

Préambule

Nul ne peut exactement prédire l'évolution de la situation dans les jours prochains, entre un mouvement puissant et un pouvoir habile à manœuvrer. En attendant une reprise des cours, je vous propose une rédaction de ce que je pourrai vous présenter, à quelques variantes près, minimales sans doute, dont je pourrai avoir l'idée (je pense à un complément sur la cryptographie actuelle). Il va de soi qu'il s'agit de notes de cours qui ne remplacent en aucune façon le cours oral où ces sujets seront présentés et discutés.

Pour toute question, me contacter ; mon adresse électronique est :
jean-pierre.escofier@univ-rennes1.fr

Table des matières

1	Mathématiques financières	5
1.1	Introduction	5
1.2	La crise de la fin 2008	6
1.3	Le scandale Madoff	9
1.4	Le mystère Harpagon	11
1.5	L'économie, une science ?	13
1.6	Mathématiques et économie	15
1.7	Le point de vue de Denis Guedj dans Libération,	19
1.8	Le point de vue de mathématiciens	20
2	Préhistoire	25
2.1	Du côté de l'archéologie	25
2.2	Du côté de l'ethnologie	26
3	Mesure de la Terre	31
3.1	La Terre est ronde	31
3.2	Mesure de la circonférence terrestre par Ératosthène	33
3.3	Galileo Galilei (1564-1642)	35
3.4	La mesure de Picard	39
3.5	Importance de la mesure de Picard	48
4	Histoire des calculateurs	53
4.1	La Pascaline	53
4.2	Le métier de Jacquard	54
4.3	La machine de Babbage	56
4.4	Nouveaux progrès	57
4.5	L'ENIAC et les premiers ordinateurs	57
4.6	La généralisation de l'informatique	59

5	Vannevar Bush, les mathématiques et la guerre, autour de 1940	61
5.1	Vannevar Bush (1890-1974)	61
5.2	La balistique extérieure	66
5.3	Mathématiques et bombe H	66
6	Représentation en perspective	71

Chapitre 1

Mathématiques financières

1.1 Introduction

Si je me considère comme un amateur (et non un chercheur professionnel) en histoire des mathématiques, je dois encore plus le souligner en abordant un chapitre consacré aux mathématiques financières comme premier des chapitres de mon cours du second semestre de cette année 2008-2009 de L3 de mathématiques. Mais il me semble impossible qu'on ne parle pas, dans un enseignement de mathématiques à l'université, des liens entre les mathématiques et le monde financier alors qu'une crise d'une ampleur exceptionnelle vient de frapper l'ensemble des systèmes financiers de la planète et que le rôle qu'y aurait joué les mathématiques a été l'objet d'opinions très critiques parfois. Et même si je n'y connais pas grand chose, je vais en dire quelques mots, en mettant en garde mes auditeurs et auditrices, mes lectrices et lecteurs : gardez votre sens critique vis à vis de mon exposé ; faites-vous votre propre opinion ; distinguez les affirmations hasardeuses des informations vérifiables, etc. Et faites-moi part de vos réflexions et de vos critiques (jean-pierre.escofier@univ-rennes1.fr)

Le texte écrit, rédigé dans le mois suivant l'exposé oral, en est assez différent (et un peu meilleur, j'espère) ; c'est la conséquence de la lecture de textes de mathématiciens qui approfondissent les liens entre mathématiques et finances. Je reviendrai sur ces différences lors du prochain cours, que j'espère le plus proche possible (note du 31-1-09).

Le contexte de ce cours est tout à fait exceptionnel : la lutte des universitaires et des chercheurs, à laquelle le mouvement étudiant semble se joindre,

pour conserver à l'enseignement universitaire et à la recherche française des qualités que le gouvernement cherche à déstructurer, obsédé qu'il est de vouloir nous imposer les méthodes du libéralisme le plus réactionnaire et utilisant ces derniers temps toute une panoplie de mensonges, erreurs, insultes (au plus haut niveau de l'État) et attermolements manœuvriers ; c'est pitoyable, cela les disqualifie (à mes yeux), mais je ne sais quand j'écris quelle sera l'issue de ce mouvement. Je noterai juste que le mouvement utilise Internet de façon intense et que les discussions importantes ont lieu des sites du réseau (les réunions à Paris paraissent presque formelles à côté, avec leur défilé de prises de parole comprimées dans un temps trop court). Pour faire fonctionner tout cela, pas mal de mathématiques récentes sont nécessaires.

1.2 La crise de la fin 2008

Attention au sens des mots !

Les sommes concernées sont énormes. Il faut cependant prendre garde au vocabulaire : les mots français billion ($(10^6)^2 = 10^{12}$), trillion ($(10^6)^3 = 10^{18}$) n'ont pas le même sens qu'aux États-Unis où un billion = 10^9 est notre milliard, un trillion est notre billion : il y a de quoi s'y perdre ! Quand les deux candidats à l'élection présidentielle américaine débattent, le Monde fait dire à Barack Obama de la dette américaine (Le Monde du 9-10-2008, page 18) qu'elle était : *de 5 trillions de dollars quand George Bush est arrivé et qu'elle dépasse maintenant les 10 trillions* ; il donne une rectification le 18-10-2008, en bas de la page 19. Le système d'appellation des grands nombres 10^{6k} : billions, trillions... octyllions est défini par Nicolas Chuquet (1445/55 à 1488) dans son *Triparty en la science des nombres* resté à l'état de manuscrit. Le système de Chuquet est connu par le plagiat qu'Estienne de la Roche en publie en 1520 : *Larismétique*, sans mentionner Chuquet. Ce n'est qu'en 1870 que le manuscrit de Chuquet fut retrouvé ; il portait des annotations de la main de son plagiaire ! Le mot milliard est dû à Peletier du Mans (1517-1582), poète, humaniste et mathématicien. Le système américain s'est formé autour de 1800.

Des annonces de la catastrophe

La catastrophe fut annoncée, par exemple, par les économistes Nouriel Roubini (université de New York) et Robert Schiller (université de Yale). Une

conférence de Nouriel Roubini en 2006 déchaîna l'hilarité des participants d'une conférence du FMI et ce commentaire narquois du modérateur : *Après cela, il nous faudra un petit remontant* (Le Monde 2, 17-1-2009, page 5). Robert Schiller dit que les grands financiers de la planète sont des personnes aux comportements déterminés par leur milieu social ; ils reprenaient tous l'analyse dominante, ne pouvaient rien critiquer, rien en changer, même si, en leur for intérieur, certains doutaient de la solidité du système (cette analyse est-elle simpliste ?). Nouriel Roubini et Robert Schiller sont aujourd'hui loués pour leur clairvoyance par la presse américaine, mais aucun grand responsable de la finance ne les avait écoutés.

Le Monde des 25/26 janvier 2009 montre que l'économiste français Maurice Allais a lui aussi averti très clairement des risques que prenaient l'économie mondiale en 1999 dans son livre *La crise mondiale d'aujourd'hui*, aux éditions Clément. Il y parlait des similitudes avec la crise de 1929-1934 ; il était sorti major de Polytechnique en 1929, avait fait un voyage aux États-Unis en 1933. Confronté à la misère, à tous ces Américains qui mendiaient, il avait cherché à comprendre, mais personne ne lui avait paru donner d'explication satisfaisante. Cela l'avait décidé à changer son orientation de recherche, passant de la physique à l'économie pour *promouvoir une efficacité économique aussi grande que possible tout en assurant une répartition des revenus qui soit communément acceptable*. Son livre de 1943 *À la recherche d'une discipline économique* (un millier de pages), lui vaut le prix Nobel en 1988. Dans son livre de 1998, il écrit que, comme en 1929, on constate *la création et la destruction des moyens de paiement par le système du crédit, le financement d'investissements à long terme avec des fonds empruntés à court terme, le développement d'un endettement gigantesque, une spéculation massive sur les actions et les monnaies, un système financier et monétaire fondamentalement instable... Cette instabilité a été considérablement aggravée par la totale libération des mouvements de capitaux dans la plus grande partie du monde... Depuis 1974, une spéculation massive s'est développée à l'échelle mondiale... de gigantesques marchés sur les stock-index-futures*¹, les hedge

1. Contrat à terme en français : on vend ou on achète un produit en fixant un prix longtemps à l'avance, pour se protéger des fluctuations des cours (penser à un industriel qui ne souhaite pas que le prix de la matière première qu'il utilise grimpe en flèche subitement) ; cette méthode était déjà appliquée il y a 400 ans ; aujourd'hui, elle s'applique aux produits financiers.

*funds*² et tous les produits dérivés³ le monde est devenu un vaste casino... L'économie mondiale tout entière repose aujourd'hui sur de gigantesques pyramides de dettes, prenant appui les unes sur les autres dans un équilibre fragile... Jamais sans doute une telle instabilité potentielle n'était apparue avec une telle menace d'un effondrement général. C'était vraiment bien senti, mais quels financiers pouvaient prêter attention à ces menaces ? Maurice Allais a maintenant 98 ans ; il suit toujours attentivement l'évolution de la crise actuelle et craint que nos hommes politiques ne soient pas à la hauteur.

Je me souviens pour ma part d'articles de journaux se posant sans cesse, ces dernières années, la même question : où va nous mener la dette abyssale des États-Unis ?

L'effondrement

À l'automne 2008, après la crise des subprimes est arrivée une nouvelle crise. Tout le monde prêtant de l'argent à tout le monde dans l'espoir de bénéfices, le système s'est aperçu que certains n'avaient pas l'argent qu'ils étaient supposés avoir et tout s'est écroulé en quelques jours. Les victimes prestigieuses ne manquent pas : une partie des fleurons des bourses de Wall Street et de la City, des noms qui ne disaient quasiment rien pour moi, mais qui jouaient avec des milliards de dollars (à peu près autant en milliards d'euros) : Lehman brothers, Freddie Mac, etc. L'imbrication des affaires, le fait que chacun doive toujours plein d'argent à plein d'autres, a provoqué par réactions en chaîne des dommages considérables.

L'ancien directeur du SEC (Security and exchange commission), William Donaldson, explique (Le Monde, 13-1-2009), que le SEC, ni aucune autre agence des États-Unis, n'a pu empêcher la création de fonds à haut risque comme les prêts subprimes. Depuis 20 ans, les marchés financiers se sont mondialisés et le marché est devenu de plus en plus complexe, en particulier parce que la distinction entre les banques où on dépose son argent et les banques qui s'occupent des grandes affaires s'est estompée. Il y a vingt ans, aux États-Unis, 4 à 5% seulement des gens avaient des portefeuilles boursiers ; en 2008, une famille sur deux.

Des catastrophes de moindre ampleur sont toujours possibles : par exemple,

2. Fonds d'investissements à haut risque (10 000 environ) avec de l'argent souvent bloqué ; 700% d'augmentation de 1995 à fin 2008, 1500 milliards de dollars y sont placés : le fonctionnement est très opaque, paradis fiscaux hébergeant certains fonds, etc.

3. On peut négocier avec de l'argent qu'on ne possède pas ou pas encore.

les Américains ont souvent 5 ou 6 cartes de crédit, qu'ils utilisent pour différer leurs paiements de plusieurs mois et la crise a augmenté le risque qu'ils ne puissent rembourser un jour le montant total de leurs achats par cartes. Ces derniers jours, on s'aperçoit de l'étendue des dettes des pays d'Europe de l'est ; en Espagne, ne pas payer est un sport national que pratiquent en particulier les communautés urbaines, etc. poussant à la faillite des entreprises.

Le sauvetage miraculeux et nécessaire de certains groupes financiers a eu lieu grâce à de l'argent que les états se sont procurés comme par magie. En fait, ils se sont très lourdement endettés (particulièrement les États-Unis) et on (je) ne peut(x) prévoir où cela va les conduire à moyen terme ; se déclarer eux-mêmes en faillite, faire rembourser par les contribuables modestes les énormes factures de leurs si habiles financiers ? (on s'aperçoit de multiples façons que de l'argent qu'on croyait avoir n'existe plus ou a été récupéré). Nous entrons dans une période particulièrement difficile où tout se rétracte : les entreprises cherchent les économies, les échanges se réduisent. Des conséquences dramatiques vont se multiplier : dans nos pays, la crise va servir de prétexte, les licenciements des plus fragiles, ceux à contrat précaire, comme beaucoup de jeunes, vont se multiplier, le chômage va augmenter ; pour les pays moins armés, il nous est à peu près impossible d'imaginer la détresse (l'aggravation de la détresse plutôt) dans laquelle vont être plongés des milliards d'êtres humains.

1.3 Le scandale Madoff

Le scandale Madoff est une illustration caricaturale de la crise : 50 milliards de dollars (35 milliards d'euros à quelques milliards près, tous ces chiffres sont donnés d'après la presse), le budget de l'éducation nationale en France, se sont volatilisés et personne n'a encore pu déterminer s'il en reste un peu quelque part (un demi-milliard viendrait d'être retrouvé, 7-1-2009) ; à qui le rendre ?).

Bernard Madoff promettait des placements à haut rendement à des investisseurs disposant de gros moyens. Il servait des intérêts substantiels de 8 à 12% avec l'argent apporté par ses clients et le système fonctionnait tant que le nombre de clients augmentait et que peu d'entre eux demandaient le remboursement de leur mise, trop heureux des rendements qui leur étaient offerts. Les clients ne se posaient pas trop de questions sur les méthodes de Madoff, tant qu'ils en bénéficiaient. La chute de Madoff semble être due à

l'arrêt de l'arrivée de nouvel argent due à la crise. Quand suffisamment de clients voulurent retirer leurs fonds, on s'aperçut que les caisses étaient vides.

La chute de Madoff a entraîné des pertes considérables pour de nombreux organismes (dont on ne dit pas le montant des intérêts qu'ils avaient reçus jusque là). On s'aperçoit que l'argent patiemment épargné au cours d'une vie peut d'un seul coup purement et simplement disparaître sans qu'aucun responsable ne puisse être désigné, sinon le système capitaliste actuel lui-même.

Par exemple (Le Monde du 13-1-2009), la banque suisse UBS gèrent les fonds LuxAlpha et LuxInvest au Luxembourg et la banque anglaise HSBC le fonds Thema en Irlande. Tout était placé dans les fonds Madoff et il n'en reste rien ; les clients (assez fortunés et demandeurs de ce type de placement) de ces banques cherchent à se retourner contre elles.

La banque Santander est un des fleurons de l'Espagne ; elle était réputée pour le *flair* exceptionnel avec lequel elle plaçait l'argent de ses clients. Elle aurait placé 2,3 milliards d'euros dans les fonds Madoff. Pour garder la confiance de sa clientèle, elle s'apprête à négocier rapidement le remboursement des sommes envolées, entreprenant parallèlement des actions en justice à l'issue plus incertaine.

La banque Medici d'Autriche est touchée dans la même proportion et a perdu tous ses avoirs ; sa directrice, Sonja Kohn, une personnalité flamboyante, se cache par crainte de représailles de ses clients, des oligarques russes. Le record de pertes est détenu par la société de gestion d'actifs Fairfield Greenwich Group : 5,5 milliards d'euros. Plus près de nous, 450 millions de dollars pour Natixis et 350 pour BNP-Paribas, dit-on.

La SEC ne s'était aperçu de rien : ils avaient sans doute eu à consulter des livres de comptes fictifs. Il semble cependant que des avertissements aient été donnés, par exemple par un certain Harry Markopolos qui avertit la SEC à plusieurs reprises : en 1999, puis dans un rapport très précis du 7-11-2005 (Wall Street journal du 18-12-2008) ; voir Le Monde 2 (17-1-2009, page 5).

Le système semble avoir duré 48 ans. La respectabilité de Bernard Madoff (il a été, en 1990, président du NASDAQ, National Association of Securities Dealers Automated Quotations, le deuxième plus grand marché d'actions du monde après le New York Stock Exchange et le premier pour les entreprises de l'électronique), facilitait la captation des fonds. Mais une fraude de ce type durant autant d'années a sans doute bénéficié de nombreuses complicités ; les enquêteurs ont du travail pour très longtemps, sans qu'on sache si des condamnations seront prononcées un jour (pourquoi pas un non-lieu

quand on aura un peu oublié ?). Bernard Madoff semble avoir demandé à ses fils, membres de sa société, de le dénoncer, afin de les mettre à l'abri des poursuites ; en attendant, il est laissé en liberté !

Ce n'est pas la première escroquerie de ce genre, mais c'est la première à une telle échelle. D'après Wikipedia, Charles Ponzi (1882-1949) devint millionnaire en six mois en 1920 en proposant d'investir dans une spéculation sur les *Coupons réponses internationaux* ; il promettait un rendement de 50% en 45 jours, 100% en 90 jours, et 40 000 personnes investirent 15 millions de dollars de l'époque ; le tiers fut redistribué. On aurait dû se méfier : il avait déjà été en prison pour des faits similaires. Mais il y retourna relativement peu, continuant ses escroqueries ; il est mort pauvre au Brésil, laissant son nom à son système, pauvre gloire posthume.

D'autres schémas de Ponzi sont célèbres : en Albanie, en 1992, le gouvernement autorise la création de banques basées sur cette escroquerie ; leur effondrement, en 1997, cause des milliers de morts. En Colombie, 500 000 personnes ont été victimes de la DRFE : *Dinero rapido, facil y en efectivo*, (en liquide). Enfin, on vient de découvrir début 2009 l'escroquerie du même type de Robert Stanford qui porterait sur 9 milliards de dollars (même si ce n'est pas un record, c'est déjà pas si mal) et touche en particulier les pays d'Amérique latine.

1.4 Le mystère Harpagon

L'argent est absolument nécessaire et plusieurs milliards d'individus aujourd'hui souhaiteraient bien en avoir simplement un minimum pour pouvoir vivre dans des conditions moins difficiles que celles qu'ils connaissent : se procurer un minimum de nourriture pour se nourrir (*manger pour vivre et non pas vivre pour manger* disait Molière), nourrir ses enfants, avoir accès à une habitation minimale avec des conditions d'hygiène correctes, avoir un travail non dégradant, etc.

La gestion de l'argent dans le monde d'aujourd'hui ne s'occupe pas vraiment de ce scandale absolu et qui devrait être insupportable à tous ceux qui s'en aperçoivent (cette idée qui paraît si naturelle est loin d'être universellement partagée). Pourquoi ces grands financiers, ces traders audacieux dont les salaires sont énormes, ne pensent qu'à ces masses d'argent, ne se soucient pas de tous ceux qui n'en ont pas et de leur misère ?

Admironons ces grands classiques pour la création de personnages gardant

leur profondeur et leur mystère des siècles durant. Souvenons-nous de ce que Molière fait dire à Harpagon après le vol de sa cassette par La Flèche : *Mon esprit est troublé, et j'ignore où je suis, qui je suis, et ce que je fais. Hélas, mon pauvre argent, mon pauvre argent, mon cher ami, on m'a privé de toi ; et puisque tu m'es enlevé, j'ai perdu mon support, ma consolation, ma joie, tout est fini pour moi, et je n'ai plus que faire au monde. Sans toi, il m'est impossible de vivre. C'en est fait, je n'en puis plus, je me meurs, je suis mort, je suis enterré. N'y a-t-il personne qui veuille me ressusciter, en me rendant mon cher argent, ou en m'apprenant qui l'a pris ?... Allons vite, des commissaires, des archers, des prévôts, des juges, des gênes⁴, des potences, et des bourreaux. Je veux faire pendre tout le monde ; et si je ne retrouve mon argent, je me pendrai moi-même après.*

La convoitise de l'argent se confond avec le goût de la toute puissance et toutes ces manœuvres financières seraient le fait de gens qui ne veulent pas vieillir et cherchent un retour aux jeux de leur enfance en voulant oublier que, pour eux comme chacun d'entre nous, ils disparaîtront un jour, etc.

Tentons encore quelques explications.

La démocratisation des produits financiers a incité beaucoup de gens à chercher un complément à leurs ressources propres. Leurs banquiers se sont bien gardés de leur dire que les produits soi-disant merveilleux qu'ils leur proposaient étaient d'un maniement complexe et que le risque était loin d'être nul. Mais l'espoir de gagner plus en jouant un peu comme dans un jeu d'argent a séduit et toutes les petites sommes drainées ont fait la fortune de quelques uns.

Le goût de l'argent pour l'argent est un comportement social assez général. Dans beaucoup de sociétés, tout ceux qui ont de l'argent trouvent normal d'en parler, de chercher des moyens d'en avoir encore plus. Leurs motivations ne semblent pas avoir leurs racines dans une sorte de syndrome d'Harpagon ; s'ils cherchent à en avoir plus, ce peut être pour se conformer à un modèle social en évolution depuis plusieurs siècles, pour en avoir plus que le voisin, pour mourir avec des possessions, une respectabilité, pour en laisser à leurs enfants, à ceux qui leur sont chers. Ils chercheront une bonne affaire, acheter au bon moment un appartement, des actions ou d'autres produits financiers, un bois, un champ, une maison, jouer avec des déductions astucieuses d'impôt, emprunter plutôt que dépenser l'argent qu'ils ont (ou qu'ils n'ont pas), etc. Ce rapport à l'argent devant toute la misère du monde n'a-t-il pas

4. des tortures.

quelque chose de choquant ? Moi qui écrit ce texte me sens assez mal à l'aise en saisissant ces lignes sur mon Mac, avec mon salaire régulier d'enseignant de l'université. Des milliers de romans sont pleins de ces thèmes.

Enfin, les petites amies de banquiers new-yorkais se trouvent aujourd'hui abandonnées par ceux qui leur offraient quelques moments de luxe et qui sont contraints par la crise à se replier sur leur vie de famille ; elles étaient sûrement séduites par leur argent, mais l'une d'entre elles note sur le blog qu'elles ont créé : *Le banquier est un vrai mâle, agressif, n'acceptant pas qu'on lui refuse quoi que ce soit ; il a confiance en lui, on le respecte et c'est ce qui crée toute la mystique qui l'entoure*. On revient à des comportements d'espèces luttant pour leur survie : les comportements les plus archaïques et les moins civilisés de notre espèce seraient à chercher chez les banquiers et les financiers - :) (je pourrai compléter la liste...).

1.5 L'économie, une science ?

La mondialisation s'est mise en place dans les années Reagan (1980-1988), avec un discours expliquant son inéluctabilité, ses bienfaits économiques. C'était quelques années après la fin des accords de Bretton Woods (voir plus loin). En fait, il s'agissait sans doute surtout, pour ceux qui la promouvaient, les dirigeants des États-Unis et les grands groupes financiers, de faire sauter toutes les entraves à leur liberté à eux, leur laissant la possibilité de se livrer à leurs jeux de concurrence sans entraves et sans frontières où on cherche à bouffer tous ceux qui sont moins forts que vous... tout en se protégeant de possibles prédateurs. Dans ce monde desséché où les batailles financières font rage, les humains du reste de la planète ont tout de même de l'importance : ils doivent produire le maximum de richesses pour permettre ce jeu, travailler au moindre coût, rester sans travail, dans la misère et dans la faim, ou encore consommer en dépensant ce qu'on leur a laissé en achetant des produits dont l'intérêt n'est pas toujours évident. Mais on ne doit pas leur laisser de possibilités de s'organiser et chercher, au contraire, à déstructurer leur tissu social (c'est *mon* interprétation des attaques contre les enseignants et chercheurs en ce moment). Éventuellement, on va même les inviter à payer quelque chose pour renflouer ces grands organismes, en présentant cela comme une nécessité pour eux ! Il s'agit d'abord de mondialisation économique, mais on sait bien que les différents aspects de l'activité humaine (culturel, social, sécuritaire, information, recherche...) sont également contrôlés.

