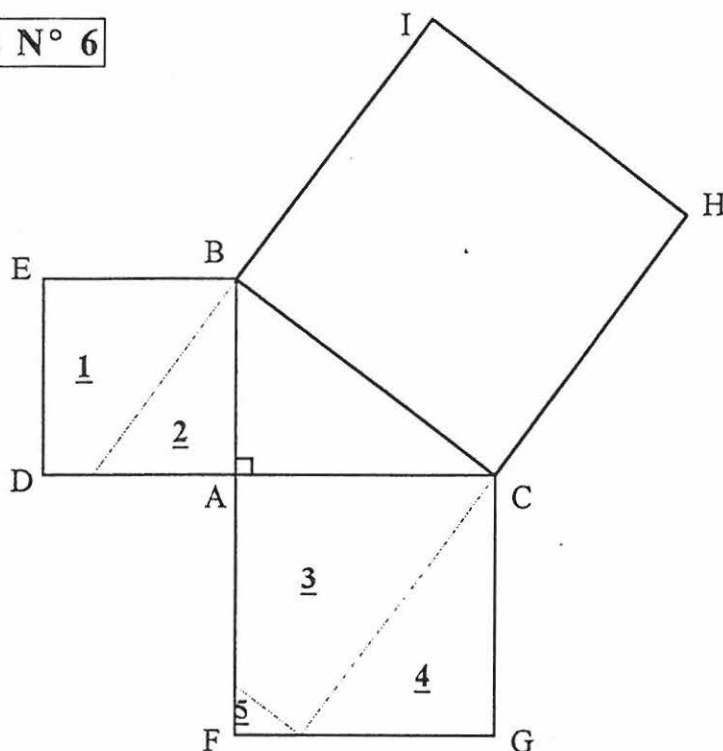
Exprime l'aire du carré ABED en fonction de a :

Exprime l'aire du carré ACGF en fonction de b :

Exprime l'aire du carré BCHI en fonction de c :

En utilisant la question 3, quelle égalité peux-tu écrire ?

..... =

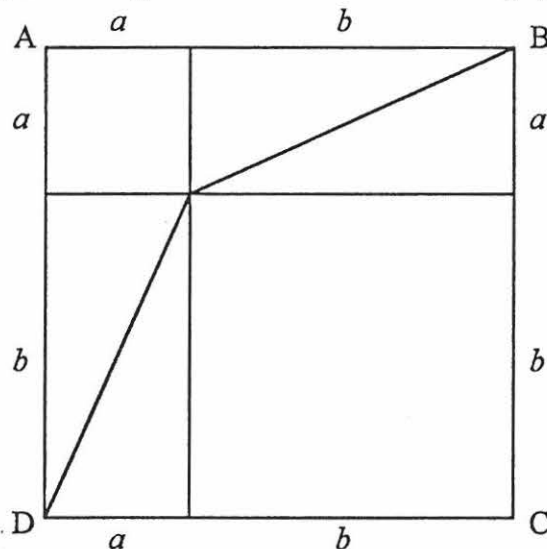
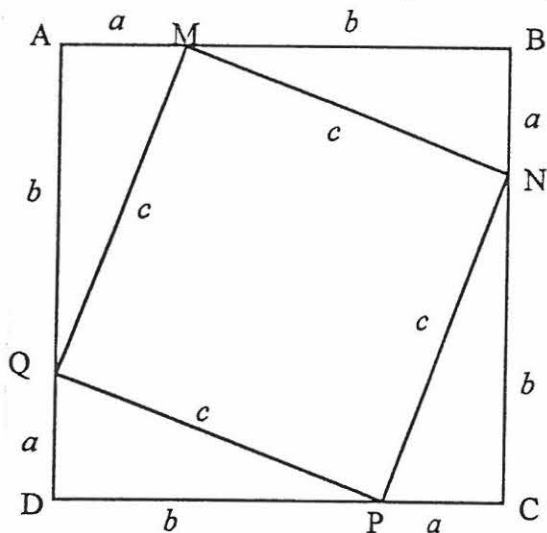
**Exercice 2**

On a réalisé ci-dessous deux découpages d'un carré ABCD.

1) En observant le découpage 1, que peux-tu dire du quadrilatère MNPQ ?

Facultatif : Démontre que $\widehat{QCM} = 90^\circ$ (tu feras des calculs d'angles).

2) Colorie, en utilisant 4 couleurs, chacun des quatre triangles rectangles obtenus dans les 2 découpages.



3) On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire de chacun de ces triangles.

En utilisant le découpage 1, exprime l'aire du carré ABCD en fonction de $\mathcal{A}$ et de c :

.....

En utilisant le découpage 2, exprime l'aire du carré ABCD en fonction de $\mathcal{A}$ et de a et b :

.....

Quelle égalité peux-tu en déduire ? =

Déduis-en une relation entre a , b et c : =

FICHE N° 6bis (micro)

I) Recherche sur fiche : (Tu utiliseras le matériel distribué)

- 1°) En disposant quatre triangles coloriés différemment dans la figure n° 1 essaye de faire apparaître un nouveau carré.
- 2°) Dispose les quatre triangles qui te restent dans la figure n° 2 de façon à faire apparaître cette fois deux nouveaux carrés.

II) Travail sur micro-ordinateur.

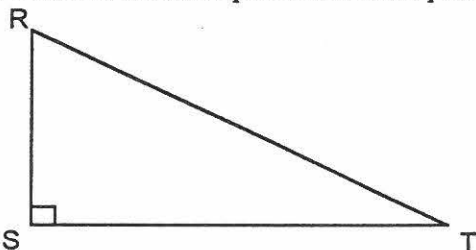
- 1°) Mise en route :
Choisis BASIC au menu nanoréseau.
Tape ENTREE pour passer l'écran de présentation.
Le menu général s'affiche :
- 2°) Choisis LE THEOREME DE PYTHAGORE en utilisant la touche $\downarrow$ puis ENTREE deux fois pour passer un nouvel écran de présentation.
Le triangle rectangle qui apparaît à l'écran correspond à ceux que tu as découpés.

LA CHASSE AU TRESOR LE THEOREME DE PYTHAGORE
--

- 3°) Suis les indications données à l'écran et réponds aux questions posées.
Tu auras besoin à un moment du travail de répondre par exemple a^2 .
En BASIC nano-réseau, cela s'écrit $a\uparrow 2$. Pour obtenir $\uparrow$ il faut :

Sur MO6, taper sur la touche ^
clear et pour le MO5 sur et @ ^
poke

- 4°) Ecris la relation que l'on obtient pour le triangle suivant :



Cherche un énoncé pour le théorème ainsi mis en évidence.

III) Effectue les exercices suivants :

Exercice 1 :

Dessine un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Utilise le théorème de Pythagore pour calculer la longueur du troisième côté : BC.
Vérifie ta réponse sur le dessin.

Exercice 2 :

Dessine un triangle DEF rectangle en E tel que $DF = 5$ et $DE = 3$. Utilise le théorème de Pythagore pour calculer la longueur du troisième côté : EF.
Vérifie ta réponse sur le dessin.

Exercice 3 :

Dessine un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 7$ cm et $BC = 6$ cm. Calcule AC^2 en utilisant le théorème de Pythagore.
Peux-tu trouver AC ?

FICHE N° 7

Exercice 3

1) Dessine un triangle ABC rectangle en A dans chacun des cas suivants :

- a) $AB = 3$ et $AC = 4$
 b) $AC = 6$ et $BC = 10$
 c) $AB = 12$ et $AC = 5$
 d) $AC = 1,8$ et $BC = 8,2$

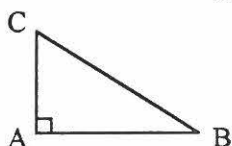
2) Sur ton dessin, mesure le troisième côté du triangle ABC, puis complète le tableau ci-dessous :

	AB	AC	BC	AB^2	AC^2	BC^2
1er triangle						
2ème triangle						
3ème triangle						
4ème triangle						

3) Essaie de trouver une égalité qui soit vraie pour les 4 triangles que tu as dessinés.

Retiens : **Théorème de Pythagore :***Lorsqu'on sait qu'un triangle est rectangle**On peut conclure que : le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit**Lorsqu'on sait que le triangle ABC est rectangle en A, le théorème de Pythagore permet de conclure que :*

$$BC^2 = \dots\dots\dots$$

**Exercice 4**1) Dessine un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ et $AC = 8$. En utilisant le théorème de Pythagore, calcule la longueur du 3ème côté BC. Vérifie ta réponse en mesurant BC sur ton dessin.2) Dessine un triangle DEF rectangle en E tel que $DE = 15$ et $DF = 17$. En utilisant le théorème de Pythagore, calcule la longueur du 3ème côté EF. Vérifie ta réponse sur le dessin.**Exercice 5**

Quand utilise-t-on le théorème de Pythagore ? A quoi sert-il ?

Exercice 61) Dessine un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 5$ et $BC = 7$. En utilisant le Théorème de Pythagore, calcule AC^2 .2) Tu as trouvé $AC^2 = \dots\dots\dots$. Pour calculer AC, il faut donc trouver de quel nombre 74 est le carré. Pour cela on utilise la touche $\sqrt{}$ ou $\sqrt{x}$ d'une calculatrice.Exemples a) Pour savoir de quel nombre 25 est le carré, on tape 25 $\sqrt{}$ affichage 5(tu le savais déjà !) Cela veut dire que $25 = 5^2$ On écrit $\sqrt{25} = 5$ On lit : radical de 25 égale 5.b) Pour savoir de quel nombre 50 est le carré : 50 $\sqrt{}$ affichage 7.0710678 .Donc $50 \approx 7,071^2$ c'est à dire $\sqrt{50} \approx 7,071$.3) Dans la question 1) tu as trouvé $AC^2 = 74$; on écrit $AC = \sqrt{74}$ soit $AC \approx 8,6$ (à 0,1 près).Remarque :*Lorsqu'on sait qu'un triangle est rectangle et lorsqu'on connaît les longueurs de 2 de ses côtés, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur du 3ème côté. La longueur du 3ème côté n'est pas toujours un nombre décimal exact mais en utilisant une calculatrice, on peut en donner une valeur approchée assez précise (en tout cas plus précise qu'une mesure sur le dessin).*

FICHE N° 8

Exercice 1

1) Un triangle ABC est tel que : $AB = 7,5$; $AC = 6$ et $BC = 4,5$.

Quel est le plus grand côté du triangle ABC ?

Calcule $AB^2 =$	$AC^2 + BC^2 =$
$=$	$=$
$=$	$=$

Que constates-tu ?

2) Dessine le triangle ABC en vraie grandeur.

En utilisant ton équerre, vérifie que le triangle ABC est rectangle.

Retiens : *Réciproque du théorème de Pythagore.*

Lorsque l'on sait que le carré d'un côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés,

on peut conclure que : ce triangle est rectangle.

Exercice 2

A quoi sert la réciproque du théorème de Pythagore ?

Exercice 3

Prouve que les triangles suivants sont rectangles; tu préciseras le sommet de l'angle droit.

