

# D'une micro-activité au projet...

Carole Le Beller  
IREM de Rennes

## Résumé de l'atelier

A partir d'une micro-activité, quelles activités et quels projets, facilitant la démarche expérimentale, peut-on imaginer mettre en œuvre en cours de mathématiques ?

Des objets tels que des casse-tête polyèdres étoilés, des flexacubes, des kaléïdocycles et un ballon de foot pas très rond ont été manipulés par les participants de l'atelier. Curieux sont ces objets mathématiques...

Des projets aboutis (déjà réalisés en classe) ainsi que des productions d'élèves effectuées avec *GeoplanW* et *GeoGebra* ont progressivement été montrés durant l'heure au vidéoprojecteur et en réel. Ces productions sont un premier aboutissement d'une initiation à la construction de figures en géométrie dynamique.

## Petite histoire du concept « *Math'@ctivité* »

Une *math'@ctivité* est un concept que j'ai nommé ainsi suite à l'un de mes projets d'animation mathématique mené au collège public Martin Luther King à Liffré (35) en 1995 : la construction d'une maison de poupée<sup>1</sup> en cours de mathématiques par des élèves de 4<sup>ème</sup>. L'idée première était que les élèves puissent **mobiliser leurs compétences mathématiques** pour construire **en groupe** un objet. Préalablement, un exercice « bonus » portant sur l'une des vues de la maison (géométrie plane) et utilisant, entre autres, le cosinus d'un angle aigu et le théorème des milieux dans un triangle, leur avait été proposé en évaluation. La maison (meublée & tapissée !), construite en 3 séances, avait été imaginée et réalisée dans la bonne humeur avec la **participation active de tous** et **dans la concertation**. En plus de **donner du sens aux savoirs mathématiques**, le jeune (l'élève), **très motivé, très volontaire**, était **ACTEUR** dans la mobilisation de ceux-ci pour devenir **COAUTEUR** d'un objet ; donc également **AUTEUR** !

Petit à petit, j'ai osé développer des activités mathématiques numériques, 2D, 3D et de mouvement. Dans mes cours, **une *math'@ctivité***<sup>2</sup> est à la fois la base et l'aboutissement de **projets utilisant la démarche expérimentale en mathématiques** et pour certaines, **utilisant la géométrie dynamique**. Assez ludiques et toutes curieuses, voire fascinantes, leurs réalisations utilisant souvent l'**informatique**, les *math'@ctivités* sont un pont permettant le passage **du concret au virtuel et du virtuel au concret**.

---

<sup>1</sup> Voir photos sur le site Internet : [123portail.education.free.fr](http://123portail.education.free.fr)

<sup>2</sup> Voir site Internet : [www.mathactivite.fr](http://www.mathactivite.fr) ; *Math'activité* est aussi une marque déposée à l'INPI.

## Un projet *math'@ctivité*, des objectifs... Des démarches mises en œuvre

Ce type de projet, apprécié des élèves, semble contribuer à favoriser dans son déroulement :

### 1) en mathématiques :

- la mobilisation de compétences mathématiques (savoirs et savoir-faire) et le travail sur le sens des notions mathématiques utilisées ;
- le renforcement des connaissances mathématiques de base en fonction du niveau de classe concerné (vocabulaire et propriétés) sur certaines notions, en particulier géométriques pour les exemples donnés lors de cet atelier ;
- le développement de la capacité à construire une figure et à écrire son programme de tracé (à la main), reproductible par tous ;
- le recours aux instruments, aux outils et au langage mathématique, voire informatique pour narrer sa recherche et construire ;
- le développement de la capacité à utiliser un logiciel de géométrie dynamique 2D comme *GeoplanW* ou *GeoGebra* ;
- le développement de la curiosité et de la motivation pour les mathématiques ;