Le secrétaire américain au Trésor, Henry Paulson, a été en première ligne ces derniers mois ; son attitude attentiste lui a été reprochée ; il semble être sincère et mis à nu quand il déclare, le 30 décembre 2008 : *Nous n'imaginions pas l'ampleur du mal, nous n'étions pas prêts, nous ne disposions d'aucuns des moyens qui nous auraient été nécessaires.*

Henry Paulson parle bien sûr de moyens d'action qu'on s'était bien gardé de mettre en place au nom du libéralisme, mais il s'agit aussi de bien d'autre chose. On parle volontiers des lois de l'économie, surtout quand c'est pour justifier des refus d'augmentation de salaire. Ces prétendues lois, personne ne les a appliquées, il y a un an, pour prévoir la situation actuelle. Il y a tout lieu de penser qu'elles n'existent pas autrement que dans les incantations pour justifier la mise en place du système ultralibéral qui nous domine.

Nobel n'avait pas prévu de prix en économie, pas plus qu'en mathématiques. Ce prix fut créé en 1901. L'économie se trouvait ainsi reconnue au même titre que la physique ou la chimie. Mais les sujets étudiés par les lauréats ne sont pas de grandes théories économiques, mais le fonctionnement de l'économie dans des domaines particuliers.

Je n'ai pas, pour ma part, l'impression que la science puisse aborder l'étude de l'économie mondiale au niveau global. Une théorie scientifique de l'économie devrait avoir les différentes caractéristiques d'une théorie scientifique, expliquer, prédire, entraîner un consensus. Pour la dernière crise, peu de gens l'ont prédite en donnant des raisons, comme on l'a vu. Leurs analyses ne s'appuyaient pas sur des raisonnements pouvant être qualifiés de scientifiques, plutôt leur expérience, les conduisant à penser que la situation économique allait entraîner des conséquences dangereuses, une sorte de raisonnement par analogie. Ils étaient convaincus de ne pas se tromper, mais ils n'ont pas réussi à convaincre d'autres personnes. Nous avons vu que Schiller a une explication : les financiers se seraient refusés, par un comportement panurgique, à admettre des vérités qu'il établissait, lui, rigoureusement.

Mais je vois plusieurs raisons s'opposant à la possibilité d'une théorie scientifique de l'économie, que je conçois comme un modèle mathématique dans lequel on entre des données, des lois, des paramètres de ces lois pour décrire l'évolution du système sur une durée significative. Les sommes en jeu sont gigantesques, bien sûr, mais les acteurs importants ne sont sans doute pas si nombreux que cela. Seulement, les données et les paramètres sont souvent impossibles à connaître : secrets bancaires, mouvements cachés d'énormes capitaux, frauduleux ou non, et surtout : décisions humaines imprévisibles cherchant à faire des coups... (devrait-on parler de meurtres par

métaphore ?)

1.6 Mathématiques et économie

Mouvement brownien

Le Palais de la découverte à Paris, donnait à voir (il y a 50 ans ; le montage existe peut-être encore) le mouvement brownien par un montage très simple : un récipient rempli d'eau dans lequel avait été émulsionné de l'huile en très fines gouttelettes. En regardant la solution au microscope, on voyait les petites gouttes d'huile animées de petits mouvements désordonnés. Ainsi était mise en évidence l'agitation des molécules, un phénomène qui se passait à une échelle beaucoup plus petite, inaccessible à l'observation directe. C'était une évidence visuelle pour quelque chose de difficile à croire possible.

Le mouvement a été observé depuis longtemps ; c'est le biologiste Robert Brown (1773-1858), en étudiant en 1827 des grains de pollen de *Clarkia pulchella* en suspension dans l'eau (ce n'est pas la partie la plus importante de l'œuvre de Brown, mais c'est celle dont on se souvient aujourd'hui) qui lui attribue sa véritable origine (on pensait jusque là à des mouvements dus à des êtres vivants (Brown aurait fait une erreur d'interprétation : les grains qu'il observait auraient été des grains plus petits que les grains de pollen, Brian J. Ford, 1992).

Aujourd'hui, c'est dans les salles de marché qu'on parle du mouvement brownien !

Louis Bachelier (1870-1946)

Louis Bachelier est le grand pionnier. Il montre dans sa thèse : *Théorie de la spéculation*, sous la direction de Poincaré, en 1900, l'utilité du mouvement brownien pour comprendre les phénomènes économiques. Il fait ainsi entrer le mouvement brownien dans le domaine des mathématiques, cinq ans avant le célèbre article d'Einstein. Louis Bachelier a ensuite abordé l'étude des équations différentielles stochastiques, dégageant de nombreuses idées dont l'intérêt n'a été compris que bien plus tard ; certains, comme Paul Lévy, ont cru qu'il s'était trompé ; Kolmogorov a reconnu sa valeur dès 1930. Bachelier a été professeur à Rennes (1925-1927) et il est mort à Saint-Servan. La valeur des travaux de Bachelier est proclamée tardivement par Paul Samuelson (né

en 1915) qui en a fait (1965 et 1973), au prix de changements, la base des mathématiques financières (MF) actuelles. Samuelson a reçu le prix Nobel en 1970 ; c'est un des initiateurs des modèles mathématiques en économie.

Kiyoshi Itô (1915-2008)

Le japonais Kiyoshi Itô (1915-2008) vient de mourir. Il a peut-être été le plus grand probabiliste du dernier siècle. Ses contributions à l'étude des processus stochastiques (ou aléatoires) ont profondément transformé ce domaine. Itô a inventé la notion d'intégrale stochastique et établi des résultats qui en rendent l'usage commode comme la célèbre formule d'Itô (une sorte d'intégration par parties). Je recopie un cours récent de Jean-François Le Gall à Orsay :

La formule d'Itô est l'outil de base du calcul stochastique. Elle montre qu'une fonction de classe C^2 de p semimartingales continues est encore une semimartingale continue, et exprime explicitement la décomposition de cette semimartingale.

Les applications des travaux d'Itô sont nombreuses, particulièrement dans le domaine des MF. Mais ils peuvent aussi servir à étudier le mouvement d'une fusée perturbée par les vents, les turbulences de l'écoulement de l'air ou les vibrations de ses moteurs.

On se souviendra de Michel Métivier, professeur à la faculté des sciences pendant les années 1960-70 qui avait orienté une partie des recherches de ses élèves sur le calcul stochastique.

L'économie mondiale après la guerre de 1939-1945

Les deux paragraphes suivants cherchent à suivre (le moins mal possible) un exposé de Nicole El Karoui. Les accords de Bretton Woods, signés aux États-Unis le 22 juillet 1944, organisaient l'économie mondiale de l'après guerre (le britannique John Keynes et l'américain Harry White sont les figures centrales de cet accord) ; c'est alors que sont créés la Banque mondiale et le Fonds monétaire international (FMI). Les accords prévoient que le dollar américain doit jouer un rôle prépondérant, mais il est rattaché à la valeur de l'or.

Au début des années 1960, les dépenses de la guerre du Viet Nam provoquent l'afflux massif de dollars dans des pays (comme l'Allemagne) qui exportent vers les États-Unis. Quand ces pays demandent le remboursement

de leurs dollars en or américain, les Américains suspendent la convertibilité du dollar en or afin de ne pas perdre leurs réserves (le 15 août 1971). Le système des taux de change fixe s'écroule en mars 1973. Les accords de Bretton Woods sont caducs.

Pour l'Europe, c'est le début d'une longue marche vers une monnaie unique pour éviter les effets désastreux de monnaies aux taux fluctuants (en particulier sur les produits agricoles).

La formule de Black-Scholes (1973)

Vers 1973, l'économie devient donc libre : les taux de change, les taux d'intérêt, les cours des actions varient plus rapidement d'un jour à l'autre, d'un mois à l'autre. Les moyens informatiques et techniques permettent une communication de plus en plus rapide des informations et des ordres à travers le monde et les marchés financiers sont ouverts presque 24 heures sur 24.

Les entreprises, en particuliers les grandes, sont confrontées à des problèmes de risques : elles achètent, elles empruntent, elles vendent en dollars ou en une autre devise et les paiements ont lieu quelques mois plus tard. Comment peuvent-elles se protéger contre les risques de pertes qu'elles encourent quand le marché fluctue tous les jours, avec des mouvements d'amplitude plus longue (penser au mouvement brownien) ? Le premier marché des risques financiers ouvre à Chicago vers 1972-73, d'autres se sont ouverts depuis. Les banques proposent un nouveau service : garantir une sorte de prix minimum à l'échéance de quelques mois, avec participation aux bénéfices s'il en apparaît (La Poste s'y est essayé en 1999 et la crise de l'époque a provoqué des pertes sensibles de petits épargnants).

La méthode de Black-Scholes introduit une méthodologie révolutionnaire et c'est toujours la référence sur le marché des options. Avec l'argent qui lui est versé initialement, elle propose une stratégie dynamique permettant de réduire le risque final inhérent. Il faut mettre au point un modèle mathématique raisonnable dont le but n'est pas d'estimer les pertes potentielles, mais de les réduire en suivant au jour le jour au plus près les fluctuations du marché. C'est là que le calcul stochastique mis au point par les mathématiciens trouve à s'appliquer.

La formule de Black-Scholes est due à Fischer Black (1938-1995), Myron Scholes (né en 1941) ; elle a aussi été étudiée par Robert Merton (né en 1944). Le prix Nobel a récompensé Merton et Scholes en 1997, rendant hommage à Black, mort peu de temps auparavant. Notons que le *Hedge fund* fondé en

1994 par Merton et Scholes était en faillite quatre ans plus tard ! (à cause d'erreurs qui ne remettraient pas en cause le modèle, dit Nicole el Karoui)

Les modèles mathématiques

Le développement des mathématiques financières de ces vingt dernières années s'appuie sur toutes ces avancées ; sa réussite vient de ce que les recherches sont fortement liées aux techniques bancaires actuelles. mais leur application est très délicate en principe : beaucoup de choses sont inconnues, les paramètres sont difficiles à estimer, etc.

Les années 1970 ont vu l'élaboration de modèles en économie où la théorie des probabilités était essentielle. Après la crise de 1987, les financiers ont été demandeurs de formations mathématiques. La puissance des ordinateurs s'accroissait rapidement et l'apparition de microordinateurs en réseaux a transformé les possibilités de calcul et d'action.

Marc Yor

Marc Yor est né en 1949. Il est professeur à Paris 6 depuis 1981, membre de l'Académie des sciences depuis 2003. Il dirige l'équipe de recherches : *Mouvement brownien et calcul stochastique*. Marc Yor a présenté lui-même ses recherches (voir le site http://www.academie-sciences.fr/membres/discours_pdf/notice_Yor.pdf) en les classant sous 20 thèmes étroitement imbriqués. Il lui arrive de signaler des applications aux mathématiques financières.

En 2005, Marc Yor a organisé à l'Académie des sciences une journée de conférences sur les mathématiques financières, dont on peut trouver les vidéos sur le site http://www.academie-sciences.fr/conferences/seances_publicques/html/debat_01_02_03_04_05_06_07_08_09_10_11_12_13_14_15_16_17_18_19_20_21_22_23_24_25_26_27_28_29_30_31_32_33_34_35_36_37_38_39_40_41_42_43_44_45_46_47_48_49_50_51_52_53_54_55_56_57_58_59_60_61_62_63_64_65_66_67_68_69_70_71_72_73_74_75_76_77_78_79_80_81_82_83_84_85_86_87_88_89_90_91_92_93_94_95_96_97_98_99_100_101_102_103_104_105_106_107_108_109_110_111_112_113_114_115_116_117_118_119_120_121_122_123_124_125_126_127_128_129_130_131_132_133_134_135_136_137_138_139_140_141_142_143_144_145_146_147_148_149_150_151_152_153_154_155_156_157_158_159_160_161_162_163_164_165_166_167_168_169_170_171_172_173_174_175_176_177_178_179_180_181_182_183_184_185_186_187_188_189_190_191_192_193_194_195_196_197_198_199_200_201_202_203_204_205_206_207_208_209_210_211_212_213_214_215_216_217_218_219_220_221_222_223_224_225_226_227_228_229_230_231_232_233_234_235_236_237_238_239_240_241_242_243_244_245_246_247_248_249_250_251_252_253_254_255_256_257_258_259_260_261_262_263_264_265_266_267_268_269_270_271_272_273_274_275_276_277_278_279_280_281_282_283_284_285_286_287_288_289_290_291_292_293_294_295_296_297_298_299_300_301_302_303_304_305_306_307_308_309_310_311_312_313_314_315_316_317_318_319_320_321_322_323_324_325_326_327_328_329_330_331_332_333_334_335_336_337_338_339_340_341_342_343_344_345_346_347_348_349_350_351_352_353_354_355_356_357_358_359_360_361_362_363_364_365_366_367_368_369_370_371_372_373_374_375_376_377_378_379_380_381_382_383_384_385_386_387_388_389_390_391_392_393_394_395_396_397_398_399_400_401_402_403_404_405_406_407_408_409_410_411_412_413_414_415_416_417_418_419_420_421_422_423_424_425_426_427_428_429_430_431_432_433_434_435_436_437_438_439_440_441_442_443_444_445_446_447_448_449_450_451_452_453_454_455_456_457_458_459_460_461_462_463_464_465_466_467_468_469_470_471_472_473_474_475_476_477_478_479_480_481_482_483_484_485_486_487_488_489_490_491_492_493_494_495_496_497_498_499_500_501_502_503_504_505_506_507_508_509_510_511_512_513_514_515_516_517_518_519_520_521_522_523_524_525_526_527_528_529_530_531_532_533_534_535_536_537_538_539_540_541_542_543_544_545_546_547_548_549_550_551_552_553_554_555_556_557_558_559_560_561_562_563_564_565_566_567_568_569_570_571_572_573_574_575_576_577_578_579_580_581_582_583_584_585_586_587_588_589_590_591_592_593_594_595_596_597_598_599_600_601_602_603_604_605_606_607_608_609_610_611_612_613_614_615_616_617_618_619_620_621_622_623_624_625_626_627_628_629_630_631_632_633_634_635_636_637_638_639_640_641_642_643_644_645_646_647_648_649_650_651_652_653_654_655_656_657_658_659_660_661_662_663_664_665_666_667_668_669_670_671_672_673_674_675_676_677_678_679_680_681_682_683_684_685_686_687_688_689_690_691_692_693_694_695_696_697_698_699_700_701_702_703_704_705_706_707_708_709_710_711_712_713_714_715_716_717_718_719_720_721_722_723_724_725_726_727_728_729_730_731_732_733_734_735_736_737_738_739_740_741_742_743_744_745_746_747_748_749_750_751_752_753_754_755_756_757_758_759_760_761_762_763_764_765_766_767_768_769_770_771_772_773_774_775_776_777_778_779_780_781_782_783_784_785_786_787_788_789_790_791_792_793_794_795_796_797_798_799_800_801_802_803_804_805_806_807_808_809_810_811_812_813_814_815_816_817_818_819_820_821_822_823_824_825_826_827_828_829_830_831_832_833_834_835_836_837_838_839_840_841_842_843_844_845_846_847_848_849_850_851_852_853_854_855_856_857_858_859_860_861_862_863_864_865_866_867_868_869_870_871_872_873_874_875_876_877_878_879_880_881_882_883_884_885_886_887_888_889_890_891_892_893_894_895_896_897_898_899_900_901_902_903_904_905_906_907_908_909_910_911_912_913_914_915_916_917_918_919_920_921_922_923_924_925_926_927_928_929_930_931_932_933_934_935_936_937_938_939_940_941_942_943_944_945_946_947_948_949_950_951_952_953_954_955_956_957_958_959_960_961_962_963_964_965_966_967_968_969_970_971_972_973_974_975_976_977_978_979_980_981_982_983_984_985_986_987_988_989_990_991_992_993_994_995_996_997_998_999. En voici les auteurs et les titres.

- 1) Marc Yor : Introduction.
- 2) Hans Föllmer : Incertitude financière, préférences et mesures de risque.
- 3) Walter Schachermayer : Introduction aux notions d'arbitrage / Qu'est-ce qu'un Free Lunch ?
- 4) Nicole El Karoui : Un Marché dynamique du risque / Le Monde des produits dérivés.
- 5) Hélyette Geman : Horloge stochastique et marchés financiers.
- 6) Damien Lamberton : Options et équations aux dérivées partielles.
- 7) Emmanuel Gobet et Gilles Pagès : Bilan temporaire et conclusions de la journée.

1.7 Le point de vue de Denis Guedj dans Libération,

L'article date du 10 décembre 2008. Denis Guedj souligne d'abord le statut des mathématiques financières ; elles ne feraient pas partie des grandes branches des mathématiques comme la théorie des nombres, la géométrie algébrique, les probabilités. Ce ne serait qu'une application d'une petite partie des mathématiques, sans grand problème à résoudre.

Jusqu'ici, les applications des mathématiques pouvaient avoir leurs aspects bénéfiques et leurs aspects négatifs pour la société. Les MF sont au service de ceux qui recherchent des gains, les grands organismes financiers internationaux. Elles n'ont jamais été conçues pour apporter du bien-être à ceux qui souffrent.

Les MF sont un instrument de puissance aux mains des jeunes (on parle de *quants*, quantitative people) sortis des formations spécialisées. Denis Guedj souligne que ces quants sont *au mieux dans une inconscience polissonne, au pire dans un cynisme condamnable* ; Michel Rocard pense, lui, que leur action peut être qualifiée de *crime contre l'humanité* (je ne peux m'empêcher de dire tout de suite que je trouve que l'ancien premier ministre tombe un peu trop dans la facilité de formules chocs !). Les jeunes étudiants en mathématiques qui s'engage dans l'étude des MF espèrent de gros salaires ; on peut dire qu'ils sont organisés en bandes et qu'ils travaillent au malheur du plus grand nombre ; ce sont des ennemis objectifs ; ils dépouillent peu à peu les institutions démocratiques de leur pouvoir ; au sens strict du terme, ce sont des terroristes (c'est Denis Guedj qui parle).

Si les quants ont été formés pour la gestion des risques, nous devons les applaudir très fort : avec tout leur bagage théorique, ils n'ont pas du tout vu venir la crise et ont continué jusqu'au dernier moment leurs activités.

La fin de l'article de Denis Guedj est consacrée à Madame Karoui, *Laure Manaudou de la finance* : elle a osé affirmer que *les MF n'ont rien à voir avec la crise*. Denis Guedj en attend une démonstration mathématique rigoureuse.

Les salaires des doctorants en mathématiques sont dérisoires par rapport à ceux des quants : au moins dix fois plus pour les quants, 100 à 150 mille euros par an (sans compter d'éventuelles primes).

Denis Guedj rappelle la phrase de Georg Cantor : *L'essence des mathématiques est la liberté* et conclut : *Une fête des mathématiques d'un côté, des mathématiques mercenaires de l'autre.*

1.8 Le point de vue de mathématiciens

Jean-Pierre Bourguignon

Jean-Pierre Bourguignon est l'actuel directeur de l'IHES.

Il souligne que le rôle des mathématiciens dans le domaine de la finance date d'une vingtaine d'années et est devenu très important. Les élèves de Nicole El Karoui (qui dirige, avec Gilles Pagès et Marc Yor, le DESS commun à Paris VI et à l'X) ont un grand succès et le Wall Street Journal l'a mise en première page.

Le développement des MF répond à un besoin d'avoir des outils d'estimation et de décision ; les possibilités de calcul des ordinateurs permettent de tester des modèles de plus en plus complexes. Les objectifs, comme la rentabilité, sont ceux des banquiers, les méthodes, comme le recours à l'emprunt, sont les leurs. Les quants sont parmi les plus doués des mathématiciens actuels ; ils choisissent ces carrières, au détriment d'autres, pour les salaires élevés qui leur sont proposés.

Ceux qui sont responsables de la crise sont ceux qui ont fait le choix du surendettement, du refus de savoir ; il a pu y avoir des mathématiciens parmi eux, mais ce n'est pas en tant que mathématiciens qu'ils sont responsables.

Jean-Pierre Bourguignon cite le cas de mathématiciens ayant attiré l'attention des dirigeants sur les risques globaux de ces dernières années et dit que l'un d'eux a été prié de quitter son établissement.

Les banques veulent conserver le secret sur leurs données et le travail mathématique est très souvent parcellisée et ne donne pas la possibilité de recherches sérieuses.

Stéphane Jaffard

Stéphane Jaffard est professeur à Paris 12 et président de la SMF (Société mathématique de France). Il y a 20 ans, les mathématiciens travaillaient sur des modèles bien limités. Leur travail a changé de nature depuis. Les mathématiciens ne peuvent pas aboutir à des résultats solides car leurs travaux sont basés sur des hypothèses difficiles à évaluer :

- des hypothèses qualitatives sur le marché, comme on ne peut gagner sans prendre de risques, d'où l'importance du calcul stochastique, mais ce calcul est difficile à appliquer dans ce contexte, comme la mécanique des fluides est difficile à appliquer au trafic routier ;

- des hypothèses quantitatives pour fixer la valeur des paramètres du modèle, sur leurs lois d'évolution ; un analyste financier aura tendance à utiliser le modèle dans des conditions limites, voire pire, suivant son intuition qui peut être défailante ;

- des hypothèses de phase régulière dans les activités économiques ; les modèles ne sont pas faits pour les situations de crise. Ce qui me rappelle deux choses. Quand j'étais, avec mon épouse, en 1970, à l'Université centrale de Caracas, elle avait eu l'occasion de se faire expliquer un modèle de la vie politique au Vénzuéla ; une sortie *coup d'état* était prévue ! Autre chose : la tempête d'octobre 1987 en Bretagne est restée dans toutes les mémoires ; certaines villes paraissaient totalement sinistrées, etc. : les modèles de l'époque n'avaient pas prévus la tempête parce que leur conception ne le permettait pas ; ce sont les météorologues humains qui, au vu des données, comprirent qu'un événement exceptionnel se préparait et donnèrent l'alerte, permettant de s'organiser quelques heures avant les grandes rafales de vent ; la confiance dans la modèle était plus forte en Angleterre et la tempête surprit terriblement les Anglais.

Certains mathématiciens sont horrifiés de l'utilisation qui est faite de leurs modèles, dit Stéphane Jaffard. Les banquiers utilisent les modèles en boîte noire, sans recul critique, dans des conditions hors de leurs limites. Dans beaucoup de problèmes financiers, les modèles ne sont pas encore construits.

Marc Yor

Nous avons déjà dit que Marc Yor enseignait dans le master de probabilités et finances de Paris 6, avec Nicole El Karoui et Gilles Pagés. Il esquisse, dans le bulletin de la SMF, une réponse aux propos de Michel Rocard. Les mathématiciens ont été impliqués dans la création de nouveaux produits financiers sophistiqués. Mais la dérive des quinze dernières années : fonds incontrôlés, marché de l'immobilier contrôlé par les banques, subprimes, résulte de décision de banquiers et non de mathématiciens. Le rôle des mathématiciens serait de comprendre les phénomènes financiers et éventuellement, de dénoncer des produits dangereux. Marc Yor demande aussi un *numerus clausus* pour les quants, afin d'orienter de très bons étudiants vers d'autres domaines.

