UNIVERSITÉ DE RENNES 1

UFR de Mathématiques

IREM RENNES

ENTRETIENS INDIVIDUELS ET DIFFICULTÉS D'APPRENTISSAGE EN ALGÈBRE

Expérimentations aux niveaux Troisième et Seconde (professionnelle et générale)

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

RENNES

ENTRETIENS INDIVIDUELS
ET
DIFFICULTES D'APPRENTISSAGE EN ALGEBRE

Expérimentations aux niveaux
Troisième et Seconde (professionnelle et générale)

IREM DE RENNES
JUILLET 2008

Auteurs de la brochure :

Michèle Blimo	Lycée Professionnel Louis Guilloux - Rennes
Isabelle Guinard	Lycée Henri Avril - Lamballe
Dominique Hilt	Lycée Henri Avril - Lamballe
Marie-Hélène Hinault	Lycée Henri Avril - Lamballe
Jean Julo	UFR Mathématiques & IREM - Université Rennes 1
Françoise Mallédant	Collège Jacques Brel - Noyal-sur-Vilaine
Martine Taburet	Collège Emile Zola – Rennes

Cette brochure rend compte des travaux d'un groupe de recherche-formation mis en place à la rentrée 2005 avec des moyens de la DESCO (*Direction de l'Enseignement Scolaire* du *Ministère de l'Education Nationale*) et de l'IREM de Rennes.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Le travail présenté ici fait suite à celui mené par un autre groupe de l'IREM de Rennes sur le thème de l'aide individualisée en classe de seconde (Irem de Rennes, 2005). Parmi les pratiques d'aide expérimentées par cette équipe figurait celle de l'entretien individuel. Les textes officiels de 1999 évoquaient d'ailleurs le recours à de tels entretiens dans le cadre du dispositif d'aide individualisée mis en place en mathématiques et en français. Dans ces textes, l'objectif attribué à l'entretien est surtout de mettre l'élève en confiance et d'établir avec lui un bilan général de ses difficultés (au niveau de ses méthodes de travail par exemple). Le groupe de l'IREM a plutôt envisagé, quant à lui, la possibilité d'utiliser de tels entretiens individuels pour travailler sur des lacunes précises au niveau de ses connaissances mathématiques.

Convaincus par les premières expérimentations réalisées, nous avons entrepris de poursuivre ce travail en nous centrant sur cette seule pratique de l'entretien cognitif mais en élargissant son application à des classes de seconde professionnelle et de troisième. Cette pratique impliquant une réflexion approfondie sur le contenu mathématique et ses difficultés propres à un niveau donné, nous avons choisi de poursuivre sur le thème du calcul algébrique déjà privilégié par le précédent groupe.

Quelques indications pour faciliter la lecture de cette brochure :

- le premier chapitre présente une synthèse des résultats auxquels nous parvenons : les objectifs, les principes généraux et les modalités de la démarche retenue ; il permet d'avoir une idée d'ensemble de cette démarche avant d'aborder les aspects plus techniques ;
- la lecture de cette synthèse peut être complétée par celle du chapitre 4 qui décrit concrètement plusieurs déroulements d'entretien ;
- les chapitres 3 et 5 sont les plus techniques ; ils présentent d'une part l'outil principal utilisé dans la démarche (les exercices de « mise en route »), d'autre part une manière d'analyser ce qui s'est passé au cours d'un entretien ;
- le chapitre 2 fournit quelques données théoriques sur la pratique des entretiens cognitifs.

Précisons enfin que certains documents présentés dans cette brochure peuvent être téléchargés à partir du site de l'IREM de Rennes : http://www.irem.univ-rennes1.fr

chapitre 1

DES ENTRETIENS INDIVIDUELS EN ALGEBRE POURQUOI ? COMMENT ?

Nous présentons ici, de manière synthétique, les principaux choix que nous avons faits et le bilan que nous tirons de nos essais.

Nous avons organisé ce condensé autour de huit thèmes :

1. l'objectif
2. les principes généraux
3. les exercices de mise en route
4. le choix des élèves
5. les dispositifs expérimentés
6. les modalités de l'entretien
7. l'analyse a posteriori
8. un bilan

1 – L'objectif

Le premier constat que nous avons pu faire, dès le début de notre travail, est la difficulté de formuler avec précision l'objectif poursuivi lorsqu'on se lance dans une pratique d'entretiens individuels. C'est pourtant la condition première : que l'enseignant soit bien au clair avec cet objectif afin de pouvoir le présenter de manière convaincante à l'élève.

La formulation que nous avons fini par retenir pour énoncer le but de ces entretiens est celle d'un *bilan approfondi de certaines sources d'erreurs*, pour l'élève concerné et pour le contenu mathématique considéré (ici le calcul algébrique). Les raisons de ce choix sont les suivantes.

- Divers travaux sur l'aide individualisée montrent que le fait d'annoncer à l'élève qu'on se propose de l'aider et de "remédier" à ses difficultés crée une confusion ; il peut penser qu'il est pris en charge et que c'est à l'enseignant seul d'agir (déresponsabilisation) ; cette attitude conduit aussi souvent l'élève à attendre des progrès à très court terme.

- Annoncer comme objectif un *bilan approfondi* de ses difficultés personnelles dans un domaine précis permet d'éviter en partie cet effet d'attente passive d'une "solution" ; mais pour aller plus loin, il faut que l'élève comprenne qu'il ne s'agit pas non plus d'un check-up que va réaliser l'enseignant mais bien d'une démarche *conjointe* d'analyse des difficultés.

- La notion de *sources d'erreurs* permet de renforcer l'idée que le but n'est pas seulement de corriger ponctuellement les erreurs mais bien de s'intéresser à leur mécanisme, leur logique ; nous pensons que les élèves des niveaux concernés ($3^{ème}/2^{nde}$) peuvent être intéressés par la perspective d'une telle démarche, surtout s'ils sentent que le professeur a lui-même envie de comprendre d'où viennent leurs difficultés dans le domaine considéré.

2 – Les principes généraux

Après avoir clarifié cette question de la finalité de l'entretien que l'on propose aux élèves, nous avons retenu trois principes généraux pour sa mise en œuvre.

- Nous avons choisi de ne pas nous référer à une technique d'entretien particulière (tout en nous informant sur celles qui existent – cf chapitre 2) mais plutôt d'essayer de préciser les *rôles différents* que peut avoir l'enseignant au cours de l'entretien. Le rôle majeur résulte directement de l'objectif présenté ci-dessus : permettre une explicitation progressive des sources d'erreurs lors des échanges avec l'élève. Mais deux autres rôles doivent aussi être pris en charge par l'enseignant : aider l'élève dans la résolution des exercices proposés et lui apporter un certain nombre d'explications liées aux difficultés mises à plat.

- Le choix a été fait, également, de concevoir un certain nombre d'*outils* spécifiques. Les entretiens menés sans préparation (par exemple lorsque l'on propose à un élève de "discuter" d'un devoir raté) ne permettent généralement pas d'aller très loin dans le dialogue et l'analyse. C'est pourquoi nous avons accordé une grande importance à ce que nous appelons les *exercices de mise en route* ; il s'agit d'exercices permettant de lancer la démarche dans une classe ; ils remplissent trois fonctions principales : étude des difficultés (en calcul algébrique dans le cas présent), choix des élèves à qui on propose un entretien et support initial pour démarrer celui-ci.

- Le troisième principe retenu mais que nous ne sommes pas parvenu à mettre en œuvre dans cette expérimentation est de donner une suite à l'entretien et de l'inclure autant que possible dans une *démarche* plus large. Dans le cas idéal envisagé, cette démarche comporterait deux entretiens avec le même élève, un ensemble d'exercices permettant de prolonger la mise à plat effectuée au cours du premier et des fiches de travail autodirigé permettant de consolider certains réapprentissages négociés avec l'élève lors du second entretien.

3 – Les exercices de mise en route

Dans la démarche retenue, quatre exercices soumis à toute la classe servent de point de départ. Nous en donnons seulement ici un aperçu général, les aspects techniques étant présentés dans le chapitre 3.

Les critères qui nous ont guidés dans le choix de ces exercices sont les suivants :

- ne pas être *trop difficiles* pour pourvoir être soumis aux élèves de 2nde dès le début de l'année (sans révisions préalables) et être faisables par les élèves de 3ème dans la seconde partie de l'année (c'est-à-dire quelques semaines après que le calcul algébrique ait été abordé) ;
- mais être aussi *suffisamment discriminants* pour permettre d'identifier rapidement les élèves susceptibles de tirer le meilleur profit d'un entretien individuel ;
- être surtout *révélateurs des erreurs récurrentes* pour un élève donné ;
- enfin, et ce critère est important, être *intéressants comme supports d'entretien*, c'est-à-dire ouvrir des pistes de dialogue et permettre des enchaînements avec d'autres exercices.

Une contrainte prise en compte est aussi la durée qui doit rester raisonnable : 50 minutes maximum (sur une ou plusieurs séances).

Ces exercices ne constituent donc pas un "test" au sens habituel du terme. Ils remplissent plusieurs fonctions que l'expression *« mise en route »* nous a paru pouvoir résumer.

4 – Le choix des élèves

Le choix des élèves auxquels nous proposons un entretien se base sur deux critères principaux.

- Un *profil algébrique* : nous prenons en compte les réponses des élèves aux exercices de mise en route. Un codage nous permet de classer les erreurs. Nous privilégions ceux qui font des fautes récurrentes. Par contre si elles sont trop diverses, l'entretien n'est pas un dispositif adapté. Il faut cibler une ou deux erreurs. Le codage permettra de les analyser.

- Un *profil général* : on s'interroge sur les dispositions de l'élève par rapport à l'entretien :
  - est-il prêt au dialogue ?
  - va-t-il adhérer à la démarche dans laquelle on essaie de l'impliquer ?

  Si ce n'est pas le cas, le risque d'échec de l'entretien est grand.

Quelques remarques à propos de ces critères de choix.

- Du point de vue du professeur :

  - la séparation entre les deux profils n'est pas nette ;

  - les élèves choisis ne sont pas nécessairement en échec ;

  - en Troisième et Seconde professionnelle, l'évaluation se faisant plus tard dans l'année, le professeur connaît déjà le profil général de l'élève.

- Concernant l'élève :

  - nous proposons l'entretien à un élève ; nous essayons de le conduire vers une démarche collaboratrice, voire au final volontariste ; le contrat passé avec lui est le même que dans le cadre de l'aide individualisée ;

  - il nous semble important d'entraîner dans cette démarche des élèves peu conscients de leurs difficultés ou qui les cachent derrière des « je n'ai pas assez travaillé » ou « des fautes d'étourderie » ou qui n'ont pas confiance en eux ;

  - en revanche, nous refusons en entretien les élèves volontaires qui n'entrent pas dans les critères ; leurs demandes seront traitées soit en classe soit en groupe lors des modules ou des aides individualisées.

5 – Les dispositifs expérimentés

Le premier problème pratique qui se pose pour mener de tels entretiens est, bien évidemment, celui de l'emploi du temps : où les caser ? En Seconde générale, le dispositif de l'aide individualisée permet assez facilement de régler la question mais ce n'est pas le cas dans les autres classes.

Nous présentons dans le tableau de la page suivante les modes d'organisation adoptés dans le cadre de ce travail.

		SECONDE GENERALE	SECONDE PROFESSIONNELLE ET TROISIEME
EXERCICES DE MISE EN ROUTE	**Période**	Dès le début de l'année scolaire.	Dans les semaines proches des vacances de Noël (avant ou après) quand les élèves ont pratiqué et un peu digéré les calculs algébriques.
	Modalités	En classe entière durant une heure de cours ou l'heure réservée à l'aide individualisée quand celle-ci n'est pas encore mise en place.	Les exercices de mises en route se dérouleront au moment d'une heure de cours ordinaire, heure prévue en classe entière dans l'emploi du temps des élèves.
ENTRETIEN	**Période**	De fin septembre à fin décembre voire plus tard.	Dans la suite de la correction des exercices de mise en route, après le codage vers février ou mars.
	Modalités	Les entretiens trouvent naturellement leur place sur l'heure réservée à l'aide individualisée. Première séance : deux élèves. Séances suivantes : un entretien avec un élève et suivi des élèves en travail autodirigé.	Durant un moment, à l'heure où élèves choisis et professeurs sont libres ; l'existence d'un tel moment privilégié reste aléatoire.

Quelques remarques à propos de ces dispositifs :

- les entretiens ont une durée approximative de 20 minutes par élève ;
- compte tenu de la nature même des entretiens, le nombre d'élèves est très limité (y compris dans le cadre de l'aide individualisée en Seconde générale) ;
- à tous les niveaux, il y a manque de temps pour réaliser un second entretien comme cela serait souhaitable dans le cadre d'une démarche idéale.

6 – Les modalités de l'entretien

Nous résumons ici les modalités qui seront détaillées et illustrées par des exemples dans le chapitre 4 :

- la durée de l'entretien est d'environ 20 minutes ;

- il porte sur l'un des exercices de mise en route ;

- nous redonnons à l'élève sa copie sans aucune annotation.

Nous n'avons pas élaboré de déroulement-type et nous ne donnons pas de recette, nous avons procédé chacun selon notre personnalité et notre expérience.

Cependant :

- nous affirmons qu'avant de commencer l'entretien proprement dit, il est essentiel de préciser à l'élève le but de celui-ci : chercher *ensemble* ce qui peut être « *source de ses err*eurs » ;

- nous avons dégagé des pièges à éviter et des lignes de conduite à suivre tout au long de l'entretien.

7 – L'analyse a posteriori

Dans le cadre du travail du groupe nous avons été amenés à réfléchir à ce que nous pourrions communiquer à propos de ces entretiens.

Il nous est vite paru insuffisant de travailler avec les notes prises par l'enseignant qui mène l'entretien pendant cet entretien. Deux raisons à cela :

- la difficulté de faire deux choses en même temps, le souci de noter pouvant de plus perturber le déroulement de l'entretien et gêner l'attention à porter à ce que dit l'élève ;

- le manque de fiabilité des traces ainsi obtenues.

La présence d'un observateur qui note les échanges présente aussi des inconvénients : il faut qu'une personne se déplace pour observer, cet observateur est un élément perturbant pour les protagonistes, la situation est moins proche d'une situation réelle, enfin la fiabilité reste incertaine.

C'est pourquoi nous avons décidé d'enregistrer et transcrire certains entretiens pour disposer de données aussi proches que possibles du déroulement de l'entretien. Certes quelques aspects du comportement de l'élève nous échappent mais l'enregistrement vidéo nous est apparu trop lourd.

La simple lecture du script d'un entretien apporte des informations mais nous est aussi apparue insuffisante. C'est pourquoi nous avons adopté une méthode d'analyse, utilisée aussi pour des séances en classe, qui comporte le découpage en épisodes et la description de ceux-ci. Cette méthode est présentée dans le chapitre 5.

Dans les entretiens que nous avons menés les élèves ont pu verbaliser des conceptions qui s'avèrent erronées et sur lesquelles ils ont pu revenir avec l'enseignant. Notre hypothèse qu'il se dit et se passe des choses différentes de ce qui peut advenir en classe est plutôt confirmée.

8 – Un bilan

Quel bilan général pouvons-nous établir à l'issue de ce travail sur le recours à des entretiens individuels dans le domaine du calcul algébrique ? Nous envisagerons cette question à deux niveaux différents : celui de l'utilité de ces entretiens et celui de leur faisabilité.

De tels entretiens sont-ils utiles ?

- Et d'abord sont-ils utiles aux élèves ? C'est bien sûr la question essentielle mais aussi celle pour laquelle nous n'avons pas beaucoup d'éléments de réponse. Notons pour commencer que les effets directs sur les résultats aux contrôles et devoirs sont difficilement mesurables dans une expérimentation comme celle-ci. De plus, on sait que les effets d'une démarche d'aide ou de remédiation sont rarement visibles à court terme, surtout lorsque cette démarche vise la source des difficultés, comme c'est le cas ici.

- Lorsqu'on se base sur les analyses a posteriori d'entretiens (témoignages des enseignants et analyses de scripts), plusieurs faits observés autorisent à penser qu'il se passe bien des "choses", au niveau des élèves. Comme nous l'envisagions, l'entretien permet une mise à plat de ses difficultés, par l'élève, et une prise de conscience de certains mécanismes d'erreurs. Ceci ne se produit pas systématiquement, à chaque entretien, mais c'est suffisamment fréquent pour penser qu'en poursuivant la démarche un effet tangible sur les difficultés de l'élève pourrait être observé.

- Nous avons clairement constaté qu'un seul entretien n'est pas suffisant, même en nous limitant à un domaine d'apprentissage comme nous l'avons fait ici. Pour ce thème du calcul algébrique, deux entretiens suivis chacun d'un petit programme de travail (personnalisé et à mener en autonomie), seraient nécessaires pour la plupart des élèves.

- Et pour l'enseignant, quelle est l'utilité de ces entretiens ? Si un élève parvient à reconnaître une erreur et expliciter ses causes, il peut améliorer sa compréhension et accroître ainsi son efficacité dans les apprentissages futurs. L'entretien peut aussi être l'occasion de "dédramatiser" la relation aux maths (et aux profs de maths !). Dans ces deux cas, le travail ultérieur de l'enseignant en classe s'en trouvera facilité.
  De plus, l'enseignant améliore sa connaissance des causes de blocage ou d'erreurs chez les élèves. Il est ainsi mieux armé en classe pour repérer ces blocages et y apporter une réponse efficace. Il peut y trouver des pistes pour améliorer la présentation de notions ou techniques et tenter de diminuer la formation de "fausses règles" par les élèves.

Une autre différence par rapport au travail habituel en classe tient à la contrainte de "réserve" que l'on se donne : l'entretien est l'occasion pour l'enseignant de prendre en compte le temps nécessaire au cheminement de la réflexion de l'élève, de mesurer l'écart entre ce qui est dit et ce qui est perçu. Là aussi, sa pratique quotidienne peut s'en trouver modifiée.

Quelles conditions pour la réalisation de tels entretiens ?

- La première condition est bien sûr celle d'un cadre institutionnel adéquat. Les dispositifs utilisés en Troisième et Seconde professionnelle, à titre expérimental pour cette recherche, ne sont pas du tout satisfaisants et donc pas viables. Le dispositif de l'aide individualisée tel qu'il existait jusqu'à cette année en Seconde générale fournissait un cadre possible pour mener des entretiens individuels. Qu'en sera-t-il après sa transformation ? Quels autres dispositifs seraient adaptés au collège et au lycée ?...

- Nous avons pu constater que la pratique des entretiens réclame un investissement non négligeable pour les enseignants. Cet investissement ne concerne pas l'initiation à une "méthode" (qui n'existe pas) mais plutôt une réflexion sur la finalité exacte des entretiens que l'on mène et sur les nouveaux rôles qu'il faut apprendre à jouer. Le contexte d'un groupe de travail nous semble le plus favorable pour mener une telle réflexion et définir collectivement la démarche qui convient en fonction du contenu et des élèves concernés.

- Nous pensons également que pour affiner sa pratique personnelle et corriger les maladresses initiales, la phase d'analyse a posteriori des entretiens (menée en groupe) est importante. En particulier l'enregistrement d'au moins un entretien, sa transcription complète et le croisement de plusieurs points de vue sur cet entretien nous semblent constituer un bon moyen de progresser rapidement.

- Une dernière condition que nous évoquerons est la possibilité de s'appuyer sur des outils spécifiques et validés par l'expérimentation pour réaliser de tels entretiens. Nous avons surtout travaillé, en ce qui nous concerne, à la mise au point des exercices de mise en route. Il faudrait pouvoir, en outre, disposer d'une véritable base d'exercices permettant de proposer rapidement, à la fin de l'entretien, un programme de travail personnalisé qui le prolonge. Il serait utile, également, d'avoir à disposition certains outils pour relancer la réflexion de l'élève au cours de l'entretien et le conduire ainsi à expliciter mieux ses difficultés. Ce n'est que progressivement, par des échanges et des mutualisations, que de tels outils pourront être élaborés.

chapitre 2

LES ENTRETIENS COGNITIFS

QUELQUES DONNEES THEORIQUES ET METHODOLOGIQUES

La démarche expérimentée ne se réfère pas à une technique particulière d'entretien ou à une méthode générale de "remédiation". Elle repose d'abord sur une approche didactique qui privilégie l'analyse précise du domaine concerné (ici le calcul algébrique) et la prise en compte des difficultés propres à ce domaine.

Cependant, pour réussir à clarifier la question de l'objectif poursuivi qui nous a longtemps bloqués au début de notre travail, nous avons dû prendre connaissance des travaux menés sur les entretiens. Ces lectures et la réflexion menée dans le groupe nous ont conduits à une petite modélisation que nous présentons ici. Elle nous permet surtout de formuler plus clairement les fonctions possibles d'un entretien et, par là même, le rôle de l'enseignant lors de cet entretien.

❐ DES TRAVAUX SUR LES ENTRETIENS COGNITIFS

Précisons tout d'abord qu'on qualifie de *cognitif* un entretien qui a pour objet une ou plusieurs *connaissances* et qui s'intéresse aux *mécanismes* de formation et/ou d'utilisation de ces connaissances. Ces entretiens sont individuels le plus souvent mais ils peuvent aussi être menés avec plusieurs personnes simultanément.

Du point de vue de leur finalité, on peut classer les entretiens cognitifs en deux grandes catégories.

Les entretiens menés dans un but de recherche

(pour une revue : Merri, 1995)

- C'est Piaget et son équipe qui, les premiers, font de l'entretien individuel une méthode de recherche à part entière pour la psychologie scientifique. Le but est d'étudier le développement des structures intellectuelles et la manière dont se forment les connaissances de base chez l'enfant.
- Par la suite, d'autres courants de la psychologie cognitive utilisent des méthodologies voisines mais de plus en plus diversifiées. Par exemple, pour l'étude des processus de résolution de problèmes, certains chercheurs se contentent de demander au sujet de l'expérience de parler à haute voix pendant qu'il "réfléchit" et de le relancer lorsqu'il oublie de le faire mais sans interagir avec lui ; on a là une forme limite de l'entretien que l'on qualifie plutôt de situation de *verbalisation*.

Les entretiens menés dans un but de formation

(pour une revue : Perraudeau, 2002)

L'idée d'adapter la méthode piagétienne d'entretien pour en faire une situation de formation (professionnelle ou scolaire) a été exploitée dans plusieurs travaux.

- La méthode la plus connue en France et la plus aboutie est celle de « l'entretien d'explicitation » (Vermersch, 1997). Elle vise, par la verbalisation, à faire prendre conscience des implicites qui interviennent dans toute pratique ; elle est très centrée sur les actions et l'analyse du vécu dans des situations concrètes. Ce type d'entretien a été beaucoup utilisé en formation professionnelle mais aussi pour pratiquer de la remédiation en milieu scolaire.
- Une méthode particulière, inspirée de l'entretien d'explicitation mais bien adaptée au cas des mathématiques, est l'entretien « Faire-Faux » (Sackur & Drouhard, 2001).
- Une autre approche qui se veut centrée sur l'apprentissage des différents contenus disciplinaires est celle de « l'entretien cognitif à visée d'apprentissage » (Perraudeau, 2002). La référence privilégiée est celle des théories de la médiation et les situations mises en œuvre correspondent à des formes particulières de tutorat.