### 2) transversalement :

- en alternant le travail individuel et le travail en groupe, le développement progressif des compétences méthodologiques et des aptitudes relationnelles ;
- le développement de la créativité, la curiosité scientifique, le sens de l'observation, la capacité d'écouter et de s'exprimer ;
- le développement de la capacité à utiliser un logiciel informatique autre que mathématique, comme le logiciel *Paint* pour mettre des couleurs, et aussi pour agrandir et réduire une figure, un réseau informatique, etc. (cf. B2i : Brevet Informatique) ;
- le développement de la capacité à utiliser des notions issues de disciplines différentes (par exemple les couleurs en arts plastiques) ;
- le développement de la capacité à présenter un travail par écrit propre et précis (le traitement de texte est autorisé) ;
- la mobilisation de compétences individuelles et l'émergence de nouvelles compétences dont certaines peuvent être collectives.

**Dans ce type de projet, le jeune est acteur, auteur et coauteur.**

## Démarches mises en œuvre

Durant toute l'année, en parallèle du projet *math'@ctivité*, des micro-math'@ctivités et des math'@ctivités sur une séance de 50 minutes sont intégrées au cours de mathématiques toutes les semaines pour le niveau 6<sup>ème</sup> et une fois au moins par notion pour les autres niveaux y compris au lycée. De plus, une initiation à l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique est à faire (voir *Initiations 6<sup>ème</sup>-5<sup>ème</sup> à GeoplanW et son adaptation GeoGebra*, Académie de Rennes).

1. **Découverte, observation par la manipulation d'un ou de plusieurs objets (déroulement d'une micro-math'@ctivité) individuellement (narration de recherche) puis par petits groupes** de 3 à 6 personnes selon l'objet. Utilisation éventuelle de l'informatique pour visualiser l'objet en 3D. (*DE : démarche expérimentale*)
2. Exploitation de la micro-math'@ctivité : **donner du sens aux notions mathématiques**. L'objet sert de support pour soit découvrir, soit reconnaître et utiliser des propriétés, à partir éventuellement d'une fiche d'aide à l'observation et de fiches de synthèses de cours.

Le TBI couplé avec un visualiseur (flexcame) est utilisé (*DE dont narration de recherche pour certains objets*).

3. **Essais de construction** de l'objet en petits groupes « Comment ça marche ? » et **construction**. Mis dans une **dynamique de recherche**, les élèves trouvent petit à petit une (des) technique(s) de réalisation, des astuces, des calculs, etc. **Des indices** et **des aides** sont donnés par le professeur à la demande des groupes. Un débat sur les conjectures est animé par le professeur. (*DE*)
4. **Création personnelle** d'une figure géométrique (dessin géométrique, éventuellement pavé<sup>3</sup> selon le niveau de classe) à l'intérieur d'un polygone donné et correspondant à l'une des faces de l'objet, accompagnée de son **programme de construction** mathématique. Les objets géométriques doivent être « *liés entre eux* » : référence à des compétences de **géométrie dynamique**. **Réalisation** individuelle de la figure à l'**ordinateur** avec un logiciel de géométrie dynamique 2D *GeoplanW* ou *GeoGebra*.
5. Après une concertation au sein de chaque groupe pour la répartition des gammes de **couleurs**<sup>3</sup>, réalisation à l'ordinateur avec le logiciel *Paint* de la figure importée en vraie grandeur du logiciel de géométrie et  **finition de l'objet par groupe**.
6. **Recherche mathématique sur la réduction et l'agrandissement de l'objet** (situations de proportionnalité) et éventuellement réalisation individuelle d'un modèle réduit de celui-ci (*DE*).
7. **De nouvelles pistes de réflexion et des informations mathématiques ou autres** sont données par le professeur.

### En complément, la valorisation

D'une part, le projet abouti conduit à une évaluation individuelle sommative (avantageuse pour les élèves) pour chaque dossier élève contenant : sa figure faite à la main, son programme de construction géométrique manuscrit ou au traitement de texte, sa figure coloriée à l'ordinateur, sa figure faite avec le logiciel de géométrie et le programme ou protocole de construction correspondant issu de l'éditeur de texte du logiciel de géométrie.

