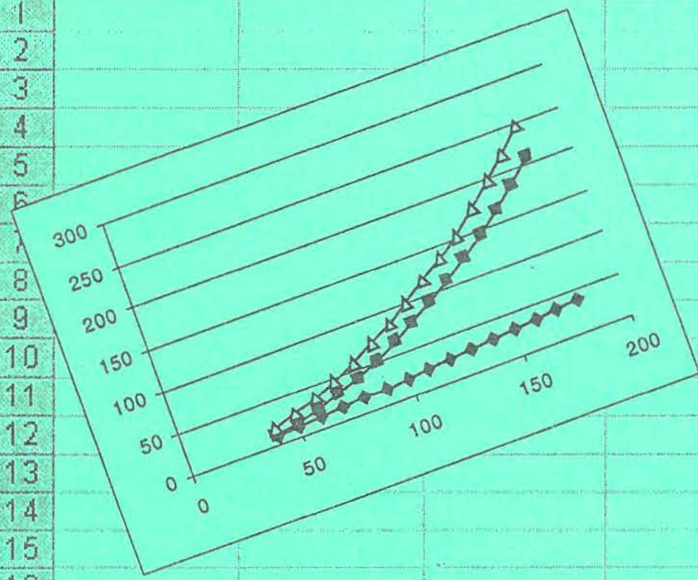
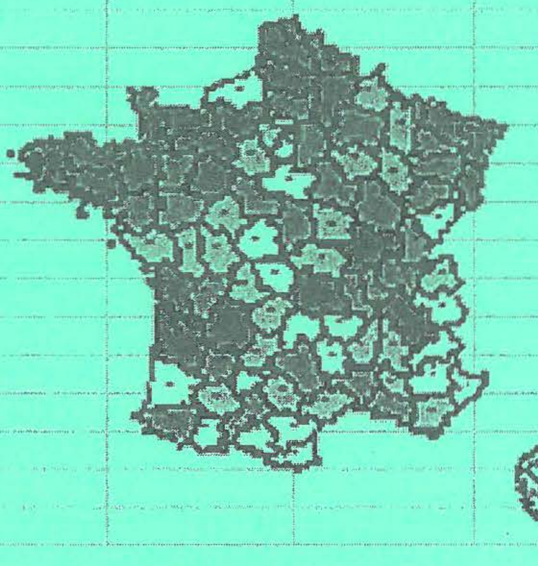
UNIVERSITE DE RENNES 1

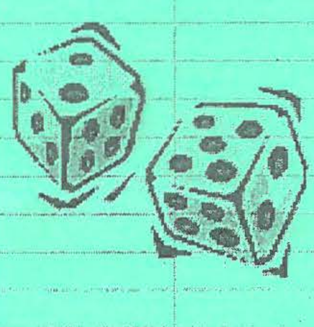
IREM RENNES



= 1 + A2

FAIRE DES MATHEMATIQUES AU COLLEGE AVEC UN TABLEUR





Septembre 2001

FAIRE DES MATHEMATIQUES AU COLLEGE AVEC UN TABLEUR

Septembre 2001

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, une ou plusieurs pages blanches). Si tel est le cas, écrivez à l'IREM en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

ISBN 2-85728-058-0

Ont participé à la rédaction de ce document :

AUFFRET Alain
Collège Le Verger - AURAY

CROSNIER Dominique
Collège Gilles Gahinet - ARRADON

FUMET Edith
Collège Le Verger - AURAY

HENNEQUIN Pierre
Collège Jacques Brel – NOYAL/VILAINE

LAGRANGE Jean-Baptiste
IUFM - RENNES

LE QUERE Françoise
Collège Camille Guérin – ST MEEN LE GRAND

MORIN Annie
IREM - RENNES

ROUSSEL Jacques
Collège Gérard de Nerval - VITRE

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la DAFI.

La mise en page a été assurée par Gwenaëlle MEREL.
La reprographie a été assurée par Françoise LE BESCOND.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Les programmes de collège (applicables à la rentrée 99 pour le niveau 3è) puis les nouveaux programmes de 2^{nde} applicables à la rentrée 2000 recommandent clairement l'intégration des logiciels de mathématiques dans notre enseignement. Le document d'accompagnement du programme de troisième développe largement le thème : « *Outil informatique et enseignement des mathématiques au collège* ». En voici un extrait concernant le tableur :

> *« Les tableurs permettent à la fois de manipuler des expressions algébriques, de remplacer des variables par des valeurs et d'entreprendre, en conservant les résultats et les formules, un grand nombre de calculs liés à des expressions algébriques. A la demande, ils peuvent ensuite fournir des représentations graphiques variées. La fréquentation des formules, leur construction, leur utilisation et leur analyse rendent possible une approche nouvelle de l'apprentissage de l'algèbre. Ils constituent aussi un outil rapide d'exploration des statistiques, permettant l'analyse des données sans que la charge de calcul devienne un obstacle insurmontable. Enfin la mise en œuvre, dans un tableur, d'algorithmes comme celui d'Euclide permet la mise en place d'une réflexion particulière sur les automatismes de calculs qu'une machine peut prendre en charge. »*

Avertissement

Ce document n'est pas un manuel d'utilisation des tableurs. Le lecteur devra souvent adapter les activités proposées au tableur dont il dispose. Cependant chaque fois que cela sera nécessaire des précisions sur les fonctionnalités de l'outil seront apportées.

En revanche, il s'efforce de présenter des situations où les puissantes possibilités de calcul, de tri, d'élaboration de graphiques et de présentation des tableurs sont sollicitées pour aborder une notion, résoudre un problème, comprendre un algorithme.

Pour répondre aux inquiétudes des collègues

Beaucoup de collègues ont des réticences à "se lancer" dans cette pratique. Les raisons sont multiples et souvent légitimes : manque de matériel, formation insuffisante, peur de ne pas dominer les problèmes techniques, perte de temps par rapport au programme etc.

Nous répondrons que le "*programme*" peut être traité de façons diverses et variées, et que nous mesurons difficilement ce qui reste après nos cours traditionnels. Alors pourquoi ne pas tenter parfois une démarche différente ?

Quant au manque de formation et à la peur des enseignants de se trouver bloqués devant les élèves avec une formule qui ne marche pas pour une question de syntaxe... nous disons tout simplement que c'est en faisant que nous avons dépassé certains de ces problèmes, et surtout en échangeant et pratiquant dans des équipes de collège, de secteur, de l'IREM sans oublier les stages qui se multiplient. De plus certaines de nos fiches sont conçues pour une prise en main rapide du tableur et guident professeurs et élèves pas à pas.

Les établissements seront bientôt tous équipés. Il faut aussi se tenir prêt pour utiliser le matériel dès qu'il arrivera !

Conditions d'utilisation et équipement

Suivant le matériel disponible il y a deux modes d'utilisation du tableur. Ces deux modes peuvent avantageusement se compléter.

Si le professeur dispose d'un ordinateur unique couplé à un vidéo projecteur ou à une tablette de rétro projection, l'activité est collective, permet le débat sur la notion mathématique étudiée et met en évidence la puissance de l'outil.

En salle multimédias, les élèves sont seuls ou par deux devant l'ordinateur et programment eux-mêmes la feuille de calcul. C'est une pratique active de **tous** les élèves.

Approche pédagogique

Quelle que soit la situation étudiée, nous voulons éviter l'utilisation « *presse bouton* » comme on en rencontre dans certains manuels récents.

Pour cela, chaque utilisation du tableur est précédée d'une activité mathématique plus ou moins longue où le problème à résoudre est analysé le plus finement possible. Les fiches présentées dans les pages suivantes ont été créées et adaptées pour nos classes et, sauf mention contraire, testées. Nos remarques découlent des observations des séquences dans nos classes.

Organisation du document

Nous proposons une classification des activités en six grands groupes sans tenir compte du niveau de classe. Ce classement n'est pas une partition car une même activité pourrait appartenir à plusieurs groupes. Le choix du groupe dépend essentiellement de l'objectif poursuivi.

Arithmétique - Itération

Fonctions – Optimisation - Volumes

Calculs algébriques - Variables - Formules

Statistiques – Gestion de données - Pourcentages

Approximations

Problèmes de recherche

Remarque :

Il est possible de télécharger certaines fiches. (*http://www.irem.univ-rennes1.fr*)

Chapitre 1

ARITHMETIQUE - ITERATION

Escaliers

Carreleur

Puissances

Division

Néanmoins, on complète le tableau pour 11, 12, etc. 20 marches d'autant plus facilement que les élèves ont découvert la loi $A_n = n + A_{n-1}$
Certains élèves ont trouvé la bonne réponse pour 100 marches en utilisant leur calculatrice. Une élève probablement surprise du résultat a même effectué la somme des entiers de 1 à 99 deux fois. Elle attend d'ailleurs la correction avec impatience.
C'est le moment choisi pour présenter une fonction fondamentale du tableur : **la recopie**.

<u>Pour le nombre de marches</u> (série de 20 à 100) :

Sous Excel dérouler les menus :

Edition

Recopier

Série

puis compléter la boîte de dialogue.

<u>Pour le nombre de cubes du modèle A</u> :

Saisir la formule $\boxed{= A21 + B20}$ dans la cellule B21 puis recopier cette formule vers le bas.

<u>Modèles B et C</u> :

Le support géométrique permet de découvrir assez facilement les formules de calcul.
« *l'escalier B c'est deux fois l'escalier A - le nombre de marches* »
Certains ont reconnu mais sans pouvoir le justifier la suite des carrés.

« *l'escalier C c'est deux fois l'escalier B - le nombre de marches* »

Le tableur donne rapidement les réponses attendues.
On vérifie également que la conjecture sur les carrés est au moins vraie jusqu'à 100. On pourrait la prouver en réorganisant l'escalier B mais est ce bien nécessaire dans cette activité ? On l'admet donc.

Retour au cahier d'exercices

Trouver le nombre de cubes nécessaires à la construction d'escaliers à 1000 marches.

Réponse rapide pour le modèle B
assez rapide pour le modèle C
plus difficile à obtenir pour le modèle A

L'intervention du professeur et la notation fonctionnelle suivante vont débloquer la situation :

modèle A **modèle B**

$$\boxed{} \xrightarrow{\times 2} \boxed{} \xrightarrow{-1000} \boxed{1\,000\,000}$$

Carreleur
(Fiche professeur)

Niveau : 4ème - 3ème Pré requis : aucun Durée : 2 heures Matériel : – feuilles A4 et A3 ; compas, règles, équerres – calculatrices – tableur et rétroprojecteur en classe – salle informatique	Objectifs : - Recherche en équipe - confrontation - débat - Découverte de l'algorithme du PGCD de deux nombres par différences successives à travers une manipulation géométrique Outils tableur : MAX, MIN et SI Eventuellement : ENT, QUOTIENT et RESTE.

Les notions d'arithmétique sont présentées dans les livres de 3ème de façon trop parachutée et font peu appel à une activité de la part des élèves.

Nous proposons ici **une manipulation** pour que les élèves aient le temps de **s'approprier la méthode algorithmique** en dessinant eux-mêmes des rectangles qui ont pour côtés les différences successives conduisant au PGCD. Le côté visuel est également important pour créer des images du PGCD.

C'est pourquoi il faut être prêt à consacrer **au moins deux heures** à l'activité pour la mener au rythme des élèves, puis deux heures pour l'exploiter (mise en place de la notion de PGCD, pratique de la recherche du PGCD par les deux algorithmes, simplification des fractions...).

Aucun pré requis : certains professeurs préfèrent commencer par un peu de révision d'arithmétique, divisibilité et diviseurs. Cela induit chez les élèves une attention au diviseur commun. La propriété sous-tendue (un diviseur de deux nombres divise leur différence) pourra émerger de l'activité et justifier la méthode de cet algorithme.

Etape indispensable en classe : l'algorithme graphique

Il faut une heure pour que les élèves réalisent chacun plusieurs figures et fassent de l'algorithme une construction mentale à partir du concret.

Le calcul des longueurs des côtés est indispensable pour faire fonctionner le côté numérique de l'algorithme et trouver le PGCD (côté du dernier carré).

Le pavage n'est pas fait sur la fiche : il est nécessaire de le faire construire pour réaliser que l'on a répondu au problème initial.

Certains cherchent à placer les rectangles successifs dans la même disposition... Une démonstration de l'algorithme avec GEOPLAN peut apporter une multiplicité d'exemples supplémentaires et aider les élèves à sortir des images pour comprendre le fonctionnement arithmétique... ou bien la rétroprojection de la fiche annexée montrant différents cas de figures et suscitant les calculs des côtés des rectangles successifs.

Mise en tableau des dimensions successives

Pour présenter aux autres leurs résultats, les élèves sont amenés à résumer leur figure par une succession de couples (longueur, largeur) caractérisant le nouveau rectangle trouvé, jusqu'à ce qu'il soit carré.

Ils s'intéressent à la nouveauté du travail ; ils ne se découragent pas, même lorsque le rectangle 340×18 leur demande 26 lignes... et sont déçus avec le rectangle 144×72 d'aboutir trop vite !

Voici quelques résultats :

91	56	420	294	144	72	210	120	147	210	175	75
35	56	294	126	72	72	90	120	147	63	100	75
35	21	168	126			90	30	84	63	25	75
14	21	42	126			60	30	21	63	25	50
14	7	42	84			30	30	21	42	25	25
7	7	42	42					21	21		

Sans dessiner le rectangle, faire directement les calculs dans un tableau :

On peut proposer d'autres dimensions... le nombre entre parenthèses est le nombre de soustractions nécessaires.

32×48 (2)	135×105 (5)	420×168 (4)	144×54 (4)
429×156 (36)	700×168 (9)	490×168 (14)	147×210 (5)
$17\,236 \times 5\,580$ (17)	$25\,000 \times 3\,288$ (32)	$25\,000 \times 2\,544$ (25)	$17\,544 \times 2\,544$ (20)

Les élèves font sans hésiter la bonne soustraction ; ils ne se lassent pas, même dans les cas très répétitifs.

Algorithme de la soustraction – algorithme de la division

La fiche du Carreleur utilise **la méthode des soustractions successives** pour la recherche du PGCD. Cette méthode est la première, et la plus naturelle. Puis au cours des différents exemples, on remarquera que dans certains cas, on est amené à soustraire un très grand nombre de fois le même nombre... **l'algorithme d'Euclide** par **la division euclidienne** pourra être amené pour accélérer la recherche.

Le nombre de lignes de largeur identique est le quotient entier de la longueur par la largeur. C'est le reste qui devient la largeur du nouveau rectangle à partager : l'algorithme du PGCD par la division euclidienne est découvert ! Le PGCD est le dernier reste non nul.

Mais plusieurs élèves insécurisés refusent de changer une méthode qui marche et qui leur plaît. Le programme de 3$^{\text{ème}}$ n'impose aucune approche... l'essentiel est la découverte d'un nouveau processus mathématique : l'itération.

<u>Exemples</u> : On a trouvé 1 comme PGCD de 123456789101112 et 100000000000007 au bout de 15 175 soustractions, et au bout de seulement 21 divisions.

Pour trouver le PGCD de 1080 et 896, il faut 15 soustractions successives; 184 est soustrait 4 fois, 24 est soustrait 6 fois.

D'où le raccourci présenté par la division euclidienne ci-dessous ; la colonne du quotient n'est pas indispensable, puisqu'on ne reprend que le reste et le dernier diviseur.

a	d	q	r
1080	**896**	1	184
896	184	4	160
184	160	1	24
160	24	6	16
24	16	1	8
16	8	2	0

a	d	q	r
17732	**4580**	3	3992
4580	3992	1	588
3992	588	6	464
588	464	1	124
464	124	3	92
124	92	1	32
92	32	2	28
32	28	1	4
28	4	7	0

a	d	q	r
17544	**2544**	6	2280
2544	2280	1	264
2280	264	8	168
264	168	1	96
168	96	1	72
96	72	1	24
72	24	3	0

La recherche systématique des PGCD avec le tableur en salle informatique oblige les élèves à approfondir le mécanisme de l'algorithme choisi pour programmer le tableur. Elle n'est pas indispensable, mais elle est amusante et permet des calculs non réalisables à la main.

Avec un tableur, comment programmer cet algorithme ?

Il faudra s'adapter aux fonctions mathématiques proposées par le tableur :

SI (TEST logique ; Valeur si vrai ; Valeur si faux) → renvoie un résultat ou un autre selon le test

MAX (Nb1, Nb2,..) ou MAX (Nb1 ; Nb2 ;..) → donne le plus grand de ces nombres

MIN (Nb1,Nb2,..) ou MIN (Nb1 ;Nb2 ;..) → donne le plus petit de ces nombres

N.B. : *Les fonctions PGCD (Nb1,Nb2) ; RESTE (Nb1,Nb2) ; QUOTIENT (Nb1Nb2) ; ENT (Nb) peuvent servir à associer les résultats de l'algorithme des divisions successives à des notions arithmétiques plus avancées, selon le niveau et les exigences du programme ; si elles ne sont pas installées, chercher dans Outil - Option - Macros complémentaires ou utilitaire d'analyse.(Tableur Excel)*

Algorithme des soustractions successives : deux exemples de solutions. La deuxième étant plus accessible aux élèves.

429	156
=SI(A1<B1 ;A1 ;A1 – B1)	=SI(A1<B1 ;B1 – A1 ; B1)

et recopier les 2 formules vers le bas.

429	156
273	156
117	156
117	39
78	39
39	39

429	156
=MIN(A1 ;B1)	=MAX(A1 ;B1) – MIN(A1 ;B1)

et recopier les deux formules vers le bas.

429	156
156	273
156	117
117	39
39	78
39	39

Algorithme de la division euclidienne

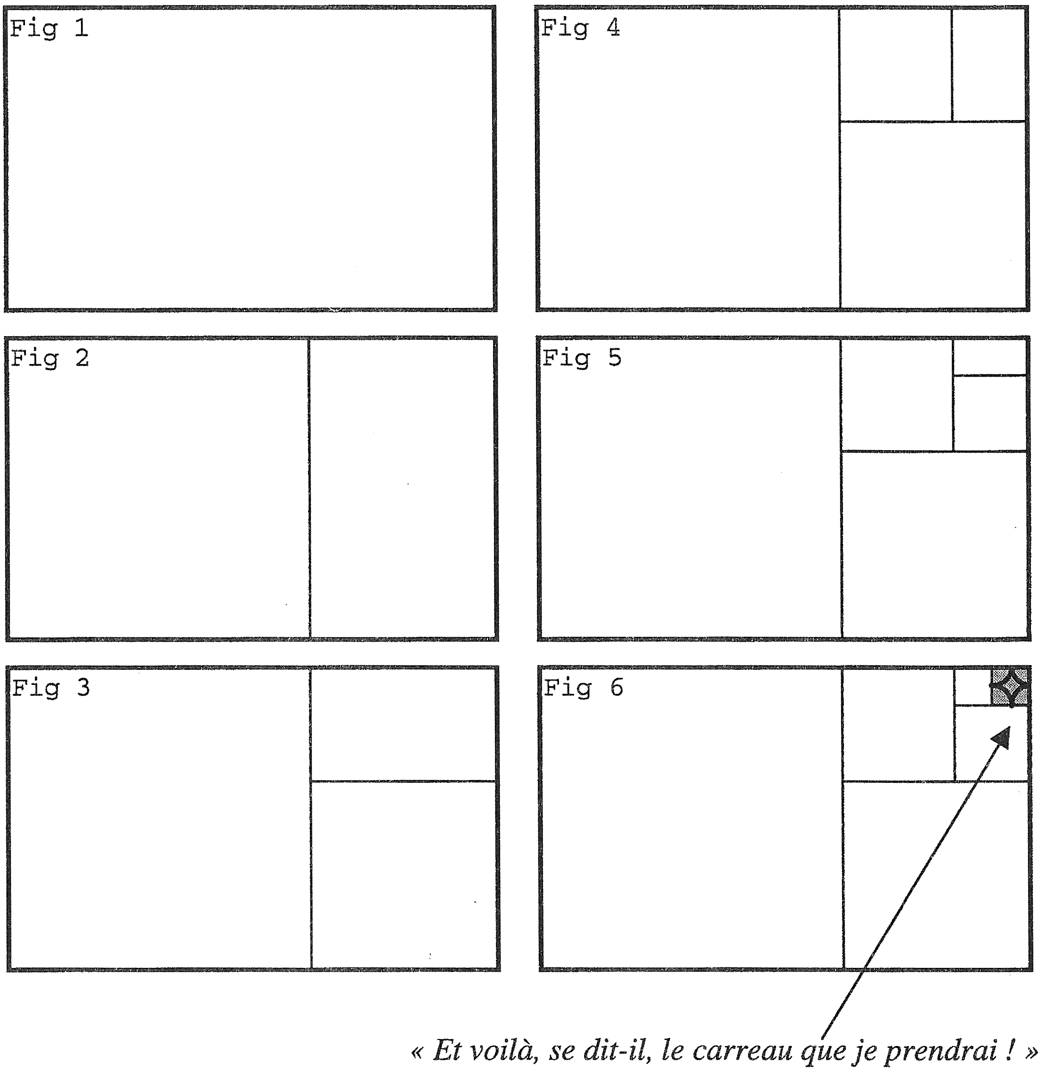
	A	B	C	D
1	a	d	q	r
2	1280	896	=ENT(A2/B2)	=A2-B2*C2
3	=B2	=D2	=ENT(A3/B3)	=A3-B3*C3
4	=B3	=D3	=ENT(A4/B4)	=A4-B4*C4
5	=B4	=D4	=ENT(A5/B5)	=A5-B5*C5
6	=B5	=D5	=ENT(A6/B6)	=A6-B6*C6
7	=B6	=D6	=ENT(A7/B7)	=A7-B7*C7

	A	B	C	D
1	a	d	q	r
2	1080	896	1	184
3	896	184	4	160
4	184	160	1	24
5	160	24	6	16
6	24	16	1	8
7	16	8	2	0

Carreleur
(Fiche élève n°1)

Un carreleur dispose de petits carreaux carrés de toutes les tailles et de toutes les couleurs pour paver des sols originaux… enfin, toutes les tailles en nombres entiers de centimètres, depuis 1 cm de côté jusqu'à…
Les surfaces à couvrir sont, elles, des rectangles.
Comme la pose des carreaux représente un travail proportionnel au nombre de carreaux, il choisira le modèle de carreau le plus grand possible…

« Je trouve le modèle graphiquement, dit-il, car j'ai horreur des divisions. Il suffit de retirer un certain nombre de fois le plus grand carré possible dans mon rectangle ». En effet suivez son idée…



« Et voilà, se dit-il, le carreau que je prendrai ! »

Algorithme graphique

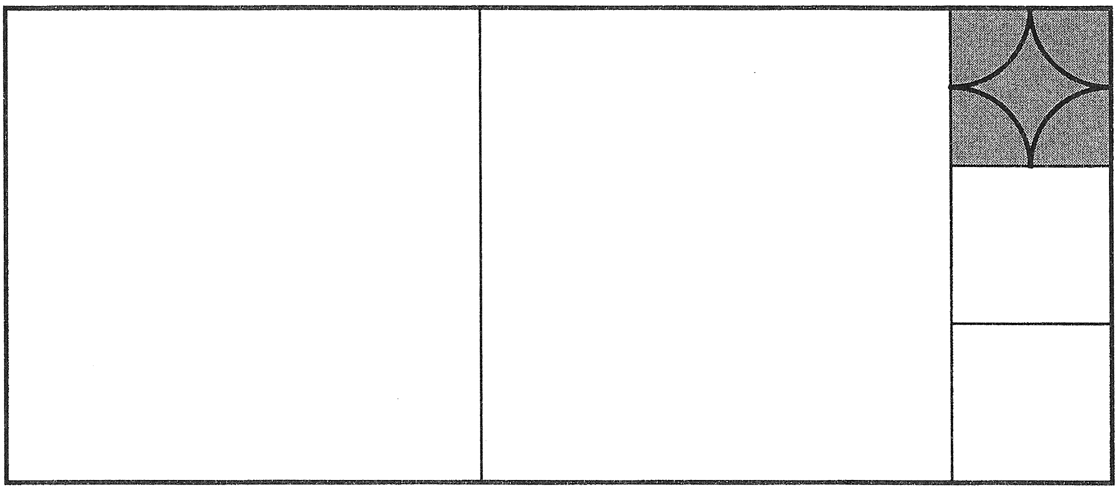
a) Vérifier sur son dessin que ce petit carreau permet de paver le rectangle. Combien de carreaux lui faut-il ?
b) Sachant que la surface à carreler mesurait (en cm) 91 × 56, reporter sur ses schémas successifs les dimensions de chaque nouveau carré et du rectangle restant.

Le « carreau choisi » est-il donc bien carré ? Est ce bien le plus grand carré possible pour ce rectangle ?

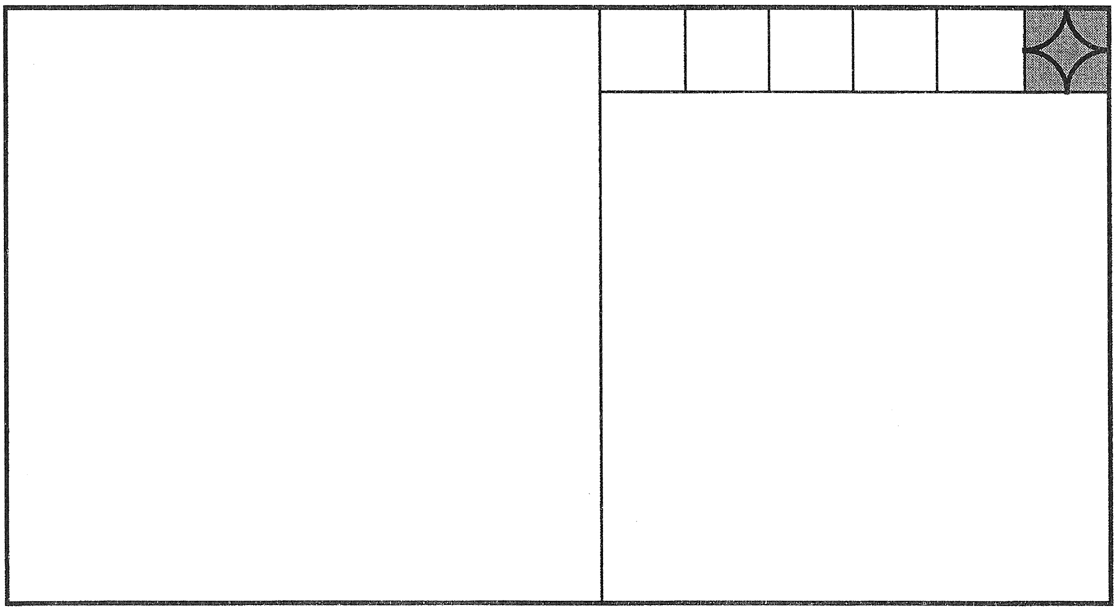
Carreleur
(Fiche élève n°2)

Quel modèle de carreau choisira le carreleur pour les rectangles suivants :

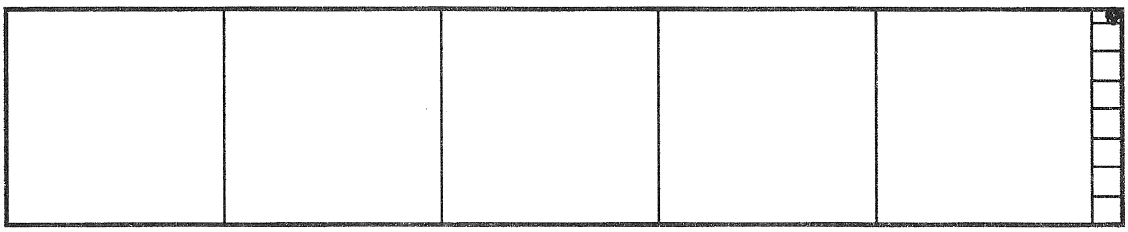
84 × 196



175 × 325



45 × 231



Même question pour les rectangles :

420 × 294	210 × 294	280 × 37	420 × 90	144 × 72	420 × 168
135 × 105	175 × 75	210 × 147	429 × 156	1080 × 896	340 × 18

Puissances
(Fiche professeur)

Niveau : $4^{ème}$ Pré requis : aucun Durée : Classe entière 1h et salle multimédia 1h Matériel : Rétroprojecteur ou/et salle multimédia.	Objectifs : - résolution de problèmes - calculs sur les puissances - utilisation de différentes écritures des nombres - donner un sens aux exposants négatifs Outils tableur : - références relatives, références absolues - format des nombres - éviter l'utilisation de la fonction PUISSANCE

Profitez des affichages du tableur pour résoudre les jolis vieux problèmes suivants

Le nénuphar	*La rumeur (ou le secret de polichinelle)*
Des feuilles de nénuphar occupent $1 m^2$ à la surface d'un étang. Chaque jour, la surface couverte par les feuilles augmente de 10%. – calcule l'aire couverte au bout d'un jour, de deux jours, de trois jours... Fais un tableau : par quel coefficient la surface est-elle multipliée chaque jour ? – exprime par une puissance les surfaces couvertes au bout de 10 jours, 20 jours. – l'étang mesurant 100 000 m^2, en combien de jours sera-t-il couvert ?	Eugène FUTE, après de nombreuses années de recherche, vient enfin de découvrir la formule permettant de fabriquer de l'eau tiède. Il parle de sa découverte à sa femme, en lui recommandant bien de ne pas divulguer le secret. Mais celle-ci s'empresse d'aller tout raconter à ses trois amies ; il est 15 h lorsque chacune des trois commères le dit à trois autres personnes ; et ainsi au début de chaque heure, chaque personne qui vient d'apprendre le secret le dit à trois nouvelles personnes. A 20h15, tout le village connaît le secret d'Eugène. Combien y a-t-il de personnes dans ce village ?

La légende de l'échiquier
Pour le remercier de l'invention du jeu d'échecs, un roi des Perses (à moins que ce ne soit un empereur des Indes), proposa au génial inventeur de choisir une récompense : celui-ci répondit qu'il désirait un grain de blé sur la première case de l'échiquier, deux grains sur la seconde, et ainsi de suite en doublant jusqu'à la $64^{ème}$ case. Quel fut le volume du tas de blé qu'on dut apporter, sachant qu'un mètre cube de blé contient en moyenne 15 millions de grains ?