❒ L'ENTRETIEN : UN CAS PARTICULIER DE MEDIATION

Nous sommes repartis, ainsi que le font plusieurs des travaux évoqués ci-dessus, de la notion de *médiation* et, plus spécifiquement, de la manière dont Bruner (1983) utilise cette notion pour l'étude des *interactions de tutelle.*

La notion de médiation

Pour décrire les relations à l'intérieur d'une situation d'apprentissage/enseignement, le cadre théorique qui semble, aujourd'hui, le plus approprié est celui qui fait appel aux notions d'*interaction* et de *médiation* :

- pour apprendre et comprendre l'élève doit pouvoir *interagir* avec l'objet de l'apprentissage ;

- cette interaction de base est largement facilitée et amplifiée par un processus dit de *médiation.*

On peut représenter ces deux sortes de relations de la manière suivante, la flèche horizontale symbolisant l'interaction et celle verticale la médiation (Coulet, 1996) :

$$\begin{array}{ccc} \text{élève} & \longleftrightarrow & \text{objet} \\ & \updownarrow & \\ & \text{professeur} & \end{array}$$

Les trois composantes de l'objet dans le cas d'un entretien

Les formes que peut prendre la médiation sont très variables suivant l'objet et le contexte qui caractérisent l'apprentissage en jeu.

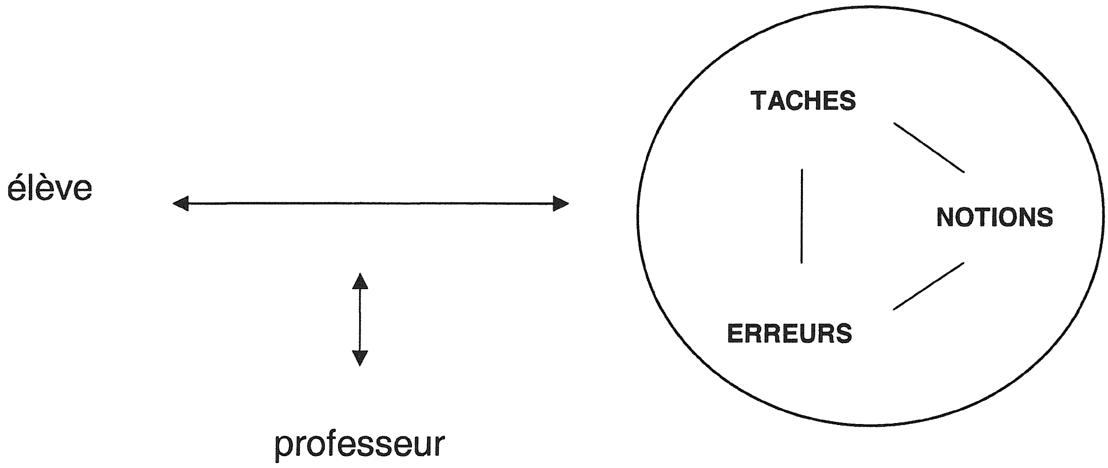
Dans le cas d'un entretien tel que ceux envisagés ici, on peut considérer que cet objet a trois composantes principales :

- avant et pendant l'entretien l'élève est confronté à un ensemble de *tâches* (exercices de mise en route et tâches proposées en cours d'entretien) ;

- ces tâches et les questions de l'enseignant renvoient à des *notions* (au sens large incluant aussi la compréhension des techniques) ;

- l'élève est confronté à des *erreurs* qu'il a commises précédemment (exercices de mise en route) ou qu'il commet pendant l'entretien.

On peut donc compléter ainsi la schématisation précédente :



Trois rôles distincts pour celui qui mène l'entretien

Nous faisons l'hypothèse qu'à chacune des trois composantes de l'objet doit correspondre une forme de médiation et donc un rôle particulier pour le "médiateur".

- Au niveau des *tâches*, le rôle est d'aider à la réussite : c'est la fonction que nous appellerons d'*étayage* (le mot "aide" étant trop général).

- Au niveau des *notions*, le rôle est d'expliquer, en les reformulant, les notions en jeu : c'est la fonction que nous appellerons d'*explication* (qui sera presque toujours une "re-explication" dans le cas présent).

- Au niveau des *erreurs*, le rôle est de favoriser leur verbalisation par l'élève ainsi qu'une analyse de leur mécanisme : c'est la fonction que nous appellerons d'*explicitation.*

❐ LES DIFFERENTES FONCTIONS DE L'ENTRETIEN

Lors d'un entretien, le professeur aura, inévitablement, à assumer les trois rôles évoqués ci-dessus mais il peut leur accorder des "poids" différents. Ainsi, pour notre expérimentation, nous avons retenu la combinaison suivante entre ces trois fonctions.

Première fonction : l'explicitation des sources d'erreurs

Dans notre démarche, c'est la fonction qui est privilégiée. Elle vise à la fois une *prise de conscience* des erreurs récurrentes (conjointement par l'élève et le professeur) et une réflexion commune sur la logique de leur déclenchement.

C'est la *verbalisation*, par l'élève, de ses erreurs qui est le point d'appui principal pour parvenir à ce but. L'idée est de l'amener à reformuler la réponse qu'il a donnée puis, progressivement à expliciter le raisonnement qui l'a conduit à cette réponse et à repérer lui-même, dans le meilleur des cas, ce qui a "dysfonctionné" à l'intérieur de ce raisonnement.

Le rôle du professeur, à l'intérieur de cette fonction, est très particulier et ne renvoie pas à un savoir-faire classique de l'enseignement. Il ne s'agit pas, pour autant, d'une pratique relevant de la psychologie car le but est de nature didactique et l'objet de la démarche concerne la compréhension d'un contenu mathématique. Le professeur aide l'élève à verbaliser l'erreur commise (à la "mettre en mots") et tente, par un échange verbal avec lui, d'avancer dans la mise à plat du mécanisme sous-jacent à cette erreur.

Ce n'est donc pas le professeur qui pose un diagnostic (d'ailleurs impossible la plupart du temps), ce n'est pas non plus l'élève qui, par introspection, trouve la source de ses erreurs, ce sont l'interrogation conjointe et les échanges qui conduisent à un processus d'explicitation.

Deuxième fonction : l'étayage et la réussite aux tâches proposées

Pour l'élève, la préoccupation première ce sont les exercices qu'il n'a « pas su faire » ; or il est impératif, dans le cadre de la démarche proposée, qu'il ne reste pas en échec dans les tâches auxquelles il est soumis (exercices de mise en route ou autres exercices proposés au cours de l'entretien). Pour obtenir cette réussite, le professeur soutient l'élève, guide son raisonnement, rappelle une propriété,… ; c'est la fonction d'*étayage* (aide dans la résolution d'une tâche donnée).

Cette fonction d'étayage a été décrite par Bruner (1983). Il envisage plusieurs composantes à cette fonction dont les plus importantes sont l'*enrôlement* (impliquer le sujet dans la réalisation de la tâche), le *maintien de l'orientation* (aider le sujet à se centrer sur le but principal), la *signalisation des caractéristiques déterminantes* et le *contrôle de la frustration* (engendrée par les erreurs et les impasses).

Lorsqu'il prend en charge ce rôle d'aide à la résolution d'un exercice, le professeur évite de faire des commentaires sur la nature des erreurs et de donner des explications sur les notions sous-jacentes. Son intervention reste centrée sur la tâche en cours et vise seulement le *succès* dans sa réalisation.

Troisième fonction : l'explication et la reformulation des notions

C'est la fonction la plus naturelle pour le professeur : il re-explique les règles, les propriétés, les raisonnements,... en les formulant d'une manière différente et adaptée à l'élève.

Dans la démarche retenue, ces apports explicatifs sont *peu fréquents* ; le professeur choisit le bon moment (dans le cas idéal : une sollicitation de l'élève) et l'apport s'efforce d'être aussi *percutant* que possible (le professeur reprend brièvement son statut habituel pour "re-institutionnaliser" la notion).

Le fait de pointer une lacune dans la compréhension d'une notion ou la maîtrise d'une technique a aussi pour fonction de préparer l'échange final sur le travail que l'élève pourrait mener en autonomie pour pallier ces déficits.

❑ QUELLES COMPETENCES POUR LES ENTRETIENS ?

Nous pensons qu'il n'existe pas, pour cette pratique de l'entretien cognitif, une compétence "générale" que l'on pourrait acquérir et qui serait facilement transférable d'un contenu à l'autre ou d'un type d'élève à un autre. Chaque contenu et chaque type d'élève nécessite un savoir-faire particulier, des outils spécifiques et donc une nouvelle expérience à acquérir (ce que l'on nomme aujourd'hui une *expertise*).

Toutefois, pour aider d'autres à avancer un peu plus vite, nous tentons ici d'énoncer ce qui nous est apparu comme de nouvelles *manières de faire* par rapport à la pratique habituelle d'un enseignant, ce que nous appelons pour simplifier des "compétences".

Etre capable de ne pas trop expliquer

La première compétence pour mener un entretien tel que nous le concevons est celle qui permet de réfréner la tendance que nous avons tous, lorsque nous sommes face à un élève qui bute sur une difficulté, à *trop expliquer*.

L'explication et la reformulation des notions constituent le savoir-faire de base des enseignants. En entretien, comme dans les autres situations d'enseignement, ils le mettent aisément en œuvre et n'ont aucune difficulté à prendre en charge ce rôle qui consiste à re-expliquer ce qui paraît ne pas avoir été compris. La difficulté est, au contraire, de parvenir à inhiber ce "réflexe" pour pouvoir prendre en charge également d'autres rôles, moins familiers ceux-là.

Etre en mesure d'apporter une aide à la résolution

Une deuxième compétence à acquérir nous semble celle qui permet de faire en sorte que l'élève, au cours de l'entretien, réussisse à résoudre les exercices qu'on lui soumet. Or, même pour un enseignant chevronné, cette compétence n'est pas aussi naturelle qu'on le pense quelquefois, tout au moins si l'on se donne comme contrainte absolue que c'est bien l'élève qui *réussit* à résoudre.

Cette compétence renvoie à la notion d'*étayage* : on soutient l'élève et on "étaie" sa démarche de résolution mais on ne résout pas à sa place (en apportant trop d'indications et en guidant trop ainsi que nous le faisons tous spontanément).

Pour assurer une telle fonction d'étayage, deux conditions sont quasiment nécessaires :

- avoir une connaissance approfondie de la tâche proposée (c'est-à-dire l'avoir longuement étudié et pratiqué – en devenir un "expert" en somme),
- disposer d'outils adaptés à cette tâche et à sa difficulté propre.

Ce sont ces conditions qui expliquent pourquoi il est difficile de mener un entretien avec un exercice du tout-venant (pris dans un devoir que l'on vient de rendre par exemple).

Savoir dialoguer avec l'élève à propos de ses erreurs

La troisième compétence, enfin, est celle qui permet de prendre en charge la fonction d'*explicitation* : les échanges verbaux entre le professeur et l'élève les conduisent à formuler, chacun à leur manière, le mécanisme sous-jacent à telle ou telle erreur récurrente.

Cette fonction est considérée comme primordiale dans notre démarche mais c'est aussi la plus délicate à mettre en œuvre. Rien, dans sa pratique courante, ne prépare le professeur à ce rôle et il n'est pas certain que les techniques décrites par ailleurs (par exemple « l'entretien d'explicitation » évoqué plus haut) lui soient d'un grand secours.

En fait, il semble utile de distinguer deux aspects de cette compétence liée à l'explicitation :

- d'une part un *savoir-faire assez général* qui consiste à relancer l'élève et à recadrer sans cesse l'échange sur ce qui semble la "zone sensible" ; or ce savoir-faire s'acquiert assez rapidement si on prend le temps d'enregistrer quelques entretiens et de les analyser (cf chapitre 5) ;
- d'autre part les *connaissances didactiques* dont on dispose à propos des erreurs et de leurs sources ; comme ces connaissances sont encore peu nombreuses (y compris dans le domaine du calcul algébrique qui nous concerne ici), le professeur a intérêt à utiliser des supports d'entretien dont il a une bonne expérience ; cette expérience lui permet, en situation, d'avoir l'intuition de l'endroit où "creuser" avec l'élève (cf chapitres 3 et 4).

Comme pour l'étayage, certains outils spécifiques sont donc quasiment indispensables pour mener à bien cette fonction d'explicitation (des outils tels que les exercices de « mise en route » et les grilles de codage présentés dans le chapitre 3). Ici aussi, plus que d'une compétence ou d'une méthode générale, c'est donc d'une forme particulière d'expertise dont le professeur a besoin, expertise qui suppose à la fois la prise en compte des données théoriques existantes (à propos des erreurs en calcul algébrique dans le cas présent), l'utilisation d'outils bien adaptés et l'expérience que donne la pratique.

chapitre 3

LES EXERCICES DE MISE EN ROUTE

PRESENTATION

Ces exercices, soumis à toute la classe, jouent un rôle important dans notre démarche. On peut bien sûr réaliser des entretiens à partir d'un devoir raté par certains élèves mais quelques essais réalisés montrent les inconvénients de cette manière de faire. Le fait que le devoir évalue un apprentissage récent, qu'il donne lieu à une note et que l'enseignant n'ait pas à sa disposition une grille d'analyse propre à chacun des exercices constituent autant d'obstacles au bon déroulement de l'entretien.

Nous présentons d'abord dans ce chapitre les caractéristiques générales des exercices retenus puis leurs énoncés et enfin les grilles permettant d'analyser et de coder les réponses des élèves. Ces grilles de codage sont accompagnées d'une aide qui précise quel code nous proposons d'attribuer à certaines réponses ainsi que de commentaires.

Les énoncés de ces exercices que nous avons choisi d'appeler de « mise en route » (abréviation « MER » dans la suite) et les grilles de codage peuvent être téléchargés (au format Pdf) à partir du site de l'IREM :

http://www.irem.univ-rennes1.fr/recherches/groupes/groupe_entretiens/index.htm

❒ LES CARACTERISTIQUES DES EXERCICES MER

L'origine des exercices

Ces quatre exercices ont été empruntés au logiciel « PEPITE » [http://pepite.univ-lemans.fr].

Ce logiciel qui prend appui notamment sur les travaux de Brigitte Grugeon est destiné à évaluer les compétences des élèves en algèbre élémentaire à la période charnière Troisième-Seconde. Il comporte une batterie de 22 exercices qui couvrent l'ensemble du champ algébrique et il est conçu pour rechercher les cohérences dans le travail d'un élève.

A la fois la présentation des exercices et la manière de coder les réponses ont été modifiées pour qu'ils soient aussi adaptés que possible à l'usage particulier que nous en faisons ici.

A quoi servent les exercices MER ?

Ils ont pour nous quatre rôles distincts.

1. Identifier les élèves qui font beaucoup d'erreurs dans les tâches mettant en œuvre des opérations algébriques. La démarche d'entretien leur est destinée en priorité. Les exercices ne constituent pas pour autant un "test" car on ne cherche pas à situer un élève par rapport à une population donnée ; les exercices d'un contrôle ou d'un devoir pourraient remplir aussi cette fonction avec l'inconvénient important qu'ils sont alors très liés à un apprentissage en cours et à une évaluation notée.

2. Repérer les *types d'erreurs* qui caractérisent un élève donné. L'idée est celle d'une évaluation qu'on appelle quelquefois "diagnostique" mais en procédant de manière très empirique car on est loin de savoir repérer la cause des erreurs, même dans un domaine aussi limité et "technique" que le calcul algébrique.

3. Repérer, parallèlement les *savoir-faire* et les *compétences* pour l'élève concerné. Cette idée, reprise du logiciel PEPITE, est importante pour mener l'entretien : l'enseignant doit disposer d'un "profil" qui fait apparaître les lacunes mais aussi les acquis pour pouvoir aider l'élève à se faire une idée plus juste de la nature de ses difficultés.

4. Servir de *support pour le premier entretien.* Cette fonction est fondamentale dans notre démarche. Nous pensons que l'enseignant doit disposer d'un point d'appui solide pour démarrer cet entretien : très bien connaître les exercices en question avec toutes les erreurs qu'ils peuvent engendrer (analyse a priori) mais aussi avoir une connaissance précise des erreurs particulières faites par l'élève avec lequel il s'entretient.

La complémentarité des exercices

Nous avons voulu prendre en compte la complexité de la compétence algébrique au niveau Troisième-Seconde (cf annexe 1 - p 81 - pour des données plus théoriques sur cette question).

Cette compétence ne se réduit pas à la manipulation formelle des expressions que nous désignons par traitement. Elle comporte d'autres aspects, notamment :

- la *conversion* : passer du registre du langage naturel ou celui de la géométrie à celui des expressions algébriques et réciproquement ;
- l'*utilisation* de l'algèbre, notamment des lettres, pour démontrer une propriété générale.

Le tableau suivant montre comment chacune de ces composantes est représentée dans le travail de mise en route :

	traitement algébrique	conversion	Utilisation des lettres
Exercice 1	×	×	
Exercice 2		×	
Exercice 3	×		
Exercice 4	×	×	×

Nous insistons sur le fait que, pour nous, *l'ensemble des quatre exercices MER doit être traité* pour permettre une analyse des cohérences de fonctionnement d'un élève donné.

Dans l'exercice 4 nous avons codé l'utilisation des lettres et la conversion (du registre du langage naturel dans le registre des expressions) ; nous n'avons pas codé le traitement algébrique, qui est absent de la plupart des productions, ce qui n'empêche pas de le prendre en compte pour un entretien éventuel.
Dans les exercices 1 et 3 nous avons accordé une place spécifique à l'usage des parenthèses.

Une analyse didactique complète de ces quatre exercices est fournie dans l'annexe 2 (p 87).

Le codage

Le codage des réponses peut sembler un travail lourd et fastidieux, mais il nous semble indispensable pour sélectionner l'élève à qui proposer un entretien et pour ensuite mener l'entretien.

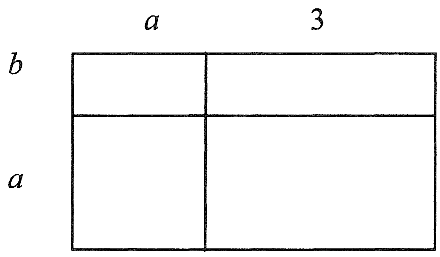
Ce codage aide à établir un profil de l'élève en calcul algébrique par la mise en évidence des compétences qu'il maîtrise mieux et de celles qui lui manquent. Il oblige à une lecture fine du travail de l'élève. Tout ceci contribue à la préparation à l'entretien qui s'ensuivra éventuellement.

Pour tous les exercices le code C concerne la conversion, le code T concerne le traitement des expressions (manipulation formelle) et le code L l'utilisation des lettres.

❐ LES ENONCES DES EXERCICES MER

EXERCICE 1

Voici un grand rectangle divisé en quatre petits :



1A **Ecris l'aire du grand rectangle en utilisant les lettres *a* et *b* :**

1B **Pour chacune des expressions suivantes :**

- **si tu es certain qu'elle est égale à l'aire du grand rectangle, entoure-la**
- **si tu es certain qu'elle n'est pas égale à l'aire du grand rectangle, barre-la**

1	$a + b(a + 3)$	6	$a^2 + ab$
2	$(a + 3)(a + b)$	7	$2(2a + b + 3)$
3	$3a \times 3b \times a^2 \times ba$	8	$a + b \times a + 3$
4	$(a + b)\ (a + 3)$	9	$3ab + 3a^2$
5	$ab + 3b + a^2 + 3a$	10	$2a + b + 3$

EXERCICE 2

2A

Un point M se déplace sur le segment [AB].
[AB] est un segment de longueur 10.
On pose x = AM.

Exprime la longueur du segment [BM] en fonction de x :

2B

Des enfants sont réunis pour un anniversaire et organisent des groupes pour jouer.
On sait qu'il y a x filles et y garçons.

Première observation : *Si deux filles décident de rejoindre le groupe des garçons, les deux groupes ainsi constitués auront le même effectif.*

Entoure l'équation qui traduit cette première observation :

$x-2 = y+2$	$x-2 = y-2$
$x+2 = y-2$	$x = y$

Deuxième observation : *En repartant de la situation de départ, si deux garçons décident de rejoindre le groupe des filles, ce nouveau groupe aura un effectif double de celui des garçons restants.*

Entoure l'équation qui traduit cette deuxième observation :

$x+2 = 2y$	$x+2 = 2(y-2)$
$x = 2(y-2)$	$x+2 = 2y-2$

2C

Dans un collège, *IL Y A SIX FOIS PLUS D'ELEVES QUE DE PROFESSEURS.*

Ecris une égalité qui traduise cette phrase, en utilisant les variables E et P qui désignent respectivement le nombre d'élèves et le nombre de professeurs.

EXERCICE 3

Soit l'expression : $-2x^2 + 4x + 6$

Remplis le tableau ci-dessous en indiquant pour chacune des expressions de la colonne de gauche si elle est égale à $-2x^2 + 4x + 6$

Expressions	Vrai / Faux	Note ici les calculs réalisés
$-2(x-3)(x+1)$		
$-2(x-1)^2+8$		
$-2(x-3)(x-1)$		
$-2(x-3) - 2x(x-3)$		

<u>EXERCICE 4</u>

Un prestidigitateur est sûr de lui en réalisant le tour suivant. Il dit à un joueur :

> ***« TU PENSES UN NOMBRE, TU AJOUTES 8, TU MULTIPLIES PAR 3, TU RETRANCHES 4, TU AJOUTES TON NOMBRE, TU DIVISES PAR 4, TU AJOUTES 2, TU SOUSTRAIS TON NOMBRE : TU AS TROUVE 7 ».***

L'affirmation est-elle vraie ? Justifie ta réponse.

❐ LE CODAGE DES REPONSES

Grille de codage pour l'exercice 1

EXERCICE 1A

Conversion	**C1**	Pas d'erreur de conversion : réponse exacte (exprimée sous la forme du produit *longueur* $\times$ *largeur* ou de la somme des aires partielles)
	C3	Omission partielle ou totale des parenthèses : $(a+3)a+b$; $a+3\times a+b$; …
	C4	Autres conversions erronées

EXERCICE 1B

Traitement	**T1**	Sélection des 3 expressions correctes sans erreur (1B2, 1B4, 1B5)
	T2	Sélection de 2 expressions correctes (sur les 3). Une expression est manquante mais il n'y a pas de sélection erronée.
	T3	Sélection d'au moins une des expressions 1B1 ou 1B8 sans autre erreur de sélection (difficulté avec les parenthèses)
	T5	Sélection d'expressions erronées autres que 1B1 ou 1B8 avec ou sans sélection d'expressions correctes

Aide au codage de l'exercice 1

Seules les difficultés liées à la ***conversion*** *sont prises en compte dans la grille de codage proposée pour 1A et seules les difficultés liées au* ***traitement des expressions*** *sont prises en compte dans la grille proposée pour 1B.*

EXERCICE 1A - CONVERSION

Code C4 : il peut correspondre à plusieurs types d'erreurs, en particulier :
- la confusion entre l'aire et le périmètre du rectangle dans l'écriture erronée $2 (2a + b + 3)$;
- la confusion entre les opérations, addition et multiplication, peut-être suite à la confusion des signes opératoires lors d'écritures du type $3a \times 3b \times a^2 \times ba$ ou $(a + b)+(a + 3)$ ou bien encore $ab + 3a$;
- l'écriture d'une portion de l'aire $a^2 + ab$;
- le placement erroné des parenthèses.

EXERCICE 1B - TRAITEMENT

- **Code T2** : il traduit une maîtrise partielle des écritures algébriques à mettre en résonance avec les exercices suivants en fonction de la récurrence éventuelle des difficultés de traitement ; dans le meilleur des cas, le code T2 est assimilé à un oubli.

- **Code T3** : il traduit au mieux un défaut de perception de l'utilité des parenthèses pour signifier les priorités opératoires ; il traduit plus généralement l'incompréhension de la signification opératoire des parenthèses et, par suite, la méconnaissance et l'impossibilité de les utiliser correctement lors d'un calcul algébrique.

- **Code T5 :** il correspond par exemple à la sélection de l'expression 1B3 due à la confusion entre les opérations, addition et multiplication, peut-être issue de la confusion des signes opératoires + et × ; ce code T5 révèle des difficultés importantes de compréhension du calcul algébrique.