Par ailleurs, deux temps de présentation des objets et des figures se terminent par un vote individuel à bulletin secret suivi du dépouillement : « *Je choisis le plus bel objet de ma classe...* », « *Je choisis le motif le plus impressionnant de ma classe au niveau des mathématiques...* ». Les élus par les élèves (un objet et une figure par classe) sont visibles sur Internet sous la forme d'un mini-film et d'une fiche géométrique pour chacun.

Pour clore le projet, chaque élève a un CD-Rom personnalisé pour avoir une trace de l'ensemble de son travail et de son groupe, et ainsi compenser le fait qu'il n'y ait qu'un objet réalisé par groupe en classe (travail collectif). L'interface personnalisée pour chaque élève permet d'accéder : au projet et fiches communes de construction de l'objet, à son travail et à des images (dont des photographies) de celui-ci, les figures protégées de ses camarades avec leur accord, des logiciels gratuits de mathématiques et de traitement d'images portables (dont *Geoplan*, *GeospaceW*, *Geogebra* et les aides animées de *MathEnPoche*), et des logiciels gratuits de mathématiques à installer.

---

<sup>3</sup> Les couleurs servent soit à différencier plus facilement chaque face de l'objet (une gamme de couleurs par face), soit elles sont intégrées à une logique de pavage selon le niveau de classe concerné par le projet.

## Les mathématiques dans des Math'@ctivités 3D

Le niveau de la classe n'est pas précisé car une même micro-math'@ctivité, une même math'@ctivité et un même projet math'@ctivité peuvent être proposés à divers stades de la scolarité et le professeur adapte ses exigences de recherche aux connaissances et compétences disponibles chez ses élèves. Les solides ci-dessous sont ensuite recouverts de figures géométriques pavées ou non.

### Le casse-tête polyèdre étoilé

**Infos (non-données aux élèves) :** ce solide, en forme d'étoile en 3D à 12 branches, est un casse-tête tant au niveau de sa construction que de son assemblage. Il est constitué de six pièces identiques qui ne s'emboîtent que d'une façon. Ce sont des décaèdres ayant une particularité, celle d'être la clef du casse-tête. En effet, elles ont, entre autres, une pyramide régulière à base carrée, et les 6 pyramides (6 pièces) s'emboîtent pour constituer un cube (clef).

La micro-math'@ctivité est l'observation et la manipulation d'un casse-tête polyèdre étoilé en bois. Un objet pour 3 élèves.

**Les notions mathématiques utilisées peuvent être, entre autres :**

- en géométrie plane : médiatrice d'un segment, angle, milieu d'un segment, droites parallèles, point d'intersection, triangle, losange, symétrie axiale, angles correspondants et alternes internes égaux, théorème de Pythagore, théorème de Thalès, agrandissement-réduction, et le vocabulaire géométrique correspondant ;

- en géométrie dans l'espace : cube, pyramides, patrons, volumes, aires, agrandissement-réduction, théorème de Pythagore, plans symétriques, et le vocabulaire géométrique correspondant : sommet, arête et face, etc.

### Le flexacube à 6 couleurs

**Infos (non-données aux élèves) :** ce solide pouvant être en forme de cube ou de pavé droit à trois couleurs, est constitué de 8 cubes identiques (à 6 couleurs) reliés par certaines arêtes de manière à l'articuler (flex) et découvrir 6 couleurs différentes. L'une des difficultés est de positionner les languettes (au nombre de 8) rendant le solide flexible.

La micro-math'@ctivité est l'observation et la manipulation d'un flexacube à 6 couleurs. Un objet pour trois élèves est l'idéal.