Antoine Paille

Antoine Paille qui, parmi d'autres activités, travaille à la Société générale, a été questionné par le Figaro du 31 octobre 2008. Il explique que les mathématiciens ont permis la gestion du risque et le calcul des rendements possibles. On demande aux mathématiciens de fabriquer des modèles pour des salles de marché ; on ne leur demande pas d'étudier les hypothèses sous lesquels est conçu ce modèle.

La France a imposé son point de vue dans certains domaines qui ne se sont pas effondrés à l'automne. Le domaine qui s'est effondré est le domaine du crédit, un domaine construit par les Américains, de plus en plus opaque, très concentré dans les mains d'opérateurs américains. Le marché mondial du crédit a été absorbé par le financement de l'accès au logement des ménages américains. Antoine Paille insiste sur cette concentration qui interdit toute solution de secours en cas de difficulté majeure. Il insiste aussi sur l'opacité, qui permet toutes les manipulations, sur l'évaluation des risques, basée sur des critères des années 1990, alors que des initiatives imprudentes se multipliaient. Les conditions des marchés ont finis par s'écarter complètement des modèles mathématiques (j'ajoute : ce dont les financiers se moquaient probablement) jusqu'à ce que le marché américain du crédit s'écroule.

Embauches

Les sociétés spécialisées recrutent toujours des jeunes thésards. Le Monde cite le cas d'une jeune femme, expliquant que les banques lui confie des missions de création de modèles mathématiques pour définir les prix des produits dérivés, en évaluer le coût, etc. Elle emploie une cinquantaine de consultants aussi bons mathématiciens que connaisseurs des produits financiers complexes et de l'informatique ; elle en recrute deux ou trois par mois. Le salaire de départ est de 50000 euros annuels, bruts très probablement.

Le directeur du programme doctoral de l'université Columbia de Chicago reconnaît que les Français sont très réputés et que la compétence est indispensable.

Ivar Ekeland indique que la finance de marché n'offre qu'une partie des emplois possibles et qu'il faut gérer bien d'autres choses, le pétrole et les autres ressources non renouvelables.

Le vice-président de l'université Dauphine souligne que *les docteurs en finance n'ont pas d'inquiétude à avoir*, car si certains mettent en cause les

modèles, on a en réalité *besoin de mieux comprendre*. Les excès ont été commis par ceux qui ont manqué de distance vis à vis des modèles. La célèbre Nicole El-Karoui va dans le même sens : *il faut éduquer l'ensemble du management aux limites des modèles, à l'analyse des risques, car quand un secteur affiche une rentabilité nettement supérieure au reste, les effets sont toujours les mêmes : on investit de plus en plus et on ne maintient pas de regard critique*.

Remarques finales

Pour compléter ces notes de lecture, j'ajouterai deux ou trois remarques.

Les financiers demandent aux mathématiciens de travailler sur des modèles correspondant à leur idéologie libérale. N'y aurait-il pas d'autres perspectives de travail pour les mathématiques financières ?

Il me semble clair aussi que les mathématiciens en général n'ont probablement pas grand chose à voir avec la crise : ils travaillent pour comprendre à un certain niveau, pour modéliser des activités financières à un niveau plus technique. Constamment, ils sont face à des décisions qui ne tiennent aucun compte de leurs modèles, à une opacité du système qui les empêche de créer des modèles ou de déterminer correctement les paramètres des lois qu'ils mettent en œuvre.

Si certains mathématiciens ont joué de leur virtuosité technique pour réaliser des *coups* (pas toujours réussis d'ailleurs), penser à s'enrichir sans voir les conséquences de leurs actes, on peut reprendre les phrases de Denis Guedj pour les condamner.

Il semble enfin que les mathématiciens de la finance soient tous formés sur le même moule. Même très brillants, leurs idées doivent être assez proches. Ne peut-on imaginer qu'ils obtiennent à peu près tous les mêmes résultats et que, dans un environnement économique stable, leur rôle serait plutôt d'être là pour signaler les initiatives dangereuses d'un financier ?

Chapitre 2

Préhistoire

Ce chapitre doit beaucoup aux travaux d'Olivier Keller, en particulier au texte d'une intervention au colloque IREM du 20 juin 2002 à l'ENS de Lyon.

2.1 Du côté de l'archéologie

Que connaît-on de la préhistoire ? Beaucoup d'ossements, de restes de camps, de cailloux plus ou moins finement éclatés et taillés, quelques grottes célèbres avec des peintures, Altamira près de Santander en Espagne, Lascaux dans le Périgord, etc. Mais dans tout cela, quoi de mathématique ? Rien, ou plutôt, de très rares objets dont le caractère mathématique n'est pas évident du tout.

Le plus ancien peut-être, daté de -35 000 ans, est un péroné de babouin découvert dans une grotte des montagnes Lebombo du Swaziland, sur lequel ont été incisées 29 traits ; on est tout de suite alerté : s'il s'agissait de 29 jours, on pourrait penser à un calendrier lunaire ?

L'os d'Ishango, encore un péroné, trouvé sur le bord nord du lac Édouard, au Zaïre près de la frontière avec l'Ouganda, est daté de -22 000 ans. Il est beaucoup plus intrigant. Il comporte trois séries de traits marquées sur trois faces de l'os (la figure est de D. Huylebrouck). Je suppose que les premiers découvreurs n'étaient pas des mathématiciens, ce qui expliquerait leurs délires. Par exemple, une face donne les quatre nombres premiers entre 10 et 20, ou encore elle porte la trace d'une numération de base $a = 12$ en donnant $a - 1$, $a + 1$ et $3a/2 - 1$, $3a/2 + 1$, etc. et les sommes des deux autres colonnes sont 48 et 60. Olivier Keller, après avoir démoli la pertinence de ces rappro-

chements donne un exemple amusant : certaines femmes africaines font de temps à autre une encoche sur leur cuiller en bois. S'agit-il d'observations sur les nombres premiers, sur des cycles lunaires... ? Pas du tout : elles notent simplement le nombre de fois que leur mari leur a tapé dessus ; quand il n'est plus possible de tracer une nouvelle encoche, elles lui demandent de s'en aller. Pourquoi l'os d'Ishango ne serait-il pas un témoignage des brutalités des maris il y a 22 000 ans ?

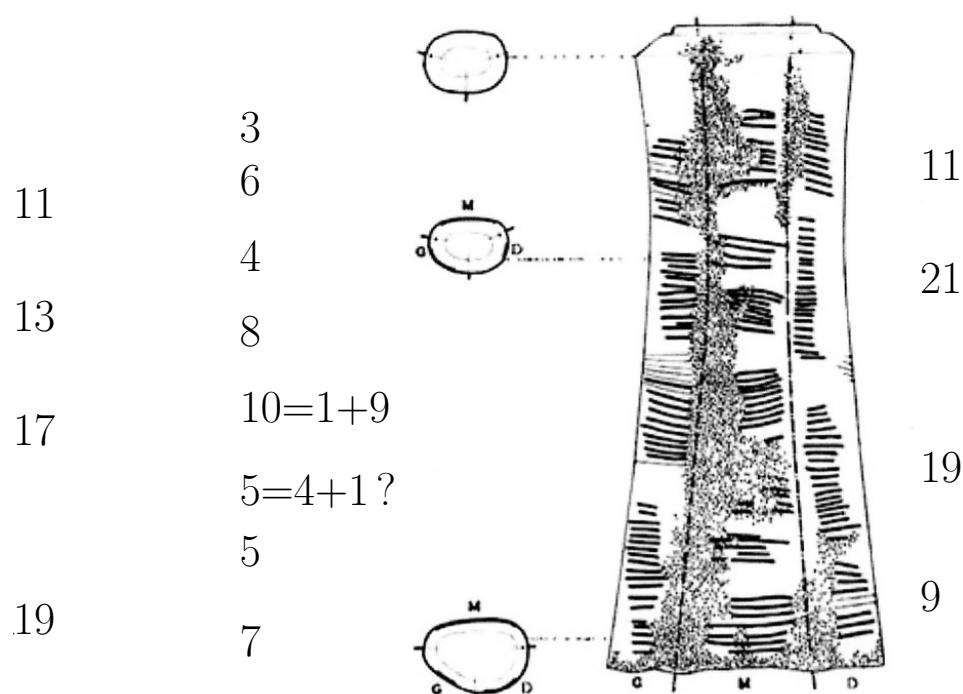


FIGURE 2.1 – L'os d'Ishango.

2.2 Du côté de l'ethnologie

Faute de pouvoir reconstituer les notions relevant des mathématiques de la préhistoire, on peut envisager de s'en faire une idée en étudiant les peuples dits primitifs qui vivent encore actuellement dans différentes régions

du monde. On aura une vision, déformée sans doute, mais quoi faire d'autre de ce qui a pu être pensé pendant la préhistoire.

Nous allons juste parler des systèmes de numération.

Des systèmes de numération de tribus amazoniennes indiquent des stades différents de maîtrise des nombres.

Les Mundurukus, membres d'une tribu amazonienne du Brésil étudiée récemment par Pierre Pica et d'autres, comptent jusqu'à 4 ou 5 et sont incapables de soustraire 4 de 6. Cependant, les enfants mundurukus et américains ont les mêmes résultats dans des tests de comparaison de nombres de points (plusieurs dizaines) dans des images ou dans des tests de géométrie. À partir de ces compétences qui seraient en chacun de nous, les mundurukus n'auraient pas encore inventé le minimum d'outils de langage pour calculer exactement : ils n'auraient pas de mot pour des nombres exacts comme 10, 11, 12... mais plutôt des mots pour dizaine, vingtaine, trentaine.

Des comparaisons d'Olivier Keller entre des systèmes de dénomination des nombres entiers petits sont évocatrices de ce qu'a pu être une évolution de systèmes primitifs de base 5 (doigts-main) vers un système à base 10 (mains-pieds) ou à base 20 (mains-pieds-indiens).

Par exemple, les Zunis, qui vivent au nord du Nouveau Mexique, n'ont pas de nom spécial pour les petits nombres et ne peuvent pas aller facilement au-delà de 10.

Zunis	
1	pris pour commencer
2	levé avec le précédent
3	le doigt qui divise également
4	tous les doigts levés sauf un
5	l'entaillé
6	un autre ajouté à ce qui est déjà compté
7	deux amenés et levés avec le reste
10	tous les doigts
11	tous les doigts et un en plus levés

On voit que 10 ne joue pas pour les Zunis un rôle d'unité pour compter de plus grands nombres

Des indiens du Paraguay n'ont pas cette difficulté et peuvent aller jusqu'à 20 sans difficulté.

Paraguay	
1	mot spécial
2	mot spécial
3	composé de un et deux
4	les deux côtés pareils
5	une main
6	un autre ajouté
10	tous les doigts
11	arrivé au pied, un
16	arrivé à l'autre pied, un
20	fini les pieds

Arrivés à 20, ces Indiens sont un peu devant le même problème que les Zunis quand ils arrivent à 10.

Un système plus évolué se rencontre chez les Tamanac du Vénézuéla.

Tamanac	
1	mot spécial
2	mot spécial
3	mot spécial
4	mot spécial
5	une main entière
6	un de l'autre main
9	quatre de l'autre main
10	les deux mains
11	un du pied
15	tout un pied
16	un de l'autre pied
20	un indien

Faire correspondre un indien au nombre 20 permet de compter facilement beaucoup plus loin : on va chercher un copain : 21 = un des mains d'un autre indien, 40=deux indiens, etc. Ce système semble expliquer la fortune de la base 20. D'ailleurs, il en reste quelques traces dans notre langue : quatre-vingts dans nos noms de nombres, six-vingts dans Molière, l'hôpital des Quinze-Vingts à Paris.

Certains ne vont pas beaucoup plus loin : il n'y aurait rien à compter avec, alors, à quoi ça servirait ? Des Papous (les Iqwaye) vont jusqu'à 500 en

base 20, avec des noms de plus en plus longs, ce qui rend les calculs difficiles : 500=autant de personnes que moi et la main d'une autre personne (20+5) avec leurs mains et leurs jambes, soit $25 \times 20 = 500$; des nombres de la forme $k \times 20 + 10 + l$ avec $1 \leq k < 19$, $l = 6, 7, 8, 9$ sont encore plus sportifs.

Notons des curiosités : les Yukis, un peuple indien de Californie dont il ne reste que peu de représentants, comptaient avec les espaces entre les doigts, dans un système de base 8 ; des Népalais, des Africains comptent en base 12. Les Yorubas utilisent la soustraction de 15 à 19 : $15 = 20 - 5$, $16 = 20 - 4$ et pour 50= trois vingtaines moins dix. . .

Les chasseurs-cueilleurs n'auraient pas eu besoin de développer leur usage des nombres ; c'est le cas par exemple des aborigènes australiens. Plus un peuple commence à pratiquer un peu d'agriculture ou d'élevage, plus le besoin des dénombrements précis le conduisent à développer une numération efficace. Olivier Keller donne de nombreux exemples. Il a aussi écrit sur la géométrie avec la même démarche. Il est cependant temps de clore ce petit chapitre.

Chapitre 3

Mesure de la Terre

Ce chapitre s'appuie en partie sur des travaux réalisés avec un groupe IREM, en particulier un article de Pascal Quinton¹ dont je reprends des passages. Le thème de la mesure de la Terre peut donner lieu à diverses activités mathématiques dans les classes de lycée, permettant d'illustrer diverses notions figurant au programme de ces classes et donnant l'occasion d'une réflexion scientifique approfondie. L'histoire de la mesure de la Terre est extrêmement riche depuis plus de 2000 ans ; nous n'en pouvons donner que quelques épisodes.

3.1 La Terre est ronde

Imaginons nos ancêtres se promenant dans la campagne, au bord de la mer, au sommet d'une montagne. Celui d'entre eux qui auraient proclamé que la terre est sphérique serait certainement passé pour un fou. L'idée que la terre est ronde semble être née chez des Grecs des années -500 (école de Pythagore) et non de Galilée (il s'agit dans ce cas du mouvement de la Terre autour du Soleil). Un siècle auparavant, des gens comme Thalès pensaient la Terre plate.

Ptolémée est l'un des plus grands savants de l'Antiquité. Il vivait à Alexandrie dans les années 100-150 d'après les phénomènes astronomiques qu'il dit avoir observés. La traduction en arabe de sa *Syntaxe mathématique*, sous le nom d'*Almageste* a eu une influence considérable sur la science arabe et

1. Voir *Actes du 13^{ème} congrès Inter-IREM d'Histoire des mathématiques*, Rennes, 2000.

médiévale. Voici comment il discute de la forme de la Terre².

Que la Terre aussi, quand elle considérée dans son ensemble, soit sensiblement en forme de sphère, voici comment on pourrait le concevoir : le Soleil, la Lune et les autres astres, on peut le constater, ne se lèvent pas (ou ne se couchent pas) au même instant pour tous les hommes sur Terre, mais ils le font toujours plus tôt pour ceux qui habitent vers l'orient, toujours plus tard pour ceux qui habitent à l'occident. En effet, nous découvrons que les observations d'éclipses, et tout particulièrement celles de la Lune, qui sont pourtant faites au même instant, ne sont pas rapportées partout à la même heure (c'est-à-dire à égale distance par rapport au midi), mais que les heures notées par les plus à l'est des observateurs sont toujours plus tardives que celles notées par les plus à l'ouest. Et puisque la différence des heures est trouvée proportionnelle à la distance entre les lieux, c'est à bon droit que l'on peut assumer que la surface de la terre est sphérique, parce que sa surface arrondie d'une manière homogène (lorsqu'elle est prise comme un tout) masque [des parties du ciel] pour [les observateurs] successifs d'une manière proportionnelle. Or, si la Terre présentait quelque autre forme, cela n'arriverait pas, comme le montrent les considérations suivantes.

Si la Terre était concave, les astres en se levant apparaîtraient d'abord aux habitants les plus proches de la région du couchant ; si elle était plate, [les astres] se lèveraient et se coucheraient en même temps pour tous les habitants de la Terre ; si elle avait la forme d'un triangle ou d'un quadrilatère ou de quelque autre parmi les polygones, de nouveau [les astres se lèveraient et se coucheraient] de la même façon et au même instant pour ceux qui habitent sur la même surface plane : or on voit bien que cela ne se produit en aucune façon.

Que la Terre ne peut pas non plus être en forme de cylindre, de telle sorte que la surface incurvée soit tournée vers le levant et le couchant, tandis que les côtés plats qui forment les bases seraient dirigés vers les pôles de l'univers, comme certains pourraient l'accepter comme étant tout à fait plausible, voici qui le montre. Pour aucun des habitants de la surface incurvée, aucun des astres ne serait toujours visible, mais ou bien tous et se lèveraient et se coucheraient pour tous les hommes, ou bien les mêmes astres, distant d'une distance déterminée de chacun des deux pôles, seraient toujours invisibles pour tous les hommes. Or dans la réalité, plus nous nous avançons vers le

2. Traduction de A. Segonds et J.-P. Verdet. Textes essentiels. Astronomie et Astrophysique

nord, plus nombreuses parmi les étoiles du sud sont celles qui deviennent cachées, plus nombreuses au contraire parmi les étoiles du nord celles qui apparaissent ; cela montre donc clairement que la courbure de la terre, cachant régulièrement les astres dans la direction nord-sud dans tous les cas, établit que la forme [de la Terre] est de type sphérique.

À cela s'ajoute encore le fait suivant : si nous faisons voile vers des montagnes ou quelque endroit élevé, depuis quelque direction que ce soit, nous voyons leur grandeur s'accroître petit à petit, comme s'ils surgissaient de la mer elle-même, alors qu'auparavant ils y étaient plongés comme à cause de la courbure de la surface de l'eau.

Je laisse aux lecteurs et lectrices le soin de se convaincre par des dessins des différents arguments de Ptolémée.

Il ne faut pas oublier ce qui se passe à la période médiévale : on oublie les connaissances de l'Antiquité, on ne lit plus les textes grecs anciens ; les élites cultivées (Saint Augustin, Isidore de Séville, etc.) conçoivent de nouveau la Terre plate comme l'indique la Bible ; elle a la forme d'un disque et son centre est Jérusalem.

3.2 Mesure de la circonférence terrestre par Ératosthène

Une autre idée vraiment extraordinaire est de penser que, puisque la Terre est ronde, on pourrait la mesurer. Son étendue autour de nous semble un obstacle insurmontable. Cependant, la solution d'Ératosthène est extrêmement simple.

Ératosthène a vécu à Alexandrie, en Égypte, de 273 à 192 avant Jésus-Christ. On lui doit en particulier la méthode de recherche des nombres premiers à l'aide de son fameux crible.

Voici comment Jean-Étienne Montucla (1725-1799) raconte, dans sa monumentale *Histoire des mathématiques*, publiée à partir de 1758, la vie d'Ératosthène :

Ératosthène fut un de ces hommes rares dont le génie étendu embrasse tous les genres de savoir : orateur, poète, antiquaire, mathématicien et philosophe... Ce vaste savoir le fit choisir par le troisième Ptolémée pour son bibliothécaire, emploi qu'il exerça jusqu'à l'âge de quatre vingt ans, où, las d'une vie infirme et languissante, il la termina en se laissant mourir de faim.

Il eût été plus philosophique d'attendre la mort de pied ferme.

Philosophique ? C'est Montucla qui le dit.

Montucla décrit ensuite la manière dont Ératosthène a effectué sa mesure ; Syène est le nom grec d'Assouan (là où Nasser fit construire le second barrage d'Assouan, l'un des plus grands du monde, il y a 50 ans).

Il y avoit à Syène, un puits profond qui étoit entièrement illuminé à midi, le jour même du solstice d'été. Ératosthène l'avoit remarqué ; et comme à 300 stades à la ronde les hauteurs verticales ne jettoient pas d'ombre à ce moment, il en concluoit que Syène étoit précisément sous le tropique du Cancer. Il supposoit ensuite que Syène et Alexandrie étoient l'une et l'autre sous le même méridien et il estima leur distance de 5000 stades. Il ne s'agissoit plus que de connoître quelle partie du méridien terrestre étoit l'arc compris entre ces deux villes. Pour y parvenir, il attendit à Alexandrie le midi du jour du solstice, moment où le soleil étoit absolument vertical à Syène ; et (...) il mesura l'arc intercepté entre le soleil alors au zénith de Syène et le zénith d'Alexandrie. Il le trouva par-là d'une 50-ème partie de la circonférence, d'où il conclut que la grandeur du degré terrestre étoit de 250 000 stades.

On peut schématiser ainsi la situation. On a représenté le méridien passant par Alexandrie (point A) et Syène (point B). Ce méridien est un cercle dont le centre O est le centre de la terre.

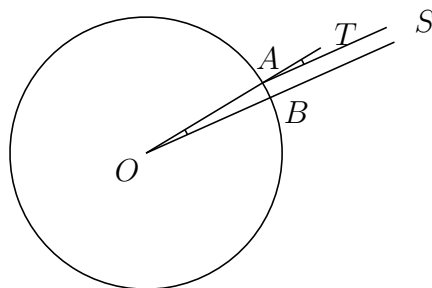


FIGURE 3.1 – La mesure d'Ératosthène.

Les droites (OAT) et (OBS) sont les verticales d'Alexandrie et de Syène, les rayons (SA) et (SB) sont parallèles, donc l'angle $\widehat{AOB}$ est égal à l'angle $\widehat{SAT}$. Ératosthène donne la valeur de ce dernier angle : $7^{\circ}12'$, soit exactement $360^{\circ}/50$. Comme il sait que la distance de Syène à Alexandrie est de 5 000 stades, la circonférence de la terre est de $50 \times 5\,000 = 250\,000$ stades. La valeur finale d'Ératosthène est 252 000 stades pour avoir un nombre entier de

stades par 60-ième de circonférence : 4 200 stades (la division du cercle en 360 parties s'impose un siècle plus tard). On voit bien qu'Ératosthène a arrondi les distances et les angles, a supposé la concordance exacte des méridiens de Syène et Alexandrie. Le problème principal est qu'aucun document ne permet de préciser la valeur du stade : on peut hésiter entre des valeurs très différentes, donnant pour le tour de la terre entre 24000 km et 46000 km, ce qui serait malgré tout de beaux résultats.

La figure que nous avons tracée suppose de savoir que la terre est ronde et que le soleil est comme à l'infini. George Gamow (1904-1964), un brillant cosmologiste, expliquait, dans un de ses livres de vulgarisation, *Une étoile nommée soleil*, apparemment sérieusement, qu'Anaxagore (-500 à -428) ayant déjà les données précédentes, mais supposant la terre plate et le soleil à distance finie, voyait le triangle SAB rectangle en B et, trouvant $\widehat{SAT} = 7^\circ 12'$, en déduisait $\widehat{SAB} = 82^\circ 48'$, puis $SB \approx 6500$ km. Cela a tellement l'air de la vérité que l'histoire est maintenant donnée comme vraie par des programmes et des manuels de physique français !

Signalons enfin que la mesure de la Terre retenue au Moyen-ge était plus petite que la mesure d'Ératosthène, seulement 180 000 stades. Certains supposent que Christophe Colomb, connaissant la distance de l'Extrême Orient par les routes de l'est, a pu en déduire qu'il n'était pas si loin que ça par l'ouest et lancer ses Caravelle vers l'ouest. Il est mort persuadé d'avoir réussi.

3.3 Galileo Galilei (1564-1642)

Son prénom est Galilei, son nom Galileo, son père, Vincenzo (1520-1590) est un musicien connu.

