Le projet européen ReMath : quatre logiciels pour l'apprentissage des mathématiques, et des scénarios pour l'enseignant

Bernard Le Feuvre, Xavier Meyrier
IREM de Rennes

Jean-Baptiste Lagrange, Chi Thanh Nguyen
Lab. André Revuz, Université de Paris VII

I- Introduction

ReMath est un projet européen (IST4-26751) sur l'usage des technologies dans l'enseignement des Mathématiques associant six laboratoires en Italie, Grande-Bretagne, Grèce et France. Le nom complet « représenter des Mathématiques avec l'ordinateur » prend en compte la nécessité de manipuler des représentations dans l'activité et l'apprentissage des Mathématiques et les possibilités nouvelles qu'offrent les technologies digitales pour cela. Dans ce cadre général, le projet ReMath s'est donné comme but de mettre en cohérence les approches des laboratoires participants, en travaillant sur un cycle complet de développement, incluant la conception de logiciels pour l'enseignement, l'élaboration d'activités pédagogiques en classe, et la recherche sur les apprentissages mathématiques réalisés par les élèves grâce à ces activités. Conçu à l'intention des enseignants et des chercheurs, un site Web (http://remath.cti.gr) présente les résultats du projet.

Le projet a conçu, développé et expérimenté six environnements logiciels. Nous en présentons quatre dans cet article, choisis parmi ceux qui offrent le plus de possibilités d'utilisation en France. Apluxis est déjà connu des enseignants français. Le projet ReMath a été l'occasion d'introduire de nouvelles représentations des expressions algébriques. MoPiX permet une variété d'activités qui donnent du sens aux formules algébriques. Cruislet permet le pilotage d'un avion en différents modes au sein d'un système de navigation virtuel 3D de la Grèce. Il doit permettre aux élèves de s'approprier un tel système ainsi que certaines notions mathématiques sous-jacentes. Casyopée est un environnement géométrique et algébrique dédié à l'apprentissage des fonctions conçu et réalisé en partenariat avec l'IREM de Rennes, l'INRP et l'équipe de Didactique des Mathématiques de l'Université Paris 7 (Didirem).

Les expérimentations en classe et leur exploitation ont tenu une grande part dans le projet ReMath. Certaines, portant sur Cruislet et Casyopée ont eu lieu dans le cadre de l'IREM de Rennes. C'est pourquoi, après une introduction rapide à Aplusix et MoPix, nous présentons un exemple d'utilisation de Cruislet, dans laquelle les élèves ont programmé le trajet d'un avion d'Athènes à Sparte, puis de façon plus détaillée Casyopée et des situations possibles d'utilisation. Nous terminons par des perspectives concrètes d'utilisation par les enseignants.

II- Apluxis : un environnement informatique pour l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre élémentaire

Aplusix[1] (Nicaud et al., 2004) est un environnement informatique d'apprentissage humain (EIAH) pour l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre élémentaire, les transformations d'expressions algébriques, les résolutions d'équations, d'inéquations et de systèmes d'équations, au lycée et au collège. Il est composé, principalement :

- d'un micromonde d'édition des expressions algébriques sous forme usuelle et sous forme d'arbre. Cet éditeur, avec des fonctionnalités d'édition comme sélectionner, couper, copier, coller, glisser-déposer, est riche et souple, permettant ainsi diverses rétroactions syntaxiques et sémantiques ;
- d'un module de génération automatique d'exercices comportant une centaine d'exercices types ;
- de modules pour l'enseignant.

Dans Aplusix, l'activité de l'élève consiste à résoudre, comme en papier-crayon, des problèmes d'algèbre en produisant, ligne de calcul après ligne de calcul, les différents pas de calcul de son raisonnement algébrique. Le cadre mathématique offert pour ce travail est la résolution par équivalence. L'élève doit, suivant son choix ou l'énoncé d'un problème, donner une expression algébrique équivalente à l'expression précédente. Il a toute liberté, comme sur le papier, pour le choix de l'expression algébrique de l'étape courante et de la forme de son raisonnement. En général, les activités se déroulent en mode entraînement avec des rétroactions fournies par le logiciel. Il y a deux rétroactions fondamentales. Tout d'abord, l'équivalence algébrique entre étapes est calculée en permanence et affichée. Ensuite, quand l'élève décide que l'exercice est terminé, une vérification syntaxique de la forme de l'expression solution de l'élève est effectuée et les résultats de cette analyse sont affichés. L'élève peut aussi travailler en mode test où ces rétroactions sont absentes.

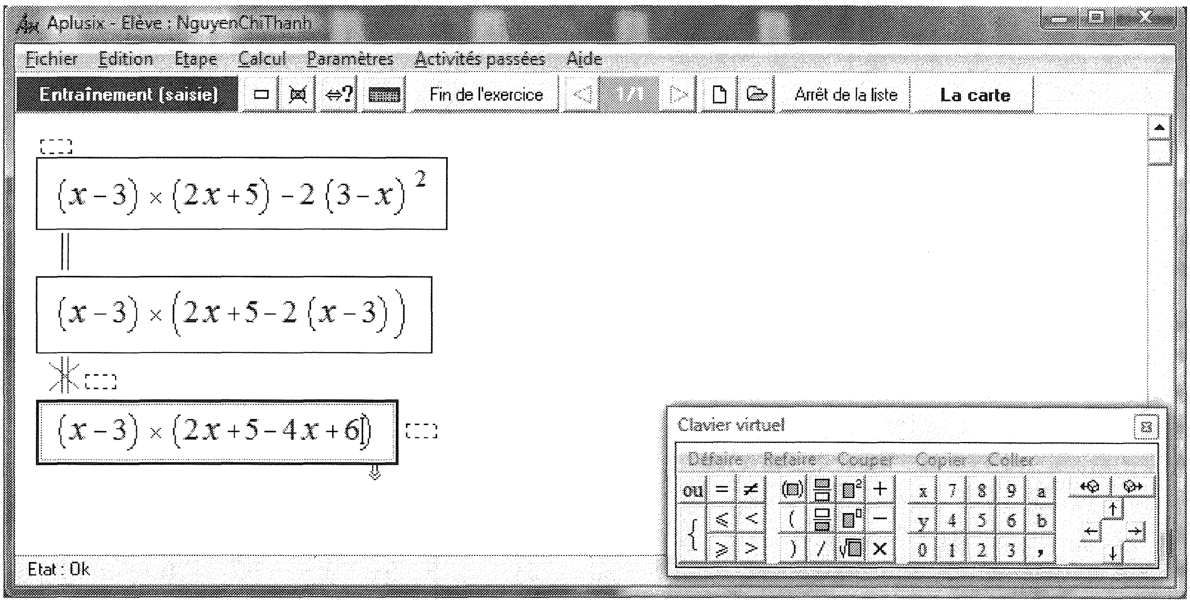


Figure 1. *Représentation dans Aplusix des expressions algébriques dans le registre usuel.*

[1] http://aplusix.imag.fr/

La représentation des expressions algébriques utilisées à l'écran reste fidèle à celle usuelle de ces expressions, telle que chacun peut la donner sur le papier ou au tableau (figure 1). Cette représentation utilise le registre usuel (Duval, 1993) de l'algèbre. Dans la version du logiciel antérieure à ReMath, seul ce registre usuel est proposé. Il permet la formation des expressions algébriques et leur traitement interne. Dans le cadre du projet européen ReMath, deux autres registres de représentations, à savoir l'arbre et le graphique, ont été ajoutés. En effet, chaque registre de représentation montre des facettes différentes d'une même notion et permet de l'appréhender différemment. Les activités de conversion d'un registre à l'autre favorisent l'apprentissage (Bouhineau & al., 2007).