**Les notions mathématiques utilisées peuvent être, entre autres :**

- en géométrie plane : carré, rectangle, angle droit, symétrie axiale, symétrie centrale, propriétés d'un carré et d'un rectangle, agrandissement-réduction, et le vocabulaire géométrique correspondant ;

- en géométrie dans l'espace : cube, pavé droit, perspective cavalière et vues dans l'espace, patrons, volumes, aires, agrandissement-réduction, rotation dans l'espace, plans symétriques, et le vocabulaire géométrique correspondant : sommet, arête et face, etc.

### Le kaléïdocycle irrégulier d'ordre 6

**Infos (non-données aux élèves) :** ce solide est un anneau de 6 tétraèdres ayant pour faces des triangles isocèles. Lorsqu'on le manipule, l'anneau subit une rotation de  $180^\circ$  sur lui-même. Cette rotation « retourne » chaque tétraèdre, mais conserve l'anneau dans son ensemble. Le kaléïdocycle laisse apparaître quatre faces différentes constituées chacune de

trois losanges composés de deux triangles isocèles chacun (une face de chaque tétraèdre, soient six triangles). L'angle aigu en le sommet principal de chaque triangle isocèle est d'environ  $53,13^\circ$ , angle ayant un lien avec le nombre d'or. Ces faces sont agencées d'une autre façon lorsqu'on retourne le kaléïdocycle.

La **micro-math'@ctivité** est l'observation et la manipulation d'une quinzaine de kaléïdocycles irréguliers ou non et d'ordres différents.

**Les notions mathématiques utilisées peuvent être, entre autres :**

- en géométrie plane : rectangle de barlong, losange, triangles isocèles, triangles rectangles, symétries, pavages et graphes, théorème de Pythagore, trigonométrie, polygones réguliers et irréguliers, agrandissement-réduction, et le vocabulaire géométrique correspondant ;

- en géométrie dans l'espace : tétraèdres, rotation, plans symétriques, trigonométrie, agrandissement-réduction, et le vocabulaire géométrique correspondant : sommet, arête et face, etc. La figure du modèle est une Math'@ctivité 2D : « *Rosace trilobée pour un kaléïdocycle irrégulier d'ordre 6* ».

## Le ballon de foot pas très rond

**Infos (non-données aux élèves) :** ce solide est un icosaèdre tronqué. Il a au total 32 faces dont 20 hexagones réguliers et 12 pentagones réguliers. Etant proche de la sphère, gonflé, il est notre ballon de foot traditionnel. L'une des difficultés est de vouloir construire cet objet connaissant uniquement un intervalle de la circonférence  $C$  d'une sphère dans laquelle il est inscrit. Celui du ballon de foot officiel est  $]68 ; 70[$  en centimètres.

La **micro-math'@ctivité** est l'observation et la manipulation d'un ballon de foot traditionnel.

**Les notions mathématiques utilisées peuvent être, entre autres :**

- en géométrie plane : trapèze, hexagone, pentagone, angle au centre, angles de polygones réguliers, bissectrice d'un angle, sinus d'un angle aigu, triangle, théorème des milieux dans un triangle, symétrie axiale, périmètre d'un cercle, rayon et diamètre d'un cercle, propriétés des polygones, agrandissement-réduction, et le vocabulaire géométrique correspondant ;

- en géométrie dans l'espace : patrons, agrandissement-réduction, plans symétriques, et le vocabulaire géométrique correspondant : sommet, arête et face, etc.

## Intervenants extérieurs

Pour le projet réalisé au collège de Tremblay (35) en 2007-08, une animation : « Maths en 3D ! » avait été proposée au démarrage du projet par Michel Bouchet, animateur de l'Espace des Sciences de Rennes. 56 élèves de trois classes de 6<sup>ème</sup> avaient participé à cette animation gratuite d'une heure et 37 d'entre eux avaient participé à l'ensemble du projet. L'initiateur de cette animation « kaléïdocycle » est Rémi Belloëil, professeur de mathématiques et Président de l'APMEP de Rennes.