Le tableur outil

Le tableur permet d'afficher un tableau des puissances successives d'un nombre, et dans différents formats, comme sur le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	nombre	puissance	puissance	puissance	puissance
2	0,7	format	format	format	format
3	exposant	standard	nombre	scientifique(1)	scientifique(2)
4	0	1	1,00	1,00000E+00	1,00E+00
5	1	0,7	0,70	7,00000E-01	7,00E-01
6	2	0,49	0,49	4,90000E-01	4,90E-01
7	3	0,343	0,34	3,43000E-01	3,43E-01
8	4	0,2401	0,24	2,40100E-01	2,40E-01
9	5	0,16807	0,17	1,68070E-01	1,68E-01
10	6	0,117649	0,12	1,17649E-01	1,18E-01

Commentaires du tableau ci-dessus

a) Déclarer **le nombre** dans la cellule A2.

b) Les puissances du nombre déclaré en A2 sont calculées **par multiplications successives** par ce nombre, en partant de 1. (formule en B5 $= B4 * \$A\$2$).
Autre solution, moins pédagogique semble-t-il, l'utilisation de la fonction intégrée PUISSANCE. Saisir en B5 $\boxed{\text{= PUISSANCE(\$A\$2, A5)}}$.
Pour que ce nombre soit **une référence absolue** des formules, on désignera la cellule A2 par \$A\$2, alors que les cellules A5 et B5 sont des **références relatives** : après avoir copié - collé la formule de B5 en B6, tu verras que l'indice change à chaque ligne. En B5 $= B4 * \$A\$2$ sera remplacée par $= B5 * \$A\$2$ en B6.

c) Colonne A : Créer une **série arithmétique** de pas 1 ou ajouter 1 à l'exposant précédent; copier, coller.

d) Un tableur propose **différents formats d'affichage des nombres** dans les cellules :
Copier la colonne B trois fois (colonnes C et D). Varier les formats :
Menu Format. Nombres. Format standard.
Format scientifique. Nombre de chiffres après la virgule : 5. Modèle 0.00000E+00.
Format scientifique. Nombre de chiffres après la virgule : 1. Modèle 0.0E+00.

exposant	puissances de 2	puissances de 5	puissances de 10
-10	0,000976563	0,0000001024	0,0000000001
-9	0,001953125	0,000000512	0,000000001
-8	0,00390625	0,00000256	0,00000001
-7	0,0078125	0,0000128	0,0000001
-6	0,015625	0,000064	0,000001
-5	0,03125	0,00032	0,00001
-4	0,0625	0,0016	0,0001
-3	0,125	0,008	0,001
-2	0,25	0,04	0,01
-1	0,5	0,2	0,1
0	1	1	1
1	2	5	10
2	4	25	100
3	8	125	1000
4	16	625	10000
5	32	3125	100000
6	64	15625	1000000
7	128	78125	10000000
8	256	390625	100000000
9	512	1953125	1000000000
10	1024	9765625	10000000000

Division
(Fiche professeur)

Niveau : $5^{ème} - 4^{ème}$ Objectif : travailler sur l'algorithme de la division euclidienne en utilisant calculatrice et tableur Durée : 2h dont 1h en salle multimédia Matériel : calculatrice, salle multimédia	Outils tableur : - format d'un nombre - recopie - format d'un nombre - quotient* Rappel : * La fonction quotient n'est pas installée par défaut dans Excel (outil macro complémentaire ou utilitaire d'analyse).

Problème : Comparer les nombres $\frac{13860}{33461}$ et $\frac{33461}{80782}$ *(d'après un exercice du manuel 5/5 classe de 5è page 36)*

Remarque : L'expérience montre qu'il serait préférable de choisir des fractions supérieures à 1, par exemple $\frac{181165}{33461}$ et $\frac{437371}{80782}$

Déroulement de l'activité :

Les différentes calculatrices dont les élèves disposent donnent 0,414 213 562 comme valeur du quotient ce qui suscite un débat dans la classe.

Après discussion on décide de chercher « la suite », le professeur se gardant bien de faire observer les produits en croix lesquels sont de façon évidente inégaux.

Rappel de la technique de la division sur l'exemple 12/7 puis nouvelle présentation mettant bien en évidence l'algorithme.

Dividende	12	50	10	30	20	60	40
diviseur	7	7	7	7	7	7	7
quotient	**1,**	**7**	**1**	**4**	**2**	**8**	**5**
reste	5	1	3	2	6	4	5

Application de cette méthode à la calculatrice par tranches de 3 chiffres.

Dividende	12	5000	2000
diviseur	7	7	7
quotient	**1,**	**714**	**285**
reste	5	2	5

Retour au problème initial :

Tableau obtenu avec « excel »

	A	B	C	D	E	F	G
1	Dividende	13860	13860000	7146000	18807000	1918000	10723000
2	diviseur	33461	33461	33461	33461	33461	33461
3	quotient	**0**	**414**	**213**	**562**	**57**	**320**
4	reste	13860	7146	18807	1918	10723	15480
5							

Erreur en cellule F3

Erreur corrigée en **formatant (*)** les cellules quotient à 3 chiffres, ce qui est infaisable avec une calculatrice.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Dividende	13860	13860000	7146000	18807000	1918000	10723000
2	diviseur	33461	33461	33461	33461	33461	33461
3	quotient	**0**	**414**	**213**	**562**	**057**	**320**
4	reste	13860	7146	18807	1918	10723	15480
5							

(*) format cellule personnalisé **000 ou 00#**

Le même tableau avec les formules

	A	B	C	D
1	Dividende	13860	=B4*1000	=C4*1000
2	diviseur	33461	=B2	=C2
3	quotient	=QUOTIENT(B1;B2)	=QUOTIENT(C1;C2)	=QUOTIENT(D1;D2)
4	reste	=B1-B2*B3	=C1-C2*C3	=D1-D2*D3
5				

Le tableur permet d'obtenir rapidement le deuxième quotient. Il suffit de **copier** le tableau et de le **coller** quelques lignes plus bas et bien entendu de modifier le dividende et le diviseur.

Il existe une fonction intégrée (la fonction Mod qui permet d'obtenir directement le reste). Il semble pédagogiquement préférable de faire calculer le reste.

Activité complémentaire

On peut par cette méthode faire des recherches de période ($\frac{355}{113}$ par exemple).

Pour information :

Le nombre de chiffres de la période de $\frac{1}{p}$ quand p est premier est un diviseur de p^{-1}.

Ainsi pour la fraction $\frac{355}{113}$ c'est un diviseur de 112. C'est même 112.

On pourra suggérer aux élèves d'effectuer la division par tranches de 4 ou 8 chiffres, seul moyen de retrouver un reste déjà rencontré.

Chapitre 2

FONCTIONS – OPTIMUM - VOLUMES

Pyramide

Berlingot

Verres gradués

Sous cette rubrique nous avons regroupé trois activités de type géométrique de niveau $4^{ème}/3^{ème}$.

Parties du programme concernées :

- constructions de patron
- théorèmes de Pythagore et de Thalès
- calcul littéral
- racines carrées
- agrandissement-réduction

- **Pyramide**

  Recherche du volume maximum d'une pyramide à base carrée dont le patron est construit dans une feuille de format 24×32.

- **Berlingot**

  Calcul de la hauteur, de l'aire et du volume en fonction de son arête.

- **Cône et cylindre**

  Graduer le patron d'un cône et d'un cylindre.

Pyramide
(Fiche professeur)

<table>
<tr><td>

Niveau : 3ème

Pré requis : - théorème de Pythagore
- racines carrées

Durée : 1 h en salle multimédia

</td><td>

Objectifs :

- construction d'un patron de pyramide
- calculs sur la pyramide
- réalisation d'un graphique avec le tableur
- lecture d'un graphique

Outils Tableur : assistant graphique, racine

</td></tr>
</table>

Déroulement de l'activité :

I Travail à la maison : Questions 1, 2, 3, 4 de la fiche élève.

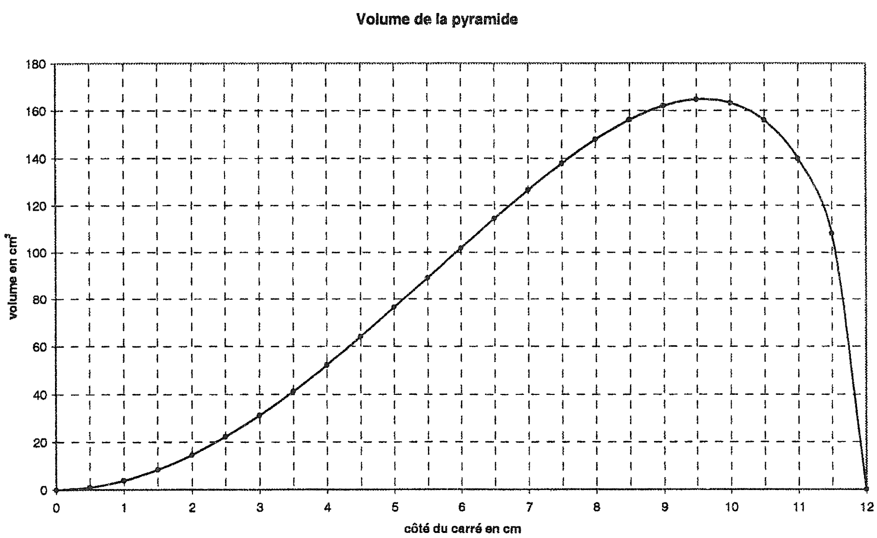
II Utilisation du tableur

	A	B	C	D
1	a	b	h	V
2	0	= (24-A2)/2	= racine (144-12*A2)	= A2*A2*C2/3
3	0,5			
4	1			
5	1,5			
6	2			

- Les élèves doivent compléter la colonne A de 0 à 12 avec un pas de 0,5.
- Ils doivent ensuite trouver les formules permettant de compléter les cases B2, C2 et D2.
- Ils terminent le tableau par une recopie des colonnes B, C et D jusqu'à la dernière ligne.

III Réalisation du graphique

Les élèves sélectionnent la première colonne et la dernière colonne du tableau. Ils réalisent leur graphique en se servant de : « **Assistant graphique** » dans la barre d'outils. Ils suivent les quatre étapes qui leur sont proposées.



Remarques :

Le volume maximum est atteint pour une valeur simple : 2L/5 si L désigne la largeur de la feuille.

Lors de l'exploitation du graphique on s'attachera à montrer aux élèves qu'en dehors du maximum, il existe toujours deux pyramides de même volume.

Pyramide
(Fiche élève)

On construit le patron d'une pyramide régulière à base carrée dans une feuille entière «24 × 32».
Selon le carré de base choisi (en gris), on obtient des pyramides différentes.
On cherche la valeur *a* du côté de la base qui donne le volume maximum.

Fig. 1

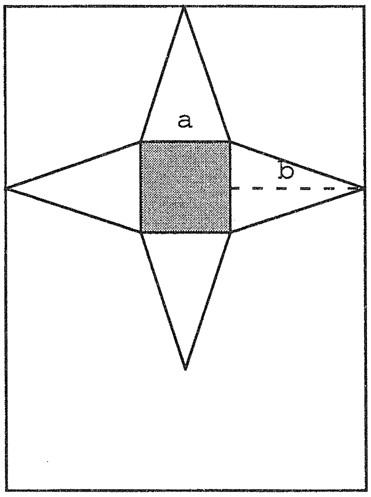
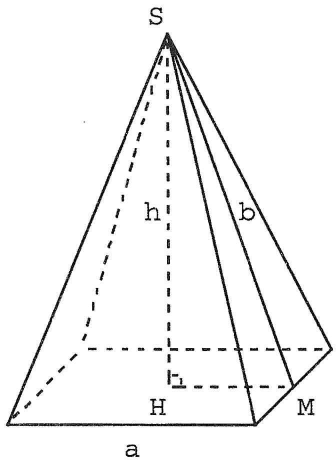


Fig. 2



1. Quelle est la valeur minimale de *a* ?

   Quelle est la valeur maximale de *a* ?

   Exprime la valeur de *b* en fonction de *a* :

2. Réalise un tel patron en choisissant une valeur entière (convenable) pour le côté *a* du carré de base.

   Valeur choisie pour *a* : ....   valeur de *b* correspondante : ....

3. Détermine la hauteur *h* de cette pyramide en utilisant la propriété de Pythagore (voir fig. 2).
4. Calcule le volume de la pyramide que tu as réalisée.

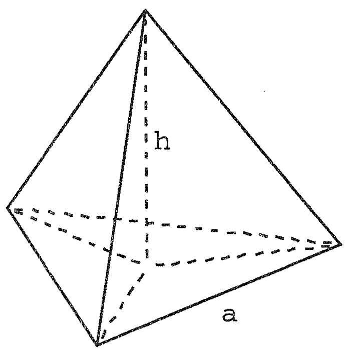
5. A l'aide d'un tableur, réalise un tableau donnant la hauteur des triangles, la hauteur et le volume de la pyramide.
6. Fais la représentation graphique donnant le volume en fonction de a.
7. Quelle est la valeur de a qui semble répondre à la question ?

Berlingot
(Fiche professeur)

Niveau : $3^{ème}$ Prérequis : - théorème de Pythagore - racines carrées Durée : 2 h Matériel : salle multimédia	Objectifs : - calculs sur la pyramide - création d'un graphique à l'aide du tableur - lecture de graphique - calcul par approximations successives Outils tableur : - assistant graphique - puissances - racines

Il s'agit dans cette activité d'étudier le tétraèdre régulier et de répondre à un problème concret sur la construction d'un solide ayant une capacité donnée.

Les calculs utilisent le théorème de Pythagore et les racines carrées. Ils ne sont pas toujours bien réussis par tous les élèves.



$$h = a \times \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ ou } h = a \times \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$A = a^2\sqrt{3}$$

$$V = a^3\frac{\sqrt{2}}{12}$$

Utilisation d'un tableur

1. Tableau de valeurs

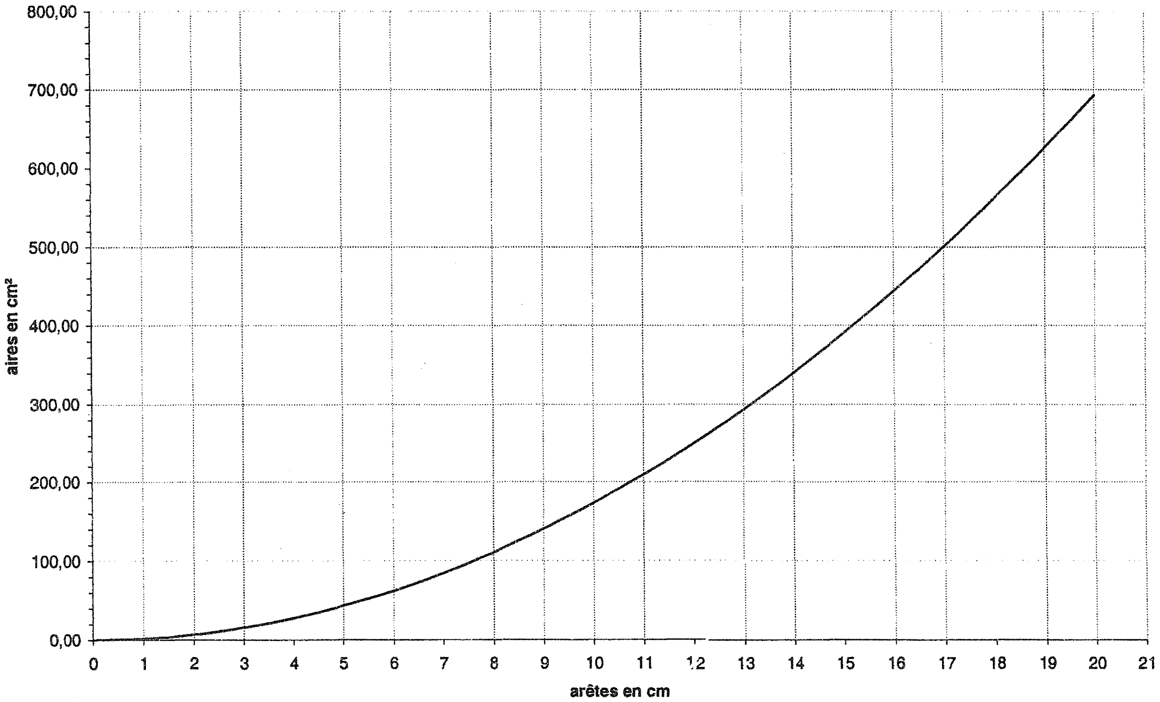
Saisir une formule, utiliser la fonction recopie avec un pas de 1(ou plus fin) et les fonctions racine, puissance.

	A	B	C	D
1	arête	hauteur	aire	volume
2	1	=A2×RACINE(2/3)	=PUISSANCE(A2;2)× RACINE(3)	=(PUISSANCE(A2;3)× RACINE(2))/12
3	=1+A2	=A3×RACINE(2/3)	=PUISSANCE(A3;2)× RACINE(3)	=(PUISSANCE(A3;3)× RACINE(2)/12

2. Les graphiques (utilisation de l'assistant graphique)

Sélectionner les colonnes « arête » et « aire » par exemple puis, dans le menu graphique, choisir les graphiques en nuages de points ou les types personnalisés avec une courbe avec lissage.
Utiliser les menus contextuels (bouton droit de la souris) pour modifier les graphiques.
Les graphiques permettent de revoir la proportionnalité représentée par une droite passant par l'origine et de découvrir les représentations graphiques des fonctions en x^2 ou x^3.

Exemple de graphique obtenu :



On peut ainsi répondre par lecture graphique aux questions 5 et 6 de la fiche élève.

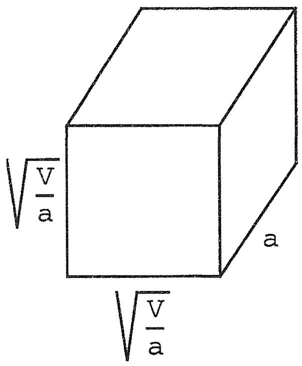
3. Recherche d'une racine cubique à l'aide d'un tableur

On ne sait pas extraire une racine cubique en 3ème.
Deux méthodes : l'une par lecture graphique (question 5), l'autre calculatoire et répétitive qui justifie l'utilisation d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	nombre	a1	N/a1	a2	a3
2	4242.6	15	=A2/B2	=RACINE(C2)	=(B2+D2)/2
3	4242.6	=E2	=A3/B3	=RACINE(C3)	=(B3+D3)/2

On arrête la recopie du tableau lorsque la valeur trouvée est satisfaisante.

Compléments sur l'approximation décimale d'une racine cubique



Soit un pavé de volume V, de hauteur a et dont la base est un carré de côté $\sqrt{\frac{V}{a}}$

Si a est une valeur approchée par défaut (*par excès*) de l'arête d'un cube de volume V, alors $\sqrt{\frac{V}{a}}$ en est une valeur approchée par excès (*par défaut*) et la moyenne des deux $\frac{1}{2}(a + \sqrt{\frac{V}{a}})$ est une valeur approchée plus fine.

Voir aussi le chapitre « **Approximations** »

Avec la méthode de Newton, si a est une valeur approchée, on prend comme valeur plus fine $\frac{1}{3}(2a + \frac{V}{a^2})$

Application des deux méthodes au calcul de la racine cubique de 125

V	125
valeur initiale	6

a	1/2(a + racine(v/a))
6	5,28217732293819
5,28217732293819	5,07339640614186
5,07339640614186	5,01854867539862
5,01854867539862	5,00465003109382
5,00465003109382	5,00116331800014
5,00116331800014	5,00029088023928
5,00029088023928	5,00007272323259
5,00007272323259	5,00001818100647
5,00001818100647	5,00000454526401
5,00000454526401	5,00000113631678
5,00000113631678	5,00000028407924
5,00000028407924	5,00000007101981
5,00000007101981	5,00000001775495
5,00000001775495	5,00000000443874
5,00000000443874	5,00000000110968
5,00000000110968	5,00000000027742
5,00000000027742	5,00000000006936
5,00000000006936	5,00000000001734
5,00000000001734	5,00000000000433
5,00000000000433	5,00000000000108
5,00000000000108	5,00000000000027
5,00000000000027	5,00000000000007
5,00000000000007	5,00000000000002
5,00000000000002	5,00000000000000
5,00000000000000	5,00000000000000

a	1/3(2a + v/a²)
6	5,15740740740741
5,15740740740741	5,00475530029265
5,00475530029265	5,00000451684800
5,00000451684800	5,00000000000408
5,00000000000408	5,00000000000000
5,00000000000000	5,00000000000000

Berlingot
(Fiche élève)

1) Un berlingot est un tétraèdre régulier c'est-à-dire une pyramide régulière à base triangulaire dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux.
   Construire un patron ayant pour arête 5 cm.

2) Soit un tétraèdre d'arête a.
   Faire une vue en perspective du tétraèdre.
   - Calculer sa hauteur en fonction de a
   - Calculer son aire en fonction de a
   - Calculer son volume en fonction de a

3) On donne à l'arête les valeurs entières de 1 cm à 20 cm.
   Donner les valeurs de la hauteur, de l'aire et du volume en fonction de l'arête.
   On présentera les résultats dans un tableau.

4) Faire les représentations graphiques de la hauteur en fonction de l'arête, de l'aire en fonction de l'arête et du volume en fonction de l'arête.

5) Quelle est l'arête d'un tétraèdre de hauteur 10 cm ?
   Quelle est son aire ? Quel est son volume ?

6) <u>Problème</u> : On veut construire un berlingot qui a une capacité de 0,5L.

   a) Utiliser les graphiques précédents pour proposer une solution et faire des remarques.

   b) Par le calcul :
      Ecrire a^3 en fonction de V, puis remplacer V par la valeur donnée. Vérifier qu'une valeur approchée de a^3 est égale à 4242,6 .
      On ne sait pas calculer la racine cubique d'un nombre mais il est possible d'obtenir des approximations en faisant des essais successifs.
      Suivre le programme de calcul suivant :

- Encadrer 4242,6 par deux nombres entiers à la puissance 3. Et choisir une première estimation de a soit a_1
- $\sqrt{4242.6 \div a_1}$ donne une seconde valeur approchée a_2 de a.
- a_1 et a_2 sont deux valeurs approchées de a, une par excès, l'autre par défaut : leur moyenne a_3 donne une valeur approchée de a plus précise.
- Recommencer les calculs en remplaçant a_1 par a_3.

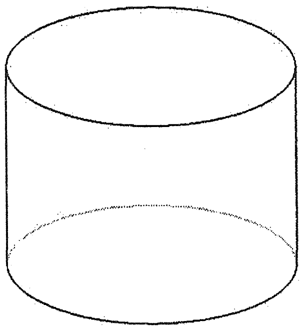
En utilisant un tableur trouver une valeur approchée de a satisfaisante.

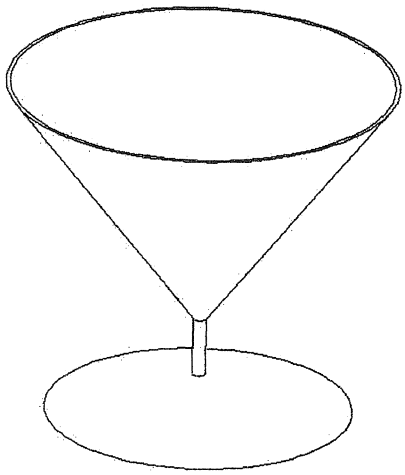
Graduation d'un verre

Niveau : $3^{\text{ème}}$ **Pré requis** : agrandissement-réduction **Durée** : 2h dont 1h en salle multimédia	**Objectifs** : - revoir les calculs de volumes ainsi que les constructions de patrons d'un cylindre et d'un cône -proportionnalité : exemple et contre exemple - lecture d'un graphique **Outils tableur** : assistant graphique

Le problème

On dispose de deux verres doseurs que l'on veut graduer. L'un est cylindrique de hauteur 6 cm et de rayon 4 cm, l'autre est conique de hauteur 8 cm et de rayon 6 cm. (il s'agit des dimensions intérieures)

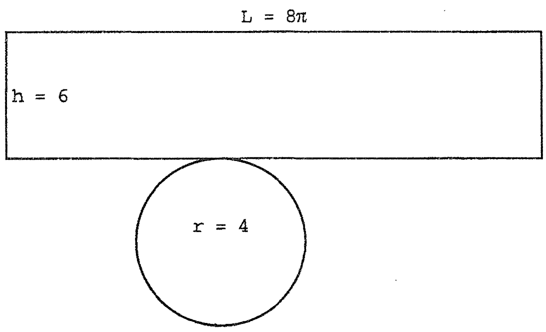


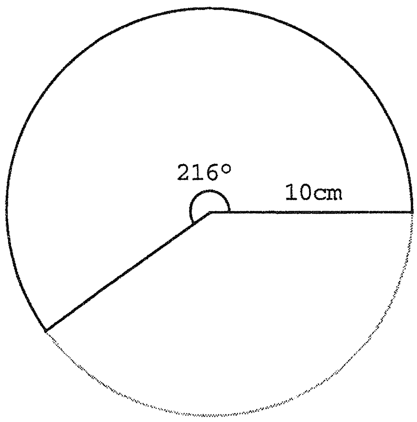


Construire un patron de chaque solide et le graduer de 50 cm^3 en 50 cm^3.

Première séquence

Confrontation des patrons apportés par les élèves et calculs de volumes.





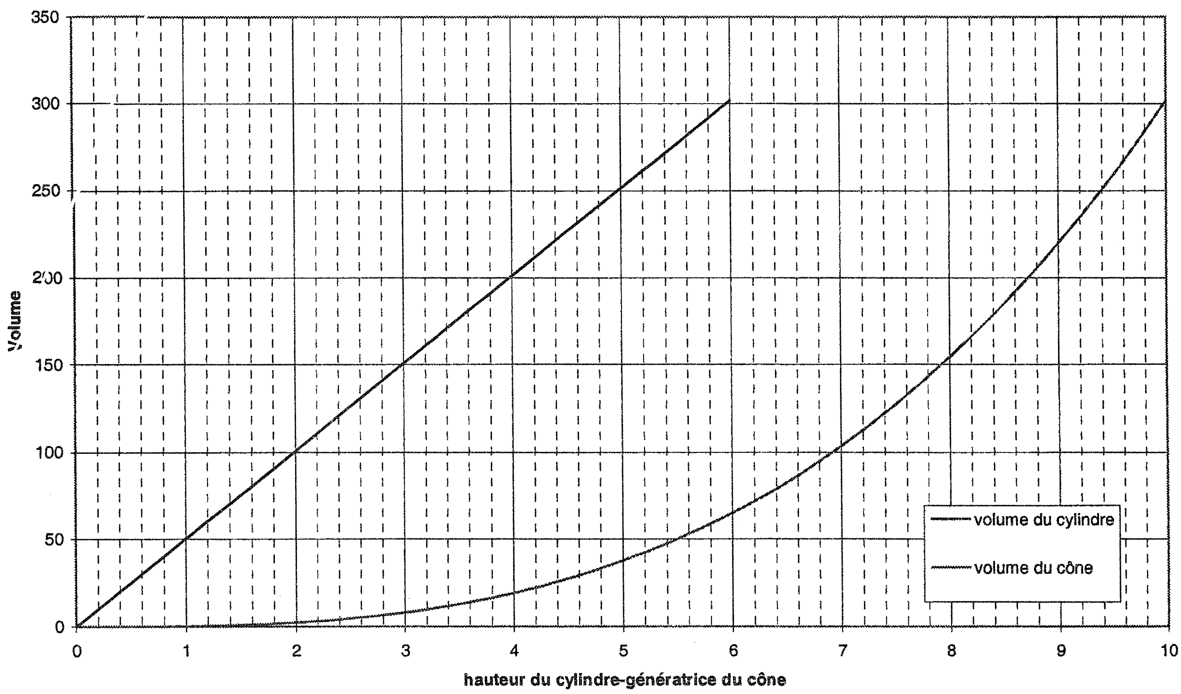
Le liquide versé dans un récipient prenant la forme de celui-ci, graduer un verre, c'est connaître, pour un volume donné, la hauteur pour le cylindre et la génératrice pour le cône. Il est important que les élèves comprennent, avant tout calcul, que les graduations sont régulières pour le cylindre et de moins en moins espacées pour le cône. On remarquera aussi que la hauteur du cylindre se confond avec sa génératrice et que dans les deux cas le problème revient à graduer une génératrice. En revanche, les difficultés techniques ne sont pas les mêmes.
Pour le cylindre, on obtient assez facilement la formule : $V = 16\pi h$

Pour le cône, afin d'éviter des calculs complexes pour un élève de 3ème, on utilisera les propriétés des agrandissements.

Le volume total est 96π, la génératrice vaut 10 et on a donc $\frac{V}{96\pi} = (\frac{g}{10})^3$ soit $V = 0{,}096\pi g^3$

Deuxième séquence : utilisation d'un tableur

On construit un tableau de valeurs donnant le volume en fonction de la génératrice puis un graphique que l'on exploitera ensuite.



Lecture du graphique : quelques remarques et questions diverses

– Attention aux bornes : de nombreux verres débordent !
– Les deux verres ont la même capacité, ce qui est loin d'être une évidence pour tout le monde.
– Retour au problème initial : graduer les patrons.
– Qu'est ce qu'un demi-verre ?

Chapitre 3

CALCUL ALGEBRIQUE
VARIABLES - FORMULES

Menhirs

Carrés magiques

Magicien

Conversion en euros

Niveau $4^{ème}$ $3^{ème}$

Les quatre activités de ce chapitre ne sont pas originales et ne nécessitent pas l'utilisation du tableur. L'outil informatique en a simplement changé l'approche.

- Il permet de voir autrement les notions de variable (par de nombreux essais) et de fonction (mise en relation d'un nombre et de son image, enchaînement d'opérations successives ou formules complexes).

- L'élève devant compléter chaque tableau est obligé de chercher la formule adéquate, il doit donc faire attention au sens des opérations.

- Le tableur ne se suffit pas, il faut toujours expliquer pourquoi cela marche si bien. Il faut alors étudier la formule algébrique, la développer ou la décomposer pour justifier la « magie », c'est alors l'occasion d'un débat en cours ou lors de la reprise du travail fait en salle multimédia.

- **Menhir**

  Utilisation de formules pour calculer la masse d'un menhir en fonction de la largeur de sa face et de son épaisseur. Y-a-t-il proportionnalité entre la masse et la hauteur, entre la masse et la largeur ? Résolution d'une équation.

