UNIVERSITE DE RENNES 1

IREM RENNES

POURSUIVRE LE CALCUL ALGEBRIQUE

Troisième / Seconde

I.R.E.M. de RENNES

Juin 1998

UNIVERSITE DE RENNES 1

POURSUIVRE LE CALCUL ALGEBRIQUE

Troisième / Seconde

I.R.E.M. de RENNES

Juin 1998

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, une ou plusieurs pages blanches). Si tel est le cas, écrivez à l'I.R.E.M. en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

I.S.B.N. 2-85728-037-8

Cette recherche et la rédaction de ce document ont été réalisées par :

CHAPUIS Elisabeth
Collège Georges Brassens - LE RHEU

KERGOZIEN Yves
Lycée Ile de France - RENNES

LAZAR Boris
IREM - Université de RENNES I

LE BAIL Françoise
Collège le Landry - RENNES

LEHMANN Gabrielle
Lycée Joliot Curie - RENNES

ROBERT Guy
Lycée Bréquigny - RENNES

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la MAFPEN.

La saisie et la mise en page ont été assurées par Danièle QUENTIN
la reprographie par Françoise LE BESCOND

SOMMAIRE

INTRODUCTION

En Mai 1993, lors du colloque interne de l'IREM à Plestin-les-Grèves, un petit groupe d'enseignants avait proposé de travailler sur le calcul algébrique. Parmi ceux qui faisaient cette proposition se retrouvaient certains membres d'un groupe plus ancien qui avait travaillé sur un sujet proche *« Analyse des erreurs et difficultés constatées chez les élèves de seconde en calcul algébrique »*.

Ce sujet est un sujet récurrent, que l'on retrouve aussi bien dans des publications des IREM que dans celles de l'APMEP ou de l'INRP.

Pourquoi un tel engouement ? Il y a, à l'évidence, un déficit algébrique chez la plupart des élèves.

L'apprentissage du calcul algébrique est mis en oeuvre tout au long du premier cycle et pourtant à l'entrée en seconde les connaissances exigibles sont très peu disponibles. Ainsi, par exemple, les décimaux relatifs sont abordés dès la sixième mais sont bien souvent non encore maîtrisé en arrivant au lycée.

On a pu aussi remarquer que dans beaucoup de situations on apprend à manipuler des expressions algébriques mais sans pour autant saisir le sens de la lettre ni comprendre son statut.

Ce statut est pluriel :

- indéterminée dans une formule,
- inconnue dans une résolution d'équation,
- variable lorsque l'on aborde l'étude des fonctions.

d'où souvent de grandes difficultés pour les élèves.

L'ensemble des connaissances mises en jeu dans le champ du calcul algébrique regroupe :

- des règles de calcul sur les relatifs : problèmes de priorités, parenthèsage, utilisation des radicaux, des fractions, des puissances.
- l'écriture littérale avec les identités, la factorisation, le développement.
- les équations et les inéquations avec la mise en équation, la résolution et la recherche de solutions approchées.
- la comparaison et l'encadrement.
- les opérations et les comparaisons.
- le statut de la lettre.

Ce vaste champ est constellé d'erreurs qui avaient fait l'objet d'autres travaux y compris à l'IREM de Rennes.

Pour notre part, l'objet du groupe était parfaitement défini dans le projet soumis à l'Assemblée Générale[1] de Décembre 1993 et dans le texte du PAF N° 2 de 1994-1995.

Tout au long du cursus scolaire de nombreux élèves sont handicapés par une maîtrise insuffisante des mécanismes opératoires simples dans les résolutions de problèmes. Ces erreurs sont fréquentes dans le calcul des puissances, la place des parenthèses, l'utilisation des identités remarquables, les simplifications de fractions et de radicaux...

Le groupe pourrait :

- **en tenant compte des travaux déjà faits, répertorier les erreurs et les élèves concernés et interroger les élèves pour déceler les causes de dysfonctionnement.**

- **dans un deuxième temps, construire des séquences pour améliorer les représentations des élèves et favoriser l'acquisition des bons automatismes.**

L'idée initiale était, comme on le voit, double : il s'agissait à la fois de remédiation et d'approfondissement.

Dès les premières séances nous avons pensé qu'il fallait convaincre les élèves de l'intérêt du calcul algébrique et qu'il ne suffisait pas de leur dire « vous verrez plus tard combien c'est un outil facile d'utilisation, pratique, etc... ». En effet, souvent, et on le voit encore dans certains livres, on leur demande de traiter de façon littérale ce qui peut facilement s'en passer.

Une fois vraiment convaincus de l'intérêt de calcul algébrique, les élèves acceptent plus facilement de « s'entraîner » mais nous pensons qu'il faut en réalité s'imprégner lentement de manière à donner du sens à cet ensemble de notions jusqu'à en faire un outil utilisable d'emblée quand cela s'avère nécessaire.

Cette imprégnation devrait éviter tout rejet car il nous semble qu'il vaut mieux acquérir convenablement des notions et des techniques que de devoir seulement y remédier.

Bien entendu, cette imprégnation demande malgré tout de l'entraînement mais plutôt que de faire du calcul algébrique au kilomètre, il nous paraît évident qu'il vaut mieux construire des activités montrant l'utilité du calcul algébrique, lui donnant du sens et permettant d'en acquérir les techniques.

Les activités proposées sont pour l'essentiel à la charnière Troisème-Seconde, de façon épisodique en Première.

Pour la plupart d'entre elles, elles ont été testées plusieurs fois dans des classes différentes et elles sont commentées et accompagnées le cas échéant d'extraits de copies.

---

[1] Eh oui ! Les IREM ont un mode de fonctionnement très démocratique qui tient à leur histoire et à l'époque de leur création, au cours des années 1968 à 1972.

CHAPITRE 1

UTILISATION DE LETTRES

"A partir d'un cube"

"Triangle dans un rectangle"

"Balles de tennis"

"Culbuto"

A PARTIR D'UN CUBE

On considère le solide ci-dessous construit à partir du cube ABCDEFGH d'arête 10 cm.

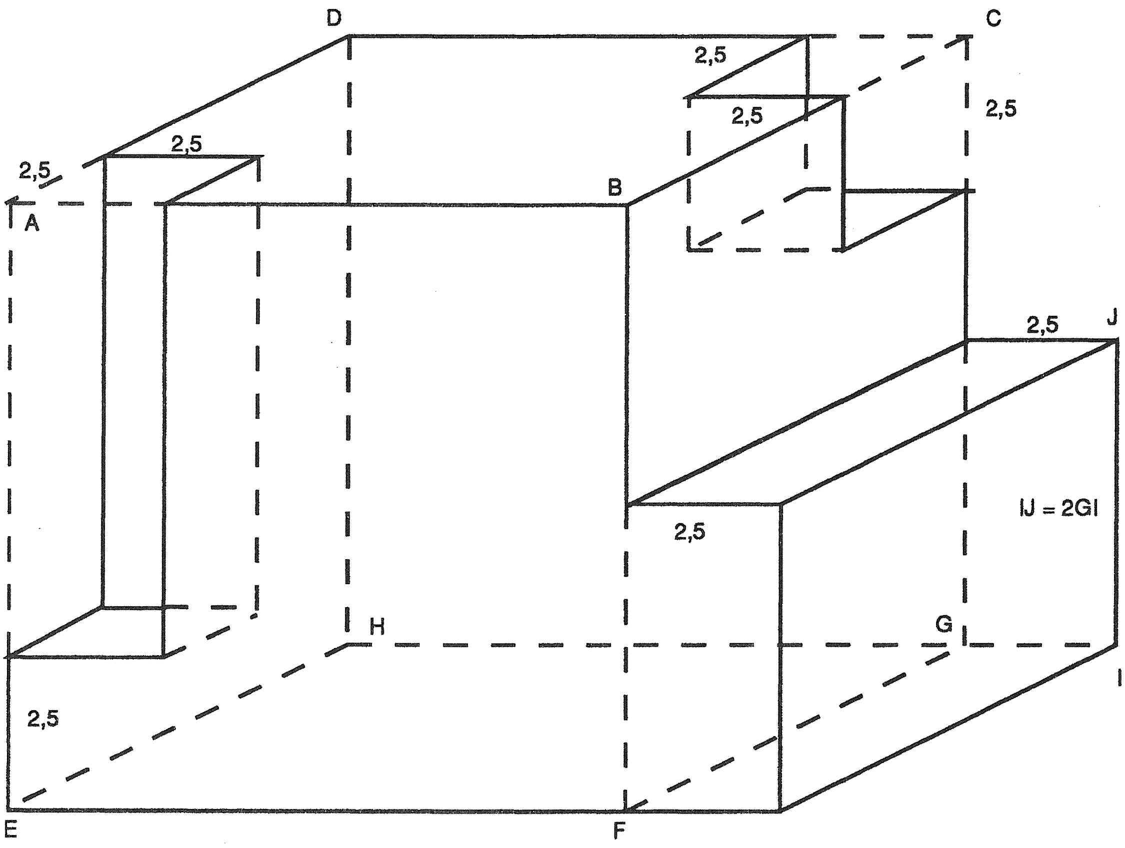
1) Calculer son volume avec les valeurs indiquées.

2) Calculer le volume du solide qu'on aurait obtenu en remplaçant 2,5 par les valeurs suivantes :

a) 1 b) 3 c) $\sqrt{7}$ d) $\frac{2}{3}$

3) Le solide peut-il avoir un volume égal à :

1040 cm³ ? 1100 cm³ ? 2000 cm³ ?



COMMENTAIRES

"A PARTIR D'UN CUBE"

Objectifs

- Enchaîner des opérations élémentaires sur des expressions numériques puis littérales.
- Elaborer une formule et savoir mettre en oeuvre le résultat obtenu.
- Repérer les élèves qui ne maîtrisent pas les règles de calcul.

Fonctionnement

L'activité a lieu en début d'année scolaire pendant une heure. La classe de seconde est en demi-classe de travaux dirigés. Les élèves travaillent d'abord individuellement puis des petits groupes de 2 ou 3 élèves se constituent pour comparer les résultats et les méthodes utilisées. Un temps de réflexion individuelle est essentiel pour que chaque élève s'approprie l'énoncé et envisage une réponse personnelle, si on veut espérer une confrontation de points de vue différents.

A la fin de l'activité, le professeur effectue une synthèse en fournissant des savoirs ou savoir-faire, ultérieurement exploitables.

Observation dans une classe de seconde

1ère question

Les élèves répondent assez facilement à cette question. Quelques erreurs sont relevées ; elles proviennent la plupart du temps d'une mauvaise compréhension de la figure.

Un bilan est fait et la solution est donnée.

2ème question

La majorité des élèves reprend les calculs en calquant leur démonstration sur celle de la question précédente. Pour 1 et 3 il n'y a aucun problème, ce qui n'est pas le cas pour $\sqrt{7}$ et $\frac{2}{3}$. Un débat s'instaure.

Dans le premier groupe, les élèves recherchent les erreurs sur les expressions numériques. Ces erreurs sont classiques ; elles sont dues à une mauvaise utilisation des fractions, des racines carrées, des puissances et à des développements et réductions mal effectués.

Dans le second groupe le débat est différent : deux élèves ont pris l'initiative de rempacer 2,5 par une lettre, l'un a trouvé le résultat réduit correct, l'autre s'est trompé ; voici son erreur :

$$
\begin{aligned}
& 1000 - x^2(10 - x) - x^3 + x \times 2x \times 10 \\
= & \ 1000 - x^2(10 - x) - x^3 + 20x^2 \\
= & \ 1000 - x^2(10 - x - x + 20) \\
= & \ 1000 - x^2(30 - 2x) \\
= & \ 1000 - 30x^2 + 2x^3
\end{aligned}
$$

Les discussions sont acharnées, mais certaines erreurs, comme la précédente, laissent les élèves perplexes. Le professeur doit alors intervenir pour réguler la dynamique de la classe.

3ème question

Dans le premier groupe, aucune lettre n'ayant encore été utilisée dans les questions précédentes, les élèves se rendent compte qu'ils ne peuvent répondre à la question qu'en résolvant une équation et ils se décident alors à introduire l'inconnue "x" . On retouve alors les difficultés habituelles :

- la mise en équation est incorrecte,
- les conditions d'existence ne sont pas envisagées,
- la résolution de l'équation " $x^2 = 4$ " se fait sans se préoccuper du signe de x.

Dans le second groupe qui a employé la lettre dès la question 2, on retrouve les deux dernières difficultés.