## Quelques liens Internet

<http://www.mathactivite.fr> ou <http://mathactivite.free.fr/>

Mon site personnel (mis à jour uniquement lorsque j'en ai le temps) sur les math'@ctivités pour tous les publics. Des fiches sont téléchargeables.

<http://123portail.education.free.fr/>

Mon site personnel (mis à jour uniquement lorsque j'en ai le temps) sur l'éducation. Il comprend aussi des documents pour mes élèves. Des documents sont téléchargeables.

<http://123portail.education.free.fr/zip/initiation-geogebra-6-5-version02.zip>

Initiation GeoGebra (adaptation de celle de Geoplan 6-5).

<http://www.irem.univ-rennes1.fr/>

IREM de Rennes.

<http://www.apmep.asso.fr>

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

<http://www.mathkang.org/>

Le Kangourou des mathématiques.

## Éléments d'évaluation des projets

### Indicateurs de réussite

- La bonne qualité des figures et des objets réalisés par les élèves tant au niveau artistique que mathématique.

- Une pratique de concertation véritable à l'intérieur des groupes. Le travail en petits groupes s'avère efficace et apprécié.

- Intérêt et motivation grandissants des élèves au fur et à mesure de l'avancée du projet et lors de son aboutissement. Beaucoup d'élèves donnent de leur temps en dehors des cours et s'investissent dans la présentation des projets et de la salle de mathématiques lors des portes ouvertes des établissements. Entendre des élèves dirent : « *Merci de nous avoir appris les maths autrement !* ».

- Des élèves handicapés (déficients visuels (*GeoGebra* a l'avantage d'être paramétrable) ou avec un handicap moteur) intégrés aux classes traditionnelles participent totalement au projet à condition, bien évidemment, d'effectuer les adaptations habituelles pour eux.

### Éléments d'évaluation

Il serait bien d'accorder une place plus grande à la narration de recherche. Il est possible d'étendre les projets à d'autres disciplines.

### Difficultés recensées

- Prévoir une année complète pour le projet car il y a toujours des imprévus qui décalent les échéances intermédiaires. Même toutes les meilleures conditions réunies, il arrive toujours des obstacles : panne de réseau, ampoule du vidéoprojecteur qui se grille progressivement (comme le jour du colloque ☺), un problème de paramétrage ordi-vidéo-TBI, etc., et des freins comme des échanges entre les élèves plus longs ou plus lents et laborieux que prévus.

- Toutes manipulations et tous travaux de groupes génèrent discussions, désaccords, bruits, mouvements parfois, en même temps que l'activité de réflexion individuelle ou collective des élèves qui est la seule réellement attendue.

- Comme, dans ce type de cours de mathématiques à projet, l'impression générale est la bonne humeur, le côté ludique, etc., il est absolument nécessaire, voire impératif, de structurer les cours (les exercices habituels ne sont pas exclus) et donc d'organiser clairement les cahiers des élèves afin de leur permettre, ainsi qu'à leurs parents, de se repérer dans les savoirs et savoir-faire mathématiques et de leur montrer que le cours est sérieux (que le programme est fait).

- Une grande charge de travail pour le professeur et une grande adaptabilité ! Selon le niveau de classe concerné, les élèves sont plus ou moins capables : de convertir un fichier provenant de *GeoplanW* ou *GeoGebra* en un fichier image pour le traiter avec *Paint* par exemple, d'éditer (sans gâchis) des figures avec une imprimante couleur (quand elle existe dans l'établissement), de réaliser des CD-Roms, etc. Le professeur doit parer à ces différences. Par ailleurs, les math'activités nécessitent des fiches, du matériel, des objets ou des « outils » fabriqués par/pour les élèves qui doivent être en nombre suffisant pour une classe.