- **Les carrés magiques**

  - Vérifier qu'un carré (4 × 4) est magique
  - Compléter un carré (4 × 4) pour qu'il soit magique
  - Recherche d'un carré (3 × 3) magique contenant les chiffres de 1 à 9

- **Magicien**

  - Utiliser un programme de calcul pour conjecturer
  - Décortiquer un calcul algébrique pour le programmer par étapes
  - Tester une identité

- **Conversion en euros**

  A l'aide de deux tableaux tester la phrase :
  « Pour obtenir une valeur approchée en euros d'un montant donné en francs il suffit de prendre le montant donné en francs et de lui ajouter la moitié de sa valeur et il ne reste plus qu'à diviser par 10. »

Menhirs
(Fiche professeur)

Niveau : $4^{ème}$ Durée : 1 h. Matériel : - salle multimédia - calculatrices et vidéoprojecteur Pré requis : compréhension de l'écriture algébrique	Objectifs : - donner du sens au calcul algébrique - utilisation d'une formule comme programme de calcul - proportionnalité - moyenne arithmétique - résolution d'équations par calculs successifs et dichotomie Outils tableur : calculs simples, parenthèses, carrés

Sources : activité proposée dans le manuel de $4^{ème}$ -Pythagore Hatier

Commentaire:

Cette activité comporte des formules compliquées; elle peut être lourde à traiter en classe avec seulement des calculatrices.
L'ordinateur permet d'accélérer et de vérifier les calculs, d'affiner les résultats, de multiplier les essais et enrichir le débat dans la classe avec des données communes.

Pour un gain de temps, les formules, peuvent avoir été pré-enregistrées par le professeur sur le tableur de la classe.

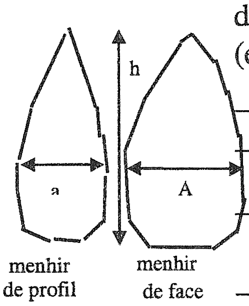
En salle multimédia, au contraire, l 'objectif peut être d'amener les élèves à analyser les formules pour les programmer eux-mêmes.

Tableau des valeurs obtenues...

	h	A	a	m1	m2	m3	m4	m5	m
le grand menhir	21	10,5	9,5	1987	1997	1981	2006	1988	1992
le petit menhir	16	6,5	5	493	536	501	522	530	516
	42	10,5	9,5	3975	3994	3962	4012	3976	3984
	42	21	19	15899	15975	15847	16049	15902	15935
	21	21	9,5	3975	6248	4821	5643	5888	5315
	10	15	8	1139	1573	1285	1446	1508	1390
	21	15	8	2391	3303	2698	3037	3167	2919
	18	15	8	2049	2831	2313	2603	2714	2502
	17,5	15	8	1992	2752	2249	2531	2639	2433
	17,9	15	8	2038	2815	2300	2589	2699	2488
	17,95	15	8	2044	2823	2306	2596	2707	2495
	17,985	15	8	2048	2829	2311	2601	2712	2500

Aide : aperçu des formules utilisées sans recours aux puissances ni carrés.
=0,302×PI()×B2×C2×D2
=0,306×B2× (2×C2×C2+D2×D2)
=PI()×B2/10 ×(C2×C2+D2×D2+C2×D2)
=PI()×B2/30 ×(5×C2×C2+4×D2×D2)
=1,22×B2× (0,4×C2×C2+0,2×C2×D2+0,15×D2×D2)

Menhirs
(Fiche élève)



<u>Les formules magiques du livreur de menhirs</u>

Afin de connaître la masse M (en kilogrammes) du menhir qu'il doit fournir, le livreur de menhirs applique l'une des formules suivantes, dans lesquelles A est la largeur de face, a la largeur de profil (épaisseur), h la hauteur exprimées en décimètres.

– La formule de Lutèce : $m_1 = 0{,}302\pi hAa$

– La formule pictave : $m_2 = 0{,}306h(2A^2 + a^2)$

– La formule arverne : $m_3 = \frac{\pi h}{10}(A^2 + a^2 + Aa)$

– La formule de Guy l'an neuf : $m_4 = \frac{\pi h}{30}(5A^2 + 4a^2)$

– La formule armoricaine : $m_5 = 1{,}22h(0{,}4A^2 + 0{,}2Aa + 0{,}15a^2)$

I. Deux modèles sont à livrer :

a) un grand menhir h = 21 dm A = 10,5 dm a = 9,5 dm

b) un petit menhir h = 16 dm A = 6,5 dm a = 5 dm

Calculer, au kilogramme près, la masse de ces deux menhirs à l'aide des 5 formules, puis donner une estimation moyenne à partir des cinq résultats.

	H (dm)	A (dm)	A (dm)	m_1 (kg)	m_2 (kg)	m_3 (kg)	m_4 (kg)	m_5 (kg)	moyenne
le grand menhir	21	10,5	9,5						
le petit menhir	16	6,5	5						

II. On se demande si la masse des menhirs est proportionnelle à leur hauteur. Doublez la hauteur seule. Que deviennent les masses ? et la moyenne ?

III. Et si on double à la fois h, A et a ?
Décrivez l'expérience numérique que vous ferez pour répondre à cette question.

IV. La masse des menhirs est-elle proportionnelle à sa largeur A ?
Décrivez l'expérience numérique que vous ferez pour répondre à cette question.

V. Essayez de trouver la hauteur d'un menhir de largeur A = 15 dm et a = 8 dm pesant 2500 kg.
– en tâtonnant avec l'aide du tableur.
– en posant une équation : quelle équation ? Développer sa résolution.

Carrés magiques
(Fiche professeur)

Niveau : 4ème ou 3ème Matériel : salle multimédia Durée : 3 h (environ 1 h par fiche)	Objectifs : - prise en main d'un tableur - calcul littéral - résoudre un vrai problème (fiche 3) Outils tableur : addition, soustraction

Cette activité peut être une introduction ludique à l'utilisation du tableur (aussi bien par les élèves que par l'enseignant). Elle est aussi une bonne introduction au calcul algébrique : le tableur obligeant l'élève à écrire une formule (ce qu'il ne fait pas autrement avec les carrés magiques).

Avertissements :

Ce n'est pas une activité facile (surtout si c'est la première utilisation du tableur pour résoudre un problème mathématique).

La durée des séquences est en fait très variable. Elle dépend du nombre d'élèves présents dans la salle et de l'habitude qu'ils ont de l'utilisation du tableur.

Fiches 1 et 2 : durée 50 minutes à une heure chacune.

On peut arriver avec un carré magique déjà installé sur chaque poste, mais on peut aussi faire tout construire par l'élève.

Pour les formules calculant les sommes on peut utiliser la fonction « copier-coller » mais ce n'est pas indispensable pour cette activité.

Les élèves ont beaucoup de mal à écrire des formules dans les cellules. Souvent il font le calcul dans leur tête (voire même avec leur calculatrice ...) et ils mettent le nombre trouvé dans la cellule. Il n'est pas rare d'effacer tout le travail de l'élève pour lui dire de mettre des formules dans chaque cellule.

On peut compléter cet exercice en remplaçant les nombres par des puissances d'un même nombre.

Fiche 3 : durée une heure.

Avec cette fiche, on peut voir la puissance de tableur dans le cadre de la résolution d'un vrai problème. Celui-ci n'est pas exigible bien sûr, mais il est tellement peu connu par les élèves que c'est peut-être une occasion de leur montrer que l'on peut faire des mathématiques uniquement pour les mathématiques.
Il y a un cas pour lequel l'élève ne peut pas compléter le carré en entier. Cela peut-être intéressant de ne pas les prévenir, il faut alors choisir les deux premiers nombres d'une autre manière.
Remarque : cette fiche dépend du niveau de la classe. Il est arrivé qu'elle n'ait été étudiée que par certains élèves, les autres n'ayant pas eu le temps d'aller plus loin.

Carrés magiques
(Fiche élève n° 1)

Rappel : un carré est dit magique si la somme des nombres sur chaque ligne, chaque colonne et sur chaque diagonale est la même.

Tu as à l'écran un carré comme celui représenté ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3			16	3	2	13			
4			5	10	11	8			
5			9	6	7	12			
6			4	15	14	1			
7									
8									

Complète les cellules vides en mettant des formules permettant de calculer les sommes qui permettent de vérifier que le carré est magique.
Au fur et à mesure que tu entres les formules recopie-les dans le tableau ci-dessous.

Nom de la cellule	Formule

Carrés magiques
(Fiche élève n° 2)

<u>Rappel</u> : un carré est dit magique si la somme sur chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale est la même.

Tu as à l'écran un carré comme celui représenté ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3			**6**		**-8**					
4				**0**	**1**					
5			**-1**	**-4**	**-3**					
6			**-6**			**-9**				
7										
8										

Complète, <u>en utilisant le tableur</u>, le carré pour qu'il soit magique.

Pour cela il faut remplir les cellules vides en y mettant **<u>une formule de calcul, (pas un nombre</u>**), celle qui permet de trouver le nombre manquant dans le carré ou celle qui permet de vérifier que le carré est magique dans les cellules autour du carré.

Pour se souvenir des nombres du départ, il faut les laisser seuls en caractère gras.

Au fur et à mesure que tu entres une formule sur le tableur recopie la ci-dessous avec le nom de la cellule correspondant.

Puis quand le carré magique sera complété, recopie les nombres dans le carré ci-dessus.

Nom de la cellule	Formule écrite dans la cellule

Carrés magiques
(Fiche élève n° 3)

Nous allons maintenant essayer de créer un carré magique de 9 cases en utilisant les nombres 1, 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 et 9 et en ne les utilisant qu'une fois chacun

.

Le carré est comme celui-ci :

				x
a	b	c		x
d	e	f		x
g	h	i		x
x	x	x		x

A) <u>Cherchons la valeur commune à chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale</u> :

Complète : $a + b + c + d + e + f + g + h + i = 1 +$..$+9$

$a + b + c + d + e + f + g + h + i =$ ....

Chaque ligne donne la même somme « x » donc : $x + x + x$ = ...

d'où : .... = ...

soit : $x =$ ....

<u>La somme de chaque ligne, chaque colonne chaque diagonale est</u> : ....

B) <u>Cherchons la valeur de la case centrale</u> : e

Complète : $a + e + i =$ ....

$d + e + f =$ ......

<u>$g + e + c =$ ......</u>

donc : $a + d + g + 3e + i + f + g$ = ...

$15 \quad + 3e + \quad 15$ = ...

$3e + 30$ = ...

$3e$ = ...

e = ...

C) <u>Utilisons le tableur</u> :

Tu as à l'écran un carré vide comme celui présenté au début de la fiche.

Pour pouvoir compléter ce carré, il faut avoir 3 nombres au départ, <u>mais il ne faut pas les prendre sur la même ligne ou la même colonne ou la même diagonale.</u>

– Il faut écrire .... dans la case centrale ; le mettre en caractère gras.

– Il reste à choisir 2 cases et on y met dedans les nombres que l'on veut (parmi la liste donnée). Mettre ces nombres en caractère gras pour pouvoir se souvenir des cases remplies au départ.

– La somme commune est : ....

– Programme le tableur pour calculer toutes les sommes puis pour calculer les nombres manquants.

Au fur et à mesure que tu entres les formules sur le tableur recopie-les ci-dessous.

Nom de la cellule	Formule écrite dans la cellule

– Il ne reste plus qu'à changer les valeurs des 2 nombres choisis au départ jusqu'à ce que le carré soit magique avec les nombres de 1 à 9 pris une fois chacun.

– Recopie ici le carré que tu as trouvé. Tu peux essayer d'en trouver d'autres.

Magicien
(fiche professeur)

Niveau : $4^{ème}$ – 3ème durée : 1h en salle multimédia Compte rendu écrit demandé	Objectifs : - illustration du passage du calcul numérique au calcul littéral. - notion de variable : multiplier les simulations - mettre à jour les formules de calcul - conjecturer, vérifier, avant de démontrer - décomposer une formule, priorités opératoires Outils tableur : - séries ; racine carrée ; puissance ; partie entière - facultativement: fonction ALEA pour générer des nombres aléatoires.

Commentaires :
Ces activités ne sont pas originales.
L'utilisation du tableur change l'approche du calcul algébrique en accélérant et en multipliant les calculs. Les élèves donnent eux-même des valeurs nombreuses à la variable. Avant de "passer à x", ils ont commencé de formuler une conjecture, et la lettre x permettra alors un raccourci du raisonnement pour expliquer le "truc" des programmes magiques.

La programmation étant très rudimentaire, l'essentiel consistera à programmer les cellules pour une première valeur de x, puis copier et coller les formules sur un grand nombre de lignes.
On pourra donner les valeurs de x une à une, ou créer une série, ou encore créer automatiquement des valeurs avec la fonction aléatoire (ALEA () du tableur)...

La fiche élève demande la rédaction d'un compte-rendu et nécessite une exploitation en classe entière de leurs conclusions.

Niveau $4^{ème}$
Les premiers "programmes magiques" reviennent à une opération simple ou à une constante.
Ils amènent les élèves à formuler une conjecture, et à traduire chaque programme par une expression algébrique de la variable x.
Dans les derniers cas, ce sera à l'élève de traduire une expression par une suite de calculs respectant les priorités opératoires, puis programmer ces calculs.

Niveau $3^{ème}$

Même démarche qu'en $4^{ème}$; les programmes contiennent des carrés et s'expliquent par des égalités remarquables.
D'autres exercices utilisent le tableur pour tester l'identité d'expressions algébriques : le tableur permet de tester, de comparer les valeurs résultant des expressions pour de nombreuses valeurs de x.
Les élèves vont peut-être mieux comprendre que l'on cherche alors à démontrer que c'est vrai "quel que soit x"...

Complément pour les professeurs

Si on aime les algorithmes historiques, il y en a d'autres très curieux...pas toujours faciles à programmer sur le tableur.

Mini-algorithme de la division par 7 et 11 et 13.

– *Prendre un nombre de la forme xyz xyz ou prendre un nombre de trois chiffres et l'écrire à côté de lui-même pour obtenir un nombre de 6 chiffres.*
– *le diviser par 7*
– *diviser le résultat par 11*
– *diviser ce nouveau résultat par 13*

Comment générer sur le tableur des nombres de cette forme? Que trouve-t-on ? Démontrer la propriété .

Algorithme de Kaprekor

– *Prendre un nombre de 4 chiffres non tous égaux*
– *ranger les chiffres dans l'ordre décroissant de la gauche à la droite*
– *retourner le résultat*
– *calculer la différence des deux derniers nombres*

Le résultat est un nombre de 4 chiffres, avec lequel on recommence.
La programmation de cet algorithme est peut-être un défi ... difficile!

Le théorème chinois (voir fiche élève 3$^{\text{ème}}$) permet de refaire de l'arithmétique...même si on utilise les fonctions QUOTIENT et RESTE :

"Choisis un nombre entier entre 0 et 104. Je vais le deviner en te posant trois questions :
– divise ton nombre par 3 et dis moi quel est le reste (a)
– divise ton nombre par 5 et dis moi quel est ton reste (b)
– divise ton nombre par 7 et dis-moi quel est ton reste (c)"

Mon secret pour trouver le nombre x : je calcule 70a + 21b + 15c, puis je le divise par 105.

n	reste par 3	reste par 5	reste par 7	70a + 21b+ 15c	reste par 105
1	1	1	1	106	1
2	2	2	2	212	2
3	0	3	3	108	3

Magicien 
(fiche élève 4ème)

Programme le tableur pour savoir ce qui va se passer si Max, Vincent et les autres, prennent des nombres abominables comme 2378987 ou (–0, 012345) ou 1 111 111 111...

N.B. Chaque étape du calcul correspond à une colonne du tableur.

Fais un compte-rendu de ton programme et de tes conclusions

Programme 1 Vincent dit à Max :
– "Prends un nombre, retranche 175, double le résultat, ajoute le nombre de départ augmenté de 35, divise le résultat par 3. Dis moi ce que tu trouves, je te dirai quel était ton nombre au départ".
– "Impossible que tu le trouves" dit Max qui pense déjà le piéger avec des nombres comme 6975 ou 0,000 085 ou 33 699 ou (– 12,72) ou (– 12 788 888) .... ou pire encore!
Qu'en penses-tu? Tu n'as qu'à essayer...avec ces nombres ou d'autres en programmant le tableur.

Programme 2 A mon tour, dit Max à Vincent
– "Choisis un nombre non nul, ajoute 13, multiplie le résultat par 8, retranche 104 au résultat, divise la différence obtenue par le nombre de départ. Ca y est ? Je sais combien tu trouves !
– Mais, dit Vincent, c'est impossible ! – Tu trouves ... (chut, pas trop fort) – C'est vrai, reconnaît Vincent. Attends, je recommence... "
Que va-t-il se passer ?

Programme 3 L'astuce de David
David connaît une astuce pour trouver l'âge des gens sans le leur demander directement. Il dit à son grand-oncle: " Multiplie ton âge par 3, puis enlève 1 au résultat, multiplie ce dernier nombre par 3 et ajoute ton âge."
Trouve l'astuce de David.

Programme 4 Au tour de Victor
"Choisis un nombre entier relatif, multiplie le par (–11), ajoute 5, multiplie par 9, retranche le nombre de départ augmenté de 45. Divise enfin le résultat par 100".

Programme 5 Nadia fait plus fort
"Choisis trois nombres d'un chiffre, multiplie le premier par 2, ajoute 3, multiplie par 5, ajoute 7 puis ajoute le 2ème de tes 3 nombres, multiplie par 2 la somme obtenue, ajoute 3, multiplie par 5,ajoute au résultat le 3ème de tes 3 nombres et pour finir retranche 235. Je connais tes 3 nombres!"

Programme 6 *Fanny, qui les a écoutés, décide de les ridiculiser avec un petit bout de papier sur lequel elle a écrit ça: $[9(-11x + 51) - (x + 459)] : x$*
" Allez-y, prenez un nombre chacun, mais pas zéro. Multipliez le par 11"...(elle a dit la suite à voix basse, je n'ai plus rien entendu. Mais elle a terminé en disant : ."De toutes façons, je sais combien vous trouvez !")
Vincent ne la croit pas et programme vite ce calcul sur son tableur...
Quelle est la suite des instructions à dicter pour effectuer ce calcul?
Que trouvent–ils ? Pourquoi Fanny était-elle si sûre d'elle?

Programme 7 *ProfdeGéo avait posé à ses élèves la question suivante :*
" Cette année-là, il y eut une inflation de 9%. Combien coûtera un litre de gasoil vendu avant la hausse à 0,85 € ?"
– "Je sais, dit Franck, je prends le prix, je le multiplie par 9, je divise par 100, j'ajoute le résultat au vieux prix"
– "Trop long, dit Léa, moi je multiplie par 1,09 " – "Hein, quoi, c'est pas pareil ! – " Tu n'as qu'à essayer avec un tableur et des milliers de prix, tu verras ! "

Magicien 
(fiche élève 3ème)

a) Programmer le tableur pour savoir, comme Léa, Charlotte, Pierre et les autres, ce qui va se passer en prenant des nombres abominables. Renouveler au moins 15 fois l'essai pour chaque programme.
b) Rédiger un compte-rendu de l' expérience :
formules utilisées, tableau des résultats, justification algébrique ou arithmétique des conclusions.

N.B. Programmation du tableur :
Une étape du calcul par colonne du tableur.
Utiliser les fonctions RACINE() et PUISSANCE(;).
On peut choisir les nombres un par un mais le tableur peut les créer automatiquement (série arithmétique, ou bien ajouter un pas constant à partir de n'importe quel nombre... ou bien utiliser la fonction aléatoire : ALEA () qui donne un nombre compris entre 0 et 1. C'est amusant... En le multipliant par 100, on obtient un nombre décimal compris entre 0 et 100. ENT(...) donne sa partie entière.

Programme 1 Léa dit à Charlotte :
"Choisis un nombre entier, calcule le produit du nombre précédent par le nombre suivant; élève au carré le nombre de départ; retranche à ce carré le produit que tu viens de trouver. Bon, tu y es? Alors je sais combien tu as trouvé".

Programme 2 Charlotte a tout compris! Elle propose à son tour à Léa :
"Choisis un nombre positif, multiplie la somme de ce nombre et 11 par la différence de ce nombre et 11; ajoute 121 au résultat. Prends la racine carrée du dernier nombre obtenu.

Programme 3 3 Voici Pierre... les filles lui proposent un truc encore plus curieux :
"Prends un nombre positif, ajoute 12, multiplie ce résultat par ton nombre, ajoute 36 puis extrais la racine carrée et retranche 6 pour terminer."
Pierre prend sa calculatrice, il exécute le programme avec 107, mais il se retrouve avec ......(Chut!) Et il recommence avec 207, 307, 407...En fait, il veut voir encore plus loin et il prend la place de Charlotte sur le tableur. Il construit dans la première colonne la série de ses nombres allant de 100 en 100... Il programme les autres colonnes. Son idée se vérifie. Il ne lui reste plus qu'à l'expliquer.

Programme 4 Jérôme lui en propose un autre :
"Prends un nombre non nul, effectue le produit de la somme de ce nombre et 12 par la différence de ce nombre et 5, ajoute 60, divise alors le résultat par ton premier nombre et retranche 7."
Pareil ? Pierre programme une série qui commence par –8,37 et augmente de 0,1 à chaque ligne...
Programme comme lui l'ordinateur et regarde. Peux-tu expliquer le résultat?

Programme 6 Pendant ce temps, les filles ont composé une formule magique :
$\sqrt{(n+99)(n-101)+2n+9999}$
Quel programme de calcul vont-elles dicter ? Et ça donne quoi ? Peut-on prendre un nombre négatif ?

Programme 7 Salut les cracs! dit Thomas. J'ai un problème. Faut que vous m'aidiez.
On me demandait de développer l'expression $(2x-1)^2-(7x+2)^2$ *J'ai trouvé:* $-45x^2+24x+5$ *mais Virginie a trouvé :* $-45x^2-32x-3$
Avec votre tableur, pouvez-vous vérifier qui a raison ?

Programme 8 Le "théorème Chinois" (IIIème ou IVème siècle) a été reformulé par Fibionacci (Pise, 1202)
" Choisis un nombre entier entre 0 et 104. Je vais le deviner en te posant trois questions :
– divise ton nombre par 3 et dis-moi quel est le reste (a)
– divise ton nombre par 5 et dis-moi quel est ton reste (b)
– divise ton nombre par 7 et dis-moi quel est ton reste (c)"
Mon secret pour trouver le nombre x: je calcule 70a + 21b + 15c, puis je le divise par 105. Le reste est x.

Conversion en Euros
(Fiche professeur)

<u>Niveau</u> : 4ème <u>Durée</u> : 1 h en salle multimédia	<u>Objectifs</u> : - initiation au calcul algébrique - proportionnalité - arrondir un nombre <u>Outils tableur</u> - les quatre opérations - format des nombres (arrondi)

Cette fiche a été utilisée en classe de 4ème (24 élèves et 15 ordinateurs).

L'activité est prévue pour une heure. La majorité des élèves n'a construit que le premier tableau ; quelques uns ont terminé la fiche.
Pour la correction en classe, il suffit de prendre le travail d'un élève et de le photocopier ou de le projeter.

Le choix est laissé aux élèves sur le nombre de colonnes à construire en précisant sur l'exemple qu'il y a trop, ou pas assez, de colonnes :

Certains ont utilisé trois colonnes : → A2 / 2 puis B2 + A2 et enfin C2 / 10

D'autres deux colonnes : → A2 / 2 + A2 et B2 / 10

Enfin certains n'ont mis qu'une seule formule : → (A2 / 2 + A2) / 10

Conversion en Euros
(Fiche élève)

Pour obtenir une valeur approchée en Euros d'un montant donné en francs on nous dit :
Il suffit de prendre le montant donné en francs auquel on ajoute la moitié de la valeur et il ne reste plus qu'à diviser le résultat par 10.
Nous aimerions le vérifier.

Pour cela on va construire deux tableaux de calcul :

1) Ouvrir sur le tableur une feuille de calcul.

2) Construire un tableau comme ci-dessous avec le nombre de lignes et de colonnes que tu souhaites.

	A	B	C	D	E	F
1	Valeur en francs					Valeur approchée en euros
2	1					
3	2					
4	5					
5	10					
6	100					
7	20					
8	500					
9	32.5					
10	2000					
11	456					
12						
13						

Ecris une formule de calcul dans chacune des cellules des colonnes B, C, D... F.

Remarque : il suffit d'écrire les formules sur la première ligne et il ne reste plus alors qu'à les copier en utilisant les fonctions « copier » « coller » du tableur.

Recopie ci dessous les formules écrites dans la ligne 2 :

Nom de la cellule	Formule tapée dans la cellule
B2	
C2	

Rappel : une fois le calcul fait, il faut arrondir le résultat à 2 chiffres après la virgule. Il faudra donc que les nombres de la dernière colonne soient arrondis comme demandé. Pour cela il faut modifier le **format de la cellule** ou du nombre (à chercher dans la barre d'outils) en précisant de fixer 2 décimales.

3) Il reste maintenant à construire un second tableau permettant de calculer la valeur exacte de la conversion en Euros et on pourra ainsi comparer les nombres des colonnes F et J .

Rappel : 1 € = 6,55957 F

Une fois le calcul fait il faut arrondir le résultat à 2 chiffres après la virgule.

I	J
Valeur en francs	Valeur en euros
1	
2	
5	
10	
100	
20	
500	
32.5	
20000	
456	

Ecris ici la formule mise dans les cellules de la colonne J :

Nom de la cellule	Formule tapée dans la cellule

Il ne reste plus maintenant qu'à comparer les résultats des dernières colonnes de chaque tableau pour voir si l'affirmation proposée est vraie ou non.

Comment prouver ceci par un calcul ?

Chapitre 4

STATISTIQUES
GESTION DE DONNEES
POURCENTAGES

Lancers de dés

Inégalité triangulaire

Populations françaises en 1801 et 1988

Sondage taille

Vitesse et distance d'arrêt d'un véhicule

Les activités proposées dans cette partie sont très variées et couvrent à la fois l'introduction aux probabilités et la statistique. Les deux premières activités, les dés et l'inégalité triangulaire, permettent d'introduire la simulation et les générateurs de nombres aléatoires. La représentation de l'histogramme des résultats obtenus par simulation dans le cas de la somme de deux dés, le calcul de la moyenne empirique permet de percevoir aussi la notion de fluctuations d'échantillonnage. Pour estimer la probabilité de pouvoir construire un triangle avec les longueurs de côté prises au hasard, la simulation, facile avec un tableur, s'impose.

Les trois dernières activités de cette partie sont consacrées à la gestion des données et à la statistique.

Au cours de l'activité autour de la population française, pour répondre aux questions posées, il faut définir de nouvelles variables, trouver des représentations graphiques pertinentes. On aurait pu utiliser les boîtes à moustaches pour comparer la distribution de la population dans les départements en 1801 et en 1988.

L'activité sondage oblige les élèves à collecter leurs données pour répondre aux questions posées. Il s'agit là du déroulement d'une activité de statistique depuis le début avec les aspects rébarbatifs que cela peut avoir, notamment en ce qui concerne le recueil et la saisie de données.

La dernière activité est une activité de lecture de graphiques et de mise en évidence de relation entre deux variables.

Lancers de dés

Cette activité n'est pas nouvelle. Elle est proposée dans « STATISTIQUE AU COLLEGE » document de l'IREM de Rennes d'octobre 1992. Elle plaît toujours autant aux élèves.
L'apport d'un tableur est double : d'une part, Il facilite les calculs de fréquence et la construction d'un graphique en barres ; d'autre part, c'est un outil commode de simulation permettant une approche de la notion d'échantillon.

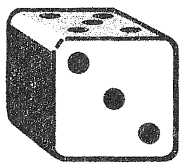
<u>Niveau</u> : 4ème <u>Durée</u> : 2h dont 1h en salle multimedia <u>Matériel</u> : classe entière et vidéoprojecteur pour la deuxième partie.	<u>Objectifs</u> : calcul de fréquences à partir d'une expérience et comparaison au modèle théorique <u>Outils tableur</u> : - recopie - somme - format d'un nombre (%) - références absolues, relatives et mixtes (feuille prof) - graphique en barres - tirages aléatoires (feuille prof)

Première partie

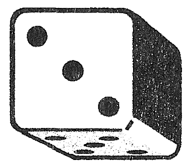
a) Travail de préparation à la maison : lancer 2 dés et noter la somme des points obtenus. Répéter l'expérience une cinquantaine de fois. Peut-on faire des paris sur le résultat le plus fréquent ?

b) Recueillir dans un tableau les résultats de chaque élève. Cela peut se faire directement en salle multimédia. C'est un excellent exercice d'écoute et d'attention.