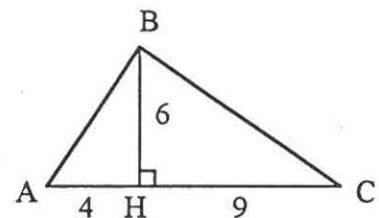
- | | | | |
|--------------------------------|--------------|---------------|---------------|
| 1) Le triangle ABC est tel que | $AB = 8$; | $AC = 15$; | $BC = 17$. |
| 2) Le triangle MNP est tel que | $MN = 3$; | $MP = 5$; | $PN = 4$. |
| 3) Le triangle PQR est tel que | $PQ = 21$; | $PR = 20$; | $QR = 29$. |
| 4) Le triangle DEF est tel que | $DF = 2,5$; | $DE = 1,5$; | $EF = 2$. |
| 5) Le triangle HIP est tel que | $HI = 7$; | $IP = 28/3$; | $PH = 35/3$. |
- Vérifie en faisant un dessin à l'échelle.

Exercice 4

- 1) Dessine un parallélogramme dont les diagonales ont pour longueur 8 cm et 15 cm, et dont un côté a pour longueur 8,5 cm.
- 2) Ce quadrilatère est-il un losange ? Prouve ta réponse.

Exercice 5

Voici un croquis.
Le triangle ABC est-il rectangle ?
Prouve ta réponse.
Fais un dessin en vraie grandeur.

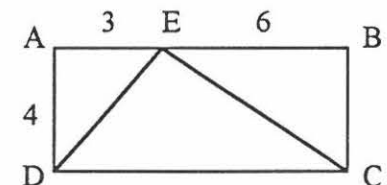


Exercice 6

- 1) Dessine un cercle (C) de diamètre [AB] tel que $AB = 10$. Place sur ce cercle le point D tel que $AD = 8$. Calcule BD.
- 2) Construis le point E tel que $AE = 4,5$ et $BE = 9$. Le point E est-il sur le cercle (C) ? Prouve ta réponse.

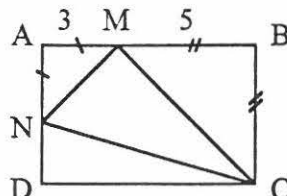
Exercice 7

Voici un croquis.
ABCD est un rectangle.
Le triangle DEC est-il rectangle ?



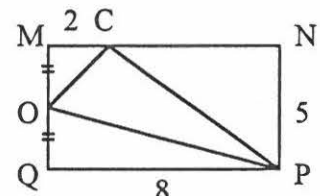
Exercice 8

Voici un croquis.
ABCD est un rectangle.
Le triangle MNC est-il rectangle ?

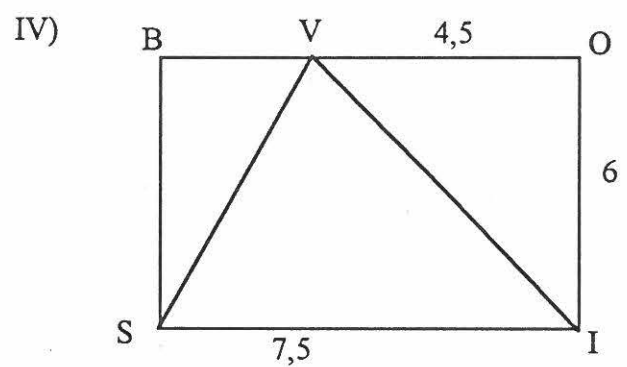
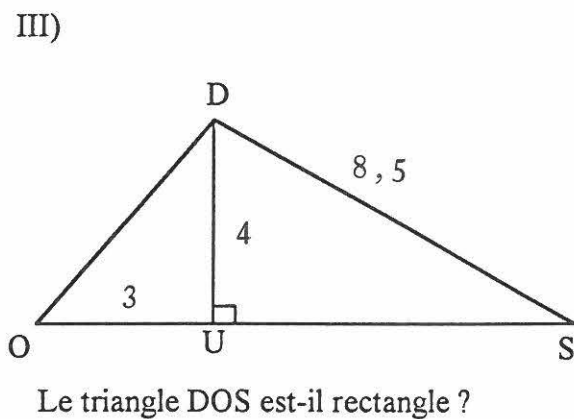
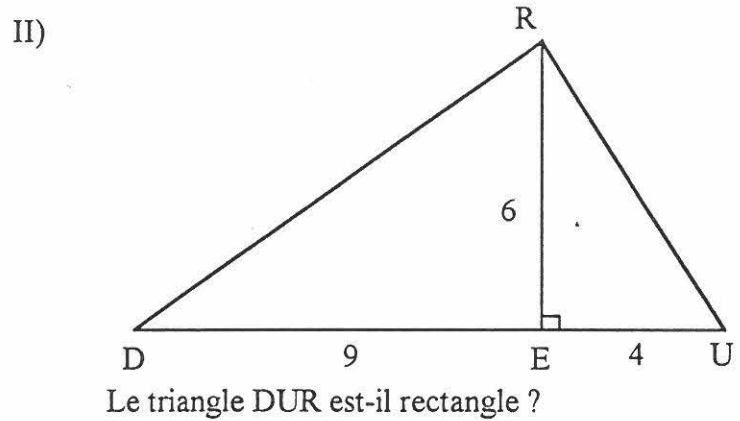
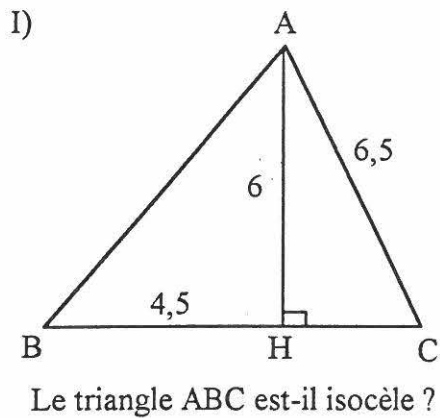


Exercice 9

Voici un croquis.
MNPQ est un rectangle.
Le triangle OPC est-il rectangle ?



FICHE N° 9

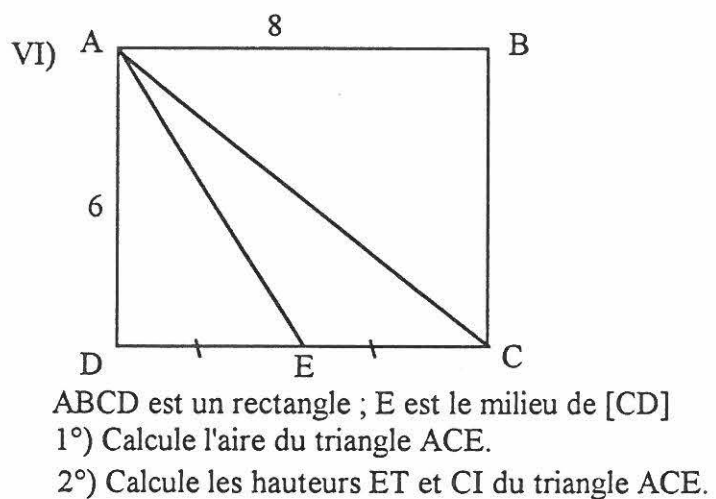
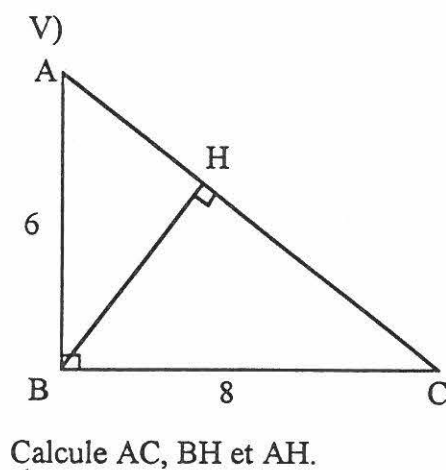


BOIS est un rectangle.

1°) Quelle est la nature du triangle VIS ?

2°) Calcule l'aire de ce triangle.

3°) Calcule les hauteurs ST et ID de ce triangle.

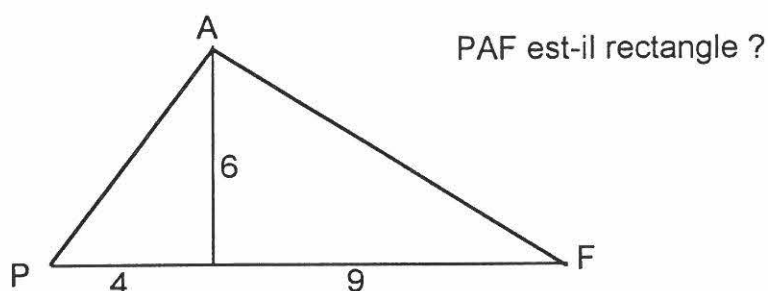


COMMENTAIRES

- 1°) A propos des exercices E₅ à E₈, il est naturellement souhaitable de mélanger cercles et médiatrices. Il est également intéressant de donner l'exercice inverse : une zone étant hachurée, la caractériser.

A l'occasion des exercices de calcul de longueurs dans des triangles rectangles on peut en profiter pour réutiliser les deux façons de calculer l'aire d'un triangle rectangle.

L'usage de la touche $\sqrt{\quad}$ dans les calculs permet de revenir sur le fait que dans de nombreux cas la calculatrice ne fournit qu'une valeur approchée du résultat. Exemple d'exercice :



- 2°) Le matériel distribué dans le I de la fiche 6.bis est constitué d'une feuille sur laquelle on trouve deux carrés identiques, -les figures 1 et 2- ainsi que 8 triangles rectangles à disposer dans les carrés pour obtenir ce qui est demandé. Il s'agit d'une illustration classique du théorème de Pythagore utilisée ensuite par le logiciel "Math 4ème" de l'IREM de Lorraine.
- 3°) **Fiche 1 exercice 1**
Pour éviter les discussions inutiles sur l'ordre le plus favorable des cases, prévoir un agrandissement (sur une page entière par exemple).
- 4°) **Fiche 4**
Présentation dense pour le polycopié, mais il est préférable de le donner aux élèves en deux feuilles et en deux fois, les dessins étant agrandis et les valeurs numériques adaptées.
- 5°) **Fiche 8 exercice 8**
Bien entendu la solution par géométrie élémentaire est la plus simple, il convient de la valoriser pour rappeler que Pythagore n'est qu'un outil parmi d'autres.

Chapitre 7

RELATIFS ET FRACTIONS - 2ème Partie : Nombres relatifs, début de la distributivité

Objectifs

On complète ici les connaissances sur l'ensemble des nombres relatifs avec l'introduction de leurs écritures fractionnaires et de deux nouvelles opérations : multiplication et division.

Nous abordons franchement la notion de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction en utilisant encore une fois les aires et les volumes.

Contenus

- Les nombres relatifs écrits sous toutes leurs formes.
- Retour sur addition soustraction.
- Multiplication et division.
- Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

Savoir-faire

- Pratique des calculs.
- Règle des signes pour la multiplication.
- Calcul littéral.
- Développer et factoriser.

FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Thème, objectifs, remarques
Fiche 1	Fiche de révision ; toutefois les opérations ont été faites soit sur les relatifs en notation décimale, soit sur les fractions. Cette fiche introduit les nombres relatifs écrits sous forme fractionnaire.
Fiche 2 Exercices 1 et 2 Exercice 3 Exercice 4 Exercice 5	Découverte des règles de signes pour trouver le produit de deux nombres relatifs en utilisant la calculatrice. Il nous semble préférable de faire trouver la règle en vérifiant à la calculatrice ; la justification sera peut-être demandée par certains élèves : dans ce cas la présenter oralement. Application à la notation -a (opposé de a). Manipulation du signe - avec des lettres. Multiplication par -1. Exercice d'application classique.
Fiche 3 Exercices 1 et 2 Exercices 3 et 4	Découverte de la règle du signe d'un produit de plusieurs nombres relatifs. Exercices d'application.
Fiche 4 Exercices 1 et 2 Exercice 3 Exercice 4 Exercice 5	Simplification d'écriture. Remplacement de lettres, priorité des opérations. Préparation à la résolution d'équations du type $ax = b$. Erreurs fréquentes : $5 = a \times (-3)$ donc $a = -3/5$. $36 = a \times a$ donc $a = 6$, peu d'élèves trouvent la solution -6. Recherche du signe d'un nombre dans un produit contenant des lettres.

FICHE TECHNIQUE (suite)

Exercice proposé	Thème, objectifs, remarques
Fiche 5 Exercice 1 Exercice 2 Exercices 3, 4 et 5 Exercice 6 Exercices 7, 9 et 10 Exercice 8	Exercice préparatoire. Détermination du signe d'un quotient à l'aide de la calculatrice, énoncé de la règle. Simplification d'écriture des quotients. Recherche de l'inverse d'un nombre et de son signe. Exercices d'application. Prolongement de l'exercice 4 de la fiche 4 : résolution de l'équation $ax = b$.
Fiche 6 Exercices 1, 2 et 3 Exercices 4 et 8 Exercices 5 et 6 Exercice 7	Exercices préparatoires au développement d'une expression afin d'établir les formules : $k(a+b)=ka+kb$ et $k(a-b)=ka-kb$. Il nous semble important d'insister sur l'idée : développer c'est remplacer un produit par une somme. Exercices d'application. Calculs de volumes et d'aires en utilisant la distributivité. Expression d'une aire "en fonction de". Vérification par le dessin de la distributivité.
Fiche 7 Exercice 1 Exercice 2 Exercice 3 Exercices 4 et 5	Recherche de la règle. Insister sur la transformation d'une somme en produit. Application au calcul mental. Exercice d'application. Factorisation et réduction d'expressions.

FICHE N° 1**Exercice 1** Effectuer :

a) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} - \frac{13}{7} =$

b) $\frac{3}{4} - \frac{7}{8} =$

c) $\frac{2}{5} - \frac{11}{7} + \frac{4}{15} =$

Exercice 2 On considère la série de nombres : $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{5}$

1) Donner l'écriture décimale de chacun et calculer leur somme.

2) Mettre ces nombres sous la forme : $\frac{a}{D}$; $\frac{b}{D}$; $\frac{c}{D}$
(D est un dénominateur commun)3) Donner l'écriture fractionnaire de $\frac{a+b+c}{D}$, puis son écriture décimale.
Comparer avec le résultat obtenu au 1).**Exercice 3** Effectuer :

a) $\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{7}{8}\right) =$

b) $\left(-\frac{8}{15}\right) + \left(+\frac{3}{25}\right) =$

c) $\left(+\frac{4}{7}\right) - \left(-\frac{2}{21}\right) =$

d) $\left(-\frac{8}{7}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{15}{2}\right) =$

e) $\frac{7}{10} - \frac{8}{15} - \frac{1}{3} + \frac{8}{15} - \frac{7}{3} =$

Exercice 4

Calculer les sommes algébriques et exprimer les résultats sous la forme la plus simple possible.

$$A = -\frac{3}{7} - \left(2 + \frac{4}{7}\right)$$

$$B = \left(\frac{5}{4} + \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{7}{6}$$

$$C = \left(3 - \frac{1}{5} - \frac{4}{3}\right) + \left(6 - \frac{2}{15}\right) - \left(4 - \frac{7}{5} + \frac{2}{3}\right)$$

FICHE N° 2

Exercice 1

Tu sais que : $4a = a + a + a + a$

et que : $4 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2$

Complète : $4 \times (-2) = \dots + \dots + \dots + \dots = \dots$

de même : $3 \times (-5) = \dots + \dots + \dots = \dots$

Complète : $(-3) \times 5 =$; $(-6,2) \times 2 =$
 $1,5 \times (-4) =$; $1,3 \times (0,7) =$
 $\left(-\frac{3}{4}\right) \times 5 =$; $7 \times \left(-\frac{2}{3}\right) =$

Exercice 2 Que propose la calculatrice ?

1) On considère les quatre calculs suivants :

Calcul 1 : $2,3 \times 3,4$ Calcul 2 : $(-2,3) \times 3,4$

Calcul 3 : $2,3 \times (-3,4)$ Calcul 4 : $(-2,3) \times (-3,4)$

Pour chacun des calculs ci-dessus, identifie la séquence machine qui lui correspond.

Séquence 1 : $2.3 \boxed{+/-} \boxed{\times} 3.4 \boxed{=}$
 Séquence 2 : $2.3 \boxed{\times} 3.4 \boxed{+/-} \boxed{=}$
 Séquence 3 : $2.3 \boxed{+/-} \boxed{\times} 3.4 \boxed{+/-} \boxed{=}$
 Séquence 4 : $2.3 \boxed{\times} 3.4 \boxed{=}$

puis examine l'affichage.

2) En remplaçant 2,3 par 1,2 et 3,4 par 5,6 ,
 la calculatrice affiche à la séquence 4 : 6,72
 Prévoir l'affichage des autres séquences.

3) Calcule à l'aide de ta calculatrice :
 $(-6) \times (-4) =$; $(-7,5) \times (-2) =$
 Quel est le signe du résultat ?

Retiens :

Le produit de deux nombres de même signe est un nombre positif.

Le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

FICHE N° 2 (suite)**Exercice 3**

1) Complète le tableau ci-dessous :

a	b	-a	-b	ab	-ab	$(-a) \times b$	$a \times (-b)$	$(-a) \times (-b)$
5	-8							
-2	-9							

2) Ecris les égalités observées dans ce tableau (avec les lettres)

Exercice 4

Calculer :

$$(-1) \times (+4) = \quad ; \quad (-1) \times (-3,2) =$$

$$(-1) \times \left(+\frac{2}{3}\right) = \quad ; \quad \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-1) =$$

Complète :

Si on multiplie un nombre par -1 ,

Exercice 5

Calculer :

$$(-3,5) \times (+5,6) = \quad ; \quad (-8) \times (-15) =$$

$$\left(+\frac{7}{8}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \quad ; \quad (-3) \times \left(+\frac{7}{3}\right) =$$

$$(+8,5) \times \left(+\frac{8}{17}\right) = \quad ; \quad \left(-\frac{15}{7}\right) \times \left(-\frac{14}{25}\right) =$$

FICHE N° 3

Exercice 1 Calcule :

$$\begin{aligned} (-3) \times (+4) &= \\ (-3) \times (+4) \times (-5) &= \\ (-3) \times (+4) \times (-5) \times (-1) &= \\ (-3) \times (+4) \times (-5) \times (-1) \times (-10) &= \end{aligned}$$

Exercice 2 Calcule mentalement les produits suivants :

$$\begin{aligned} (-4) \times 2 \times 3 \times (-5) &= & ; (-2) \times (-4) \times 3 &= \\ (-2) \times (-3) \times 4 \times (-5) &= & ; (-4) \times (-2) \times (-1) \times (-3) \times 5 &= \\ (-1) \times (-1) \times (-1) &= & ; (-6) \times (-1) \times 1 \times (-1) &= \\ (-25) \times (-16) \times 400 &= & ; (-7) \times (-3) \times 0 \times (0,5) \times 7 &= \end{aligned}$$

Complète et
RETIENS :

Un produit de plusieurs nombres relatifs est :
- POSITIF si le nombre de facteurs NEGATIFS est
- NEGATIF si le nombre de facteurs NEGATIFS est

Exercice 3

Complète le tableau suivant sans calculer :

	signe du produit
$(-5) \times (-5) \times 2 \times (-2)$	
$(-9) \times 4 \times 7 \times (-25)$	
$(-2) \times (-1) \times 9 \times (-5) \times (10)$	
$125 \times (-3) \times 8$	
$(-25) \times (-3) \times (-6) \times (-4)$	
$12 \times (-0,5) \times 3 \times 2 \times 1 \times 5$	
$(-1) \times 3 \times (-40) \times 0$	
$(-7) \times 12,5 \times (-8) \times 9$	

Exercice 4 Calcule :

$$\begin{aligned} A &= \left(+\frac{7}{5}\right) \times (-3) \times \left(+\frac{10}{21}\right) \times (-6) \\ B &= \left(-\frac{4}{9}\right) \times \left(+\frac{15}{7}\right) \times \left(+\frac{21}{13}\right) \times \left(-\frac{13}{10}\right) \\ C &= \left(-\frac{6}{7}\right) \times \left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(+\frac{28}{9}\right) \end{aligned}$$

Exercice 5 Calcule :

$$\begin{aligned} 2 \times (-4 + 5) + 4 \times (-3) &= \\ (-6) - (5 - 7) \times (-1) \times 2 &= \\ (8 - 3) \times (4 - 9) - (-3) \times (-2) &= \\ 3 + (6 - 10) \times 2,5 &= \\ (5 - 9) \times (1,5 - 4) - 6 \times (3 - 7) &= \end{aligned}$$

FICHE N° 4**Exercice 1**

Si a est un nombre relatif, calcule :

$$a \times 0 ; 0 \times a ; a \times 1 ; 1 \times a ; (-1) \times a ; a \times (-1)$$

Exercice 2

Sachant que $ab = -1$, calcule :

$$A = 7 \times a \times (-3) \times b$$

$$B = (-a) \times 5 \times b \times (-12)$$

$$C = (-4) \times a \times 8 \times (-b)$$

$$D = (-a) \times 11 \times (-b) \times 6$$

Exercice 3

On écrit : $A = a \times (-3)$

$$B = -2b$$

$$C = 4 - ab$$

Calcule A , B , et C dans chacun des cas suivants :

1) $a = (-1)$ et $b = (-5)$

2) $a = (-2,4)$ et $b = 3,2$

3) $a = -4$ et $b = \frac{2}{3}$

4) $a = -\frac{3}{4}$ et $b = \frac{2}{9}$

Exercice 4

Dans chacune des égalités suivantes, par quel(s) nombre(s) relatif(s) peut-on remplacer a ? Ecris ta réponse sur ta fiche (tu feras du calcul mental).

$$(-3) \times a = 6$$

$$; a \times 9 = (-9)$$

$$49 = (-7) \times a$$

$$; 0 \times a = 0$$

$$24 = 12 \times a$$

$$; 4 \times a = (-1)$$

$$5 = a \times (-3)$$

$$; 36 = a \times a$$

Exercice 5

On sait que :

$$(-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a)$$

est positif.

Le nombre a est-il positif ou négatif ?