Remarque 1 : si l'exercice 1A est bien réalisé et si les trois expressions de l'exercice 1B sont bien sélectionnées, la sélection erronée 1B7 ne sera pas codée T5, étant alors considérée non significative ; a contrario l'élève a pu opérer une confusion aire/périmètre en écrivant $2(2a + b + 3)$ en réponse à l'exercice 1A, confusion reprise par la sélection erronée 1B7 qui est alors codée T5.

Remarque 2 : l'élève peut avoir barré une expression juste ou laissé 1, 2 ou 3 expressions justes sans les avoir ni sélectionnées ni barrées ; une telle erreur de procédure ne sera pas codée.

Remarque 3 : nous n'avons pas prévu de codage pour les expressions non barrées et non entourées qui devraient l'être. Cette situation peut constituer un bon point de départ pour un entretien.

Grille de codage pour l'exercice 2

EXERCICE 2A

Conversion	**C1**	$BM=10-x$ ou $BM=AB-x$
	C2	$[BM]=[AB]-x$ ou $[BM]=AB-x$ *ou* autre réponse correcte avec des crochets.
	C4	$BM=AB-AM$ ou $BM=\frac{AB}{x}$ ou tout autre réponse dans laquelle la conversion est absente ou incorrecte.

EXERCICE 2B

Conversion	**C1**	Les réponses entourées sont $x-2=y+2$ et $x+2=2(y-2)$
	C2	Une seule erreur de conversion : les réponses entourées sont $x-2=y+2$ et $x+2=2y-2$
	C3	Une seule erreur de conversion autre que $x+2=2y-2$
	C4	Plus d'une erreur de conversion.

EXERCICE 2C

Conversion	**C1**	Conversion correcte : $E=6P$ ou $P=\frac{E}{6}$ ou $\frac{E}{P}=6$
	C4	Conversion erronée: $6E=P$ ou tout autre expression dans laquelle le sens des opérations n'est pas respecté.

Aide au codage de l'exercice 2

Seules les difficultés liées à la ***conversion*** *sont prises en compte dans la grille de codage proposée.*

- Chaque partie de l'exercice est codée séparément et avec une grille spécifique.

- Dans l'exercice **2A**, on teste la compréhension de « en fonction de … ». La conversion nous paraît aboutie lorsqu'au moins AM est remplacé par x. Nous considérons que la réponse $MB = AB - AM$ appartient au registre géométrique et qu'un élève qui donne cette expression comme seule réponse n'a pas fait de conversion.

- Pour l'exercice **2B** il nous a semblé que la seule réponse erronée $x+2 = 2y-2$ donnée pour traduire la deuxième observation pouvait relever d'une erreur de manipulation formelle liée aux parenthèses (confusion entre $2(y - 2)$ et $2y - 2$), sans en être absolument sûr.

- Pour l'exercice **2C** nous considérons la réponse $P = 6E$ comme une traduction de l'énoncé sans reformulation, les lettres E et P ayant une valeur d' « étiquette » et non de nombre. On retrouve assez souvent cette conception des lettres dans les classes de première et terminale STG. On peut trouver aussi d'autres réponses : $6E + P$, $6E > P$, $E = -6P$, etc...

Grille de codage pour l'exercice 3

Traitement	**T1**	Manipulation correcte.
	T2	Manipulation qui semble correcte mais présente des erreurs occasionnelles de traitement. Exemple : $-2x\times(-1)=-2x$ ou $-2x+6x=-4x$
	T31	Manipulation incorrecte : les parenthèses ne sont pas écrites mais le calcul en tient compte. Exemple : $-2(x-3)(x-1)=-2x+6\times x-1=-2x^2+2x+6x-6$
	T32	Manipulation incorrecte : les parenthèses ne sont pas écrites et le calcul n'en tient pas compte. Exemples : $-2(x-3)(x-1)=-2x+6\times x-1=-2x+6x-1$ $-2(x-3)(x-1)=-2x^2-3x-x+3=-2x^2-4x+3$
	T4	Manipulation incorrecte : application de règles de calcul erronées identifiées.
	T5	Sous ce code on regroupe tous les traitements qui relèvent : - d'une manipulation formelle pseudo-opératoire : le rôle de chacun des signes d'opération + et × n'est pas correctement identifié ou n'est pas stable, - d'une écriture en assemblage pour regrouper des termes, - d'une manipulation formelle qui ne tient pas compte des opérations. Exemples : $(-2x-6)(x-1)=-2x+6-x-1$ $-2(x-3)(x+1)=(-2x+6)(x+1)=-2x^2+6-x-1$ $-2(x-3)-2x(x-3)=(x-3)^2(-2-x)=(x^2-6x+6)(-2-2x)=x^2-8x+4$

Aide au codage de l'exercice 3

Seules les difficultés liées au ***traitement des expressions*** *sont prises en compte dans la grille de codage proposée.*

- Chaque partie de l'exercice est codée séparément mais la grille est commune.

- Lorsque plusieurs traitements sont relevés pour le même item, on peut conserver tous les codes ou ne retenir que le plus défavorable, pour éventuellement proposer un entretien à l'élève.

Commentaires

- Erreurs occasionnelles de traitement : ces erreurs qui ne sont faites qu'une fois, alors que les règles de calcul semblent bien appliquées par ailleurs, font plus penser à une surcharge qu'à une méconnaissance véritable.

- Manipulations incorrectes liées aux parenthèses : des activités annexes sont à prévoir pour l'entretien ou après l'entretien.

- La règle de calcul erronée la plus fréquemment observée concerne le développement de $(x-1)^2$ remplacé par x^2-1.

- Les réponses à cet exercice sont à croiser avec celles de l'exercice 1 question B.

Grille de codage pour l'exercice 4

Conversion	**C1**	Ecriture d'une expression globale parenthèsée correcte (avec ou sans lettres).
	C2	Suites d'expressions partielles traduisant pas à pas les éléments de l'énoncé. L'ensemble est correct.
	C3	Ecriture avec erreurs de parenthèses. OU : Ecriture pas à pas enchaînée en succession d'opérations, comme : $1+8=9\times3=27-4=23+1=\ldots$ ou : $(x+8)\times3=3x+24-4=3x+20+x=4x+20$
	C5	Principe du programme de calcul pas compris.

Utilisation des lettres	**L1**	Dès le départ, l'élève traduit l'énoncé en utilisant une lettre pour le nombre inconnu, et conserve cette lettre jusqu'à sa conclusion.
	L3	L'élève choisit une lettre pour commencer, mais remplace cette lettre par une valeur numérique en cours de calcul.
	L5	Aucune utilisation de lettres.

Aide au codage de l'exercice 4

Les difficultés liées à la ***conversion*** *et à l'****utilisation des lettres*** *sont prises en compte dans la grille de codage proposée.*

CONVERSION

- **Conversion réussie** : l'élève comprend l'enchaînement des opérations et les traduit correctement (indépendamment de l'utilisation d'une lettre) ; on distingue toutefois deux niveaux de réussite :

  - **Code C1** : écriture en une seule expression avec parenthèses

$\frac{3(x+8)-4+x}{4}+2-x$	L'expression est acceptée si elle complétée par "=7" : l'élève interprète l'énoncé comme une équation à résoudre.
$\frac{(((x+8)\times 3)-4)+x}{4}+2)-x$	Les parenthèses superflues (mais correctes) sont un indice d'une maîtrise incomplète des priorités opératoires.
$((4+8)\times 3-4+4)\div 2-4=7$	L'écriture sans lettres correspond à une preuve arithmétique mais l'énoncé est compris et bien traduit.
	Dans tous les cas, si la suite du calcul contient des erreurs, il faut apprécier si elles sont plutôt des erreurs de "traitement" ou de conversion ; $3\times 8=27$: plutôt erreur de traitement ; $((3a+24)-4) = (-12a-96)$: plutôt conversion

  - **Code C2** : calcul par étapes successives (avec ou sans lettres) :
    $(x+8)\times 3=24$; $(3x+24)-4=3x+20$; …….
    $x\leftrightarrow x+8\leftrightarrow 3x+24\leftrightarrow 3x+20$….
    pour 1, $(1+8)\times 3=27$; $27-4=23$; …..

- **Code C3 : conversion non réussie ;** par exemple :
  - l'énoncé n'est pas compris : par exemple $x+x+8+3x+x-4+x$… ;
  - il y a confusion d'opérations : "retranche" est compris comme "divise" ;
  - mauvais regroupement de termes, mauvaise utilisation ou absence totale des parenthèses : $(x+8)\times 3(-4+x)\div(4+2)-x$ ou $\frac{(x+8)3-4+x+2-x}{4}$

UTILISATION DES LETTRES

- **Code L1** : il ne signifie pas la réussite du calcul mais seulement l'utilisation d'une lettre.

- **Code L5** : un calcul sans aucune lettre (le code L traduit seulement la compréhension du rôle des lettres en algèbre et non la maîtrise des traitements).

- **Code L3** : il met en évidence la non maîtrise du calcul littéral ; plusieurs commencent par écrire une expression avec lettre, mais soit ils la remplacent immédiatement par un nombre pour développer et réduire, soit ils commencent le développement mais abandonnent et reprennent avec un exemple particulier; soit enfin ils laissent le calcul en plan.

Commentaires

Le code L traduit la compréhension du rôle des lettres en algèbre. Par exemple, l'expression "le prestidigitateur est sûr de lui" sous-entend que le résultat doit être vrai pour tout nombre et on attend que l'élève pense à utiliser une lettre pour faire sa démonstration. C'est aussi la compréhension de la notion de démonstration et donc le niveau de rationalité de l'élève qui sont en jeu, mais nous n'évaluons pas spécifiquement cette compétence.

D'autres éléments intéressants n'ont pas été relevés systématiquement mais peuvent être utilisés au cours des entretiens, par exemple : l'utilisation ou l'absence du signe "=", le traitement du problème en termes d'équation à résoudre, le traitement algébrique des expressions,...

chapitre 4

LE DEROULEMENT DES ENTRETIENS

GENERALITES ET EXEMPLES

Nous présentons d'abord dans ce chapitre quelques idées générales concernant les modalités de l'entretien. Toutefois nous souhaitons rester très prudents à ce niveau et ces idées ne doivent être prises que comme des "conseils" pour se lancer dans une démarche analogue à celle que nous avons expérimentée.

Nous présentons ensuite quelques comptes rendus qui montrent différentes formes que peuvent prendre ces entretiens. Ces comptes rendus concernent cinq élèves (deux de $3^{\text{ème}}$ – un de 2^{nde} professionnelle – deux de 2^{nde} générale) et ont été rédigés par les cinq enseignants qui ont mené les entretiens. Ils ne constituent pas une "analyse" au sens où nous l'entendons dans le chapitre 5 ; le but de ces comptes rendus est plutôt de décrire comment s'est passé l'entretien avec des extraits plus ou moins larges des échanges de paroles et quelques commentaires de l'enseignant.

❐ LES ENTRETIENS REALISES : ASPECTS GENERAUX

La présentation de l'entretien à l'élève

Lors de l'entretien, nous allons travailler sur un exercice que l'élève a déjà traité, nous pouvons penser que son réflexe est d'attendre une "correction" ; comme après un devoir, il se demande : « est-ce que j'ai bon ? qu'est-ce qu'il fallait faire ? ».

Pour éviter tout malentendu, pour que l'élève sache ce que l'on attend de lui, il nous semble essentiel de bien lui préciser le but de l'entretien : chercher *ensemble* ce qui peut être « *source d'erreurs* ».

A titre d'exemple, voici un énoncé possible :

> *« On va reprendre ensemble un exercice que tu as cherché il y a quelque temps... Le but n'est pas de corriger cet exercice comme on fait en général après un contrôle. Tu as peut-être envie de connaître "la bonne solution", de savoir "comment il fallait faire" ; on y arrivera après. Pour le moment, on va plutôt essayer de comprendre comment tu as fait, retrouver ce qu'il y avait dans ta tête quand tu as écrit ça. Parce que tu avais forcément des raisons d'écrire ça. Si tu as fait une erreur, il faut que tu éclaircisses ce qui t'amène à écrire ça pour ne plus faire cette erreur. Il n'y a que toi qui peux retrouver l'enchaînement de tes idées. Moi, je peux seulement te mettre sur la voie, à partir de ce que tu dis. Le but est qu'à la fin, tu puisses dire, formuler un point de maths mal compris, que tu as éclairci, et sur lequel tu vas continuer à travailler. »*

Le choix de l'exercice sur lequel porte l'entretien

Nous avons expérimenté les deux possibilités suivantes.

- L'élève choisit l'exercice au début de l'entretien :

  dans ce cas, l'entretien ne doit pas être trop éloigné de la passation des exercices de mise en route ; nous espérons un meilleur investissement de l'élève ; nous pouvons découvrir une difficulté que nous n'avions pas vue mais nous risquons d'être confronté aussi à un choix peu pertinent de l'élève.

- Le professeur a choisi, avant l'entretien, l'exercice sur lequel il va faire travailler l'élève :

  il a repéré une erreur "particulière" ou bien une erreur "type" pour laquelle un travail collectif a été fait mais dont l'élève n'a pas tiré profit ; nous pensons que dans ce cas le professeur pourra mieux cibler les difficultés.

Le support matériel de l'entretien

Nous redonnons à l'élève sa fiche des exercices MER (de "mise en route") qu'il a faite quelque temps auparavant.

Elle ne comporte aucune marque de correction ni aucun codage. Cela évite :
- les questions de l'élève sur la signification des codages ;
- d'influencer l'élève par nos annotations : de le faire réagir par rapport à ses réussites ou ses erreurs qui sont alors pointées, de le faire justifier plus qu'expliciter.

Le professeur lui a la photocopie de la fiche codée et annotée.

Le déroulement de l'entretien

Pour nous, il n'y a pas de déroulement type, il n'y a pas de recette toute faite. Chaque professeur procède différemment selon sa personnalité, son expérience, sa connaissance des élèves et de l'élève. Les comptes rendus qui suivent le montrent bien.

Par contre nous avons dégagé quelques pièges à éviter et quelques lignes de conduite à suivre pour que l'entretien atteigne son but :

- ➤ aller contre la tendance du professeur qui est de donner des explications concernant les erreurs (puisque l'un des objectifs est d'amener l'élève à se poser des questions) ;
- ➤ écouter l'élève et entrer dans la logique de ses actions ;
- ➤ se garder d'interpréter trop hâtivement ;
- ➤ arriver à lui faire énoncer ses règles d'action ;
- ➤ savoir l'encourager à continuer une explication, un raisonnement ;
- ➤ adopter un ton neutre et donc se méfier des intonations qui indiquent une approbation ou une erreur ;
- ➤ poser des questions qui permettent à l'élève d'effectuer lui-même des vérifications ;
- ➤ poser des questions qui le mettent face à ses contradictions ;
- ➤ accepter les blancs dans la conversation ;
- ➤ relancer par une question ;
- ➤ répéter un mot ou une expression dite par l'élève pour lui faire prendre conscience de sa signification.

❒ EXEMPLE 1 : ANTOINE ($3^{ème}$)

Extrait de la copie d'Antoine

EXERCICE 3

Soit l'expression : $-2x^2 + 4x + 6$

Remplis le tableau ci-dessous en indiquant pour chacune des expressions si elle est égale à $-2x^2 + 4x + 6$

Expressions	Vrai / Faux	Note ici les calculs réalisés
$-2(x-3)(x+1)$	faux	$-2(x-3)(x+1)$ $-2 \times x^2 + x - 3x - 3$ $-2x^2 + 2x - 3$
$-2(x-1)^2 + 8$	faux	$-2(x-1)^2 + 8$ $2 \times x^2 - 2 \times x \times (-1) + 1 + 8$ $-2x^2 - 2x + 9.$
$-2(x-3)(x-1)$	faux	$-2(x-3)(x-1)$ $-2 \times x^2 - x - 3x + 4$ $-2x^2 - 4x + 4$
$-2(x-3) - 2x(x-3)$	vrai	$-2(x-3) - 2x(x-3)$ $-2x + 6 - \cancel{3}2x^2 + 6x$ $2x^2 + 4x + 6$

Choix de l'élève

C'est un élève qui a doublé sa $4^{ème}$ qui se sent en confiance au début de $3^{ème}$ mais que je trouve fragile en mathématiques. Pour lui, il n'a pas de difficultés, ce n'est qu'un problème de travail. Il se met à travailler juste avant les devoirs et est déçu de ses résultats. C'est un élève volontaire en classe, qui pose des questions, qui apprécie de faire des mathématiques.

Les exercices de mise en route ont été passés, par toute la classe, un mois et demi après la fin du cours sur les calculs algébriques.

Pour Antoine, ses exercices de mise en route montrent des réussites (donc des points d'appui possibles) mais aucun des exercices 1, 2, 4 n'est entièrement réussi (difficultés à gérer plusieurs règles ? difficultés à traiter plusieurs informations ?). En particulier, dans l'exercice 3, des erreurs se répètent et révèlent des difficultés au niveau des parenthèses et des confusions entre additions et multiplications : manque de stabilité des connaissances ? mauvaise compréhension de la structure des expressions ? compréhension partielle des règles ? interprétation erronée des règles ?

Conditions de l'entretien

Je lui demande de revenir sur l'exercice 3.

Comme il y a un mois et demi qu'il l'a effectué, je le laisse un moment seul avec sa copie qui ne comporte aucune annotation. La consigne étant de me dire ce qu'il pense de ce qu'il avait fait alors.

En fait, il refait l'exercice sur un brouillon et tous les résultats qu'il obtient sont différents de ceux obtenus précédemment.

L'entretien devait être enregistré mais un problème technique m'oblige finalement à prendre des notes. L'entretien dure 20 minutes.

Déroulement de l'entretien

•

Pour la 1ère expression : $-2\,(x-3)(x+1)$

il avait écrit	maintenant il écrit
$-2\times x^2+x-3x-3$	$-2\,(x^2+x)-3x-3$
	avec les parenthèses en pointillés
$-2x^2+2x-3$	$-2x^2-2x\;\;3$
	il a oublié un signe

Je lui demande d'expliquer.

Antoine *Je développe le produit* $-2\,(x^2+x)-3x-3$

Antoine *Je crois que je me suis trompé, j'aurais dû faire la 1ère parenthèse* $-2\,(x-3)$

Puis d'expliquer $-2x^2-2x\;\;3$

il écrit alors : $-2x^2-2x-3x-3$ puis : $-2x^2-5x-3$

Prof Alors refais avec ton autre méthode

il écrit : $-2(x-3)(x+1)$
$(-2x+6)(x+1)$
$-2x^2-2x+6x+6$
$-2x^2+4x+6$

Prof Sur ton 1[er] devoir tu avais écrit $-2\times x^2+x-3x-3$ puis $-2x^2+2x-3$

Antoine $+x-3x$ *je ne sais pas.*

Je lui fais remarquer qu'il trouve des résultats différents à chaque fois.

Il semble un peu perdu, je suis un peu dans une impasse….peut-être qu'à ce moment, je n'ai pas su attendre un peu sans rien dire !

Je lui propose de passer au 2[ème] calcul en disant que l'on reviendra ensuite sur celui-là !

Pour la 2[ème] expression $-2(x-1)^2+8$

il avait écrit	maintenant il écrit
$-2(x-1)^2+8$	$-2(x-1)^2+8$
$-2\times x^2-\ 2\times x\times(-1)+1+8$	$-2(x-1)(x-1)+8$
$-2x^2-2x+9$	$-2(x^2-x)-(x+1)+8$
	parenthèses en pointillés
	$-2x^2+2x-x+1+8$
	$-2x^2-x+9$

Je lui demande d'expliquer son nouveau calcul

Antoine *Il y a une identité*

Il écrit : $(x-1)(x-1)$

Antoine *Je développe le produit……j'enlève les parenthèses…. $2x-x=x$….*

il corrige le signe

Prof A quoi te servent les parenthèses ?

Antoine ***C'est pour délimiter ce que l'on trouve.***

Je commence à savoir comment il fonctionne !
Je fais l'hypothèse qu'il entoure de parenthèses le ou les calculs qu'il effectue pour les repérer et il lui adjoint ensuite, les autres nombres qu'il n'a pas utilisés. Il ne pense pas globalement l'expression, il isole deux éléments et reconnaît soit la simple soit la double distributivité, double distributivité qui ne semble pas être bien maîtrisée.

Je lui demande de calculer $-3(4-3)$.

Antoine *Je distribue*

il fait $-12 + 9 = -3$

Je lui demande s'il n'y a pas d'autres façons de le faire ?

Il ne voit pas.

Je donne $-3(7-3)(2-1)$

Antoine *Je distribue –3 à la 1ère parenthèse* $(-21 + 9)(2-1) = -42$...

Je l'arrête et lui dis : moi je fais $-3 \times 4 \times 1 = -12$

Antoine *Oui c'est plus simple*

Je lui demande pourquoi dans sa méthode compliquée $(-21 + 9)(2-1)$ il met la 1ère parenthèse.

il écrit alors le signe × entre les deux parenthèses

Je lui fais remarquer que dans $-2(x-3)(x+1)$, il laisse le -2

Antoine *Je pensais que l'on faisait* × *d'abord*

et il rajoute le × dans $-2(x-3) \times (x+1)$

Antoine *J'ai pensé comme si c'était* $-2-(x-3)(x+1)$ *mais c'est pas une soustraction.*

Je lui dis que dans $2 \times 3 \times 7$ on peut faire d'abord 2×3 puis le résultat par 7 ou 2 fois le résultat de 3×7 donc qu'il pouvait bien commencer par $(x-3)(x+1)$...

il le fait et recommence la même bêtise avec les parenthèses

Je lui écris sur une autre feuille $(x-3)(x+1)$

il écrit : $x^2 + x - 3x - 3$ puis : $x^2 - 2x - 3$

Je lui écris $-2(x-3)(x+1)$

il écrit : $-2(x^2 + x - 3x - 3)$ puis : $-2x^2 - 2x + 6x + 6$
puis : $-2x^2 + 4x + 6$

On compare avec son autre méthode...

Antoine ***C'est pareil***

Là, il sait qu'il a réussi.

Retour sur la 2ème expression $-2(x-1)^2 + 8$

Il écrit : $-2\,(x^2 - x - x + 1) + 8$ puis : $-2x^2 + 2x + 2x - 2 + 8$
puis : $-2x^2 + 4x + 6$

Pour la 3ème expression $-2\,(x-3)\,(x-1)$

il avait écrit : $-2 \times x^2 - x - 3x + 4$
$-2x^2 - 4x + 4$

Quand il a retravaillé au début de la séance il a écrit :

$$-2\,(x^2 - x) - (3x + 4) = -2x^2 + 2x - 3x + 4 = -2x^2 - x + 4$$

Maintenant à la fin de la séance il barre ses petites parenthèses et écrit :

$$-2\,(x^2 - x - 3x + 4)$$

Il reste l'erreur *+4* au lieu de *+3*.

Bilan

L'élève a réussi à corriger ses erreurs, il a une impression de réussite, il a pris conscience de certaines de ses règles d'action. Cela ne suffit pas...mais un pas a été fait.

Il n'est pas facile de questionner sans apporter d'indices, de trouver, de décider de la question pertinente à poser.