L'introduction du registre arbre dans Aplusix permet à l'élève de choisir entre quatre modes de représentation :

- la représentation usuelle ;
- la représentation arbre libre où on peut éditer librement les arbres et écrire librement dans les nœuds ;
- la représentation arbre contrôlé où on ne peut utiliser que des opérateurs connus et le nombre correct d'arguments ;
- la représentation en arbre mixte, qui correspond à un mode contrôlé, mais qui permet, dans un nœud, d'écrire une expression dans le registre usuel (figure 2).

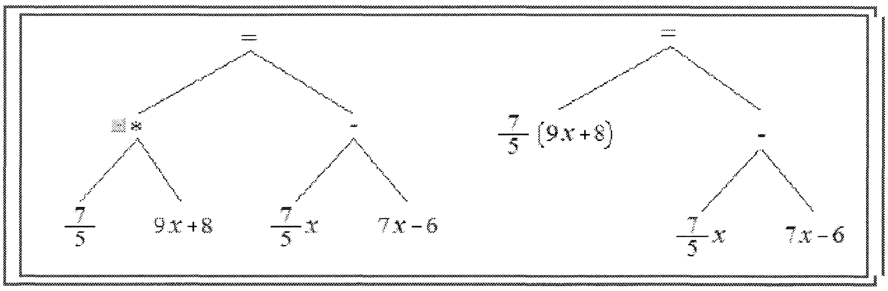


Figure 2. En mode mixte, l'arbre est partiellement développé et il peut se développer ou se réduire en utilisant les boutons "+" et "-".

À tout moment, l'élève peut passer d'une représentation à l'autre. Le passage d'un mode de représentation à un autre permet de faire des conversions entre registres de façon automatique. Grâce à l'éditeur d'exercices, l'enseignant peut construire des activités de conversions des expressions algébriques entre les registres suivants : usuel vers arbre, arbre vers usuel, langue naturelle vers usuel ou arbre.

Des représentations graphiques associées à des équations ont été aussi ajoutées à Aplusix. Dans la figure 3 ci-après, la partie en bas à droite représente graphiquement une fonction, dont l'expression est le premier membre de l'équation (en bas à gauche) qui est en cours de traitement, et l'axe des *x,* qui correspond au second membre, ainsi que les abscisses des intersections.

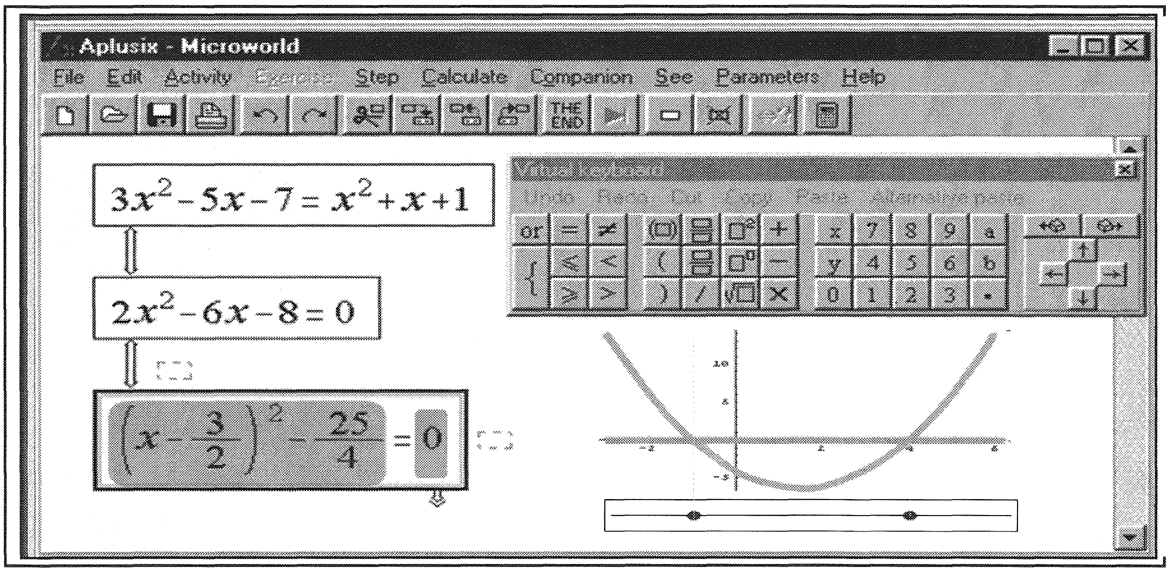


Figure 3. *Représentation graphique dans Apluxis.*

III- MoPiX, des équations pour construire des animations et des simulations

MoPiX est un outil qui permet de construire des animations et des simulations par le biais d' « équations » (au sens de formules algébriques). Il est développé à l'Institute of Education à Londres.

Avec MoPiX, l'élève utilise les équations (ou formules) comme un moyen de s'exprimer et ce d'une manière créative. Des équations permettent à l'élève de créer des mouvements (comme par exemple faire bouger, tourner) pour des objets interactifs, et de changer leur taille, leur couleur et leur forme. Des applications interactives et des jeux peuvent être crées. Ils se présentent comme un ensemble d'objets dont le comportement est régi par une équation dépendant du temps, de l'état de la souris ou du clavier. Des créations collaboratives entre différents utilisateurs sont possibles.

MoPiX 2.0 est une « application Internet riche » c'est-à-dire une application Web avec des accessoires comparables à des applications de bureau. Il est composé de deux parties principales :

- Ressources : Cette partie offre différentes informations et la possibilité d'explorer des modèles (dans une bibliothèque, ou précédemment créés par l'élève) et des équations correspondantes.
- Scène (stage) : c'est la zone de construction et de jeux. Elle est partagée en deux boîtes, celle de gauche pour la construction et l'exécution et celle de droite pour la gestion des équations (figures 4 et 5).

Un objet peut être copié, enregistré ou supprimé de la scène comme le montre la figure 5.

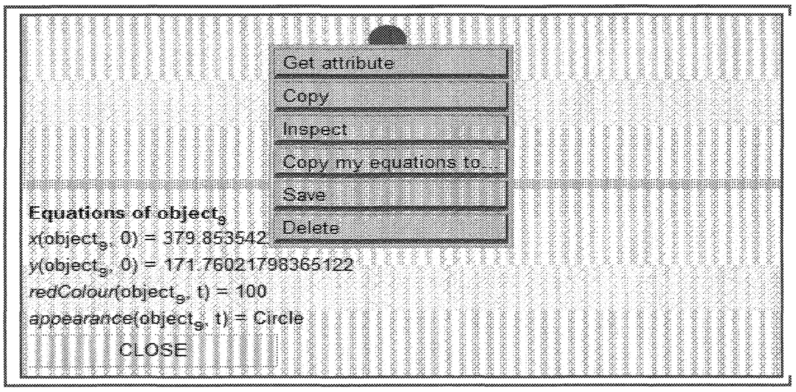


Figure 4. *La scène et le menu de manipulation des objets.*

Des équations de l'objet (ou d'un modèle) peuvent être copiées sur un autre objet et les attributs de l'objet peuvent être affichés.