FICHE N° 5

Exercice 1

Dans les égalités suivantes, remplace les signes manquants.

$$\begin{aligned} (+4) \times (\dots 9) &= (-36) \\ (\dots 6) \times (-3) &= (+18) \\ (-2) \times (\dots 4) &= (-8) \\ (-3) \times (\dots 2) \times (-5) &= (-30) \\ (\dots 4) \times (-1) \times (+3) &= (-12) \end{aligned}$$

Exercice 2

En utilisant ta calculatrice, complète :

$$\begin{aligned} 21 : (-7) &= & ; (-30) : (-5) &= & ; (-42) : 7 &= \\ \frac{206}{-4} &= & ; \frac{-378}{-72} &= & ; \frac{-4}{10} &= \end{aligned}$$

Complète et RETIENS :

Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est
Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est

Exercice 3

- 1) Calcule : $\frac{16}{-4} =$; $\frac{-16}{4} =$; $-\frac{16}{4}$
- 2) Donne deux autres écritures de $\frac{7}{-9}$:
- 3) Calcule : $\frac{-17}{-2} =$; $\frac{17}{2} =$
- 4) Donne une autre écriture de $-\frac{13}{-17}$:

Exercice 4

Simplifie l'écriture des nombres suivants :

Tu donneras le résultat en écrivant un signe au maximum, un entier ou une fraction irréductible.

$$\frac{-8}{12} = \quad ; \frac{-25}{-15} = \quad ; \frac{36}{-24} = \quad ; -\frac{10}{20} = \quad ; \frac{-75}{15} = \quad ; \frac{48}{-6} =$$

Exercice 5

Simplifie l'écriture des nombres suivants :

$$\frac{4-8}{2} ; \frac{12-4}{4-10} ; \frac{-9}{12-30} ; \frac{3 \times (-4)}{2+8} ; \frac{(-6)(3-5)}{5-9}$$

FICHE N° 5 (suite)**Exercice 6**

Calcul : $3 \times \frac{1}{3} =$; $\frac{5}{4} \times \frac{4}{5}$

$\left(+\frac{3}{7}\right) \times \left(+\frac{7}{3}\right) =$; $\left(-\frac{10}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{10}\right) =$; $\left(-\frac{7}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{7}\right) =$

Complète : L'inverse de 3 est

L'inverse de $\frac{5}{4}$ est ; l'inverse de $\left(+\frac{3}{7}\right)$ est

L'inverse de $\left(-\frac{10}{3}\right)$ est ; l'inverse de $\left(-\frac{7}{4}\right)$

Que peux-tu dire du signe d'un nombre et de son inverse ?

Exercice 7 Calcule :

a) $3 : \frac{2}{5}$; $\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{9}{3}$

b) $\left(-\frac{2}{7}\right) : \left(+\frac{4}{21}\right)$; $\left(+\frac{13}{15}\right) : \left(-\frac{39}{25}\right)$; $\left(-\frac{17}{4}\right) : \left(+\frac{3}{8}\right)$

Exercice 8

Dans chacune des égalités suivantes, quel nombre relatif désigne la lettre a ?
(tu donneras l'écriture la plus simple)

$$\begin{aligned} a \times 5 &= (-3) \\ a \times (-4) &= (-2) \\ -10 &= 12a \\ -6a &= -14 \\ 5a &= 0 \\ \frac{a}{2} &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -9 &= a \times 6 \\ (-20) \times a &= 15 \\ -9a &= 24 \\ 2,5 &= -5a \\ -8a &= 0 \\ -8 &= \frac{-a}{4} \end{aligned}$$

Exercice 9

Lorsque $a = -2$ et $b = \frac{1}{8}$, calcule $a - \frac{2}{b}$

Exercice 10

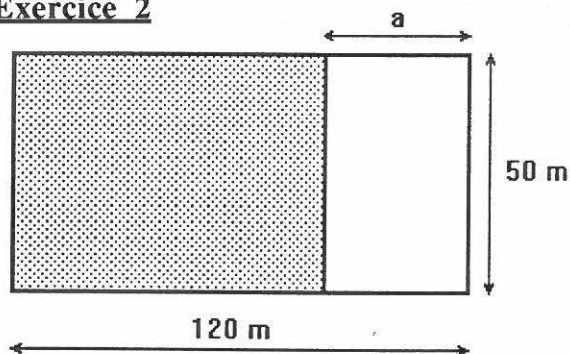
Calcule : $\frac{3 + \frac{1}{4} - \frac{2}{3}}{3 + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}} =$

FICHE N° 6

Exercice 1

Sur l'autoroute du Soleil, on compte 3450 voitures à l'heure de 9 h à 12 h, 2540 voitures à l'heure de 12 h à 15 h, et 5330 voitures à l'heure de 15 h à 18 h.
Calcule de deux façons différentes le nombre total de voitures comptées sur cette autoroute de 9 h à 18 h.
Ecris l'égalité correspondante.

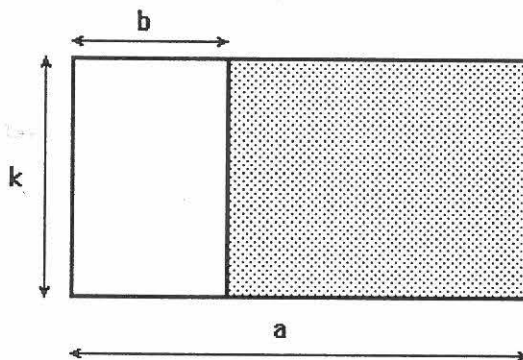
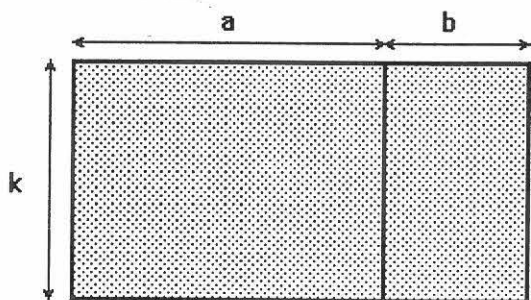
Exercice 2



1) Exprime en fonction de a l'aire de la surface grisée de deux façons différentes.

2) Ecris l'égalité.

Exercice 3



Exercice 3

Exprime en fonction de a , b , k , chacune des aires grisées de deux façons différentes. Ecris, dans chacun des cas, l'égalité.

Retiens :

	DEVELOPPER	
$k (a + b)$	$\longrightarrow$	$ka + kb$
	DEVELOPPER	
$k (a - b)$	$\longrightarrow$	$ka - kb$
	DEVELOPPER	
PRODUIT	$\longrightarrow$	SOMME

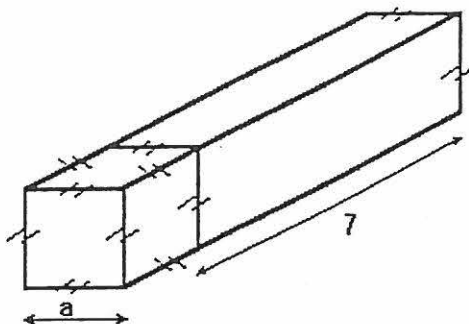
Exercice 4

Développer :

$$4(x + 2) ; 8(x + y + 3) ; (a - 5) \times 7 ; -4(x - 3) ;$$

$$(b + 6 - c) \times (-9) ; 2(2x + 3) ; \frac{3}{4}(x - 8)$$

FICHE N° 6 (suite)

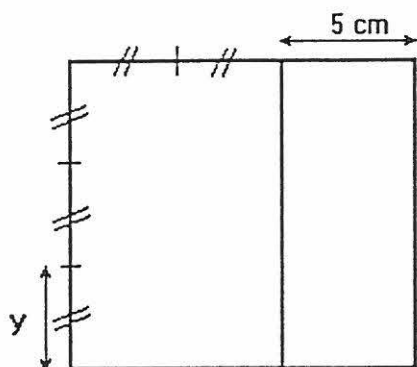
Exercice 5

1) Parmi les expressions suivantes, entoure celles qui expriment le volume du solide :

$$a^3 + 7a^2 ; 7 + a^3 ; a^2(a + 7) ;$$

$$a(a + 7) \times a ; a^2 + 7a.$$

2) Calcule le volume pour $a = 1,5$ cm.

Exercice 6

On peut exprimer, en fonction de y , l'aire totale de deux façons différentes.

1) Ecris l'égalité :

2) Calcule cette aire pour $y = 7$ cm :

Exercice 7

L'unité choisie étant le centimètre, illustre par un dessin, l'expression $2d(5d + 2)$.

Exercice 8

Développe les produits suivants :

$$3x(x + 7) ; 2a(3a - 4) ; (7x - 2) \times x ; (2x - y + 5) \times 5x ;$$

$$2b(b - 7) ; \frac{2}{5}b \left(\frac{3}{4}b - 2 \right)$$

FICHE N° 7**Exercice 1**Complète : $37 \times 15 + 37 \times 5 = 37 (\dots + \dots) = \dots$

$$50 \times 120 - 50 \times a = \dots$$

$$ka + kb = \dots$$

$$ka - kb = \dots$$

Retiens :

	FACTORISER	
$ka + kb$	$\underline{\hspace{2cm}}$	$> k(a + b)$
	FACTORISER	
$ka - kb$	$\underline{\hspace{2cm}}$	$> k(a - b)$
	FACTORISER	
SOMME	$\underline{\hspace{2cm}}$	> PRODUIT

Exercice 2

Calcule le plus rapidement possible :

$$5643 \times 97 + 5643 \times 3 \quad ; \quad 952\,403 \times 1039 - 952\,403 \times 39$$

$$\frac{4}{5} \times 9 - \frac{4}{5} \times 4 \quad ; \quad \frac{2}{7} \times 36 + \frac{5}{7} \times 36 \quad ; \quad 25 \times \frac{13}{3} - 25 \times \frac{7}{3}$$

Exercice 3

Factorise :

$$3a + 3b \quad ; \quad 15b + 15c \quad ; \quad 2a + 2b - 2f$$

$$15 + 3x \quad ; \quad 7y - 21 \quad ; \quad 10 - 15a \quad ; \quad 20b - 15 - 5c$$

$$9 + 18a \quad ; \quad 2x - 4 + 16y \quad ; \quad \frac{3}{4}a + \frac{3}{4}b$$

Exercice 4

Factorise, puis réduis les écritures des sommes :

$$8a - 5a \quad ; \quad 3b + 2b \quad ; \quad 7x^2 - 5x^2$$

$$7m - 15m + m \quad ; \quad 8b - b + 5b$$

Exercice 5

Réduis les écritures des sommes :

$$7x - 5 + 3x \quad ; \quad 2a - 7 + 3a - 1 \quad ;$$

$$3x^2 - 5 + 2x^2 - 8 \quad ; \quad -3a + 2b - 5a - 3b \quad ; \quad x^2 - x + 7x^2 + 4x$$

COMMENTAIRES

Fiches N° 2 et N° 5 : à propos de la règle des signes pour la multiplication et la division, l'usage de la calculatrice comme aide à la découverte nous paraît plus intéressant et plus efficace qu'une justification magistrale et trop rigoureuse.

Fiche N° 4 : à la suite de cette fiche et avant la suivante, il vaut mieux faire faire des exercices de révision sur la suppression des parenthèses et des calculs numériques avec des fractions.

Fiche N° 5 : avant l'exercice 7, il est nécessaire de rappeler la règle de division : "pour diviser par un nombre on peut multiplier par son inverse".

Fiche N° 7 : à la suite de cette fiche, nous pensons qu'il est indispensable de faire réaliser des exercices du type $2(x - 3) - 4(2x + 5)$.

Il est utile de profiter de l'étude de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour montrer aux élèves l'intérêt d'une technique mathématique pour du calcul mental rapide (la compétition avec une calculatrice est ouverte...).