❒ EXEMPLE 2 : CAMILLE (3ème)

Extrait de la copie de Camille

EXERCICE 3

Soit l'expression : $-2x^2 + 4x + 6$

Remplis le tableau ci-dessous en indiquant pour chacune des expressions de la colonne de gauche si elle est égale à $-2x^2 + 4x + 6$

Expressions	Vrai / Faux	Note ici les calculs réalisés
$-2(x-3)(x+1)$	FAUX	$-2(x-3)(x+1) = -2x+6-2x-2$ $= -6x+4$
$-2(x-1)^2+8$	FAUX	$-2(x-1)^2+8 = -2+x^2-2x+1+8$ $= x^2-2x+7$
$-2(x-3)(x-1)$	FAUX	$-2(x-3)(x-1) = -2x+6-2x+2$ $= -4x+8$
$-2(x-3) - 2x(x-3)$	VRAI	$-2(x-3)-2x(x-3)$ $= -2x+6-2x^2+6x$ $= -2x^2+4x+6$

Choix de l'élève

C'est une élève de 3ième de collège, extrêmement sérieuse, très anxieuse de se tromper et qui de ce fait se trompe très souvent. En classe elle est très (trop) réservée et n'ose pas poser les questions qui lui permettraient d'assurer ses démarches de calculs.
Elle est toujours volontaire pour une aide individuelle ou en petit groupe, mais elle n'est jamais à l'initiative de la demande de cette aide.

Dans ce cas, les exercices de mise en route ont été proposés fin mars, les cours portant sur les calculs algébriques ont été faits en octobre-novembre.

Dans le travail de Camille sur l'exercice 3, on observe une difficulté dans le développement d'un produit de trois facteurs ; dans les trois premières expressions elle suit la même démarche de calcul, qui semble être pour elle une règle d'action.

Conditions de l'entretien

L'entretien a lieu fin avril sur le temps de midi, il a duré 15 minutes.

L'élève y participe volontiers et accepte d'être enregistrée (ci-dessous la transcription de l'enregistrement).

Elle reçoit sa copie sans annotation et l'enseignant lui demande ce qu'elle pense de son travail dans l'exercice 3 en considérant les expressions dans l'ordre.

Déroulement de l'entretien

Expression 1 :
Elle avait écrit : $-2(x-3)(x+1) = -2x+6-2x-2$

Prof — Que penses-tu de ce calcul que tu as fait avant les vacances ?

Camille — *Je pense qu'il fallait plutôt que je fasse* x^2-3x-4

Prof — Peux-tu écrire ce que tu viens de me dire

Elle écrit : $-2+x^2+x-3x-3$

Camille — *Ah mais non, j'ai oublié de faire une multiplication*

Prof — Une multiplication ? où placerais-tu cette multiplication ?

Elle indique la position des signes × sur l'expression de départ :
$-2\times(x-3)\times(x+1)$

Prof — Donc ?

[silence]

Camille — *... alors si on fait avec ceux- là*

Elle désigne : $-2\times(x-3)$

Prof — A ton avis ?

Camille — *Je ne sais plus comment on fait ces calculs*

Prof — Qu'est ce que c'est que cette expression ?

Camille — *C'est un produit de ......*

Prof — De ?

Camille	*C'est ça que je ne sais plus faire, quand il y a trois facteurs*
Prof	Choisis-toi un produit de trois facteurs simples, des nombres entiers par exemple
	Camille écrit : $4 \times 5 \times 6$
Prof	Quand tu effectues ce produit dans quel ordre fais-tu tes calculs ?
Camille	*20 fois 6*
Prof	Egal ?
Camille	*120*
Prof	Donc ici tu as d'abord fait le produit des deux premiers facteurs
Camille	*Ah oui j'aurais pu aussi faire 30 multiplié par 4*
Prof	Oui, alors pour revenir à l'expression 1 qu'as-tu fait du facteur -2 ?
Camille	*Et ben je l'ai ajouté avec les autres*
Prof	Tu l'as ajouté ?
Camille	*Non je l'ai multiplié*
Prof	Par quoi ?
Camille	*Je l'ai multiplié ici et ici*
	Elle désigne $(x-3)$ et $(x+1)$
Prof	Et alors ?
Camille	*Il fallait écrire* x^2-3x-3 *ah mais non !*
Prof	Reviens à l'expression dans laquelle tu as replacé les signes ×
Camille	*Oui ça fait* $-2+x^2+x-3x-3$
Prof	Vraiment ?
Camille	*Ah oui -2 est un facteur*
Prof	Donc ?
Camille	*Il faut que je rajoute des parenthèses*

Elle écrit : $-2+x^2+x-3x-3)$

Prof Attention si tu fermes une parenthèse il faudrait ...

Camille *Ah oui !*

Elle écrit : $-2+(x^2+x-3x-3)$

Prof L'expression est-elle correcte maintenant ? le signe + devant la parenthèse convient-il ?

Camille efface le signe + en disant : *ah oui c'est un produit*

Prof Bon, termine maintenant ton développement.

Elle le fait correctement, mais lorsqu'elle réduit l'expression, elle écrit – 6 au lieu de + 6

Prof Regarde ce que tu viens d'écrire

Camille *Ah oui !*

Elle corrige

Prof Compare maintenant ce que tu avais écrit initialement dans l'expression 1 et ce que tu as écrit dans les expressions 2 et 3

Camille *Ah oui, j'ai fait la même chose*

Elle corrige alors correctement les expressions 2 et 3

Prof Et dans l'expression 4 ?

Camille *Alors là c'est bon !*

Prof A ton avis, pourquoi est-ce que tu t'es trompée dans les trois premières expressions et pas dans la dernière ?

Camille *Là, il n'y avait que deux facteurs*

Elle désigne chacun des termes.

Bilan

Il me semble qu'elle a bien compris la démarche de développement d'un produit de trois facteurs, mais mon aide a sans doute été trop directive par exemple lorsque je lui dis : « le signe + devant la parenthèse convient-il ? ».

Néanmoins il m'apparaît que le travail fait précédemment sur les expressions numériques et portant sur la reconnaissance des termes, facteurs, sommes et produits ont permis qu'elle retrouve assez vite ses erreurs.

Cette élève a vraiment considéré cet entretien comme une aide et je pense qu'elle ne fera plus ce type d'erreur dans les jours à venir, mais, à mon avis, plus tard elle risque de faire encore ces erreurs par manque d'assurance.

Je n'ai pas pu tester tous les exercices de mise en route et le temps est vraiment compté en troisième pour ce type d'entretien, dommage !

❒ EXEMPLE 3 : TONY (2^{nde} professionnelle)

Extrait de la copie de Tony

<u>EXERCICE 3</u>

Soit l'expression : $-2x^2 + 4x + 6$

Remplis le tableau ci-dessous en indiquant pour chacune des expressions de la colonne de gauche si elle est égale à $-2x^2 + 4x + 6$

Expressions	**Vrai / Faux**	**Note ici les calculs réalisés**
$-2(x-3)(x+1)$	faux	$-2x\ \overset{x}{+}6 + -2x - 2$ $-4x - 4$
$-2(x-1)^2+8$	faux.	$-2x^2 - 2 + 8$ $x^2 + \cancel{4}6$
$-2(x-3)(x-1)$	faux	$-2x + 6 - 2x + 2$
$-2(x-3) - 2x(x-3)$	Vrai	$-2x + 6 - 2x^2 + 6x$ $6 - 2x^2\ 4x$

Choix de l'élève

C'est un élève heureux d'avoir été admis en seconde professionnelle après une troisième TOP et qui déclare vouloir progresser.

C'est un élève volontaire. Son seul souci en mathématiques, dit-il, est de disposer de davantage de temps. Cependant j'ai pu observer des fragilités autres ; il lui arrive de donner des réponses précipitées, sa vigilance lors de l'élaboration d'un résultat semble souvent faire défaut ...

L'exercice 3 réalisé dans le cadre des exercices de mise en route révèle des hésitations liées à des erreurs de lecture et de procédure ; c'est aussi le cas des exercices 1, 2 et 4. Semblent se conjuguer le manque de fiabilité des connaissances, une compréhension partielle de la structure des expressions, une compréhension erronée des règles de calcul, l'invention de données non écrites dans le texte, leur interprétation abusive, d'où l'utilisation de règles qui n'existent pas.

Conditions de l'entretien

Il n'existe pas d'heure d'aide individualisée dans l'emploi du temps ; seule, l'absence d'un collègue a permis que l'entretien ait lieu ; l'autorisation de principe en avait été, au préalable, délivrée par la direction du lycée.

L'élève adhère volontiers au projet d'entretien qui a lieu dix jours après les exercices de mise en route mais il ne regarde pas sa copie initiale rendue sans annotation, sans préciser pourquoi. L'élève a donné son accord pour que l'entretien soit enregistré sur cassette.

L'élève ignore si sa réalisation de l'exercice 3 était juste ou non. Je lui propose d'en examiner à nouveau la résolution à partir d'un document vierge. Il s'emploie à refaire la première partie de l'exercice sur une feuille de brouillon. Il sera ensuite invité à décrire oralement sa démarche. Des feuilles blanches sont à sa disposition qui serviront à reprendre le calcul chaque fois qu'une difficulté semblera résolue ou bien qu'elle conduira à une impasse.

Déroulement de l'entretien

Voici la transcription de l'enregistrement ; les paroles de l'élève sont en italique.

> Lors des exercices de mise en route, l'élève avait écrit un signe × au-dessus du signe + :
>
> $$-2(x-3)(x+1) = -2x+6 \overset{\times}{+} -2x-2$$
>
> Ce signe ×, il ne l'écrit pas aujourd'hui mais il renouvelle l'erreur de son exercice de mise en route :
>
> $$-2(x-3)(x+1) = -2x+6 \mathbf{+-2x-2} \quad *$$
>
> il rajoute : $= \mathbf{-4x-4}$
>
> Tout se passe comme si l'élève traduisait l'expression : $-2[(x-3)+(x+1)]$
>
> Je lui demande : penses-tu avoir observé l'expression algébrique que tu dois calculer avec une attention suffisante ?
> Tony acquiesce.
>
> La question suivante va le conduire à une impasse.

Prof A ton avis, quelle est l'opération où quelles sont les opérations à effectuer en priorité ?

Tony Une soustraction et une addition

Prof Désigne la soustraction à laquelle tu penses ainsi que l'addition.

Tony $(x - 3)$ *et* $(x + 1)$

Prof Peux tu effectuer la soustraction (x - 3) ; comment vas- tu procéder ?

Tony Non je ne peux pas, il y a des lettres ; c'est pas ça que j'ai fait ; c'est pareil pour l'addition

Prof Peux-tu dire ce que tu as fait?

Tony Une opération

Prof Laquelle?

Tony : Des multiplications

Prof Combien?

Tony Deux

Prof Dans le texte de départ où sont situées ces deux multiplications ?

Tony Je vais l'écrire

il ajoute au crayon gris (il l'effacera ensuite), le symbole x de la multiplication à l'emplacement qui convient :

$- 2 \times (x - 3) \times (x + 1)$

Prof Peux-tu dire pourquoi l'auteur du texte a jugé inutile d'écrire les signes × que tu viens d'ajouter?

Tony Les parenthèses remplacent

il prend une autre feuille blanche

Prof Reprends le texte de l'expression au départ ; tiens compte des précisions que tu viens d'apporter.

il place deux flèches sur l'expression du départ à partir de -2 respectivement vers x et 3 de la parenthèse (x - 3)

Prof Que veux-tu signifier en dessinant ces deux flèches ?

Tony Je multiplie -2 *par* x *et par* -3

Prof Quel est le résultat ?

il écrit : - 2 (x - 3) (x + 1) = - 2 x + 6 et s'arrête

Il n'a toujours pas écrit de parenthèses

Prof Peux- tu nommer la propriété que tu viens d'utiliser ?

Tony Distributivité, je crois

Prof Regarde à nouveau, l'expression de départ ; as-tu terminé le calcul ?

Tony Non, j'ai fait un morceau

Prof Souligne le fragment de l'expression que tu as calculé.

il souligne : $\underline{-2(x-3)}$ (x + 1) = - 2 x + 6 ...

Prof Tu as souligné, la partie du calcul que tu estimes avoir réalisée. Continue.

il hésite, écrit une autre ligne :
-2 (x - 3) (x + 1) = - 2 x + 6 ※ (x + 1) **

Tony n'a toujours pas écrit de parenthèses autour de - 2 x + 6, mais a finalement opté pour l'existence d'une multiplication. Dans la suite, il calculera ce qu'il a écrit de manière incomplète en omettant les parenthèses, évoquant la priorité de la multiplication de 6 par (x + 1) .

Prof Veux-tu examiner la ligne 1 * [je lui désigne cette ligne*] de la première feuille que tu as utilisée aujourd'hui, et faire une comparaison avec ce que tu viens d'écrire à l'instant**

Tony Oui, le barbouillage. C'est « fois », le bon et désigne le signe ×

Prof Tu as tranché en faveur du signe ×.

Tony C'est bon, c'est bon

Prof Bien alors, continue.

il écrit : - 2 (x - 3) (x + 1) = - 2 x + 6 ※ - 2 x - 2

Le facteur - 2 , « sonne toujours deux fois », les parenthèses sont toujours éludées, mais l'existence de la multiplication centrale semble reconnue.

Prof Regarde ces deux signes juxtaposés : × - ; peux- tu modifier ton écriture afin de me permettre de comprendre comment tu envisages de poursuivre le calcul.

Tony *Faut une parenthèse*

Prof Ajoute ce qui manque.

il écrit : $-2(x-3)(x+1) = -2x+6 \times (-2x-2)$

Prof Et après?

Tony *La multiplication est prioritaire ; c'est : - 12 x – 12*

il écrit: $= -2x - 12x - 12$

Prof Tu as écrit à un moment donné quelque chose qui n'était pas juste. Reprenons, si tu le veux bien, une autre feuille sur laquelle tu n'as encore rien écrit. Essaye d'être vigilant. J'écris exactement ce que tu avais commencé à calculer; tu as dit l'égalité entre les deux expressions que je souligne, reprenant cette étape de ton calcul.

J'écris : $\underline{-2(x-3)}(x+1) = \underline{-2x+6}$...

Tony *Multiplier par (x + 1)*

Prof Que vas-tu multiplier par (x + 1) ?

Tony *2 fois (x - 3)*

$\underline{-2(x-3)}(x+1) = \underline{-2x+6}$...

Prof Que reste-t-il de l'expression de départ qui n'a pas été utilisée ?

Tony *(x + 1)*

Prof Place à nouveau, les symboles × que tu avais effacés sur la feuille n°1*.

il écrit : $-2\times(x-3)\times(x+1) = -2x+6$ ...

Prof Clarifie ce qui reste à faire après avoir écrit cela ; cache la partie du texte dont tu as fini de t'occuper:

il cache : $\underline{-2\times(x-3)}\times(x+1)$

Prof Oui mais encore ; sert-toi de ton travail.

Tony *Ah oui ! - 2 x + 6 ...*

Tony *Ah oui ! développer*

Prof Vas-y mais n'oublie pas une précaution indispensable.

Tony *Je vais le ..., l'autre morceau...*

$-2x + 6 \times (x+1)$

Tony *Ah oui ! développer. Ah oui! les parenthèses*

il dit et écrit : $(-2x + 6) \times (x+1)$

Il achèvera le calcul l'après-midi en classe entière et le réussira ce qui pourrait signifier qu'il sait effectuer le développement d'une expression ne comportant que deux facteurs, pourvu qu'un troisième facteur ne vienne pas jeter le trouble.

Bilan

A chaque étape de son récit explicatif, je lui ai demandé s'il était sûr de ce qu'il proposait non pas pour le déstabiliser mais afin qu'il comprenne la nécessité de l'autocontrôle de ses propositions.

Chaque fois qu'il a semblé conscient d'avoir fait une erreur de procédure, j'ai essayé, avec un succès variable, de faciliter l'accès de l'élève à la compréhension du mécanisme qui l'avait conduit à cette erreur.

Il m'est arrivé, au moment où il réalisait avec justesse une micro-étape de prononcer ces mots : « tu vois ! » ; ces paroles, je ne les avais pas préméditées ; l'audition de l'enregistrement a semblé prouver leur effet moteur.

L'élève a semblé encouragé par la capacité qu'il a eu de découvrir ses erreurs de procédure, de mettre en œuvre quelques règles d'action et de réaliser les micro-étapes du calcul. Il est tout à fait incertain que ces acquis partiels et momentanés perdurent.

Pour moi, l'analyse de cet entretien reste éclairante sur les écueils que j'aurais pu éviter. L'entretien s'est cantonné à l'exercice 3. Des respirations sous forme de calculs numériques écrits auraient pu ponctuer l'entretien ; elles auraient permis d'aider l'élève à la différentiation entre somme et produit, à la formulation claire de l'associativité de la multiplication pour aboutir à l'énoncé des règles.

❒ EXEMPLE 4 : JULES (2^{nde} générale)

Extrait de la copie de Jules

EXERCICE 1

Soit l'expression : $-2x^2 + 4x + 6$

Remplis le tableau ci-dessous en indiquant pour chacune des expressions si elle est égale à $-2x^2 + 4x + 6$

Expressions	Vrai / Faux	Note ici les calculs réalisés
$-2(x-3)(x+1)$	Vrai	$-2(x-3)(x+1)$ $-2(x^2+x-3x-3)$ $-2(x^2+x-3x+6)$ $-2x^2-x+3x+6$ $-2x^2+4x+6$
$-2(x-1)^2+8$	Vrai	$-2(x-1)^2+8$ $-2x^2+4x-1^2+8$ $-2x^2+4x+6$
$-2(x-3)(x-1)$	Faux	$-2(x-3)(x-1)$ $-2x^2-x-3x+3$ $-2x^2-4x+3$
$-2(x-3)-2x(x-3)$	Faux	$-2(x-3)-2x(x-3)$ $-2x+6-2x-3$ $-2x+6-2x-3$ $-4x^2+3$

Choix de l'élève

C'est un élève de Seconde qui pense faire une Première L. Il a des difficultés en maths.

En début d'année, il n'était pas motivé, puis la motivation est revenue. Il est venu une fois ou deux volontairement en aide individualisée. En classe, le travail est sérieux mais le travail personnel l'est moins.

Les réponses de cet élève aux exercices de mise en route font penser à des difficultés avec les parenthèses.

Conditions de l'entretien

Il a lieu au troisième trimestre. Les exercices de mise en route ont été traités au deuxième trimestre et le calcul algébrique plus tôt dans l'année.

L'entretien a duré 15 minutes. Il a eu lieu en aide individualisée. Il n'a pas été enregistré pour des raisons matérielles.

Déroulement de l'entretien

Je lui donne sa copie sans annotation et lui laisse le temps de relire son travail.

> Prof Que penses-tu de ton résultat ?
>
> *Jules* *Je me suis trompé dans les parenthèses*
>
> Prof C'est-à-dire ?
>
> *Jules* *Je me suis trompé*
>
> [silence]
>
> Prof Travaille sur ta feuille
>
> Il écrit :
> $-2(x-3)(x+1)$
> $(-2x+6)(x+1)$
> $-2x^2-2x+6x+6$
> $x+6x+6$
> $6x^2+6$
>
> Prof Peux-tu m'expliquer ta quatrième ligne ?
>
> *Jules* $-2x \times x - 2x$
> $-2x - 2x = 0$ *donc il reste* x

Je me rends compte que ce n'est pas un problème de parenthèses mais je pense que c'est un problème de confusion dans la signification de x et x^2.

> Prof Que veut dire x^2 ?
>
> *Jules* $x \times x$

Mon hypothèse est fausse.

> Prof Prenons un exemple numérique $-2 \times 3^2 - 2 \times 3$

Jules	$-2 \times 3^2 - 2 \times 3 = -6$
Prof	Faisons le calcul terme par terme
Jules	$-2 \times 9 - 6$
	$-18 - 6 = -24$

Des silences. Je ne sais que faire.

Prof	Laissons x^2. Reprenons l'expression $-2x + 6x$
Jules	$-2x + 6x = 3x$
Prof	Pourquoi $3x$?
Jules	*6 – 2. Je ne sais jamais si c'est une addition ou un multiplication*
Prof	Comment peut-on le savoir ?
Jules	*Avec le signe +*
Prof	$6 - 2 = 4$
	Jules écrit : $-2x^2 + 4x + 6$
Prof	3^2 et 3 est-ce le même nombre ?
Jules	*Non*
Prof	x^2 et x est-ce le même nombre ?
Jules	*Non*
Prof	Alors on laisse l'expression comme cela

Il m'avoue avoir enlevé x^2 car il ne sait pas quoi en faire et ne peut pas le laisser.
Je lui demande alors de faire les suivantes.

Il écrit : $-2(x-1)^2 + 8$

$-2(x-1)(x-1) + 8$

$(-2x+2)(x-1) + 8$

$(-2x^2+2)(x-1) + 8$

$-2x^2 + 2x + 2x - 2 + 8$

$-2x^2 + 4x^2 + 6$

Prof	Pourquoi $4x^2$?
Jules	$2x + 2x = 4x^2$
Prof	Quelle opération entre $2x$ et $2x$?
Jules	*Addition*

Prof Comment le sais-tu ?

Jules A cause du signe +

Il rectifie : $2x + 2x = 4x$

Il fait les deux autres sans problème.

Bilan

Au début de l'entretien, mon objectif était de traiter le problème des parenthèses. En fait, j'ai soulevé une autre difficulté qui n'apparaissait pas ailleurs sauf dans la dernière expression, erreur que l'on pouvait considérer comme une faute d'étourderie.

C'est pourquoi je me suis sentie déroutée. Je ne savais pas quelles questions je pouvais poser à l'élève. Comment l'amener à donner sa démarche sans être directive ? J'étais déçue de l'entretien. Et pourtant... j'ai eu l'impression que l'élève était satisfait.

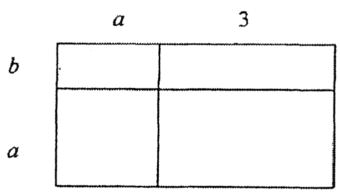
☐ EXEMPLE 5 : LOLA (2^{nde} générale)

L'expérience décrite ici est particulière puisque le professeur qui mène l'entretien n'est pas le professeur de la classe. Le dispositif a été expérimenté avec un professeur volontaire qui n'est pas membre du groupe. Nous avons utilisé l'heure d'aide individualisée avec des élèves volontaires. Le professeur de classe travaille avec un groupe sur autre chose. Les exercices de mise en route ont été proposés au groupe d'élèves volontaires ; le codage a été fait par le membre du groupe et transmis au professeur de la classe. Il a été ensuite proposé un entretien aux élèves qui avaient le plus de codes défavorables.

Extrait de la copie de Lola

EXERCICE 1

Voici un grand rectangle divisé en quatre petits :



1A Ecris l'aire du grand rectangle en utilisant les lettres *a* et *b* :

$l \times L =$ | $a + b \times a + 3$.

1B Entoure la ou les expressions qui sont égales à l'aire de ce rectangle et barre celle ou celles qui ne sont pas égales à cette aire :

$a + b(a + 3)$	$\cancel{a^2 + ab}$
$(a + 3)(a + b)$	$2(\cancel{2a + b + 3})$
$\cancel{3a \times 3b \times a^2 \times ba}$	$a + b \times a + 3$
$(a + b)\ (a + 3)$	$\cancel{3ab + 3a^2}$
$\cancel{ab + 3b + a^2 + 3a}$	$2a + b + 3$

Choix de l'élève

Cette élève a beaucoup hésité entre une Seconde professionnelle "carrières sanitaires et sociales" et une Seconde générale et technologique qu'elle a finalement choisie. Elle ne se montre pas très motivée ni très attentive en classe. Ses résultats en maths sont faibles. Elle est quelquefois venue en aide individualisée le plus souvent quand elle était convoquée.

Dans l'épreuve de mise en route cette élève a peu de questions réussies. Ses réponses à l'exercice 1 font penser à des difficultés avec les parenthèses, et peut-être une confusion entre aire et périmètre ou des confusions entre les opérations. Les erreurs dans les autres exercices sont aussi liées aux parenthèses et l'utilisation des lettres.

Conditions de l'entretien

L'épreuve de mise en route a été passée au mois de mars et l'entretien a eu lieu deux semaines plus tard. Lola est volontaire pour ce travail. Comme pour les autres entretiens j'ai remis à l'élève son travail sans aucune annotation. Elle a eu environ 20 minutes pour regarder son travail pendant que je m'entretenais avec une autre élève. L'entretien a été enregistré et a duré 22 minutes.