Bilan

Cette activité, qui peut paraître relativement simple en seconde, permet de raviver des connaissances antérieures sur le calcul numérique et littéral. Elle montre bien que le passage à la lettre n'est pas encore acquis en début d'année. Elle fait entrer les élèves de seconde dans le cadre algébrique.

TRIANGLE DANS UN RECTANGLE

Travail à la maison

1) Construire un rectangle ABCD tel que AB = 3 et AD = 3 AB

Placer sur la figure les points E, G, F et M tels que :

E appartient à [BC]	et	BE = 2 AB
G appartient à [EC]	et	EG = 1
F appartient à [AB]	et	BF = 1
M appartient à [AD]	et	DM = 1.

En classe

2) Calculer l'aire du triangle GMF pour les valeurs suivantes de AB :

a) AB = 3

b) AB $= \frac{22}{7}$

c) AB $= \sqrt{10}$.

3) Comment choisir la mesure AB pour que l'aire du triangle GMF soit égale :

a) à l'aire du triangle BFG ?

b) aux $\frac{5}{12}$ de l'aire du rectangle ABCD ?

c) au tiers de l'aire du rectangle ABCD ?

COMMENTAIRES

"TRIANGLE DANS UN RECTANGLE"

Objectif

Un des objectifs des programmes de collège est de sensibiliser les élèves à l'utilité des lettres dans les calculs, en particulier, lorsque ceux-ci sont répétitifs.

C'est dans ce but que ce problème du *"Triangle dans un rectangle"* a été conçu : il ne demande pas de grandes compétences en calcul littéral, il est fait pour montrer aux élèves que l'emploi de la lettre peut faciliter le travail et que de ce fait, l'apprentissage des règles de calcul littéral a une utilité.

Organisation

De par son esprit, cette activité s'inscrit plus dans les objectifs du collège que dans ceux du lycée, néanmoins, en seconde encore beaucoup d'élèves n'ont pas l'idée ni l'envie d'utiliser des lettres, ce travail n'est donc pas vain.

L'activité demande environ deux heures si on laisse les élèves travailler sans aide.

Observation

Le problème a été testé dans deux classes de troisième, dans l'une en début d'année, dans l'autre en fin d'année.

En début d'année, sur les 28 élèves présents, personne n'a utilisé de lettre.
Le premier calcul a permis aux élèves de comprendre le problème. Certains ont passé du temps à chercher comment ils allaient pouvoir utiliser la formule de l'aire pour ce triangle dont on ne connaissait pas la hauteur. Une fois la méthode établie, le calcul s'est déroulé simplement : c'était facile !

Pour la deuxième valeur de AB, la technique étant comprise, on n'hésitait plus sur les calculs avec des fractions. Tous les élèves, même les plus faibles, semblaient apprécier le problème.

Une certaine lassitude a commencé à naître au troisième calcul, particulièrement chez les bons élèves. L'utilisation d'une lettre a donc été envisagée et la classe entière a établi la formule après beaucoup d'hésitations sur ce qu'on avait ou pas le droit de faire avec les lettres.

La dernière étape, des calculs pour diverses valeurs de AB en utilisant la formule, a montré l'efficacité de la méthode.

En fin d'année, dans une autre classe de troisième, les connaissances en calcul littéral étant plus solides et, l'utilisation de la lettre plus systématique, plus de la moitié des élèves ont fait le premier calcul, puis comprenant que ce travail allait être répété plusieurs fois, ont pensé à établir la formule à l'aide d'une lettre. Certains ont remplacé la longueur du segment [AB] par une lettre et le calcul a été plutôt bien mené malgré quelques hésitations dues aux dénominateurs et quelques simplifications erronées.

aire de BFG

$$\frac{(2a+1)\times 1}{2} = \frac{2a+1}{2} = a+1$$

D'autres ont tenté d'établir la formule en gardant AB. Pour certains d'entre eux, il y a eu confusion entre le nombre AB et le produit de deux nombres A × B, ce qui a entraîné des résultats fort surprenants.

aire de AMF

$$AF = AB - 1$$

$$AM = 3AB - 1$$

$$ct = \frac{(AB-1)(3AB-1)}{2} = \frac{3A^2B^2 - 4AB + 1}{2}$$

En classe de seconde les résultats d'expérimentation sont peu différents de ceux de la deuxième classe de troisième, néanmoins certains élèves faisant preuve de beaucoup d'organisation ont réussi à présenter leurs calculs de manière tellement régulière que l'utilité de la lettre ne leur semblait pas évidente.

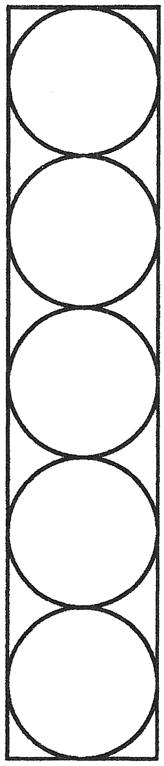
Bilan

L'activité a été bien perçue par les élèves : chacun a su faire quelque chose, personne n'est resté complètement bloqué.

Beaucoup d'élèves préfèrent utiliser les nombres qui leurs sont plus familiers même s'ils doivent passer plus de temps que leurs camarades qui ont utilisé une lettre.

A la fin de cette activité, une majorité d'élèves a perçu l'avantage d'employer une lettre et de ce fait l'importance de devenir performant en calcul littéral.

BALLES DE TENNIS*



1) Cinq balles identiques, de même volume, sont rangées dans une boîte cylindrique comme l'indique la coupe ci-contre.
Il paraît qu'il suffit de multiplier le volume total de ces balles par 1,5 pour obtenir le volume de la boîte qui les contient.
Est-ce-vrai ou faux?

2) Et avec 10 balles au lieu de 5, que se passe-t-il ?

*D'après un exercice de Pythagore (Hatier).

COMMENTAIRES

"BALLES DE TENNIS"

Objectif

Utilisation d'une lettre pour élaborer une formule et répondre à un problème "ouvert".

Fonctionnement

Cette activité, inspirée d'un exercice de quatrième (Pythagore-Hatier), peut être présentée en classe entière, en travaux dirigés ou en module.

Après un temps de recherche individuel d'environ quinze minutes, on instaure un débat scientifique* entre les élèves pour répondre au problème posé.

* Débat scientifique : voir le document "De la lettre à la variable" IREM de Rennes (1993).

Observation

Ce problème est posé en classe entière, un mois après l'activité sur le cube citée précédemment. Pour la première question, deux démarches se dégagent : une majorité d'élèves emploie une lettre, les autres utilisent des exemples.

Voici quelques productions :

Elève 1

Soit x le rayon d'une sphère et de la base du cylindre.

donc Volume du cylindre : $\pi x^2 \times (x \times 10)$

$= \pi x^2 \times 10x$

$= 10\pi x^3$

volume d'une sphère : $\frac{4}{3}\pi x^3$

Volume total des cas balles : $\left(\frac{4}{3}\pi x^3\right) \times 5$

$= \frac{20}{3} \times \pi x^3$

$= 5 \times \left(\frac{4}{3}\pi x^3\right)$

Volume multiplié par 1,5 : $1{,}5\left[5 \times \left(\frac{4}{3}\pi x^3\right)\right]$

$= 10\pi x^3$

c'est vrai.

Elève 2

L'élève utilise d'abord deux lettres, la hauteur h et le rayon R. Ne trouvant pas un rapport égal à 1,5 il change de stratégie, emploie la lettre x et répond à la question.

$$\frac{\pi R^2 \times \text{hauteur}}{5\left(\frac{4\pi R^3}{3}\right)} \stackrel{?}{=} 1{,}5$$

$$\pi R^2 \times h \times \frac{3}{20\pi R^3}$$

$$= \frac{3\pi R^2 \times h}{20\pi R^3} = \frac{3h}{20R}$$

Volume cylindre : $10x\,\pi x^2$

Volume des balles : $5\left(\frac{4\pi x^3}{3}\right) \times 1{,}5 = \frac{20\pi x^3}{3} \times 1{,}5 = 10\pi x^3$ c'est donc Vrai

Elève 3

Dans cet exemple, l'élève pose correctement le problème mais il ne pense pas à exprimer h en fonction de r .

Volume d'une balle est $\frac{4}{3}\pi r^3$ donc le volume total des balles est $5 \times \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$.

Volume d'un cylindre est $\pi r^2 h$ on doit trouver $\left(5 \times \frac{4}{3}\pi r^3\right) \times 1,5 = \pi r^2 h$

$$\frac{\pi r^2 h}{5 \times \frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{20}{3}\pi r^3} = \frac{h}{\frac{20}{3} r}$$

C'est faux

Elève 4

Là encore, le début est correct mais cet élève ne maîtrise pas les techniques de calcul (confusion entre associativité et distributivité).

Volume d'une Sphère $= \frac{4}{3}\pi R^3$

Volume d'un Cylindre $= \pi R^2 H$.

Je prends x pour le rayon des balles.

Volume des balles $V(x) = \frac{4}{3}\pi \times x^3$.

Volume du cylindre : $\pi x^2 \times 10x$.

$\left(\frac{4}{3}\pi \times x^3\right) \times 5$

$= 5x^3 + \frac{20}{3}\pi$

$= 1,5\left(5x^3 + \frac{20}{3}\pi\right)$

$= 7,5x^3 + 10\pi$

C'est faux.

Elève 5

Escemple 1 :

Sphère de rayon de 2 cm.

$\text{Volume}_{\text{balle}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = 10{,}6\pi$ ou $\frac{32}{3}\pi$

Volume de la balle multiplier par 5 :

$5 \times \frac{32}{3}\pi = \frac{160}{3}\pi$

Volume du cylindre $= \pi R^2 h = \pi\, 2^2 \times (4 \times 5) = \boxed{80\pi}$

Or $\frac{160}{3}\pi \times 1{,}5 = \frac{240}{3}\pi = \boxed{80\pi}$

Pour le 1er escemple c'est vrai.

Escemple 2 :

Sphère de 3 cm.

$\text{Volume}_{\text{balle}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$

Volume de la balle multiplier par 5 :

$5 \times 36\pi = 180\pi$

Volume du cylindre $= \pi R^2 h = \pi\, 3^2 \times (6 \times 5) = \boxed{270\pi}$

Or $180\pi \times 1{,}5 = \boxed{270}$

D'où dans les 2 cas c'est vrai : en multipliant 5 par 1,5 on obtient le volume de la boîte cylindrique

Elève 6

- Volume d'une sphère $= \frac{4}{3}\pi R^3$

1) Soit imaginons que le rayon d'une balle soit de 2 cm.
on aura donc $V = \frac{4}{3}\pi 2^3$
$V = 33,5$ cm³ d'une balle

2) Il y a 5 balles donc je multiplie 33,5 cm³ par 5.
$33,5 \times 5 = 167,5$ cm³
Puis il suffit de multiplie le résultat par 1,5
$167,5 \times 1,5 = 251,25$ cm³
Nous avons dit précédamment que le rayon = 2 cm
donc la hauteur de la boite c'est $4 \times 5 = 20$ cm
et la largeur est de 4 cm
Volume de la ~~boite~~ boite cylindre $\pi R^2 \times h = \pi 2^2 \times 20$
$= 251,32$ cm³.

Donc c'est vrai.

- Imaginons que le rayon soit maintenant de 4 cm
donc on aura $V_{1\,balle} = \left(\frac{4}{3}\pi 4^3 \times 5\right) \times 1,5$
$= 402,12$
Volume de la boite $\pi R^2 \times h = \pi 4^2 \times (5 \times 8)$
$\simeq 402$ cm³

Dans ces deux dernières productions, les élèves prennent des exemples. Dans la deuxième, l'élève mélange valeur approchée et valeur exacte. Pour lui 251,25 ou 251,32 c'est la même chose !

Ces démarches ont permis de développer les notions d'exemples, de contre-exemples, de valeur approchée et de valeur exacte.

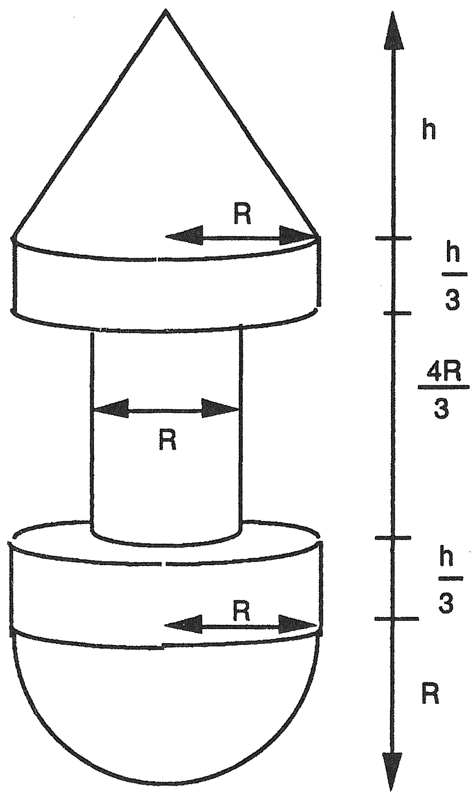
Pour la deuxième question, aucune erreur importante n'est décelée. Les élèves calquent leur démonstration sur celle de la question précédente.