Chapitre 8

LE POINT SUR LA DEMONSTRATION "En géométrie plane"

Objectifs

Poursuivre la mise en place du raisonnement déductif.
Réinvestir les connaissances de 5ème.
Revenir et insister sur la nécessité de la preuve.

Contenus

- Droites remarquables dans le triangle.
- Propriétés des parallélogrammes.
- Triangle rectangle et cercle.
- Distances et aires.

Savoir-faire

- Lire un énoncé, réaliser une figure, écrire les données.
- Articuler un raisonnement.
- Rédiger une démonstration.

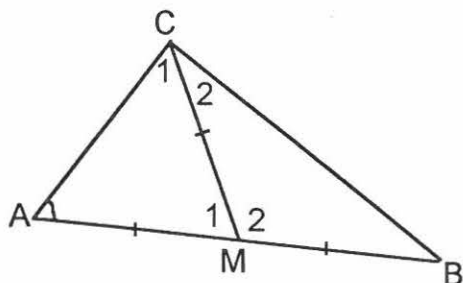
FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Thème, objectifs, remarques
Exercice 1	A) et B) médiane et triangle rectangle. Vérification à l'aide de valeurs numériques (3 groupes de travail) puis éventuellement généralisation en utilisant une lettre (bons élèves). C) Cercle et triangle rectangle, permet d'établir l'énoncé pour tous.
Exercice 2	Triangle inscrit dans un demi-cercle. Autre façon de prouver la propriété énoncée dans l'exercice 1. Permet de revenir sur les propriétés du rectangle. A donner en fonction des réactions à l'exercice 1.
Exercice 3	Réinvestissement de la propriété précédemment démontrée et utilisation des hauteurs. Exercice difficile mais intéressant.

Exercice 1

A) Pour les questions suivantes on utilisera l'une des valeurs suivantes de $\hat{A}$:

35° ; 25° ou 40° .

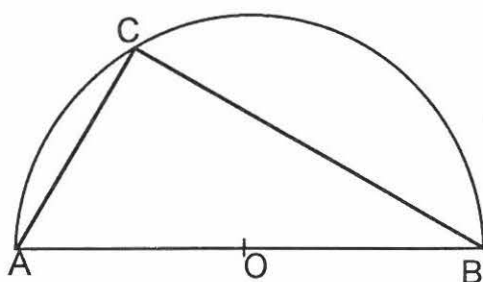


- 1°) Calcule la valeur des angles $\hat{C}_1$ et $\hat{M}_1$.
- 2°) Détermine la valeur des angles $\hat{M}_2$ et $\hat{C}_2$.
- 3°) Détermine la mesure de l'angle $\hat{ACB}$.

B) Recommence avec $\hat{A}=a$.

C) Construis le cercle de diamètre $[AB]$. Que remarques-tu ? Pourquoi ?
En associant cette remarque au résultat de la question 3, quelle propriété peux-tu énoncer ?

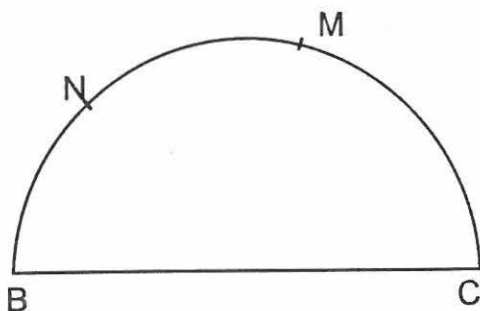
Exercice 2



1°) Construis le point D, symétrique de C par rapport à O. Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? (à justifier)

2°) Qu'en déduis-tu pour le triangle ACB ?

Exercice 3



1°) Que peux-tu dire des triangles BMC et BNC ?

2°) Les droites (BM) et (CN) se coupent en H.
Les droites (BN) et (CM) se coupent en A.
Montre que la droite (AH) est perpendiculaire à (BC).

Chapitre 9

PUISSANCES

Objectifs

Dans ce chapitre, il convient d'introduire la notation a^n , de lui donner un sens et de montrer son utilité, afin de faciliter certains calculs ou évaluations dans des disciplines à caractère scientifique (les Sciences Physiques en particulier).

Contenus

- Les puissances de dix avec un exposant entier relatif.
- La notation scientifique des nombres décimaux.
- Les règles de calcul sur les puissances.

Savoir-faire

- Opérations sur les puissances de dix.
- Maîtriser la notation scientifique des décimaux en utilisant la calculatrice.
- Interpréter l'affichage de la calculatrice.
- Opérations sur les puissances des nombres relatifs avec des exposants entiers relatifs.

INTRODUCTION

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Dans la grille ci-contre, on place :

1 grain de blé sur la case A1,

2 grains sur la case B1,

et on continue ainsi en doublant le nombre de grains de case en case dans l'ordre (C1, D1, E1, F1, A2, B2, C2, D2,...).

1) Complète les tableaux ci-dessous en respectant les consignes suivantes :

Commence par la colonne "Ecriture sans calcul" où tu dois écrire le nombre de grains qui se trouvent dans les cases sans effectuer un seul calcul.

Continue par la colonne "Nombre calculé": Tu utiliseras la calculatrice et tu écriras le nombre tel qu'il s'affichera.

Case	Ecriture sans calcul	Nombre Calculé
A1		
B1		
C1		
D1		
E1		
F1		
A2		
B2		
C2		
D2		
E2		
F2		
A3		
B3		
C3		
D3		
E3		
F3		

Case	Ecriture sans calcul	Nombre Calculé
A4		
B4		
C4		
D4		
E4		
F4		
A5		
B5		
C5		
D5		
E5		
F5		
A6		
B6		
C6		
D6		
E6		
F6		

2) Sachant que 1 m^3 contient environ 15 millions de grains, à partir de quelle case dépasse-t-on 1 m^3 par case ? (utilise ta calculatrice).

3) Quel est le nombre de m^3 de grains nécessaire pour la case C5 ?

FICHES DE TRAVAIL

Fiche d'introduction

- Notre but est de sensibiliser l'élève à la nécessité d'une nouvelle écriture des nombres décimaux dans certaines situations. La calculatrice permet de consolider l'utilisation du facteur constant. Elle motive l'apprentissage de l'écriture scientifique d'un décimal car, à partir d'une certaine case, l'affichage se fait en notation scientifique.
- Commentaire : les élèves ont des difficultés à faire la différence entre "écriture sans calcul" et "nombre calculé" ; l'enseignant doit rester vigilant.

Les autres fiches de travail sont celles de la dernière édition du fichier I.R.E.M de Brest, classe de quatrième.

Chapitre 10

NOTION DE FONCTION

Objectifs

Ce chapitre est l'occasion de faire le point sur la pratique des représentations graphiques, la reconnaissance des situations de proportionnalité, et les connaissances acquises depuis la sixième dans ce domaine.

L'expression "en fonction de" utilisée à plusieurs reprises depuis le début de l'année, commence à prendre un sens plus précis.

Le but est de mathématiser les exemples de proportionnalité trouvés.

En fin de chapitre on introduit la notion de cosinus comme coefficient directeur d'une fonction linéaire.

Contenus

- Représentation graphique d'une fonction.
- Fonctions linéaires.
- Définition du cosinus.

Savoir-faire

Construction, lecture et utilisation d'un graphique.

- "Bon choix" de ce qui doit être placé en abscisses et en ordonnées.
- Choix des unités et mise en page.
- Trouver un résultat graphiquement.
- Interpoler une valeur.

Reconnaissance et utilisation de la proportionnalité, dans un tableau et dans un graphique.

Utiliser une fonction linéaire (calculs d'images, d'antécédents et de coefficients directeurs).

FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Thème, objectifs, remarques
Fiche 1, Exercice 1	Remplir un tableau, trouver l'opérateur. Représenter graphiquement le tableau. Lecture graphique dans les deux sens. Remarque : les distances sont à mettre en abscisses : voir 2°) "en fonction de".
Fiche 1, Exercice 2	La fonction n'est pas linéaire. Abstraction supplémentaire, les grandeurs sont représentées par des lettres. Difficultés pour remplir la dernière case mais occasion de mises au point intéressantes.
Fiche 1, Exercice 3	Réinvestir les connaissances sur les solides. La fonction est affine par morceaux. Limiter la représentation graphique. La hauteur d'eau n'est pas la hauteur du prisme, nécessité d'une bonne décomposition en pavés. Possibilité d'utilisation ultérieure pour la résolution d'équations.
Fiche 2, Exercice 4	Nouvelle situation de proportionnalité. Réinvestir Pythagore. Exercice sans grande difficulté si l'on se limite aux valeurs approchées, mais avec des possibilités d'exploitations ultérieures (voir commentaires).
Fiche 2, Exercice 5	Situation différente des autres exercices, pas de lettres ici. Réinvestissement sur les pourcentages. Interpolation.
Fiche 3, Exercice 6	Présentation du cosinus comme coefficient d'une application linéaire. Présentation d'une projection orthogonale. Lien avec le chapitre suivant. Voir en annexe l'utilisation de l'informatique pour cet exercice.

FICHE N° 1

Exercice 1

- 1) Une automobile consomme 8 l d'essence aux 100 km.
Complète le tableau suivant :

Distance parcourue (en km)	0	100	200		500		850		1	d
Consommation d'essence (en l)				32		50		1		c=

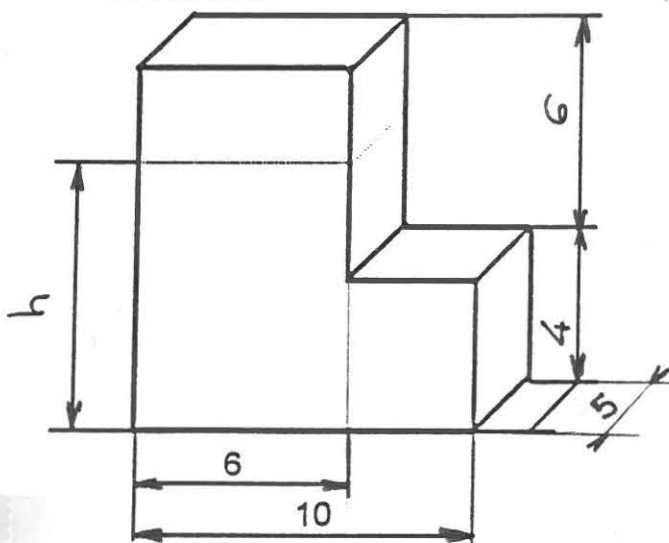
- 2) Représente graphiquement la consommation d'essence en fonction de la distance parcourue.
3) En utilisant le graphique, donne :
a) La quantité d'essence nécessaire pour parcourir : 250 km ; 375 km.
b) La distance que la voiture peut effectuer avec : 18 l ; 35 l.

Exercice 2

Un rectangle a pour dimensions 4 et x (ces deux nombres sont exprimés dans la même unité). On veut calculer le périmètre P du rectangle en fonction de la longueur x du côté.
Complète le tableau suivant et fais le graphique correspondant.

x	0	1	2	4	7		13			x
P								48		

Exercice 3



La figure ci-contre représente un cube piano. On y verse de l'eau jusqu'à une hauteur h (en cm).

On veut calculer, en fonction de h , le volume d'eau V .

Complète le tableau ci-dessous et fais un graphique.

h (en cm)	0	1	2	4	6	8	10			
V (en cm ³)								175	350	440

FICHE N° 2**Exercice 4**

On veut exprimer la longueur d (en cm) de la diagonale d'un carré en fonction de la longueur c (en cm) de son côté.