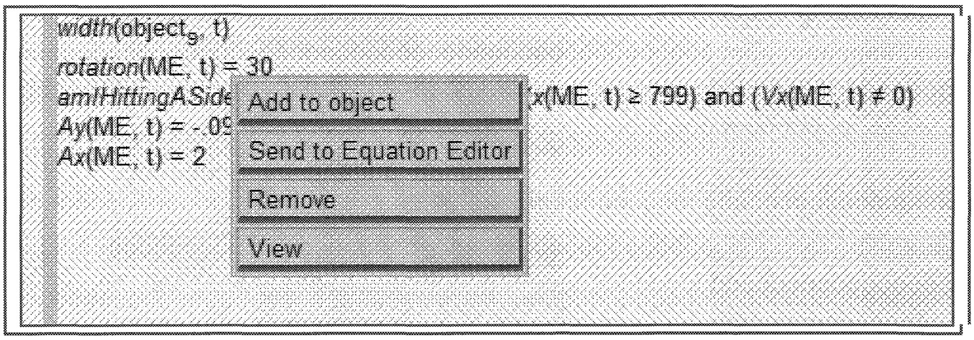


Figure 5. *Menu de gestion des équations.*

Une équation peut être ajoutée à un objet, envoyée à l'éditeur ou supprimée de la scène ou de l'objet. La bibliothèque (library) contient un ensemble d'équations et de modèles. Elle est organisée en sections, pour grouper les équations selon leur fonctionnalité : contrôler l'apparence, la position, l'orientation, la taille, la couleur, et les traces des objets.

On y trouve aussi, dans la partie *Exemples*, un ensemble de modèles pour l'utilisation hors ligne. Les fonctions définies par l'utilisateur sont de la forme : *nom* de *fonction* (nom de l'objet, temps), où le nom de l'objet s'adresse à l'objet actuellement traité sur la scène ou à un autre objet en relation avec lui. Les fonctions sont celles du temps et le second argument précise un temps particulier.

Lorsqu'on exécute son modèle, chaque élément ou objet *i* est affiché. Ses attributs sont par exemple : *x(i, t), y(i, t), width(i, t), rotation(i, t), redColour(i, t).*

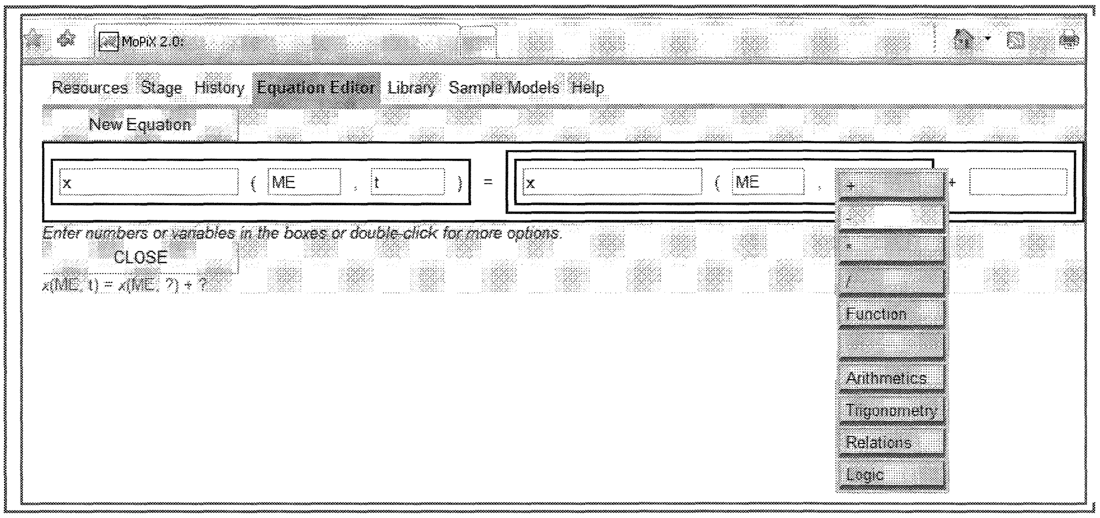


Figure 6. *Ouverture des équations existantes.*

On peut affecter une valeur à toutes les fonctions qui contrôlent l'apparence, la position, l'orientation, la taille, la couleur et les traces des objets ; par exemple *rotation*(*ME*, *t*) = $t \times 2$ précise que l'objet *ME* doit tourner de 2 degrés par unité de temps. Alternativement, des fonctions peuvent être définies en terme d'autres fonctions telles que: $x(i,t) = x(i, t-1) + Vx(i, t)$, où *Vx* est une fonction de l'objet *i* et du temps.

Des commandes style magnétoscope permettent de jouer les animations programmées à l'aide des équations (figure 7).

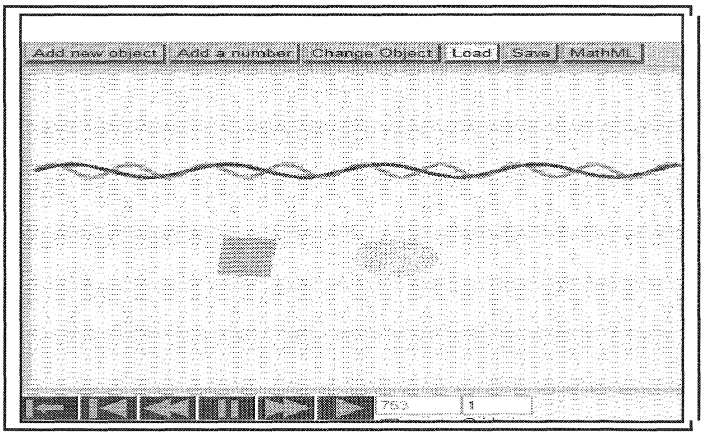


Figure 7. *Animations programmées à l'aide des équations.*

Web 2.0 est basé sur le principe selon lequel un utilisateur est aussi bien un producteur d'information qu'un consommateur et agit dans des communautés. Ce principe a été pris en compte lors de la conception de MoPiX 2.0. Ainsi, toutes les animations construites avec MoPiX peuvent être directement intégrées à d'autres applications en vue de leur partage.

IV- Cruislet : apprendre la navigation dans un espace géographique

Conçu et développé par une équipe grecque, Cruislet est un environnement informatique pour l'apprentissage de la navigation dans un espace géographique en trois dimensions, à l'aide d'outils mathématiques et de programmation. Il est composé de deux systèmes de représentation interdépendants permettant de caractériser un déplacement dans un espace à trois dimensions : un repère géographique et un repère polaire. En pilotant des avions dans cet espace, les élèves explorent des visualisations spatiales et se confrontent à des concepts géographiques et mathématiques. Ils peuvent également s'initier à la programmation en utilisant le langage de LOGO pour programmer des déplacements d'avions.

IV.1- L'interface Cruislet

L'interface de Cruislet comprend deux visionneuses de la carte géographique de la Grèce, l'une en trois dimensions et l'autre en deux dimensions, ainsi qu'une zone de commande dédiée au pilotage d'un avion et à la programmation LOGO.