Déroulement de l'entretien

Après un épisode de mise en route nous arrivons à ce que je veux pointer en premier : la question des parenthèses. Nous avons l'échange suivant :

Prof Vous avez sélectionné comme étant égales à l'expression que vous avez écrite des expressions avec des parenthèses. Mm ?

Lola *Oui.*

Prof Oui.

Lola *Ça, ça veut dire la même chose*

elle me montre les trois expressions

Prof Autrement dit les parenthèses ça sert à rien

Lola *Si mais... là... , ouais...c'est parce que juste là j'ai oublié de les mettre je pense c'est bon. Si, ça sert...à faire les calculs... c'est prioritaire*

Prof Qu'est-ce qui est prioritaire ?

Lola *Ben quand on met des parenthèses il faut calculer d'abord ce qui est entre parenthèses*

Mon affirmation péremptoire que les parenthèses ne serviraient à rien semblent déstabiliser un peu la certitude de l'élève que les trois expressions sont égales. Sa dernière réponse me laisse penser que lorsqu'une expression comporte des parenthèses elle lui associe un processus de calcul correct.

Par ailleurs le passage *« c'est parce que juste là j'ai oublié de les mettre »* me semble relever d'une *explication-refuge* classique d'élèves qui mettent sur le compte de l'oubli des incompréhensions bien plus profondes. La seule façon, me semble-t-il, de faire la part des choses est d'interroger l'élève pour confirmer ou infirmer l'hypothèse de l'oubli et éventuellement amener l'élève à prendre conscience de la façon dont elle a compris.

C'est pour cela que je lui demande comment elle calculerait l'expression $a+b\times a+3$ puis $(a+b)(a+3)$. Pour les deux expressions elle donne le même processus de calcul. Je lui fais alors remarquer que pour les deux expressions elle propose le même calcul, elle invoque encore l'oubli. Je lui fais part de mon hypothèse à ce moment -là :

> Prof Moi je suis pas sûre que ce soit seulement un oubli mais peut-être plutôt que pour vous... enfin, heu... les deux écritures... disaient la même chose. Ou du moins vous ne les écrivez pas mais vous les pensez.

Je parle des parenthèses - est-ce bien ce qu'a compris l'élève ? - et je continue en lui rappelant la règle d'écriture du produit de deux sommes. Je décide ensuite de l'interroger sur l'expression $2a+b+3$.

> Prof Alors vous avez sélectionné celle-ci comme étant égale comme étant égale à l'expression que vous avez donnée. [il s'agit de $2a+b+3$] Est-ce que vous pouvez m'expliquer ?
>
> *Lola Parce que là y a 2a donc c'est 2 fois a, 2 fois a*
>
> Prof Mm Donc vous l'écririez... He ben... Réécrivez-la l'expression. Donc le 2a vous le remplaceriez par ?
>
> *Lola Ben par le nombre. Par exemple là a si c'est 2*

Ce n'est pas ce que j'attendais. On peut remarquer qu'ici c'est l'élève qui prend l'initiative (peut-être déclenchée par le mot "remplacer") de donner une valeur à une lettre ; la valeur 2 choisie pour a n'est pas la plus judicieuse car précisément c'est l'une des deux valeurs pour lesquelles $a^2=2a$. Ce peut être aussi pour l'élève une attitude de repli vers du plus rassurant.

> Prof Oui
>
> *Lola On remplace par 2*
>
> Prof Alors ça ferait quoi ?

Lola	*Ça ferait 2 fois 2*
Prof	Oui
Lola	*Puis après eh ben plus b plus 3. Parce que ça reviendrait au même de faire comme ça que l'expression-là, parce que là y a deux là on multiplie les a aussi et là aussi*
Prof	Alors dans 2a vous multipliez quoi par quoi ?
Lola	*Ah non ! Ah ben non, en fait elle est pas bonne celle-là... Ah non non*
Prof	Vous dites elle est pas bonne. Vous voulez dire que ...
Lola	*J'sais pas ce serait a au carré*

La confusion entre a^2 et $2a$ m'a un peu surprise car dans un autre exercice donné en même temps que les exercices de mise en route cette élève reconnaît l'égalité $a^2 = 2a$ comme fausse. Mon intention est alors de voir si elle donne un sens géométrique à l'expression $2a+b+3$.

Prof	Alors qu'est-ce qui pourrait être égal sur la figure, donc on va revenir à la figure en fait, heu qu'est-ce qui pourrait être égal à deux a plus b plus 3 ?
Lola	...
Prof	Sachant que a c'est cette longueur-là
Lola	*Ben ça... ça fait 2a*
Prof	Oui
Lola	*plus b et puis ah ouais mais non*
Prof	Ah....
Lola	*Plus heu*
Prof	Plus b. Donc vous m'avez dit
Lola	*Plus 3 comme ça mais*
Prof	Oui mais le b
Lola	*C'est*
Prof	le b ?
Lola	*ah en fait elle est pas bonne*

Je crois qu'il y a là un quiproquo, nous ne parlons pas de la même chose. L'élève est centrée sur la validité de l'expression pour l'aire et je cherche à lui faire interpréter l'expression en termes géométriques, mais je ne m'en suis pas rendue compte sur le coup.

On travaille sur la figure :

> Prof Attendez ça c'est a, ça c'est quoi ?
>
> *Lola* *3*
>
> Prof Oui... Et le b il est là. Et si le 3 vous le mettiez ici... vous auriez a plus b plus a plus 3
>
> *Lola* *Plus 3* [en même temps que P]
>
> Prof C'est quoi ça ?
>
> *Lola* *Comment ça ?*
>
> Prof C'est quoi pour le rectangle ?
>
> *Lola* *Ben c'est longueur fois largeur. C'est le calcul de son aire J'ai pas compris la question*

Ici je crois qu'elle confond les opérations. Je lui fait reprendre l'analyse de l'expression de sorte que celle-ci apparaisse comme la somme des longueurs des côtés du rectangle. Et nous arrivons à ce passage :

> Prof Quand vous ajoutez la longueur et la largeur vous obtenez quoi ?
>
> *Lola* *Ben l'aire... Ben j'comprends pas* [rire]
>
> Prof C'est l'aire ?
>
> *Lola* *Oui*
>
> Prof Vous ajoutez !
>
> *Lola* *Mm*

Comment amener cette élève à dépasser cette confusion entre aire et demi-périmètre ?
Je lui réécris l'expression sous la forme $(a+b)+(a+3)$ et $L+l$. J'aurais pu dessiner un segment somme des segments de longueur $a+b$ et $a+3$ pour qu'elle fasse la différence entre les opérations.

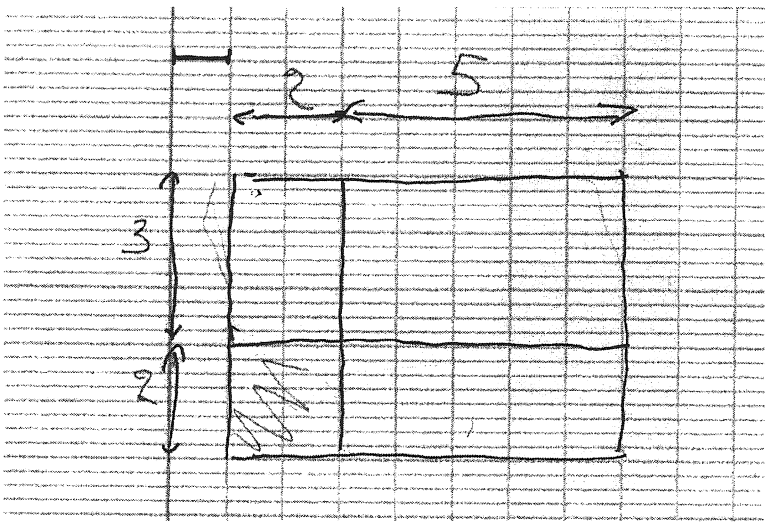
> *Lola* *Mm... En fait c'est pas fois*

Prof	Qu'est-ce qu'il y a comme opération ici ?
Lola	*C'est une addition.*
Prof	Oui Quand on ajoute la longueur et la largeur ce qu'on obtient c'est pas l'aire
Lola	*Oui* [soulagement]
Prof	C'est… ça s'appelle comment
Lola	*Le périmètre*

La confusion entre périmètre et demi-périmètre me paraît moins "grave", je rectifie mais surtout souligne la différence avec l'aire.

Comme je veux l'amener à l'expression (5) : $ab+3b+a^2+3a$ qu'elle a barrée je lui demande de regarder le rectangle et de me proposer une autre façon de calculer l'aire Mon intention est de renforcer l'articulation entre le registre géométrique et celui des expressions avant de lui faire appliquer le développement de $(a + b)(a + 3)$.

Il s'ensuit un échange qui me fait penser que le découpage du rectangle ne lui est pas familier. Je décide de passer à un exemple numérique. Je dessine un rectangle découpé en quatre petits et lui demande d'indiquer les dimensions et de calculer l'aire du rectangle de deux façons.



Lola pose d'abord $(2 + 3)(3 + 5)$ puis me dit :

Lola	*J'sais pas l'autre façon*

Je lui demande alors de me montrer les petits rectangles et d'exprimer l'aire de chacun puis l'aire du grand rectangle. Elle écrit finalement l'expression attendue mais semble un peu perplexe.

Je lui explique ensuite que la deuxième expression est le développement du produit et que développer a un sens quand il s'agit d'aires.

Je fais revenir Lola sur la question 1B de mise en route pour qu'elle confirme ses choix de barrer ou entourer chacune des expressions, et j'insiste sur l'expression (3). Pressée par le temps je ne lui laisse pas un temps suffisant pour qu'elle voie le signe d'opération entre les termes et j'attire tout de suite son attention sur ce point.

Je conclus l'entretien sur la nécessité d'écrire les parenthèses et lui propose de revenir pour un travail auto-dirigé (travail que je m'engage à préparer).

Bilan

Il me semble que cette élève a un peu mieux compris d'une part le rôle et l'importance des parenthèses, d'autre part les notions de demi-périmètre et d'aire qu'elle confondait. Elle semble avoir découvert la possibilité de découper une surface en plusieurs parties pour en calculer l'aire.

Les expressions sont considérées dans cet entretien comme des processus. Je fais l'hypothèse que cette élève gère correctement les parenthèses des expressions déjà écrites mais qu'elle n'éprouve pas la nécessité d'écrire des parenthèses à partir du moment où elle estime que son processus de calcul (pensé) est correct. Un travail ultérieur de production d'expressions permettrait de voir s'il y a des progrès.

Les conditions particulières de cet entretien (mené par un professeur qui n'est pas celui de la classe) constituaient un handicap, en particulier le manque de connaissance de l'élève, qui a été surmonté dans ce cas précis grâce à une connaissance approfondie des exercices de mise en route et une pratique déjà ancienne des entretiens. Nous ne pensons pas que cette pratique (entretien mené par un enseignant qui n'a pas la classe) doive être généralisée en raison de l'absence de retombées sur la pratique en classe (connaissance des représentations et difficultés des élèves vus en entretien) et l'impossibilité de pointer pour l'élève lui-même le lien entre ce qui a été vu en entretien et ce qui est vu en cours ou lors de devoirs.

chapitre 5

L'ANALYSE DES ENTRETIENS

Dans ce dernier chapitre, nous donnons tout d'abord quelques indications générales sur les analyses que l'on peut réaliser après l'entretien. Une telle démarche d'analyse *a posteriori* nous semble particulièrement utile pour l'enseignant qui souhaite progresser rapidement lorsqu'il se lance dans une telle pratique.

Nous présentons ensuite un exemple d'analyse d'une transcription d'entretien. Il s'agit à la fois d'illustrer la démarche et de montrer ce qu'une telle étude fine du contenu des échanges apporte. L'exemple présenté ici n'a donc pas le même but que ceux du chapitre précédent : il est plus centré sur la méthode d'analyse que sur le déroulement de l'entretien en lui-même.

❐ POURQUOI ET COMMENT ANALYSER UN ENTRETIEN

Pourquoi ?

L'analyse d'un entretien apporte des éléments qu'on ne peut pas voir sans elle et qui se situent à deux niveaux différents.

- En premier lieu elle permet de mieux comprendre ce qui a pu se jouer lors de l'entretien. Elle peut aussi mettre en évidence certains pièges à éviter. L'analyse d'entretiens est donc particulièrement utile pour se former à cette pratique, qu'il s'agisse d'analyser un entretien fait par quelqu'un d'autre ou d'un entretien qu'on a soi-même mené. De ce point de vue, c'est un travail qu'il est intéressant et très profitable de mener en équipe ou lors de stages de formation.

- La seconde raison de prendre le temps de réaliser une telle analyse est qu'elle apporte une meilleure connaissance des conceptions et représentations des élèves. L'enseignant apprend déjà beaucoup de choses pendant l'entretien lui-même mais l'expérience nous montre qu'un retour "à froid" sur le contenu de l'entretien permet d'aller plus loin dans la compréhension des difficultés particulières de l'élève. Cette démarche d'analyse peut donc avoir aussi une influence directe sur la pratique de l'enseignant.

Deux étapes préliminaires : enregistrement et transcription

Pour pouvoir analyser un entretien il faut disposer d'une trace fiable sur laquelle on puisse travailler. Cette trace est constituée pour nous d'un enregistrement audio et d'une transcription. L'enregistrement ne se fait qu'avec l'accord explicite de l'élève à qui on peut expliquer que c'est pour un travail de recherche, que l'on souhaite garder une trace pour apprendre à mener les entretiens.

Ecouter l'enregistrement d'un entretien qu'on a mené est utile pour améliorer sa pratique personnelle : prendre conscience de ce que l'on dit, du ton avec lequel on s'adresse à l'élève, des tics ou travers : par exemple trop parler, etc. Dans une pratique "installée" de l'entretien l'enregistrement n'est plus utile.

Cette écoute de l'enregistrement constitue un premier niveau d'analyse mais pour aller plus loin le passage par la transcription, assez fastidieux il faut bien le dire, nous paraît, après expérimentation, quasiment obligatoire. Transcrire un entretien qu'on a soi-même mené est riche d'enseignement pour la pratique personnelle mais ici encore la simple lecture de la transcription des entretiens nous semble insuffisante pour en extraire des informations intéressantes.

Le découpage en épisodes

Pour essayer de rendre compte de la dynamique de l'entretien et tenter d'approcher ce qui s'y passe nous avons adopté une méthode de découpage en épisodes. Nous citons ci-dessous

Dumas Carré A. & Goffard M. (1998) qui a été notre référence pour ce travail (voir aussi Perraudeau 2002 sur cette question) :

> « ***L'unité d'un épisode***
> *Dans le découpage que nous proposons ce qui fait l'unité d'un épisode c'est un thème de discussion, c'est ce dont on parle.*
> ***Les changements d'épisodes***
> *Ils peuvent être à l'initiative de l'élève : ce sont souvent des "ruptures"; un élève intervient en dehors du développement continu de la discussion, change de thème soit par une question portant sur autre chose soit par une affirmation "hors sujet". Le professeur peut soit l'ignorer et continuer sans en tenir compte soit, au contraire, prendre en charge et accepter ce changement de thème. Dans ce cas, la sortie d'épisode est l'intervention de l'élève et l'entrée dans l'épisode suivant est l'intervention du maître qui montre qu'il en tient compte.*
> *A l'initiative du professeur : cela correspond à une prise de décision de sa part liée à la gestion du temps didactique et/ou à la perception du travail qu'il a (il considère qu'une compréhension suffisante est atteinte, ou que le résultat obtenu est satisfaisant ou qu'un détour est nécessaire...).* »

Un épisode est caractérisé par une entrée, une sortie et un thème. Une fois ce découpage en épisodes effectué on dispose d'une "chronique thématique" de l'entretien.

Notre pratique a été la suivante : une fois l'enregistrement de l'entretien transcrit nous numérotons les interventions (« tours de parole ») puis nous procédons au découpage en épisodes. Cette démarche est illustrée par l'exemple présenté ci-après.

Le découpage a d'abord été effectué séparément par les membres du groupe puis nous avons confronté nos propositions et les quelques désaccords qui sont apparus ont été rapidement surmontés au cours de la discussion.

Les interprétations

Cette technique du découpage en épisodes est surtout utilisée dans des travaux de recherche concernant les « dialogues tutoriels » (Cauzinille-Marmèche et Melot, 1998). Dans l'utilisation que nous en faisons ici nous privilégions l'approche didactique et les interprétations que nous tentons à partir de ce découpage se font toujours en référence au contenu mathématique en jeu.

Nous nous intéressons en particulier aux éléments suivants qui apparaissent généralement assez bien après un tel découpage en épisodes :

- les conceptions ou représentations de l'élève en jeu, à tel moment précis de l'entretien, à propos de l'objet mathématique dont on parle ;

- le type de fonction de l'enseignant dans l'entretien : explicitation, étayage, explication (voir chapitre 2 "les fonctions de l'entretien") ;

- la dynamique de l'entretien : par exemple si un malentendu s'installe entre l'élève et l'enseignant ;

- les stratégies adoptées par l'enseignant face aux réponses de l'élève.

On peut aussi examiner s'il y avait à certains moments de l'entretien d'autres choix possibles que celui adopté par l'enseignant.

Une démarche qui n'est pas anodine...

Comme toutes les analyses de pratique, celle-ci soulève des questions de nature déontologique. Il n'est pas anodin pour un enseignant d'abord de *se regarder faire* et ensuite d'en discuter avec d'autres (même des collègues). L'analyse de la transcription d'un entretien est sans doute plus déstabilisante encore que celle de l'enregistrement vidéo d'une séance de classe ; d'abord elle concerne une pratique inhabituelle et surtout elle concerne une relation entre deux personnes, plus "implicante" encore que la relation enseignant/classe.

Nous nous sommes donc donné quelques règles qu'il faudrait même renforcer et qui devraient être respectées scrupuleusement si des personnes autres que des pairs (formateurs, inspecteurs,...) devaient intervenir dans une telle démarche.

- L'enseignant qui a mené l'entretien écoute seul l'enregistrement et décide ou non de le transcrire pour l'analyser et donc, inévitablement, en faire un objet de discussion avec d'autres (autant écouter l'enregistrement peut avoir un intérêt en soi autant se lancer seul dans une démarche d'analyse systématique est non seulement décourageant mais aussi beaucoup moins profitable).

- Le découpage en épisodes et le repérage des thèmes les plus importants qui s'en dégagent sont réalisés par plusieurs personnes dont l'enseignant concerné bien sûr. En revanche, il nous semble que c'est l'enseignant qui a mené l'entretien qui est le plus à même de proposer des interprétations et de les rédiger. C'est cette démarche qui a été adoptée pour l'exemple présenté ci-après.

- Dans tous les cas, il faut rester très prudent au niveau de l'utilisation de ces interprétations qui ne doivent pas faire l'objet de généralisations abusives ni être imposées de l'extérieur en ignorant le contexte.

❒ ANALYSE DE L'ENTRETIEN AVEC ALEX

Les circonstances de l'entretien

L'entretien a été réalisé en avril 2007 avec Alex, élève d'une classe de seconde générale dans laquelle tous les élèves ont traité les exercices de mise en route en début d'année. L'entretien porte sur l'exercice 4 (voir copie complète de l'élève page suivante[1]).

On peut citer quelques éléments qui ont amené à choisir cet élève et cet exercice 4 :

- il utilise une écriture avec lettre qui montre d'une part le souci de résoudre l'exercice dans un cas général et par une modélisation de l'énoncé, d'autre part une certaine maîtrise de l'écriture algébrique ; on peut donc aller "plus loin" ;

- l'abus de parenthèses peut signifier soit un excès de précaution, soit une mauvaise compréhension de leur rôle ;

- il s'arrête au lieu de terminer n'importe comment, signe qu'il se pose une question (et attend une réponse ?).

De plus, l'observation de ses réponses dans les développements de l'exercice 3 confirme une difficulté dans la gestion des parenthèses.

En classe, Alex est un élève réservé, plutôt intéressé par les mathématiques mais ses productions écrites sont à peine moyennes : il ne traite que ce qu'il maîtrise et ne sait pas essayer différentes pistes. Par contre, à l'oral, il sait tirer parti des interventions des autres et propose souvent des réponses pertinentes. Toutefois, il n'aime pas être mis en difficulté. En fin d'année, il sera orienté en Première STT.

La description et l'analyse des épisodes

L'entretien avec Alex a été enregistré puis retranscrit. Le script complet de cet entretien figure dans l'annexe 3 (p 97 – il est souhaitable de le parcourir avant de lire l'analyse qui suit).

On trouvera ci-dessous le découpage en 10 épisodes retenu après étude de ce script et discussion dans le groupe. Un épisode est caractérisé par les tours de paroles qui le composent (ces tours de parole sont ici au nombre de 296 et sont numérotés dans le script).

L'analyse des épisodes, les interprétations et le bilan ont été rédigés par l'enseignante qui a mené l'entretien.

---

[1] L'ordre des exercices dans cette copie ne correspond à celui de la version définitive figurant dans le chapitre 3. En effet, suite aux premières expérimentations réalisées, il nous a semblé préférable par la suite d'inverser les positions respectives des exercices 1 et 3.

Réponses d'Alex aux exercices MER ("mise en route")

EXERCICE 1

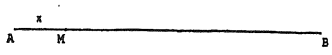
Soit l'expression : $-2x^2+4x+6$

Remplis le tableau ci-dessous en indiquant pour chacune des expressions si elle est égale à $-2x^2+4x+6$

Expressions	Vrai / Faux	Note ici les calculs réalisés
$-2(x-3)(x+1)$	faux	$-2(x-3)(x+1)$ $-2x^2+x-3x-3$ $-2x^2-2x-3$
$-2(x-1)^2+8$	faux	$-2(x-1)^2+8$ $-2x^2-1+8$ $-2x^2+7$
$-2(x-3)(x-1)$	faux	$-2(x-3)(x-1)$ $-2x^2-x-3x+3$ $-2x^2-4x+3$
$-2(x-3)-2x(x-3)$	faux	$-2(x-3)-2x(x-3)$ $-2x+5-2x^2+6$ $-2x-2x^2+11$

EXERCICE 2

2A



Un point M se déplace sur $[AB]$.
$[AB]$ est un segment de longueur 10.
On pose $x = AM$

Exprime la longueur du segment $[BM]$ en fonction de x :

2B Des enfants sont réunis pour un anniversaire et organisent des groupes pour jouer.
On sait qu'il y a x filles et y garçons.

Première observation : *Si deux filles décident de rejoindre le groupe des garçons, les deux groupes ainsi constitués auront le même effectif.*

Entoure l'équation qui traduit cette première observation :

$x-2=y+2$	$x-2=y-2$
$x+2=y-2$	$x=y$

Deuxième observation : *En repartant de la situation de départ, si 1 deux garçons décident de rejoindre le groupe des filles, ce nouveau groupe aura un effectif double de celui des garçons restants.*

Entoure l'équation qui traduit cette première observation :

$x+2=2y$	$x+2=2(y-2)$
$x=2(y-2)$	$x+2=2y-2$

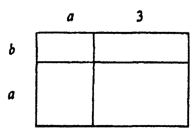
2C Dans un collège, *IL Y A SIX FOIS PLUS D'ELEVES QUE DE PROFESSEURS.*

Ecris une égalité qui traduise cette phrase, en utilisant les variables E et P qui désignent respectivement le nombre d'élèves et le nombre de professeurs.