- Évaluer l'impact de ce type de projet à long terme est une difficulté. L'évaluation des élèves est aussi une difficulté car ces activités ne mettent pas en avant les mêmes compétences que les savoirs et savoir-faire évalués habituellement. Que doit mesurer la note ? Doit-on évaluer les savoir-être ? Doit-on évaluer les compétences autres que mathématiques ? Des évaluations *sommatives* sont faites lors de devoirs en temps limité et sur la constitution d'un dossier personnel de l'élève en mathématiques suivant les critères de savoirs et de savoir-faire explicités dans le programme...

### Matériels numériques pratiques utilisés en classe

- **Un tableau Blanc Interactif** « e-beam » **couplé à une flexcame** « visualiseur Avermedia ». Au-delà de l'utilisation classique du TBI, ils permettent de montrer au **vidéoprojecteur** les objets réels en 3D, les filmer, les prendre en photo et les annoter virtuellement. Ces outils, en dehors du projet, me semblent incontournables tant ils facilitent au quotidien, d'une part la projection des cahiers d'élèves (annotations virtuelles ou réelles), de la calculatrice, d'une math'activité, d'une construction plane ou dans l'espace, etc., et d'autre part l'intégration des élèves déficients visuels dans la classe qui ne se placent plus toujours au 1<sup>er</sup> rang.
- **L'ordinateur** utilisé est un ordi35 (prêt du Conseil Général d'Ille & Vilaine (35) à l'année scolaire).
- **Une imprimante** couleur (matériel personnel...).
- Pour les élèves de 3<sup>ème</sup> : un **ordi35** par élève !
- Matériels numériques d'une **salle multimedia** dite classique : 14 postes en réseau d'établissement et un vidéo projecteur.
- **Matériels fongibles** utilisés, en plus des instruments de géométrie, du matériel scolaire classiquement demandé et du matériel très spécifique à une math'activité : un CD inscriptible par élève, des feuilles A4 80 g/m<sup>2</sup> et des feuilles A4 160g/m<sup>2</sup>, des cartouches d'encre pour imprimante couleur (l'impression des figures est faite par le professeur). L'idéal est que ce matériel soit financé par l'établissement.

### Conclusion & coordonnées

Un investissement fort de tous (élèves et professeur) est systématiquement « récompensé » par la toute simple satisfaction d'un projet abouti dans la bonne humeur. Les tensions générées lors des discussions s'oublient, de même que les mauvaises notes obtenues dans des évaluations sommatives souvent stressantes pour les élèves.

Dans cet atelier du colloque, j'avais choisi de ne présenter que des math'activités 3D car elles sont très visuelles. Mais il faut savoir que les math'activités : numériques (statistiques, recette de cuisine, fractales, heure Internet, etc.), 2D (dessins géométriques, figures anamorphosées, tangram, etc.) et de mouvement (le temps est un paramètre supplémentaire à

la 3D : des folioscopes aux *gif* animés, mobile trochoïdal losangé, petite fleur de nénuphar, etc.) sont toutes aussi fascinantes, tant elles sont liées entre elles !

Toutes ses activités, touchant à des thèmes de convergence, favorisent la compréhension de notre environnement, certes scientifique et technologique, mais aussi culturel et social (ex. : les solides de Platon et notre étoile de Kepler sont utilisés dans de nombreux autres domaines pas toujours scientifiques...)

Au-delà des projets dits « attractifs », cette façon de faire cours autrement, utilisant dans son fondement la démarche expérimentale en mathématiques et la concertation en petits groupes, et en positionnant le jeune en tant qu'acteur-auteur-coauteur, contribue, curieusement, à l'apprentissage et à l'exercice de la citoyenneté.

**Coordonnées téléphoniques :** (*Demander de pouvoir joindre Carole LE BELLER*)

**IREM de Rennes** - ☎ : 02 23 23 51 74

**CLG Les Ormeaux à Rennes** - ☎ : 02.99.51.48.51