Extrait feuille tableur



Jouons aux dés



On dispose de deux dés : l'un est rouge, l'autre est bleu.
On lance les deux dés simultanément et on note le total des points obtenus.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	total
1 *Julien*												
2 *Romain*												
… ……												
24 *Marina*												
25 *Vincent*												
26 *Laëtitia*												
total												
fréquence en %												

Résultats :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
7														
8			2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	total
36	total		65	123	146	239	235	281	216	192	182	89	78	1846
37	fréquence en %		3,5%	6,7%	7,9%	12,9%	12,7%	15,2%	11,7%	10,4%	9,9%	4,8%	4,2%	100,0%

Examinons le contenu de certaines cellules :

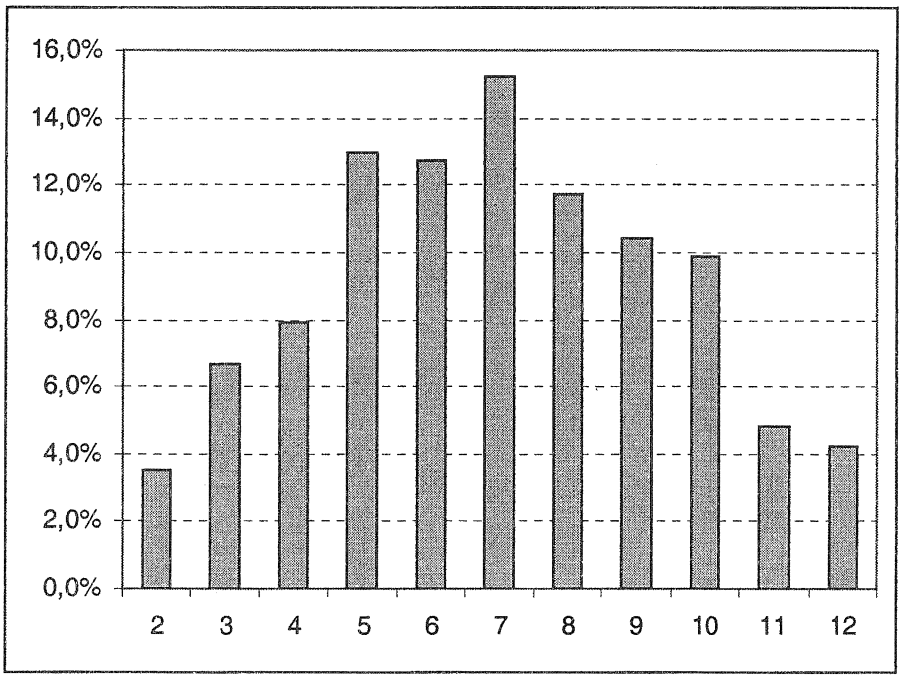
Cellule C36 → = somme(C9 : C35) formule à recopier vers la droite
Cellule N36 → 2 formules possibles : soit une somme en ligne, soit une somme en colonne
Cellule C37 → Plusieurs possibilités :

= (C36 / 1846)× 100 → 3,5
= C36 / 1846 → 3,5% à condition d'avoir formaté la cellule

= C36 / N36 → 3,5 ou 3,5%
La recopie vers la droite entraîne une erreur

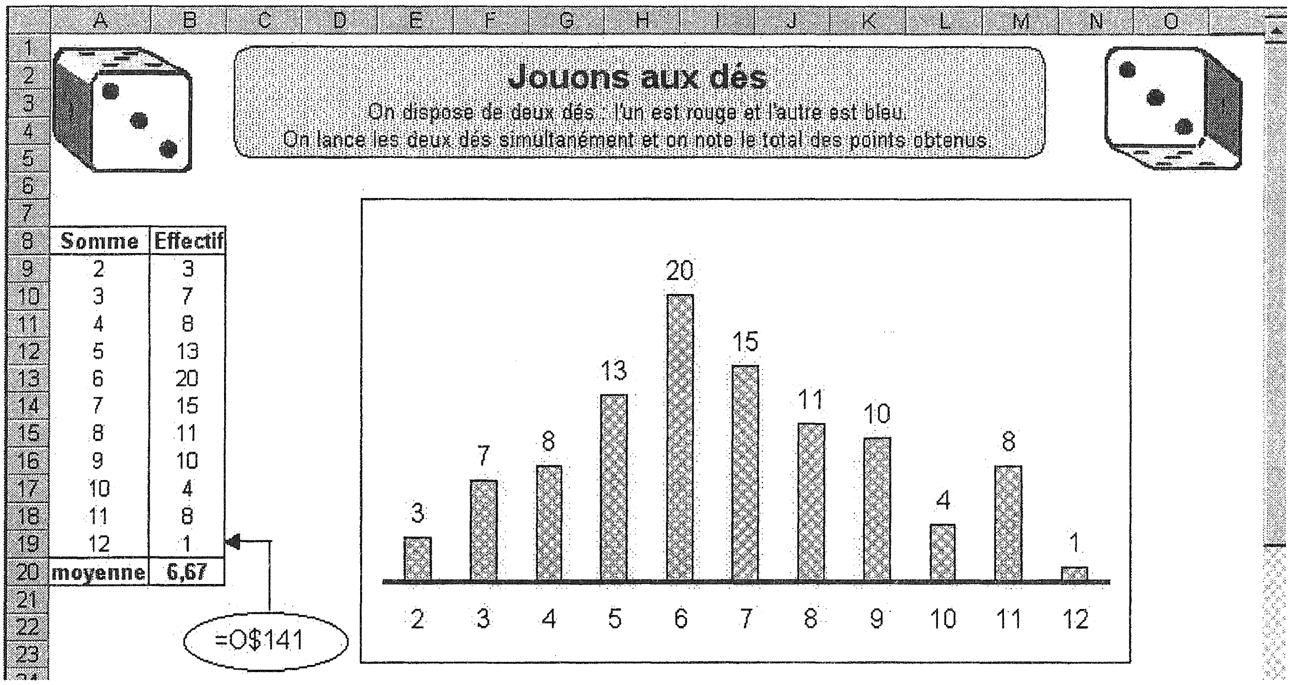
= C36 / \$N\$36
Pas de problème lors de la recopie.
La valeur de N36 est fixée par les \$
Fixer la colonne suffirait mais à éviter au collège

Graphique en barres

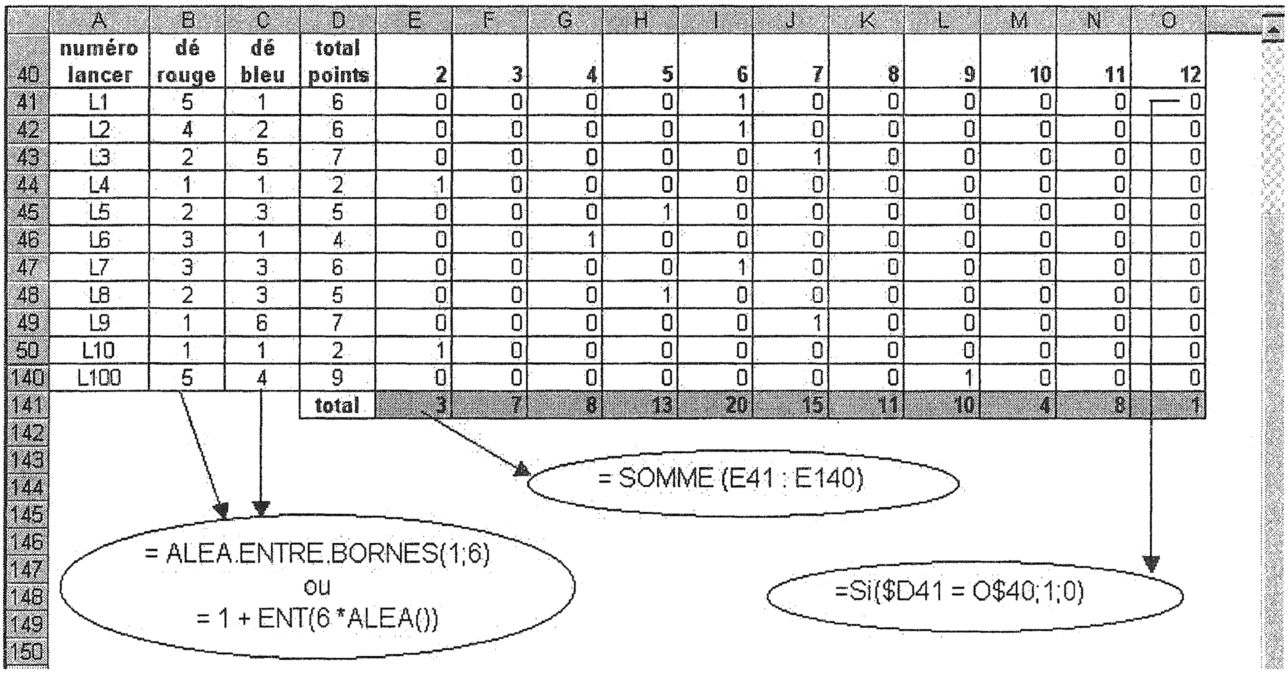


Deuxième partie : simulation réalisée par le professeur

Sur une même feuille de calcul figurent un tableau visible par les élèves, un graphique lié au tableau et un second tableau masqué aux élèves qui contient les tirages aléatoires simulant le lancer de 2 dés. A l'appui sur une certaine touche (F9), les tirages sont modifiés et l'ensemble s'actualise.



Somme	Effectif
2	3
3	7
4	8
5	13
6	20
7	15
8	11
9	10
10	4
11	8
12	1
moyenne	6,67



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
40	numéro lancer	dé rouge	dé bleu	total points	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
41	L1	5	1	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
42	L2	4	2	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
43	L3	2	5	7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
44	L4	1	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	L5	2	3	5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
46	L6	3	1	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
47	L7	3	3	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
48	L8	2	3	5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
49	L9	1	6	7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
50	L10	1	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
140	L100	5	4	9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
141				total	3	7	8	13	20	15	11	10	4	8	1

Cette feuille a été construite avec les fonctions de base des tableurs. Il est possible d'utiliser des outils plus performants comme les « Tableaux croisés dynamiques » d'excel qui facilitent la réorganisation de données.

Voir la copie d'écran page suivante

L'échantillon a changé de dimension. La moyenne empirique (calculée à partir des données) est plus stable, se rapproche de la moyenne théorique qui est 7 et le graphique devient plus « normal »,.

numéro lancer	dé rouge	dé bleu	total points
L1	2	6	8
L2	6	2	8
L3	6	6	12
L4	3	3	6
L5	1	3	4
L6	6	6	12
L7	1	3	4
L8	1	2	3
L9	1	6	7
L10	1	2	3
L11	3	3	6
L12	1	5	6
L13	2	4	6
L14	5	1	6
L15	1	4	5
L16	1	6	7
L17	5	5	10
L18	2	1	3
L19	5	1	6
L20	5	1	6
L21	4	2	6
L22	5	6	11
L23	4	6	10
L24	2	3	5

Répartition	
points	Somme
2	30
3	68
4	80
5	110
6	134
7	159
8	127
9	107
10	88
11	65
12	32
Total	1000
moyenne	7,01

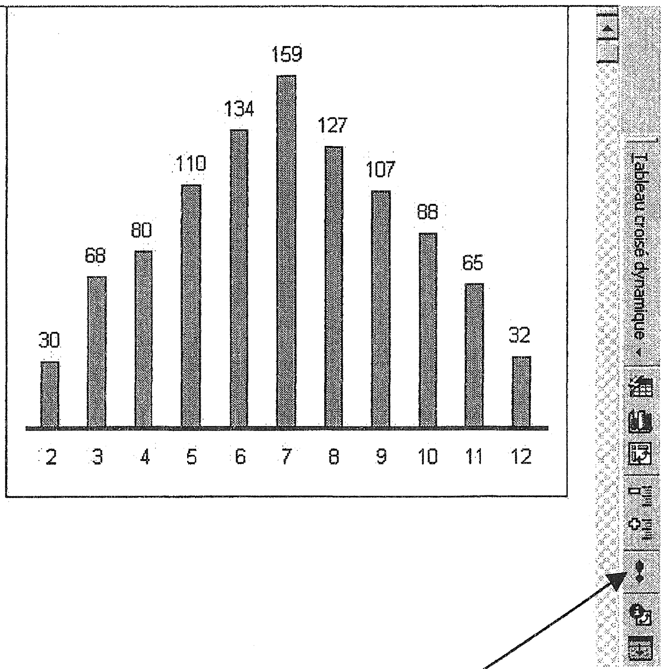


Tableau croisé dynamique

Bouton de recalcul

Troisième partie *: explication théorique*

Elle consiste à construire une table d'addition et à calculer le quotient :
Nombre de cas favorables / Nombre de cas possibles.

+	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La probabilité d'obtenir un total de 7 points est donc 6/36 soit 16,7%
À rapprocher des 15,9% du graphique ci-dessus

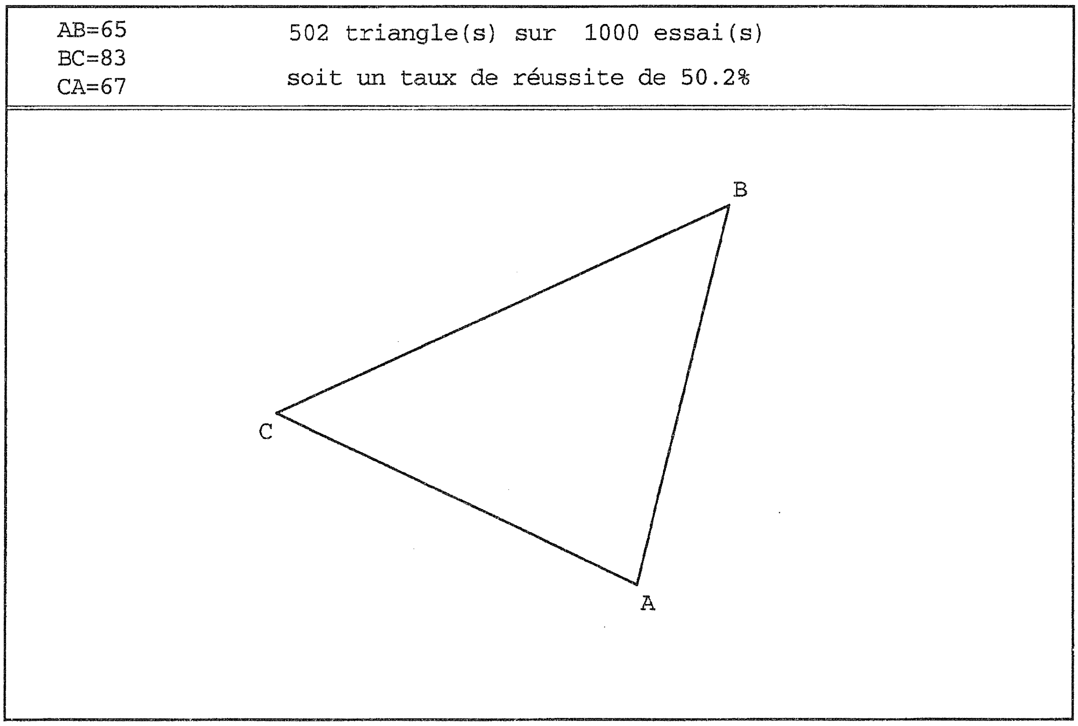
Inégalité triangulaire

Niveau : $4^{\text{ème}}$ Durée : 1h en salle multimédia Matériel : vidéo projecteur pour la présentation géoplan	Objectifs : - revoir l'inégalité triangulaire étudiée en $5^{\text{ème}}$ - manipuler et tester des inégalités - utiliser un générateur aléatoire - découvrir un résultat inattendu * Outils tableur : - recopie - tirages aléatoires - utilisation des filtres d'excel ou des fonctions de tri

* On démontre que la probabilité de pouvoir construire un triangle avec 3 longueurs prises au hasard est 1/2

I. Avec géoplanw (*professeur aux commandes*)

Il s'agit d'essayer de répondre aux questions suivantes :
Est-on certain de pouvoir construire un triangle avec des longueurs de côtés prises au hasard ?
Peut-on évaluer le pourcentage de réussite ?



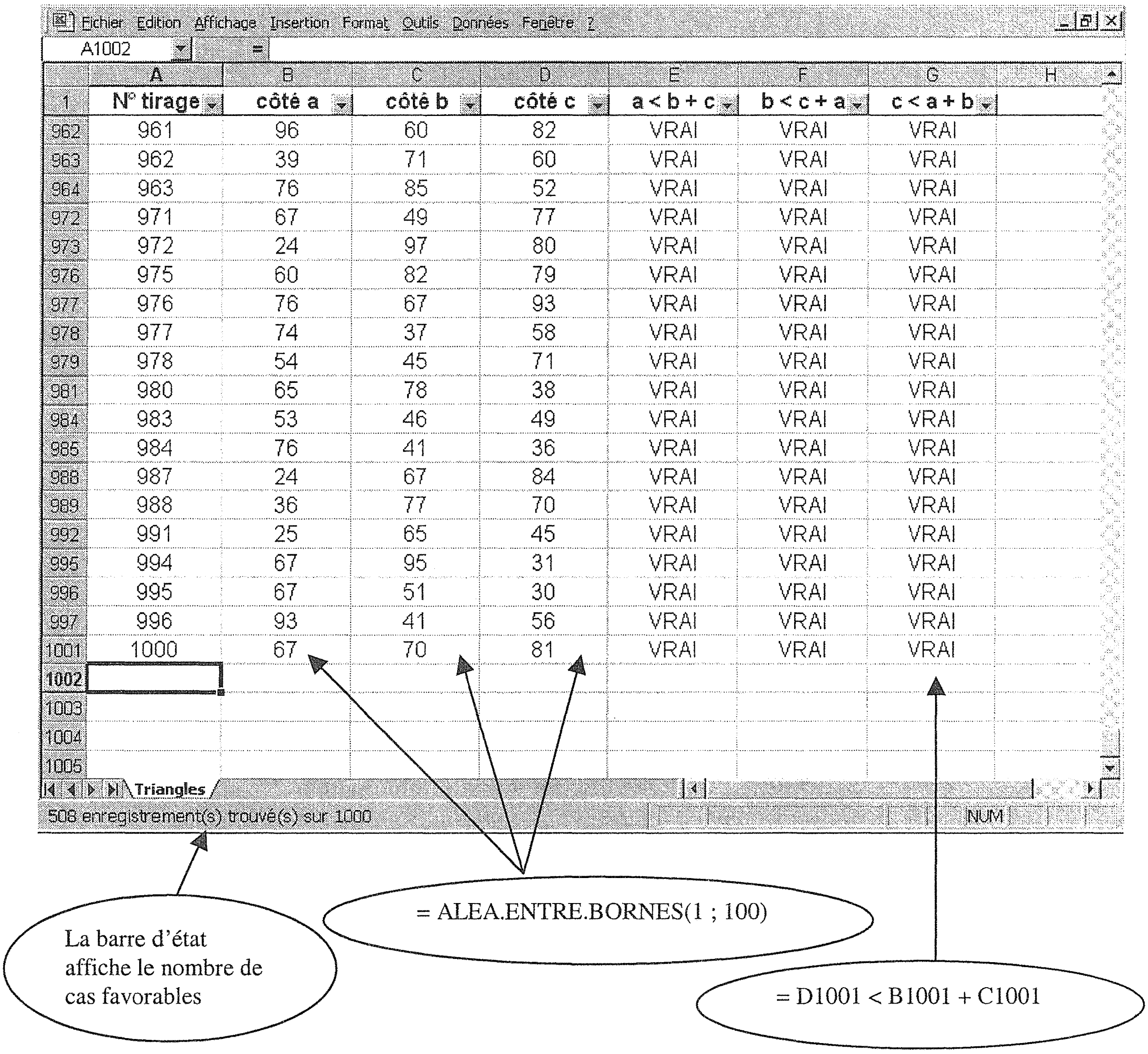
À l'appui sur une touche, le logiciel effectue un tirage aléatoire des « côtés » entre 1 et 100 et construit si possible un triangle. Un compteur totalise le nombre de tirages, le nombre de triangles et calcule le pourcentage de réussite.(*voir ci-dessus la copie d'écran au 1000è tirage*)

II. Avec un tableur (*élèves ou professeur aux commandes*)

Avec un tableur, on obtient très facilement un grand nombre de valeurs.
Les élèves peuvent le programmer sans trop de difficultés ce qui est exclu avec géoplanw.
Sans dessiner, il est possible de savoir si un triangle existe ou non, ce n'est pas habituel au collège et des constructions resteront nécessaires pour certains élèves.

L'unité de longueur choisie est le millimètre et on tire au hasard des entiers entre 1 et 100.

Copie d'écran d'excel



	A	B	C	D	E	F	G
1	N° tirage	côté a	côté b	côté c	a < b + c	b < c + a	c < a + b
962	961	96	60	82	VRAI	VRAI	VRAI
963	962	39	71	60	VRAI	VRAI	VRAI
964	963	76	85	52	VRAI	VRAI	VRAI
972	971	67	49	77	VRAI	VRAI	VRAI
973	972	24	97	80	VRAI	VRAI	VRAI
976	975	60	82	79	VRAI	VRAI	VRAI
977	976	76	67	93	VRAI	VRAI	VRAI
978	977	74	37	58	VRAI	VRAI	VRAI
979	978	54	45	71	VRAI	VRAI	VRAI
981	980	65	78	38	VRAI	VRAI	VRAI
984	983	53	46	49	VRAI	VRAI	VRAI
985	984	76	41	36	VRAI	VRAI	VRAI
988	987	24	67	84	VRAI	VRAI	VRAI
989	988	36	77	70	VRAI	VRAI	VRAI
992	991	25	65	45	VRAI	VRAI	VRAI
995	994	67	95	31	VRAI	VRAI	VRAI
996	995	67	51	30	VRAI	VRAI	VRAI
997	996	93	41	56	VRAI	VRAI	VRAI
1001	1000	67	70	81	VRAI	VRAI	VRAI
1002							
1003							
1004							
1005							

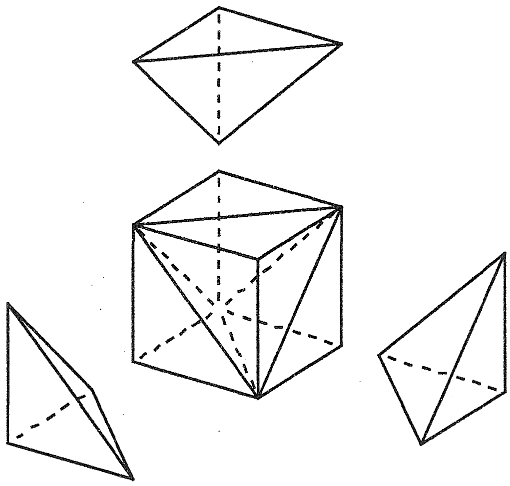
Remarque sur la fonction « ALEA.ENTRE.BORNES »
C'est une fonction disponible dans excel et qui en général n'est pas installée par défaut. On l'obtient, ainsi que beaucoup d'autres fonctions, par le menu *Outils - Utilitaires d'analyse.*
Par ailleurs, le fait de se limiter aux entiers n'a pas, dans ce cas, d'influence sensible sur le résultat. Cela est dû à la grande amplitude des valeurs. La même simulation avec des entiers compris entre 1 et 2 donne un résultat voisin de 63% ! (62,5% en théorie)

III. Prolongement pour le lycée

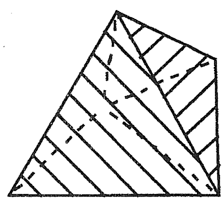
Démonstration géométrique du résultat 50%

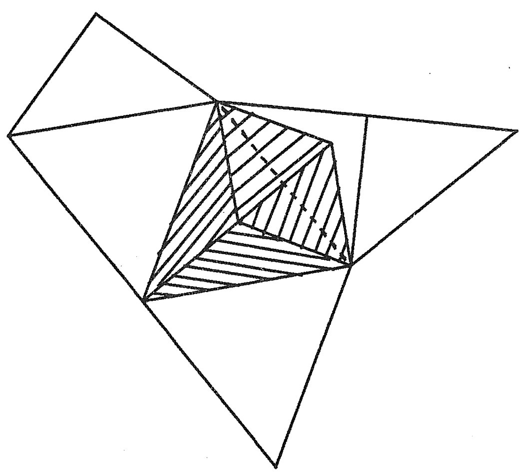
On pourra consulter « L'apprenti fréquentiste » article de Jean-Claude DUPERRET de l'Irem de Lille publié dans Repères IREM n° 21 d'octobre 1995.
L'idée est de passer dans l'espace et de représenter l'ensemble des triplets possibles par un cube de côté 1. L'ensemble des triplets ne donnant pas un triangle s'obtient par les sections du cube par les plans : $z > x + y$; $x > y + z$; $y > x + z$

On ôte ainsi 3 fois 1/6 du cube



Le volume du polyèdre restant est donc 1/2.





Populations françaises en 1801 et 1988

Plan de l'activité

Fiches élèves

Fiche élève n°1 : la carte en 4 couleurs
(introduction de la médiane ou introduction de l'activité au rétroprojecteur)

Fiche élève n°2 : *faire les cartes par départements – questions*

Fiche élève n°3 : *réaliser les histogrammes*

Fiche élève n°4 : *histogrammes et cartes des régions – questions*

Cartes à photocopier

La carte des 96 départements à colorier
La carte des régions administratives à colorier

Fiches professeur

Présentation de l'activité – les objectifs

1. *Navigation active*
2. *Contenus mathématiques*
3. *Déroulement de l'activité avec un tableur*
4. *Aide à l'utilisation d'un tableur ; quelques solutions*

Histogrammes

- *choix de l'amplitude des classes*
- *comparaison des histogrammes*

Annexe : bases de données

Les populations des départements en 1801 et 1988
Les populations des régions totalisées

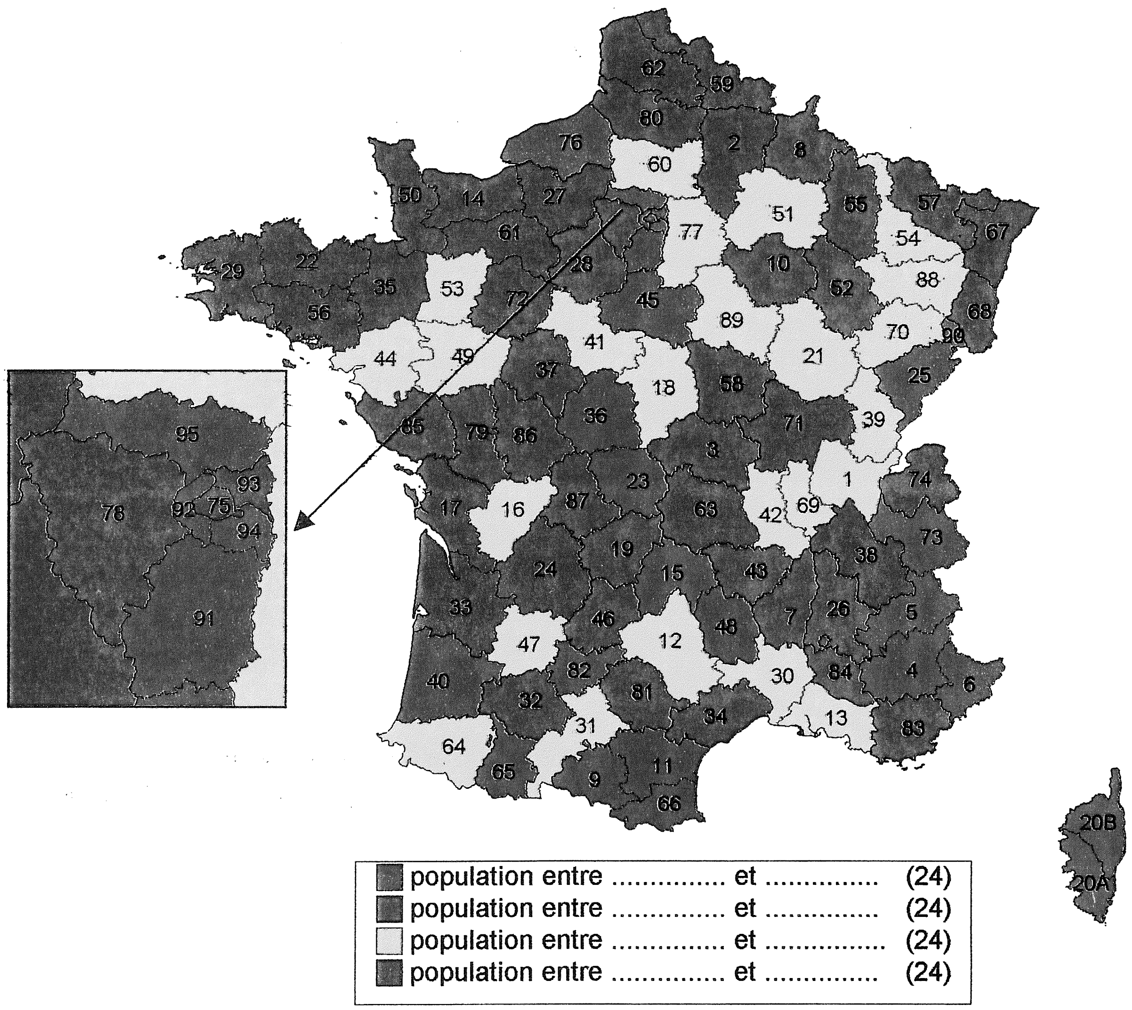
Populations françaises en 1801 et 1988

fiche élève 1

(source Quid 1991)

REPARTITION DES DEPARTEMENTS FRANÇAIS

SUIVANT LEUR POPULATION AU RECENSEMENT DE 1801



<u>Légende incomplète...</u>

Cette carte classe les départements français en quatre groupes : les 24 rouges sont les plus peuplés en 1801, les 24 bleus sont les moins peuplés.

La moitié des départements (rouge + jaune) ont plus de .... habitants, l'autre moitié (vert + bleu) ont moins de .... habitants.

Ce nombre d'habitants est <u>la médiane de la série</u>. Il partage l'ensemble des 96 départements en deux groupes de 48 départements.

<u>Pour trouver la médiane :</u>

Vous disposez d'une base de données sur le tableur où figurent les nombres d'habitants recensés dans chaque département de la France métropolitaine en 1801 et 1988, ainsi que leur superficie et la région administrative à laquelle ils appartiennent.

Populations françaises en 1801 et 1988 *fiche élève 2*

DESCRIPTION DES TACHES
Dossier à réaliser personnellement ou par groupe.
Utiliser la base de données enregistrée sur votre tableur.
Par précaution, copier les données utilisées sur une nouvelle feuille.
Créer les colonnes nécessaires. Ne pas hésiter à utiliser plusieurs feuilles.
Rendre compte de vos résultats par des cartes aux légendes claires, accompagnées de tableaux triés et commentés ; expliquer vos calculs et indiquer les formules programmées sur le tableur (totaux, sommes, effectifs cumulés...).
Faire une phrase pour conclure chaque question.

1) lire et trier les données par départements :

Est-il vrai que :

a) *Paris est le moins étendu et la Gironde le plus étendu des 96 départements ?*
b) *Les départements bretons étaient dans les 24 plus peuplés en 1801 et les côtes d'Armor arrivaient en tête ?*
c) *Le Nord dépasse (en population) tous les autres départements en 1988 et la Creuse est le dernier ?*

Réaliser une autre carte en 4 couleurs :
Choisir l'un des critères : population en 1988 ou superficie.
Trier la base de données suivant ce critère.
Répartir les départements en quatre groupes de 24 départements.
Traduire ce partage par une carte coloriée en 4 couleurs : bleu, vert, jaune, rouge allant du moins grand (peuplé) au plus grand (peuplé)
Ne pas oublier une légende précise : la carte doit tout « dire ».

2) calculer les densités en 1801 et 1988 et leur taux d'accroissement en pourcentage :

Est-il vrai que :

a) *Les départements bretons font partie des 24 départements les plus denses ?*
b) *Près d'un quart des départements ont vu baisser leur population entre 1801 et 1988 ?*
c) *Près de la moitié des départements ont vu leur densité s'accroître de plus de 50%. ?*
d) *29 départements ont plus que doublé leur densité ?*

Réaliser une nouvelle cartes en 4 couleurs :
Choisir l'un des critères : densité en 1801, densité en 1988, taux d'accroissement en pourcentage.

3) Calculer les moyennes

Est-il vrai que :

a) *Sur 96 départements, environ un tiers ont une superficie supérieure à la moyenne*
b) *Le Cher (18ème alphabétique) est un département « moyen » représentatif de la France*
c) *La moitié des départements ont une population plus faible que la moyenne*
d) *La moyenne des densités des départements coïncide avec la densité de la France*

4) Réaliser au choix :

Un histogramme de la population en 1801 et un histogramme de la population en 1988.
Un histogramme des densités en 1801 et un histogramme des densités en 1988.