$6P=E$

EXERCICE 3

Voici un rectangle :



Ecris l'aire de ce rectangle en utilisant les lettres a et b :

$(a+3)(a+b)$

Entoure la ou les expressions qui sont égales à l'aire de ce rectangle :

$a+b(a+3)$	a^2+ab
$(a+3)(a+b)$	$2(2a+b+3)$
$3a\times3b\times a^2\times ba$	$a+b\times a+3$
$(a+b)(a+3)$	$3ab+3a^2$
$ab+3b+a^2+3a$	$2a+b+3$

EXERCICE 4

Un prestidigitateur est sûr de lui en réalisant le tour suivant. Il dit à un joueur :
« *TU PENSES UN NOMBRE, TU AJOUTES 8, TU MULTIPLIES PAR 3, TU RETRANCHES 4, TU AJOUTES TON NOMBRE, TU DIVISES PAR 4, TU AJOUTES 2, TU SOUSTRAIS TON NOMBRE : TU AS TROUVE 7* ».

L'affirmation est-elle vraie ? Justifie ta réponse.

$((((((((a+8)\times3)-4)+a):4)+2)-a)=7$
$(((((3a+24)-4)+a):4)+2)-a)=7$

$((((-12a-36)+a):4)+2)-a)=7$

EPISODE 1 : TOURS DE PAROLE [1 - 5]

Le professeur invite l'élève à analyser sa copie donc celui-ci cherche des erreurs possibles ; il y voit une erreur de "forme" qui montre sa compréhension du rôle de la lettre dans la démonstration. Le prof clôt le sujet.

> *Sans le dire, il signifie à l'élève que cet élément n'est pas intéressant : il recadre le dialogue.*

EPISODE 2 : TOURS DE PAROLE [6 - 15]

Débat de vocabulaire. L'élève dit : *« J'ai fait 3 facteur de a+8 », « j"ai multiplié ».* Il n'utilise pas le mot "développé"; est-ce un indice qui montre qu'il n'accorde pas d'importance à la forme "somme" du résultat ? On peut penser que le professeur cherche à obtenir le mot "développer" pour mettre en évidence la transformation du produit en somme et amener au rôle des parenthèses. Il se rend compte que l'élève n'en parlera pas ; il clôt : « on va continuer » (tour de parole 15).

EPISODE 3 : TOURS DE PAROLE [15 - 35]

C'est un dialogue de sourds : le professeur veut faire réfléchir sur la gestion des parenthèses mais pour l'élève, la question ne se pose pas : à chaque étape, on *« fait un calcul »* donc on supprime une paire de parenthèses. On sent l'incompréhension entre les deux : l'élève ne voit pas pourquoi on lui parle de parenthèses, le professeur ne parvient pas à formuler clairement une question; il "capitule" en essayant malgré tout d'expliquer où il veut en venir (tours de parole 33-35) et propose à l'élève de continuer.

> *Le prof propose des pistes, mais le refus de l'élève lui montre que la difficulté est ailleurs.*

EPISODE 4 : TOURS DE PAROLE [36 - 56]

On arrive au passage où l'élève s'est trompé (c'est là qu'il voulait arriver et c'est peut-être pourquoi il n'a pas répondu aux sollicitations précédentes). Il a du mal à formuler sa difficulté : il oppose "multiplier" et "développer la parenthèse". En reprenant ces deux verbes, le professeur l'incite à expliciter; et l'élève répond : développer, c'est *« sortir les nombres qu'il y a dans les parenthèses »* (tour de parole 40).
Le professeur fait plusieurs tentatives pour aider l'élève à reconnaître la situation :

- faire penser à une autre opération que la multiplication : ça ne marche pas ;
- relire l'énoncé pour retrouver le sens de l'expression écrite: pas d'écho.

C'est l'élève qui clôt cet épisode en répétant son dilemme : faut-il *« multiplier »* ou *« sortir les nombres »* (tour de parole 56). Il signifie qu'il attend une aide.

> *L'erreur commence seulement à être verbalisée par l'élève et il ne peut encore saisir les pistes de réflexion proposées par le prof. Il faut le relancer sans lui donner explicitement la réponse.*

EPISODE 5 : TOURS DE PAROLE [57 - 107]

Le professeur choisit de faire observer les expressions écrites pour faire reconnaître une somme. Contrairement à certains passages précédents, l'élève accepte le cheminement proposé ; il comprend 3a+24 comme une somme, de même –12a –96 est une somme mais (3a+24) – 4 reste un produit. C'est sans doute le parasitage de la forme (a + b)c qui est source de blocage.
On semble revenu au point de départ, l'élève est assez déstabilisé mais il commence à prendre conscience d'une contradiction et il est capable de dire qu'il faut choisir entre multiplication et addition.

> *C'est essentiellement un épisode d'explicitation, mais avec un peu d'explication: le prof aide l'élève à retrouver un vocabulaire plus rigoureux. L'élève s'implique dans le processus d'explicitation et réussit de mieux en mieux à mettre en mots son erreur. Pour relancer, le prof encourage, résume le but à atteindre mais toujours en évitant de céder à la tentation de l'explication.*

EPISODE 6 : TOURS DE PAROLE [107 - 133]

C'est l'élève qui propose de remplacer a par un nombre particulier. Pour autant, il faut l'aider à préciser ce qu'on veut observer en faisant ce remplacement. Là encore, il joue le jeu mais ce détour qui devait éclairer la situation fait apparaître une nouvelle difficulté : (27) – 4 devient –27 – 4 = -31.
On voit là un écueil parfois rencontré par les élèves : ils font des erreurs dans la vérification et ne peuvent donc rien contrôler. Néanmoins se dégage un point d'appui : alors que l'expression (a+b) – 4 est vue comme un produit, (27) – 4 ne l'est pas.
Par contre un nouveau parasitage émerge: "sortir un nombre de la parenthèse".

> *On voit apparaître une situation nouvelle dans le déroulement de l'entretien : jusqu'à présent, l'élève repérait le passage délicat. Ici, il ne réalise pas qu'il fait une erreur et le professeur doit donc lui en faire prendre conscience, en trouvant une relance rapidement (on voit la difficulté: tour de parole 133).*

EPISODE 7 : TOURS DE PAROLE [134 - 224]

Une possibilité aurait été d'utiliser la calculatrice: (27) – 4 donne 23 et non –31.
Ce choix aurait peut-être permis d'arriver plus rapidement à la fin mais le professeur choisit une autre voie. En s'appuyant sur une situation concrète, il amène l'élève à réaliser la contradiction entre le résultat obtenu en appliquant "sa" règle de cours et le résultat qu'il "devrait" obtenir (lignes 167-172). Le dialogue permet ensuite à l'élève d'expliciter ses règles et met ainsi en évidence les confusions "avant", "après", "devant", "derrière". L'élève est mis devant son erreur ; toutefois il ne fait aucun commentaire et on ne sent pas de "déclic". Etait-ce une des causes d'échec ? En tout cas, les choses avancent plus vite ensuite et à la fin de cet épisode, l'élève semble avoir reconnu et corrigé son erreur.

> *C'est la prise de conscience d'une contradiction qui amène l'élève à une réorganisation de ses connaissances. Mais sans le dialogue avec le professeur il n'aurait pas pris conscience de cette contradiction.*

EPISODE 8 : TOURS DE PAROLE [225 - 246]

Le professeur propose de reprendre les calculs avec la lettre a. L'élève montre par son écriture qu'il prend en compte les deux problèmes soulevés : le + "devant" la parenthèse et la reconnaissance de (3a+24)-4 comme une somme et il formule clairement son erreur. On pourrait penser que l'objectif est atteint et que l'élève peut terminer le calcul mais le professeur poursuit ses objectifs.

EPISODE 9 : TOURS DE PAROLE [247 - 264]

Il relance sur l'écriture d'une multiplication pour s'assurer que l'élève saura désormais la reconnaître. Et on voit apparaître une "règle" : si on veut faire une multiplication, on met –4 devant la parenthèse. (Est-ce la conséquence des écritures trop stéréotypées utilisées par les profs et les manuels ?)
Ensuite, l'élève propose rapidement l'écriture (3a + 24)×(-4) mais le prof devient plus directif pour obtenir l'écriture (3a+24)(-4) et ainsi faire prendre conscience de la nuance entre (3a+24)-4 et (3a+24)(-4).

Le prof estime que l'élève a maintenant bien éclairci la situation et lui propose une brève synthèse.

EPISODE 10 : TOURS DE PAROLE [264 - 296]

Le prof propose de reprendre l'exercice initial. L'élève rectifie les erreurs d'opérations mais continue à écrire des parenthèses inutiles. Le professeur tente de lui en faire prendre conscience et l'élève commence par éluder la question mais finit par répondre: en fait il repère les parenthèses inutiles autour de la somme mais n'est pas capable de formuler une règle. Comme le temps prévu est écoulé, le professeur énonce lui-même une règle mais annonce un prolongement.

Interprétations et conclusion

1. LES ERREURS ET LEURS MECANISMES

Une analyse de la copie de l'élève avant l'entretien permet d'énoncer quelques hypothèses :

- Il semble confondre (a+b)-4 et (a+b)(-4).
- Il est amené à cette erreur parce qu'il a mis des parenthèses inutiles (il se met lui-même en "danger"); il n'a pas le réflexe d'analyser la nécessité des parenthèses avant de les écrire.
- Les parenthèses servent à marquer les étapes et non pas à traduire les priorités opératoires.

- Ses développements dans l'exercice 3 laisse penser qu'il fonctionne selon la règle "quand on effectue l'opération, on enlève les parenthèses", sans analyse des opérations à effectuer ensuite sur le nombre obtenu.

L'entretien confirme certaines de ces hypothèses :

- Les parenthèses servent bien à marquer les étapes : *« pour pas confondre la suite des étapes, j'ai mis des parenthèses »* (tour de parole 6).

- Et lorsqu'il effectue un calcul, il supprime une parenthèse : *« puisque j'ai fait un calcul, donc ça fait une de moins »* (tour de parole 28).

C'est donc bien parce qu'il a besoin de traduire les étapes du programme du calcul que la difficulté de gestion des parenthèses apparaît.

Mais l'entretien met aussi en évidence des comportements plus complexes :

- Il ne sait pas si (3a+24)-4 est un produit ou une somme alors que (27)-4 est reconnu comme une somme, sans hésitation (tours de parole 120 à 122). Autrement dit, 3a+24 n'est pas perçu comme "un" nombre et dans ce cas, c'est la proximité avec l'écriture (a+b)c qui l'emporte.

- Il ne comprend pas le mot "développer"; pour lui, ce mot n'est pas associé à "produit" mais à "parenthèse" ; on fait *« 3 facteur de a+8 »* (tour de parole 10) mais on développe une parenthèse, c'est-à-dire : on sort les nombres de la parenthèse (tours de parole 38 à 40).

- Et la présence du signe "–" va encore perturber ses réponses : est-ce vraiment une confusion "devant-derrière" ou simplement une commutativité mal comprise :
  -4(a) = (a)-4 ?

La source plus lointaine de ses difficultés pourrait concerner l'apprentissage initial de la lecture des expressions algébriques : l'élève n'aurait pas appris à bien "segmenter" les expressions (c'est-à-dire les organiser de manière quasiment perceptive en sommes/produits et à identifier les priorités opératoires à partir de la place des parenthèses).

Il semble aussi que cet élève fonctionne en "calculateur aveugle" : le sens des opérations demandées dans l'énoncé est bien compris mais ensuite cet énoncé est totalement "oublié" et l'élève semble incapable de l'utiliser pour décider du sens de l'écriture algébrique qu'il étudie.

2. LE DEROULEMENT DE L'ENTRETIEN ET LA MISE EN ŒUVRE DE SES TROIS FONCTIONS

Un regroupement des épisodes en 4 phases met en évidence la dynamique globale de cet entretien.

- Une première phase (épisodes 1 à 3) permet d'approcher le problème : l'élève analyse sa production préalable, guidé par le professeur qui "cherche" et essaie différentes pistes; l'élève est encore peu impliqué.

- La deuxième phase (épisodes 4, 5 et 6) voit l'élève s'investir davantage : il reconnaît le passage qui l'a gêné et il demande de l'aide. Le professeur n'apporte pas la réponse attendue mais l'entraîne dans un travail d'explicitation qui lui permet de formuler de plus en plus clairement son problème. Mais il n'est pas encore au pied du mur.

- La troisième phase contient seulement l'épisode 7 qui peut être considéré comme central pour la résolution du problème : la réalisation de micro-tâches annexes lui permet de clarifier la signification de règles connues (mais mal utilisées) sans que le professeur ait eu à formuler une explication.

- Vient enfin une phase de synthèse (épisodes 8, 9 et 10) : l'élève reprend la résolution de l'exercice initial et le professeur vérifie les progrès sur les points d'incompréhension entrevus. Il teste ainsi ses hypothèses sur les causes de blocage.

L'idéal aurait été de proposer à l'élève un travail de prolongement pour faire fonctionner les règles retrouvées et un nouvel entretien pour vérifier leur assimilation.

Comment les trois fonctions de l'entretien (cf chapitre 2) sont-elles mises en œuvre dans ce cas particulier ? Le découpage en épisodes montre comment l'étayage et l'explicitation sont présents tout au long de cet entretien (l'étayage consiste principalement pour le prof à proposer des tâches intermédiaires). Par contre la fonction d'explication est moins apparente. Elle est utilisée surtout pour préciser le vocabulaire et pour améliorer la formulation des règles que l'élève retrouve. Il n'y a pas ici de notion incomprise à réexpliquer mais plutôt des conventions d'écriture à clarifier, ce que l'enseignant fait de façon contextualisée.

3. UN BILAN

L'élève a t-il progressé ? de quoi a-t-il pris conscience ? Quelle efficacité à long terme ?

Difficile de le savoir avec certitude, l'entretien ayant eu lieu trop tard dans l'année scolaire pour mener ensuite un travail d'approfondissement et un nouvel entretien. Nous pouvons cependant énoncer les éléments de bilan suivant.

- On peut penser que certains points auront été éclaircis : la signification de l'écriture $(3a+24) - 4$ et la règle du signe – "devant" la parenthèse.

- Par contre, qu'en est-il de la règle "quand on effectue l'opération, on enlève les parenthèses" ? Par exemple, l'élève aurait-il su ensuite traiter correctement l'exercice 3 ? Ce point n'a malheureusement pas été vérifié.

- Le professeur aurait-il pu amener plus rapidement l'élève à l'essentiel ? Les étapes préliminaires, un peu longues peut-être, permettent à celui-ci de comprendre effectivement les règles du jeu de l'entretien et de les adopter. Ce temps d'adaptation est indispensable lors d'un premier entretien.

- L'analyse du dialogue montre la difficulté pour le professeur à décrypter rapidement les propos de l'élève et y réagir sans l'entraîner sur une fausse piste. Rien ne dit que certaines erreurs de l'élève ne sont pas provoquées par le contexte particulier de l'entretien. Il convient de rester prudent sur les interprétations des propos de l'élève.

- Malgré tout, l'entretien a permis à l'élève de formuler explicitement ses règles d'action et de prendre conscience de leurs limites. Il semble quasiment impossible d'obtenir une telle explicitation par un élève pendant un cours ordinaire, même en effectif réduit. Il reste que l'élève doit encore mieux maîtriser la lecture des expressions algébriques mais il a plus de chances d'y parvenir en ayant amélioré la cohérence de ses connaissances.

BIBLIOGRAPHIE

BRUNER, J.S. (1983). *Le développement de l'enfant, savoir faire, savoir dire.* Paris : PUF.

CAUZINILLE-MARMÈCHE, E., MELOT, A.M. (1998). Explication et apprentissage : l'analyse d'un dialogue tutoriel dans l'enseignement de l'algèbre. In : Dumas-Carré, A. & Weil-Barais, A., *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique*. Berne : Peter Lang.

COULET, J.C. (1996). Résolution de problèmes et éducabilité cognitive. In : Lieury, A. (ed), *Manuel de psychologie de l'éducation et de la formation.* Paris : Dunod.

DUMAS-CARRE, A., GOFFARD, M. (1998). Objectivation des pratiques de tutelle d'un enseignant au cours de séances de résolution de problèmes en physique. In : Dumas-Carré, A. & Weil-Barais, A., *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique*. Berne : Peter Lang.

GRUGEON, B. (1995). *Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G.* Thèse de doctorat, Université de Paris 7 Denis Diderot.

GRUGEON, B. (2000). Une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire : conception, exploitation et perspectives. In : Irem de Montpellier, *L'algèbre au lycée et au collège,* Actes des journées de formation de formateurs, Boisseron 4-5 juin 1999, Université de Montpellier.
http://pepite.univ-lemans.fr/Telechargement/francais/8- BG IREM-Montpelier.pdf

IREM DE RENNES (2005). *L'aide individualisée en seconde : De quels outils avons-nous besoin ?* Université de Rennes1.

IREM DE RENNES (2007). *Aider les élèves en difficulté à mettre en équation.* Université de Rennes1. Rapport de recherche à télécharger :
http://www.irem.univ-rennes1.fr/recherches/groupes/groupe_diff_equation/index.htm#

MERRI, M. (1995). *L'analyse de la tâche et l'analyse des protocoles : résolution de problèmes multiplicatifs par des stagiaires de la formation professionnelle dans une situation d'entretien.* Thèse : Université René Descartes (Paris V).

NICAUD J.F (1994). Modélisation en EIAO, les modèles d'APLUSIX, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 14/1.2 pp 67-112. Grenoble : La Pensée Sauvage.

PERRAUDEAU, M.(2002). *L'entretien cognitif à visée d'apprentissage : un dispositif pour aider l'élève en mathématiques.* Paris : L'Harmattan.

PICHAT, M., MERRI, M., NUMA-BOCAGE, L. (2004). Comment interpréter le raisonnement de l'élève lorsqu'il résout un problème de mathématiques ? In : Gentaz, E., Dessus, P. (eds), *Comprendre les apprentissages. Sciences cognitives et éducation.* Paris : Dunod.

SACKUR, C., DROUHARD, J.P. (2001). La triple approche : un modèle de l'activité mathématique des élèves. *Bulletin de l'APMEP, 433,* 159-168.

VERMERSCH, P., MAUREL, M. (1997). *Pratiques de l'entretien d'explicitation.* Paris : ESF.

ANNEXES

annexe 1

A PROPOS DE LA COMPETENCE ALGEBRIQUE

Nous évoquons ici quelques points utiles pour comprendre le choix des exercices et le codage des réponses des élèves (chapitre 3).
Une référence importante pour nous est constituée par les travaux de Brigitte Grugeon (Grugeon, 2002) qui sont la base didactique du logiciel PEPITE.

Le passage de l'arithmétique à l'algèbre présente diverses ruptures qui peuvent expliquer certaines erreurs faites par les élèves. Ces erreurs, qui ne sont pas la conséquence d'une inattention ou d'un entraînement insuffisant, résistent souvent aux explications classiquement données en classe et perdurent, compromettant la réussite en mathématiques des élèves concernés, y compris dans les sections non scientifiques. Il est désolant de voir un élève capable de dériver correctement un quotient, ne pas ensuite traiter correctement l'expression obtenue (à cause d'une gestion incorrecte des parenthèses par exemple).

Après avoir examiné l'algèbre élémentaire en la considérant d'une part comme un outil pour résoudre des problèmes et d'autre part comme un ensemble d'objets nous pointons quelques ruptures actuellement identifiées par la recherche en didactique.

PLUSIEURS TYPES DE PROBLEMES

Le champ des problèmes algébriques couvre les types suivants :

- les problèmes dits "arithmétiques" : ces problèmes sont souvent privilégiés pour l'entrée dans l'algèbre; ils peuvent aussi être résolus plus ou moins facilement par des procédures arithmétiques (calcul d'inconnues intermédiaires dans un ordre déterminé) ;

- les problèmes numériques nécessitant une généralisation : par exemple prouver que la somme de deux nombres consécutifs impairs est un multiple de 4 ;

- les problèmes de modélisation ;

- les problèmes des cadres algébrique et fonctionnel : production d'inégalités, étude de signes, étude algébrique de fonctions, recherche d'extremums, etc…

Les problèmes numériques nécessitant une généralisation, absents des programmes de collège de 1995, ont une place plus importante dans les programmes actuels (mis en place progressivement depuis 2005).

Les problèmes des cadres algébrique et fonctionnel prennent une place importante au lycée ; le calcul algébrique devient un outil au service de la résolution de problèmes et le traitement algébrique est piloté par le problème à résoudre : factorisation pour étudier le signe d'une expression par exemple.

DE NOUVEAUX OBJETS

Comme nouveaux objets on peut citer les lettres, les expressions algébriques, les équations. Nous ne parlerons pas ici des équations puisqu'elles n'apparaissent dans aucun des exercices retenus (cf sur ce sujet : Irem de Rennes, 2007).

Les lettres

Elles sont utilisées en arithmétique pour désigner une unité de mesure ou des objets (statut d'étiquette) : par exemple 12 m peut désigner 12 mètres ou bien 12 motos ou 12 meringues. En algèbre le statut d'une lettre dépend du contexte : 12 m pourra désigner 12 fois un nombre m qui peut être le nombre de meringues ou une longueur ou autre chose.

Brigitte Grugeon cite Kückemann qui a proposé une classification des principaux statuts donnés aux lettres par les élèves *:*
- *lettre-objet (la lettre considérée comme une étiquette) ;*
- *lettre non prise en compte dans les calculs ;*
- *lettre évaluée (lettre remplacée par une valeur numérique dans les calculs) ;*
- *inconnue (lettre désignant un nombre inconnu à déterminer) ;*
- *lettre représentant un nombre généralisé (lettre pouvant prendre plusieurs valeurs) ;*
- *variable (lettre utilisée dans un contexte fonctionnel).*

Les questions B et C de l'exercice 2 sont destinées à mettre en évidence les conceptions des élèves quant au statut qu'ils donnent aux lettres.

Les expressions algébriques

Ce sont de nouveaux objets construits à partir de nombres et de signes opératoires.

Contrairement à l'arithmétique l'algèbre ne permet pas une distinction claire entre le processus de calcul et son résultat. Cette rupture est source de difficultés pour les élèves.

Les expressions algébriques peuvent aussi être considérées comme des processus ou comme des objets avec des interprétations variées. Nous citons B. Grugeon :

> *« [...] une même expression algébrique peut avoir comme interprétations un ou des objets ou processus opératoires, ce qui rend l'activité mathématique efficace. Par exemple, selon les contextes, l'expression $3x+1$ peut être interprétée comme*
> - *le processus opératoire correspondant à prendre un nombre, le multiplier par 3 et lui additionner 1,*

- *ou l'expression calculée à partir du nombre x, expression résultat du processus opératoire considérée comme un tout,*
- *ou l'expression générique d'un nombre congru à 1 modulo 3,*
- *ou l'image de x par la fonction de la variable x, qui à x associe 3x+1,*
- *ou une chaîne de symboles ne représentant rien, mais que l'on peut combiner à d'autres expressions en utilisant des règles bien définies.*

La compétence en algèbre élémentaire est alors conçue comme une fonction d'adaptabilité dans l'interprétation des expressions et comme une capacité d'en faire des usages variés. »

D'autres auteurs introduisent les notions de "sens" et de "dénotation" ; nous reprenons les exemples cités :

« *Par exemple le nombre 2 a plusieurs écritures* $\frac{4}{2}$, $1+1$, $\sqrt{4}$. *Ces expressions réfèrent un même nombre, leur unique dénotation. En revanche, les expressions n'ont pas le même sens puisqu'elles ne revoient pas les mêmes propriétés du nombre. De même les deux expressions algébriques* $(x-1)^2+1$ *et* x^2-2x+2 *ont la même dénotation mais pas le même sens : seule la première expression montre le signe de l'expression.* »

Suivant la tâche à réaliser ou le problème à résoudre le choix des transformations à effectuer devra tenir compte du sens des expressions. Ceci est particulièrement important au lycée où les élèves ont à choisir la forme pertinente de l'expression pour la tâche demandée, mais se rencontre aussi au collège : $(x-1)^2-3^2$ et $(x-1)(x-1)-9$ sont égales pour tout x (même dénotation) mais la première apparaît factorisable comme différence de carrés ce qui n'est pas le cas pour la seconde.