Bilan

En conclusion, on constate toujours des difficultés pour les phases "d'élaboration de la formule" et d'enchaînement d'opérations élémentaires sur des expressions littérales, mais le nombre d'élèves qui rencontrent ces difficultés diminue par rapport à l'activité faite précédemment sur le cube.

CULBUTO

On considère le solide (S) ci-contre où R et h sont des réels positifs :



1) Exprimer le volume V du solide (S) en fonction de R et h.

2) Compléter le tableau quand c'est possible :

h	1	$\frac{5}{3}$			
R	2	1	2	3	5
V			28π	100	100

3) Trouver une relation entre R et h pour que le volume de la demi-boule soit égal au volume de l'autre partie du solide. En déduire une expression de R en fonction de h.

4) Donner en fonction de R et h les dimensions d'un cylindre ayant même volume que ce solide.

COMMENTAIRES

"CULBUTO"

Objectif

Après une utilisation, dans des activités précédentes, d'expressions comportant une lettre, cet exercice fait intervenir un volume en fonction de deux lettres R et h. Il montre aussi l'intérêt de factoriser afin de trouver une expression simple du volume, les calculs dans les tableaux étant d'autant plus rapides.

Déroulement

La fiche a été proposée à deux classes de troisième en devoir libre en fin d'année et à une classe de seconde en travaux dirigés en octobre..

Observation

Question 1

L'utilisation habituelle de R pour un rayon les a perturbés puisqu'ici, ils ont utilisé R pour le rayon du cylindre au lieu de $\frac{R}{2}$.

Pour l'élévation de $\frac{R}{2}$ au carré, plusieurs élèves ont trouvé $\frac{R^2}{2}$.

Beaucoup ont conservé la somme des volumes sans la réduire et ont fait les calculs de la question 2 avec cette expression.

L'expression $V = \pi R^2h + \pi R^3$ a été rarement factorisée.

Exemple 1

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 \times h + \pi R^2 \times \frac{h}{3} + \pi \frac{R^2}{2} \times 4R / 3 + \pi R^2 \times \frac{h}{3} + \frac{\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{3}}{2}$$

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3} + \frac{\pi R^2 h}{3} + \frac{\pi R^2 \times 4R}{6} + \frac{\pi R^2 h}{3} + \frac{4\pi R^3}{6}$$

$$V = \frac{3\pi 3R^3 3h}{3} + \frac{5\pi R^3 R^2 \times 4R}{6}$$

Exemple 2

$$1)\ V = \left[\frac{1}{3}(\pi R^2 \times h)\right] \times h + \left(\pi R^2 \times \frac{1}{3}h\right) + \left(\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 \times \frac{4R}{3}\right) + \left(\pi R^2 \times \frac{1}{3}h\right) + \left(\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{\pi}{3} \times \frac{R^2}{3} \times \frac{h}{3} \times \frac{3h}{3}\right) + \left(\pi R^2 \times \frac{R}{3}\right) + \left(\pi \frac{R^2}{4} \times \frac{4R}{3}\right) + \left(\pi R^2 \times \frac{h}{3}\right) + \left(\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2}\right)$$

$$= \frac{3h}{81} \times \left(\frac{4R^2}{12} \times \frac{12R^2}{12} \times \frac{3R^2}{12} \times \frac{12R^2}{12}\right) + \left(\frac{\pi}{3} \times \frac{3\pi}{3} \times \frac{3\pi}{3} \times \frac{3\pi}{3}\right) + \frac{4R}{3} + \left(\frac{4\pi R^3}{2}\right)$$

$$= \frac{3h}{81} + \frac{864R^2}{10367} + \frac{27\pi}{81} + \frac{4R}{3} + \left(\frac{4\pi R^3}{2}\right)$$

$$= \frac{h}{27} + \frac{864R^2}{10367} + \frac{\pi}{3} + \frac{4R}{3} + \left(\frac{4\pi R^3}{2}\right)$$

$$= \frac{h}{27} + \frac{864R^2}{10367} + \frac{\pi}{3} + \frac{4R}{3} + 2\pi \times \frac{R^3}{2}.$$

$$= \frac{R}{27} + \frac{864R^2}{10367} + \frac{7h}{3} + \frac{4R}{3} + \frac{R^3}{2}.$$

Question 2

Les deux premiers calculs sont généralement faits et corrects ; pour les trois autres colonnes, seulement la moitié des élèves a trouvé une réponse mais très peu d'entre eux ont abouti à un résultat exact . En effet :

* on retouve encore l'utilisation de 3,14 au lieu de π .

* ils ne reconnaissent pas l'inconnue qui ne s'appelle pas x et de plus π est interprété comme une lettre.

* les automatismes acquis dans les situations habituelles ne fonctionnent plus.

* pour $V = 100$ et $R = 5$ le tiers des élèves n'a pas vérifié le signe de $\frac{4}{\pi} - 5$ et a donc pris ce nombre comme solution.

Exemple 3

$$27\pi = \pi r^2(x+2)$$
$$27\pi = \pi \times 4(x+2).$$
$$28\pi - \pi = 4x + 8.$$
$$27\pi = 4x + 8$$
$$27\pi - 8 = 4x$$
$$\frac{27\pi - 8}{4} = \frac{x}{4}$$
$$27\pi - 8 = x$$

Exemple 4

$$V = \pi R^2(h + R)$$
$$100 = 9\pi(h + 3)$$
$$100 = 9\pi h + 27\pi$$
$$73\pi = 9\pi h$$
$$\frac{73\pi}{9\pi} = h$$
$$h = \frac{73}{9}$$

Exemple 5

Si $R = 3$ et $V = 100$

$$100 = \pi 3^2 \times h + \pi 3^3$$
$$100 = \pi . 9 \times h + \pi \times 27$$
$$\frac{100}{27} = \pi \times 9 \times h + \pi$$
$$\frac{100}{27} \times \frac{1}{9} = \pi \times h + \pi$$

Exemple 6 | **Exemple 7**

$$\pi \times 5^2 \times x + \pi 5^3 = 100$$
$$25\pi x + 125\pi = 100$$
$$150\pi x = 100$$
$$x = \frac{100}{175\pi}$$

$$-25\pi h = 125\pi - 100 \qquad \frac{100}{243} = \pi \times h + \pi$$
$$h = \frac{\cancel{125}\,\cancel{\pi^2} - 100}{-\cancel{25}\,\pi}$$
$$\frac{100}{243} - \pi = \pi \times h$$
$$h = \frac{25 - 100}{-5}$$
$$h = \frac{-75}{-5} \qquad \frac{\frac{100}{243} - \pi}{\pi} = h$$
$$h = 15$$

Question 3

La moitié des élèves a su traduire l'énoncé en équation mais très peu d'entre eux sont arrivés au résultat. Voici quelques-unes des causes de leur échec :

* problème non simplifié (Volume de la boule = volume total ou volume de la demi-boule = la moitié du volume total).
* simplifications incorrectes.
* résolution inachevée par manque de simplification ou de factorisation.

Exemple 8

3) Volume demisphère : $\frac{2}{3}\pi R^3$.

Volume autre partie :

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h + \frac{1}{3}\pi R^2 h + \frac{1}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\pi R^2 h.$$
$$V = \pi R^2 h + \frac{1}{3}\pi R^3.$$

donc $\pi R^2 h + \frac{1}{3}\cancel{\pi R^3} = \frac{2}{3}\cancel{\pi R^3}$

$$\pi R^2 h + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$
$$\pi R^2 h = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$
$$\pi R^2 h = \frac{1}{3}$$
$$\frac{3\pi R^2 h}{3} = \frac{1}{3}.$$
$$3\pi R^2 h = 1.$$

Question 4

La question dans l'ensemble n' a pas été résolue ; quelques élèves ont été perturbés par le fait qu'on ne recherchait pas **toutes** les solutions du problème. L'écriture de V sous forme factorisée n' a pas suffi à les inciter à donner R' = R et h' = h + R .

Conclusion

Cette activité est assez longue. La première question peut être préparée à la maison. Une mise au point est alors nécessaire pour aborder la suite avec une expression exacte et simplifiée. On peut ainsi terminer l'activité en une séance.

La présence de π et des deux lettres a mis en évidence la fragilité des mécanismes "acquis". La dernière question est déroutante ; il serait sans doute souhaitable de la traiter en travail de groupe.

CHAPITRE 2

RACINES CARREES

"Réfléchir avant de calculer"

"Rectangle d'or"

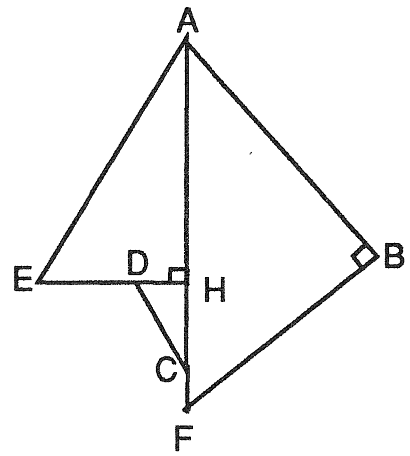
"Avant la naissance des calculatrices"

REFLECHIR AVANT DE CALCULER

I On considère la figure ci-contre où :

EH =3 , ED = DC = 2 , CF = 1 , AE = 6 , FB = 2 FH

Calculer AB et donner le résultat sous la forme la plus simple possible.



II Calculer :

$(1 + \sqrt{2} + \sqrt{8})^2$

$(1 - \sqrt{2} + \sqrt{8})^2$

$(\sqrt{8} - 2\sqrt{2} + \sqrt{27} - \sqrt{3})^2$

III On considère la figure ci-contre.

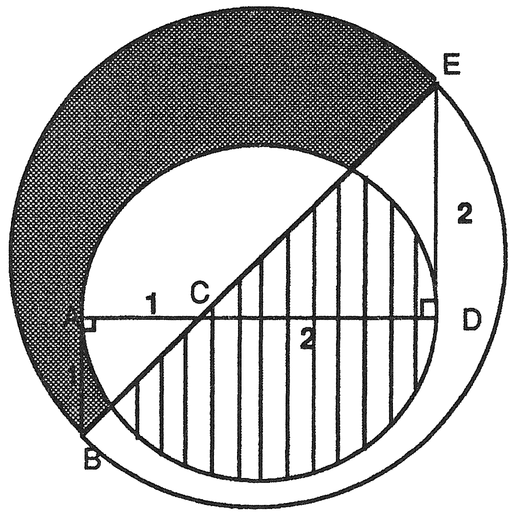
a) Pour :

AC = AB = 1
CD = DE = 2

calculer l'aire du disque de diamètre [AD] puis celle du demi-disque de diamètre [BE].

b) Montrer que l'aire de la partie grisée est égale à l'aire de la partie hachurée.

c) Généraliser pour AC = AB = a et CD = DE = b.



COMMENTAIRES

"REFLECHIR AVANT DE CALCULER"

COMMENTAIRES SUR LES EXERCICES I ET II

Objectif

Il s'agit d'amener les élèves à "réfléchir avant de calculer" et de leur montrer l'utilité de simplifier les expressions avant d'appliquer les techniques algébriques habituelles.

Organisation

Activité proposée en classe de troisième au premier trimestre pendant une séance de travaux dirigés.

Observation

$\boxed{\text{I}}$ Trouver AB en utilisant le théorème de Pythagore semble assez évident pour l'ensemble des élèves, le calcul de AH et HC se fait sans problème. Cependant pour beaucoup d'élèves, $\sqrt{27}$ n'est pas un nombre pouvant mesurer le segment [AH]. Ils concluent donc en donnant de la distance AH une valeur approchée. Une intervention de l'enseignant est alors nécessaire.

La notion de racine carrée n'ayant été abordée qu'une quinzaine de jours auparavant, la maîtrise des calculs est encore fragile et seulement deux élèves arrivent à la valeur exacte de AB. Beaucoup ne remplacent pas $\sqrt{27}$ par $3\sqrt{3}$ et se trouvent alors devant des développements compliqués dans lesquels ils font des erreurs.