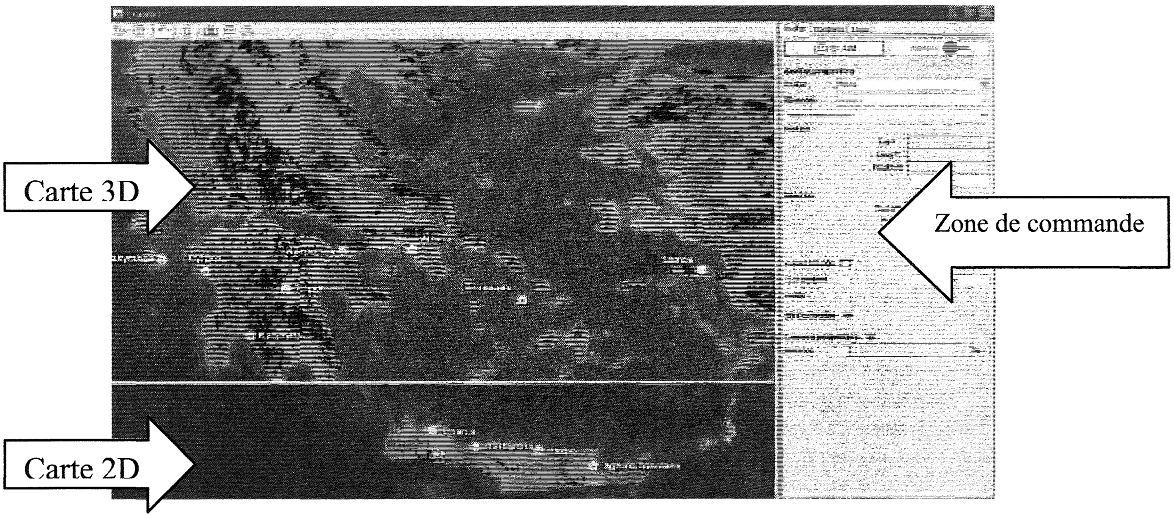


Figure 1. *Interface de Cruislet.*

Les élèves peuvent explorer la carte en trois dimensions en utilisant la souris comme un outil de navigation et voir simultanément leur position sur la carte en deux dimensions. Quand ils déplacent la souris, un pointeur mobile apparaît, marqué par le symbole X. Ce pointeur est lié à une boîte affichant ses coordonnées géographiques (la latitude et la longitude) et son altitude.

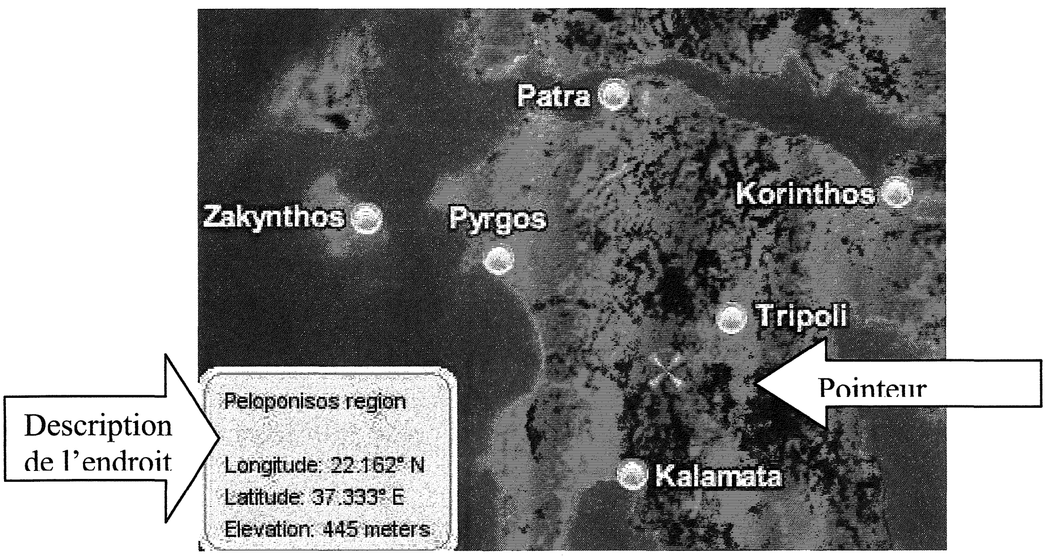


Figure 2. *Endroit pointé.*

La zone de commande de Cruislet permet de créer un avatar (avion ou hélicoptère), de le positionner suivant les coordonnées géographiques et de le déplacer.

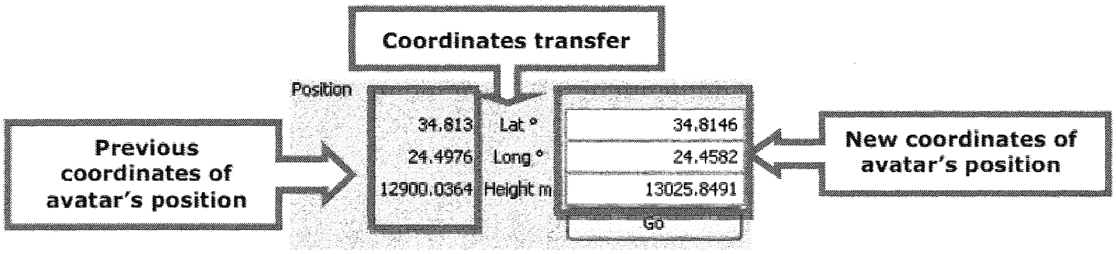


Figure 3. *Définition des coordonnées géographiques.*

Le déplacement d'un avatar selon sa direction est précisé par un vecteur caractérisé par sa longueur (R) et deux angles (Théta et Fi).

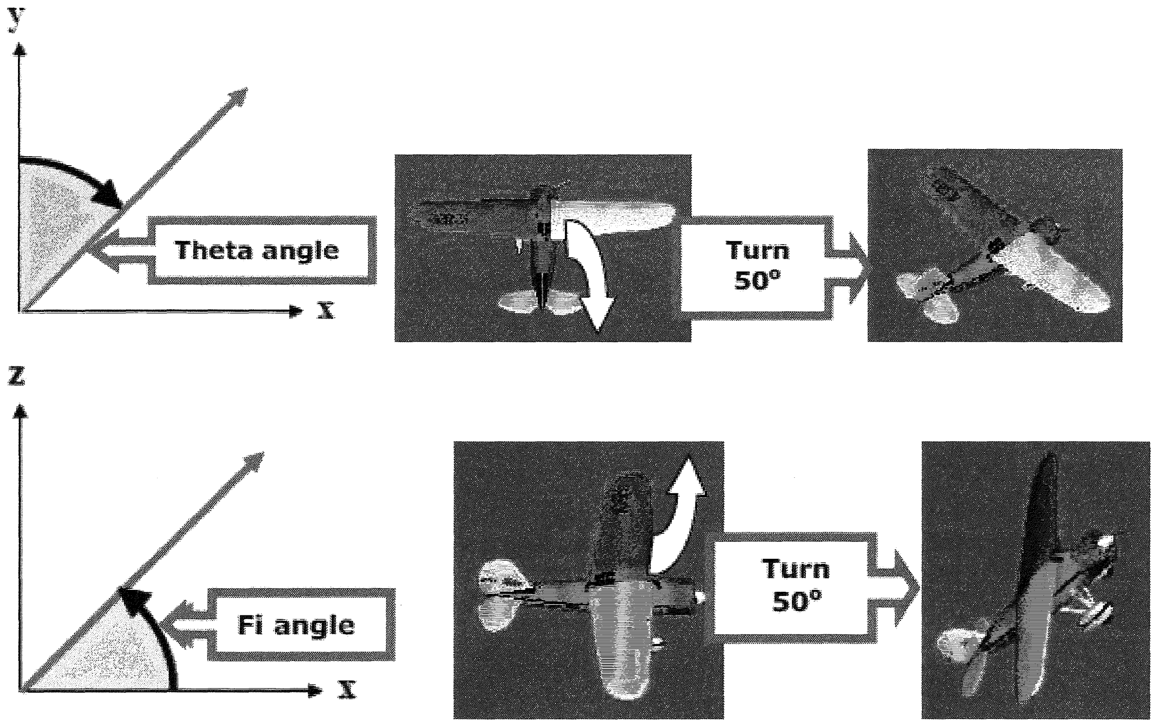


Figure 4. *Angles Théta, Fi et rotations.*

Intégré à l'environnement, le module de programmation LOGO permet aux élèves d'écrire des commandes (procédures) puis les exécuter.

IV.2- Scénario d'utilisation

En conformité avec l'un des objectifs du projet ReMath, des scénarios d'utilisation ont été développés par deux équipes différentes : les concepteurs du projet, d'une part, et notre groupe Didirem, d'autre part. Nous décrirons ici le scénario d'utilisation élaboré par notre groupe.