- 1) Fais plusieurs figures correspondant aux cas suivants :
 $c=1$; $c=2$; $c=3$; $c=4$; $c=5$ et $c=6$.

- 2) Complète le tableau suivant :

côté c	0	1	2	3	5		8	10		c
diagonale d						8,5			17	

- 3) Fais le graphique correspondant.

Exercice 5

Le tableau suivant représente la distance nécessaire de freinage (exprimée en m) en fonction de la vitesse du véhicule (en km/h) dans des conditions normales de circulation.

vitesse en km/h	0	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
distance d'arrêt en m		18	25	35	45	60		85	100		130	150	170	195

- 1) Représente sur un graphique la distance d'arrêt en fonction de la vitesse du véhicule.
 Choix des unités : En abscisses (horizontalement) 1 cm pour 10 km/h.
 En ordonnées (verticalement) 1 cm pour 10 m.
 Complète le tableau ci-dessus à l'aide du graphique.
- 2) Sur route mouillée, on admet que la distance de freinage augmente de 30% par rapport aux conditions normales (route sèche).
- a) Complète le tableau suivant :

vitesse en km/h	0	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
distance d'arrêt sur route mouillée en m														

- b) Complète le graphique de la question 1) en utilisant une autre couleur.

FICHE N° 3

Bilan de ces 5 exercices :

1) Dans quels cas y-a-t-il une situation de proportionnalité ? (justifie ta réponse)

2) Pour chacun des cas trouvés détermine le coefficient de proportionnalité.

Réponses :

Exercice 6

Utilise le dessin préparé. Il y a quatre dessins différents dans la classe. L'unité de longueur est le centimètre.

Place quatre points A, B, C et D sur la demi-droite $[Ox)$ et trace par chacun de ces points la perpendiculaire à $[Oy)$. Appelle respectivement A', B', C' et D' les pieds de ces perpendiculaires sur $[Oy)$.

1) Complète le tableau suivant après avoir mesuré les segments avec précision.

	[OA]	[OB]	[OC]	[OD]	[AB]	[BC]	[AD]
Longueur du segment sur $[Ox)$							
Longueur du segment correspondant sur $[Oy)$							

2) Représente graphiquement les résultats du tableau.

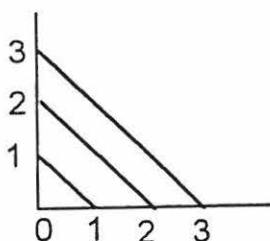
3) Calcule le coefficient directeur de la fonction linéaire utilisée ici.

COMMENTAIRES

Les exercices présentés ne visent qu'à l'introduction des notions de fonction linéaire et de cosinus.

Le bilan est fait à l'occasion d'une mise en commun avec toute la classe. Des exercices d'application classiques suivent pour les fonctions linéaires et sont intégrés au chapitre suivant pour les cosinus.

A l'occasion du bilan de l'exercice 4 on peut faire découvrir la valeur exacte du coefficient à l'aide du dessin suivant :



Remarque : Dans Pythagore nous avons utilisé l'écriture $\hat{u}$.

Cela peut aussi être l'occasion d'une première approche du théorème des milieux.

ANNEXE

Utilisation du logiciel "Le géomètre"

Objectif : Illustrer l'introduction de la notion de cosinus en classe de 4ème.

Organisation du travail : Dans un premier temps les élèves travaillent individuellement pour faire l'exercice proposé en I). Voir les dessins distribués en annexe. Un tableau récapitulatif est mis en place pour que chacun puisse venir y inscrire ses réponses à la question 3. Quand cette première phase est terminée, le bilan est établi collectivement à l'aide de l'ordinateur. La construction a été faite préalablement et conservée dans le fichier INT_COS.FIG. Cette construction a été réalisée en utilisant une macro-construction nommée "projeté orthogonal" et conservée dans le fichier PROJ_OTH.MAC.

I) Travail demandé aux élèves :

Utilise le dessin préparé. Il y a quatre dessins différents dans la classe. L'unité de longueur est le cm.

Place quatre points A, B, C et D sur la demi-droite $[Ox)$ et trace par chacun de ces points la perpendiculaire à $[Oy)$. Appelle respectivement A', B', C' et D' les pieds de ces perpendiculaires sur $[Oy)$.

- 1) Complète le tableau suivant après avoir mesuré les segments avec précision.

	[OA]	[OB]	[OC]	[OD]	[AB]	[BC]	[AD]
Longueur du segment sur $[Ox)$							
Longueur du segment correspondant sur $[Oy)$							

- 2) Représente graphiquement les résultats du tableau.
- 3) La fonction qui à chaque longueur de segment sur $[Ox)$ associe la longueur du segment correspondant sur $[Oy)$ est-elle linéaire ?
Si oui, quel est son coefficient directeur ?
- 4) Note tes réponses aux questions précédentes sur le tableau de la classe.

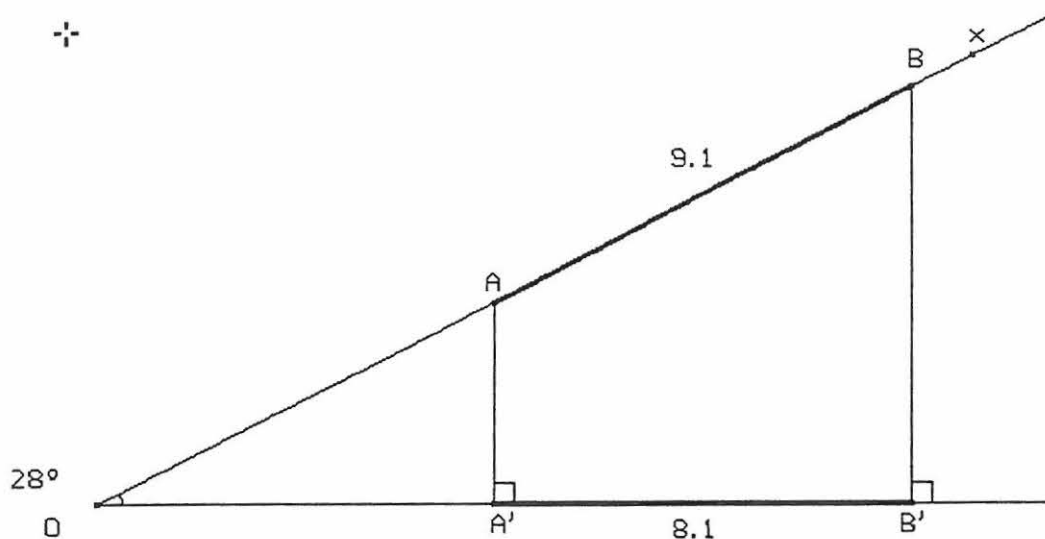
II) Bilan collectif avec "Le géomètre", les calculatrices et le rapporteur :

- 1) Aspect du tableau de la classe après I).

	Dessin 1	Dessin 2	Dessin 3	Dessin 4
Linéaire ?	oui 3 non 3	oui 5 non 1	oui 5 non 2	oui 6 non 0
Coefficient directeur	0,83 ; 0,84 ; 1,18	0,7 (x3) ; 0,69 et 1,42	de 0,92 à 0,95 et 1,1	0,5 (x4) et 0,46 (x2).

ANNEXE (suite)

2) Aspect de l'écran obtenu avec "Le géomètre".



Remarques : Les points A et B sont déplaçables sur la demi-droite [Ox) et le logiciel actualise automatiquement les longueurs. Naturellement A' et B' suivent automatiquement le mouvement et demeurent les projetés orthogonaux de A et de B.
Le point associé à x peut également être déplacé librement sur l'écran, ce qui permet de faire varier l'angle.

Travail collectif réalisé :

- 1) Reprise des situations rencontrées par des élèves ayant répondu non à la question sur la linéarité.
Comme ces réponses provenaient la plupart du temps d'un souci d'exactitude, et que l'ordinateur ne mesure qu'au dixième près comme les élèves, il fut vite admis qu'il était raisonnable de dire oui.
- 2) Reprise collective de chacune des quatre situations rencontrées avec à chaque fois les observations suivantes :
Les résultats supérieurs à 1 correspondaient à l'inverse du quotient à calculer.
Le coefficient directeur ne dépend pas de la position des points sur [Ox).
En mesurant l'angle, en affichant cette valeur sur la calculatrice et en tapant COS, on obtient un résultat proche du coefficient directeur trouvé.
- 3) On refait ces mêmes observations à partir d'autres mesures d'angles et de longueurs fournies par l'ordinateur.
- 4) En plaçant A sur O et en faisant bouger B uniquement on obtient l'expression usuelle du cosinus d'un angle dans un triangle rectangle. Il est intéressant à ce moment de faire bouger O et les demi-droites [Ox) et [Oy) pour présenter le triangle rectangle ABB' dans toutes les positions (naturellement A est toujours ramené sur O).

Chapitre 11

COSINUS PROJECTIONS

Objectifs

- Utilisation du cosinus dans les exercices classiques.
- Présentation de la notion de projection.
- Réutiliser les propriétés du parallélogramme.
- Conjecturer et refaire des démonstrations.

Contenus

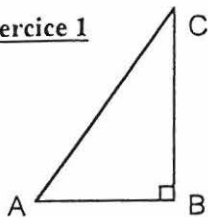
- Cosinus.
- Projection du milieu d'un segment.
- Droite des milieux.

Savoir-faire

- Utilisation du cosinus.
- Démonstrations à l'aide des projections.

FICHE N° 1

Exercice 1

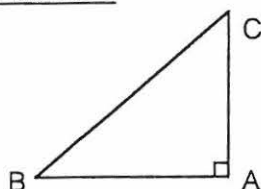
Données :

$AB = 4 ; AC = 7$

Conclusion :

$\hat{A} \approx$

Exercice 2

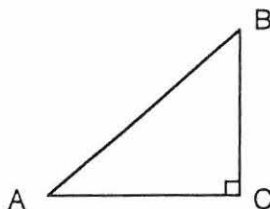
A) Données :

$BC = 8 ; \hat{B} = 40^\circ$

Conclusions :

$BA \approx$

$AC \approx$

B) Données :

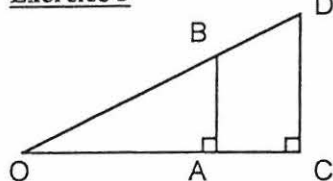
$AC = 4 ; \hat{A} = 50^\circ$

Conclusions :

$AB \approx$

$BC \approx$

Exercice 3

Hypothèses :

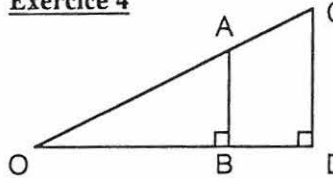
$OA = 5 ; OD = 8 ; \hat{O} = 35^\circ$

Conclusions :

$OB \approx$

$OC \approx$

Exercice 4

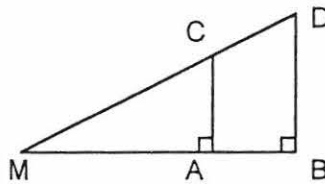
A) Données :

$OA = 7 ; OB = 3$

$OC = 9$

Conclusion :

$OD =$

B) Données :

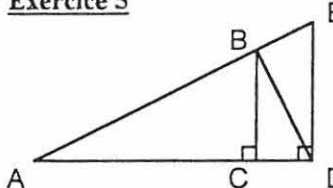
$MA = 5 ; MB = 8$

$MC = 6$

Conclusion :

$MD =$

Exercice 5

Hypothèses :

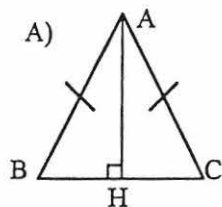
$AB = 9 ; AC = 6$

Conclusions :

1) $AD =$; $AE =$

2) $BC \approx$; $DE \approx$

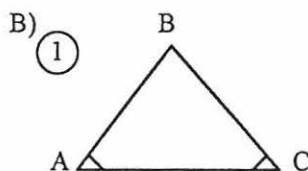
Exercice 6

Données :

$AB = 6 ; BC = 4$

Conclusions :

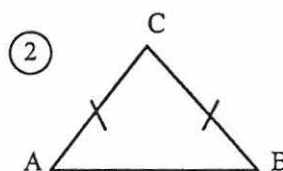
$\hat{B} \approx$; $\hat{A} \approx$

Données :

$\hat{A} = 65^\circ ; AB = 6 \text{ cm}$

Conclusion :

$AC \approx$

Données :

$\hat{C} = 50^\circ ; AB = 6 \text{ cm}$

Conclusion :

$AC \approx$

Exercice 7

- 1) Construis un demi-cercle de diamètre $AB = 10 \text{ cm}$.
Sur ce demi-cercle, place le point C tel que $AC = 8 \text{ cm}$.
- 2) Calcule BC.
- 3) Construis la tangente (D) au cercle passant par le point B. La droite (D) coupe la droite (AC) en D.
- 4) Calcule AD et BD.