Concernant le niveau de manipulation formelle des expressions, Jean-François Nicaud (un des auteurs d'un logiciel appelé APLUSIX) distingue trois niveaux de traitement (Nicaud, 1994) :

« *- niveau 1 : être capable d'attribuer une valeur aux variables d'une expression et de la calculer ;*

- niveau 2 : être capable de transformer une expression en une expression référentiellement équivalente dans un calcul à un seul pas (développement, factorisation...) ;

- niveau 3 : être capable d'organiser les étapes d'un calcul à l'aide d'un raisonnement stratégique ce qui rend significatives les transformations réalisées. »

Il indique qu' « *on effectue un réel travail d'algèbre si une partie significative de l'activité se situe à ce niveau* [niveau 3]. »

Ces différents points de vue montrent que le calcul algébrique même au niveau élémentaire est une activité complexe et qu'autant les méthodes de résolution que la manipulation des objets sont facteurs de rupture.

RUPTURE EPISTEMOLOGIQUE ENTRE ARITHMETIQUE ET ALGEBRE

Nous envisageons quelques unes des ruptures entre l'arithmétique et l'algèbre en lien avec les exercices que nous avons retenus.

Méthodes de résolution

Dans les procédures arithmétiques on calcule successivement des nombres inconnus intermédiaires qui permettent d'arriver au résultat. Un exemple classique : calculer le nombre tel que si on ajoute 5 à son triple on obtient 17. La procédure arithmétique est la suivante : le triple du nombre cherché est 17-5 c'est-à-dire 12, d'où le nombre cherché est 12 divisé par 3 c'est-à-dire 4. On voit que cette résolution ne nécessite aucune notation et se fait sous forme de discours. On peut jouer sur les nombres donnés pour obtenir une solution qui n'est pas entière ni même décimale.

Dans la résolution algébrique d'un problème on désigne le(s) nombre(s) inconnu(s) par une (des) lettre(s), on exprime d'autres quantités en fonction de ce(s) nombre(s) en utilisant les règles de formation des expressions puis on traduit les données exprimées en langage naturel par une (des) équation(s) que l'on résout en utilisant les règles de transformation des expressions et des équations. Enfin on interprète le résultat dans le contexte. Il faut donc accepter de calculer avec de l'inconnu.

Statut des symboles d'opérations et du signe " = "

Les symboles d'opérations et d'égalité sont les mêmes qu'en arithmétique mais ils ont une signification et font l'objet d'un traitement différents. Certains auteurs parlent de fausse continuité.

En arithmétique les symboles d'opération indiquent le plus souvent une action (un calcul) à effectuer ; une expression telle que 3+5 ne reste pas sous cette forme, elle est évaluée. Le signe = a souvent le sens de déclenchement d'un calcul, par exemple : $3+5=8$. Certains élèves utilisent une écriture du type suivant :
$5+8=13\times 3= 39-4=35\ +5=40\div 4=10+2=12\ -5=7$ (exercice 4)
où chaque symbole traduit une action mais où la transitivité de l'égalité n'est pas respectée.

En algèbre une expression non évaluée peut être le résultat d'un calcul et certains élèves ont une réelle difficulté à accepter une expression telle que $x + 5$ comme résultat d'un calcul[1]. On peut aussi remarquer à ce propos qu'un résultat, comme dans l'exercice 1 de mise en route, correspond à plusieurs écritures ce qui constitue une difficulté supplémentaire. Le statut du signe = est celui d'une relation d'équivalence entre expressions (même dénotation) avec une variante dans le cas des équations. Dans le cas des identités un quantificateur universel est sous-entendu (pour tout x...), dans celui des équations on cherche pour quelles valeurs de l'inconnue l'égalité est vraie.

Utilisation des lettres

Comme nous l'avons dit plus haut les lettres ont un statut différent en arithmétique et en algèbre (fausse continuité). Il faut apprendre à calculer avec des lettres qui représentent des nombres dont la valeur est inconnue ou indéterminée, et c'est une vraie difficulté pour certains élèves, ce qu'il traduisent en disant : "avec les lettres je ne comprend plus".

---

[1] Il y a une rupture du même type quand le résultat d'un calcul est par exemple $\sqrt{10}$ ou $1+\sqrt{2}$. Il semble que les résultats sous forme de fractions soient mieux acceptés.

Ils esquivent parfois la difficulté en remplaçant les lettres par une valeur numérique. nous avons rencontré ce type de procédure dans l'exercice 4 de mise en route.

Problèmes de preuve

L'exercice 4 de mise en route en est un exemple. Les exemples numériques permettent de se convaincre assez facilement que le résultat est indépendant de la valeur initiale choisie. Cependant en mathématiques un tel résultat doit être prouvé. De plus seul le traitement algébrique permet de comprendre pourquoi le résultat est indépendant du nombre choisi. Le niveau de rationalité entre aussi en jeu : un exemple est-il suffisant ? faut-il une démonstration générale ? Comment savoir ?

LA COMPETENCE EN ALGEBRE ELEMENTAIRE

Brigitte Grugeon propose dans ses travaux une "*structure d'analyse multidimensionnelle de la compétence en algèbre élémentaire*" en six composantes :

1. Traitement algébrique : cette composante comprend plusieurs types ; il s'agit ici de dire si l'élève produit ou non la réponse attendue.
2. Rapport arithmétique –algèbre.
3. Gestion dans le registre des écritures algébriques.
4. Articulation entre le registre des écritures algébriques et les autres registres.
5. Fonctions de l'algèbre.
6. Rationalité algébrique.

Cette structure nous a semblé trop complexe pour l'usage que nous voulions en faire. Nous avons retenu seulement trois composantes :

- traitement algébrique, dans le sens de manipulation des expressions ;
- conversion, restreinte ici à conversion du cadre géométrique ou du langage naturel vers le cadre des expressions algébriques ;
- utilisation des lettres.

Concernant l'utilisation des parenthèses dans le traitement des expressions algébriques nous avons distingué deux types de manipulations erronées :

- les manipulations où les parenthèses ne sont pas écrites mais où le calcul en tient compte ;
- les manipulations où le calcul ne tient pas compte des parenthèses qu'elles soient écrites ou non.

Le type de rationalité d'un élève apparaît dans les exercices 3 et 4. Nous ne l'avons pas intégré dans le codage mais cela peut être évoqué lors de l'entretien : question sur la preuve de l'égalité.

annexe 2

ANALYSE DIDACTIQUE DES EXERCICES MER

Cette analyse concerne les exercices de "mise en route" (MER) présentés dans le chapitre 3. Elle a été réalisée par l'un d'entre nous dans le cadre d'une recherche en didactique des mathématiques menée parallèlement au travail de notre groupe.

Malgré son caractère assez technique, nous pensons que cette analyse peut intéresser certains collègues qui voudraient approfondir leur réflexion sur les exercices retenus.

EXERCICE 1

ANALYSE DE LA TACHE

1A Ecris l'aire du grand rectangle en utilisant les lettres *a* et *b*

Les élèves peuvent utiliser deux démarches pour répondre à cette question suivant qu'ils voient les dimensions du grand rectangle ou qu'ils le décomposent en petits. Il s'agit de conversion du registre géométrique dans le registre des expressions algébriques.

a) Première démarche

1. Exprimer en fonction de a et 3 la largeur du grand rectangle, même travail pour la hauteur en fonction de a et b.
2. Ecrire l'aire comme produit des deux expressions trouvées, le savoir à mobiliser ici étant l'expression de l'aire d'un rectangle en fonction de ses dimensions.

Les expressions attendues sont de la forme $(a + b)(a + 3)$.

b) Deuxième démarche

1. Exprimer en fonction de a et/ou b l'aire de chacun des petits rectangles, savoir à mobiliser : aire d'un rectangle.

2. Ecrire l'aire du grand rectangle comme somme des expressions obtenues ce qui nécessite de voir l'aire du rectangle comme somme des aires des quatre petits.

Les expressions attendues sont de la forme : $ab + 3b + a^2 + 3a$.[1]

1B Pour chacune des expressions suivantes :

- **si tu es certain qu'elle est égale à l'aire du grand rectangle, entoure-la ;**
- **si tu es certain qu'elle n'est pas égale à l'aire du grand rectangle, barre-la.**

Cette question peut être traitée uniquement dans le registre des expressions algébriques ou, pour certaines expressions, en se référant au cadre géométrique.

Pour toutes les expressions qui ne sont pas égales à l'expression trouvée en 1.A un exemple numérique permet de conclure.

D'autres démarches peuvent aussi être utilisées :

- reconnaître que $2(2a + b + 3)$ et $2a + b + 3$ sont d'autres grandeurs (respectivement périmètre et demi-périmètre) liées au rectangle ;
- reconnaître $a^2 + ab$ comme une expression incomplète ;
- reconnaître que dans l'expression (3) $3a \times 3b \times a^2 \times ba$ le signe d'opération entre les expressions partielles n'est pas le même que dans l'expression (5).

Si la réponse en 1.A est du type produit avec parenthèses correctes :

- identifier l'expression trouvée à l'expression (2) $(a + 3)(a + b)$ ou (4) $(a + b)(a + 3)$;
- reconnaître que les expressions (2) et (4) sont égales ;
- développer l'expression trouvée et l'identifier à l'expression (5) ou utiliser la décomposition du grand rectangle (deuxième procédure en 1A); cette décomposition peut aussi être utilisée comme moyen de contrôle ;
- reconnaître que dans les expressions (1) $a + b(a + 3)$ et (8) $a + b \times a + 3$ il manque des parenthèses.

Si la réponse en 1.A du type somme :

- identifier l'expression obtenue à l'expression (5) ;
- pour les expressions (1), (2) et (4) :
  - soit factoriser l'expression obtenue en 1.A (*ceci paraît peu probable et mériterait une analyse statistique*),
  - soit développer les expressions (1), (2) et (4) puis les identifier ou non à l'expression trouvée,
  - soit revenir à la figure du 1.A et utiliser la première procédure.

---

[1] Un calcul classique de combinatoire montre que le nombre de réponses possibles pour la première procédure est 16 (en tenant compte de toutes les permutations et du fait que le signe × est écrit ou pas) et dépasse 1700 pour la deuxième procédure. Nous pointons ici une des difficultés au début du calcul algébrique liée aux résultats donnés sous forme d'expressions.

Si la réponse en 1A est correcte la réponse attendue en 1B est : (2), (4) et (5) entourées et les autres barrées. Lorsque la réponse en 1.A est différente des réponses attendues l'analyse devient extrêmement complexe.

NOTIONS ET SAVOIRS MIS EN JEU

Dans cet exercice sont mis en jeu des concepts et des savoirs concernant les grandeurs géométriques :

- aire d'un rectangle,
- longueur d'un segment comme somme des longueurs des segments mis bout à bout,
- aire de la réunion de deux figures : si $\text{aire}(D1 \cap D2) = 0$ alors $\text{aire}(D1 \cup D2) = \text{aire}(D1) + \text{aire}(D2)$ - il s'agit d'une connaissance en acte qui n'est pas formalisée- ;

et des techniques et concepts relevant du champ algébrique :

- écriture du produit de deux sommes ou d'une somme de produits,
- développement, factorisation d'expressions,
- expressions égales.

ERREURS POSSIBLES

1.A Nous pouvons distinguer trois grands types de réponses erronées dans cette question :

- confusion sur les opérations :
  - l'écriture "assemblée" par exemple ab au lieu de $a+b$ peut être interprétée de deux façons : soit l'élève multiplie les dimensions au lieu de les additionner soit il pense une addition mais écrit la somme sans signe opératoire,
  - multiplication des aires partielles au lieu d'addition ;
- écriture du produit largeur par hauteur sans parenthèses ;
- confusion entre périmètre ou demi-périmètre et aire.

1.B La forme du travail demandé ne permet pas d'avoir accès aux procédures des élèves. Le nombre exorbitant des réponses possibles rend impossible l'examen de tous les cas, d'autant plus qu'il faut aussi tenir compte de la réponse en 1A. Lorsque la réponse en 1A diffère des réponses attendues l'analyse a priori devient trop complexe et nécessite que l'on examine les réponses cas par cas. Nous n'envisageons que quelques cas types pour lesquels nous pouvons tenter une interprétation.

- **Réponse en A correcte du type produit et l'une des expressions $(a + 3)(a + b)$, $(a + b)(a + 3)$ ou $ab + 3b + a^2 + 3a$ n'est pas entourée et les autres expressions sont barrées** : cette situation nous semble significative d'une maîtrise encore incomplète de ces écritures[2]. L'expression développée non reconnue comme égale à l'expression produit constitue un handicap important pour un élève ; par contre on dispose d'un point d'appui pour un entretien ou une

[2] Ce type de réponses est fréquent en Seconde au début de l'année et peut relever d'un travail en module

activité ultérieure (faire exprimer l'aire du grand rectangle comme somme des aires des quatre petits) et on peut ainsi contribuer à enrichir la vision géométrique de l'élève.

- **Réponse en A correcte du type somme et une des expressions $(a + 3)(a + b)$ ou $(a + b)(a + 3)$ n'est pas entourée, les autres sont barrées** : il s'agit d'une situation analogue à la précédente.
- **Réponse en 1A correcte du type produit ou somme, ou incorrecte du type $a + b \times a + 3$ et les expressions $(a + 3)(a + b)$, $(a + b)(a + 3)$, $ab + 3b + a^2 + 3a$ et au moins l'une des deux $a + b(a + 3)$ ou $a + b \times a + 3$ sont entourées et les autres barrées** : on peut interpréter ce type de réponse comme une absence de considération des parenthèses ou l'incompréhension de leur signification comme délimiteur dans l'expression et comme conséquence une impossibilité à les utiliser correctement dans un calcul algébrique.
- **La sélection de l'expression (3)** : $3a \times 3b \times a^2 \times ba$ peut être interprétée comme une confusion entre opérations ou un défaut de perception ou d'analyse de l'expression (certains élèves interrogés à ce sujet disent n'avoir pas "vu" le signe d'opération entre les termes).
- **La sélection de l'une des expressions $2(2a + b + 3)$ ou $2a + b + 3$** fait penser à une confusion entre grandeurs concernant le triangle mais peut aussi révéler une confusion entre opérations.

Qu'une expression ne soit ni entourée ni barrée peut être le signe d'une hésitation et constituer un bon point de départ pour un entretien.

EXERCICE 2

2A

C'est une tâche de conversion de relations du cadre géométrique dans le registre des expressions algébriques. Elle est très fréquemment utilisée dans des problèmes de modélisation de situations géométriques par des fonctions ou des équations.

ANALYSE DE LA TACHE

Deux procédures peuvent être utilisées :

a) exprimer la longueur BM en fonction de AB et AM puis remplacer AB par 10 et AM par x ;
b) écrire la relation entre AB, AM et MB , remplacer AB par 10 et AM par x puis en déduire BM en fonction de x par traitement algébrique.

La réponse attendue est $BM = 10 - x$.

NOTIONS ET SAVOIRS MIS EN JEU

Caractérisation des points d'un segment : si M est sur le segment [AB] alors AM + MB = AB, et son corollaire MB = AB - AM.

ERREURS POSSIBLES

- Conversion incomplète.
- Relation erronée entre les longueurs.
- Confusion d'écriture entre un segment et sa longueur.

2B

ANALYSE DE LA TACHE

Dans chacune des situations :

- calculer le nombre d'enfants dans chaque nouveau groupe (on part d'un état initial pour aboutir à un état final) ;
- traduire la relation entre les effectifs, donnée dans l'énoncé, par une équation ; dans la première situation la relation est une égalité entre deux quantités, dans la deuxième l'une des quantités est un multiple de l'autre (c'est une difficulté supplémentaire puisqu'il faut écrire la relation dans le sens correct et former correctement l'expression).

Comme réponse attendue, les deux expressions entourées sont : $x - 2 = y + 2$
$x + 2 = 2(y - 2)$

NOTIONS ET SAVOIRS MIS EN JEU

- Opérations traduisant le changement d'état.
- Traduire qu'un nombre est le double d'un autre.
- Utiliser les parenthèses pour le produit d'un nombre par une différence.

ERREURS POSSIBLES

Elles sont évidentes puisqu'il s'agit de la sélection d'une expression autre que celle attendue :

- dans la première partie la sélection d'une relation incorrecte est liée à une compréhension erronée du rôle joué par les lettres et du fait que le nombre de filles et de garçons est conservé ;

- pour la deuxième partie la sélection de l'expression $x+2 = 2y-2$ au lieu de $x+2 = 2(y-2)$ laisse penser que l'élève a compris la relation entre les effectifs mais fait une erreur de formation du produit de 2 par $y-2$, mais ceci reste à l'état d'hypothèse.

2C

Cet exercice très simple est un bon révélateur du statut que les élèves donnent aux lettres ; il permet en particulier de mettre en évidence l'utilisation des lettres comme étiquettes.

ANALYSE DE LA TACHE

La tâche est simple et du type : écrire une relation entre deux quantités non connues dans une situation où l'une est multiple de l'autre.

La réponse attendue est $E=6P$ ou $P=\frac{E}{6}$.

NOTIONS ET SAVOIRS MIS EN JEU

Lettres ayant le statut de nombre entier généralisé ou de variable.

ERREURS POSSIBLES

La réponse erronée la plus attendue (et la plus fréquente) est $6E=P$ qui traduit la correspondance entre un professeur et 6 élèves. Dans ce cas les lettres ont le statut d'étiquette.

Nous avons rencontré d'autres réponses où les symboles utilisés ont le plus souvent valeur d'abréviation.

Tout un travail est nécessaire pour amener l'élève à changer de point de vue. Un des outils possibles est un tableau de valeurs pour arriver à une généralisation de la formule.

EXERCICE 3

ANALYSE DE LA TACHE

Il faut justifier que la première, la deuxième et la quatrième expression sont égales à l'expression donnée (même dénotation) ce qui nécessite un calcul dans le cas général. Il y a plusieurs façons de mener les calculs pour chaque expression.

Il faut justifier que la troisième expression n'est pas égale à l'expression donnée, un contre-exemple suffit.
Le calcul sur un exemple numérique appliqué aux quatre expressions permet un premier tri.

$-2(x-3)(x+1)$

Il y a un choix relatif pour l'ordre des calculs.

a) Développer $-2(x-3)$ en rétablissant des parenthèses autour de $-2x+6$, développer le produit $(-2x+6)(x+1)$ puis réduire l'expression obtenue.
b) Développer $(x-3)(x+1)$ en rétablissant des parenthèses autour de l'expression $x^2-3x+x-3$, réduire cette expression puis développer $-2(x^2-2x-3)$.
c) Développer $(x-3)(x+1)$ en rétablissant des parenthèses autour de l'expression $x^2-3x+x-3$, développer le produit $-2(x^2-3x+x-3)$ puis réduire l'expression trouvée (variante de la deuxième procédure).
d) Développer en premier $-2(x+1)$ en rétablissant des parenthèses autour de $-2x-2$, puis développer le produit $(-2x-2)(x-3)$ puis réduire la somme obtenue. Cette procédure est peu probable.

$-2(x-1)^2+8$

a) Développer $(x-1)^2$ en utilisant l'identité remarquable $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ et en conservant les parenthèses autour de x^2-2x+1 puis développer $-2(x^2-2x+1)$ puis réduire $-2(x^2-2x+1)+8$.
b) Ecrire $(x-1)^2$ sous la forme $(x-1)(x-1)$ puis développer ce produit en rétablissant les parenthèses autour de x^2-2x+1 puis développer $-2(x^2-2x+1)$ puis réduire $-2(x^2-2x+1)+8$.
c) Développer $-2(x-1)$ en rétablissant des parenthèses autour de $-2x+2$ puis développer $(-2x+2)(x-1)$ puis réduire $-2(x^2-2x+1)+8$.

$-2(x-3)(x-1)$

a) Remplacer x par une valeur dans cette expression et dans l'expression $-2x^2+4x+6$ et conclure. On obtient l'égalité pour $x=-3$ seulement. Si cette valeur est choisie un autre essai permet de conclure.
b) Les mêmes procédures que pour la première expression.

$-2(x-3)-2x(x-3)$

a) Développer les deux expressions $-2(x-3)$ et $2x(x-3)$ en conservant des parenthèses autour $2x^2-6x$ et le signe $-$, puis écrire une expression égale à l'expression obtenue sans parenthèses puis réduire.
b) Penser l'expression, éventuellement l'écrire, sous la forme $-2(x-3)+(-2x)(x-3)$ puis développer les deux expressions $-2(x-3)$ et $-2x(x-3)$ puis réduire l'expression obtenue.

NOTIONS ET SAVOIRS MIS EN JEU

- Propriétés des opérations.
- Egalité de deux expressions.
- Conventions d'écriture dans le registre algébrique

ERREURS POSSIBLES

- Un exemple pour conclure dans tous les cas.
- Pour la deuxième expression $(x-1)^2$ remplacé par x^2-1, règle erronée identifiée.
- Pour la première et la troisième expression :
  - pas de parenthèses autour de l'expression développée du premier produit, ou les parenthèses sont écrites puis oubliées en cours de calcul, ce qui donne suivant la procédure utilisée :
    pour $-2(x-3)(x+1)$: $-2x+6(x-1)$, ou $-2x^2-2x-3$ ou $-2x^2-3x+x-3$,
    pour $-2(x-3)(x-1$: $-2x^2+6(x-1)$ ou $-2x^2-4x+3$ ou $-2x^2-3x-x+3$;
  - l'expression est traitée comme : $-2[(x-3)+(x+1)]$ (première expression) ou $-2[(x-3)+(x-1)]$ pour la deuxième ce qui donne :
    pour $-2(x-3)(x+1)$: $-2x+6-2x+2$,
    pour $-2(x-3)(x-1$: $-2x+6-2x-2$;
  - le schéma de la distributivité de la multiplication sur l'addition est appliqué au produit de trois facteurs ce qui donne :
    pour $-2(x-3)(x+1)$: sans parenthèses $-2x+6\times-2x-2$ ou avec des parenthèses $(-2x+6)(-2x-2)$,
    pour $-2(x-3)(x-1)$: sans parenthèses $-2x+6\times-2x+2$ ou avec des parenthèses $(-2x+6)(-2x+2)$.
- Dans la quatrième expression pour la procédure 1 :
  - les parenthèses autour de $2x^2-6x$ ne sont pas écrites ou sont écrites et pas prises en compte ;
  - les parenthèses sont écrites mais la règle de suppression de parenthèses précédées d'un signe – n'est pas correctement appliquée.
- Dans toutes les expressions $x-3$ est confondu avec $-3x$.

EXERCICE 4

Cet exercice est repris des travaux de Brigitte Grugeon qui en donne une analyse très détaillée dans sa thèse. Il met en jeu toutes les composantes de la compétence en l'algèbre élémentaire (voir annexe 1).

ANALYSE DE LA TACHE

1) Un ou deux essais numériques pour tester le "tour". Deux façons de présenter les calculs :
   a) soit une écriture pas à pas le calcul étant effectué à chaque étape,
   b) soit une écriture globale avec parenthèses puis le calcul.

Le résultat étant celui annoncé dans tous les cas (s'il n'y a pas d'erreur de calcul) une preuve que le résultat est indépendant du nombre choisi est nécessaire et impose de quitter le registre numérique pour celui de l'algèbre. La tâche comporte deux étapes :

2) choisir une lettre pour désigner le nombre variable),
3) appliquer toutes les étapes du calcul ; deux procédures :
   a) soit une écriture pas à pas séparée avec calcul intermédiaire à chaque étape,
   b) soit une écriture globale avec parenthèses puis transformation de l'expression jusqu'au résultat.