Il s'adresse à des élèves des classes de troisième jusqu'à la classe de première scientifique (15 à 17 ans) et nécessite comme pré-requis les notions de longitude et latitude en géographie, de coordonnées cartésiennes, les vecteurs, les angles et la trigonométrie de fin de collège.

Ses buts éducatifs sont :

- Repérer des sites importants de la Grèce ainsi que de grandes caractéristiques géographiques du pays.

- Réinvestir les connaissances sur le repérage en géographie, aborder le système de coordonnées sphériques.
- Réinvestir les connaissances mathématiques sur les vecteurs, les angles, la trigonométrie de base dans un contexte hors mathématique.
- S'initier à la programmation.

Dans une première phase en classe entière, le professeur utilise le vidéo-projecteur pour illustrer les fonctionnalités importantes du logiciel : déplacement sur la carte en trois dimensions, recherche de la longitude, latitude et altitude de lieux. Les élèves découvrent ensuite la création et le pilotage d'un avatar.

La deuxième phase est consacrée à l'élaboration d'un voyage. Les élèves travaillent en groupe. Ils disposent de la carte papier de la Grèce ainsi que l'environnement Cruislet. Ils doivent organiser, à partir de l'altitude de 400 mètres au dessus d'Athènes, un voyage jusqu'à Sparte avec la contrainte qu'ils suivent d'aussi près que possible le relief. Ils ont donc à identifier les deux montagnes sur le trajet Athènes-Sparte, leur position par rapport aux villes Athènes et Sparte et leur altitude, puis à définir une stratégie de survol des deux montagnes.

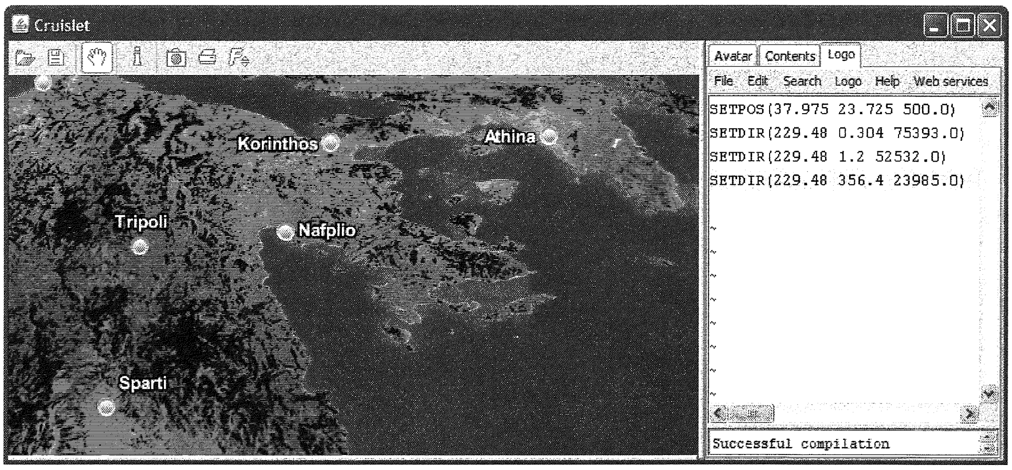


Figure 5. Le trajet Athènes Sparte.

Pour le survol des deux montagnes, ils doivent donner, grâce à la carte de Grèce, la direction théta dans laquelle diriger l'avion pour joindre Athènes à Sparte, puis définir des portions du trajet permettant le survol et calculer les angles Phi et les rayons Rm sur ces différentes portions. Cette deuxième phase fait l'objet d'une discussion collective sur les stratégies utilisées qui sont visualisées et testées. La discussion permet d'introduire la programmation en Logo par l'écriture d'une procédure regroupant les différentes portions du trajet.

La troisième phase met en jeu la programmation : il s'agit de réaliser des vols selon des figures géométriques.

Les élèves commencent par faire fonctionner un programme LOGO correspondant au vol d'un avion en forme de triangle équilatéral à altitude constante de 5000 mètres.

Ils doivent alors interpréter les commandes, puis en groupes, adapter le programme pour réaliser d'autres figures, un triangle équilatéral vertical au dessus d'Athènes et un hexagone régulier à altitude constante. Les élèves peuvent alors programmer des vols acrobatiques, tels un vol en spirale horizontale, un vol circulaire, ou encore un vol hélicoïdal.

~ SETPOS(37.9737 23.7278 5000)

~ make "a 0

~ repeat 3 [wait(80)

~make "a :a+120

~ SETDIR(:a 0 10000)]

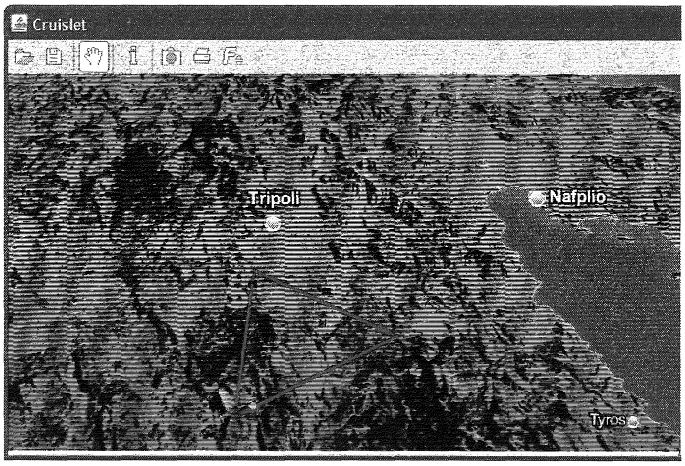


Figure 6. *Programmation d'un triangle équilatéral.*

V- Casyopée un logiciel pour l'apprentissage des fonctions

Casyopée vise à faciliter les explorations numérique, graphique et formelle des fonctions. Il intègre un noyau de calcul formel (Maxima) de façon à donner accès à de nouvelles possibilités d'actions offertes par le calcul symbolique. Un module de géométrie dynamique, intégré dans l'environnement Casyopée, offre la possibilité d'explorer et modéliser fonctionnellement des situations géométriques liées, par exemple, à des variations d'aires (ou, plus généralement, d'expressions géométriques) en fonction de grandeurs dont elles dépendent.