Voici quelques productions d'élèves :

Exemple 1

$\not{*}$On considère le triangle ABF rectangle en B.
le théorème de Pythagore permet d'écrire.

$AF^2 = FB^2 + AB^2$. $\quad AF^2 = FB^2 + AB^2$.

$(\sqrt{27}+\sqrt{3}+1)^2 = 2FH^2 + AB^2$.

$27+3+1 = [2\times(\sqrt{3}+1)]^2 + AB^2$

$31 = (2\sqrt{3}+2)^2 + AB^2$.

$31 = (12+4) + AB^2$

$AB^2 = 31 - 16$.

$AB^2 = 15$.

$AB = \sqrt{15}$

Exemple 2

Considérons le triangle ABF rectangle en B. Selon le théorème de Pythagore :

$AF^2 = AB^2 + BF^2$

$(4\sqrt{3}+1)^2 = AB^2 + (\sqrt{3}+1)^2$

$4\times 3 + 1 = AB^2 + 3 + 1$

$13 = AB^2 + 4$

$AB^2 = 13 - 4$

$AB^2 = 9$

$AB = \sqrt{9} = 3$

Outre l'oubli des doubles produits l'élève n'a pas doublé FH pour le calcul de la distance BF.

Exemple 3

$$(\sqrt{27}+\sqrt{3}+1)^2 = AB^2 + (2\times 1+\sqrt{3})^2$$
$$AB^2 = (\sqrt{27}+\sqrt{3}+1)^2 - (2\times(1+\sqrt{3}))^2$$
$$AB^2 = (\sqrt{27}+\sqrt{3}+1)(\sqrt{27}+\sqrt{3}+1) - (2+2\sqrt{3})^2$$
$$AB^2 = (27+9+\sqrt{27}+9+3+\sqrt{3}+\sqrt{27}+\sqrt{3}+1) - (4+12+2\sqrt{3}+12)$$
$$AB^2 = (49+2\sqrt{27}+2\sqrt{3}) - (28+2\sqrt{3})$$
$$AB^2 = 21+2\sqrt{27}$$
$$AB = \sqrt{21+2\sqrt{27}} \qquad AB = \sqrt{21+6\sqrt{3}}$$

L'élève se trompe malheureusement dans le développement de $(2 + 2\sqrt{3})^2$

Beaucoup d'élèves ont oublié le double produit et pourtant lors d'un devoir fait la veille, cette erreur n'a pas été commise mais l'exercice consistait seulement à développer des expressions. On peut penser que le support géométrique utilisé ici a perturbé les élèves qui ne maîtrisaient pas encore le développement de $(a + b)^2$.

$\boxed{\text{II}}$ Beaucoup voient bien le lien entre les deux exercices et apprécient le côté pratique de la simplification surtout pour le troisième développement.

Une erreur sur une somme de racines carrées a été faite plusieurs fois dans le deuxième calcul.

$$(1-\sqrt{2}+\sqrt{8})^2$$
$$(1-\sqrt{2}+2\sqrt{2})^2$$
$$(1-3\sqrt{2})^2$$
$$1-2\times 3\sqrt{2}+3\sqrt{2}$$
$$1-6\sqrt{2}+9\times 2$$
$$1-6\sqrt{2}+18$$
$$19-6\sqrt{2}$$

Bilan

Cette activité a dans l'ensemble été appréciée par les élèves, même si certains d'entre eux sont restés perplexes devant $(\sqrt{27} + \sqrt{3} + 1)^2 = AB^2 + [2(\sqrt{3} + 1)]^2$. Le fait d'arriver au résultat après plusieurs étapes de calcul leur a apporté une certaine satisfaction. L'utilité de la simplification de $\sqrt{27}$ a été comprise car pratiquement tous ont pensé à réduire les expressions dans la deuxième partie. De plus, le développement de $(a + b)^2$ que des gammes de calculs n'avaient pas suffi à faire assimiler, semble mieux acquis après cette activité.

RECTANGLE D'OR

On considère un carré ABCD de côté 1 et on appelle M le milieu de [AB].
Soit E le point défini de la manière suivante :

$$ME = MC \quad \text{et} \quad B \in [ME].$$

1) On construit le rectangle AEFD. Calculer $\frac{AE}{AD}$.

«Le nombre $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ *est appelé* ***nombre d'or*** *; on le note* Φ.

Un rectangle de longueur L et de largeur l *est un rectangle d'or si* $\frac{L}{l} = \Phi$.*»*

2) Vérifier que le rectangle AEFD est un rectangle d'or et montrer que BEFC est aussi un rectangle d'or.

3) Extérieurement au carré ABCD on construit les carrés DFGH et AHIJ .
Les rectangles AEGH et IJEG sont-ils des rectangles d'or ?

COMMENTAIRES

"RECTANGLE D'OR"

Objectifs

Il s'agit de mettre en oeuvre, sur des exercices concernant des rectangles d'or, le calcul avec des racines carrées . Nous retrouvons ainsi, en quelque sorte, l'utilisation du calcul littéral si l'on considère les racines carrées jouant le rôle de lettres.

Interviennent aussi, dans cet exercice, les calculs sur les écritures fractionnaires qui posent toujours problème dès qu'ils se compliquent un peu ; les expressions conjuguées trouvent ici leur justification.

Un côté répétitif et des difficultés progressives dans les calculs ont été intégrés volontairement, ce qui permet une meilleure assimilation des techniques mises en oeuvre.

Organisation

La fiche a été proposée en seconde en une séance d'une heure ainsi qu'à un groupe d'une quinzaine d'élèves de troisième en deux séances de quarante minutes de travail individuel (les expressions conjuguées avaient été rencontrées deux ou trois fois auparavant dans le cadre de séances d'approfondissement).

Observation en troisième

Question 1

Les élèves se sécurisent en gardant les décimaux (0,5) et reviennent aux écritures fractionnaires pour retrouver l'écriture proposée du nombre d'or.

Question 2

L'écriture $\dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}}$ pose problème et le passage à $\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}$ n'est pas évident.

En revanche, l'utilisation de l'expression conjuguée semble plus naturelle, sauf pour deux ou trois élèves qui multiplient par $\sqrt{5}$. Dans l'ensemble, ils arrivent assez rapidement au nombre d'or.

Question 3

Les calculs se compliquent mais leur répétition permet aux élèves de les traiter avec plus d'aisance. Les développements ne les gênent pas. En revanche, nous retrouvons les problèmes des écritures fractionnaires :

- difficultés devant les rapports de quotients,
- non-réductions des expressions avant leur utilisation,

comme dans les exemples suivants :

Exemple 1

Au lieu de simplifier l'écriture de la distance AH $(1 + \frac{\sqrt{2} + 1}{2})$, cet élève préfère développer d'abord :

Rectangle AEGH

$= L\,(AH) = AD + DF = 1 + \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$

$= \ell\,(DF) = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

$$\frac{L}{\ell} = \frac{1 + \frac{\sqrt{5}+1}{2}}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} = \left(1 + \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) \times \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} + \frac{2\sqrt{5}+2}{2\sqrt{5}+2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}+1} + 1 = \frac{2+\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{(3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

$$= \frac{3\sqrt{5} - 3 + 5 - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5}+2}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Exemple 2

La multiplication par l'expression conjuguée est effectuée avant la division par deux.

Est ce que BEFC est un rectangle d'or ?

$L = 1$

$\ell = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} - \frac{2}{2}\right)$

donc $\frac{L}{\ell} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\frac{5-1}{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

L'élève a eu de grandes difficultés et de la chance... Mais la technique est-elle maîtrisée ?

D'autres se posent la question de l'intérêt de détailler tous les calculs et des simplifications intermédiaires inutiles par la suite.

Observation en seconde

Le calcul de $\frac{AE}{AD}$ est fait assez facilement mais le calcul de $\dfrac{1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$ pose problème car les élèves ne maîtrisent pas " $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b}$ ". De même plus loin, l'égalité " $\dfrac{\frac{3}{4}}{2} = \frac{3}{8}$ " n'est pas immédiate.

Le fait de remplacer "diviser par 2" par "multiplier par $\frac{1}{2}$ " n'est pas une notion assimilée.

Dans l'ensemble, après quelques rappels de méthodes de calcul au 1), ils continuent en étant très actifs. Ils sortent de cette séance satisfaits d'avoir su faire de plus en plus rapidement ce qui leur posait problème au début de l'activité. Ils ont trouvé cette activité intéressante.

Conclusion

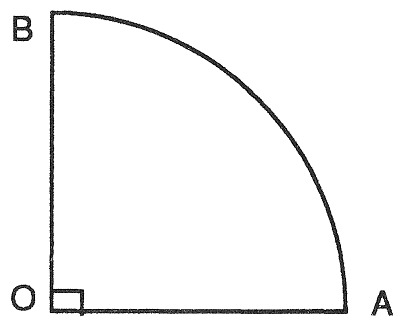
Par son côté répétitif, ses difficultés calculatoires progressives avec un support très abordable et à chaque fois un même objectif précis à atteindre, cette activité motive en général tous les élèves. Elle leur permet de se confronter une fois de plus aux techniques du calcul algébrique et de progresser grâce à la nécessité d'un travail méthodique.

AVANT LA NAISSANCE DES CALCULATRICES

1) a) Calculer $(\sqrt{6} - \sqrt{2} - 1)(\sqrt{6} + \sqrt{2} + 1)(3 + 2\sqrt{2})$

b) En déduire : $\sqrt{6} - \sqrt{2} - 1 > 0$.

2) On considère le quart de disque de rayon 1 ci-dessous :



Placer sur l'arc $\overset{\frown}{AB}$ les points C, D, E tels que :

$$\widehat{AOC} = 30°$$
$$\widehat{AOD} = 45°$$
$$\widehat{AOE} = 60°$$

On appelle C', D', E' les projetés orthogonaux des points C , D , E sur [OA] .

a) Calculer les aires du triangle C'AC et des trapèzes OE'EB , E E'D'D , DD'C'C .

En déduire l'aire du polygone OACDEB .

b) Calculer l'aire du quart de disque.

c) Démontrer que l'aire du polygone est supérieure à $\frac{3}{4}$.

En remarquant que l'aire du polygone est inférieure à $\frac{\pi}{4}$, en déduire que $\pi > 3$.

CHAPITRE 3

EQUATIONS

"Retour aux racines"

"Factoriser pour résoudre"

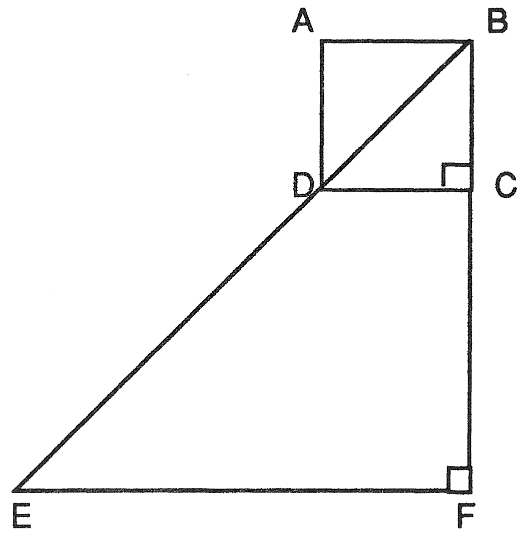
"Suivez la flèche"

"Vas-y Boris !"

"Au boulot !"

RETOUR AUX RACINES

ACTIVITE :



On considère la figure ci-contre où ABCD est un carré de côté 1.

On pose BF = x.

1) Déterminer x pour que BF = DE.

2) Construire la figure pour cette valeur de x.

EXERCICE D'ENTRAINEMENT

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $(2x - 3)(1 + \sqrt{2}) = (x\sqrt{2} - 1)(1 - \sqrt{2})$

2) $2x - \sqrt{2} \leq x\sqrt{2} + 1$

3) $x - 2\sqrt{2} \leq 2 + x\sqrt{2}$

COMMENTAIRES

"RETOUR AUX RACINES"

Objectif

- Amener les élèves à résoudre une équation du premier degré dans laquelle figurent des radicaux.
- Leur montrer l'utilité de présenter certaines fractions sans radicaux au dénominateur.

Organisation

Activité proposée en classe de seconde au premier trimestre pendant une séance de module, avant tout rappel concernant les radicaux.

Déroulement

La mise en équation du problème se déroule sans trop de difficultés. Il n'en va pas de même lorsqu'il s'agit de résoudre l'équation $x\sqrt{2} = x + \sqrt{2}$.