Galilée est connu pour ses expériences sur la chute des corps et pour en avoir énoncé la loi. Il est connu pour sa condamnation (le 22 juin 1633), pour avoir osé affirmé son soutien au système de Copernic dans lequel la Terre perd sa place centrale au profit du Soleil. On sait qu'il fut assigné à résidence jusqu'à la fin de sa vie. C'est alors qu'il écrit *Discours concernant deux sciences nouvelles*, jetant les bases de la mécanique rationnelle. C'est là que, pour établir les lois du mouvement uniformément accéléré, il reprend les méthodes d'Archimède, déduisant une égalité d'aires de l'égalité de segments se correspondant, restant aux portes du calcul intégral.

Une citation de Galilée est célèbre, à la fois parce qu'elle fait plaisir à l'ego des mathématiciens et surtout parce qu'elle annonce d'une façon visionnaire

la naissance de la démarche scientifique moderne :

La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire l'univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il a été écrit. Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot. (Il Saggiatore, L'Essayeur, 1623).

Dans ce chapitre, Galilée nous intéresse par ses travaux de 1609-1610.

En mars 1610, Galilée publie le *Siderus Nuncius*, le *Messenger céleste*. Il y raconte comment il a obtenu en quelques semaines *des observations infiniment stupéfiantes* et nous allons voir qu'il a absolument raison.

En mai 1609, il a entendu parler de lunettes astronomiques construites depuis peu par des Hollandais ; il en fabrique lui-même une grossissant 30 fois et pense tout de suite à l'utiliser pour étudier le ciel la nuit.

Il la dirige vers la lune : une partie est éclairée par le soleil, l'autre pas ; la ligne de séparation ne lui apparaît pas régulière et il y a de petites zones éclairées dans la zone sombre. Galilée comprend que le phénomène est ana-

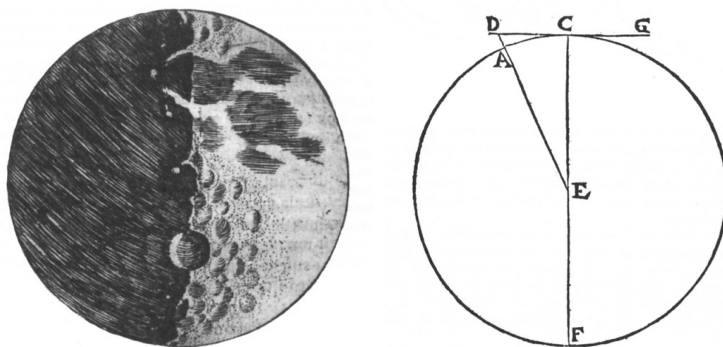


FIGURE 3.2 – Galilée, dessins de la lune et calcul de la hauteur des montagnes, décembre 1609.

logue à celui du soleil éclairant au couchant les sommets entourant une vallée déjà plongée dans l'obscurité. Galilée connaît des estimations du diamètre de la Terre et, par conséquent, du diamètre de la Lune. Il en déduit (voir la figure 3.2) la hauteur d'une montagne lunaire : 4,987 miles, soit 7371 mètres, résultat remarquable de précision que Galilée accompagne d'un commentaire

étonnant pour nous : *sur la terre, il n'existe pas de montagnes d'un seul mille à la verticale* ; on a donc connu la hauteur des montagnes de la lune, avant de connaître celle des montagnes des Alpes !

Puis Galilée découvre que la voie lactée est un *troupeaux* d'étoiles :

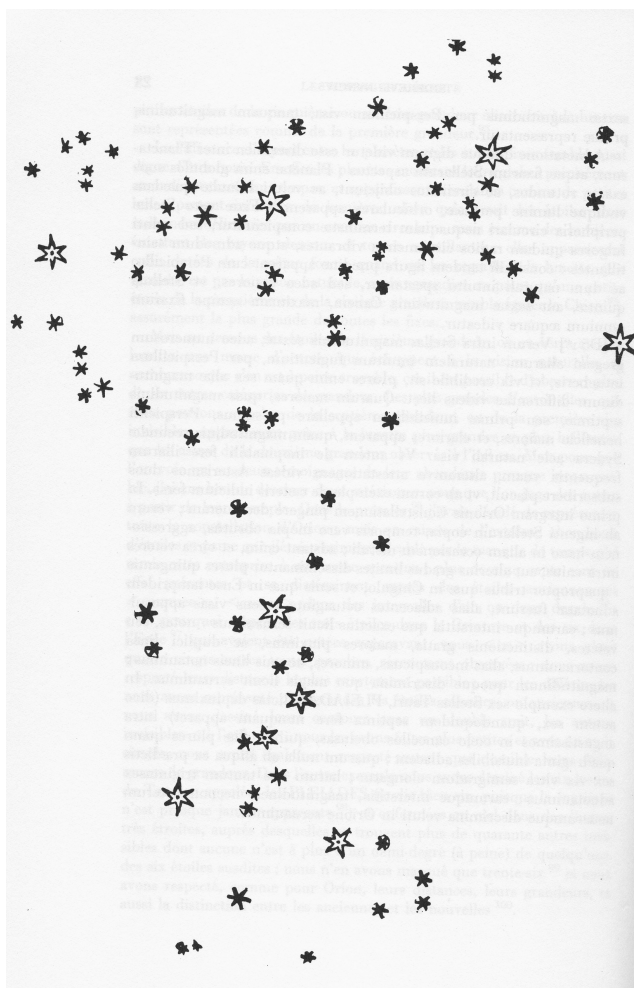


FIGURE 3.3 – Galilée, la voie lactée, décembre 1609.

Enfin, encore plus extraordinaire : *le 7 janvier 1610, à une heure de la nuit, comme j'observais le ciel à la lunette, Jupiter se présenta et ... je reconnus que trois petites étoiles, assurément menues, mais très brillantes, étaient près de lui.*



FIGURE 3.4 – Galilée, Jupiter la nuit du 7 janvier 1610.

Il les observe le 8 janvier : ce n'est plus la même disposition !



FIGURE 3.5 – Galilée, Jupiter la nuit du 8 janvier 1610.

Est-ce simplement parce que Jupiter a bougé ou y a-t-il autre chose ? Galilée attend impatiemment la nuit suivante : c'est nuageux et il ne peut rien voir. Enfin, le 10, il voit que les points brillants accompagnent toujours Jupiter.



FIGURE 3.6 – Galilée, Jupiter la nuit du 10 janvier 1610.

il les observe nuit après nuit : il est en train de découvrir les satellites de Jupiter : Ainsi la Terre n'était pas la seule planète du système solaire à avoir un satellite ! Découverte immense pour l'époque et que Galilée s'empresse de publier.

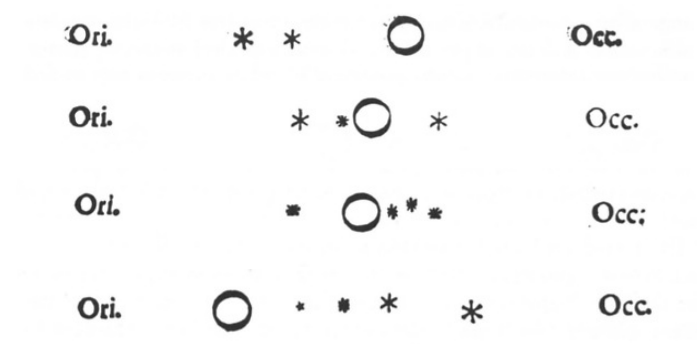


FIGURE 3.7 – Galilée, Jupiter les nuits du 11 au 14 janvier 1610.

3.4 La mesure de Picard

L'abbé Jean Picard (1620-1682)³ est né à La Flèche⁴. Comme Mersenne et Descartes, il étudie au collège de sa ville, l'un des meilleurs de France à cette époque. Il va ensuite à Paris, assiste l'astronome Pierre Gassendi (1592-1655) dans les années 1645-1655, puis devient professeur au collège de France. Nous avons dit qu'il fait partie des premiers membres de l'Académie des Sciences en 1666. Il semble avoir été particulièrement remarquable dans la qualité des appareils qu'il mettait au point et la précision de ses mesures.

Colbert souhaitait une carte de France plus précise pour la bonne gestion du royaume. L'Académie des Sciences charge Picard d'un premier travail, préalable l'établissement de cartes détaillées, la mesure de la longueur du degré du méridien à la latitude de Paris. Les mesures de Picard seront exécutées au cours des années 1669-1670 pour, écrit Picard, *l'utilité de la Géographie en ce qui concerne les différences des Longitudes, mais particulièrement encore pour l'usage de Navigation, d'autant plus que jusqu'à présent, personne ne s'était avisé de se prévaloir du grand avantage qu'on pouvait tirer des Lunettes d'approche pour l'exécution de ce dessein...*

Picard a écrit un compte rendu détaillé de son travail. Il y donne un

3. L'une de mes références principales pour la suite de ce chapitre est : Le vallois J.-J., *Mesurer la Terre 300 ans de géodésie française De la toise du Châtelet au satellite*, Presses des ponts et chaussées, 1988.

4. Pour cette mesure, voir Pascal Quinton, Activités mathématiques à propos de la mesure de la terre, in *4000 ans d'histoire des mathématiques*, Actes du treizième colloque Inter-IREM, IREM de Rennes, 2000.

historique des mesures de la Terre avant la sienne ; nous avons déjà cité ce qu'il dit de Fernel.

Le résultat et l'unité

Picard suppose encore la Terre sphérique. Son résultat est remarquable. Il obtient 57 060 toises pour un degré, soit 40 036 kilomètres. Mais il nous reste une incertitude concernant ce résultat, c'est celui de l'unité de longueur utilisée. Picard explique : *La toise. . . que nous avons choisie comme la mesure la plus certaine et la plus usitée en France, est celle du grand Châtelet de Paris, suivant l'original qui en a été nouvellement rétabli. Il s'agissait en fait d'une barre de métal encastrée dans un mur du grand Châtelet qui occupait la place du même nom actuelle. Cette barre était utilisée par tous ceux qui devaient vérifier leurs mesures à Paris, tapissiers, drapiers, etc. Quelques années plus tard, l'original avait été abîmé et il était impossible de déterminer avec précision sa longueur*

La rondeur de la Terre est moins altérée par les inégalités des montagnes, que celle de l'orange la plus fine par le grain de son écorce. . . explique Picard (les oranges étaient rares à son époque), justifiant le nécessaire recours à la géométrie pour mesurer une distance si considérable.

Le matériel

Le matériel de Picard est bien plus précis que celui de ceux qui l'ont précédé. Maupertuis en fait encore l'éloge en 1740. Picard explique que Snel a eu raison de rendre les pinnules responsables des erreurs de ses mesures : *au travers desquelles. . . un objet gros de plusieurs minutes n'était vu que comme un point, & encore avec peine*. Expliquons : l'alidade (mot d'origine arabe) est une règle portant à ses extrémités des pinnules, petites plaques fixées verticalement et comportant des fentes longitudinales de formes diverses. Les pinnules permettaient de diriger l'alidade dans une direction en alignant un objet éloigné avec les pinnules. L'alidade était fixée au centre d'un arc de cercle de plus ou moins grand rayon et gradué ; on pouvait donc connaître la direction de l'objet éloigné.

Comme la direction déterminée à l'aide des pinnules n'était pas connue avec une précision suffisante, Picard utilise un nouveau dispositif, dont *on s'est avisé depuis quelques années* : remplacer les pinnules par des lunettes



FIGURE 3.8 – Pinnule.

d'approches, un dispositif qui le satisfait entièrement. La figure voir figure 3.9 reproduit l'appareil de Picard⁵; le quart de cercle est ici placé verticalement; on distingue, horizontale, la lunette dont parle Picard. Pour les mesures d'angles de la triangulation, l'appareil devait être parfaitement horizontal. *L'instrument a donné les angles avec tant de justesse, que sur le tour d'horizon pris en cinq ou six angles, on n'a jamais trouvé qu'environ une minute de plus ou de moins qu'il ne fallait, & que souvent aussi l'on a approché du compte juste, à cinq secondes près.*

On ne peut décrire toutes les précautions de Picard pour assurer la qualité de son matériel et la précision de ses mesures. Il en parle longuement dans son texte; notons juste, ce qui frappe le plus, l'installation d'un dispositif pour éviter que le vent ne perturbe le fil à plomb.

La chaîne de triangles

Dans le dessein que l'on s'était proposé de travailler à la mesure de la Terre, on a jugé que l'espace contenu entre Sourdon en Picardie, & Malvoisine dans les confins du Gâtinois et du Hurepoix, serait très commode pour l'exécution de cette entreprise; car ces deux termes sont distants l'un de l'autre d'environ trente-deux lieues, sont situés à peu près dans un même méridien, & l'on avait su par plusieurs courses faites exprès, qu'ils pouvaient être liés par des triangles, avec le grand chemin de Villejuive à Juvisy, lequel chemin étant pavé en droite ligne sans aucune inégalité considérable... est

5. Dans sa grande entreprise de reproduction de textes anciens, Google présente en particulier le livre de Picard; si le texte est bien reproduit, les quatre planches sont décevantes: la photocopie les coupe de moitié.

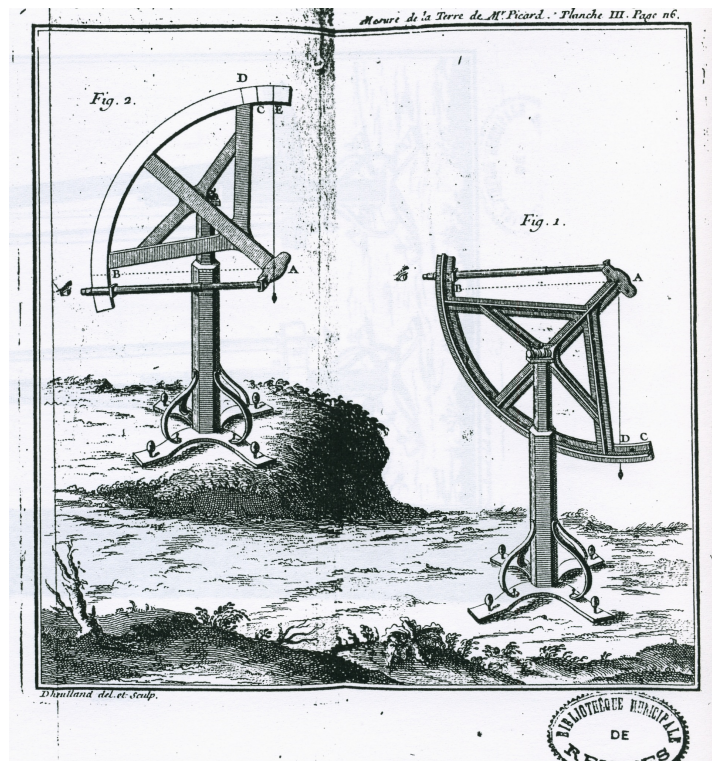


FIGURE 3.9 – L'appareil de Picard.

propre pour servir de base fondamentale à toute la mesure...

Il y a 13 triangles principaux (voir figure 3.10) et quelques triangles supplémentaires ;

les sommets $A, B, \dots, Y$ sont des points choisis par Picard de telle façon qu'on puisse mesurer sans difficulté les angles des triangles ABC, ACD , etc. Ces points sont donc visibles de loin, et facilement identifiables. En voici la liste.

A est le milieu du moulin de Villejuive.

B le plus proche coin du pavillon de Juvisy.

C la pointe du clocher de Brie-Comte-Robert.

D le milieu de la tour de Monthléry.

E le haut du pavillon de Malvoisine.

F une pièce de bois dressée exprès au haut des ruines de la tour de Monjay, & grossie de paille.

G le milieu du Tertre de Mareuil, où l'on a été obligé de faire des feux pour le marquer.

H le milieu du gros Pavillon en ovale du Chaâteau de Dammartin.

I le Clocher de Saint Samson de Clermont.

L le clocher de Coivrel.

M un petit arbre sur la Montagne de Boulogne proche Montdidier.

N le Clocher de Sourdon.

O un petit arbre fourchu sur la Butte du Griffon, proche Villeneuve Saint Georges.

P le clocher de Montmartre.

Q le clocher de saint Christophe proche Senlis.

V le Clocher de Notre-Dame d'Amiens.

On peut retrouver la localisation de la plupart de ces points sur une carte actuelle.

La mesure de la base

La mesure de la base est un tour de force. Le *grand chemin de Villejuive*⁶ à Juvisy est aujourd'hui un tronçon de 11 kilomètres de la nationale 7 ; il est en ligne droite, à l'exception d'un écart dû à l'aéroport d'Orly. Pour le mesurer, Picard fait tailler quatre poteaux de bois de deux toises chacun, les unit deux par deux pour faire des mesures de quatre toises. *L'ordre que l'on garda en mesurant, fut que lorsqu'une des mesures avoit été posée à terre, l'on y joignoit l'autre, bout à bout le long d'un grand cordeau ; puis on relevait*

6. Villejuif aujourd'hui.

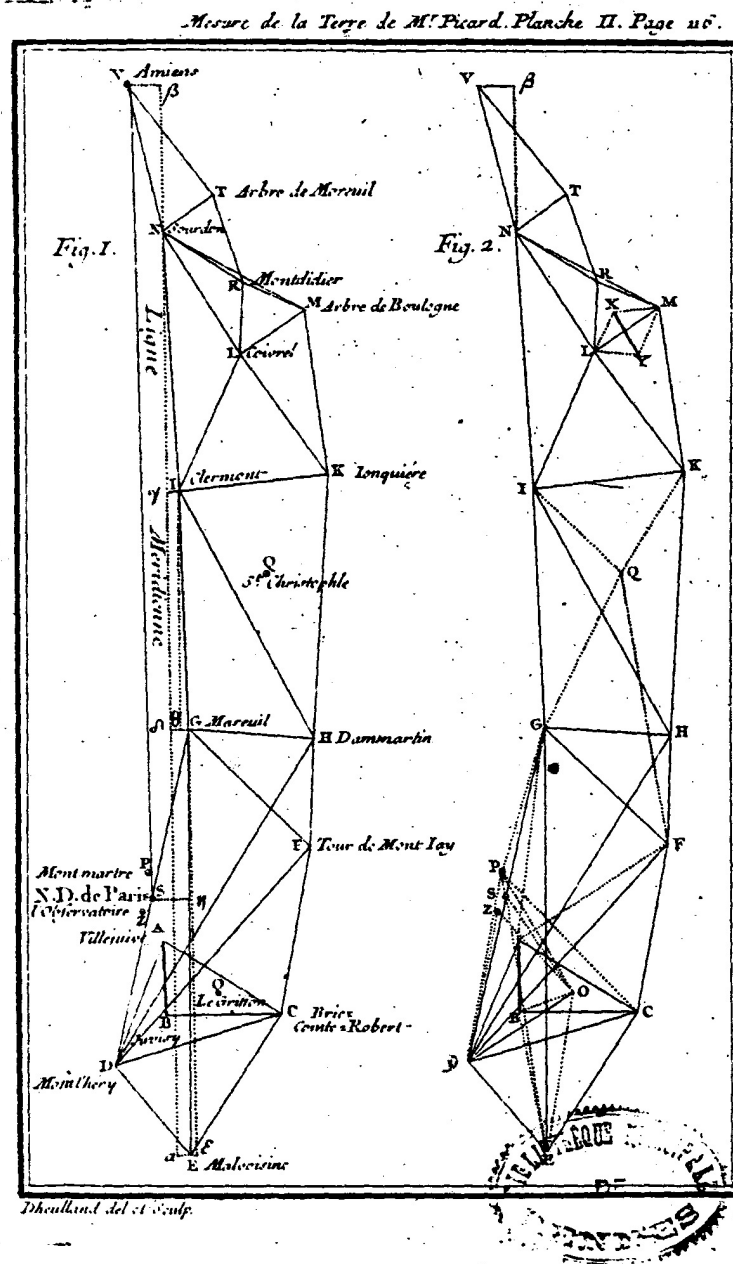


FIGURE 3.10 – Les triangles de Picard.

la première, et ainsi de suite... La mesure est faite deux fois ; Picard trouve 5662 toises cinq pieds en allant, 5663 toises un pied en revenant. Il prend la moyenne : 5663 toises, soit 11 kilomètres et 37 mètres 43.

Pour vérifier sa mesure, Picard mesurera une seconde base proche d'Amiens et de 3902 toises.

La détermination des triangles

En général, Picard mesure les trois angles de ses triangles et s'arrange quand la somme des trois angles ne fait pas exactement 360 degrés (il augmente par exemple de 10 secondes l'angle DFC). Parfois, il ne peut calculer l'un des trois angles, ne pouvant placer son quart de cercle dans les clochers de Saint Christophe et de Coivrel, *mais nous avons pris tant de soin à bien observer les autres angles, & l'Instrument donnait le tour d'horizon si justement, qu'il ne doit rester aucun doute là-dessus*. Picard donne le détail de ses résultats, sans indiquer les formules mathématiques utilisées ni ses méthodes de calcul.

Triangle ABC

Pour connaître le côté AC .

CAB $54^{\circ} 4' 35''$

ABC $95^{\circ} 6' 55''$

ACB $30^{\circ} 48' 30''$

AB 5663 toises de mesure actuelle.

Donc AC 11012 toises 5 pieds

Et BC 8954 toises

Triangle ADC

Pour connaître DC & AD

DAC $77^{\circ} 25' 50''$

ADC $55^{\circ} 0' 10''$

ACD $47^{\circ} 34' 0''$

AC 11012 toises 5 pieds

Donc DC 13121 toises 3 pieds

Et AD 9922 toises 2 pieds

Triangle DEC

Pour DE & CE

DEC $74^{\circ} 9' 30''$

DCE $40^{\circ} 34' 0''$

CDE $65^{\circ} 16' 30''$ DC 13121 toises 3 pieds

Donc DE 8870 toises 3 pieds

Et CE 12389 toises 3 pieds

Triangle DCF

Pour DF

DCF $113^{\circ} 47' 40''$

DFC $33^{\circ} 40' 0''$

FDC $32^{\circ} 32' 20''$

DC 13121 toises 3 pieds

Donc DF 21658 toises

Triangle DFG

Pour DG & FG DFG $92^{\circ} 5' 20''$

DGF $57^{\circ} 34' 0''$

GDF $30^{\circ} 20' 40''$

DF 21658 toises

Donc DG 25643 toises 3 pieds

Et FG 12963 toises 3 pieds

De proche en proche, Picard détermine donc les longueurs des côtés de tous ses triangles.

La mesure d'un arc de méridien

Picard mesure un arc de méridien passant par Sourdon. Il connaît exactement la position des points V, N, I, G, E . Il doit déterminer la direction exacte du nord et utilise l'astronomie. Il se place à Sourdon en septembre 1969 et pointe, de nuit, sa lunette vers la polaire ; comme c'est une étoile proche du pôle (la précession des équinoxes change lentement cette position), elle décrit un petit cercle dans le ciel, donc un arc de cercle dans la nuit. Picard a placé une sorte de petit treillis de fils dans sa lunette (ces fils sont un peu éclairés pour pouvoir les distinguer dans la nuit) ; il suit la polaire jusqu'à sa *plus grande digression*, où elle demeurerait un espace de temps assez sensible sans sortir du filet vertical de la lunette et bloque son instrument. Le matin, il peut déterminer la position du méridien par rapport aux autres éléments de sa figure. Il lui reste alors à projeter les points V, I, G, E sur le méridien (points $\beta, \gamma, \delta, \alpha$; l'arc α, β est un arc de méridien et Picard trouve sa longueur égale à 78 850 toises.