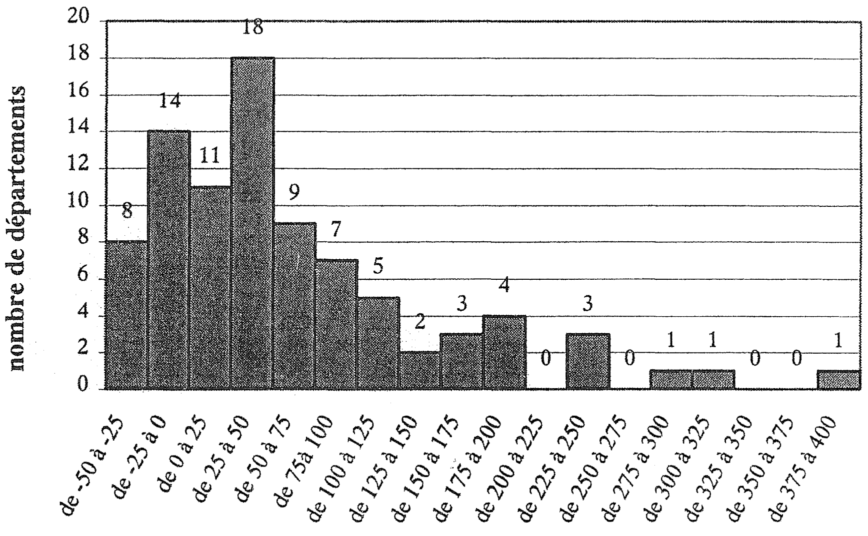
Populations françaises en 1801 et 1988 *fiche élève 3*

HISTOGRAMMES ET EFFECTIFS CUMULES

Les cartes ne sont pas la représentation la plus « habituelle » des statistiques.
Voici par exemple un « histogramme » et un « polygone des effectifs cumulés » qui représentent tous deux l'accroissement de densité de population des 96 départements

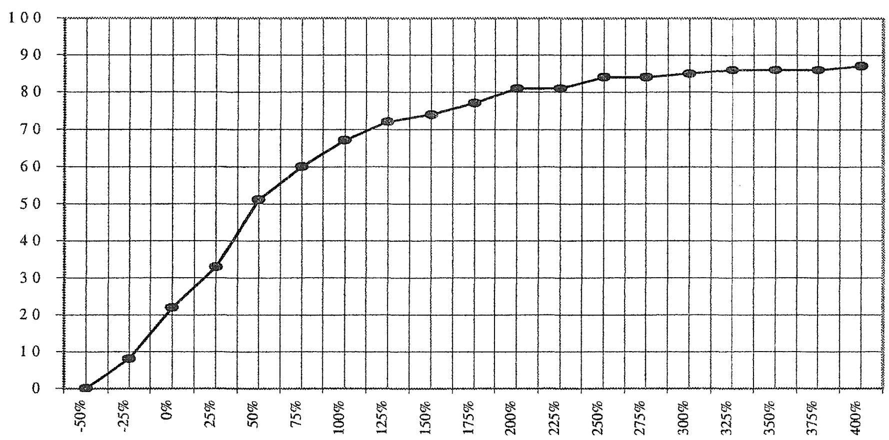
L'histogramme est formé de rectangles accolés, chacun ayant une aire proportionnelle au nombre de départements représentés.
En abscisses : les densités sont regroupées par classes de même amplitude. Ici, les taux vont de 25% en 25%.
En ordonnée : la hauteur de chaque rectangle est proportionnelle au nombre de départements de la classe.

Histogramme de l' accroissement de densité des 96 départements



On peut lire sur l'histogramme que 8 départements ont un taux d'accroissement de population compris entre –50% et –25% ; et que 3 départements ont un taux compris entre 250% et 275%.
On pourra être amené comme ici à ne pas représenter des départements de densité trop marginale. Ici les départements d'Ile de France ont été abandonnés

Courbe des effectifs cumulés de l' accroissement de densité des 96 départements



On peut lire sur la courbe des effectifs cumulés que 80 départements ont augmenté leur population de moins de 200%.

Populations françaises en 1801 et 1988 *fiche élève 4*

Regroupement des données par régions

Soit vous disposez d'un tableur et de la base de données par départements : utiliser le tableur pour calculer les données regroupées par régions. Soit... on vous donne directement la base des données par régions, mais c'est beaucoup moins créatif !

A. Calculer les densités et l'accroissement de densité:

Est-il vrai que :

a) *La Région Aquitaine a la plus grande superficie et la Corse la plus petite ?*

b) *Dans le graphique ci-dessous, les régions sont classées par population en 1801 croissante. Le classement des régions par densité est-il le même ? Où se situe l'Ile de France ?*

c) *Toutes les régions ont vu leur population augmenter entre 1801 et 1988 ?*
La Région Parisienne a vu sa densité de population augmenter de 400% entre 1801 et 1988 et une seule région a vu baisser sa densité entre 1801 et 1988 ?

d) *La moitié des régions ont connu un accroissement de population de moins de 46% entre 1801 et 1988 et l'autre moitié a connu un taux d'accroissement de plus de 46% ? 18% ont même augmenté de plus de 100% ?*

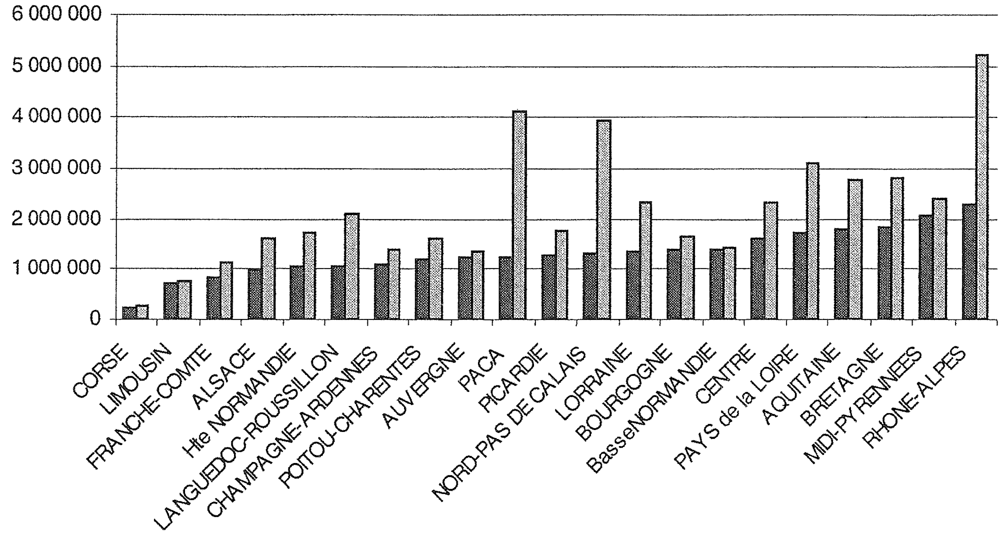
e) *« La région Centre est une région moyenne », dit Grégoire: « C'est plutôt Rhône Alpes » dit Véronique.... « En tous cas, ce n'est pas la Bretagne », dit Anne... « la densité de la France n'est pas la moyenne des densités des régions », ajoute Claude. Qui a raison ?*

f) *Sur 22 régions, dix ont une superficie inférieure à la moyenne, 15 avaient une densité inférieure à la moyenne en 1801 et 17 sur 22 une densité inférieure à la moyenne en 1988 ?*

B. Accroissement de densité des régions entre 1801 et 1988

- Recopier la base de données régionales sur une feuille du tableur; calculer les densités et l'accroissement de densité; classer les régions par accroissement croissant.
- Faire un diagramme en bâton représentant l'accroissement de chaque région.
- Faire l'histogramme avec des classes de 50% en 50%.

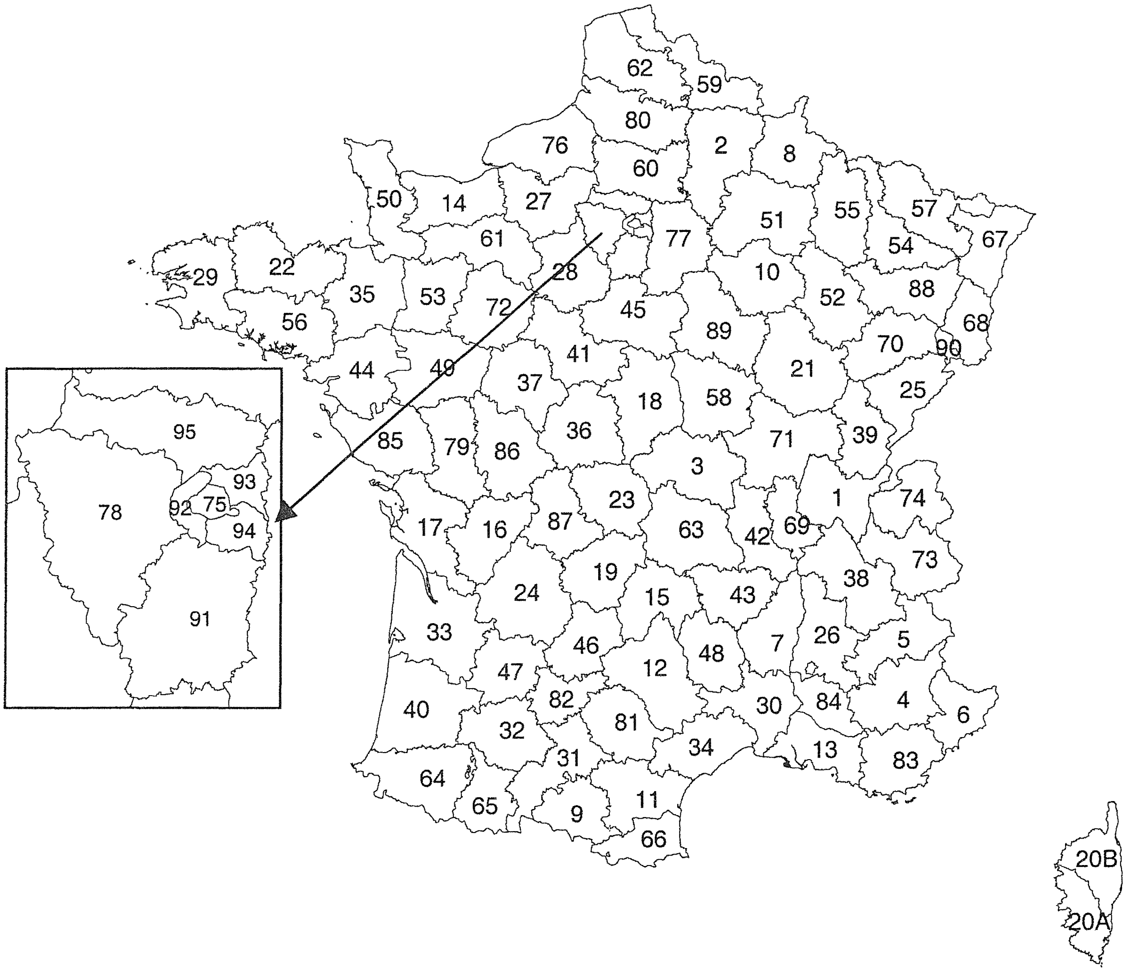
Ci-dessous: Diagramme en bâtons de la population comparée de 21 régions en 1801 (rouge) et en 1988 (bleu clair)



Populations françaises en 1801 et 1988

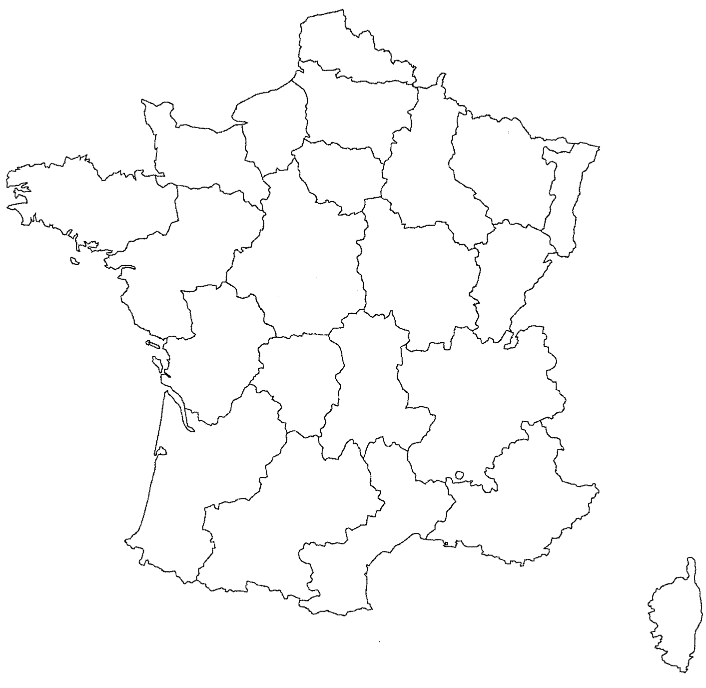
Carte des 96 départements français

Carte des régions françaises



Populations françaises en 1801 et 1988

fiche professeur



Présentation de l'activité - Les objectifs

Niveau : $4^{ème}$ ou $3^{ème}$ Pré requis : moyenne arithmétique Durée : 3 à 4 heures si possible; études partielles possibles Matériel : – Salle multimédia + tables de travail en équipes – Documents à photocopier (bases de données et cartes) – Impression des données triées par les élèves pour exploitation sur cartes	Objectifs : – exploitation d'une base de données réelle et de grande dimensions (100 lignes) – utilisation des outils informatiques pour réaliser une étude complète, numérique et graphique, rédaction et présentation d'un dossier. – lien statistiques- géographie humaine – densités-accroissements en pourcentages – cartographie et représentation de la médiane et des quartiles – histogrammes Outils tableur : – niveau simple : somme, recopie, calcul de moyenne avec la division. – tri des données (sélection de la base à trier, choix du critère)

1 .Navigation active :

Cette activité plaît aux élèves : elle change de l'ordinaire.
Les classes ont immédiatement adhéré à l'activité : il est difficile de ne pas dire toute de suite le débordement d'activité qu'elle a suscité dès la distribution du document (carte et données sur papier) , aussi bien que le fait de se trouver plongés dans les données du tableur : toute intervention magistrale pour préciser les consignes devient difficile ; ils mettent une énergie inhabituelle aux tâches proposées : naviguer dans la base de données sur le tableur, réaliser des cartes, les colorier, compléter les tableaux de "chiffres", couper les listes en "classes " pour les histogrammes, répondre aux questionnaires, présenter le dossier... Tous ne vont pas à la même vitesse. Ils posent des questions au fur et à mesure que les problèmes se présentent. Ils s'entr'aident. Il faut accepter qu'ils ne terminent pas tous l'activité.

Le fait de se trouver confrontés à une base de données presque en grandeur réelle, ayant un sens réel les a motivés. De plus le lien maths-géographie est spontané en $4^{ème}$: la France est aussi au programme de géographie.

Sans le tableur ceci n'est pas possible : même à la calculette, il y a trop de calculs. Surtout le tri des départements est très lourd, la moindre erreur et tout est à refaire.

Durée : Il faut consacrer au moins 3 ou 4 heures à ce travail. Beaucoup de notions sont abordées. Cela ne nous a pas semblé du temps perdu.

2. Contenu mathématique de l'activité :

A. La médiane, les quartiles
ou comment une carte utilise le partage des individus en deux groupes (médiane) ou quatre groupes (quartiles).

B. Notion de densité, et d'accroissement de densité
Ces deux notions abstraites (grandeurs quotient, grandeurs relatives) et difficiles. Par cette activité, elles deviennent plus concrètes... Les élèves trouvent exemples et contr' exemples pour répondre aux questions de fond :

Les départements les plus peuplés sont-ils automatiquement les plus denses? Pourquoi? Qu'est-ce qu'un accroissement de 100% ? Un accroissement peut-il être négatif?

C. Mise en évidence de la nature différente des représentations graphiques

Pour créer la carte en 4 couleurs de la densité par exemple, il faut rechercher la médiane, les quartiles (même sans le leur dire) sur une liste triée par densité croissante en faisant 4 groupes de 24 départements (groupes de même effectif).

Remarque : pour réaliser ce type de cartes les géographes utilisent quatre nuances d'une même couleur.

Pour construire un histogramme, il faut diviser l'étendue de l'intervalle des densités par une amplitude constante (de 30 en 30 par exemple), et compter les effectifs différents de chaque classe.

Remarque : les tableurs actuels construisent des diagrammes en barres qu'ils appellent histogrammes. On peut cependant agir sur la largeur de l'intervalle entre deux barres. En revanche, il n'est pas possible d'obtenir des barres de largeurs différentes.

Ces représentations apportent des informations différentes :

– Où sont les régions plus denses? La densité médiane a-t-elle changé ? (lire les cartes de densités)
– Quels départements ont le plus changé? (Confronter deux cartes)
– Les écarts entre les régions ont-ils augmenté ? Les densités sont-elles "homogènes" ? (Confronter les deux histogrammes 1801 et 1988)
– Les histogrammes des densités et des superficies ont des allures très différents : qu'est-ce que cela traduit? (étendue, symétrie / non symétrie, courbe de Gauss ou non...)

3. Déroulement de l'activité :

1^er^ cas: on dispose d'un tableur unique en classe entière

Le tableur sera utilisé de temps en temps comme outil magistral pour trier les données, pour calculer, pour montrer l'un des histogrammes demandés, l'expliquer, le décortiquer...Les élèves manipulent des données imprimées et photocopiées sur papier,et doivent élaborer un dossier bien organisé.

a) Distribution des données avec la 1ère carte des départements en 4 couleurs.
b) Calculer à la main les densités et taux d'accroissement ; vérification magistrale des résultats le lendemain avec le tableur ; tri de la liste des départements avec le tableur ; sortie sur l' imprimante des listes triées suivant les différents critères et photocopies à faire circuler. Possibilité de copier les données sur disquette pour y travailler à la maison ou en salle multimédia en autonomie.
c) Coloriage des cartes : recherche des légendes (médiane, quartiles) sur les listings
d) Réalisation magistrale de l'un des histogrammes sur tableur en classe (avec tablette de rétroprojection), le comptage des effectifs par classes était fait auparavant par les élèves à la main.
consigne: l'observer, puis réaliser de la même manière les histogrammes des densités en 1801 et en 1988 avec libre choix de l'amplitude des classes, en se servant des listings triés...
e) Répondre aux questions de la fiche-élève questions (pourcentages, interprétation...) et rendre un dossier personnel bien présenté et argumenté.

2ème cas : on dispose d'une salle multimédia

Les élèves trouvent la base de données sur le tableur et doivent se débrouiller pour l'utiliser seuls. On peut les guider par une fiche technique directive, ou les laisser chercher sur tableur après une démonstration en classe avec un vidéoprojecteur.
C'est l'occasion de découvrir une technique de tri d'une base de données.

Nécessité de réviser au préalable en classe entière les types de calculs qu'ils auront à effectuer. En commençant à compléter la base de données à la calculatrice, ils vont s'approprier l'objectif de cette étude, préciser le sens de certaines notions, réfléchir aux formules du tableur. (L'accroissement de densité en pourcentage, par exemple. Précision attendue ? Format du nombre ?).

Le regroupement des données par régions n'est pas évident. Il faut d'abord penser à trier les données suivant le critère région, totaliser les données de chaque région (sélection manuelle des sommes partielles, ou outil plus élaboré). Voici quelques solutions...

4. *Aide à l'utilisation du tableur pour regrouper les données par régions*

(ceci s'adresse au professeur)

Précaution : il faut absolument CONSERVER LA BASE DE DONNEES INTACTE .
et travailler, trier, additionner... des copies sur une autre feuille (EXEL) ou plus loin sur la feuille (WORKS).

POUR FAIRE DES REGROUPEMENTS ET CUMULER LES EFFECTIFS:

De nombreuses solutions sont possibles selon les fonctions disponibles sur votre tableur. Les premières solutions sont accessibles à tous, et peuvent être inventées par les élèves sans aide... Les dernières utilisent des fonctions plus performantes de certains tableurs mais l'utilisateur perd la joie de trouver lui-même... On peut en trouver bien d'autres.

Solution 1: Classer les départements selon le critère (ex: Régions). (Menu Données. Trier Clé : Régions).
Fonction = SOMME ( ) sur les cellules sélectionnées à la main.
Beaucoup de navigation dans la feuille ...si on demande de totaliser toutes les régions.

Cette solution suffit pour étudier les caractéristiques d'une région. Très faisable par les élèves un peu habitués au tableur.

Solution 2 : Classer les départements par régions. Colonne suivante : effectifs cumulés.
Colonne suivante : à la fin de chaque région, calcul de la différence des effectifs cumulés (sélecton manuelle des cellules).
Recopier les résultats un par un dans un tableau.

	A	B	C	D	E
1	**REGIONS**	**Département**	**population**	popul.	Popul.
2			**en 1801**	cumulée	région
3	ALSACE	Bas-Rhin	521 400	521 400	
4	ALSACE	Haut-Rhin	439 744	961 144	961 144
5	AQUITAINE	Dordogne	409 475	1 370 619	
6	AQUITAINE	Gironde	502 723	1 873 342	
7	AQUITAINE	Landes	224 272	2 097 614	
8	AQUITAINE	Lot et Garonne	298 940	2 396 554	
9	AQUITAINE	Pyrénées Atl.	355 573	2 752 127	1 790 983
10	AUVERGNE	Allier	248 854	3 000 981	
11	AUVERGNE	Cantal	220 304	3 221 285	
12	AUVERGNE	Haute-Loire	229 773	3 451 058	
13	AUVERGNE	Puy de Dôme	509 128	3 960 186	1 208 059

= D4

= D9 – D4

=D13 – D9

Solution 3 : Classer les départements par régions. Créer une colonne par région.
Utilisation de la fonction SI : sur la ligne de chaque département, test : SI il est de la bonne région donner comme valeur son effectif ; sinon 0. La SOMME de chaque colonne donnera l'effectif de la région.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**REGIONS**	**Département**	**population**		Alsace	Aquitaine	Auvergne
2			**en 1801**				
3	ALSACE	Bas-Rhin	521 400		521400	0	0
4	ALSACE	Haut-Rhin	439 744		439744	0	0
5	AQUITAINE	Dordogne	409 475		0	409475	0
6	AQUITAINE	Gironde	502 723		0	502723	0
7	AQUITAINE	Landes	224 272		0	224272	0
8	AQUITAINE	Lot et Garonne	298 940		0	298940	0
9	AQUITAINE	Pyrennées Atl.	355 573		0	355573	0
10	AUVERGNE	Allier	248 854		0	0	248854

= SI($A3=E$1;$C3;0)

= SI($A3=F$1;$C3;0)

Solution 4 : Classer les départements par région.
Fonction "SOUS-TOTAL" crée automatiquement une nouvelle ligne "somme de Alsace" à la fin des départements d'Alsace et totalise les effectifs des colonnes désignées.
Sélectionner les lignes des sous-totaux et reconstituer la nouvelle série plus loin.

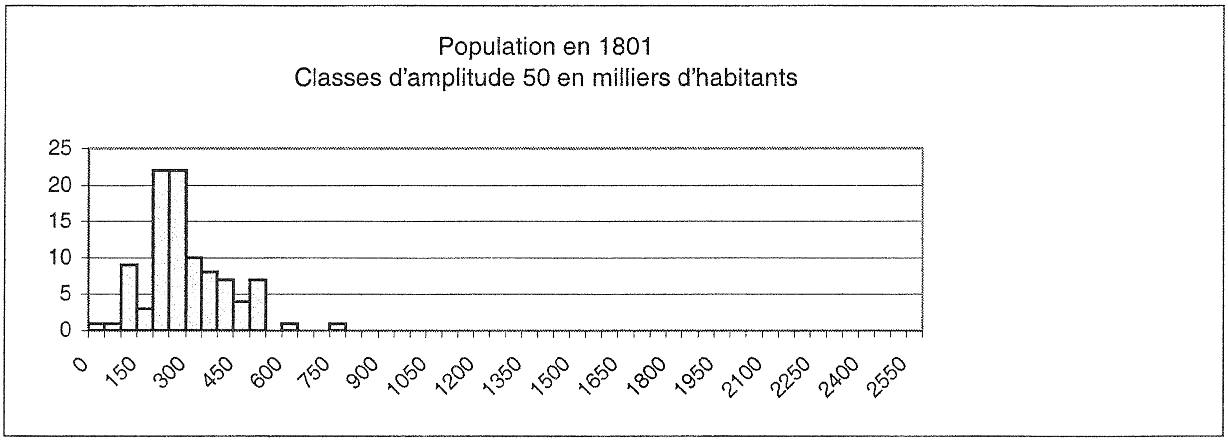
Solution 5 : avec **FILTRE.**
La fonction filtre sélectionne une sous-base de données

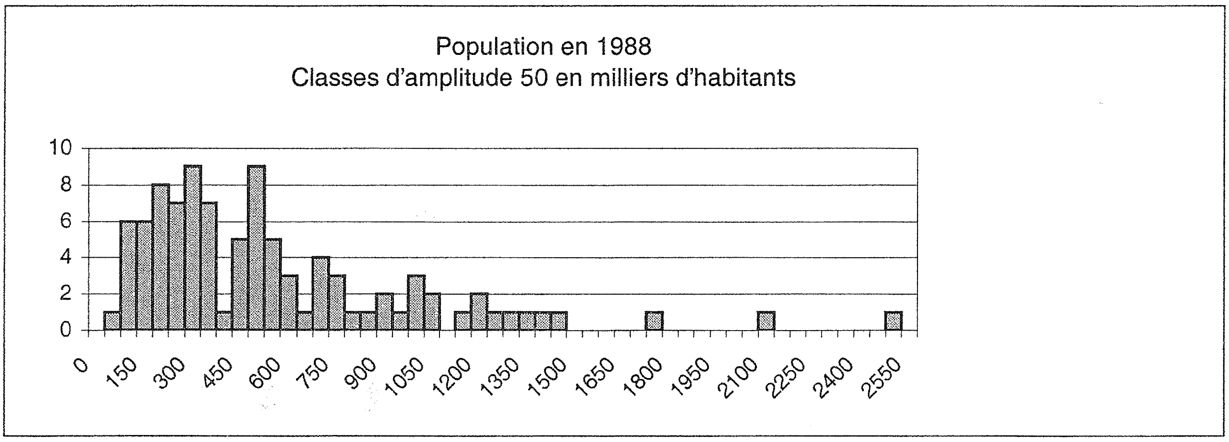
Les histogrammes

Il est intéressant de comparer les populations en 1801 et en 1988. Mais l'évolution des "chiffres" rend cette comparaison difficile. L'étendue a plus que doublé.
Le département 75 (Paris) est tellement plus peuplé et dense qu'il sort des courbes....

I. *Choix de l'amplitude des classes de population à partir de l'étendue de la série*

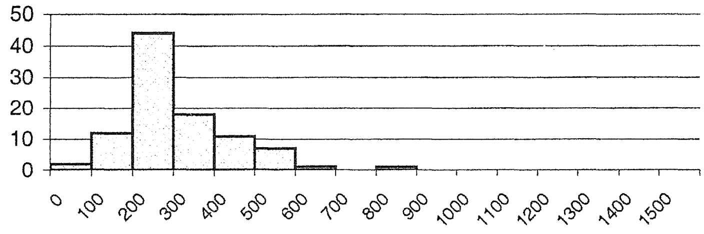
1) Si on choisit une amplitude de 50 milliers d'habitants pour les classes de population en 1801 et en 1988, on aura 15 classes en 1801 (étendue de 0 à 750 milliers) , mais 60 classes en 1988 (étendue de 0 à 2500 milliers)



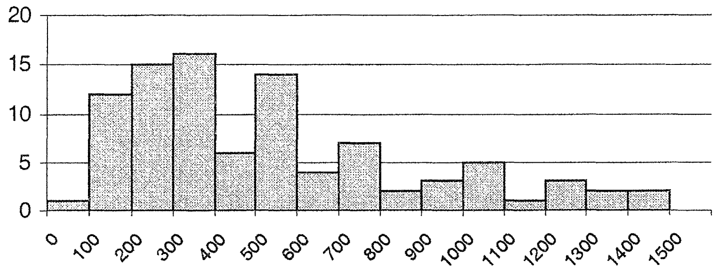


2) On peut ramener l'étendue de la série de population 1988 à 1500 milliers si on supprime les 3 départements les plus peuplés. Il est alors raisonnable de prendre des classes d'amplitude 100 milliers d'habitants.

Population en 1801 (96 départements)
Classes d'amplitude 100 en milliers d'habitants



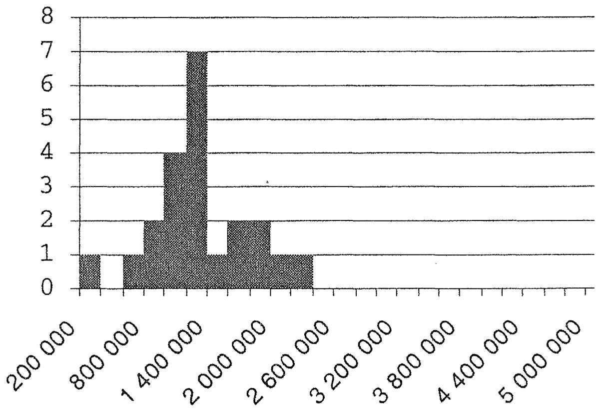
Population en 1988 (93 départements)
Classes d'amplitude 100 en milliers d'habitants



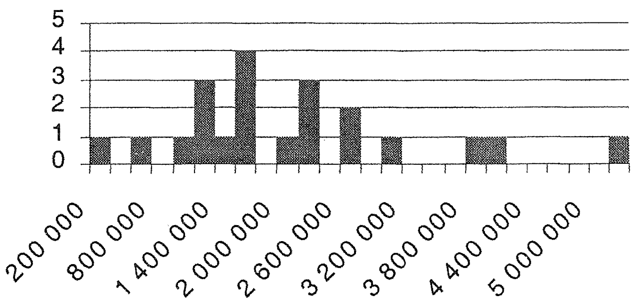
II. Les histogrammes révèlent la répartition de la série

Il est intéressant par exemple de comparer la répartition des populations des régions en 1801 et 1988 : changement de l'étendue, étalement des effectifs, existence en 1988 de régions très éloignées de la dominante.