Après quelques tâtonnements, une fois les écritures $x\sqrt{2} - x = \sqrt{2}$ et $x(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2}$ obtenues, il n'est pas si aisé de conclure $x = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$.

(Voir la copie d'un élève (un bon élève !) et les différents essais infructueux qu'il a tentés pendant 1/4 d'heure environ avant d'obtenir, seul, la réponse attendue).

Il reste ensuite à construire un segment de longueur $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$.

Evidemment, tout le monde se précipite sur sa calculette puis son double-décimètre.

Leur ayant alors indiqué que l'on attendait une construction qui ne fasse intervenir aucun de ces deux instruments, ils se sont alors posé la question de savoir s'il était possible d'écrire $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ sous une autre forme. Quelques élèves ayant eu l'occasion de voir en troisième la technique à utiliser ont proposé de multiplier numérateur et dénominateur par $\sqrt{2} + 1$, ce qui a permis d'obtenir l'écriture $2 + \sqrt{2}$, c'est-à-dire le périmètre du triangle ABD.

Bilan

Une heure a été consacrée à la résolution de cet exercice. Voyant la gêne provoquée chez quelques-uns, on leur a alors demandé de résoudre l'équation :

$$(2x - 3)(1 + \sqrt{2}) = (x\sqrt{2} - 1)(1 - \sqrt{2})$$

Tous calculs faits, la solution est $x = \sqrt{2}$. Une moitié des élèves s'en sort facilement ; quant aux autres, tout n'est pas encore réglé...

Copie d'élève

A-

1) Dans BFE

$$\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BF}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} = \frac{1}{x}$$

$$\sqrt{2}x = x + \sqrt{2}$$

$$\boxed{\sqrt{2}x - x = \sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}x - x}{\sqrt{2}} = 0$$

$$x - \frac{x}{\sqrt{2}} = 0$$

$$0x = 1$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{2}x - x) = \sqrt{4}$$

$$\sqrt{4}x - \sqrt{2}x = \sqrt{4}$$

$$\cancel{\sqrt{2}x = \sqrt{2} + x}$$

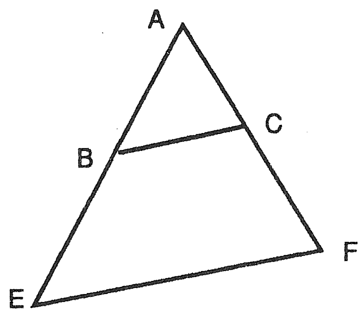
$$x(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - 1}$$

FACTORISER POUR RESOUDRE

Exercice 1



AE = 8
AB = x
AC = x - 0,5
CF= 4,5

Peut-on trouver x pour que les droites (BC) et (EF) soient des droites parallèles ?

Exercice 2

On considère un triangle dont les mesures des côtés sont :

$x, \quad 2x+3 \quad , \quad 2(x+1)$

Peut-on trouver x pour que ce triangle soit rectangle ?

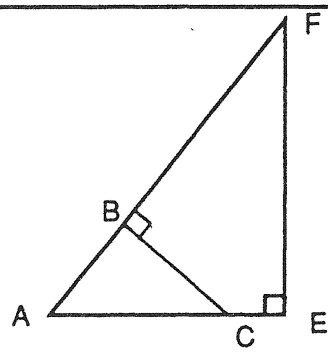
Aide : en fin de résolution, ne pas effectuer la somme des termes constants.

Exercice 3

On considère la figure ci-contre où :

AE = x
CE = 1
AB = x - 3
BF = x + 1

Trouver x .



Exercice 4

x est un réel supérieur ou égal à 2,
ABCD est un carré de côté 2x,
P est un point du segment [BC] tel que BP = 1,
Q est un point du segment [CD] tel que CQ = x + 1,
R est un point du segment [DA] tel que DR = CQ.

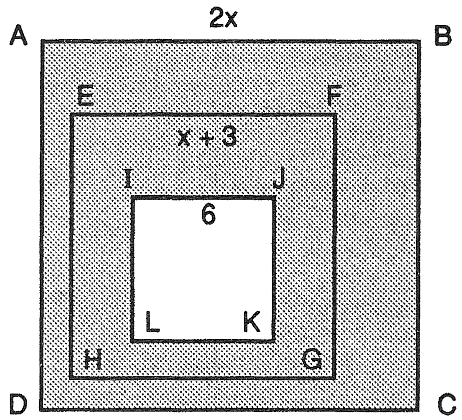
1°) Faire une figure.

2°) Déterminer x pour que $\widehat{DQR} = \widehat{PQC}$.

Exercice 5

On considère la figure ci-contre constituée de 3 carrés de côtés respectifs 2x , x + 3 et 6.

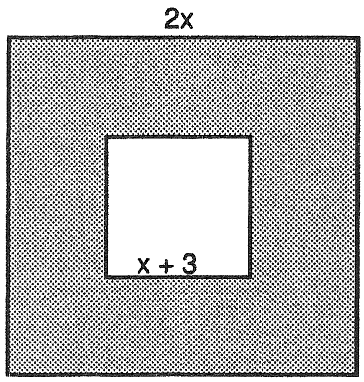
Trouver x sachant que l'aire de EFGH est égale à la différence des aires des carrés ABCD et IJKL.



Exercice 6

On considère la figure ci-contre constituée de deux carrés, l'un de côté (2x), l'autre de côté (x+3).

Trouver x sachant que l'aire grisée est égale à 36.



COMMENTAIRES

"FACTORISER POUR RESOUDRE"

Cette fiche propose six problèmes géométriques simples, certains conduisant à des équations du second degré dont la résolution nécessite une factorisation préalable.

Pré-requis : produits remarquables, théorèmes de Pythagore et Thalès, trigonométrie.

Objectif

- Réinvestissement de connaissances, en effet ces problèmes font appel à plusieurs notions fondamentales des programmes de troisième (Thalès, Pythagore, formules d'aires, trigonométrie).
- Mise en équation de problèmes dans un contexte géométrique.
- Résolution d'équations du second degré avec révision des techniques de factorisation et utilisation de produits remarquables.

Organisation

L'activité peut être proposée en fin d'année de troisième en révision du programme mais il est prudent dans ce cas de prévoir du temps pour commenter les différentes erreurs commises par les élèves. En début de seconde, en module ou en TD, l'activité peut permettre une mise au point intéressante sur les connaissances antérieures.

La durée prévue est d'environ deux heures.

Observation dans une classe de troisième

La fiche a été proposée en fin d'année scolaire, les élèves travaillant par deux.

Exercice 1

Figure clé du programme de troisième, personne n'hésite "on va utiliser le théorème de Thalès" (Savoir si le problème relevait de l'énoncé direct ou de la réciproque a suscité des discussions dans certains groupes).

Les quotients égaux sont facilement écrits, les erreurs apparaissent au début de la résolution de l'équation :

1) Erreur de simplification (faite par deux groupes qui ont justifié leur simplification en disant : "il y avait beaucoup de x , on s'est dit que ça devait se simplifier").

$$\frac{x-0{,}5}{x-0{,}5+4{,}5} = \frac{x}{8}$$

$$\frac{1}{4{,}5} = \frac{x}{8}$$

$$4{,}5x = 8$$

$$\frac{8}{4{,}5} = x$$

$$x \simeq 1{,}8$$

2) Erreur due à la façon d'écrire AF.
Plusieurs groupes ont gardé AF = (x - 0,5) + 4,5 et n'ont eu l'idée de simplifier qu'après un moment de perplexité devant l'équation obtenue.

Un groupe a tenté de mener ses calculs en conservant AF sous cette forme et a fini par abandonner le problème.

$$\frac{x}{8} = \frac{x-0{,}5}{(x-0{,}5)+4{,}5} = \frac{BC}{EF}$$

$$x\left[(x-0{,}5)+4{,}5\right] = 8(x-0{,}5)$$

La suite de la résolution de l'équation $x^2 - 4x + 4 = 0$ n'a pas posé de problème majeur dans la mesure où les élèves reconnaissent assez bien les identités remarquables dans les factorisations.

Exercice 2

L'énoncé de Pythagore connu depuis la quatrième a tout de suite été utilisé, aucun des élèves n'a hésité sur le plus grand côté et l'équation a été écrite par tous.

$$(2x+3)^2 = x^2 + [\,2(x+1)\,]^2$$

Deux élèves ont simplifié l'équation très rapidement et n'ont pas compris ce qui pouvait ennuyer les autres :

$$(2x+3)^2 = x^2 + (2(x+1))^2$$
$$(2x+3)^2 - x^2 - (2x+2)^2 = 0$$
$$(2x+3 - x - 2x+2)^2 = 0 \qquad -x = -5$$
$$(-x+5)^2 = 0 \qquad x = 5$$

Le développement du carré de $2(x+1)$ a fait réfléchir certains groupes mais tous ont mené à bien cette étape de la résolution.

Tous les élèves avaient lu au départ l'aide située en fin d'énoncé mais aucun ne l'avait comprise et personne ne l'a de ce fait utilisée. La majorité des élèves s'est donc retrouvée bloquée devant l'équation $x^2 - 4x - 5 = 0$, c'est alors que l'un des groupes en procédant par analogie avec l'équation de l'exercice 1 a demandé si on pouvait écrire l'équation sous la forme : $x^2 - 4x + 4 - 4 - 5 = 0$.

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$
$$x^2 - 4x + 4 - 4 - 5 = 0$$
$$(x^2 - 2) - 9 = 0$$
$$(x+3)(x-3) = 0 \qquad (x+3) = 0 \quad x = -3 \qquad x - 3 = 0 \quad x = 3$$

Peu ont vu le pourquoi de cette écriture mais les élèves qui l'avaient imaginée ont alors réussi à résoudre l'équation justifiant ainsi le bien fondé de leur idée.

La dernière erreur a été l'acceptation de -1 comme solution pour ce problème de longueurs. A aucun moment, la signification de l'aide n'a été demandée et il a fallu lors du bilan expliquer son sens et son utilité.

Exercice 3

Avec ses triangles rectangles, le problème est considéré d'emblée comme une utilisation du théorème de Pythagore. Un grand nombre d'élèves se lance alors dans des calculs qu'ils finissent par abandonner.

Un élève lance alors l'idée de la trigonométrie et dans chaque groupe, l'équation est alors assez vite établie. La résolution ne pose pas de problème majeur car ce type d'équation a déjà été vu.

Exercice 5

Pas de difficulté de mise en équation de ce problème. Le produit remarquable a été assez vite repéré et la factorisation menée à bien par la majorité. Quelques élèves cependant ont développé et sont restés bloqués après la réduction. D'autres ont écrit :

$$(2x-6)(2x+6)=2(x-3)(x+3)$$

Tous les groupes ont pensé à éliminer la solution négative, l'exercice 2 a été formateur.

Exercice 6

La mise en équation n'a pas posé de difficulté mais personne n'a vu qu'on obtenait une équation équivalente à celle du problème précédent. La plupart des élèves ont noté la présence d'une différence de deux carrés dans le membre de gauche et, ayant obtenu $(x-3)(x+3)=36$, sont restés bloqués. Sans invitation à comparer cette équation à la précédente, personne n'aurait trouvé la solution de cet exercice.

Bilan

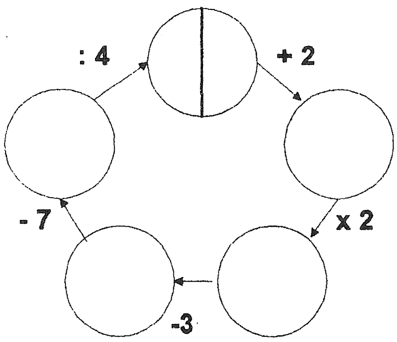
La fiche dans l'ensemble a été appréciée, essentiellement parce que tout le monde a su commencer chaque exercice et compris ce qu'on y cherchait, même si à certains endroits des difficultés ont été rencontrées.

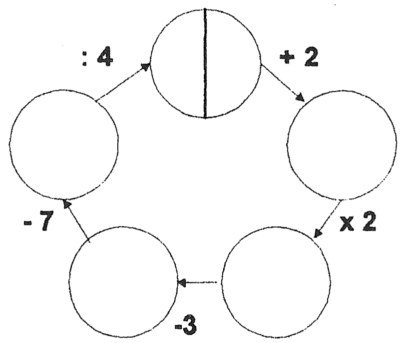
La résolution des équations a été considérée comme un défi par certains qui s'étaient pris au jeu et qui (sic) "mélangeaient les termes dans tous les sens jusqu'à obtenir une factorisation qui marche". Certains ont demandé par la suite d'autres équations du même genre mais de l'avis de tous "pas question d'en retrouver en contrôle".