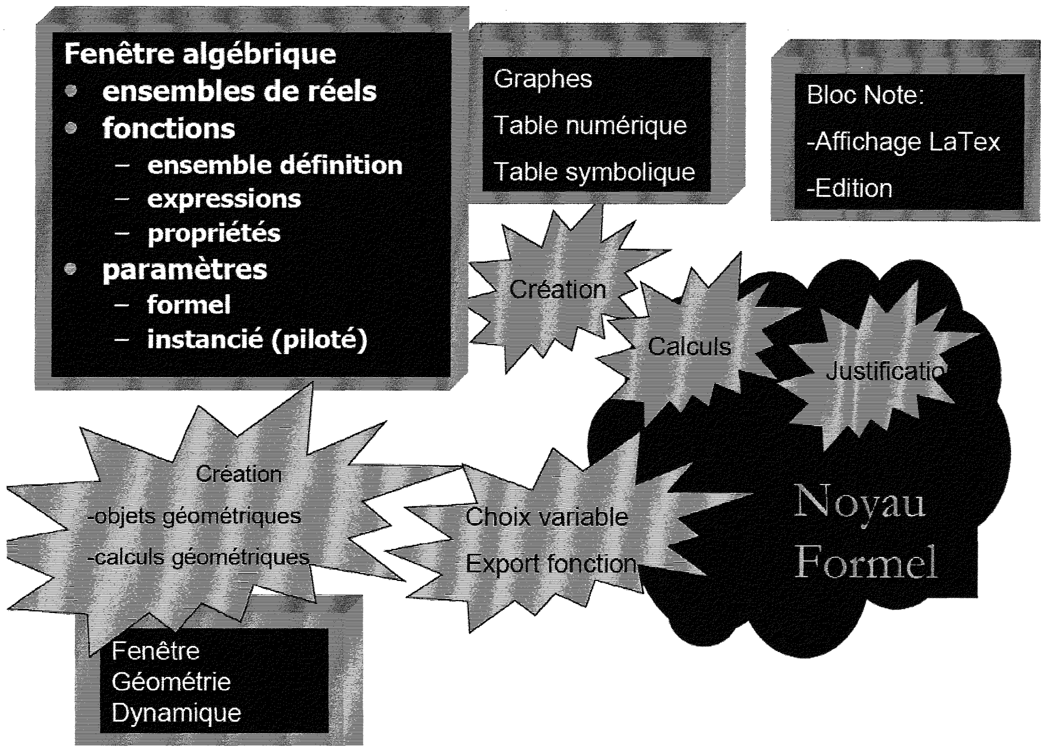


Figure 1. *L'architecture de Casyopée.*

Nous illustrerons les fonctionnalités principales du logiciel au travers de problèmes issus de situations de classes. Les exemples correspondent aux deux périodes de développement du logiciel : une première période est centrée sur les possibilités offertes par le calcul formel qui permet de :

- libérer les élèves de tâches calculatoires,
- élargir le champ des problèmes,
- aider les élèves à la démonstration,
- adapter le logiciel au profil des élèves.

Elle s'est concrétisée par la création de la fenêtre de Calcul Symbolique qui a évolué suite aux expérimentations auprès des élèves et aux remarques de professeurs.

Lors des expérimentations nous avons observé que l'utilisation du logiciel permet aux élèves d'être actifs et de progresser dans la résolution des problèmes posés. En particulier, les outils de calcul formel peuvent les libérer de tâches calculatoires et l'utilisation de paramètres permet la généralisation de situations. Le premier exemple, étude d'un raccord, correspond à cette période.

Dans un deuxième période, nous avons cherché à associer « géométrie dynamique » et « calcul formel ». Modélisations de situations géométriques, étude de propriétés géométriques de courbes peuvent amener à la création de fonctions. Nous avons créé un module de géométrie dynamique reprenant des fonctionnalités de logiciels de géométrie dynamique. Nous y avons ajouté la possibilité de définir des fonctions liées à des situations géométriques, fonctions pouvant être étudiées dans la fenêtre de Calcul Symbolique. L'exemple aspect géométrique de courbes, correspond à cette deuxième période.

V.1- La fenêtre de Calcul symbolique et d'exploration graphique

Cette fenêtre permet des explorations numériques et graphiques. Un menu Calculer met à la disposition de l'élève des outils de calcul formel, un menu Justifier est une aide à la rédaction qui peut s'effectuer dans un Bloc Note où les travaux de l'élève sont en partie consignés. Un menu Equation permet la résolution d'équations de différents types.

Un problème de raccord : *ce problème a été donné à des élèves de terminale scientifique. Il permet de visualiser des fonctionnalités de cette fenêtre.*

On considère deux demi-droites $(tA]$ et $[Bz)$. On cherche à relier par une « belle » courbe ces deux demi-droites, c'est-à-dire à déterminer une courbe tangente en A et en B à ces deux demi-droites et qui ne change pas « brusquement » de pente.

Les fonctions affines sont exclues, de même le raccordement à l'aide de deux quarts de cercle (pas de tangente verticale). Les élèves disposent des opérations suivantes :

- Opération sur des expressions ou des fonctions (par exemple : développer ou factoriser une expression, intégrer ou dériver des fonctions, résolution exacte et approchée d'équations).
- Représentation graphique des fonctions avec prise en compte de l'ensemble de définition.
- Calcul numérique ou formel avec des fonctions (par exemple, calcul de valeurs et de limites d'une fonction).

Ils peuvent aussi créer des paramètres, instanciés ou non. La création des paramètres et leur pilotage leur permettent de faire des essais. Une analyse des contraintes (parité, conditions aux bornes) permet de diminuer le nombre de paramètres et de construire pas à pas des solutions au problème de raccord.

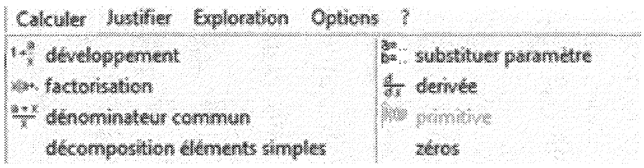
Les élèves ont cherché à déterminer des fonctions polynômes du second et troisième degré ainsi que des fonctions sinusoïdales. Ils ont créé et piloté des paramètres. S'ils ont cherché à diminuer le nombre de paramètres, c'est le professeur qui a dû les aider à traduire les contraintes du problème en des contraintes algébriques.

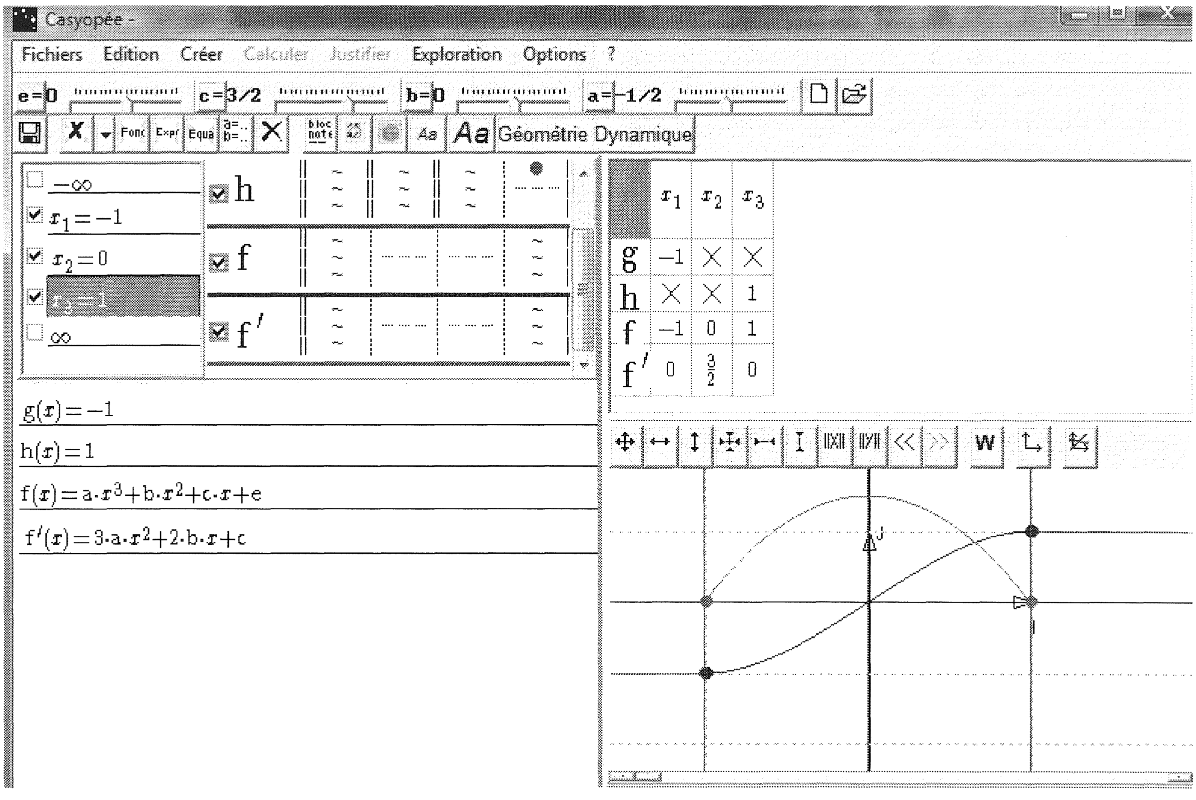
Les solutions trouvées par les élèves sont des fonctions polynômes (fonction du second degré définies par morceaux, fonction du troisième degré), ou fonctions trigonométriques, avec l'aide des professeurs pour ces dernières.