L'énoncé comporte un implicite : chaque opération s'applique au résultat de l'opération précédente. D'autre part certains élèves ne connaissent pas le sens du verbe "retrancher"; nous n'avons pas envisagé le remplacer, il suffit de répondre aux élèves qui nous demandent ce qu'il signifie.

NOTIONS ET SAVOIRS MIS EN JEU

- Notion de preuve.
- Règles de formation et de transformation des expressions algébriques.

ERREURS POSSIBLES

- Un premier type d'erreur est la généralisation du résultat à partir des exemples numériques (voire un seul). Dans ce cas on ne voit aucun traitement algébrique. C'est pourquoi nous avons décidé de ne pas coder cette composante.
- Ecritures pas à pas enchaînées par exemple.
- Ecriture globale sans parenthèses ou avec des parenthèses incorrectes aussi bien pour les calculs numériques que pour le calcul général.
- Des calculs inaboutis.
- Un début de justification dans le cas général puis un repli vers le numérique.

annexe 3

TRANSCRIPTION DE L'ENTRETIEN AVEC ALEX

Ce script comporte 296 tours de parole (le premier – le n°0 – n'est pas pris en compte dans l'analyse présentée au chapitre 5).
Les prises de parole de l'élève, Alex, sont en italique.
Les actions effectuées (le plus souvent ce qu'écrit l'élève) sont dans une police différente.

---

0 Intro ....
je te laisse quelques minutes pour relire ce que tu avais fait et puis tu m'en parles après

1 Voilà tu es prêt ? Bon, alors t'as écrit une égalité, avec plein de parenthèses, on va dire ça comme ça ; est-ce que t'écrirais la même chose, pourquoi t'avais écrit ça ?

2 *Au début, j'ai commencé par... j'ai pas mis "soit a un nombre quelconque"*

3 Donc maintenant, tu mettrais ça ?

4 *Oui, pour la démonstration*

5 D'accord, pour la démonstration ; bon voilà, donc, on dit que tu y penses

6 *Après, j'ai fait les méthodes comme ils disaient ; j'ai fait ce qu'ils disaient dans l'énoncé un par un, et pour pas confondre la suite des étapes, j'ai mis des parenthèses*

7 T'as mis des parenthèses donc voilà. T'as bien utilisé l'énoncé ? en regardant ça, tu réécrirais la même chose, tu penses que c'est correct ?

8 *La première ligne, oui*

9 La première ligne est correcte. Bon, la deuxième ligne alors ?

10 *J'ai fait.... j'ai fait 3 facteur de* $a+8$ *. Je pense que le résultat est bon ; pour moi, c'est bon*

11 Tu dis "fait" ; le mot "fait"

12 *J'ai multiplié 3 par a et 8 par 3*

13 Est-ce qu'en math, il y a un mot pour dire ça, "j'ai fait", un mot plus mathématique ?

14 *.... Calculer*

15 C'est ce mot là qui te vient à l'idée; bon, on va continuer, OK ; donc 3 facteur de (a+8), ça fait

16 *3a+24*

17 3a+24 et donc qu'est-ce qui s'est passé entre tes deux lignes au niveau des parenthèses ?

18 *Après j'ai continué à faire les facteurs*

19 A faire les facteurs, ... t'as continué, d'accord, mais avant ? tes parenthèses ? tu peux les ... compter

20 *Le nombre de parenthèses ?*

21 Par exemple, comment t'as géré tes parenthèses

22 *En fait, d'abord, j'ai fait la première opération*

23 Non, non, entre les deux lignes ; combien de parenthèses avant d'écrire quoi que ce soit, avant la première lettre

24 *Il y en a 7*

25 Et là, combien ?

26 *6*

27 Est-ce que c'est bien d'avoir une parenthèse ?

28 *Oui, puisque j'ai fait un calcul donc, ça fait une de moins*

29 Et pour toi, c'est comme ça, dès qu'on fait un calcul, on supprime une parenthèse?

30 *Ben, ça me sert à rien d'en mettre ici*

31 Pourquoi ?

32 *Parce qu'il y a rien entre les deux parenthèses*

33 D'accord, bon, on va y arriver. C'est bon, c'est bon, vas-y

34 *Je dis la suite?*

35 Oui. En gros, on va essayer de voir comment tu gères tes parenthèses, t'en as beaucoup ; est-ce que tu t'en sers bien ? On va voir si c'est efficace, quand est-ce que tu les gardes, que tu les enlèves, qu'est-ce que tu suis comme règle, d'accord ?

36 *Ensuite, là j'ai hésité, je savais pas s'il fallait que je...*

37 D'accord, dis ce que tu as à faire

38 *(3a+24)–4, je savais pas s'il y avait un "fois'", je savais pas s'il fallait multiplier ou s'il fallait développer la parenthèse*

39 Multiplier ou développer

40 *Sortir les nombres qu'il y a dans les parenthèses*

41 Oui, donc tu opposes une opération : "multiplier" à une .... si on hésite, c'est entre deux choses "pareilles"

42 *C'est pour ça, après, je me suis remis en question sur ce qu'il fallait faire, et après, j'ai bloqué*

43 Donc la question est toujours là ? ou maintenant, ça te paraît évident ce qu'il fallait faire ?

44 *……C'est un facteur*

45 Donc, on reformule ce qui te pose problème. Tu as $((3a+24)-4)$ et après il y a la suite mais déjà, ce truc là

46 *En fait, j'avais bloqué parce que je me demandais si ma méthode était bonne et je me remettais en question chaque fois; j'avais bloqué*

47 Donc, qu'est-ce que t'as écrit en dessous ?

48 $-12a-96$

49 Donc qu'est-ce que t'as fait?

50 *J'ai mis en facteur, enfin j'ai multiplié -4 par $3a$ et 24 par -4*

51 Donc qu'est-ce que t'as fait comme opération ?

52 *Multiplication*

53 Multiplication. Donc on reprend l'énoncé, si tu veux. Qu'est-ce qu'on te disait dans l'énoncé ?

54 *Je relis ça ?*

55 Peut-être, pour voir si … c'est là qu'on va voir … ou autre chose. Est-ce que tu as bien fait de faire ça ? puisque c'est après que tu sais plus quoi faire

56 *Je savais pas s'il fallait sortir les nombres de la parenthèse justement, ou faire les facteurs, multiplier*

57 Donc est-ce qu'il y a une ressemblance entre ce que tu as fait là : $(3a+24)-4$ et en dessous tu as $(-12a-96)+a$? est-ce que c'est la même structure, la même forme ?

58 *Oui, pour moi*

59 Vas-y, explique-moi pourquoi c'est pareil

60 *Puisque en fait, on a fait le calcul, donc ça …*

61 Pourquoi c'est pareil avant le calcul ? On analyse ce petit bout de phrase. D'abord, il y a une parenthèse

62 *Oui*

63 Qu'est-ce qu'il y a dans la parenthèse ?

64 $3a+24$

65 J'appellerais ça une ? … Il y a combien …

66 *3 termes*

67 Dans la parenthèse, il y a trois termes ?

68 *2 termes dans la parenthèse : $3a$ et 24*

69 Et entre les deux, il y a une ?

70 *Addition*

71 Il y a une addition donc on appelle ça une somme ; on ajoute deux termes donc on a une somme de deux termes et on ferme la parenthèse. Et après, qu'est-ce qu'on fait ?

72 *On multiplie par -4*
.....
On multiplie la somme par -4

73 ... On passe à la ligne d'en dessous : qu'est-ce qu'il y a dans la parenthèse?

74 *$(-12a-96)$*

75 Qu'est-ce que c'est comme opération?

76 *C'est une somme. Et après c'est une multiplication*

77 Par ?

78 *Par a*

79 ..... Bon, alors tu me dis : « dans la parenthèse ( ), c'est une somme ». Pourquoi c'est une somme ?

80 Parce qu'il y a le signe +

81 Entre ...

82 *Parenthèses*

83 Entre deux nombres : il y a un nombre + un autre. Et ça c'est quoi? [je montre $-12a-96$]

84 *C'est le résultat de $3a+24$ fois -4*

85 Donc c'est un nombre et qu'est-ce qu'il y a après ?

86 *$+a$*

87 Quand il y a un nombre + a, c'est quelle opération ?

88 *C'est une somme*

89 Une somme ?

90 *Oui*

91 Là, $3a+24$ c'est un nombre ?

92 *Oui*

93 Et que-ce qu'il y a après ?

94 *-4*

95 Donc c'est quelle opération ?

96 *Une multiplication*

97 Donc, quand il y a un nombre + *a*, c'est une somme

98 *Oui*

99 Et quand il y a un nombre -4, c'est ?

100 *Une multiplication* [à voix très basse]……………… *Je reviens où j'avais bloqué*

101 Tu reviens où t'avais bloqué ; est-ce que tu sens quand même qu'on approche de quelque chose ou pas ?

102 *Oui, mais j'hésite en fait, je suis pas sûr de moi*

103 T'hésites entre quoi et quoi?

104 *S'il faut justement faire une somme ou une multiplication*

105 Donc dans $(3a+24)-4$, c'est bien là que t'hésites ?

106 *Ça, je pensais pour moi que c'est une multiplication mais après j'étais moins sûr de moi.*

107 Voilà, on n'a rien écrit. Mais c'est bien ça qu'il faut qu'on travaille. Qu'est-ce que ça peut vouloir dire $(3a+24)-4$? Faut qu'on s'en sorte, faut que tu trouves toi-même ; est-ce que c'est une multiplication …

108 *Ou une somme*

109 Allez, comment tu pourrais faire ?

110 *Remplacer a par un nombre*

111 Pourquoi pas … On prend juste ça $(3a+24)-4$, juste ce petit bout-là, voilà, tu l'écris là.

Il écrit : $(3a+24)-4$

Et tu veux …

112 *Je pourrais faire une équation à partir de là, enfin faire* $(3a+24)-4=-12a-96$ *et …*

113 C'est ça le problème, tu crois?

114 *Non*

115 Qu'est-ce qu'on est en train de se demander ?

116 *Si c'est une multiplication ou une somme*

117 Autrement dit, si en effectuant ça plus simplement avec des chiffres plus parlants, est-ce que tu serais tenté d'hésiter ou pas ?

118 *Je sais pas*

119 Tu dis toi même : « si je donnais une valeur à a », qu'est-ce qui se passerait ?

120 *On pourrait calculer dans la parenthèse, la somme*

121 Voilà, est-ce que tu hésites dans ce cas-là ?

122 *Non, je fais une somme après*

123 T'es sûr?

124 *Oui*

125 On essaie

126 *Si je remplace a par 1, ça fait*

Il avait : (3a+24) – 4
Il écrit en dessous : (3 + 24) – 4
(27) – 4

127 Tu as mis (27) – 4 ; tu veux l'écrire le plus simplement possible. (27) – 4, qu'est-ce que tu fais de ça ?

128 *Je sors 27 de la parenthèse*

129 Et ça ferait quoi ?

130 *Comme c'est un signe –, ça change le signe à l'intérieur de la parenthèse : ça fait – 27 – 4*

131 Hum, hum. Et ça ferait ?

132 *Ça ferait –31*

133 Et ça ferait – 31. Donc tu as des règles d'action pour enlever tes parenthèses mais je suis pas sûre que tu comprennes bien ce que ça veut dire cette parenthèse. Alors là, je suis un peu embêtée. Bon, écris =–31 pour qu'on garde une trace

Il complète sa dernière ligne : (27) – 4 = -31

134 Allez, on va reprendre un autre exemple.......... Ecris-moi des choses sans parenthèses, une suite de nombres avec des opérations

135 Que des sommes

136 Comme tu veux

137 *Je sais pas...*

Il écrit : 7–11+8

138 Donc tu as écrit 7–11+8, c'est bien ça ? d'accord.. Je vais te faire faire des choses : je dis que 7, c'est .. c'est... tes économies ; tu as gagné 7, par exemple, t'as lavé la voiture et hop, 7 euros ; après t'as eu envie d'acheter quelque chose, t'as dépensé 11 euros et ensuite, tu as fait un autre travail et tu as encore gagné 8 euros. C'est bien ça ? tu comprends les choses comme moi ?

139 *Oui*

140 Les 7, on pourrait imaginer que tu les as eu en plusieurs fois ; ça pourrait être par exemple ?

150 *4+3*

151 Vas-y, écris en dessous 4 + 3

Il complète 1ère ligne : 7–11+8
2ème ligne : (4+3)–11+8

152 Voilà, tu as écrit (4+3)−11+8; donc on repart en arrière ; tu me dis, y a une parenthèse

153 *Oui*

154 Pourquoi j'ai mis des parenthèses : pour indiquer que c'est…

155 *C'est un calcul prioritaire*

156 Prioritaire à faire ? ça veut dire que ce nombre là remplace le nombre 7 : 4+3

157 *Oui*

158 Si tu veux enlever tes parenthèses, qu'est-ce que tu fais ?

159 *Je regarde le signe qu'il y a devant la parenthèse. Si c'est un +, on garde les signes qui sont à l'intérieur et si c'est un signe −, on change*

160 Ça fera quoi alors ?

161 *Ça ferait −4−3*

162 Vas-y, écris

Il complète	1ère ligne	: 7−11+8
	2ème ligne	: (4+3)−11+8
	3ème ligne	: -4−3−11+8

163 On est en termes de gain, de pertes. Si on lit seulement la dernière ligne, qu'est-ce qu'on lit ?

164 *-4−3−11+8*

165 −4, ça veut dire quoi? T'es toujours dans tes économies, là

166 *Oui*

167 T'as gagné quelque chose ?

168 *Oui*

169 −4

170 *Au début, j'avais gagné mais là…*

171 Là, −4 ?

172 *On perd*

173 Bon, on reprend la première ligne, tu vois qu'il y a un truc bizarre, là entre les deux ?

174 *Hum*

175 Donc, si on dit qu'on est bien partis de là, t'as gagné 7, t'as dépensé 11, t'as regagné 8. T'as d'abord gagné 7 euros. Donc au début, qu'est-ce qu'on doit avoir ?

176 *On doit avoir 4+3−11+8*

177 Voilà, 4+3−11+8 ; donc ta parenthèse (4+3), si je veux enlever la parenthèse, est-ce qu'il faut changer les signes ?

178 *Non*

179 Alors, pourquoi t'as changé ? en plus, tu m'as dit la règle ; t'as dit « si il y a un signe ....

180 ...+ *devant la parenthèse, on garde les signes qui sont dans la parenthèse et sinon on les change* »

181 Et là, qu'est-ce qu'il y a devant la parenthèse ? [je montre (4+3)]

182 *Signe –*

183 Où çà ? montre moi le signe moins devant

184 *Là* [il montre le – devant 11]

185 Qu'est-ce que t'appelles « devant » ?

186 *Juste après la parenthèse*

187 T'entends ce que tu dis ? je demande ce que tu appelles « devant » , tu me dis : « juste...

188 *... après »*

189 Après. Est-ce que tu comprends que les mots "devant, derrière, avant, après", c'est bien...heu...la même chose que dans ....

190 *Hum*

191 On reprend ? qu'est-ce qu'il y a devant la parenthèse ?

192 *Y a rien*

193 S'il n'y a rien devant, ça veut dire quoi ?

194 *C'est +*

195 C'est considéré comme un signe + .Autrement dit, le signe – qui est là, il sert à quoi, il agit sur quoi ? ... pour quel nombre ?

196 *Pour 8*

197 Pour 8 ?

198 *Ah non, pour 7, non pour les deux*

199 Bon, on laisse ; voilà, on est à la première ligne; quel est le signe qui va avec 7 ?

200 *C'est +*

201 Tu traduis en termes concrets : j'ai gagné...

202 *7 euros*

203 Donc 7, c'est + ; après...

204 *On a perdu 11 €*

205 On a perdu 11 euros, le signe qui va avec 11...

206 *C'est moins*

207 Et après…

208 *+ 8 euros*

209 Est-ce qu'on pourrait écrire ça avec rien que des additions ?

210 *Oui*

211 J'ai d'abord le nombre…

212 *+7*

213 Oui, le nombre +7

214 *7 + (−11)*

215 + (-11) d'accord

216 *Ensuite 7+(-11) +8* [il a complété sa ligne : 7 – 11 + 8 = 7 + (-11) + 8]

217 Bon, on fait que des additions.

je lui montre la ligne d'en dessous :

La parenthèse (4+3) elle est suivie d'un signe –; est-ce que… c'est un signe de quelle opération ?

218 *Une somme*

219 Une somme. On ajoute…

220 *-11*

221 On ajoute –11: il y a un nombre + (-11) même s'il y a pas de parenthèse

222 *Oui*

223 Et après +8

224 *Oui*

225 Est-ce que c'est clair ? est-ce que tu crois que tu peux revenir à tes a ?

226 *Oui*

227 Vas-y

228 *Je fais le même calcul ? je* [inaudible]

229 Comme tu veux

Il écrit : +(3a+24)–4

230 Alors tu réécris $(3a+24)-4$, donc ça veut dire que…

231 *Faut que je sorte les nombres de la parenthèse, comme c'est un signe + ici, je garde les nombres qui sont à l'intérieur*

232 Donc ça, $(3a+24)-4$, tu considères ça comme quelle opération ?

233 *Une somme*

234 Vas-y

235 *Je les sors ?*

236 Comme tu veux ….. Donc tu écris $3a+24-4$

237 *Oui*

238 C'est bon ?

239 *Oui, je pense*

240 T'as envie d'aller plus loin ou pas ?

241 *Maintenant on peut simplifier*

242 Oui

Il complète : $3a+24-4 = 3a+20$

243 $= 3a+20$. On regarde un peu ce que tu avais écrit avant

244 *J'avais fait une multiplication et là j'ai fait une somme*

245 Bon, lequel est juste ?

246 *Fallait faire une somme*

247 Et comment on aurait su si c'était une multiplication ?

248 *−4 aurait été devant la parenthèse et pas derrière*

249 Vas-y, ça aurait fait quoi ?

Il écrit : $-4(3a+24)$

250 Est-ce qu'on pourrait l'écrire aussi en laissant −4 derrière la parenthèse, est-ce que c'est possible ?

251 *Oui*

252 Vas-y, comment on aurait écrit ça ?

Il écrit : $(3a+24)\times(-4)$

253 Voilà, si on regarde bien $(3a+24)-4$, c'est une somme, addition, soustraction. Et $(3a+24)\times(-4)$, c'est…

254 *Une multiplication*

255 Est-ce qu'on est obligé de mettre le signe × ?

256 *Oui*

257 Oui … essaie ça d'écrire sans signe × [je lui montre le produit précédent]

258 *Je reviens à la chose qu'on avait fait avant*

259 Ecris-le, tu enlèves seulement le signe ×.

Il écrit : $(3a+24)(-4)$

260 Voilà, qu'est-ce qui change par rapport à la ligne d'avant ?

261 *C'est qu'il y a deux parenthèses collées sans signe entre les deux*

262 Et quand il y a deux parenthèses collées sans signe ?

263 *C'est multiplier*

264 Donc on voit bien pourquoi c'est compliqué : il y a plein de choses qui se ressemblent ; il y a seulement des toutes petites différences : il y a des parenthèses ou pas, il y a un signe multiplié mais on n'est pas obligé de l'écrire ; du coup, est-ce que tu pourrais continuer et reprendre, si tu veux modifier ?

265 *Déjà, la ligne-là, elle est pas bien, parce que j'avais fait une multiplication*

[il montre sans doute sa $2^{ème}$ligne mais je n'ai pas noté]

266 Vas-y reprends

267 *Je la barre ?*

268 Non, non, tu écris plus bas

269 *Je fais le calcul là ?*

270 Tu refais à partir de l'endroit où tu penses qu'il fallait modifier

271 *J'ai pas besoin de réécrire tout, si ? je refais la même chose comme si j'avais à refaire l'exercice ?*

272 Oui

Il écrit d'abord : $(3a+24-4)+a)\div 4)+2)-a=7$

et ensuite compte ses parenthèses et complète le début de la ligne

Ce qui donne : $((((3a+24-4)+a)\div 4)+2)-a=7$

273 Donc tu mets tes parenthèses de fin, après tu les comptes et ensuite tu remets celles du début ?

274 *Oui pour pas me tromper*

275 La ligne d'après, ça ferait ?

Il écrit : $((((3a+20)+a)\div 4)+2)-a = 7$

276 Comme c'est sonné, on va arrêter là, mais tu vas continuer à réfléchir à l'utilisation des parenthèses. Déjà dans cette ligne [je montre la dernière] est-ce qu'il y a des parenthèses inutiles ou pas ?

277 *En fait, surtout, c'est pas que je confonds les parenthèses, je savais pas ce qu'il fallait faire, j'hésitais Entre deux situations, maintenant, je sais les différencier*

278 C'est clair ?

279 *Oui*

280 Dans ce que tu viens d'écrire, est-ce qu'il y a des parenthèses inutiles ?

281 *Oui, celles-ci, autour de... entre 20 et + a* [il la rature, sans en enlever une devant]

282 Parce que ?

283 *Parce que c'est une somme*

284 Est-ce que tu pourrais énoncer une règle ?

285 *On met des parenthèses quand il y a une multiplication*

286 Mais si je fais 7×4, je mets des parenthèses ?

287 *Non*

288 Donc ça dépend, si on multiplie ...

289 *Une somme.... je sais pas comment dire*

290 Je te dis $a+8$, tout ça fois 3

291 *Je mets des parenthèses*

292 Autour de...

293 *...de $a+8$*

294 Autour de $a + 8$, autour de la somme ; si on n'en met pas, $a + 8 \times3$, ça fait...

295 *... $a + 24$*

296 Si on a à multiplier une somme par un nombre, on met des parenthèses autour de la somme ; mais c'est moi qui le dis, je devrais te laisser le dire donc faudra retravailler ça.

Editeur :

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1

Dépôt légal : 3ème trimestre 2008

ISBN 2-85728-072-6

IREM de RENNES – UFR de Mathématiques
Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – 35042 Rennes Cedex

http://www.irem.univ-rennes1.fr

Secrétariat ☎ 02 23 23 51 74
sec-irem@univ-rennes1.fr

IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITE DE RENNES 1

FICHE SIGNALETIQUE

TITRE : Entretiens individuels et difficultés d'apprentissage en algèbre.
Expérimentations aux niveaux Troisième et Seconde (professionnelle et générale).

AUTEURS : Michèle Blimo - Isabelle Guinard - Dominique Hilt - Marie-Hélène Hinault - Jean Julo - Françoise Mallédant - Martine Taburet

EDITEUR : IREM de Rennes

DATE : Juillet 2008

NIVEAUX : Troisième / Seconde Professionnelle / Seconde Générale

MOTS-CLES : entretiens cognitifs - individualisation - difficultés d'apprentissage - algèbre

RESUME :

Le travail présenté ici fait suite à celui mené par un précédent groupe de l'IREM de Rennes sur le thème de l'aide individualisée en classe de Seconde. Parmi les pratiques d'aide expérimentées par cette équipe figurait celle de l'entretien individuel. Nous avons souhaité poursuivre la réflexion sur les bénéfices qu'un enseignant de mathématiques peut tirer de cette pratique et procéder à de nouvelles expérimentations dans le domaine du calcul algébrique à la charnière $3^{\text{ème}}/2^{\text{nde}}$.
Après une rapide présentation des données théoriques concernant les entretiens cognitifs, la brochure fournit une analyse détaillée de l'outil principal utilisé (les exercices de « mise en route »), donne des indications sur la manière de mener de tels entretiens (plusieurs exemples concrets sont présentés) puis montre, à partir d'un cas précis, ce qu'apportent au professeur l'enregistrement de l'entretien et l'analyse systématique de son contenu.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 x 29,7	**108**	**8 €**	**200 ex**

ISBN 2-85728-072-6

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1