SUIVEZ LA FLECHE

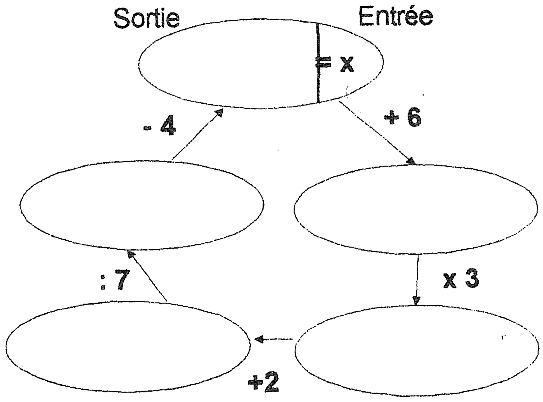
A - EQUATIONS

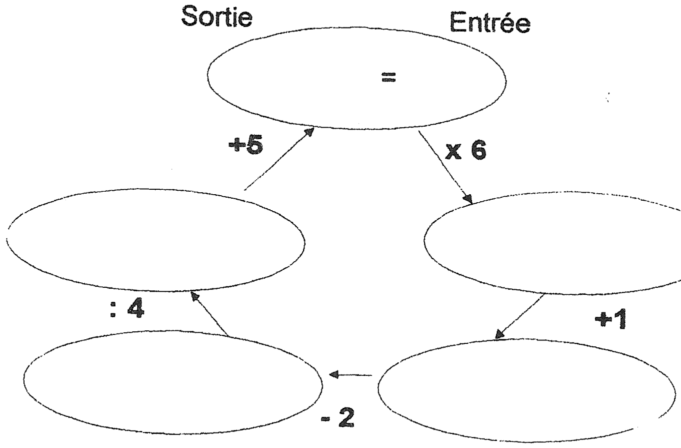
On fait entrer la valeur 1 dans la boucle ci-dessous. Quelle valeur obtient-on après un tour complet ? Remplis chaque case. Remplis l'autre boucle avec la valeur de départ -3. Qu'observe-t-on ?





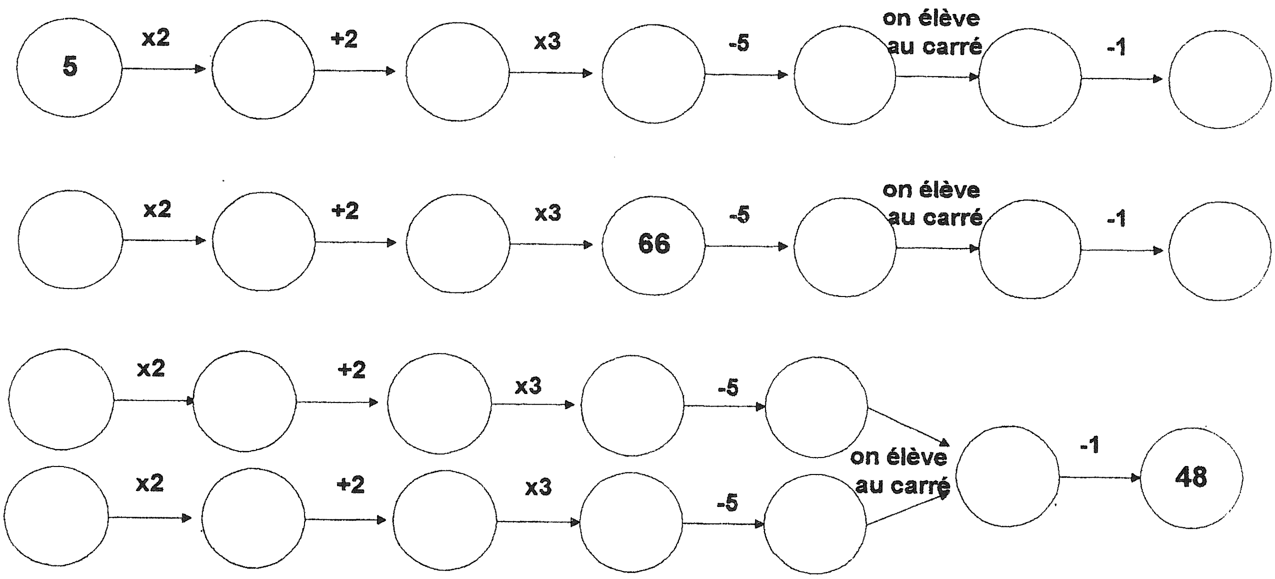
Dans les boucles qui suivent, on cherchera à déterminer la ou les valeurs d'entrées qui conduisent à la même valeur en sortie.
On dira que ces valeurs ferment la boucle.



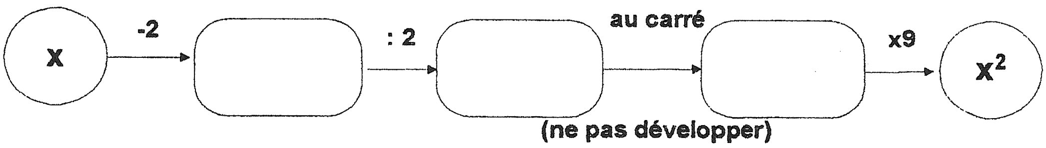


B - SUIVEZ LA FLECHE

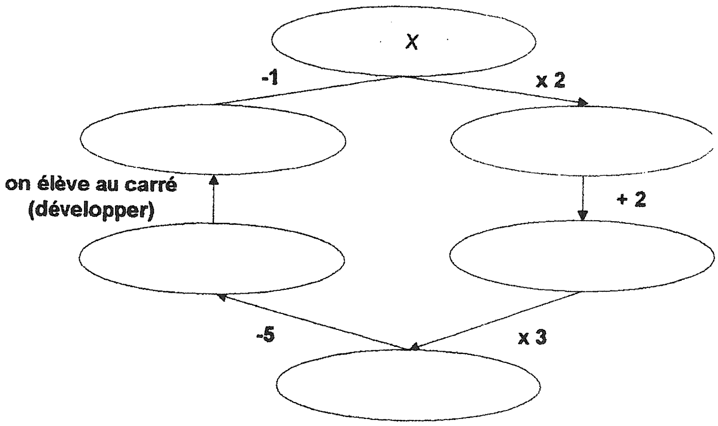
1) Compléter



2) Trouver x

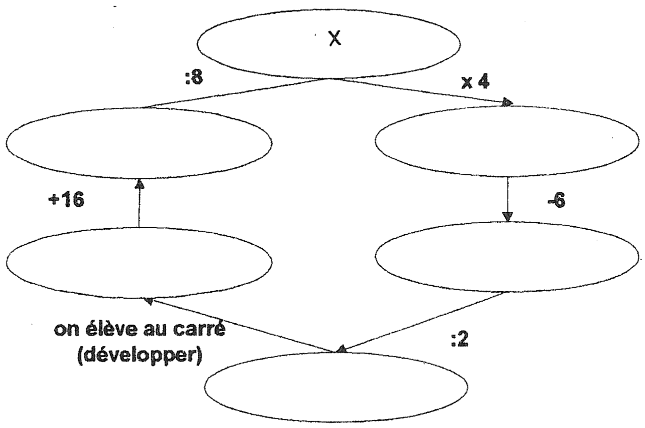


3) Trouver toutes les valeurs de x qui «ferment» chacun des circuits



Equation obtenue :

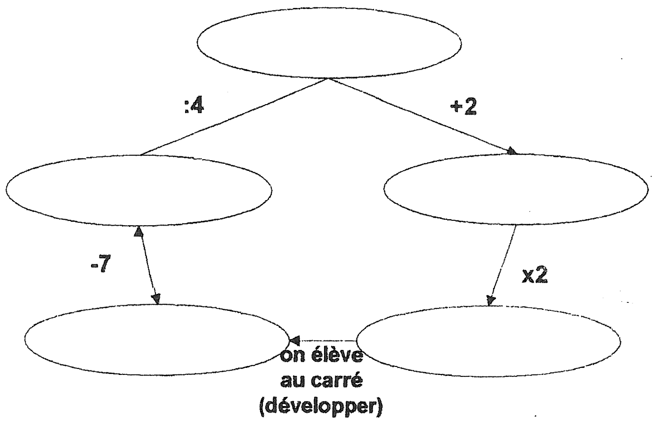
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....



Equation obtenue :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

4)



Equation obtenue :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

COMMENTAIRES

"EQUATIONS - SUIVEZ LA FLECHE"

Objectif

Elaborées sur un mode plus ludique, les activités EQUATIONS et SUIVEZ LA FLECHE ont pour but de mener des calculs algébriques conduisant à la résolution d'équations.

Organisation

La fiche SUIVEZ LA FLECHE a été conçue en premier, mais, devant la difficulté de certains élèves à comprendre la signification de l'expression « fermer le circuit », il a fallu élaborer la fiche EQUATIONS.

Observation

Les deux fiches n'ont été testées que dans deux classes de Troisième.

Dans la fiche EQUATIONS, les deux premières boucles permettent à l'élève, au moyen de calculs numériques simples, de comprendre ce qu'on attend de lui dans les boucles suivantes. Il est alors amené à résoudre des équations du premier degré ne présentant pas de difficulté particulière.

Cette fiche, proposée en début d'année de troisième a été trouvée facile et assez agréable à résoudre.

Un peu plus tard dans l'année, après avoir étudié les factorisations et les équations se ramenant à un produit de facteurs nul, la fiche SUIVEZ LA FLECHE a été étudiée.

La compréhension de la consigne a été immédiate mais le travail ne s'est pas fait sans erreurs. Dès le premier exercice, les deux flèches conduisant à la valeur 49 ont laissé plus d'un élève perplexe : pour la plupart des élèves de ce niveau, l'équation $x^2 = 49$ n'a qu'une solution : 7. La ligne contenant -7 présente, de plus, l'intérêt de faire travailler sur des valeurs fractionnaires, sources d'encore beaucoup d'hésitations et d'erreurs en Troisième. A partir de l'exercice 2 les équations à résoudre sont du second degré, l'élève, pour les résoudre, doit réinvestir beaucoup de connaissances : produits remarquables, factorisations, quotients... Le caractère dynamique des situations permettait de revenir à chaque étape sur l'erreur commise, l'activité, de ce fait a été formatrice.

L'exercice 4 est donné sans indication de la position de la valeur d'entrée car la boucle a été conçue de manière à n'obtenir que des équations que les élèves de troisième-seconde sont en mesure de résoudre.

Il a été intéressant d'observer les réactions des élèves arrivant en fin de résolution à une valeur de x différente de celle de leurs voisins.

Certains, avant de comprendre vraiment ce qui se passait, ont calculé chacune des valeurs de la boucle pour vérifier que leur x était le bon et ont pu ainsi comprendre pourquoi le voisin obtenait une valeur différente.

Déroulement

L'aspect ludique semble avoir été un élément moteur de ces deux fiches. Proposées en troisième, ces activités permettent de consolider les connaissances sur la résolution d'équations. En seconde, elles devraient permettre, en début d'année, une révision assez agréable de connaissances de troisième.

VAS-Y BORIS !

1) Boris monte un col à 10 km/h et il en redescend par la même route à 50 km/h.

a) Si la distance totale parcourue est de 20 km, calculer les durées de montée et de descente puis la vitesse moyenne sur tout le trajet.

b) Cette vitesse moyenne dépend-elle de la distance totale parcourue ?

2) Boris monte un autre col à 10 km/h et il en redescend par la même route à une vitesse notée x .

a) Vérifier que sa vitesse moyenne v sur l'aller-retour est donnée par :

$$v = \frac{20x}{x+10}$$

b) A quelle vitesse devrait-il descendre pour que cette vitesse moyenne soit de 15 km/h ; 17,5 km/h ; 19 km/h ?

Cette vitesse moyenne peut- elle être de 21 km/h ?

c) Vérifier que $v = 20 - \frac{200}{x+10}$

En déduire la vitesse moyenne sur l'aller-retour qu'il ne peut pas dépasser ?

Ce résultat était prévisible. Pourquoi ?

Prolongement : Etude du sens de variation de la fonction f définie par f(x) = v pour x positif.

AU BOULOT !

Xavier met deux jours pour construire un mur.

1) Il faut également à Yann deux jours pour effectuer ce même ouvrage.
Combien de temps mettront-ils s'ils travaillent ensemble ?

2) Même question dans chacun des cas suivants :

a) Xavier se fait aider par Alain qui, lui, mettrait quatre jours pour bâtir seul ce mur ?

b) Ils "bossent" ensemble sérieusement tous les trois .