Population des régions en 1801

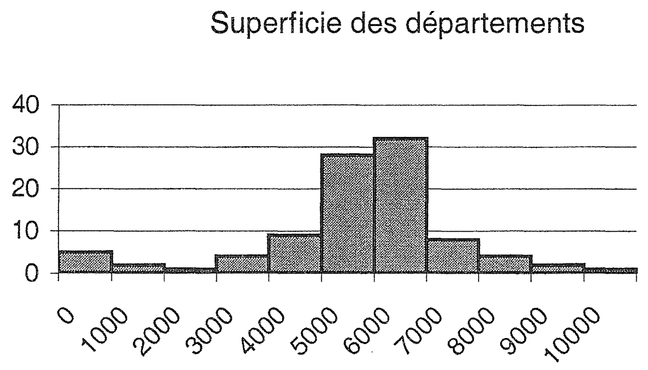


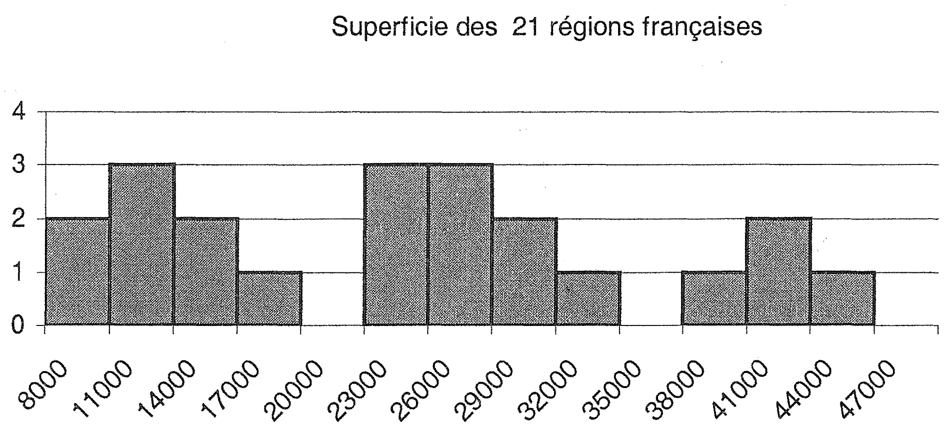
Population des régions en 1988 sauf¨Paris



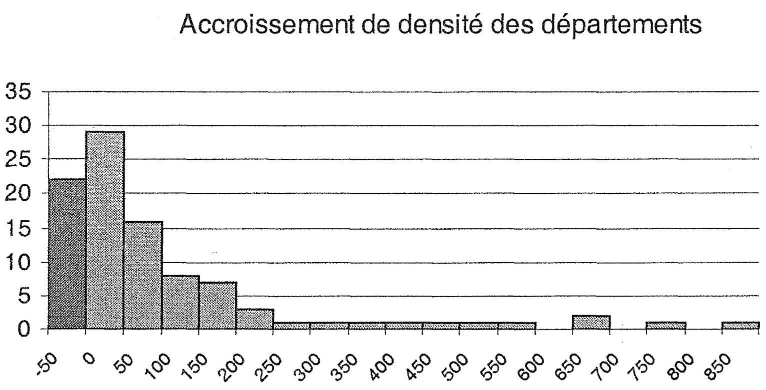
III. Effet du regroupement des données sur l'allure de l'histogramme

Comparer la répartition des superficies par départements et lorsqu'on a regroupé ces départements par régions...





IV. Histogramme de l'accroissement de densité



Populations françaises en 1801 et 1988
Base de données par départements

N.B. Source QUID 1991.
Les Savoies ne sont françaises que depuis 1860 mais ont été annexées au tableau de 1801 (les nombres d'habitants en 1801 sont une évaluation) Les territoires d'Outre-Mer ont été abandonnés pour simplifier la cartographie...
La superficie de Paris a évolué jusqu'en 1982. Elle était de 45 ha en 43 av.JC, puis 3 370 ha en 1788 , enfin 10 539 ha en 1982 comprenant les bois (Vincennes, Boulogne) et la ville de Paris.

Département		REGIONS	superficie	Population 1801	densité 1801	Population 1988	densité 1988	Accroissement
Ain	1	RHONE-ALPES	5 756	297 061		464 000		
Aisne	2	PICARDIE	7 369	425 326		532 100		
Allier	3	AUVERGNE	7 340	248 854		365 000		
Alpes Hte Provence	4	PROVENCE-ALPES-C. d'AZUR	6925	133 966		125 400		
Hautes Alpes	5	PROVENCE-ALPES-C d'AZUR	5 549	112 510		107 700		
Alpes Maritimes	6	PROVENCE-ALPES-C d'AZUR	4 299	161 886		919 600		
Ardèche	7	RHONE-ALPES	5 556	266 656		277 000		
Ardennes	8	CHAMPAGNE-ARDENNES	5 246	246 925		297 089		
Ariège	9	MIDI-PYRENEES	4 890	196 454		135 600		
Aube	10	CHAMPAGNE-ARDENNES	6 027	231 455		294 026		
Aude	11	LANGUEDOC-ROUSSILLON	6 343	225 228		293 700		
Aveyron	12	MIDI-PYRENEES	8 771	318 340		275 300		
Bouches du Rhône	13	PROVENCE-ALPES-C d'AZUR	5 088	285 012		1 755 700		
Calvados	14	BASSE-NORMANDIE	5 547	451 851		611 770		
Cantal	15	AUVERGNE	5 741	220 304		160 000		
Charente	16	POITOU-CHARENTES	5 956	299 020		343 800		
Charente-Maritime	17	POITOU-CHARENTES	6 848	399 162		525 400		
Cher	18	CENTRE	7 310	348 550		318 000		
Corrèze	19	LIMOUSIN	5 857	243 654		238 400		
Corse-Sud	20A	CORSE	4 014	78 261		112 844		
Hte Corse	20B	CORSE	4 665	143 203		136 752		
Côte d'Or	21	BOURGOGNE	8 763	340 500		487 950		
Côtes d'Armor	22	BRETAGNE	6 878	504 303		541 582		
Creuse	23	LIMOUSIN	5 601	218 041		153 300		
Dordogne	24	AQUITAINE	9 060	409 475		380 400		
Doubs	25	FRANCHE-COMTE	5 259	216 226		480 900		
Drôme	26	RHONE-ALPES	6 525	235 357		408 000		
Eure	27	HAUTE-NORMANDIE	6 037	402 796		506 200		
Eure et Loir	28	CENTRE	5 929	257 793		379 000		
Finistère	29	BRETAGNE	6 733	439 046		835 921		
Gard	30	LANGUEDOC-ROUSSILLON	5 835	300 144		577 700		
Haute-garonne	31	MIDI-PYRENEES	6 367	339 574		874 400		
Gers	32	MIDI-PYRENEES	6 253	257 604		174 700		
Gironde	33	AQUITAINE	10 000	502 723		1 180 200		
Hérault	34	LANGUEDOC-ROUSSILLON	6 224	275 449		778 700		
Ille et Vilaine	35	BRETAGNE	6 775	488 846		790 404		
Indre	36	CENTRE	6 906	205 628		236 000		
Indre et Loire	37	CENTRE	6 150	268 924		528 000		
Isère	38	RHONE-ALPES	7 467	410 688		1 002 000		
Jura	39	FRANCHE-COMTE	5 049	288 151		244 000		
Landes	40	AQUITAINE	9 243	224 272		311 700		
Loir et Cher	41	CENTRE	6 422	209 957		300 000		
Loire	42	RHONE-ALPES	4 773	290 903		737 000		
Haute-Loire	43	AUVERGNE	5 002	229 773		207 000		
Loire-Atlantique	44	PAYS DE LA LOIRE	6 956	369 305		1 054 100		
Loiret	45	CENTRE	6 813	286 050		573 000		

Lot	46	MIDI-PYRENEES	5 226	261 207		154 900		
Lot et Garonne	47	AQUITAINE	5 361	298 940		307 800		
Lozère	48	LANGUEDOC-ROUSSILLON	5 180	126 503		72 000		
Maine et Loire	49	PAYS DE LA LOIRE	7 145	375 873		717 700		
Manche	50	BASSE-NORMANDIE	6 412	530 631		479 620		
Marne	51	CHAMPAGNE-ARDENNES	8 196	304 396		559 225		
Haute-Marne	52	CHAMPAGNE-ARDENNES	6 220	268 208		210 657		
Mayenne	53	PAYS DE LA LOIRE	5 213	305 654		280 200		
Meurthe et Moselle	54	LORRAINE	5 241	338 115		704 700		
Meuse	55	LORRAINE	6 216	269 522		196 600		
Morbihan	56	BRETAGNE	6 823	401 215		616 273		
Moselle	57	LORRAINE	6 216	397 217		1 030 700		
Nièvre	58	BOURGOGNE	6 888	232 990		233 790		
Nord	59	NORD-PAS DE CALAIS	5 742	765 001		2 505 400		
Oise	60	PICARDIE	5 860	350 854		702 500		
Orne	61	BASSE-NORMANDIE	6 103	395 723		293 780		
Pas de Calais	62	NORD-PAS DE CALAIS	6 672	505 615		1 421 900		
Puy de Dôme	63	AUVERGNE	7 954	509 128		602 000		
Pyrénées Atl.	64	AQUITAINE	7 645	355 573		577 600		
Hautes-Pyrénées	65	MIDI-PYRENEES	4 534	174 741		231 800		
Pyrénées orient.	66	LANGUEDOC-ROUSSILLON	4 116	110 732		361 200		
Bas-Rhin	67	ALSACE	4 755	521 400		938 000		
Haut-Rhin	68	ALSACE	3 525	439 744		662 000		
Rhône	69	RHONE-ALPES	3 215	299 390		1 466 000		
Haute-Saône	70	FRANCHE-COMTE	5 390	291 579		233 100		
Saône et Loire	71	BOURGOGNE	8 575	452 673		570 900		
Sarthe	72	PAYS DE LA LOIRE	6 210	388 143		516 500		
Savoie	73	RHONE-ALPES	6 035	220 895		337 000		
Haute-Savoie	74	RHONE-ALPES	4 391	269 513		547 000		
Paris	75	ILE DE France	105	547 766		2 127 000		
Seine-Maritime	76	HAUTE-NORMANDIE	6 295	609 843		1 216 500		
Seine et Marne	77	ILE DE FRANCE	5 915	299 160		1 030 000		
Yvelines	78	ILE DE FRANCE	2 284	235 511		1 279 000		
Deux-sèvres	79	POITOU-CHARENTES	6 039	241 916		347 700		
Somme	80	PICARDIE	6 170	458 153		548 800		
Tarn	81	MIDI-PYRENEES	5 780	270 908		341 700		
Tarn et Garonne	82	MIDI-PYRENEES	3 730	228 000		197 200		
Var	83	PROVENCE-ALPES-C d'AZUR	5 992	271 704		762 800		
Vaucluse	84	PROVENCE-ALPES-C d'AZUR	3 578	264 618		510 000		
Vendée	85	PAYS DE LA LOIRE	6 720	243 426		469 900		
Vienne	86	POITOU-CHARENTES	6 990	240 990		382 700		
Haute-Vienne	87	LIMOUSIN	5 520	245 150		360 100		
Vosges	88	LORRAINE	5 874	308 921		391 400		
Yonne	89	BOURGOGNE	7 424	320 596		320 650		
Territoire de Belfort	90	FRANCHE-COMTE	610	31 439		129 000		
Essonne	91	ILE DE FRANCE	1 804	135 911		1 062 000		
Hauts de Seine	92	ILE DE FRANCE	175	208 482		1 366 000		
Seine St Denis	93	ILE DE FRANCE	236	138 099		1 346 000		
Val de Marne	94	ILE DE FRANCE	245	136 000		1 209 800		
Val d'Oise	95	ILE DE FRANCE	1 246	129 655		991 797		
France								
Moyenne par Dept								

Populations françaises en 1801 et 1988

Base de données par régions

REGIONS	superficie km²	population 1801	densité 1801	population 1988	densité 1988	accroissement
ALSACE	8 280	961 144		1 600 000		
AQUITAINE	41 309	1 790 983		2 757 700		
AUVERGNE	26 037	1 208 059		1 334 000		
Basse NORMANDIE	18 062	1 378 205		1 385 170		
BOURGOGNE	31 650	1 346 759		1 613 290		
BRETAGNE	27 209	1 833 410		2 784 180		
CENTRE	39 530	1 576 902		2 334 000		
CHAMPAGNE-ARDENNES	25 689	1 050 984		1 360 997		
CORSE	8 679	221 464		249 596		
FRANCHE-COMTE	16 308	827 395		1 087 000		
Hte NORMANDIE	12 332	1 012 639		1 722 700		
ILE de France	11 906	1 830 584		10 411 597		
LANGUEDOC-ROUSSILLON	27 698	1 038 056		2 083 300		
LIMOUSIN	16 978	706 845		751 800		
LORRAINE	23 547	1 313 775		2 323 400		
MIDI-PYRENEES	45 551	2 046 828		2 385 600		
NORD-PAS DE CALAIS	12 414	1 270 616		3 927 300		
PACA (Provence Alpes Côte d'Azur)	31 431	1 229 696		4 125 700		
PAYS de la LOIRE	32 244	1 682 401		3 078 500		
PICARDIE	19 399	1 234 333		1 783 400		
POITOU-CHARENTES	25 833	1 181 088		1 599 600		
RHONE-ALPES	43 718	2 290 463		5 238 000		
France	545 804	29 032 629		55 936 830		

Sondage taille

Niveau : 3ème Durée : 6 séquences d'une heure en salle multimédia à raison d'une séquence par semaine	Objectifs : - réaliser une étude statistique du début à la fin, y compris le recueil des données - gestion d'un grand fichier Outils tableur : – recopie – graphiques – tri des données, tests simples

Il s'agit dans cette activité de calculer des statistiques à partir de données réelles collectées par les élèves. En particulier, on essaiera de répondre à la question :

« *Les enfants sont-ils plus grands que leurs parents* ? »

	enfant majeur entre 18 et 30 ans			père		mère	
	année de naissance	sexe	taille en cm	année de naissance	taille en cm	année de naissance	taille en cm
1							
2							

Si l'enquête qui consistait à renseigner un tableau du type ci-dessus n'a pas soulevé un enthousiasme débordant chez les élèves, en revanche l'analyse des 758 données recueillies les a fortement intéressés.

Partie de programme concernée

Ont été abordées ou revues les notions suivantes : étendue d'une série, moyenne, moyenne pondérée, médiane, effectifs cumulés, pourcentages, différents types de graphiques (barres, histogrammes, nuages de points)

L'apport du tableur

Si on peut traiter « à la main » des tableaux de 10 lignes, il en est tout autrement d'un tableau de 750 lignes et l'outil informatique s'avère indispensable.
La gestion d'un grand nombre de données exige de la rigueur, de la méthode et des précautions élémentaires (travailler sur une copie de la feuille de données initiales et non sur l'original).
Au cours de l'activité, les élèves auront appris à créer des feuilles de calcul selon leurs besoins, à construire différents types de graphiques en ayant au préalable réorganisé les données. Ils auront aussi abordé les tests simples.

Remarques sur la fiche de travail

Le document donné aux élèves est volontairement ouvert. Certaines questions très courtes demandent en réalité beaucoup de travail même avec un ordinateur. C'est le cas par exemple de la recherche graphique de la médiane. D'autres questions suscitent un débat : *qu'est ce qu'une valeur extrême ou encore à partir de quelle taille une personne est-elle très grande ?*

Sondage taille

Fiche élève

Première partie

1. Observation des données de base

2. Compléter la dernière ligne du tableau ❶

3. A partir de ce tableau ❶, construire deux ***graphiques en barres*** : un pour les filles, un pour les garçons.

4. Analyse des graphiques

5. Regroupement des données en classes : compléter les tableaux ❷ et ❸

6. A partir du tableau ❶, construire deux ***histogrammes*** : un pour les filles, un pour les garçons

Deuxième partie : les moyennes

1. Calculer la taille moyenne des filles et des garçons de trois manières :
   a) Directement à partir du tableau initial
   b) A partir du tableau ❶
   c) A partir du tableau ❷. Dans ce dernier cas écrire ci–dessous le calcul réalisé

2. Refaire le calcul de la moyenne en éliminant les valeurs extrêmes.(calcul direct)

Troisième partie : médiane d'une série statistique

Jusqu'à quelle taille faut-il aller pour obtenir 50% de la population des filles? Des garçons ?

1. Pour répondre à cette question, on utilisera deux méthodes :
   a) Ranger la liste des tailles par ordre croissant
   b) Construire un graphique des fréquences cumulées croissantes

2. Reprendre le calcul de la médiane en éliminant les valeurs extrêmes.

Quatrième partie : Les enfants sont-ils plus grands que leurs parents ?

Dans cette partie on comparera les tailles père-fils et les tailles mère-fille

1. Construire deux graphiques en nuage de points : un graphique mère-fille ; un graphique père –fils.

2. Faire apparaître sur chaque graphique la zone montrant les enfants dont la taille est supérieure, égale ou inférieure à celle de leurs parents.

3. Déterminer le pourcentage de filles dont la taille est supérieure à la taille de leur mère et le pourcentage de garçons dont la taille est supérieure à celle de leur père.

4. Il paraît que les personnes très grandes ont des enfants plus petits qu'elles et que les personnes plutôt petites ont des enfants plus grands qu'elles. Qu'en pensez-vous ?

Tableau 1

Taille Enfant	*Effectif Filles*	*Effectif Garçons*	*Total*
150	1	0	1
152	2	0	2
153	2	1	3
154	5	0	5
155	7	0	7
156	6	0	6
157	3	0	3
158	7	1	8
159	5	1	6
160	25	1	26
161	2	0	2
162	17	1	18
163	18	1	19
164	16	1	17
165	23	6	29
166	17	1	18
167	17	1	18
168	29	14	43
169	15	4	19
170	43	26	69
171	15	7	22
172	18	12	30
173	9	12	21
174	4	9	13
175	9	39	48
176	4	18	22
177	2	11	13
178	11	23	34
179	1	16	17
180	8	58	66
181	1	17	18
182	4	17	21
183	2	19	21
184	0	9	9
185	2	16	18
186	1	7	8
187	1	4	5
188	0	9	9
189	0	4	4
190	1	8	9
191	0	4	4
192	0	6	6
193	0	1	1
194	0	1	1
195	0	9	9
196	1	3	4
198	1	2	3
199	0	1	1
200	0	1	1
216	0	1	1
Total			

Tableau 2 : les effectifs par classes

Taille Enfant	*Effectif Filles*	*Effectif Garçons*	*Total*
[147,5-152,5[			
[152,5-157,5[			
[157,5-162,5[			
[162,5-167,5[			
[167,5-172,5[			
[172,5-177,5[			
[177,5-182,5[			
[182,5-187,5[			
[187,5-192,5[			
[192,5-197,5[			
[197,5-202,5[			
[202,5-207,5[			
[207,5-212,5[			
[212,5-217,5[			
Total			

Tableau 3 : les fréquences par classes

Taille Enfant	*% Filles*	*% Garçons*
[147,5-152,5[		
[152,5-157,5[		
[157,5-162,5[		
[162,5-167,5[		
[167,5-172,5[		
[172,5-177,5[		
[177,5-182,5[		
[182,5-187,5[		
[187,5-192,5[		
[192,5-197,5[		
[197,5-202,5[		
[202,5-207,5[		
[207,5-212,5[		
[212,5-217,5[		
Total		

Commentaires sur le déroulement de l'activité

<u>Première partie</u> (2 séances)

Les 758 données recueillies ont été regroupées (par le professeur) dans un premier tableau. (Tableau ❶) On en prend connaissance, on détermine le nombre total de filles (355) et de garçons (403), ces totaux intervenant souvent par la suite.
Les graphiques en barres permettent une première lecture des données. On observe certains « pics » : 175cm, 180cm chez les garçons, 160cm, 170cm et même 178cm chez les filles. Comment les interpréter ? Il apparaît clairement que les garçons préfèrent mesurer 1,80m plutôt que 1,79m et les filles 1,60m plutôt que 1,59m. Quant à la taille 1,78m chez les filles, c'est la taille « mannequin » comme sauront le faire remarquer certains garçons. D'où l'idée d'opérer un regroupement en classes centrées sur ces valeurs. C'est l'objet des tableaux ❷ et ❸.

Pour compléter le tableau ❷, on a utilisé un outil fort pratique d'excel : les filtres.
Raisonner sur les pourcentages permet une meilleure comparaison entre les sexes d'où le tableau ❸ conséquence directe du tableau ❷. Afin d'éviter les problèmes de références absolues dans les calculs de pourcentages certains élèves ont préféré utiliser le total filles et le total garçons.

Les histogrammes obtenus ont une allure normale au sens statistique du terme. Rappelons ici que les tableurs ne font pas de différence entre les graphiques en barres et les histogrammes et qu'il n'est pas possible actuellement de construire des histogrammes dont les classes n'ont pas une amplitude constante.(sauf à écrire une macro commande)

<u>Deuxième partie</u> : les moyennes (1 séance)

La méthode directe consiste à ajouter toutes les tailles et à diviser par l'effectif total. Il faut d'abord séparer les garçons des filles ce qui nécessite un tri ou l'utilisation d'un filtre et la création d'une nouvelle feuille de calcul.
Attention au tri des données. L'erreur classique est de trier une seule colonne et donc de mélanger les lignes !
Le calcul à partir du tableau ❶ est un calcul de moyenne pondérée. Il conduit bien entendu aux mêmes résultats que la méthode directe.(167,5cm pour les filles et 178,8cm pour les garçons) Cependant son organisation pose quelques problèmes aux élèves.
De même, pour le calcul à partir du tableau ❸ dont le but est de montrer la perte d'information due au regroupement en classes, le professeur doit se garder d'intervenir trop vite.
On sait qu'une moyenne est sensible aux valeurs extrêmes. Ce n'est pas très probant ici. Pour accélérer les calculs on pourra utiliser la fonction « moyenne ».

<u>Troisième partie</u> : détermination d'une valeur médiane (1 séance)

On n'utilise pas la fonction intégrée « médiane ». Il faut donc procéder comme pour le calcul des moyennes, à savoir créer une nouvelle feuille, y coller les données tailles filles et tailles garçons, puis opérer un tri et enfin chercher la taille de la 178^{è} fille (168cm) et celle du 202^{è} garçon. (179cm)

Le graphique des fréquences cumulées croissantes apporte des informations complémentaires : on peut y lire les valeurs médianes mais aussi les quartiles ; de plus les deux graphiques sont quasiment « parallèles » comme disent les élèves. On peut l'interpréter en disant que les garçons sont certes plus grands que les filles mais que les deux groupes ont une croissance similaire.

On observera aussi que dans cette série, moyenne et médiane sont confondues et que cette activité n'est donc pas idéale pour comparer ces deux notions.

Quatrième partie (*) *: les enfants sont ils plus grands que leurs parents ? (2 séances)*

Les graphiques en nuages de points montrent assez nettement que les garçons sont majoritairement plus grands que leur père et les filles plus grandes que leur mère. Il est possible de faire tracer par l'ordinateur la droite d'équation $y = x$ sur le graphique, mais les élèves ne l'ont pas fait sauf certains qui ont utilisé un outil de dessin. Pour simplifier, on imprime le graphique et on trace la droite manuellement.
Le calcul des proportions nécessite un comptage. C'est l'occasion d'introduire un test simple :
« Si taille fils > taille père alors1 sinon 0 »

On obtient les résultats suivants :

283/403 garçons soit 70,2 % ont une taille supérieure à celle de leur père

246/355 filles soit 69,2 % ont une taille supérieure à celle de leur mère.

Les filles mesurent en moyenne 4cm de plus que leur mère et les garçons 4cm de plus que leur père !
<u>Remarque sur les graphiques en nuages de points</u> : tous les points n'ont pas le même « poids ». Ainsi pour le graphique « mère-fille » le point (166 ;170) correspond à une personne alors que le point (155 ; 160) correspond à 10 personnes. Cela n'affecte pratiquement pas la proportion de filles plus grandes que leur mère.

Il paraît que les personnes très grandes ont des enfants plus petits qu'elles et que les personnes plutôt petites ont des enfants plus grands qu'elles. Qu'en pensez-vous ?

Il est naturel d'être d'accord avec cette déclaration. Les proportions vont dépendre des bornes que l'on choisit.

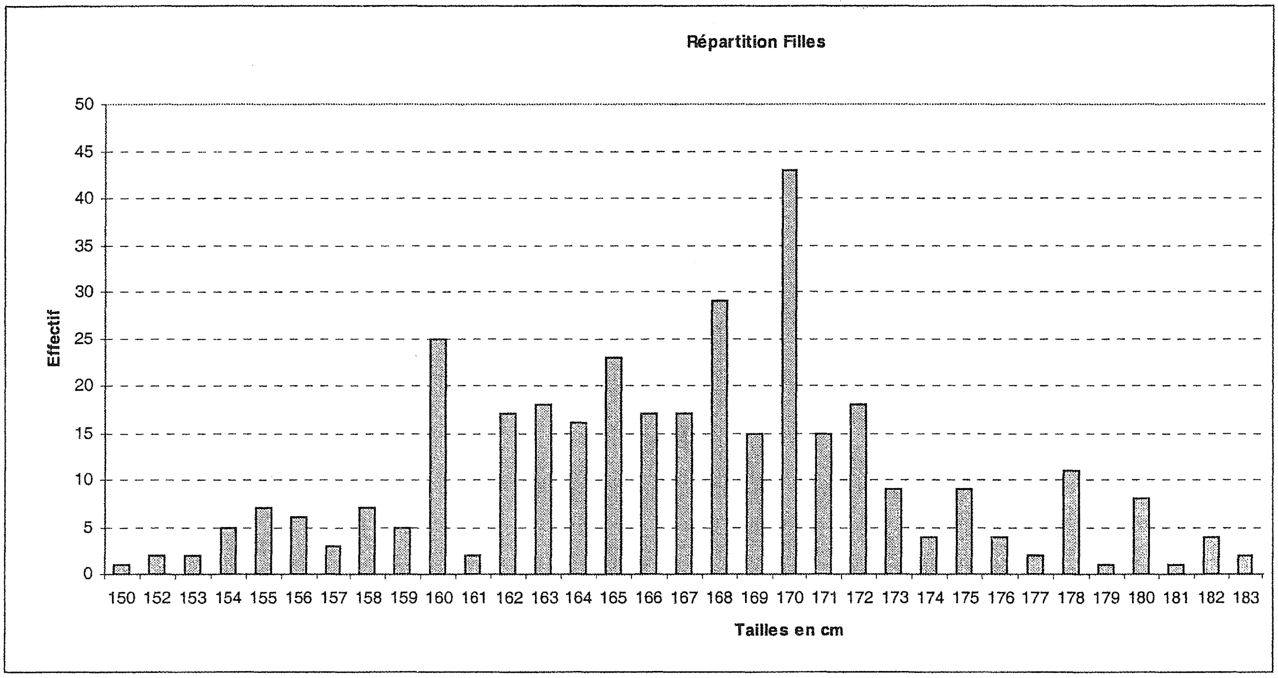
17 pères mesurant au moins 1,90m ont eu des garçons dont 13 mesurent moins de 1,90m.

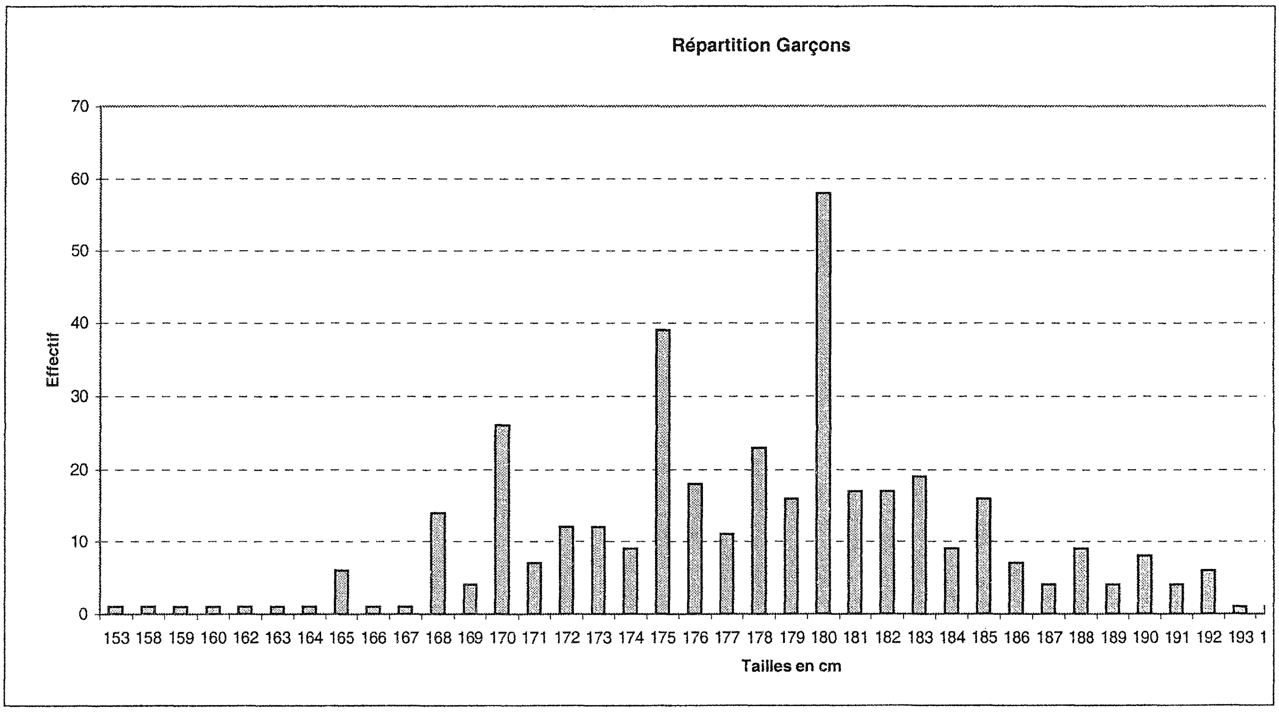
5 mères mesurant plus de 1,80m ont eu des filles dont 4 mesurent moins de 1,80m.