La démarche présentée ici est celle de la recherche d'une fonction du troisième degré. Elle peut s'organiser de la façon suivante :

- création des valeurs – 1 et 1 et des fonctions $g(x) = -1$ sur l'intervalle $]-\infty\,;-1]$, $h(x) = 1$ sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$; *le logiciel permet de créer des valeurs et par conséquent de créer des ensembles de définition* ;
- Création des paramètres *a, b, c, e* ;
- Création de la fonction $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + e$ définie sur [-1 ; 1] ;
- Pilotage des paramètres (*ceux-ci peuvent être formels ou instanciés*) ; *le pilotage non organisé ne peut apporter de réponses satisfaisantes ; par contre, un geste comme fixer un ou des paramètres et piloter les autres peut permettre de comprendre le rôle de chacun des paramètres et entraîner chez l'élève une réflexion sur l'organisation de démarches.*

Utilisation du menu Calculer (*outils de calcul formel*) pour « dérivée », « recherche de zéro » ; « substituer paramètre » permet de créer une nouvelle fonction sur le même ensemble de définition, mais indépendante de celle définie avec paramètres.





Considérations géométriques (*symétrie par rapport à O, parité*) ;
mise des paramètres b et e à 0 et changement du pas des deux autres paramètres ;
écriture de conditions algébriques ;
fenêtres des valeurs symboliques (*affichage des valeurs numériques*) ;
solution $f(x) = -x^3 + x$.

Le logiciel permet la rédaction des solutions dans une fenêtre Bloc Note. Un menu Justifier est disponible et peut être une aide à la rédaction.

V.2- La fenêtre Géométrique Dynamique et l'exploration de fonction

Cette fenêtre permet la réalisation de figures géométriques dynamiques et la modélisation fonctionnelle des situations géométriques.

Aspect géométrique de courbes : *à travers l'étude de la sous-tangente, la fenêtre de géométrie dynamique est présentée avec, notamment, ses possibilités de création de variables, de fonctions (exprimées en fonction de ces variables) et d'exportation de ces fonctions dans la fenêtre de Calcul Symbolique.*

Enoncé
On considère la fonction $f(x) = x^2$. On note M un point mobile de la courbe de f. Le point P est l'intersection entre la tangente en M à la courbe et l'axe des abscisses ; le point Q est le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses. Etudier les variations de $x_M - x_P$.
Prolongement : existe-t-il des fonctions pour lesquelles cette distance $x_M - x_P$ est constante ?

Utilisation du logiciel

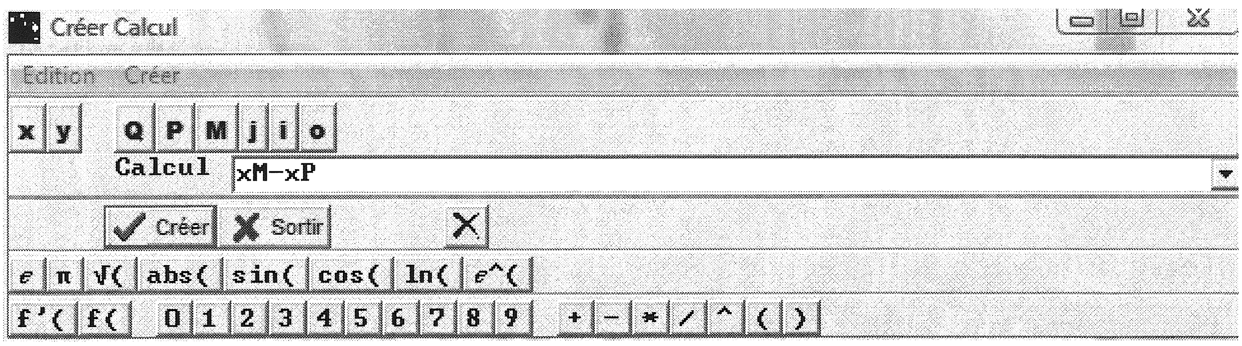
Les fonctions sont définies dans la fenêtre Calcul Symbolique, leurs représentations graphiques peuvent être tracées dans la fenêtre de Géométrie Dynamique. Les fonctionnalités de la géométrie dynamique permettent de créer des point mobiles sur courbes, de tracer des droites (tangentes, perpendiculaires, parallèles…), de créer des calculs géométriques $x_M - x_P$ et de faire apparaître leurs valeurs. Le choix d'une variable permet d'exprimer $x_M - x_P$ en fonction de celle–ci et d'étudier la fonction ainsi définie dans la fenêtre de Calcul Symbolique.

Exemple de résolution

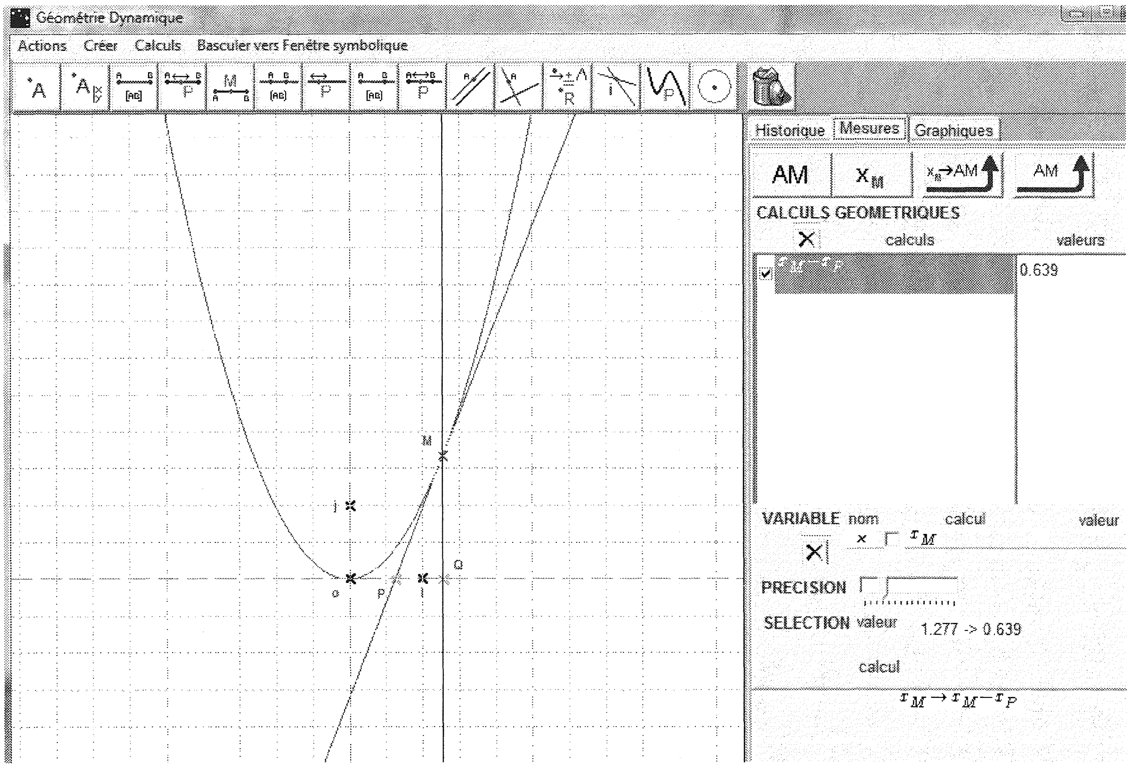
La courbe d'équation $y = x^2$ est crée dans la fenêtre de Calcul Symbolique. Elle est importée dans la fenêtre de géométrie dynamique.