3) Cette construction prend un jour et demi lorsque Xavier et Bob sont associés.
Combien de temps sera t-il nécessaire à Bob s'il doit assumer cette tâche seul ?

CHAPITRE 4

FONCTIONS ET COMPARAISON

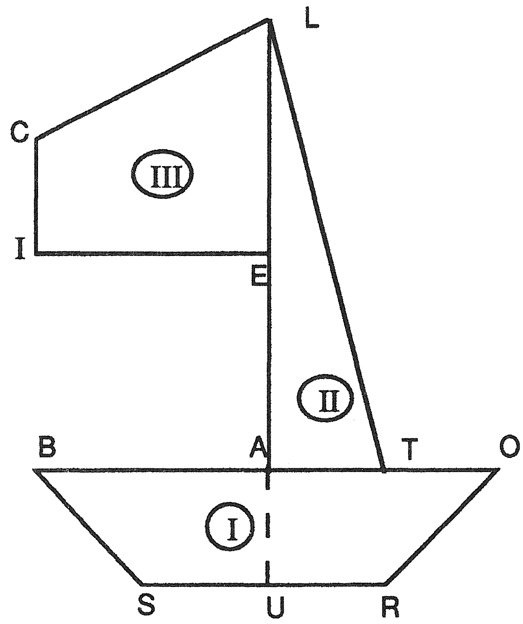
"Ciel mon bateau !"

"Rectangles et carrés emboîtés"

"Aires égales"

CIEL MON BATEAU

L'unité de longueur est le centimètre et x désigne un réel compris entre 0 et 3.
BORS est un trapèze isocèle.
A est le milieu de [BO] et T le milieu de [AO].
$AU = AT = x$; $AL = 6$
$CIEL$ est un trapèze rectangle.
$SR = AE = EI = 2x$
$CI = x$.



1) La figure est faite pour $x = 1{,}5$. En choisissant une des valeurs suivantes par groupe, faites une figure :
$x = 0{,}5$; $x = 1{,}5$; $x = 2$; $x = 2{,}5$.

2) a) Exprimer en fonction de x les aires des polygones I, II, III ; on les appellera respectivement $A_1(x)$, $A_2(x)$, $A_3(x)$.

b) Compléter le tableau ci dessous :

x	0,5	0,8	1	1,5	2,5	3
$A_1(x)$ = ...						
$A_2(x)$ = ...						
$A_3(x)$ = ...						

c) Représenter graphiquement les trois fonctions A_1, A_2, A_3, en utilisant des couleurs différentes. *(En prenant pour unités : 5 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).*

d) En utilisant le graphique, classer les différentes aires suivant les valeurs de x.

3) Par le calcul, classer les différentes aires suivant les valeurs de x .

COMMENTAIRES

"BATEAU"

Objectifs

Il s'agit d'aborder ou de consolider la notion de comparaison de fonction, d'un point de vue numérique, graphique et algébrique ; ceci permet aussi le réinvestissement des techniques de résolution d'inéquations et l'utilisation de tableaux de signes.

Cette activité permet également d'utiliser la calculatrice programmable.

Organisation

Faite en module ou en travaux dirigés, cette activité a lieu après l'introduction de la notion de fonction. Les élèves travaillent individuellement ou par groupes de deux. La durée à prévoir est d'environ 1 h 15.

Observation

L'activité s'est déroulée, pendant une heure, en travaux dirigés au mois de mars, dans un groupe de seize élèves de seconde. La notion de fonction et la relation d'ordre ont été abordées au premier trimestre. Pour les deux premières questions les élèves ont travaillé individuellement, le reste a été fait par groupes de deux.

Deuxième question :

L'ensemble du groupe a calculé correctement les aires $A_1(x)$ et $A_2(x)$.

Pour l'expression de $A_3(x)$ deux élèves se sont trompés, les erreurs étant dues à une mauvaise simplification par 2 :

$$A_3(x) = \frac{[(6 - 2x) + x]\ 2x}{2} = \frac{(6 - x)\ 2x}{2} = \frac{12x - 2x^2}{2} = 6x - 2x^2$$

Trois élèves ont effectué le calcul de la manière suivante :

$$A_3(x) = \frac{[(6 - 2x) + x]\ 2x}{2} = \frac{12x - 4x^2 + 2x^2}{2} = 6x - 2x^2 + x^2 = 6x - x^2$$

Deux élèves ont simplifié rapidement par 2 pour obtenir $(6 - x)\,x$.

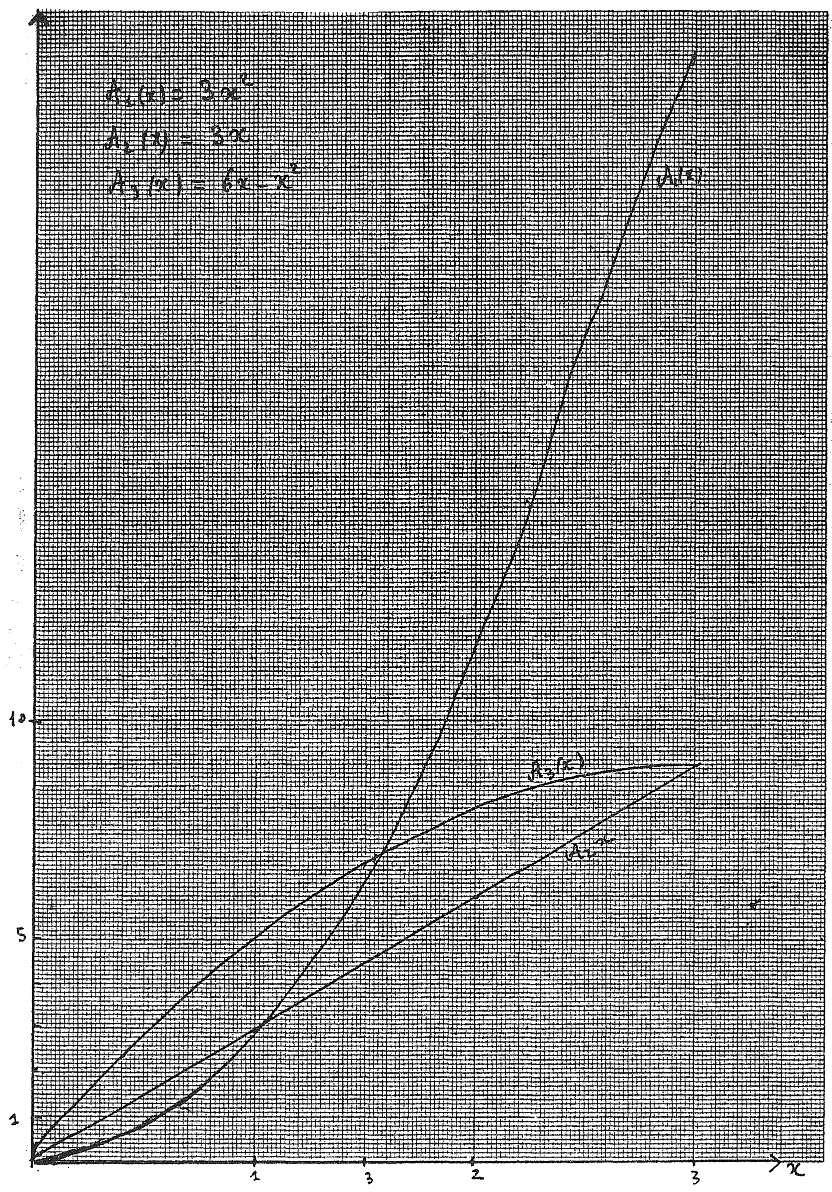
Les autres ont écrit :

$$A_3(x) = \frac{[(6 - 2x) + x]\,2x}{2} = \frac{(6 - x)\,2x}{2} = \frac{12x - 2x^2}{2} = 6x - x^2$$

Ceci permet de leur montrer qu'il est souvent plus facile de multiplier par $\frac{1}{2}$ que de diviser par 2.

Troisième question :

Elle a été traitée correctement par les seize élèves. Il faut noter cependant que beaucoup n'ont pas reconnu la fonction linéaire A_2 ; ils ont pris plusieurs points pour tracer la droite d'équation $y = 3x$.



Quatrième question :

Le début a été difficile. Beaucoup d'élèves ne savaient pas quoi faire, il a fallu intervenir auprès de plusieurs groupes et poser la question "Comment compare-t-on deux nombres ?" Une fois la méthode rappelée, les élèves ont correctement factorisé et dressé les tableaux de signes.

Cette question n'a pas pu être traitée complètement pendant la séance d'une heure, les élèves ont dû terminer à la maison.

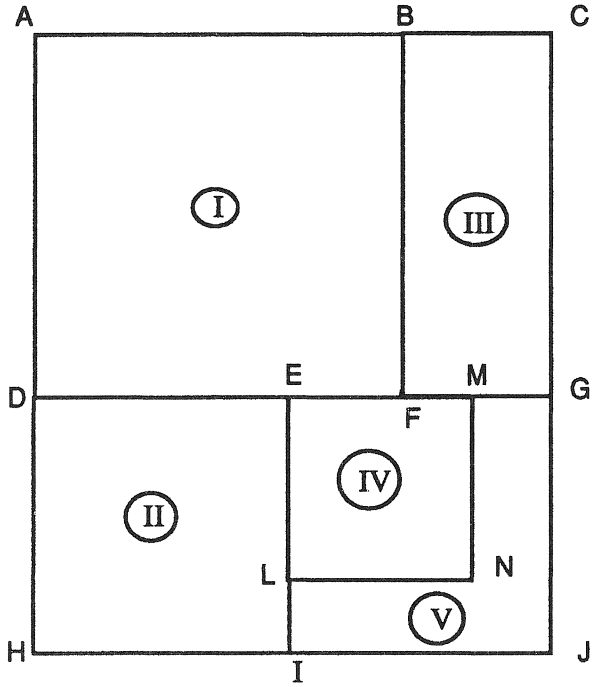
Conclusion

Cette activité est assez simple pour des élèves de seconde. L'activité suivante est du même type mais elle est plus difficile et plus longue (prévoir deux heures), elle conduit à des factorisations plus délicates, des tableaux de signes et des résolutions d'équations faisant intervenir des racines carrées.

RECTANGLES ET CARRES EMBOITES

L'unité de longueur est le centimètre et x désigne un réel positif.

ABFD est un carré de côté $2x$.
BC = 2.
E est le milieu de [DG].
M est le milieu de [FG].
DEIH et EMNL sont des carrés.



1) Faire la figure pour l'une des valeurs suivantes :
$x = 1{,}5$; $x = 0{,}5$; $x = 3$.
Classer les aires des polygones I, II III, IV et V dans l'ordre croissant.

2) a) Exprimer en fonction de x les aires des polygones I, II III, IV et V. On les appellera respectivement $A_1(x)$, $A_2(x)$, $A_3(x)$, $A_4(x)$, $A_5(x)$.