COMMENTAIRES

Nous avons utilisé les exercices classiques proposés dans les manuels.

A propos du cosinus, nous avons conçu une fiche d'exercices classiques (ci-jointe). Son intérêt nous semble être la progressivité des exercices.

Chapitre 12

EQUATIONS - INEQUATIONS

Objectifs

Ce chapitre est un des aboutissements de notre travail sur le calcul littéral. Il nous faut faire une mise au point sur un outil de résolution de problèmes. Toute l'année, nous nous sommes efforcés de donner un sens à l'usage de la lettre : il s'agit de la lettre en tant qu'inconnue. Cette leçon doit nous permettre de convaincre l'élève de l'efficacité de la méthode : résolution d'un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation.

Contenus

- Equations de types $a + x = b$ et $ax = b$.
- Somme des angles d'un triangle.
- Aires de figures usuelles.
- Volumes.

Savoir-faire

- Mettre en équation un problème.
- Résoudre une équation.
- Vérifier le résultat.

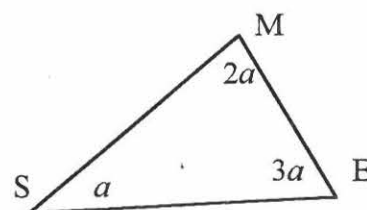
FICHE TECHNIQUE

Exercice proposé	Thème, objectifs, remarques
Fiche 1, Exercice 1 et Exercice 2	L'inconnue est donnée, les calculs simples, l'objectif est la mise en équation.
Fiche 1, Exercice 3 à Exercice 5	Dans une situation géométrique de même type, il faut en plus choisir l'inconnue.
Fiches 1 et 2, Exercice 6 à Exercice 8	La situation est plus complexe, l'inconnue est imposée, la difficulté supplémentaire est l'analyse de la figure pour la mise en équation.
Fiche 2, Exercice 9 et Exercice 10	Après les aires, les volumes.

FICHE N° 1

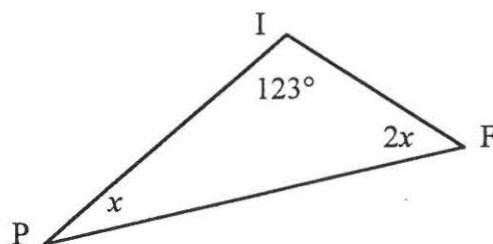
Exercice 1

Calculer la mesure de chacun des angles du triangle MSE. Construire un tel triangle. (la figure est volontairement fausse).



Exercice 2

Même questions qu'à l'exercice 1, mais avec le triangle IPF. (la figure est volontairement fausse)



Exercice 3

Dans un triangle rectangle, l'un des angles aigus a pour mesure 4 fois la mesure de l'autre angle aigu. Calculer la mesure de chaque angle.

Exercice 4

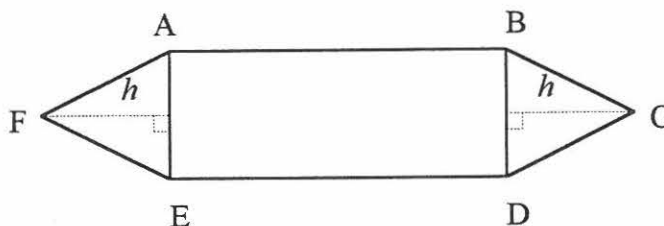
La différence des mesures des angles aigus, dans un triangle rectangle, est de 36° . Calculer les mesures de chaque angle.

Exercice 5

Dans un triangle isocèle, la mesure de l'angle au sommet surpasse de 33° la mesure d'un angle à la base. Calculer les mesures de chaque angle du triangle. Tracer un triangle ayant ces caractéristiques.

Exercice 6

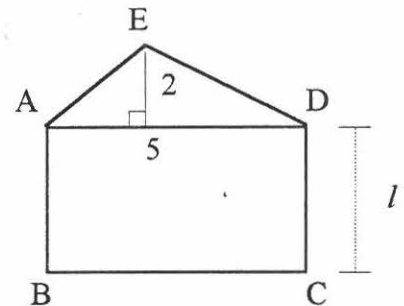
ABDE est un rectangle de largeur 1 et de longueur 3. Déterminer h pour que l'aire de ABCDEF soit égale à 7.



FICHE N° 2

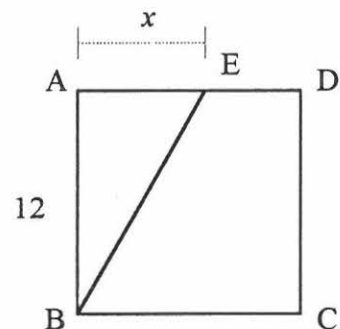
Exercice 7

Déterminer l pour que l'aire du rectangle ABCD soit le triple de l'aire du triangle ADE.

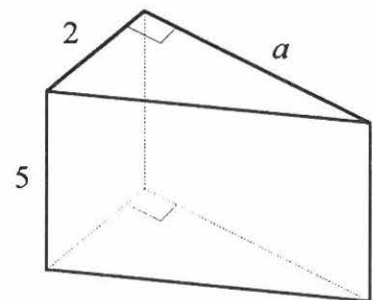
**Exercice 8**

ABCD est un carré de 12 cm de côté. On appelle x la distance AE.

Déterminer x pour que l'aire du triangle ABE soit le tiers de l'aire du carré ABCD.

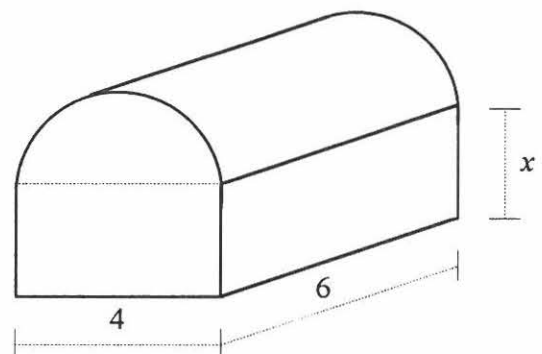
**Exercice 9**

Calculer a pour que le volume de ce prisme droit soit égal à 15.

**Exercice 10**

Un abri a 4 m de large et 6 m de long. Son toit à la forme d'un demi-cylindre horizontal.

Déterminer x pour que le volume total de cet abri soit 100 m^3 .



COMMENTAIRES

Les exercices que nous présentons dans les fiches N° 1 et N° 2 ci-jointes correspondent à la volonté que nous avons constamment eue d'associer calcul et géométrie.

Bien entendu, nous ne nous sommes pas limités à ce type d'exercices. Les manuels proposent en abondance des exercices dans le domaine numérique.

Chapitre 13

DEVELOPPEMENTS, FACTORISATIONS

Objectifs

A l'instar du précédent chapitre, nous avons ici un autre aboutissement de notre travail sur le calcul littéral.

La lettre cette fois est considérée sous l'aspect "indéterminée".

Nous prolongeons l'étude commencée au chapitre 7 sur la distributivité.

Contenus

- Multiplication d'une somme ou d'une différence par un nombre.
- Produit de deux sommes ou différences.
- Calculs d'aires.

Savoir-faire

- Développer et réduire.
- Repérer un facteur commun, factoriser.
- Effectuer des vérifications numériques.

COMMENTAIRES

Les exercices proposés dans ce chapitre sont très classiques.

- Illustrations par des partages de rectangles.
- "100 fois sur le métier remettez votre ouvrage".
- Associer régulièrement les vérifications numériques aux calculs algébriques offre une bonne occasion d'utiliser les calculatrices de façon pertinente.

Annexe

Enoncés de devoirs communs

Devoirs faits en classe en une heure.

1991/1992

Devoirs n° 2, 3 et 4.

1992/1993

Devoirs n° 1 et 2.

MATHEMATIQUES . QUATRIEME . DEVOIR COMMUN N°2

I. Soit l'expression $A = (3,5 + m) - (m - 5,3) - (8,8 + m)$.

Dominique affirme qu'il est capable de calculer mentalement la valeur de cette expression en moins de 2 secondes pour n'importe quelle valeur de la lettre m . Qu'en penses-tu ?

Donne la valeur de A pour $m = -5,385$ et $m = 198,57$.

II. Un rectangle a pour dimensions $\frac{4}{3}$ et $\frac{2}{3}$ (ces deux nombres sont exprimés dans la même unité).

Voici quatre affirmations à propos de ce rectangle ; quelles sont celles qui sont vraies ? Quelles sont celles qui sont fausses ? Justifie ta réponse.

1) Une dimension est le double de l'autre.

2) Le périmètre est égal à 4.

3) L'aire du rectangle est supérieur à 1.

4) Si on ajoute $\frac{1}{16}$ à chaque dimension, l'aire augmente de $\frac{11}{36}$

• C

A •

III. A, B, C sont trois ports.

Un bateau est en difficulté.

On sait qu'il est à moins de 5 milles du port A et à

moins de 4 milles du port B.

De plus, il se trouve plus près du port C que du port B.

Sachant que 1 cm représente 1 mille, hachure la zone dans laquelle est situé ce bateau.

(on ne justifiera pas la construction)

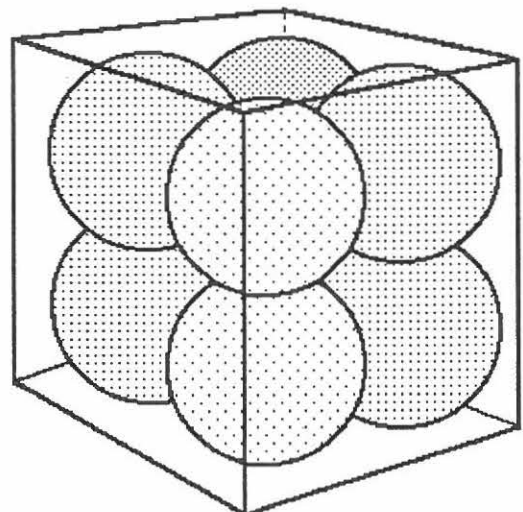
B •

IV. Un triangle isocèle a un côté de 20 cm. Sachant qu'un autre côté mesure 7 cm, quelle est la dimension du troisième côté ?