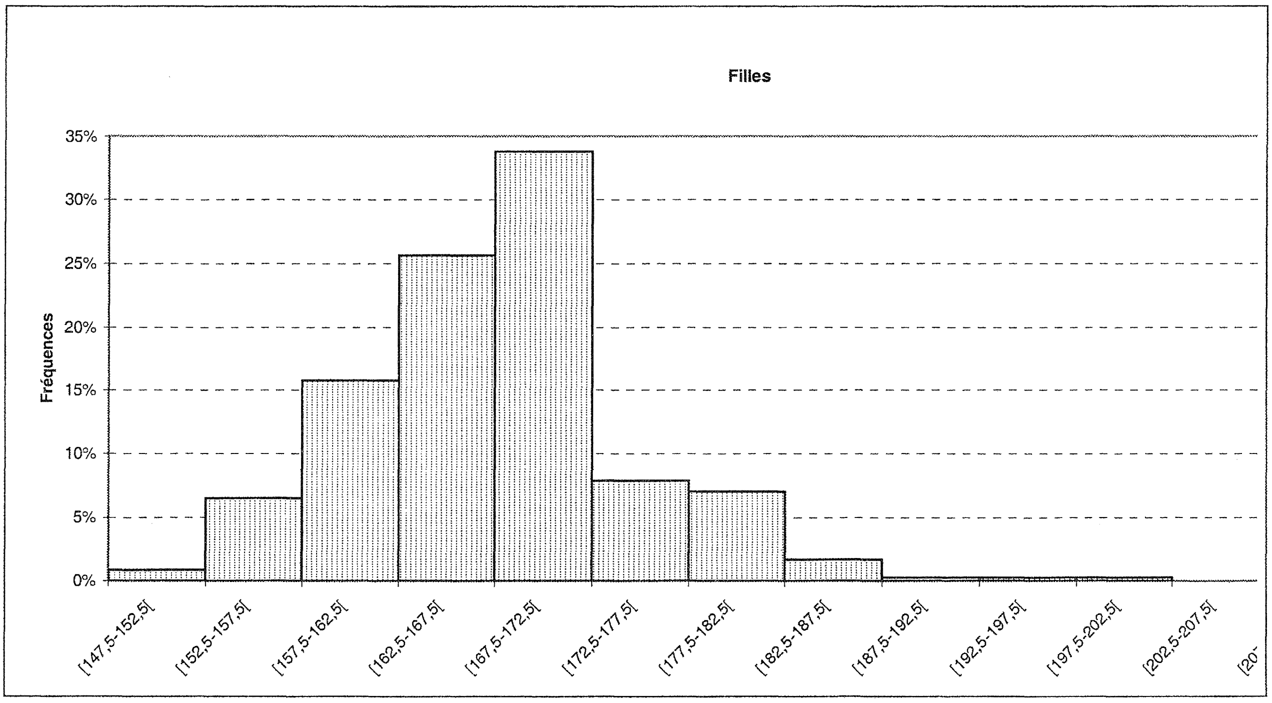
52 pères mesurant moins de 1,65m ont eu des garçons dont 50 mesurent plus de 1,65m.

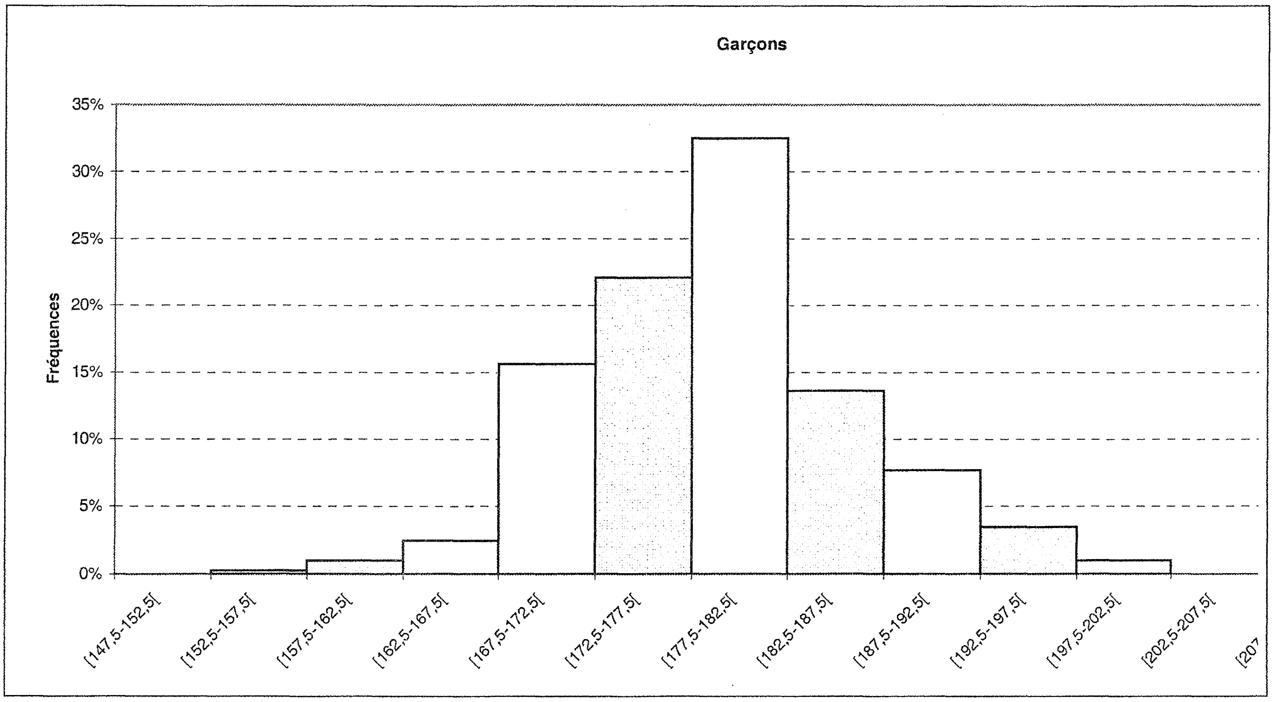
46 mères mesurant moins de 1,60m ont eu des filles dont 40 mesurent plus de 1,60m.

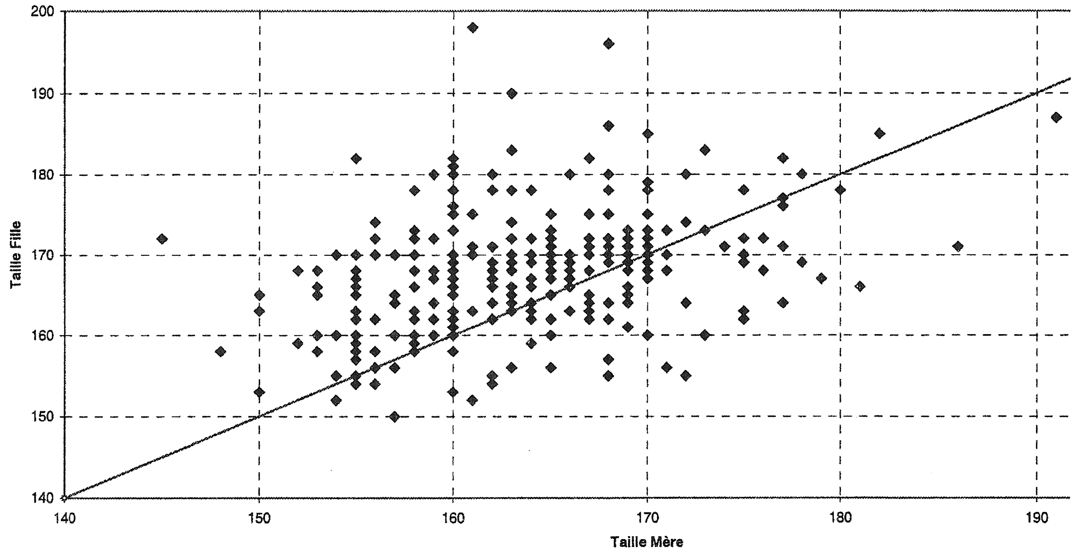
(*) Les données concernant cette partie sont à récupérer sur le serveur de l'IREM ; (leur impression nécessite 14 pages)

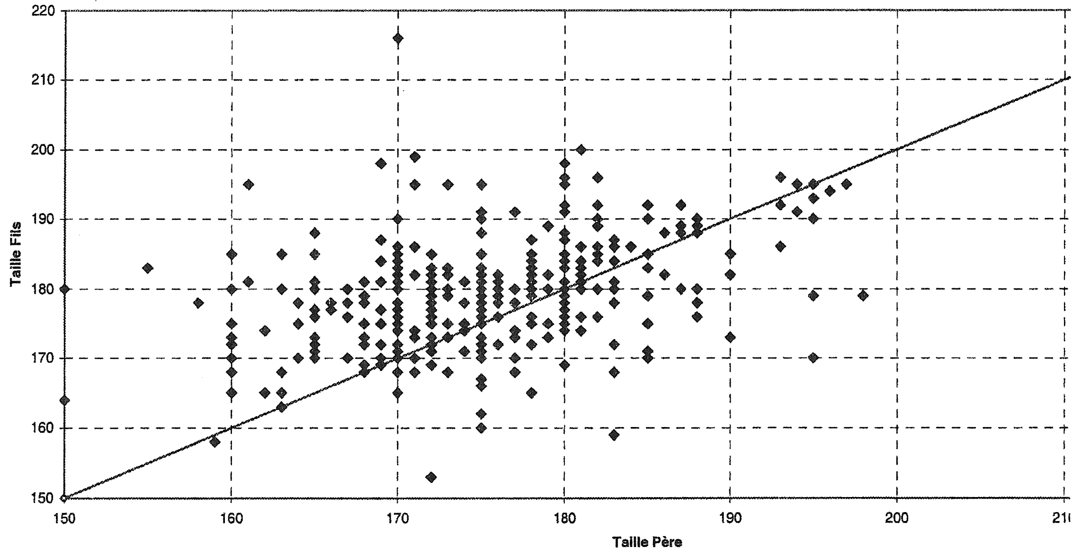

Répartition Filles
Effectif
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
150 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183
Tailles en cm

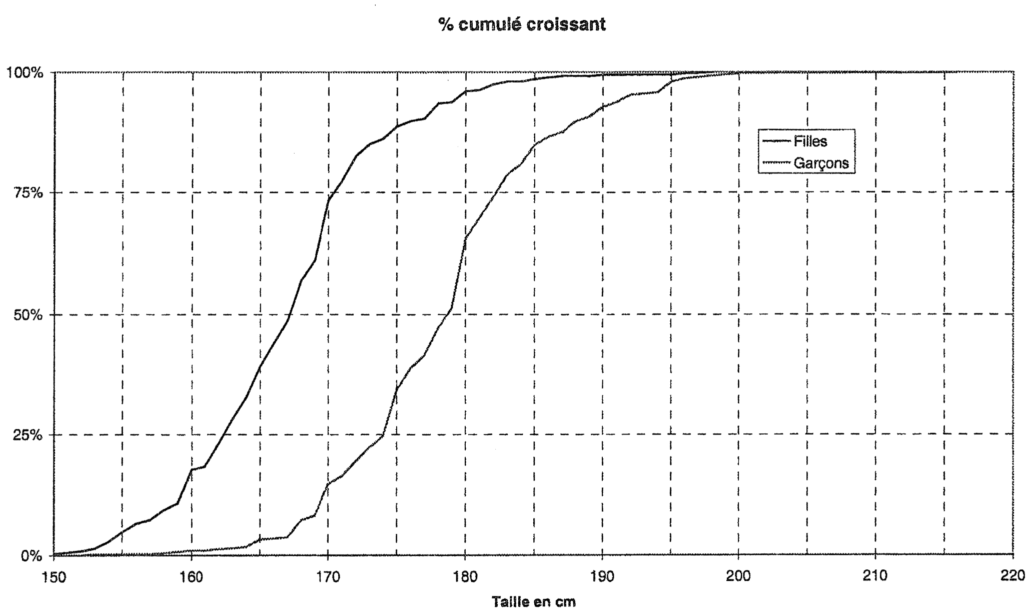

Répartition Garçons
Effectif
0
10
20
30
40
50
60
70
153 158 159 160 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 1
Tailles en cm


Filles
Fréquences
35%
30%
25%
20%
15%
10%
5%
0%
[147,5-152,5[
[152,5-157,5[
[157,5-162,5[
[162,5-167,5[
[167,5-172,5[
[172,5-177,5[
[177,5-182,5[
[182,5-187,5[
[187,5-192,5[
[192,5-197,5[
[197,5-202,5[
[202,5-207,5[
[20


Garçons
Fréquences
35%
30%
25%
20%
15%
10%
5%
0%
[147,5-152,5[
[152,5-157,5[
[157,5-162,5[
[162,5-167,5[
[167,5-172,5[
[172,5-177,5[
[177,5-182,5[
[182,5-187,5[
[187,5-192,5[
[192,5-197,5[
[197,5-202,5[
[202,5-207,5[
[207


Taille Fille
Taille Mère
200
190
180
170
160
150
140
140
150
160
170
180
190


Taille Fils
Taille Père
220
210
200
190
180
170
160
150
150
160
170
180
190
200
210

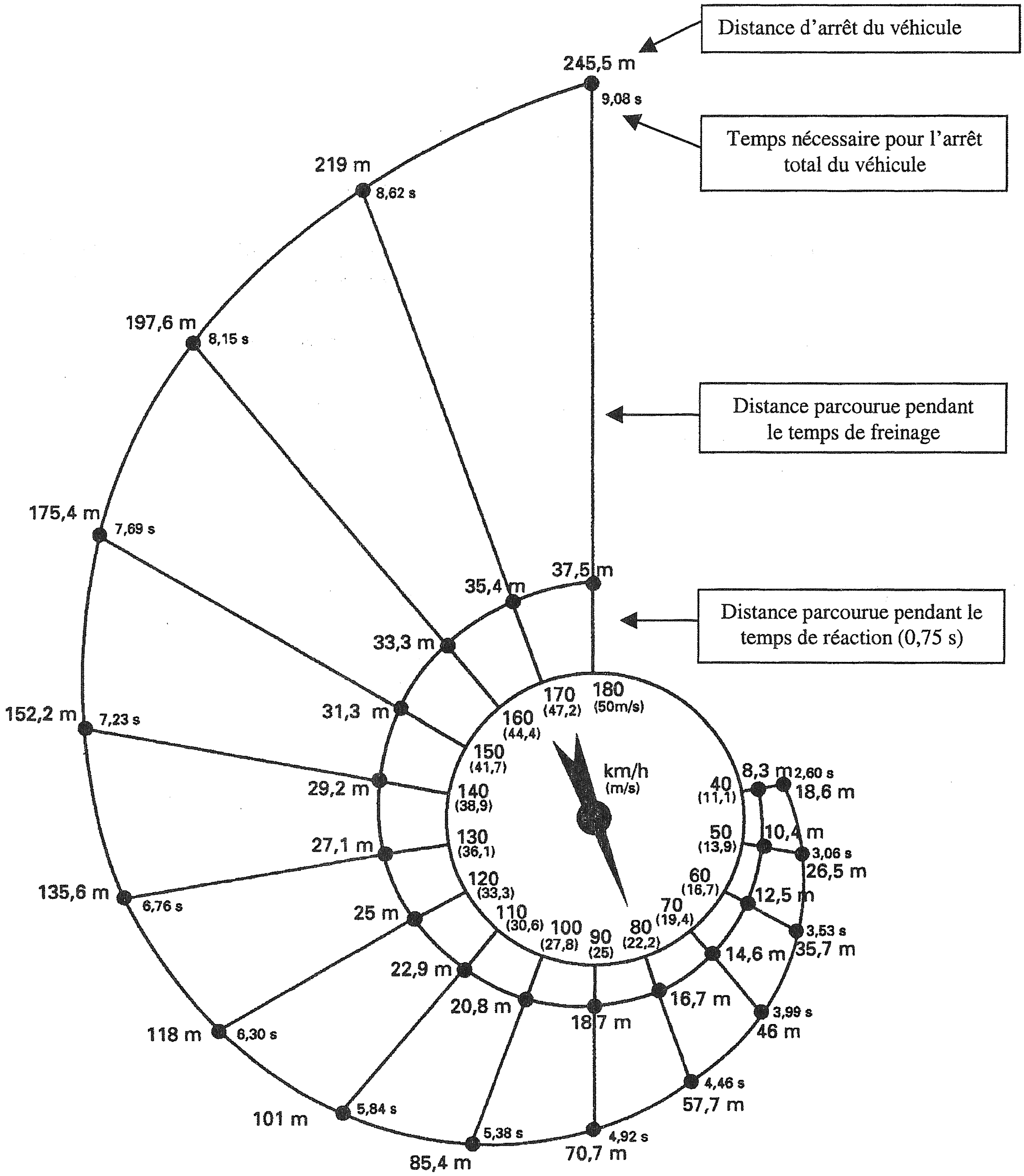

% cumulé croissant
100%
75%
50%
25%
0%
150
160
170
180
190
200
210
220
Taille en cm
Filles
Garçons

Vitesse et distance d'arrêt d'un véhicule

(D'après un document Sécurité routière)

<u>*fiche élève*</u>

Le graphique ci-dessous en forme d'escargot donne la distance d'arrêt théorique d'un véhicule dans de bonnes conditions de freinage : *conducteur particulièrement vigilant (temps de réaction de 0,75 s), freins et pneumatiques en parfait état, route sèche munie d'un bon revêtement.*



Niveau : 4ème ou 3ème (selon les objectifs) Durée : 2h dont 1h en salle multimédia	Objectifs : - lire, construire et comparer différents types de graphiques - manipuler des grandeurs proportionnelles ou non - exemples de fonctions linéaires et affines Outils tableur : - graphiques - opérations élémentaires - recopie

Présentation de l'activité

L'activité s'appuie sur un document sécurité routière(voir la fiche élève), à savoir un graphique en « escargot » montrant l'effet de la vitesse d'un véhicule sur sa distance d'arrêt.
Elle a été testée par deux groupes d'élèves avec des objectifs différents :

- *Utilisation d'un tableur pour créer des graphiques et dans ce cas 1h suffit*
- *Mise en évidence des relations entre les différentes grandeurs en réorganisant les données et en s'appuyant sur les graphiques. En particulier on peut utiliser cette activité comme introduction aux fonctions affines en 3ème*

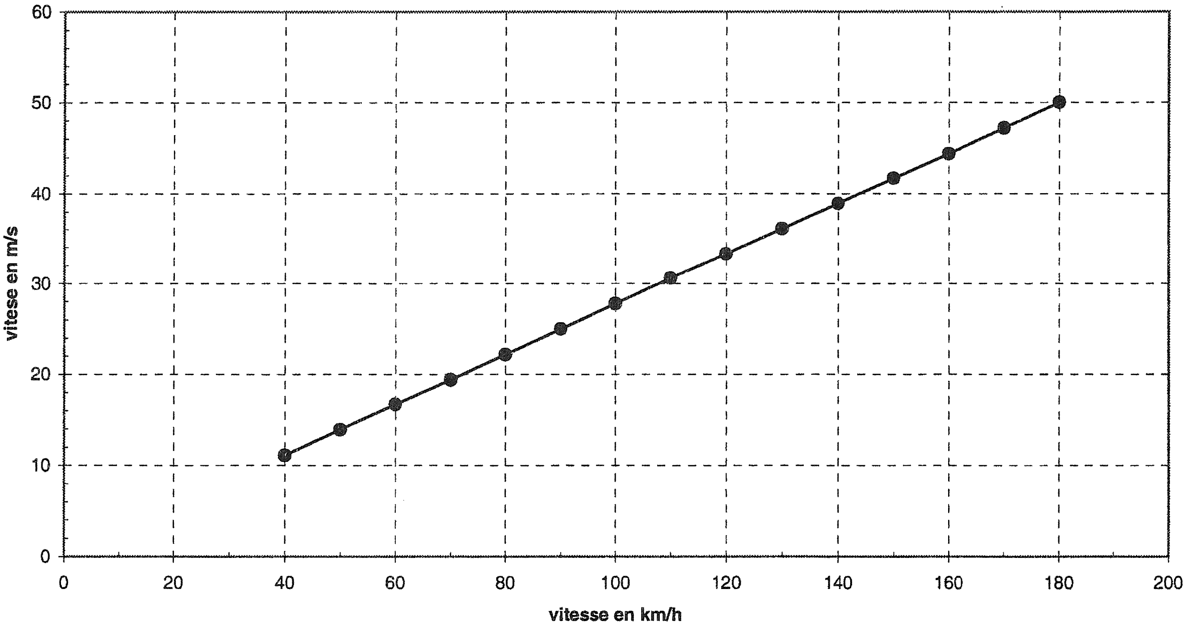
Déroulement de l'activité

1. Lecture du graphique en escargot et relevé de ses données

Vitesse km/h	Vitesse m/s	Temps de réaction s	Distance de réaction m	Distance de freinage m	Distance d'arrêt m	Temps nécessaire pour l'arrêt total s
40	11,1	0,75	8,3	10,3	18,6	2,6
50	13,9	0,75	10,4	16,1	26,5	3,06
60	16,7	0,75	12,5	23,2	35,7	3,53
70	19,4	0,75	14,6	31,4	46	3,99
80	22,2	0,75	16,7	41	57,7	4,46
90	25	0,75	18,7	52	70,7	4,92
100	27,8	0,75	20,8	64,6	85,4	5,38
110	30,6	0,75	22,9	78,1	101	5,84
120	33,3	0,75	25	93	118	6,3
130	36,1	0,75	27,1	108,5	135,6	6,76
140	38,9	0,75	29,2	123	152,2	7,23
150	41,7	0,75	31,3	144,1	175,4	7,69
160	44,4	0,75	33,3	164,3	197,6	8,15
170	47,2	0,75	35,4	183,6	219	8,62

2. Les graphiques

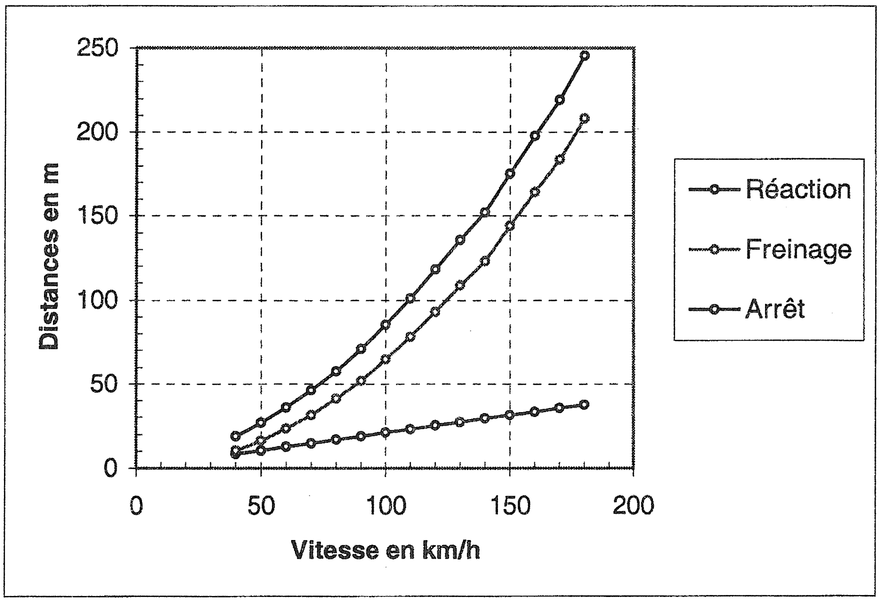
Graph 1 : Relation entre la vitesse exprimée en km/h (on devrait écrire $km.h^{-1}$) et la même vitesse exprimée en m/s ($m.s^{-1}$)



Le graphique suggère la proportionnalité, le calcul la démontre.

Fonction linéaire associée : $f(x) = \frac{5}{18}x$

Graph2 : Les distances en fonction de la vitesse à l'instant du freinage



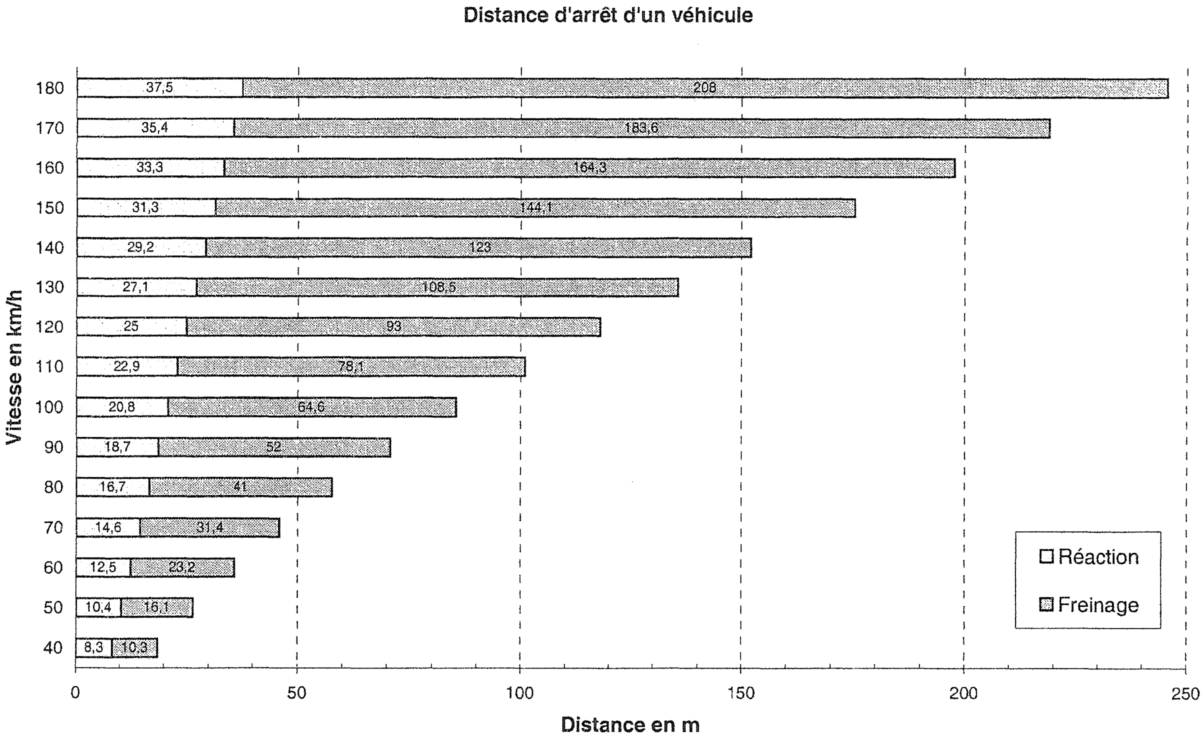
On pourra observer la proportionnalité entre la vitesse et la distance de réaction .
On peut même composer deux fonctions linéaires :

$$\underset{\text{Km/h}}{V} \xrightarrow{\times\frac{5}{18}} \underset{\text{m/s}}{V} \xrightarrow{\times\frac{3}{4}} \underset{\text{m}}{D}$$

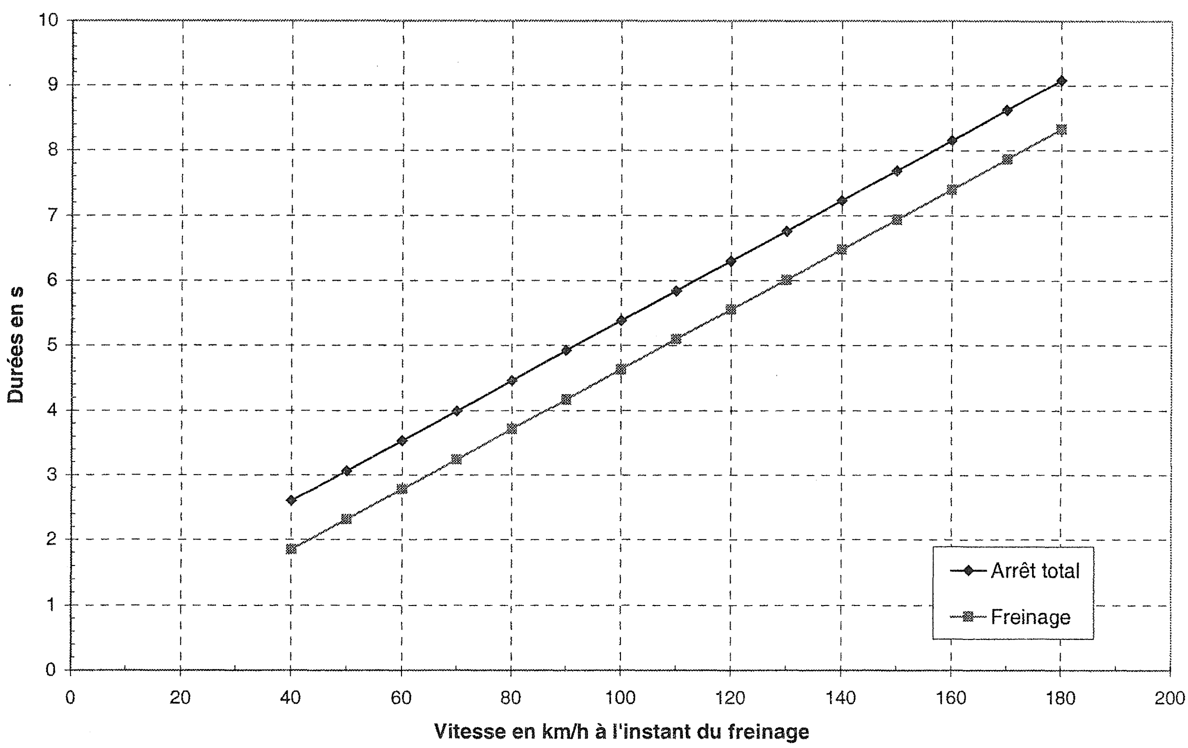
On peut vérifier sur un graphique imprimé que la distance d'arrêt est la somme des distances de réaction et de freinage en comparant les distances convenables.

On remarquera enfin que le graphique laisse entrevoir une anomalie à 140 km/h.

Graph 3 : toujours les distances



Graph 4 : les durées



Le graphique suggère une relation de proportionnalité entre la vitesse atteinte à l'instant du freinage et la durée de celui-ci. C'est un résultat loin d'être évident et qui montre qu'il apporte ici un plus par rapport à un tableau de valeurs.

Question pour les élèves : déterminer le temps que mettrait pour s'arrêter un conducteur lancé à 200km/h

Réponse : environ 10s $\quad 2 \times$ temps de freinage à 100 km/h + temps de réaction

$$2 \times 4{,}6 + 0{,}75$$

De la fonction linéaire à la fonction affine

Le parallélisme des deux droites s'explique plutôt bien par la translation de vecteur $0{,}75\vec{j}$ même si les élèves ne le disent pas comme cela et la fonction affine apparaît naturellement comme une « fonction linéaire + constante ».

On établit la relation : T = 0,046v + 0,75 Le calcul du coefficient directeur se faisant à partir du couple (100 ; 4,6).

Pour aller plus loin : quelques formules

En considérant, lors du freinage, le véhicule soumis à une force constante, on démontre, en appliquant le principe fondamental de la dynamique, que :

– D'une part la distance de freinage est donnée par la formule $\mathbf{d = \frac{1}{2g}\frac{V^2}{f}}$

Où d est la distance en m, V la vitesse en $m.s^{-1}$, g l'accélération de la pesanteur et f le coefficient de frottement des pneumatiques (compris entre 0,6 et 0,9). Il n'est pas tenu compte du Cx (coefficient de pénétration dans l'air)

– D'autre part la durée de freinage est donnée par la formule : $\mathbf{t = \frac{1}{g \times f} V}$

En prenant g = 10 $m.s^{-2}$ et 0,6 comme valeur de f, on peut demander aux élèves de reconstruire par **le calcul(*)** un tableau similaire au tableau initial et de comparer les deux tableaux.. On regardera en particulier les valeurs obtenues à 140km/h.