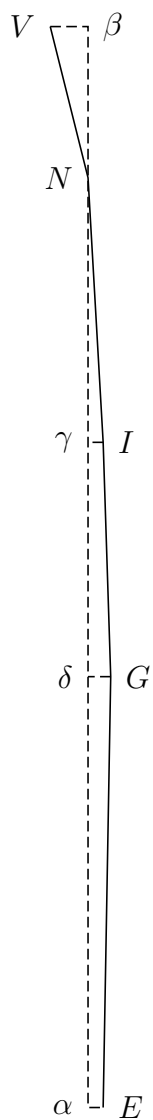


FIGURE 3.11 – Le calcul de la longueur de l'arc.

Picard détermine enfin avec beaucoup de soin les latitudes de V et E ; c'est une partie vraiment délicate car, comme le souligne Picard, une faible erreur sur les latitudes induit une forte erreur sur la longueur du méridien (1' d'erreur correspond à 951 toises). Picard obtient $1^{\circ} 22' 55''$ pour l'arc de méridien entre Malvoisine et Amiens. Il peut ensuite terminer, comme nous l'avons déjà indiqué, le calcul de la longueur totale du méridien : $78850 \times \frac{1}{1 + 22/60 + 55/3600}$ qu'il arrondit pour diverses raisons à 57 060 toises.

3.5 Importance de la mesure de Picard

Le premier des Cassini : Jean-Dominique

En 1669, sur les conseils de l'abbé Picard, Louis XIV fait venir à l'Académie des sciences Jean Dominique (Gio Domenico) Cassini (1625-1712), le plus grand astronome de son temps ; Cassini dirige le nouvel observatoire que Colbert fait construire au sud du Paris de l'époque, devient français, épouse une française ; cinq générations de Cassini seront astronomes en France.

Cassini venait de publier, en 1668, des tables (*Ephemerides Bononienses mediceorum siderum*) indiquant l'heure exacte des éclipses des satellites de Jupiter (Cassini en donnera une seconde édition, plus précise, en 1693). Ces tables résolvent pour la première fois le problème de la détermination des longitudes en mer, si important pour les navigateurs. L'idée est la suivante : en observant l'éclipse d'un satellite au cours d'un voyage, un navigateur connaît grâce aux tables l'heure exacte qu'il est à Paris au même moment, puisque l'éclipse se voit au même moment aux deux endroits. D'autre part, l'observation du soleil lui permet de connaître le midi de l'endroit où il se trouve ; la comparaison des deux mesures de temps permet au navigateur d'en déduire sa longitude, donc sa position.

Ce moyen de connaître sa longitude est assez difficile en réalité à mettre en œuvre ; il fut abandonné un siècle plus tard, les horlogers réussissant à construire dans les années 1750 des horloges ne déviant pas de l'heure à laquelle elles ont été réglées pendant plusieurs mois.

Voir plus loin une conséquence extraordinaire des tables de Cassini.

Le voyage au Danemark

En 1671, Picard fait un voyage au Danemark. Il va dans l'île de Hven, là où Tycho Brahé avait son observatoire et constate avec tristesse qu'il n'en reste rien. Il fait la connaissance de Olaf Römer qu'il invite à Paris.

La mesure de la distance Terre-Soleil

En 1672, l'astronome Jean Richer fait le voyage de Cayenne. Le 5 septembre, il observe Mars, en même temps que Cassini à Paris. C'est le moment où le Soleil S , la Terre T et Mars M sont alignés dans cet ordre et où la distance TM est minimale, ce qui se produit tous les 15 ans environ ; O désigne de le centre de l'orbite de Mars.

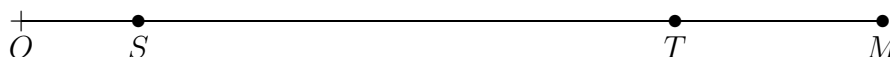


FIGURE 3.12 – La configuration lors des mesures de Richer et Cassini.

On sait en effet que l'orbite de Mars est elliptique et que le soleil en est un des foyers. La découverte de la forme elliptique Tycho-Brahé. Mais Tycho-Brahé avait conçu un modèle de système solaire où la Terre était fixe, où le Soleil tournait autour de la Terre et où les planètes autres que la Terre avaient des orbites circulaires. Il indiqua cette contradiction à Johann Kepler (1571-1630). Après plusieurs années de calculs, Kepler énonça ses fameuses lois (en 1609) décrivant les mouvements elliptiques des planètes autour du Soleil. Quatre vingts ans plus tard, Newton allait expliquer ces lois à partir de sa loi de gravitation universelle.

Le principe de la détermination de la distance TM au moment choisi par Richer et Cassini est très simple et s'appuie sur la mesure de Picard. On mesure au même moment à Cayenne C et à Paris P l'angle entre la direction de Mars et la direction d'une étoile très voisine E . On obtient des angles (très petits) MCE et PCE ; on en déduit CMP : c'est la somme de ces deux angles : il vaut $25''$.

La connaissance de la distance entre Cayenne et Paris, par la mesure de Picard, donne alors la distance de Mars à la Terre au moment des observations. Des calculs assez simples en utilisant les lois de Kepler permettent

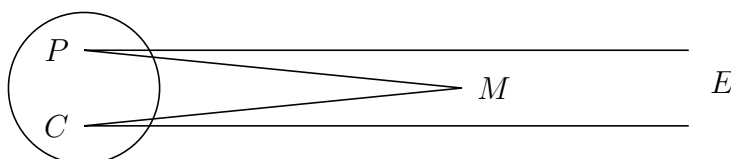


FIGURE 3.13 – Mesure de la parallaxe de Mars.

d'en déduire la distance de la Terre au Soleil ; le résultat de cette mesure (exprimé en toises à l'époque), publié en 1679, donne 146 millions de kilomètres, résultat très proche de la valeur actuelle, si c'est bien celui qui est obtenu (je n'ai pu le vérifier).

La vitesse de la lumière : Olaf Römer

Cassini avait bien observé des irrégularités dans ses tables, mais c'est Römer qui va, en 1675, jusqu'au bout des observations de Cassini. Considérons la figure suivante.



FIGURE 3.14 – Figure pour comprendre la démarche de Römer.

Dans la figure sont représentés le Soleil S , la planète Jupiter J , son satellite Io s et les positions T_1 et T_2 de la Terre diamétralement opposées et en alignement avec Jupiter. Römer constate que les tables donnent 16 minutes de différence entre les occultations de Io quand la Terre est en T_1 et quand la Terre est en T_2 ; il comprend que cette différence correspond au temps mis par la lumière pour parcourir la distance T_1T_2 . Comme cette distance est maintenant connue, il devrait en déduire que la vitesse de la lumière est de $146\,000\,000 / 16 \times 60 = 304\,000$ km par seconde (avec nos unités), mais la valeur citée par mes sources secondaires est 350 000.

La carte de France

Picard poursuit son travail sur la carte de France. La méthode des satellites de Jupiter lui permet de déterminer directement la position de nom-

breuses villes de France.

Le 6 février 1681, Picard envisage une carte de France précise obtenue avec ses méthodes de triangulation : *le dessein de faire la carte du Royaume par provinces, de la manière qu'on a commencé serait si long à exécuter qu'il n'y aurait pas lieu d'en voir la fin, il est certain que pour faire un bon assemblage de toutes les pièces après qu'elles seraient achevées, il en faudrait toujours venir à un châssis général, au lieu que ce châssis étant premièrement fait, il serait facile ensuite de le remplir... on pourrait commencer en faisant une route ou traverse depuis Dunkerque jusqu'à Perpignan qui sont à peu près dans le méridien de Paris...* Picard meurt l'année suivante et ce n'est pas lui qui continuera cette énorme entreprise.

La prodigieuse conséquence pour la théorie de la gravitation universelle

Isaac Newton (1643-1727) avait commencé à réfléchir sur le mouvement des corps célestes vers 1666. Il comprend que les lois de Kepler peuvent se déduire d'une loi d'attraction proportionnelle aux masses et inversement proportionnelle au carré de la distance et que cette loi donne des trajectoires elliptiques dans le cas de deux corps. Mais quand il applique sa loi au mouvement de la Lune, il ne trouve pas les résultats escomptés. L'erreur vient d'une erreur sur la dimension de la Terre, Newton pensant qu'un arc de méridien d'un degré mesure 60 miles, soit entre 96 et 97 kilomètres. Il abandonne donc provisoirement sa théorie. Quand il prend connaissance de la mesure de Picard, en 1682, il refait les calculs et constatent qu'ils décrivent merveilleusement la réalité. Fortement aidé par Edmund Halley (1656-1742, l'homme de la comète), Newton rédige les *Principia*, une œuvre scientifique majeure qui paraît en 1687.

Ainsi la mesure de Picard, faite à partir de quatre bouts de bois sur une route d'Ille de France a-t-elle conduit à mesurer le système solaire, estimer la vitesse de la lumière et justifier une des grandes théories de la physique !

Chapitre 4

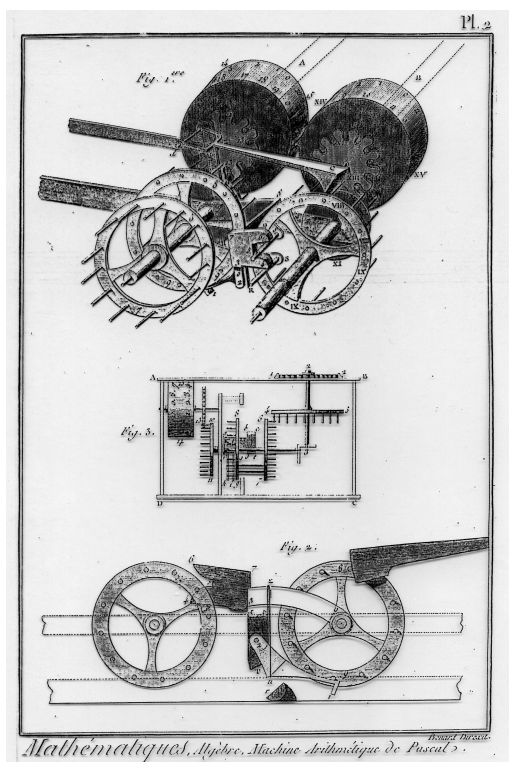
Histoire des calculateurs

4.1 La Pascaline

C'est certainement à Blaise Pascal (1623-1662) qu'on doit la première vraie machine à calculer, plus précisément à additionner et soustraire. La seule machine antérieure, une sorte d'horloge à poids construite en 1623 par Wilhelm Schickard, un astronome ami de Kepler, semble avoir été capable d'effectuer des additions, soustractions et quasi-automatiquement des multiplications, mais elle a brûlé en 1624.

Le père de Blaise, Étienne Pascal, est nommé commissaire délégué par le roi pour la levée des impôts et s'installe à Rouen le 2 janvier 1640 ; son fils l'aide pour les calculs longs et fastidieux liés à sa charge. Réfléchissant aux moyens d'alléger cette tâche, il étudie une machine permettant de faire facilement, rapidement et sans erreurs les calculs. Une cinquantaine de prototypes sont construits après beaucoup d'efforts et de réflexion. La difficulté principale était le problème des retenues dans les additions que Pascal résout au moyen d'un dispositif mécanique simple. Les premières machines ne comportaient que des roues décimales ; Blaise Pascal y adjointra des roues vigésimales et duodécimales pour compter avec les unités monétaires de l'époque, la livre valant 20 sous et le sou 12 deniers.

La sœur de Pascal souligne le côté absolument nouveau de l'invention : *d'avoir réduit en machine une science qui réside tout entière dans l'esprit* et la possibilité de calculer sans *savoir aucune règle d'arithmétique*.



De nombreuses machines seront proposées par la suite pour améliorer le modèle de Pascal comme celle de Leibniz, en 1675, qui effectue des multiplications. Colbert lui en commandera trois attribuées significativement au Roi, à lui-même pour les finances du royaume, aux astronomes de l'Observatoire. Leibniz conçoit même en 1680 une machine où les nombres sont écrits en base 2 mais ne peut la réaliser. L'idée de codage en binaire est déjà présente chez Bacon en 1605 qui y voit les avantages de transmissions au moyen d'objets ne présentant que deux états.

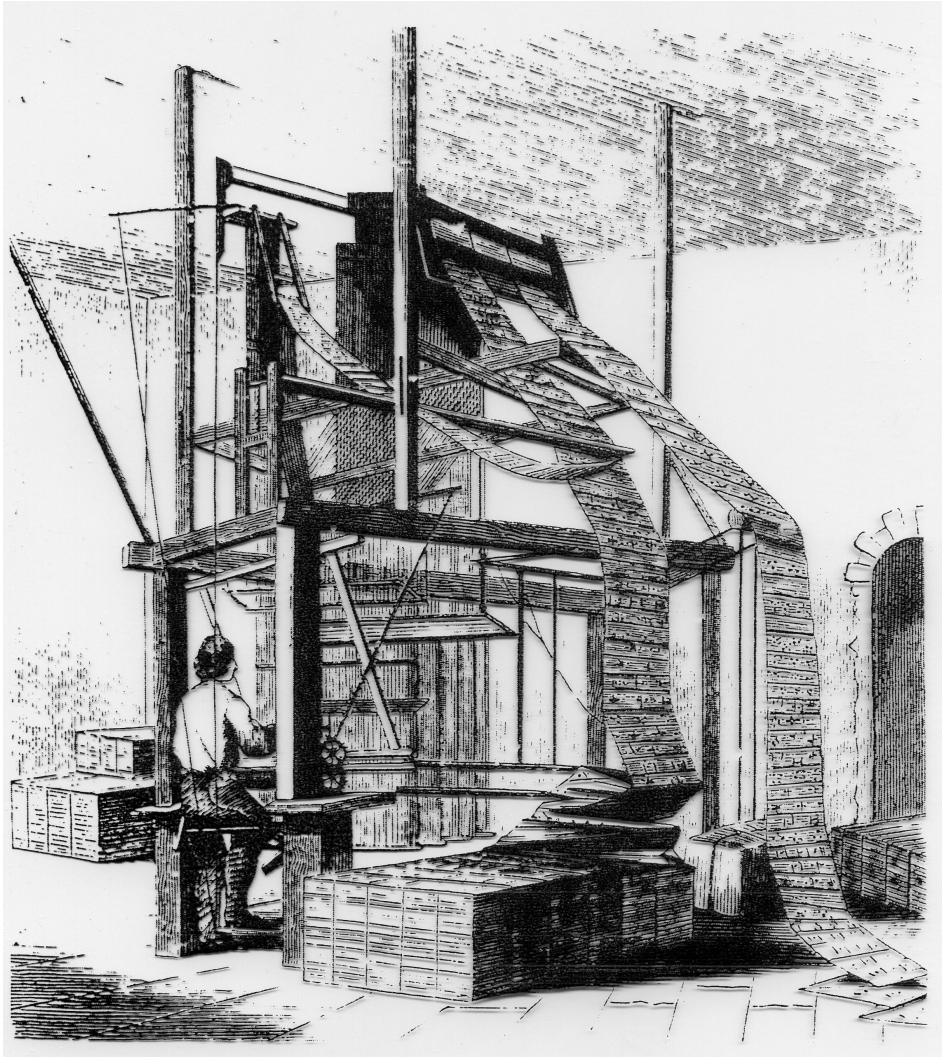
La règle à calcul est inventée en 1671 ; un siècle plus tard Cook l'utilise, estimant sa précision suffisante.

4.2 Le métier de Jacquard

Le 18ème siècle est le siècle de la construction de merveilleux automates et des progrès de l'horlogerie nécessaires pour la détermination précise des longitudes qui assure une navigation plus sûre. Dans un contexte tout à fait différent, l'automatisation des métiers à tisser conduit à l'invention de bandes

ou cartes perforées qui (B. Bouchon : 1725, J. de Falcon : 1728). Jacques de Vaucanson (1709-1782, le grand constructeur d'automates), de 1745 à 1755, perfectionne les métiers à tisser de Bouchon et Falcon, en les automatisant par hydraulique et en les commandant par des cylindres analogues à ceux de ses automates : 1745).

Jacquard construit , à la demande de Napoléon, le système en 1804 un métier à tisser révolutionnaire. Chaque carte commandait le filage d'une trame : seules les aiguilles en face des trous pouvaient passer pour actionner des crochets ; un empilage de cartes constituait un programme permettant de tisser une partie du tissu ; on pouvait le répéter si on voulait.



En 1812, 11000 métiers Jacquard fonctionnent en France. C'était la réalisation d'un rêve remontant à Aristote. La même année était conçu une version améliorée de la machine de Pascal : l'arithmomètre.

4.3 La machine de Babbage

Admirateur de Jacquard dont il conserve un portrait, l'anglais Charles Babbage (1792-1871) conçoit une machine : *la machine analytique* pleine d'idées fécondes mais qu'il ne réalisera jamais complètement. Dans ce projet, Babbage développe :

1) les unités d'entrée qui permettent d'indiquer à la machine l'algorithme à suivre ;

2) une unité de commande pour organiser l'exécution du travail dans la machine sans intervention extérieure, indiquant à la machine ce qu'elle doit faire en fonction des résultats qu'elle vient d'obtenir ou allant chercher un résultat dans la mémoire au moment opportun ;

3) une unité de mémoire, que Babbage appelle *store* et compare à un grenier à blé, pour stocker les résultats intermédiaires ou ceux à transmettre aux unités de sortie ;

4) une unité arithmétique et logique, que Babbage appelle *mill* (moulin) où il donne un rôle coissant aux cartes perforées de Jacquard, et qui peut itérer une séquence d'instructions ;

5) des unités de sortie pour afficher les résultats sous forme de cartes perforées, des dispositifs pour imprimer ou même pour tracer des courbes.

La fille de Lord Byron, Lady Ada Lovelace (1816-1852) est la première programmeuse du monde : elle écrit des programmes de calcul de fonctions mathématiques à partir des plans que lui adresse Babbage, critique les dispositifs qu'il imagine. Elle traduit, en 1842, en anglais le livre sur les travaux de Babbage rédigé par Ménébréa, un ingénieur militaire français qui avait rencontré Babbage à Turin, en 1840, où celui-ci exposait ses idées. Elle y ajoute de beaux commentaires : *la machine tisse les structures algébriques comme le métier de Jacquard tisse les feuilles*. C'est pour lui rendre hommage que Jean Ichbiah appelle ADA le langage de programmation développé pour le département américain de la défense en 1979.

La machine De Babbage est étudiée en 1878 par une commission dont Cayley : on propose de la modifier dans le but de calculer des déterminants, ce qui n'est pas une très bonne idée précise J.-L. Lions.

4.4 Nouveaux progrès

La machine conçue par Babbage est une machine numérique. A son époque, les machines analogiques représentaient l'avenir. Basées sur des propriétés mécaniques ou, à partir de 1912, sur celles du courant électrique, elles pouvaient calculer une fonction de manière continue ou déterminer ses coefficients de Fourier. Mais il y avait des difficultés :

1) contrairement à la machine numérique, il ne semble pas y avoir de montage universel qui permette de calculer une classe suffisamment large de fonctions ;

2) les résultats ne sont pas très précis ;

3) la mémorisation des résultats est difficile.

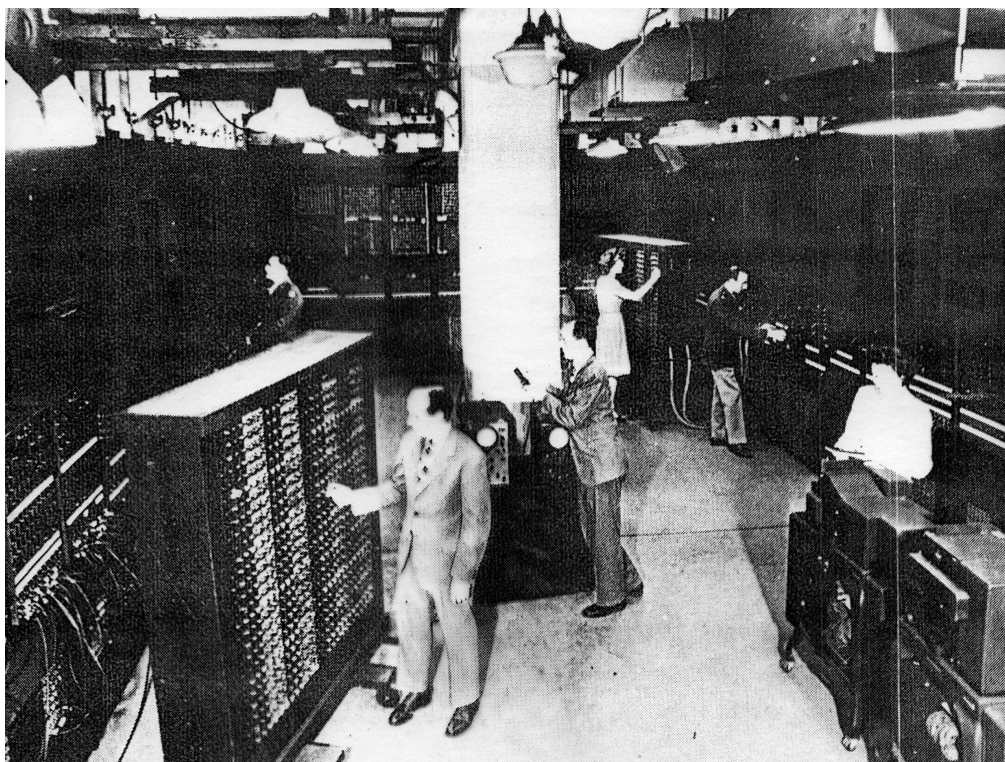
Une machine de ce type fonctionnera à Liverpool jusqu'en 1960 pour le calcul des marées.

C'est en 1889 que Léon Bollée, le fils du constructeur d'automobiles Amédée Bollée dont certaines voitures existent encore, construit une machine multipliant directement, sans additions successives, et c'est en 1912 que Monroë fabrique aux Etats-Unis une machine divisant directement.

Le début du 20ème siècle voit les progrès de la mécanographie, avec la mise au point de machines permettant de traiter les résultats de recensements, des problèmes de gestion ... Des sociétés qui fabriquent ces machines naissent la International Business Machine (IBM) en 1924, les machines Bull en 1933, du nom d'un ingénieur norvégien.

4.5 L'ENIAC et les premiers ordinateurs

Dans la conception des premiers ordinateurs, le rôle de mathématiciens de génie, tels John Von Neumann (1903-1957) et Alan Turing (1912-1954) est déterminant, en particulier pour la partie logique. Aux Etats-Unis, la construction de l'ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Calculator) avait pour but le calcul numérique. Chaque décimale d'un nombre utilisait dix tubes.



La programmation consistait, au début (1946), à changer (et cela prenait parfois plusieurs jours) les positions des fiches sur le tableau de connexion ; la consommation d'électricité était énorme et éteignait, disent certains, les lumières de tout un quartier de Philadelphie, les insectes (bugs) qui se posaient sur les tubes (19000) provoquaient des pannes. La machine pesait 30 tonnes, son équivalent actuel pèserait moins d'un gramme, dépensait 150 kwh, on y faisait cuire des œufs sur le plat et elle occupait 160 m².