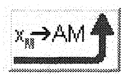
On crée un point mobile M sur la courbe et on demande le tracé de la tangente en ce point M.

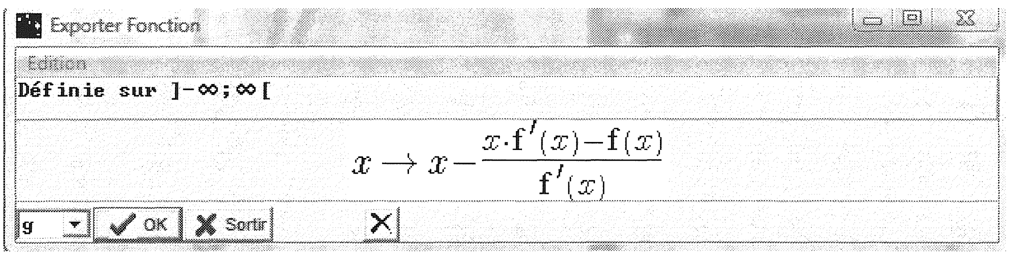
Les points P et Q sont créés comme points d'intersection de deux objets (ici des droites) préalablement sélectionnés. Avec le bouton AM, on crée le calcul $x_M - x_P$.



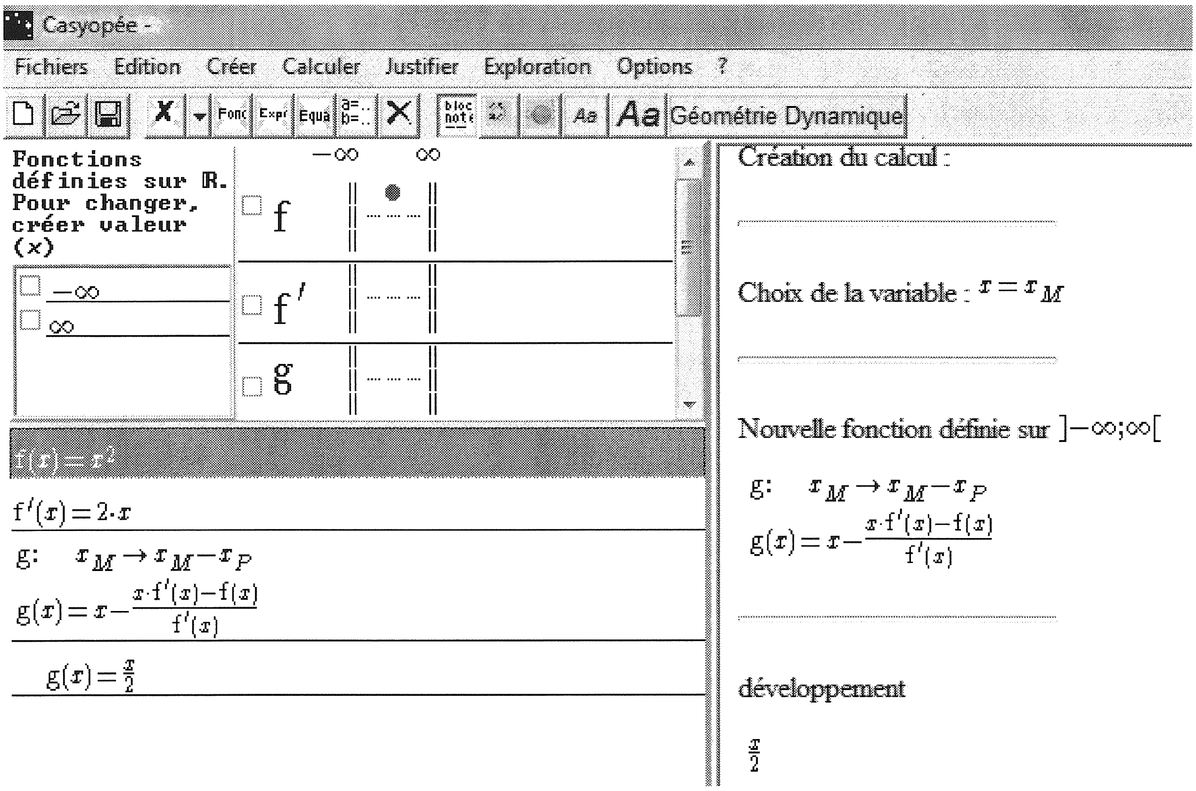
Déplacement du point M sur la courbe et exploration numérique de $x_M - x_P$.
Choix de la variable avec le bouton $\mathrm{X_M}$; ici, la variable choisie est l'abscisse du point M.



Création de la fonction exprimant $x_M - x_P$ en fonction de x_M avec le bouton  ; l'expression affichée est une expression générale, valable pour des fonctions dérivables sur des intervalles convenablement choisis.



Cette fonction est exportée dans la fenêtre de Calcul Symbolique. Elle peut alors être simplifiée (Menu Calculer).



Cette situation peut être prolongée par la recherche de fonctions où $x_M - x_P$ reste constante.

VI- Perspectives pour l'utilisation des logiciels par les enseignants

Le site ReMath donne accès au téléchargement des six logiciels ainsi qu'à des documents de prise en main. Treize « Plans Pédagogiques » (scénarios) pour l'utilisation éducative des environnements ont été développés. Ils sont orientés vers des buts éducatifs spécifiques. Ils sont accompagnés d'un ensemble de réflexions théoriques et pédagogiques, de plans d'activité et de guides aidant à la mise en œuvre des activités. Ils sont décrits dans une structure commune, prenant la forme d'une arborescence. Ceci devrait permettre relativement facilement à un enseignant de prendre en main l'un de ses logiciels et de développer des usages.

Par ailleurs, notre équipe maintient un site dédié à Casyopée (http://casyopee.eu). Un groupe de l'IREM de Rennes, soutenu par l'INRP et le rectorat, travaille à la diffusion du logiciel en développant des situations d'utilisation pour toutes les classes du lycée. Les situations seront d'abord proposées d'abord sur notre site, puis devraient être mises à disposition des enseignants de l'académie de Rennes sur l'Espace Numérique de Travail.

Références bibliographiques et Internet

Bottino, R.M., Kynigos, C. (submitted). Mathematics education & digital technologies: facing the challenge of networking European research teams. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Duval R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, in *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 5, IREM de Strasbourg.

Lagrange, J.B. (2008), Le calcul algébrique au premier trimestre de Première S. Utilisation d'un outil géométrique et symbolique.
http://revue.sesamath.net/spip.php?article112

Actions nationales « TICE et Mathématiques » 2008-2009 :

Activité 1 : Étude d'une famille de fonctions avec l'environnement Casyopée.

Activité 4 : Étude d'une fonction et mise en évidence de deux suites numériques avec l'environnement Casyopée.

Activité 5 : Recherche de l'aire maximale d'un triangle avec l'environnement Casyopée.
http://espaceeducatif.ac-rennes.fr/jahia/Jahia/site/espaceeducatif3/cache/offonce/pid/16532;jsessionid=37AC45F6F7506C0ABE2DFECEF06239CC.