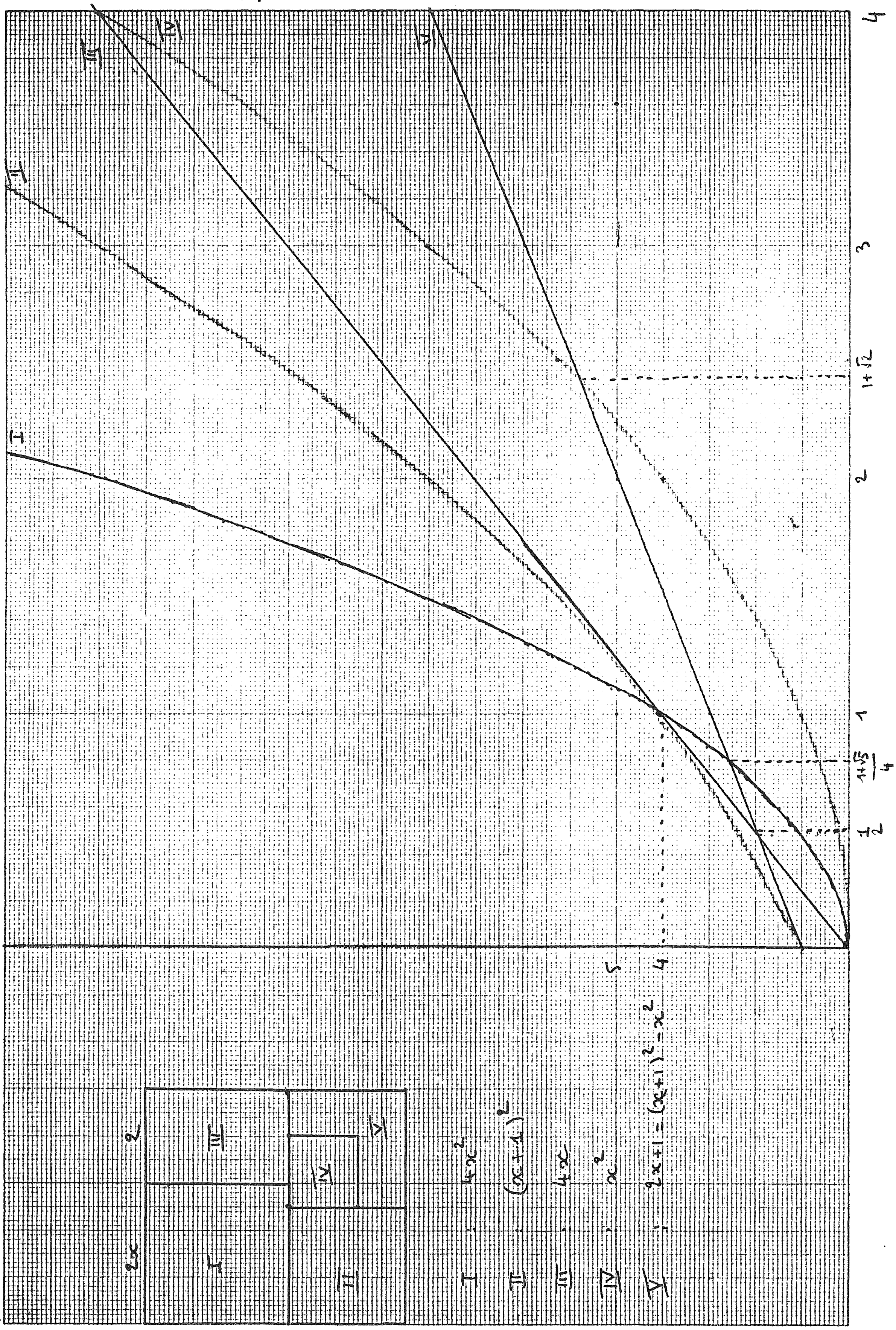
b) Compléter le tableau ci dessous :

x	0,5	1	1,5	3	5
$A_1(x)$ = ...					
$A_2(x)$ = ...					
$A_3(x)$ = ...					
$A_4(x)$ = ...					
$A_5(x)$ = ...					

c) Représenter graphiquement les cinq fonctions A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 en utilisant des couleurs différentes *(en prenant pour unités : 5 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).*

d) En utilisant le graphique, classer les différentes aires suivant les valeurs de x.

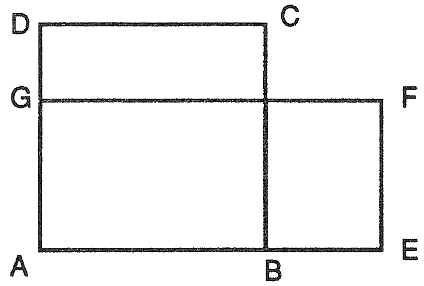
3) Par le calcul, classer les différentes aires suivant les valeurs de x.


I : $4x^2$
II : $(x+1)^2$
III : $4x$
IV : x^2
V : $2x+1 = (x+1)^2 - x^2$
$2x$
2
$\frac{1}{2}$
$\frac{1+\sqrt{5}}{4}$
$1+\sqrt{2}$
1
2
3
4
5

AIRES EGALES

. L'unité de longueur est le cm.
. ABCD est un carré de côté x où $x > 1$.
. DG = 1

On se propose de construire des rectangles AEFG dont l'aire est égale à celle du carré ABCD.



1) Faire les figures pour $x = 1{,}5$; $x = \frac{9}{4}$; $x = 5$ et préciser dans chaque cas la valeur de AE.

2) On pose AE = y. Exprimer y en fonction de x.

3) a) Tracer les droites (BG) et (DE). Démontrer que ces droites sont parallèles.

b) Aurait-il été possible de placer le point E sans faire de calculs ?

4) Soit f la fonction définie sur $]1\,;+\infty[$ par $f(x) = y$.

a) Compléter le tableau :

x	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,5	4
$f(x)$ à 10^{-2} près												

b) Tracer la courbe (C) représentant la fonction f dans un repère orthonormal.

5) a) Quelle semble être la valeur minimale de y sur $]1\,;4[$?
Pour quelle valeur de x ? Justifier.

b) Faire la figure dans ce cas.

6) Montrer que pour tout x de $]1\,;+\infty[$, on a $f(x) > x + 1$.
Tracer sur le graphique précédent la droite (D) d'équation $y = x + 1$.
Comment sont situées la courbe (C) et la droite (D) l'une par rapport à l'autre ?

COMMENTAIRES

"AIRES EGALES"

Objectifs

- Dans un contexte géométrique, découverte de la fonction définie sur]1 ; +∞[par : $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$.
- Utilisation du calcul littéral pour montrer le parallélisme de deux droites.
- Observation d'un minimum sur la courbe représentative d'une fonction, puis justification par le calcul.
- Démonstrations d'inégalités.

Organisation

Activité proposée en classe de seconde au second trimestre pendant une séance de TD. Ce travail peut tenir en une heure si on a demandé aux élèves de chercher à la maison les questions 1 et 2.

Observation

Les élèves ayant déjà été entraînés à la pratique du calcul littéral, ils expriment assez facilement y en fonction de x à la question 2.

A la question 3 a), les expressions des rapports $\frac{AG}{AD}$ et $\frac{AB}{AE}$, conduisent à comparer $\frac{x - 1}{x} = \frac{x}{\frac{x^2}{x - 1}}$, ce qui les laisse perplexes.

En effet, il n'est pas immédiat pour certains d'établir l'égalité $\frac{x^2 - x}{x^2} = \frac{x - 1}{x}$.
D'autres ont obtenu rapidement la conclusion en comparant les "produits en croix".

Autre difficulté rencontrée : démonstration, pour $x > 1$, de l'inégalité $\frac{x^2}{x - 1} \geq 4$, puis, dans une moindre mesure de $\frac{x^2}{x - 1} \geq x + 1$.

Bilan

A partir d'un thème d'étude relativement simple, les élèves sont confrontés à des problèmes littéraux qu'ils n'avaient pas eu l'occasion de rencontrer "en situation". Ils s'en sortent plutôt honorablement avec un peu d'aide.

CHAPITRE 5

CALCUL LITTERAL ET

GEOMETRIE ANALYTIQUE

CALCUL LITTERAL ET GEOMETRIE ANALYTIQUE

Exercice 1

On veut construire un rectangle ABCD qui vérifie les conditions suivantes :

AB = 3.

I est le milieu de [BC].

Les droites (AI) et (BD) sont perpendiculaires .

1)Calculer la distance AD. (On pourra considérer un repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j})$ où $(\vec{i} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB})$.

2)a) Construire un tel rectangle.

b) Soit J le milieu de [AD] et K le milieu de [IJ].
Démontrer que les droites (JB) et (AK) sont perpendiculaires.

Exercice 2

Soit a est un réel strictement positif. Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on considère les points A(4a ; 0) , B(6a ; 0) , C(7a ; 0) et on construit les points M, N, P d'ordonnées positives tels que les triangles OAM, ANB, et BPC soient équilatéraux.

1) Déterminer les coordonnées des points M, N, P .

2) Les points M, N et P sont-ils alignés ?

Exercice 3

Dans le repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j})$ le point B a pour coordonnées (3,0) et le point C a pour coordonnées (0,4).

Soit M (a, b) un point situé à l'intérieur du triangle ABC.

1)Calculer l'aire du triangle ABC puis les aires respectives r, s , t des triangles MAB, MAC et MBC.

2)Démontrer que : $r\,\overrightarrow{OM} + s\,\overrightarrow{BM} + t\,\overrightarrow{AM} = \vec{0}$

BIBLIOGRAPHIE

Voici quelques documents, pour l'essentiel, provenant des IREM, que nous avons consultés :

Activités géométriques autour de Pythagore
Thépot E.
IREM d'Orléans - 1988

La Genèse du calcul algébrique
IREM de Paris VII - 1989

Le calcul algébrique au collège : étude d'un exemple
Julien M.
Petit x 24 - 1989-1990
IREM de Grenoble

Analyse des erreurs et difficultés constatées dans les classes de 2nde en calcul algébrique
Boisseau Yvette - Boyer Jocelyne - Greggia Suzanne - Hamon Gérard - Paroux Christiane - Renouard Françoise - Rouxel Gérard - Ruamps Françoise - Terrier Suzanne - Vincent Louis - Willaime Germaine
IREM de Rennes - 1990

Des chiffres et des lettres au collège : 1991-1992
Bulletin inter-IREM premier cycle
IREM de Lyon - 1992

Le calcul littéral et fonction au collège
Mathiaud M.
Mathématiques chez les 11-16 ans en France
Commission inter IREM premier cycle - 1992

Mathématiques en seconde - Fascicules 1 et 2
Groupe d'Aulnay-sous-bois
IREM de Paris Nord - 1992

L'Ingénièrie didactique : un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage.
Douady R.
IREM de Paris VII - 1993

Liaison Troisième-Seconde : échanges de classes
Jauffret B. - Mestre J. - Olivier J. L. - Roncin C. - Serris C.
IREM de Picardie - 1993

Pour lutter contre le déficit algébrique
Destainville B.
IREM de Toulouse - 1993

Le calcul littéral en quatrième
Delavallé P.
Bulletin APMEP 388 - Avril-Mai 1993

De la lettre à la variable
Burgaud Claude - Gorin Eric - Le Goff Margueritte - Le Roux Claude - Médard Constant - Robert Guy - Willaime Germaine
IREM de Rennes - 1993

Bases de connaissances et automatismes
Equipe collège de l'IREM de Clermont-Ferrand
Bulletin 50 - 1993/94

Modules - TD en Seconde : leur apport dans l'apprentissage des mathématiques
Antoine Th. - Beaumont A. - Mathiaud M. -
IREM de Paris VII - 1994

Difficultés algébriques : analyse de réponses
Boule F.
Feuille de Vigne 52 - Mars 1994 - IREM de Dijon

Cadran et Bombelli, deux précurseurs du calcul algébrique
Hamon G.
Bulletin 34 - Décembre 1994 - IREM de Rennes

Calcul mental : Automatismes
Caney J. - Puymèges M.P. - Beaufrère C. - Laure P. - Loquang G. - Maze M.
IREM de Clermont-Ferrand - 1994

Articulation Troisième/Seconde
Feuille de Vigne 59 - Décembre 1995 - IREM de Dijon

Fichier de connaissances à compléter avec la classe
Chauprade C. - Coudert A. - Grimaud M. - Michard M. - Millet J.L. - Patureau G. - Roumilhac M. M.
IREM de Limoges - 1996

Imprimé et édité
par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Deuxième Trimestre 1998
N° de publication : 98-02

I.R.E.M. DE RENNES - Université de RENNES I
Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX
Tél : 02 99 28 63 42
Tél (Commande) : 02 99 28 26 08
Fax : 02 99 28 16 38
e. mail : dirirem@ univ-rennes1. fr

FICHE DUBLIREM

TITRE : POURSUIVRE LE CALCUL ALGEBRIQUE - *Troisième / Seconde*

I.R.E.M. : RENNES

AUTEUR : CHAPUIS E. - KERGOZIEN Y. - LAZAR B. - LE BAIL F. - LEHMANN G. - ROBERT G.

DATE : JUIN 1998

NIVEAU : TROISIEME - SECONDE

PUBLIC CONCERNE : Professeurs de Lycées / Collège

MOTS-CLES :

Calcul algébrique - Equations - Fonctions - Racines carées - Géométrie analytique - Factorisation - Développement - Identité remarquable.

RESUME :

Le calcul algébrique fait partie des préoccupations des enseignants qui constatent régulièrement des lacunes et des difficultés chez leurs élèves. En particulier le groupe a remarqué que dans un grand nombre de situations les élèves apprennent à manipuler des expressions algébriques sans toujours saisir le sens de la lettre ni comprendre son statut.

Aussi a-t-il construit des activités montrant l'utilité du calcul algébrique, lui donnant du sens et permettant d'en acquérir les techniques.

Les différents thèmes étudiés sont les suivants :

- Utilisation des lettres
- Racines carrées
- Equations
- Fonctions et comparaison
- Calcul littéral et géométrie analytique

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 × 29,7	74	1,5 € ~~45 F~~	400 Ex.

I.S.B.N. 2-85728-037-8