L'effort de l'Angleterre pour décrypter les messages allemands codés par la machine ENIGMA avait conduit une équipe de plus en plus nombreuse (7000 personnes à la fin de la guerre) sous la direction, parmi d'autres, du mathématicien Alan Turing, spécialiste de la logique, à concevoir des machines adaptées à ce travail d'une importance extrême en temps de guerre. Les machines construites à Bletchley Park, Colossus à la fin de 1943, Colossus II le 31 mai 1944 sont parmi les premiers ordinateurs. Des problèmes mécaniques apparurent : fragilité des bandes de papier, inflammation dues à l'échauffement des relais qui conduisit à recourir à des tubes, etc. Cependant,

Colossus n'était pas prévu pour faire des multiplications...

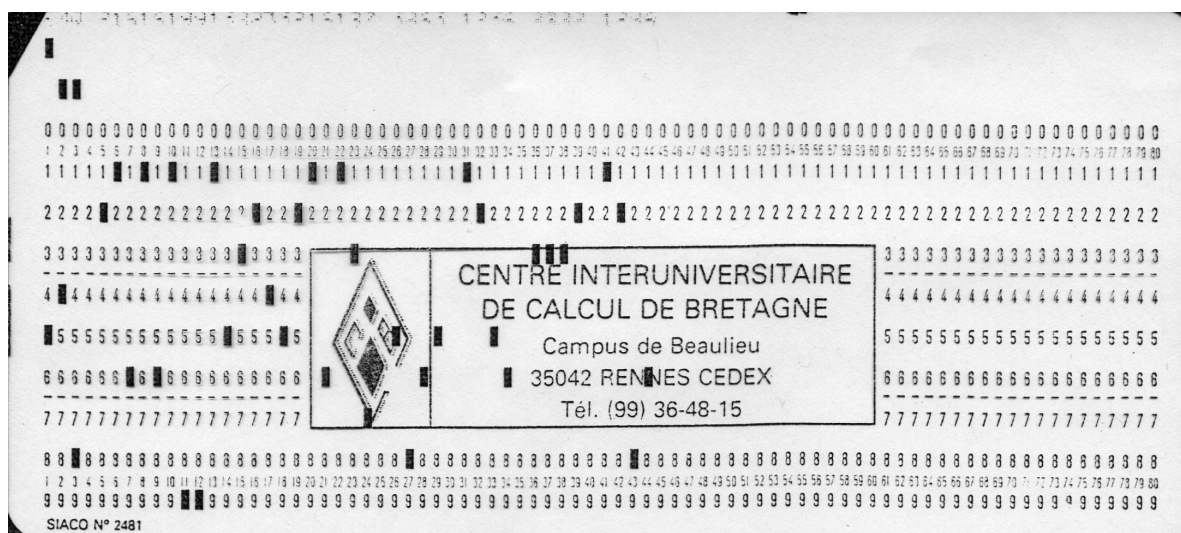
Des ingénieurs très dynamiques assurent au matériel français une place intéressante : F. H. Raymond constructeur du premier ordinateur français : CUBA pour l'Armée en 1952, M. Franklin, B. Leclerc, ..., P. Dreyfus (inventeur du mot : informatique), constructeurs des GAMMA chez Bull dans les années 50.

Les premiers langages sont proposés en 1958 : le FORTRAN dû à Backkus, le LISP dû à Mac Carthy. Le premier coprocesseur est fabriqué par Intel à partir de 1971.

4.6 La généralisation de l'informatique

C'est vers 1960 que l'industrie automobile commence à se doter de moyens informatiques. Par exemple, un jeune ingénieur de centrale se retrouve quelques mois après son entrée chez Peugeot (il suffisait à l'époque de se présenter pour être embauché) à la tête du nouveau service des ordinateurs. La première machine était une IBM 650, machine décimale avec entrées et sorties uniquement par cartes qui effectuait une multiplication en 2 millisecondes, tambour stockant 150 000 bits d'information et tournant à 12 500 tours par minutes ; IBM l'avait commercialisée en 1953, pensant en construire 50 mais elle en vendit plus de 1000 et des améliorations furent apportées. Les premières applications portaient sur la gestion des chaînes et des salaires.

À Rennes, le premier calculateur est un IBM 1620 installé fin 1963 dans les locaux de la place Pasteur et surnommé Caroline. La première utilisatrice, Brigitte Cordier, met au point, sous la direction du professeur Jean-Paul Benzécri, les premiers programmes d'analyse factorielle des correspondances, méthode de représentations des données qui a connu depuis des développements considérables et est à l'origine de ce qu'on a appelé l'Ecole française d'Analyse des données. Les cartes perforées se coinçaient et, pour les récupérer, les épingles à cheveux trouvaient un usage inattendu.



La présence d'un curé était incompatible avec le fonctionnement de l'ordinateur : sa soutane bouchait inmanquablement la climatisation, la température montait et Caroline refusait sur le champ de continuer à travailler.

Les machines de l'époque étaient compliquées, souvent en panne : il fallait aller de nombreuses semaines chaque année en stage chez le constructeur (IBM le plus souvent), faire venir des techniciens très compétents pour les pannes diverses qui survenaient incessamment.

Pour finir ce chapitre, notons que les premiers langages sont conçus en 1958 : Backus conçoit le Fortran et Mc Carthy le Lisp). Le premier coprocesseur est fabriqué par Intel en 1971. Quant au développement d'Internet, aux communications entre ordinateurs, c'est une vaste histoire commencée vers 1960.

Chapitre 5

Vannevar Bush, les mathématiques et la guerre, autour de 1940

5.1 Vannevar Bush (1890-1974)

Vannevar Bush est surtout connu aujourd'hui pour ses idées novatrices sur l'organisation de l'information publiées dans son célèbre article de juillet 1945 : *As we may think*, mais le reste de ses travaux et de ses activités mérite d'être connu.



Vannevar Bush

La thèse de Bush, en 1913, porte sur la géodésie : il invente le *Profile Tracer*, un appareil consistant en une boîte montée sur deux roues de bicyclette qui permet de tracer sur un cylindre le profil d'un terrain accidenté.

Pendant la première guerre mondiale, Bush travaille pour la Navy pour les problèmes de détection de sous-marins.

Bush s'intéresse à la résolution graphique des équations différentielles. À cette époque, *Pour l'intégration des équations différentielles ordinaires, ce sont les méthodes graphiques qui sont les plus rapides et les plus claires* (Runge et Willers, 1915, *Numerische und graphische Quadratur und Integration gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen, Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*.) La prépondérance de ces méthodes s'explique facilement alors que les ordinateurs n'existaient pas et que des calculs approchés avec des tables de logarithmes eussent été trop coûteux en temps. Il faut penser qu'un problème de physique conduit rarement à une équation différentielle facilement intégrable comme celles qu'on enseigne aux étudiants de première année d'université.

Bush publie deux articles sur le sujet en 1927 et présente, en 1931, son *Differential analyzer*, une machine complexe pour résoudre graphiquement des équations différentielles dont les capacités dépassent celles des intégrateurs existants.

Bush travaille aussi sur des appareils d'optique et de photocomposition

et sur un appareil de sélection rapide pour des banques de microfilms.

En 1932, Bush est nommé vice-Président du MIT ; en 1938, il est président de l'Institut Carnegie à Washington ; en 1939, il est nommé à la tête du National Advisory Committee for Aeronautics (il le restera jusqu'en 1948) ; en juin 1940, le NDRC, National Defense Research Committee, pour le développement de nouvelles armes, est créé par Roosevelt sur les conseils de Bush. Bush est appelé à le diriger tout en conservant la présidence de la fondation Carnegie. En 1941, l'OSRD, Office of Scientific Research and Development, pour coordonner les travaux des scientifiques et des techniciens dans l'effort de guerre, est créé. Cet organisme inclue le NDRC et Bush en prend la direction jusqu'en 1946. Il sera responsable de l'organisation du travail de 6000 scientifiques impliqués dans l'effort de guerre. Bush est donc un personnage central du développement des recherches sur la fission nucléaire et du projet Manhattan. C'est lui qui persuade le président de débloquer 2 milliards de dollars pour la construction de la bombe atomique. Il s'occupe aussi des travaux sur les antennes de radar, sur les tables d'artillerie et du développement des premiers ordinateurs.

En 1944, Roosevelt demande à Bush des recommandations pour les activités en temps de paix tirant les leçons de la guerre, pour la santé, la création de nouvelles entreprises créant des emplois, l'amélioration du niveau de vie. C'est l'origine du célèbre article de juillet 1945 : *As we may think* (il y propose le Memex) et du rapport : *Science the endless frontier*. Bush y souligne l'importance de la recherche fondamentale comme base capitale de toute recherche appliquée. Ce rapport conduira à la création de la National Science Foundation en 1950.

Bush fait partie d'une commission intérimaire chargée d'établir s'il convient ou non de recourir à l'arme atomique (commission comprenant quelques membres de l'Administration : Stimson, le général Marshall, James F. Byrnes, futur secrétaire d'État de Truman, trois savants : Vannevar Bush, James Conant, Karl Compton, les principaux physiciens du Projet Manhattan : Oppenheimer, Fermi, E. O. Lawrence, Arthur H. Compton. Les discussions sont difficiles devant la résistance du Japon, le coût énorme de l'invasion du Japon en vies américaines, etc. Le 16 juillet 1945, Bush assiste à l'explosion de la première bombe atomique sur le site de Trinity à Alamogordo, au Nouveau Mexique. On raconte qu'il aurait été victime d'un malaise nerveux ; une photo le montre l'air fermé ou songeur, serrant la main de James Conant.

L'article *As we may think* est publié en juillet 1945 dans la revue *The Atlantic Monthly*. Une version abrégée paraît dans *Life*.

Quand il écrit cet article, Bush utilise la connaissance approfondie des recherches qui ont été poursuivies, de leurs résultats, de leurs applications militaires, mais il ne peut en parler directement, les secrets doivent être gardés. En particulier, il ne peut parler des premiers ordinateurs, comme l'ENIAC, dont l'existence ne sera révélée que le 16 février 1946, par le New York Times, mais il anticipe les développements que permettront leurs successeurs. La première bombe atomique n'a pas encore explosé. Il décrit l'avenir à partir des possibilités de son époque, un peu comme dans les romans de Jules Verne. Les scientifiques ont participé à l'effort de guerre, abandonnant leur ancien modèle de fonctionnement en compétition les uns avec les autres. Que vont-ils faire maintenant ? Si les médecins et les biologistes pourront revenir à leurs objectifs antérieurs, il n'en est pas de même pour les physiciens et les chimistes qui ont conçu des armes destructrices (rappelons que Bush écrit avant la première explosion atomique) qui ont repoussé les ennemis, mais dont les nouveaux objectifs sont à définir.

Bush analyse les nouvelles conditions de travail du chercheur : il va devoir faire face à une masse de connaissances qu'il ne pourra toutes consulter faute d'accès, faute de liens entre les différentes connaissances. Il cite l'exemple des lois de Mendel, publiées en 1866, mais ignorées jusqu'en 1900 et veut faire en sorte que de telles catastrophes ne se renouvellent pas. Bush évoque tous les nouveaux moyens de rendre accessibles des informations : photographies, microfilms, la nouvelle télévision, etc. Il imagine l'environnement dans lequel pourrait travailler le scientifique : environné d'appareils lui apportant les informations, lui permettant de les trier à grande vitesse, entourés de pièces pleines de femmes en train de perforer des cartes pour effectuer les opérations répétitives (*One of them will take instructions and data from a roomful of girls armed with simple keyboard punches*), les calculs arithmétiques et statistiques, opérations auxquelles Bush ajoute les opérations logiques. Bush imagine des machines sélectionnant parmi des millions de données celles qui nous intéressent, des machines gérant entièrement de grands magasins : entrée et sorties de produits, clients, etc.

Le cœur du problème est le classement des données. L'ordre alphabétique ou numérique ne suffit pas, d'autres types de recherche sont possibles et le cerveau humain ne procède pas ainsi ; le cerveau fonctionne par associations successives rapides et il faudrait concevoir une machine qui en imite le fonctionnement. Bush nomme Memex la machine qu'il imagine pour cela. On pourrait y stocker tous les livres (je note que c'est un projet bien avancé aujourd'hui) ; la machine serait consultable rapidement, simplement, simple-

ment et éventuellement à distance. Elle disposerait d'écrans de visualisation, de clavier, de boutons, de leviers. L'archivage serait automatique, l'accès à une information serait possible à partir de mots clés, elle pourrait redonner les informations précédemment consultées, elle pourrait trouver des informations associées. Une caméra adjointe à la machine serait capable de photographier tout ce qui serait jugé intéressant, le rendant immédiatement disponible sur la machine. Une autre machine pourrait écrire ce qu'on dirait.

On peut remarquer que l'ambition de Bush de stocker des masses énormes d'information allaient bien au-delà du seul ordinateur de l'époque, l'ENIAC, et anticipe nos mémoires actuelles qui atteignent des dizaines de gigaoctets (si je ne me trompe) sur l'ordinateur le plus banal.

Le projet de Bush était bien fait pour stimuler la recherche dans la paix retrouvée. Un colloque a été organisé pour célébrer le cinquantenaire de l'article de Bush à l'Université de Brown, les 12 et 13 octobre 1995. Les orateurs prévus étaient : Douglas Engelbart, Theodor Nelson, Robert Kahn, Tim Berners-Lee, Michael Lesk, Nicholas Negroponte, Raj Reddy, Lee Sproull, Alan Kay, tous reconnaissant l'importance de l'article de Bush. Douglas C. Engelbart (né en 1925) est l'inventeur, en 1970, de la souris, pour laquelle il n'a jamais rien touché. En 1963, il crée AUGMENT à Stanford, le plus ancien système hypertexte. Dans ce système, la souris, les ouvertures de fenêtres multiples, les pointeurs, les graphiques intégrés sont plein de potentialités que le livre, à la structure linéaire, ne permet pas. Personne ne pensait alors à l'ergonomie ni aux représentations graphiques, l'ordinateur était vu comme une armoire. Theodor Holm Nelson (né en 1937) crée le mot hypertext en 1965. Son système Xanadou, du nom du palais où l'empereur Kubilai Khan entassait ses trésors et qu'on retrouve dans Citizen Kane avec la même fonction, est une sorte de banque d'informations illimitée où tout ce qu'on cherche et tout ce qui est associé à ce qu'on cherche est accessible. Il accepte l'incorporation de nouvelles données par les utilisateurs. Chacun reçoit de l'argent quand les données qu'il a déposés sont utilisés par d'autres, etc. On est sur la voie de la technologie du World Wide Web, 25 ans avant sa création. Timothy (Tim) Berners-Lee est né à Londres. Chercheur au CERN, il crée le premier site internet, d'abord interne au CERN, en décembre 1990, puis sur la toile, le 6 août 1991 : <http://info.cern.ch/>. Il travaille actuellement au MIT.

5.2 La balistique extérieure

La balistique extérieure étudie le mouvement du projectile à partir de sa sortie du canon (la balistique intérieure étudie le mouvement du projectile à l'intérieur du canon, elle est extrêmement délicate).

La résistance de l'air est ce qui pose problème, elle n'est connue que de façon empirique, et elle dépend de multiples facteurs, comme ceux indiqués par Goldstine et que nous citons ci-dessous. Le cas particulier du vide où $F(v) = 0$ s'intègre sans difficulté et a été résolu par Galilée. Dans les autres cas, les méthodes d'intégration graphique étaient bien adaptées. Newton, Euler, Jacobi ont envisagé différentes modélisations de la résistance de l'air, mais éloignées de la réalité physique pour les besoins du calcul.

Les tables d'artillerie

Goldstine écrit que le calcul des tables d'artillerie et de bombardement a été la *raison d'être* (en français dans son texte) du premier calculateur électronique. Il décrit la situation d'un artilleur à son poste : il connaît la position de la cible qu'il a à atteindre par sa direction et sa distance. La table d'artillerie lui indique quelle doit être l'inclinaison de son canon et quelle doit être la correction par rapport à la direction de la cible, autrement dit la correction par rapport à l'azimut de la cible. De nombreux paramètres sont en jeu : la direction du vent, sa vitesse, la densité de l'air, la température, l'altitude, le poids de l'obus, le poids de la charge... Les tables étaient imprimées sur de petits livrets tenant dans la poche. De nouveaux usages du canon apparaissent durant la deuxième guerre mondiale car la cible peut être un avion : le réglage du tir doit alors être très rapide et des appareils automatiques de réglage furent mis au point, qui tenaient compte de la localisation par un radar et des divers paramètres du tir.

5.3 Mathématiques et bombe H

Un des aspects de la conception de la bombe H est exposé dans l'article :

Galison Peter, Les nombres, la bombe H et la simulation du réel, in *Les sciences pour la guerre*, Ecoles des hautes études en sciences sociales, 2004.

L'histoire se joue entre quelques très grands scientifiques de l'époque : Von Neumann, Stanislaw Ulam, Enrico Fermi,

En 1946, une réunion de physiciens discutent d'un projet d'arme utilisant l'énergie de fusion des atomes d'hydrogène. L'effet devrait être comparable à celui d'événements naturels comme l'éruption du Krakatoa ou le tremblement de terre de San Francisco.

Toute la physique théorique pouvait servir à la conception de la nouvelle bombe. Mais les réactions deutérium-deutérium, deutérium-tritium, la dissipation de l'énergie résultant des réactions, l'hydrodynamique de l'explosion, etc. étaient inconnues dans des conditions extrêmes proches de celles du noyau solaire.

Les méthodes analytiques étaient en échec devant la complexité des équations ; aucun phénomène comparable à une échelle plus petite n'existait.

L'outil pour faire des calculs numériques venait d'être construit ; c'était l'ENIAC, le seul ordinateur existant. Il avait été conçu parce que les calculs du projet Manhattan avaient rendu nécessaires de telles machines. Mais dans le cas des calculs pour la nouvelle bombe, il se révélait encore insuffisant. Les équations différentielles décrivant le fonctionnement de la future bombe, calculées par Metropolis et ses collaborateurs, étaient très complexes et l'ENIAC, en produisant une carte perforée par seconde, n'avancait pas dans les calculs.

Il fallait donc d'abord trouver des méthodes nouvelles pour rendre les équations abordables par le calculateur. Ulam commença à élaborer la méthode de Monte-Carlo ; un court article en commun avec Von Neumann, de 1947, présenta pour la première fois l'idée de la méthode. Il s'agissait de simuler au hasard des événements et de regarder ce que donnaient les équations. Ulam et Everett parvinrent à programmer l'ENIAC pour conduire des calculs sur un modèle simplifié de la bombe H en 1949 et le programme fut installé sur l'ENIAC début 1950. Les premiers résultats furent décevants, indiquant que la détonation ne pouvait pas se produire. Ulam écrivit à Von Neumann que l'hydrodynamique était le seul espoir que ça finisse par marcher.

Parallèlement, Ulam et Von Neumann obtiennent le feu vert de Truman pour la construction de la bombe et des crédits sont débloqués.

Pendant ce temps, un fort courant militait pour que la bombe H ne soit pas construite : Einstein passait à la télévision, Hans Bethe affirmait que le niveau de destruction envisagé était comparable à un génocide et espérait qu'elle ne pourrait jamais être construite. Le chimiste Harold Urey souligna que, si les Russes parvenaient les premiers à construire la bombe H, cela leur donnerait la possibilité de poser des ultimatums insupportables ; seule une puissance démocratique, avec des libertés, etc. méritait de posséder cette

arme. Bethe répondit que la question la plus importante était une question morale : pouvait-on introduire une arme d'annihilation totale ? Teller était évidemment favorable à la bombe. Ulam trouvait ces discussions assez drôles et poursuivait ses calculs, qui montraient que la bombe n'exploserait pas, se disputait avec Teller, qui avait une idée différente.

Entre le 18 et le 25 janvier 1951, Ulam eut l'idée de génie : il imagina une nouvelle configuration de la bombe, on ne chercherait plus à créer les énormes températures exigées avec une bombe à fission, on utiliserait la bombe A pour créer des pressions énormes sur le matériau fusible, ce qui éviterait des dégagements de chaleur extrêmes.

Il ne restait plus à Ulam qu'à convaincre Teller et ses collègues. Le GAC revint sur son opposition de 1951 à la bombe, Bethe cessa de s'opposer. Tout le monde se mit au travail, Teller, Bethe, etc. pour terminer le travail de conception. La première bombe H explosa le 30 octobre 1952 dans le Pacifique sud, dans l'île d'Eniwetok, qui fut rasée.

Von Neumann continua d'utiliser la simulation Monte-Carlo dans de multiples problèmes comme ceux de la prévision météorologique.

Un détail peut être donné. Pour obtenir des suites de nombres au hasard, Ulam et Von Neumann eurent l'idée de partir d'un nombre de 10 chiffres, de l'élever au carré, de conserver les 10 chiffres du milieu et de recommencer. Bien sûr, cela ne donnait pas une suite infinie de nombres au hasard, puisqu'il n'y avait qu'un nombre fini de nombres de 10 chiffres et que le processus bouclait. Mais Von Neumann expliquait qu'il avait besoin d'un millier de nombres au hasard et que, cela, sa méthode lui donnait parfaitement.

On remarquera aussi le caractère expérimental de la méthode : la stabilité des résultats n'est assurée que par la similitude des résultats après plusieurs calculs. Le Monte-Carlo fut l'objet de nombreuses applications dans des domaines variés et de nombreuses discussions sur la validité de son application en physique, etc.

Citations

Je voudrais donner quelques citations et commentaires plus personnels. D'abord, quelques citations qui se font écho :

Plaisante justice qu'une rivière borne. Vérité au-delà des Pyrénées, erreur au-delà. (Pascal)

Il devient honorable de tuer un homme s'il habite de l'autre côté de la rivière... C'est ainsi, ces absurdités font l'histoire. (Pascal)

Seigneur, faites de moi un instrument de paix. Là où est la haine, que je mette l'amour, là où est l'offense, que je mette le pardon, là où est la discorde, que je mette l'union. (Saint François d'Assise)

Je suis particulièrement choqué par des épisodes comme le suivant, qui montrent que les scientifiques ont des attitudes diverses. En 1965, passant outre les diverses conventions internationales sur la guerre, les États-Unis utilisèrent au Vietnam des armes qui tuaient ou blessaient les populations civiles sans discrimination. Les bombardements au phosphore ou au napalm étaient suivis de bombardements avec des bombes à fragmentation ou des bombes à billes. Un comité de scientifiques américains dont plusieurs prix Nobel, le Comité Jason, mit au point de nouveaux armements, en particulier les bombes à fragmentations en plastique, dont les éclats étaient indécélables aux rayons X, rendant plus difficiles leur extraction. Devant la barbarie des moyens mis en œuvre, le mathématicien et philosophe anglais Bertrand Russel fonda un tribunal pour enquêter sur ces crimes de guerre et les dénoncer devant l'opinion publique internationale. Laurent Schwartz, ami de Russel, participa au Tribunal Russel et popularisa son action en France.

Chapitre 6

Représentation en perspective

Je n'ai pas rédigé ce chapitre. Vous pouvez consulter le superbe livre de Daniel Arasse sur la perspective italienne, par exemple à la BU de Rennes 2 à Villejean, côte W 759.5/42.