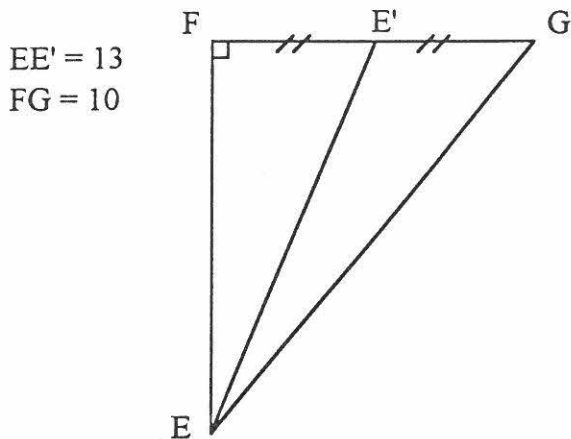
V. On a rangé 8 boules de même rayon (3,5 cm) dans un cube. Les boules sont tangentes aux parois du cube et elles sont aussi tangentes entre-elles.

1) Quelle est la longueur de l'arête du cube ?

2) Quel est le volume de l'air encore contenu dans le cube (arrondi au cm^3 près) ?



MATHEMATIQUES . QUATRIEME . DEVOIR COMMUN N°3



I. Observe la figure ci-contre, puis calcule EF et EG.

- II. Soit un triangle ULM tel que :
 $UL = 6,5$; $LM = 4,2$; $UH = 5,6$ (L'unité est le centimètre)
- a) Fais la figure.
 b) Ce triangle est-il rectangle ?

- III. Calcule et écrit le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$\frac{-3}{4} + \frac{5}{12} \quad ; \quad \frac{-4}{3} \times \frac{6}{5} \quad ; \quad -5 \times \frac{-5}{11} \quad ; \quad \frac{9}{7} \div \left(-\frac{5}{4}\right)$$

$$\frac{9}{\frac{5}{-3}} \quad ; \quad \frac{-12}{-7} \times \frac{9}{16} \times (-15) \times \frac{14}{3}$$

- IV. a) Calcule de deux façons différentes :

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right)$$

- b) Développe :

$$2(x - 3) \quad ; \quad 5a(3a + 4) \quad ; \quad (-y + 2)(-3)$$

- c) Factorise :

$$3a + 9b - 15 \quad ; \quad x^2 - 2x \quad ; \quad \pi^2 + \pi$$

- V. a) Quel est le signe de a ?

$$\frac{-8 \times a \times (-3)}{7 \times (-5)} = -11 \times 4$$

- b) Deux nombres ont un produit positif et une somme négative ; trouve leur signe.

MATHEMATIQUES - QUATRIEME - DEVOIR COMMUN N°4

I. Recopie et complète par les nombres qui conviennent.

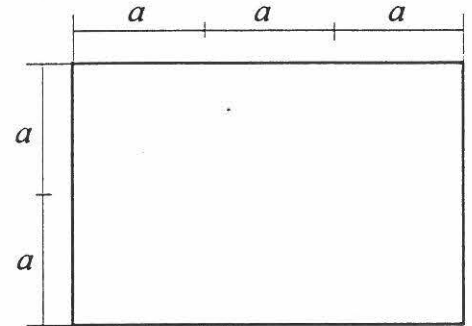
$$10^3 \times \dots = 45\,000 ; \quad 10^2 \times \dots = 4,21 ; \quad 10^3 \times \dots = 30 ;$$

$$10^{-1} \times \dots = 7 \times 10^3$$

II. A)

1) Exprime l'aire de ce rectangle en fonction de a .

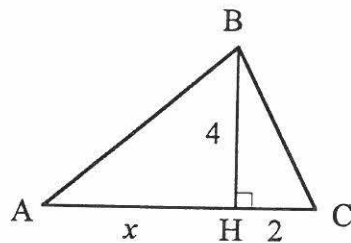
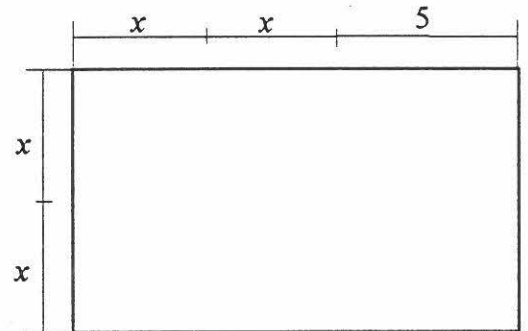
2) Calcule l'aire quand $a = 5$.



B)

1) Exprime de deux façons l'aire du rectangle ci-contre en fonction de x .

2) Calcule la valeur de l'aire quand $x = 4$.



III.

1) Exprime en fonction de x :

a) L'aire y_1 du triangle AHB.

b) L'aire y_2 du triangle ABC.

2) Recopie et complète le tableau suivant :

x	0	1	2	4	7
y_1					
y_2					

3) Représente graphiquement les deux fonctions dans un même repère.

4) En t'aidant du graphique, détermine les valeurs de x dans les cas suivants :

a) $y_1 = 11$; b) $y_2 = 10$.

5) Les fonctions sont-elles linéaires ? Justifie.

IV. Une culture de bactéries se multiplie par 5 toutes les heures lorsque la température et la nourriture sont convenables.

1) Dans ces conditions, par quel nombre serait multiplié le nombre de bactéries en 6 heures ?

2) Si l'on avait 10 000 bactéries, au bout de combien d'heures le nombre de bactéries dépassera-t-il 1 milliard ?

MATHEMATIQUES . QUATRIEME . DEVOIR COMMUN N° 1

I. Soit l'expression $-2 - x + y$. Dans chacun des cas suivants remplace x et y par les valeurs données puis calcule.

- 1) $x = -2$ & $y = 5$; 2) $x = 2$ & $y = -5$; 3) $x = -3,2$ & $y = -2,3$

II. Simplifie l'écriture des expressions suivantes :

$$A = -(-2 + x - y); \quad B = 5 - [a + (-5 + a)]$$

III. Calcule les valeurs de l'expression :

$$(5 - a + b) + (-8 + a + b) - (b - 3 + a) \text{ pour :}$$

- 1) $a = 4$ & $b = -7$; 2) $a = 0$ & $b = 10,5$; 3) $a = 485,732$ & $b = 0$

IV. Complète le tableau suivant. Donne les résultats sous forme de fraction irréductible.

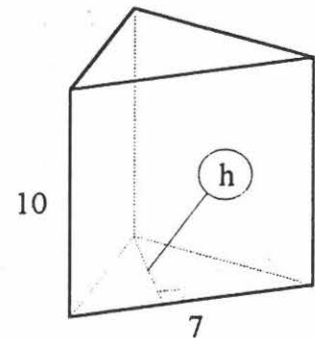
x	y	$x + y$	xy	$\frac{x}{y}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{7}$			
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$			
4	$\frac{5}{8}$			

V. L'unité de longueur est le mètre.

a) Exprime en fonction de h le volume de ce prisme.

b) Calcule le volume lorsque $h = 4$.

c) Détermine la valeur de h pour que le volume soit égal à 385 m^3 .



VI.

Philippe veut s'acheter un lecteur de disques compacts. Ses parents lui offrent les $\frac{3}{7}$ du prix.

N'ayant pas assez d'économies pour le payer, il demande à ses grands-parents de l'aider.

Ceux-ci lui donnent les $\frac{3}{5}$ du prix.

Philippe aura-t-il assez pour payer son lecteur ? (justifie ta réponse)

VII.

Sur le segment $[AB]$, place les points M et N tels que



$$AM = \frac{2}{3} AB \text{ et } AN = \frac{3}{4} AM. \text{ Complète : } AN = \frac{\dots}{\dots} AB$$

Justifie ta réponse par un calcul.

MATHEMATIQUES . QUATRIEME . DEVOIR COMMUN N°2

I. Soit l'expression $A = (5,3 + m) - (m - 4,8) - (10,1 + m)$

Dominique affirme qu'il est capable de calculer mentalement la valeur de cette expression en moins de 2 secondes pour n'importe quelle valeur de la lettre m . Qu'en penses-tu ?

Donne la valeur de A pour $m = -8,947$ et $m = 2453,98$

• C

A •

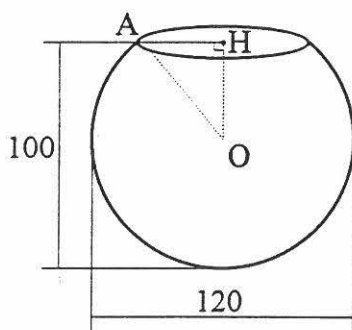
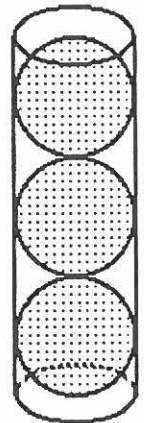
II. A, B, C sont trois ports. Un bateau est en difficulté. On sait qu'il est à moins de 5 milles du port A et à moins de 4 milles du port B. De plus, il se trouve plus près du port C que du port B. Sachant que 1 cm représente 1 mille, hachure la zone dans laquelle est situé ce bateau. (On ne justifiera pas la construction).

B •

III. Dans un étui cylindrique on a rangé 3 boules de 4 cm de rayon. Les boules sont tangentes aux parois de l'étui et elles sont aussi tangentes entre-elles.

1) Quelle est la hauteur de l'étui ?

2) Quel est le volume de l'air encore contenu dans l'étui. Tu donneras la valeur exacte puis la valeur arrondie au cm^3 près.



IV. Voici une calotte sphérique.

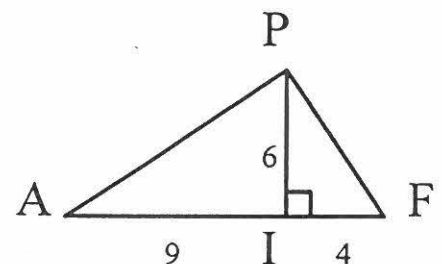
Calcule le rayon AH du cercle de la "coupe" (à 1 mm près).

Les dimensions sur le dessin sont en millimètres.

V. 1) Un triangle BIC est tel que :

$BI = 13,2$, $BC = 25,9$ et $IC = 22,4$. Ce triangle est-il rectangle ?

2) Le triangle PAF, ci-contre, est-il rectangle ?



BIBLIOGRAPHIE

- [1] Fichiers du groupe de recherche :
Maths au Collège, classes de 5ème et 4ème.
I.R.E.M de Brest.

- [2] Cahiers de travaux dirigés :
"Comprendre - Géométrie 5ème" et "Comprendre - Géométrie 4ème".
Editions Hatier.

- [3] Livres de mathématiques de 5ème et 4ème de la collection PYTHAGORE.
Editions Hatier.

**Imprimé et édité
par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Deuxième trimestre 1995
N° de Publication : 95-03**

**Université de RENNES I
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX
Tél : 99 28 63 42**