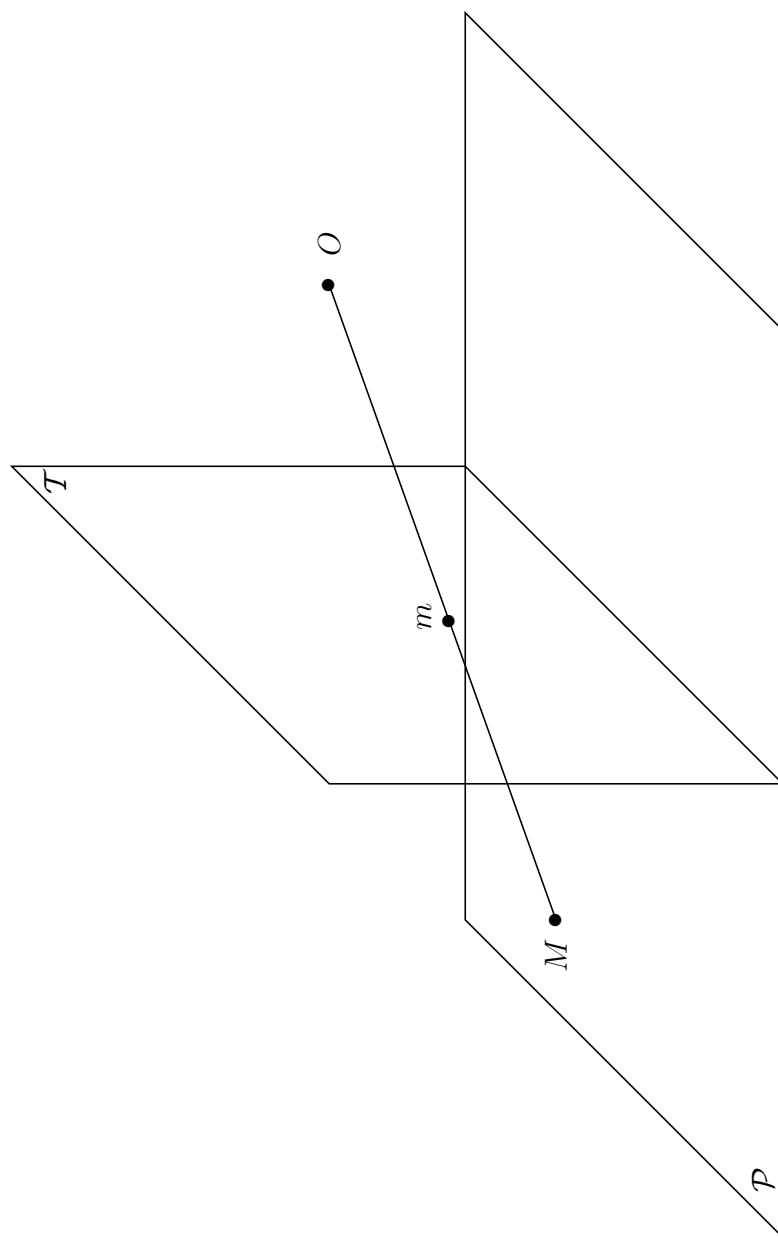


Figure 1. Image m d'un point M du plan $\mathcal{P}$ comme intersection d'une droite et d'un plan.

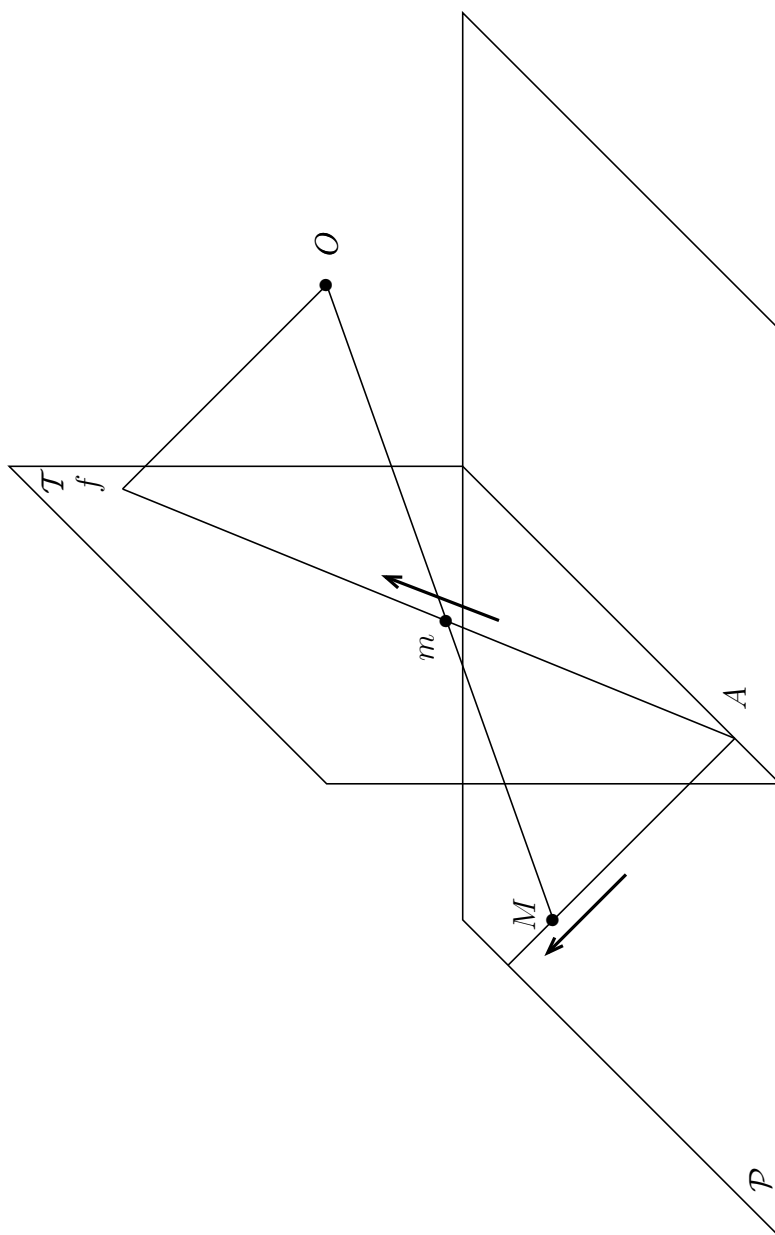


Figure 2. Image $[Af[$ de la demi-droite $[AM)$ du plan $\mathcal{P}$.

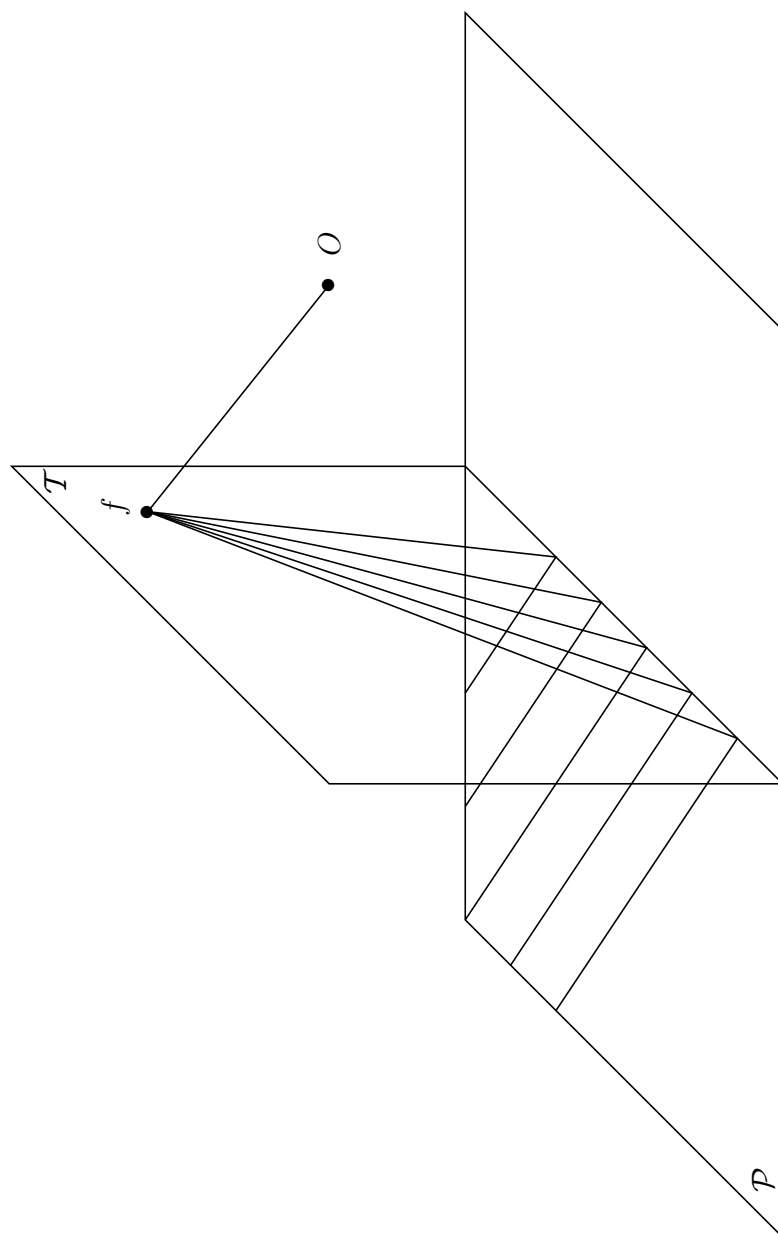


Figure 3. Image des parallèles à la demi-droite $[AM)$ du plan $\mathcal{P}$.

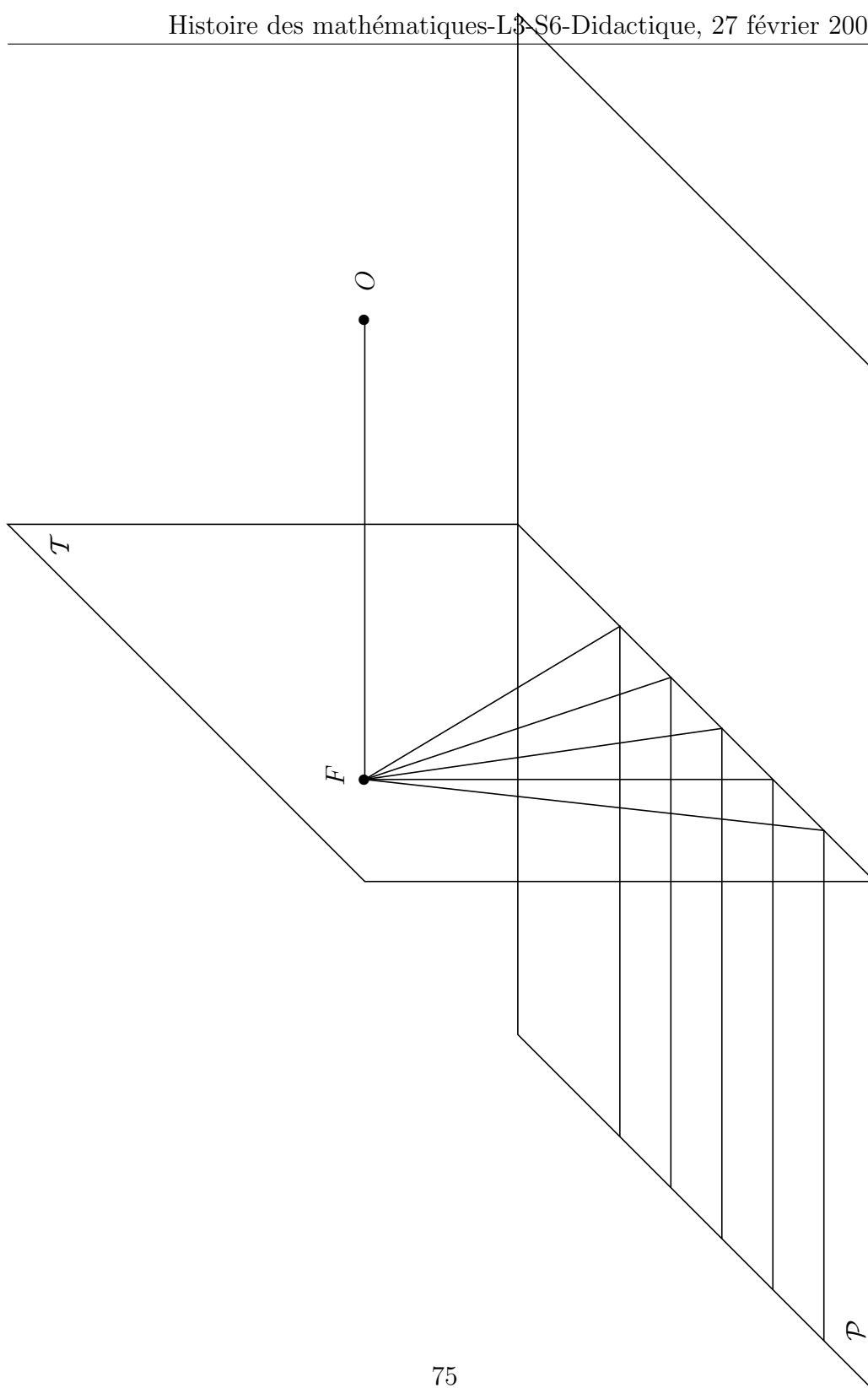


Figure 4. Image d'un parquet du plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire au plan du tableau.

F •

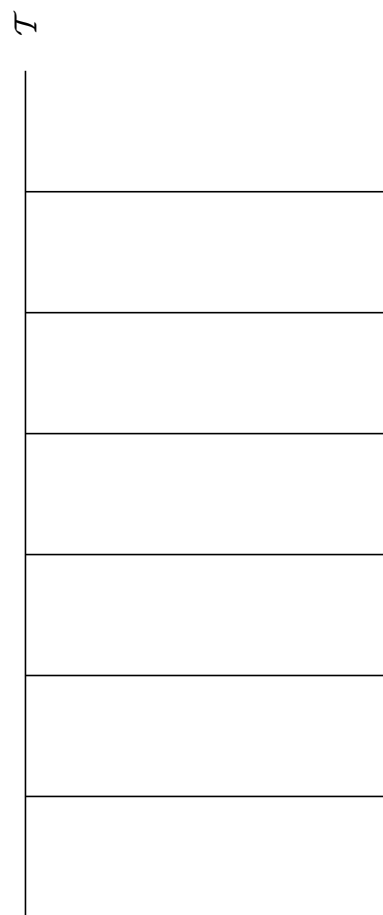


Figure 5. Exercice : image d'un parquet du plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire au plan du tableau $\mathcal{T}$ connaissant F .

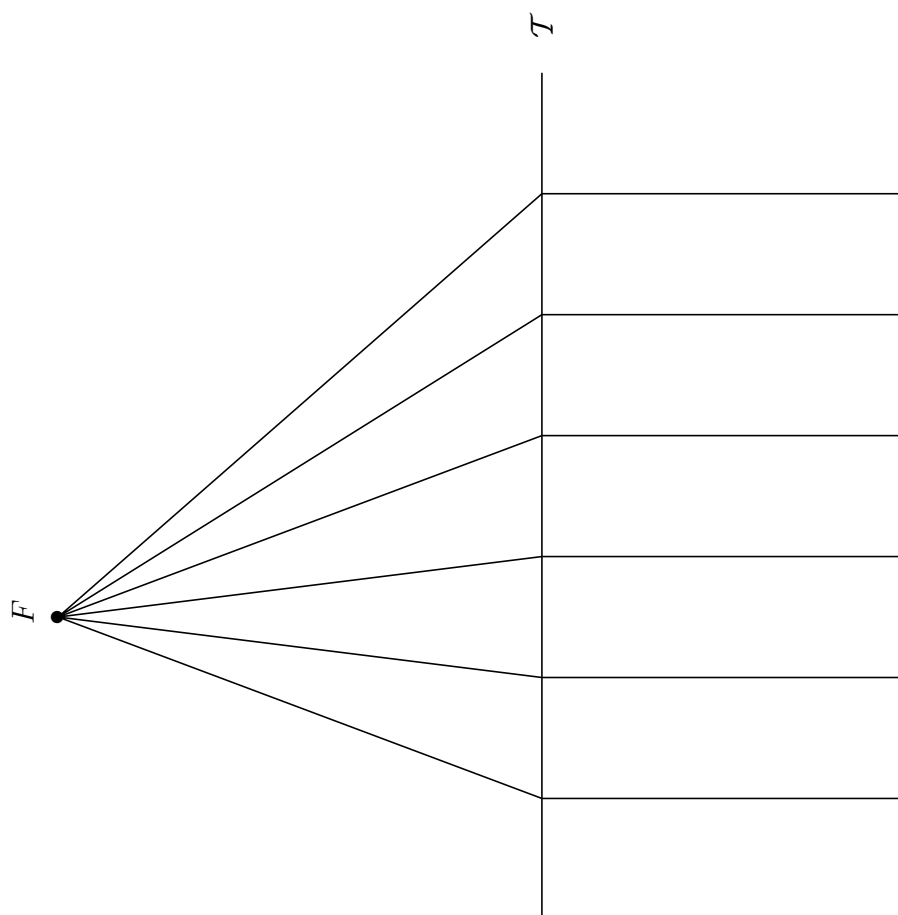


Figure 6. Image d'un parquet du plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire au plan du tableau $\mathcal{T}$.

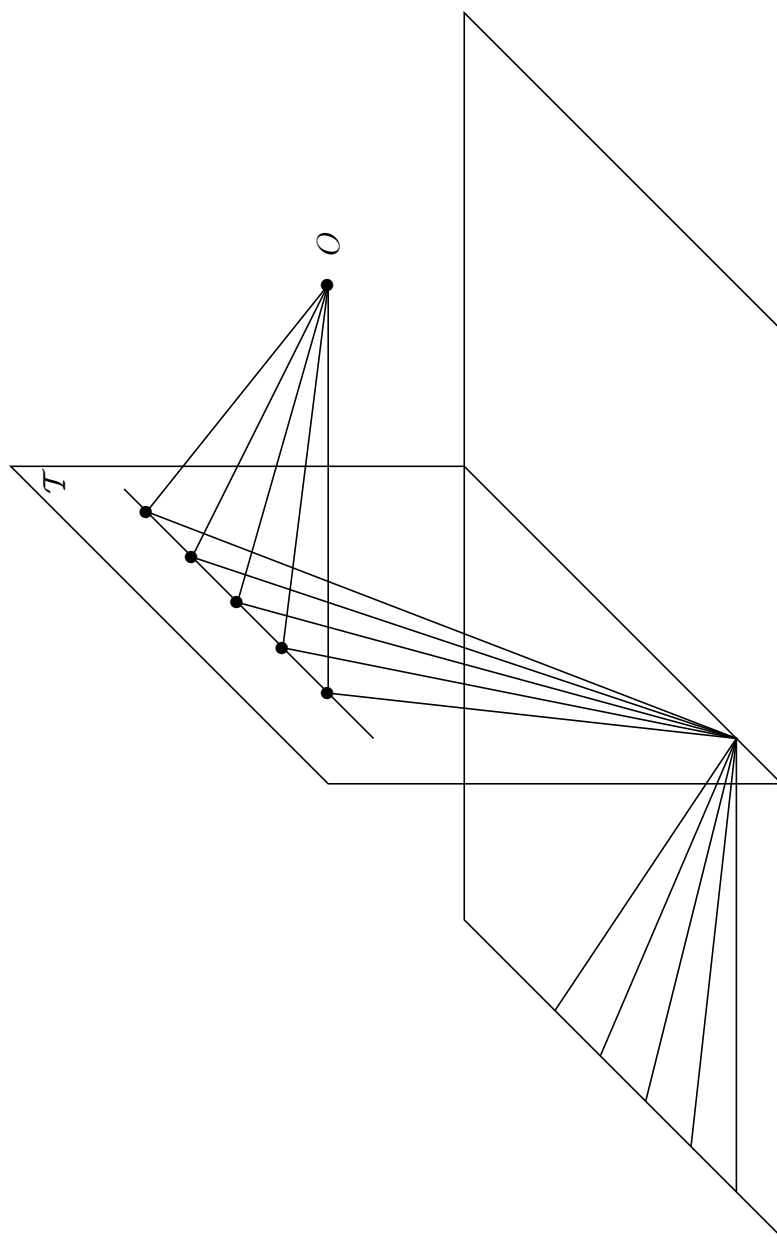


Figure 7. Alignement des points de fuite de droites du plan $\mathcal{P}$.

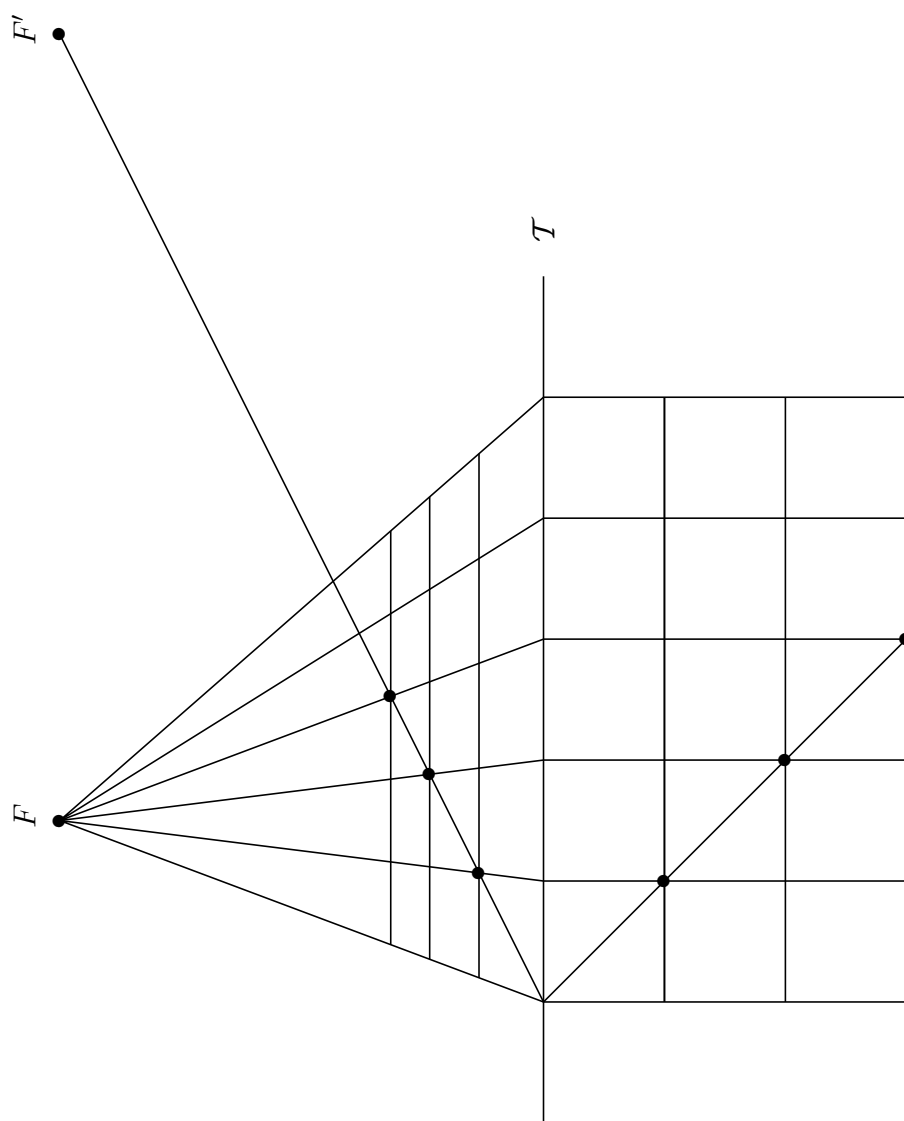


Figure 8. Image d'un carrelage du plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire au plan du tableau $\mathcal{T}$ connaissant F et F' .

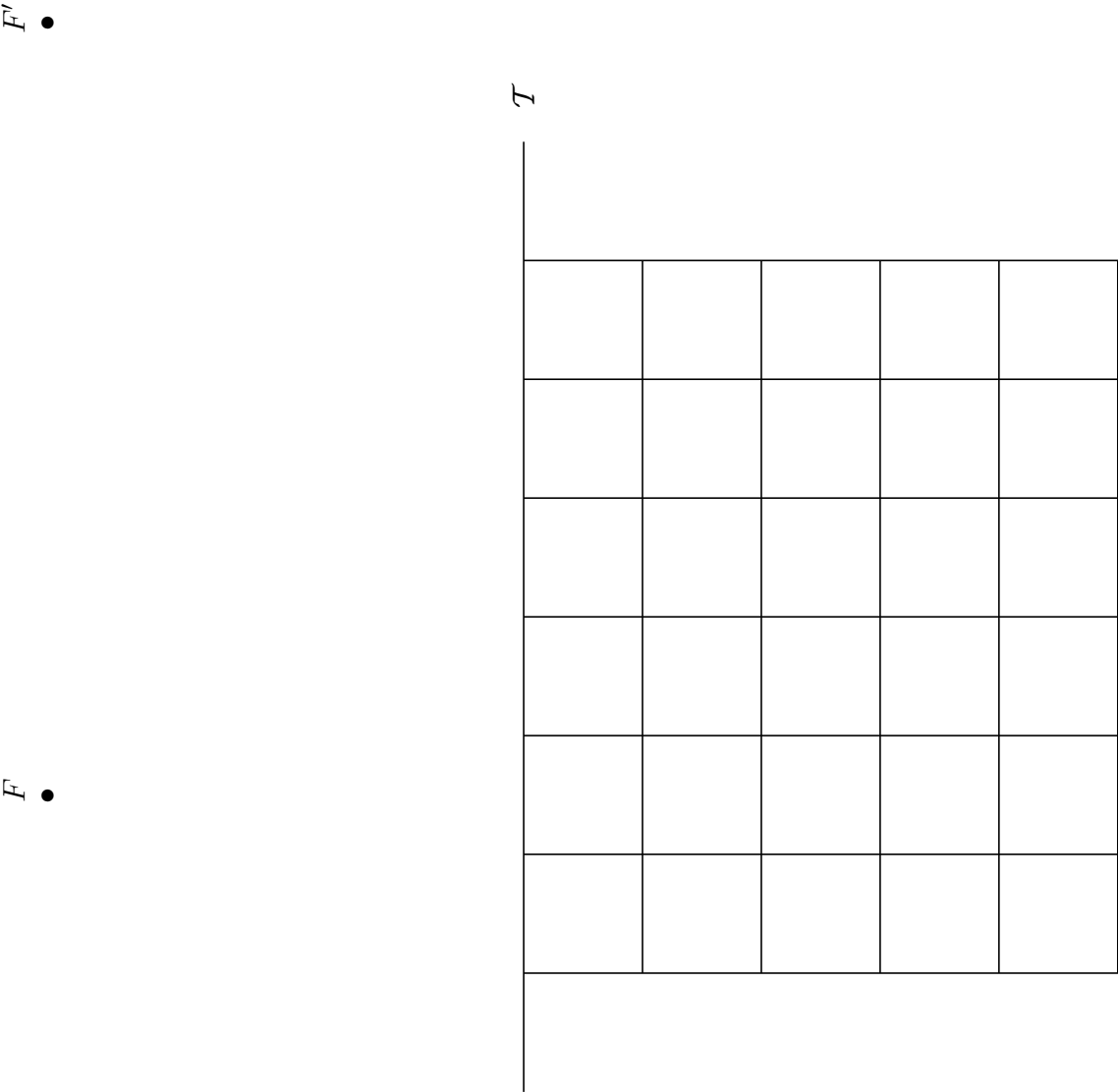


Figure 9. Exercice : construction de l'image d'un carrelage du plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire au plan du tableau $\mathcal{T}$ connaissant les points de distance F et F' .

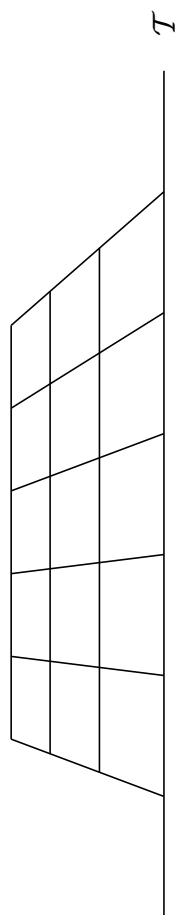


Figure 10. Exercice : détermination des points F et F' à l'aide de l'image d'un carrelage.

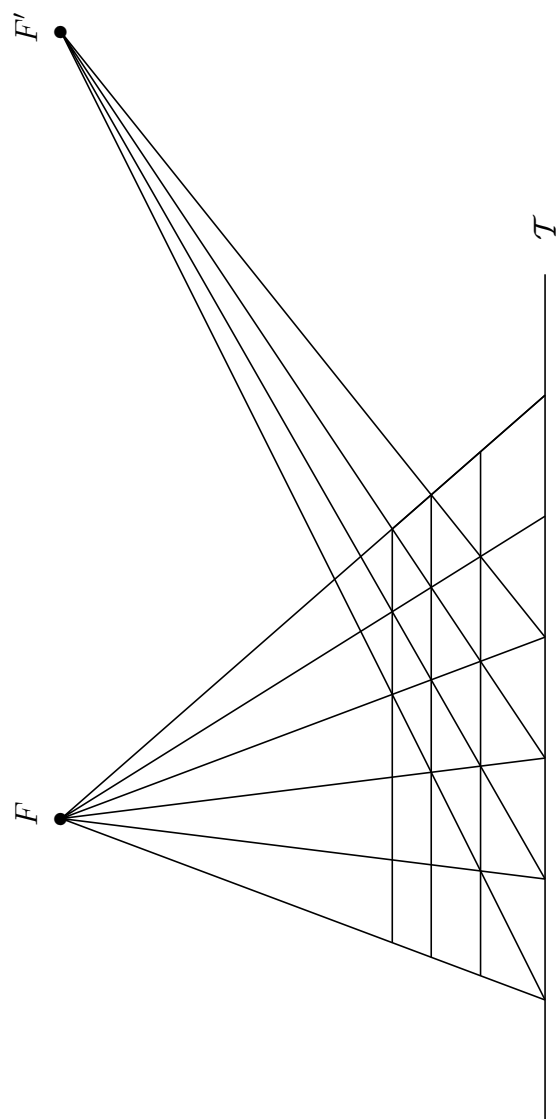


Figure 11. Détermination des points F et F' à l'aide de l'image d'un carrelage.

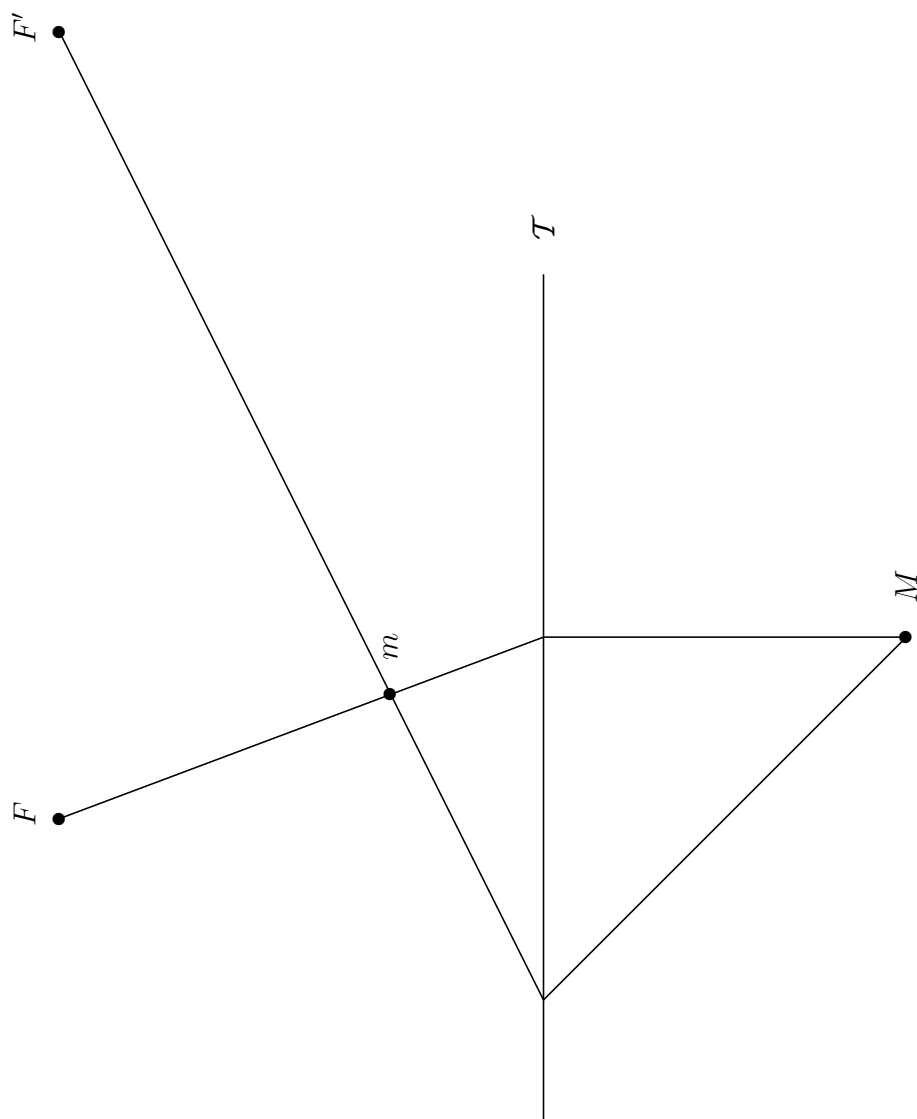


Figure 12. Construction de l'image m d'un point M du plan $\mathcal{P}$ connaissant les points de distance F et F' .

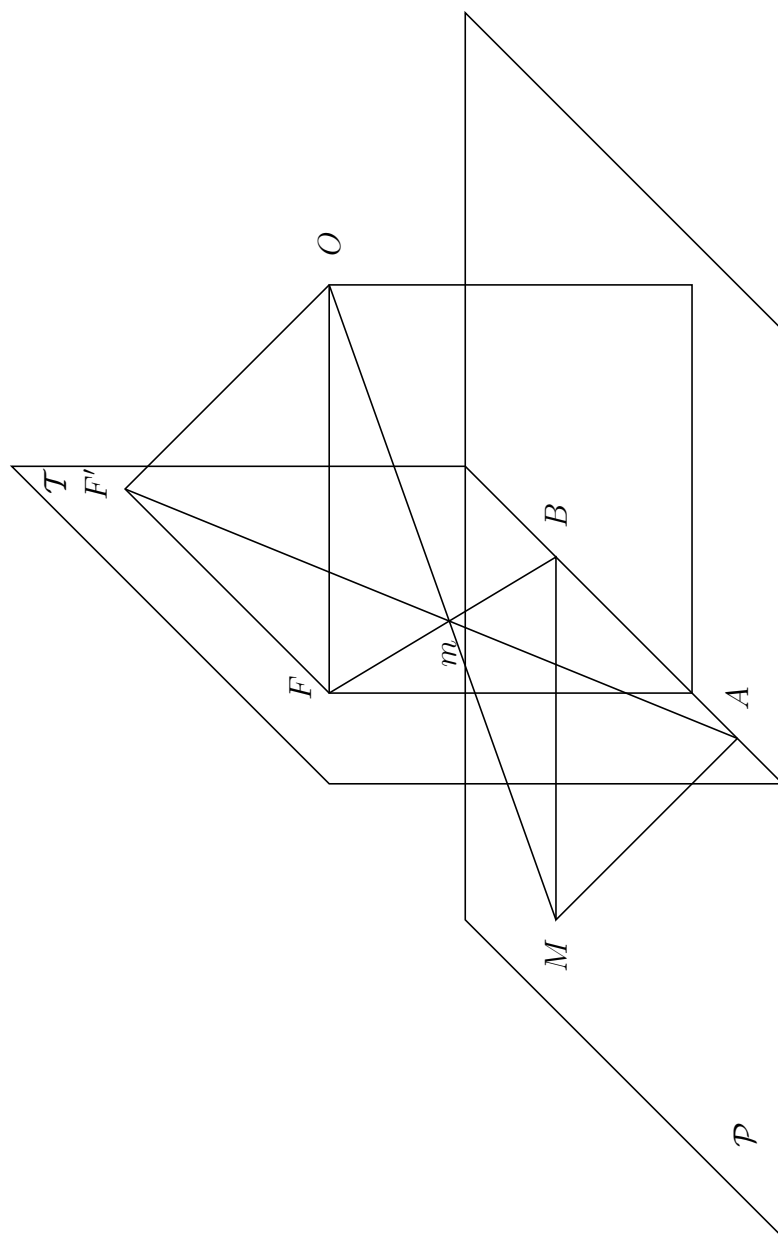


Figure 13. Construction de l'image m du point M du plan $\mathcal{P}$; O est l'œil du peintre ; $\widehat{MAB} = \widehat{FOF'} = 45^\circ$.

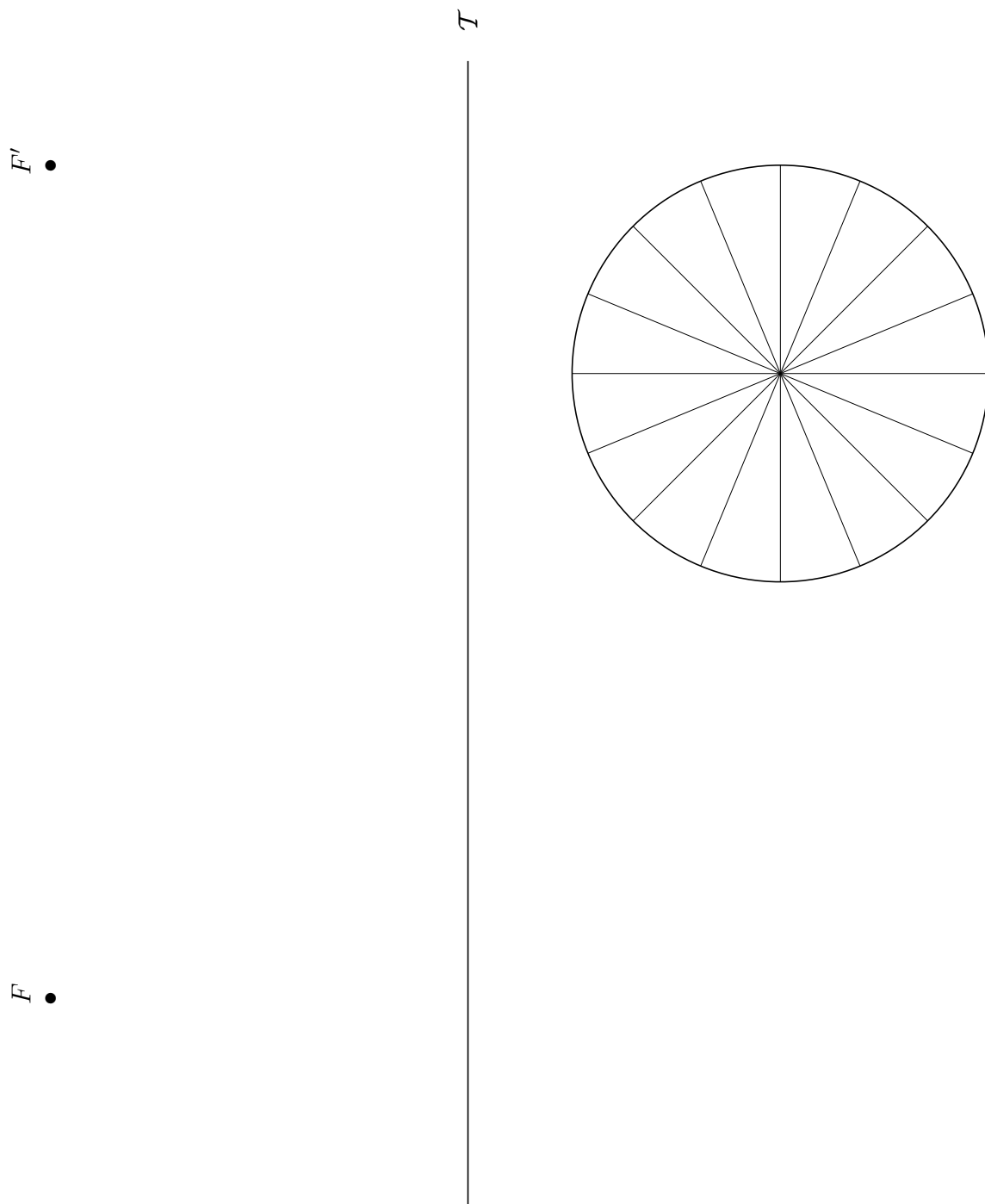


Figure 14. Image d'un cercle du plan $\mathcal{P}$ connaissant les points de distance F et F' .

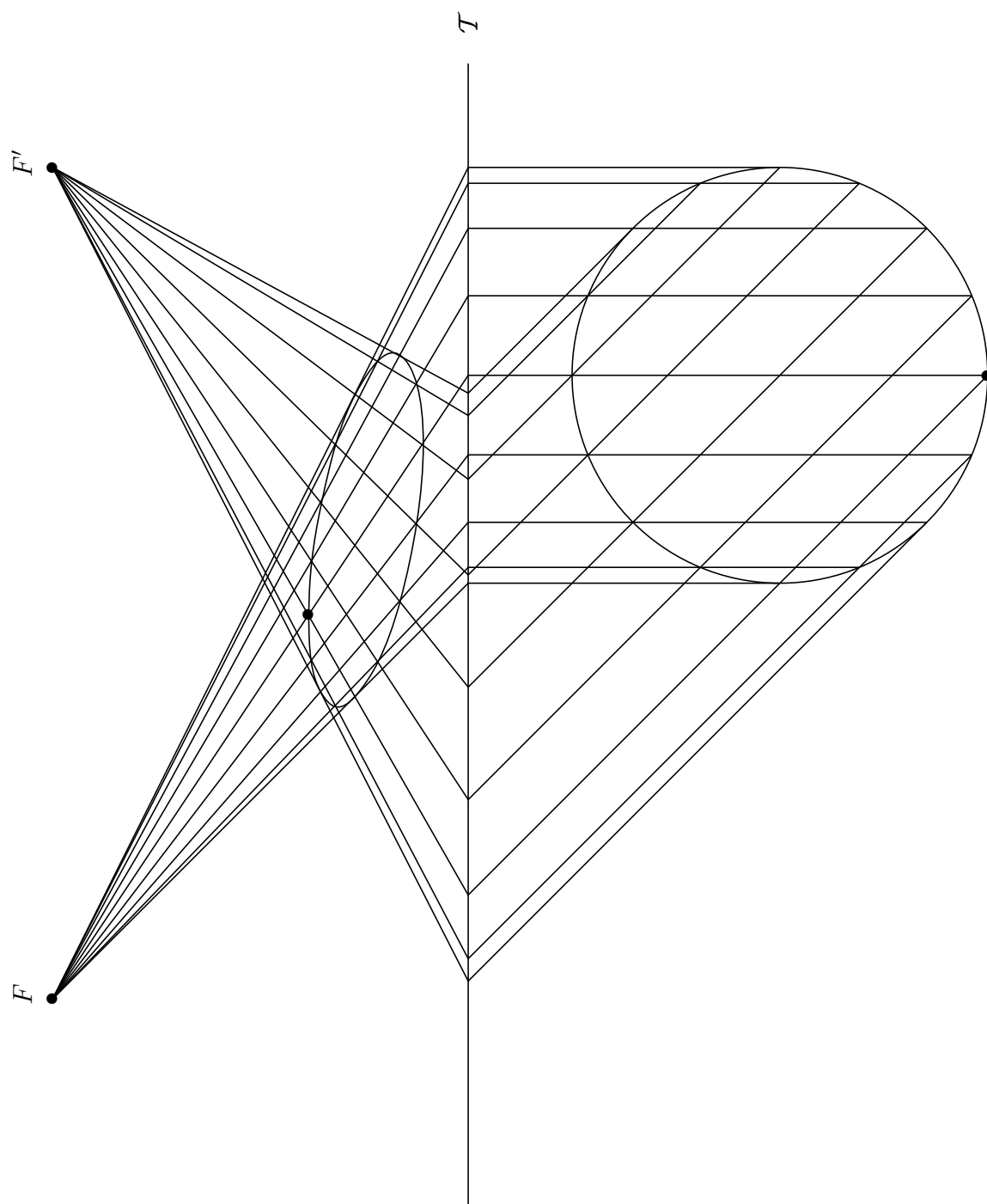


Figure 15. Image d'un cercle du plan $\mathcal{P}$ connaissant les points de distance F et F' .

Sujet d'examen

Un peintre veut représenter un motif dessiné sur le sol (voir ci-dessous) en suivant les règles de la représentation en perspective.

Son tableau est posé verticalement sur le sol. L'œil du peintre est à 1 mètre 50 du tableau et à 3 mètres au-dessus du niveau du sol ; il se projette en F sur le plan du tableau comme indiqué.

Placez un point de distance F' et représentez le tableau en utilisant le dessin suivant qu'on rendra ; on laissera les traits de construction apparents.

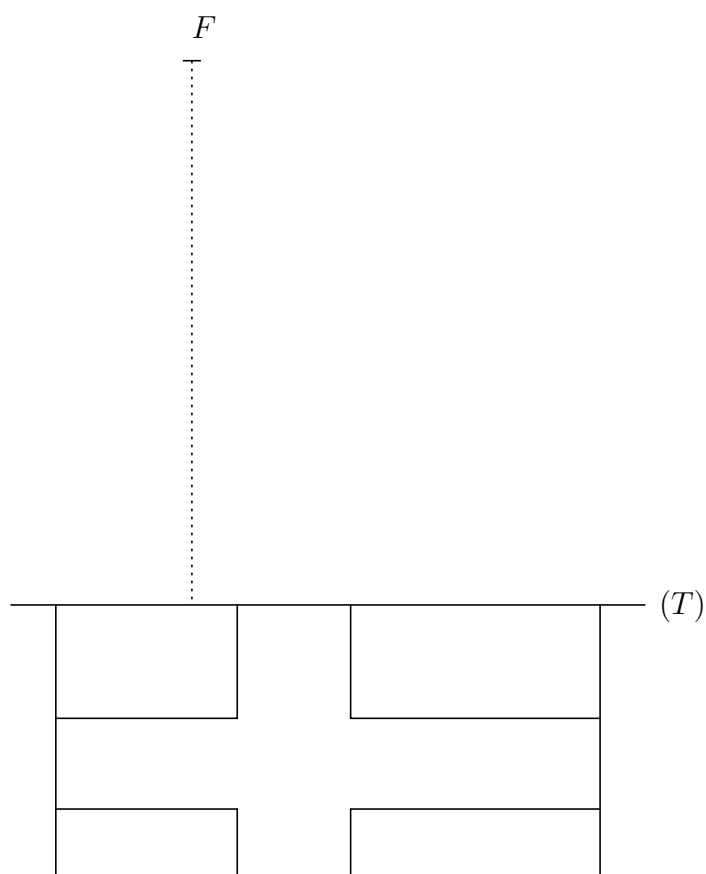


Figure 16. Sujet d'examen.