Vitesse km/h	Vitesse m/s	Temps de réaction s	Distance de réaction m	Distance de freinage m	Distance d'arrêt m	Temps de freinage s	Temps nécessaire pour l'arrêt total s
40	11,1	0,75	8,3	10,3	18,6	1,9	2,60
50	13,9	0,75	10,4	16,1	26,5	2,3	3,06
60	16,7	0,75	12,5	23,1	35,6	2,8	3,53
70	19,4	0,75	14,6	31,5	46,1	3,2	3,99
80	22,2	0,75	16,7	41,2	57,8	3,7	4,45
90	25,0	0,75	18,8	52,1	70,8	4,2	4,92
100	27,8	0,75	20,8	64,3	85,1	4,6	5,38
110	30,6	0,75	22,9	77,8	100,7	5,1	5,84
120	33,3	0,75	25,0	92,6	117,6	5,6	6,31
130	36,1	0,75	27,1	108,7	135,8	6,0	6,77
140	38,9	0,75	29,2	126,0	155,2	6,5	7,23
150	41,7	0,75	31,3	144,7	175,9	6,9	7,69
160	44,4	0,75	33,3	164,6	197,9	7,4	8,16
170	47,2	0,75	35,4	185,8	221,2	7,9	8,62
180	50,0	0,75	37,5	208,3	245,8	8,3	9,08
190	52,8	0,75	39,6	232,1	271,7	8,8	9,55
200	55,6	0,75	41,7	257,2	298,9	9,3	10,01

(*) Les seules valeurs à saisir dans le tableau sont 40 km/h et 0,75s

Chapitre 5

APPROXIMATIONS

Approche de π

Ronds-points

Volume d'une pyramide

Racine carrée (dichotomie)

Racine carrée (méthode de Héron)

Sous cette rubrique nous avons regroupé cinq activités : trois de type géométrique et deux de type numérique. Le tableur est ici utilisé en tant qu'outil d'itération performant après une étude géométrique approfondie.

Les parties de programmes abordées : polygones réguliers, agrandissements, pyramides, racines carrées, encadrements, concernent les classes de 4$^{\text{ème}}$ et 3$^{\text{ème}}$ mais les activités peuvent être proposées à différents niveaux selon l'approfondissement recherché.

- **Approche de π par la méthode de Legendre**

  Encadrement de l'aire du disque de rayon 1 par les aires des polygones réguliers inscrits et circonscrits.

- **Les ronds-points sont-ils bien ronds ?**

  Approche de l'aire d'un disque par les aires des polygones réguliers inscrits.

- **Approximation du volume d'une pyramide régulière à base carrée**

  Approche du volume de cette pyramide par une somme de volumes de pavés droits (illustration par géospace).

- **Approximation décimale d'une racine carrée par dichotomie**

  Encadrement du nombre dont on veut approcher la racine par les carrés de deux nombres puis utilisation de la moyenne arithmétique de ces deux nombres pour l'obtention d'un encadrement plus précis.

- **Approximation d'une racine carrée par la méthode de Héron**

  Le nombre dont on veut approcher la racine est considérée comme l'aire d'un rectangle et on se rapproche de l'aire d'un carré en utilisant la moyenne des deux dimensions.

Approche du nombre π

Par la méthode de Legendre

Adrien-Marie Legendre, mathématicien français (1752-1853) reprend l'idée des périmètres d'Archimède mais avec les aires.

Pourquoi Legendre et pas Archimède ?

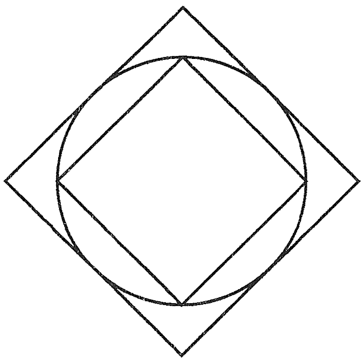
Les deux méthodes s'appuient sur un résultat implicitement admis : l'aire et le périmètre d'un disque sont compris entre les aires et les périmètres de polygones réguliers inscrits et circonscrits mais il est plus facile, pour des élèves de collège de « voir » et de calculer des aires que des périmètres.

<u>Niveau</u> : $3^{ème}$ <u>Prérequis</u> : Propriété de Thalès Agrandissement – réduction <u>Durée</u> : 3h dont 1h en salle multimédia	<u>Objectifs</u> : - Meilleure connaissance de π - Travail sur les polygones - Calculs d'aires - Appliquer un algorithme <u>Outils tableur</u> : recopie, opérations de base, racine

La méthode de Legendre

(voir Repères IREM n°° 29 octobre 1997)

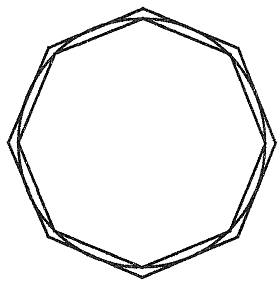
Soit un disque de rayon 1



Si A et B désignent les aires des polygones inscrits et circonscrits à n côtés A' et B' les aires des polygones obtenus en doublant le nombre de côtés alors

$$A' = \sqrt{A \times B}$$

$$B' = \frac{2AB}{A + A'}$$



Plan de l'activité

Voir les fiches élèves ci-après

1. Etude d'une configuration (triangle équilatéral)
2. Du triangle équilatéral à l'hexagone
3. La méthode de Legendre
4. Utilisation d'un tableur

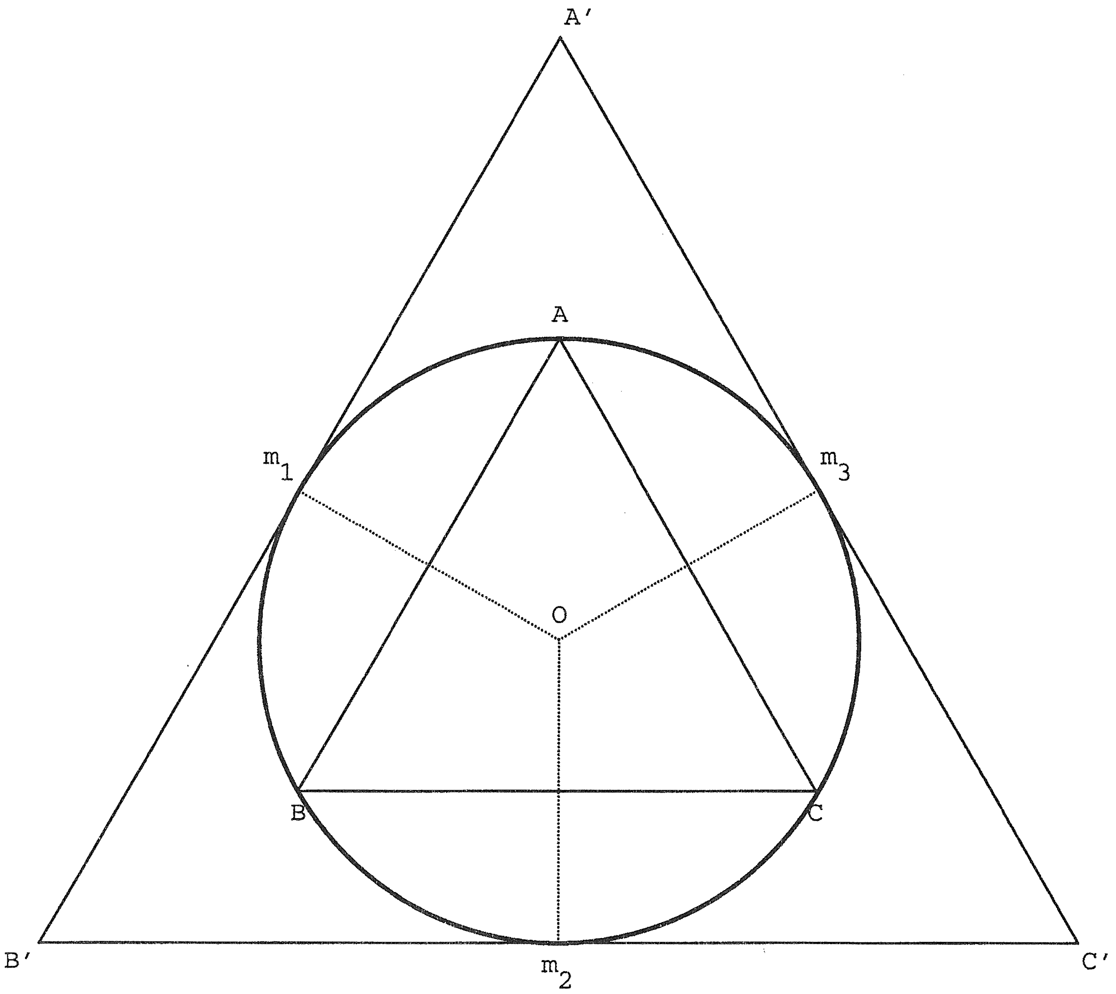
<u>Remarques</u> : la première partie est assez difficile ; la donner en activité de recherche.
Le calcul de l'aire de l'hexagone inscrit (seconde partie) est quasi immédiat si on observe la figure : c'est le double de l'aire du triangle équilatéral.
Les deux autres parties ne présentent pas de difficultés particulières. On pourra demander aux élèves les plus rapides de reprendre les calculs en partant du carré.

Aires de polygones réguliers

Fiches élèves 1 2 3

Première partie

Sur la figure ci-dessous, on considère un cercle de centre O et de rayon 1. ABC est un triangle équilatéral inscrit dans ce cercle. Les points m_1 m_2 m_3 sont les milieux respectifs des arcs $\overset{\frown}{AB}$ $\overset{\frown}{BC}$ et $\overset{\frown}{CA}$. Les droites (A'B') (B'C') et (C'A') sont les tangentes au cercle en m_1, m_2, m_3.



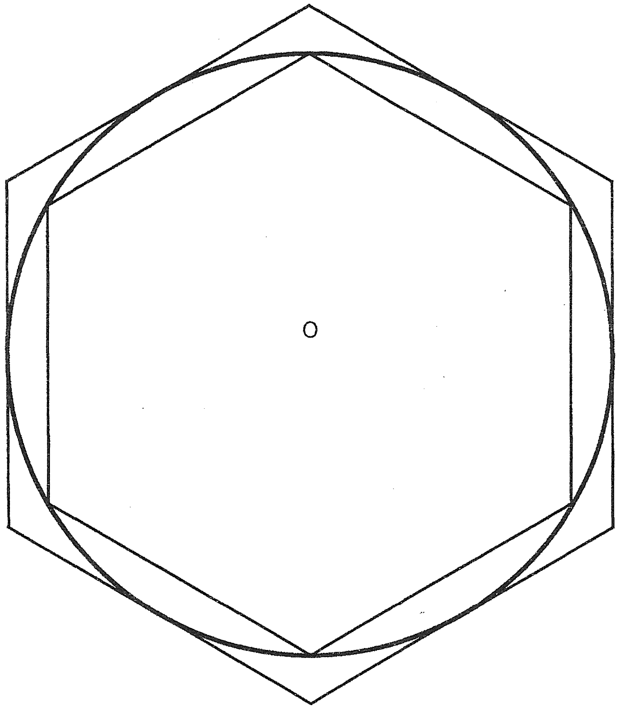
1. Démontrer que les points O A A'sont alignés

Indication : prouver qu'ils sont tous les trois équidistants des points m_1 et m_3

2. Montrer que les deux triangles ont leurs côtés parallèles.
3. En utilisant le théorème de Thalès démontrer que le triangle A'B'C' est un agrandissement du triangle ABC.
4. Calculer le rapport d'agrandissement.
5. Montrer que l'aire du triangle ABC est $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$
6. En déduire l'aire du triangle A'B'C'.

Deuxième partie

On a doublé le nombre de côtés pour obtenir deux hexagones réguliers, l'un inscrit et l'autre circonscrit.



1. Calculer l'aire de l'hexagone inscrit.

2. Calculer le rapport d'agrandissement.

3. En déduire l'aire de l'hexagone circonscrit.

Troisième partie

Le mathématicien français Adrien-Marie Legendre (1752-1833) a trouvé une méthode simple permettant de calculer, à partir de l'aire d'un polygone régulier, l'aire du polygone obtenu en doublant le nombre de côtés.
Cette méthode est donnée ci-dessous sous forme de programmes de calculs.

Programme 1
*Pour obtenir l'aire du polygone **inscrit** :*
a) Faire le produit des aires des polygones inscrit et circonscrit précédents.
b) Prendre la racine carrée du produit.

Programme 2
*Pour obtenir l'aire du polygone **circonscrit** :*
a) Faire le double produit des aires des polygones inscrit et circonscrit précédents.
b) Faire la somme des aires des deux polygones inscrits (l'ancien et le nouveau).
c) Diviser le résultat du double produit par cette somme.

1. Appliquer les programmes 1 et 2 au calcul des aires des hexagones et retrouver ainsi les résultats de la deuxième partie.

2. A l'aide d'un tableur réitérer le procédé et calculer les aires des polygones à 12 côtés, 24 côtés, 48 côtés etc...

Nombre de côtés	Aire du polygone inscrit dans un cercle de rayon 1	Aire du polygone circonscrit dans un cercle de rayon 1
3	1,29903810567666	5,19615242270663
6	2,59807621135332	3,46410161513775
12	3,00000000000000	3,21539030917347
24	3,10582854123025	3,15965994209750
48	3,13262861328124	3,14608621513143
96	3,13935020304687	3,14271459964537
192	3,14103195089051	3,14187304997982
384	3,14145247228546	3,14166274705685
768	3,14155760791186	3,14161017660469
1 536	3,14158389214832	3,14159703432153
3 072	3,14159046322805	3,14159374877135
6 144	3,14159210599927	3,14159292738510
12 288	3,14159251669216	3,14159272203861
24 576	3,14159261936538	3,14159267070200
49 152	3,14159264503369	3,14159265786784
98 304	3,14159265145077	3,14159265465931
196 608	3,14159265305504	3,14159265385717
393 216	3,14159265345610	3,14159265365664
786 432	3,14159265355637	3,14159265360650
1 572 864	3,14159265358144	3,14159265359397
3 145 728	3,14159265358770	3,14159265359084
6 291 456	3,14159265358927	3,14159265359005
12 582 912	3,14159265358966	3,14159265358986
25 165 824	3,14159265358976	3,14159265358981
50 331 648	3,14159265358978	3,14159265358980
100 663 296	3,14159265358979	3,14159265358979

On utilise au maximum les possibilités de calcul du tableur ici excel qui permet d'obtenir 15 chiffres significatifs

	A	B	C
1	3	=3×RACINE(3)/4	=3×RACINE(3)
2	=2×A1	=RACINE(B1×C1)	=2×B1×C1/(B1+B2)

Nombre de côtés	Aire du polygone inscrit dans un cercle de rayon 1	Aire du polygone circonscrit dans un cercle de rayon 1
4	2,00000000000000	4,00000000000000
8	2,82842712474619	3,31370849898476
16	3,06146745892072	3,18259787807453
32	3,12144515225805	3,15172490742926
64	3,13654849054594	3,14411838524590
128	3,14033115695475	3,14222362994246
256	3,14127725093277	3,14175036916897
512	3,14151380114430	3,14163208070318
1 024	3,14157294036709	3,14160251025681
2 048	3,14158772527716	3,14159511774959
4 096	3,14159142151120	3,14159326962931
8 192	3,14159234557012	3,14159280759965
16 384	3,14159257658487	3,14159269209226
32 768	3,14159263433856	3,14159266321541
65 536	3,14159264877699	3,14159265599620
131 072	3,14159265238659	3,14159265419139
262 144	3,14159265328899	3,14159265374019
524 288	3,14159265351459	3,14159265362739
1 048 576	3,14159265357099	3,14159265359919
2 097 152	3,14159265358509	3,14159265359214
4 194 304	3,14159265358862	3,14159265359038
8 388 608	3,14159265358950	3,14159265358994
16 777 216	3,14159265358972	3,14159265358983
33 554 432	3,14159265358978	3,14159265358980
67 108 864	3,14159265358979	3,14159265358980
134 217 728	3,14159265358979	3,14159265358979

Pourquoi avoir privilégié le triangle équilatéral alors que le calcul manuel de l'aire du carré est simple ?

Tout simplement parce que le calcul manuel et exact de l'aire de l'octogone est nettement plus difficile que le calcul de l'aire de l'hexagone

Ronds-points
(fiche professeur)

Niveau : 3ème Pré requis : - Aire d'un triangle, aire d'un disque - Racine carrée - Pourcentage - Trigonométrie Durée : 3 heures, dont une heure en salle multimédia.	Objectifs : - construction de polygones réguliers -notion d'angle au centre - erreur absolue, erreur relative Outils tableur : - références absolues et relatives - nombre π - fonction sinus et conversion en radians

Dans cette activité, on cherche à déterminer quel doit être le nombre de côtés d'un polygone régulier pour qu'on puisse le confondre raisonnablement avec son cercle circonscrit.

Déroulement de l'activité

La première fiche distribuée aux élèves pose l'essentiel du problème. Leurs niveaux et vitesse de travail étant très différents, cela permet de laisser travailler les élèves rapides seuls ou par groupes de deux et de fournir des aides écrites aux autres au fur et à mesure des besoins.

Trois moments de mise au point :

- la construction des polygones
- l'aire de la partie grisée pour le triangle
- la généralisation et la mise en place de l'utilisation du tableur pour résoudre le problème

A propos des questions de la fiche élève

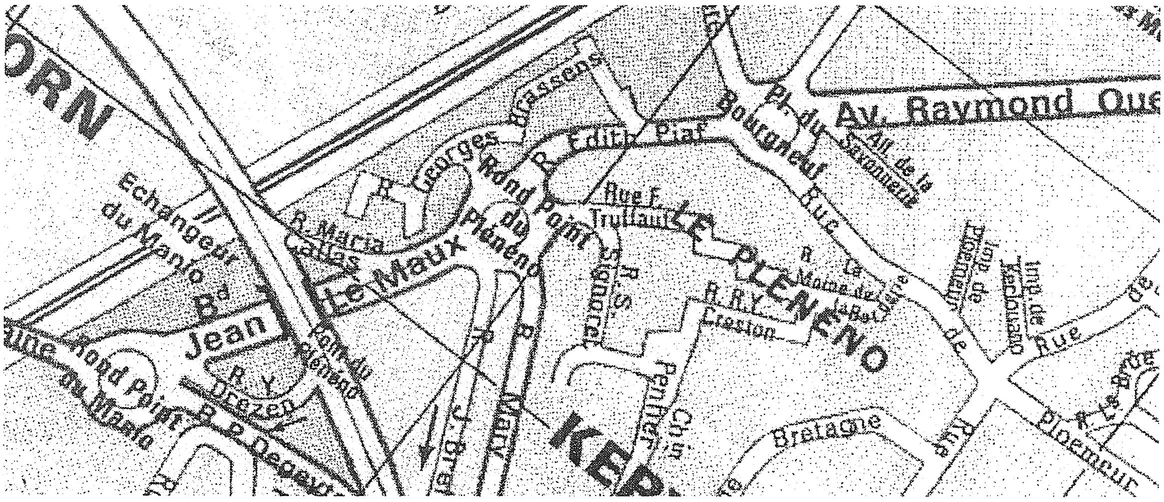
Q1 Construction des polygones
Partie assez longue. Il est bon de faire un bilan sur les différentes méthodes, à partir du calcul des angles au centre ou avec un programme de construction.

Q2 et Q3 Les calculs
Pour le triangle, beaucoup d'élèves ont besoin d'un coup de pouce pour trouver la méthode, découper la figure en surfaces dont on sait calculer l'aire. (certains cherchent l'aire de la partie grisée directement) (*voir fiche élève : aide question* 2)
Aucun problème pour le carré ; les calculs des aires du pentagone et de l'hexagone sont bien réussis dans l'ensemble.
Des comparaisons entre les aires et le nombre de côtés peuvent être soulevées : proportionnalité ou non ?

Q4 La généralisation
Elle est discutée en classe entière (des élèves proposent des idées en utilisant la proportionnalité). La démonstration et la mise en place du tableau avec un tableur sont faites au tableau noir. Le problème étant de savoir quel est le pourcentage accepté pour une bonne approximation.
Une fiche est donnée pour faire le bilan de la discussion et de la recherche. (*fiche élève corrigé question 4*)
Une heure sur ordinateur est nécessaire pour que tous les élèves sortent leurs résultats.

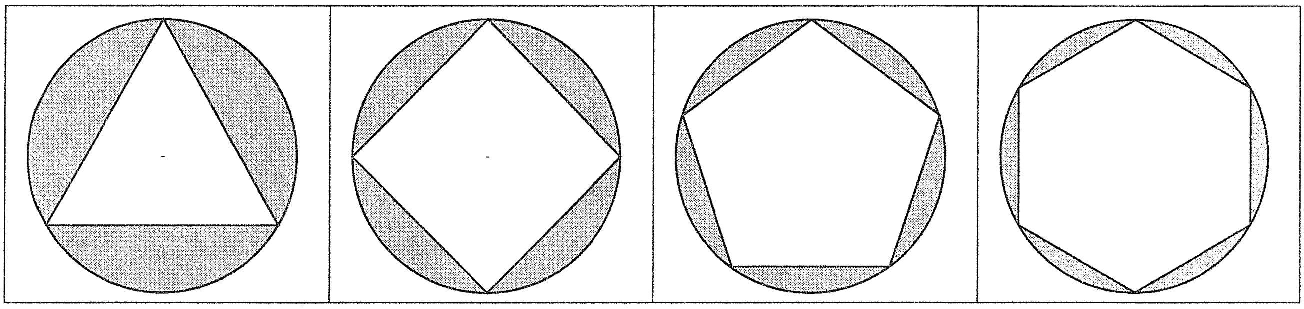
Les ronds-points sont-ils vraiment ronds ?

(fiche élève)



Un polygone **régulier** est inscrit dans un cercle. Tous ses côtés ont la même longueur et tous ses angles sont égaux.

1) Construire les polygones réguliers ci-dessous inscrits dans un cercle de rayon de 5 cm.
   Préciser leur nom.



2) Calculer l'aire de la partie grisée.
   Que devient cette aire lorsqu'on augmente le nombre de côtés du polygone ?

3) Evaluer l'aire de la partie grisée en pourcentage de l'aire du disque.

4) Quel doit être le nombre de côtés du polygone pour que l'on puisse le confondre raisonnablement avec son cercle circonscrit ?
   Quelle méthode rapide peut-on mettre en œuvre pour répondre à cette question ?

Aide : question 1

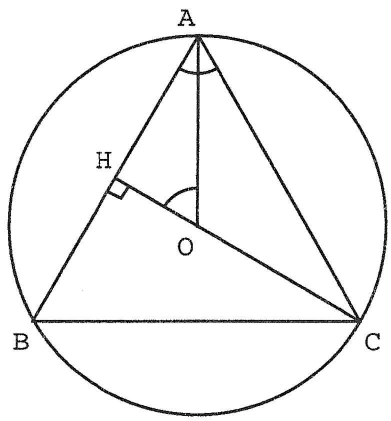
Programme de construction

Tracer un cercle C de centre O et de rayon 5 cm et deux rayons perpendiculaire [OA] et [OB].
Tracer le cercle C_1 de centre I et de diamètre [OA].
Le segment [BI] coupe le cercle C_1 au point D.
Le cercle de centre B et de rayon [BD] coupe C en M_1 et M_2.
M_1M_2 est le côté d'un pentagone régulier.

Aide : question 2

Pour calculer l'aire de la partie grisée, il faut calculer la différence entre l'aire du disque et l'aire du polygone.

Pour le triangle équilatéral



Dans le triangle OHA rectangle en H :

sin $\widehat{AOH}$ = ...

AH = ...

AB = ...

Dans le triangle CAH rectangle en H :

tan $\widehat{CAH}$ = ...

HC = ...

D'où l'aire du triangle ABC : Aire (ABC) = $\dfrac{AB \times HC}{2}$

Aire du disque : ....

Aire de la partie grisée : ....

Rappel Trigonométrie

Mesure de l'angle en degrés	Cosinus	Sinus	Tangente
30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

Corrigé de la question 4 (fiche élève) : Calcul de l'aire d'un polygone régulier en fonction du nombre de côtés.

Soit n le nombre de côtés du polygone et r le rayon du cercle circonscrit.

Angle au centre $\frac{360°}{n}$	Aire du disque $\pi \times r \times r$
Aire du triangle $\frac{1}{2} \times r \times r \times \sin \widehat{AOB}$	Aire grisée restante aire du disque – aire du polygone
Aire du polygone $n \times \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin \widehat{AOB}$	Aire restante en pourcentage $\frac{\textit{aire grisée}}{\textit{aire du disque}} \times 100$

Dans Excel :

- Deux nouvelles fonctions : le nombre π : PI( ) et le sinus d'un angle : sin (....)
- Le tableur calcule les sinus des angles exprimés en radians.

D'où la conversion d'angle $\widehat{AOB} \times \frac{\pi}{180}$

- Le rayon étant fixé pour la page de calculs, cette valeur ne doit pas changer lors de la recopie des formules, c'est ce que l'on appelle une référence absolue. Pour conserver cette valeur il faut faire précéder le nom de la cellule de $: exemple $B$5 au lieu de B5. On peut tourner la difficulté en remplaçant E8 par la formule $\boxed{= \text{E7}}$. Dès lors, les références absolues ne sont plus nécessaires en E7.
-

	A	B	C	D	E	F	G
1			Calcul de l'aire des polygones réguliers				
2							
3	Rayon	5					
4							
5							
6	nombre de côtés	angle au centre	aire du triangle	aire du polygone	aire du disque	aire grisée restante	aire restante en %
7	3	=360/A7	=$B$3*$B$3*SIN(B7*PI()/180)/2	=A7*C7	=PI()*$B$3*$B$3	=E7-D7	=F7/E7*100
8	=A7+1	=360/A8	=$B$3*$B$3*SIN(B8*PI()/180)/2	=A8*C8	=PI()*$B$3*$B$3	=E8-D8	=F8/E8*100

nombre de côtés	angle au centre	aire du triangle	aire du polygone	Aire du disque	aire grisée restante	aire restante en %
3	120	10.8253	32.4760	78.5398	46.0639	58.65
4	90	12.5000	50.0000	78.5398	28.5398	36.34
5	72	11.8882	59.4410	78.5398	19.0988	24.32

Pour que les nombres s'affichent avec le nombre de décimales voulues : Sélectionner les lignes correspondantes en cliquant sur la lettre de la ligne. Dans le menu format activer nombres .... et préciser le nombre de décimales.

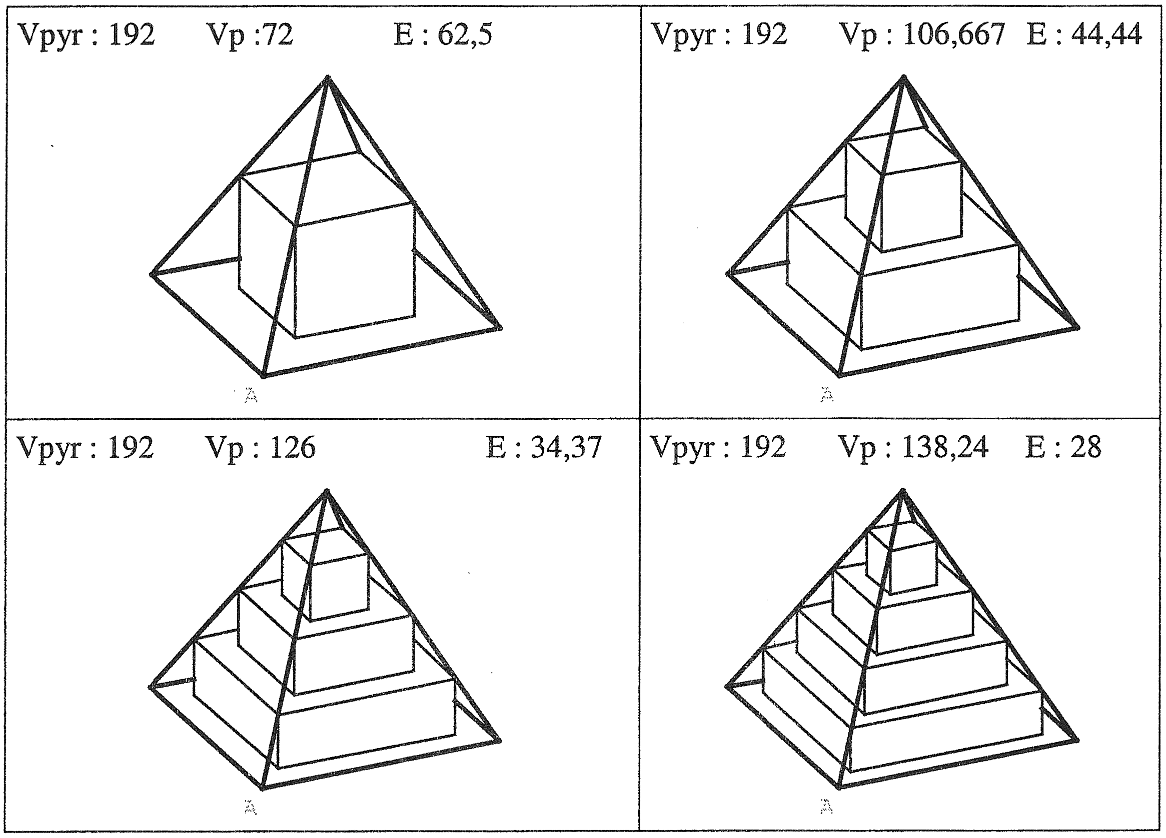
Approximation du volume d'une pyramide régulière

<u>Niveau</u> : 4è ou 3è <u>Prérequis</u> : propriété de Thalès, pyramide <u>Durée</u> : environ 4h <u>Matériel</u> : vidéo projecteur, salle multimédia, logiciel géospacw	<u>Objectifs</u> : - calculs d'aires, de volumes, de pourcentages - donner du sens à une formule <u>Outils tableur</u> - recopie - références absolues

L'activité se décompose en quatre parties :

I. Présentation du problème (1/4h)

La présentation du problème se fait avec géospacw. C'est une présentation très dynamique que le présent document ne peut traduire. Sans le recours à géospacw, l'activité resterait trop abstraite pour des élèves de collège.
On empile une suite de pavés à l'intérieur de la pyramide. Le logiciel affiche trois valeurs importantes que les élèves doivent relever : le volume de la pyramide, le volume total des pavés et l'erreur relative commise.

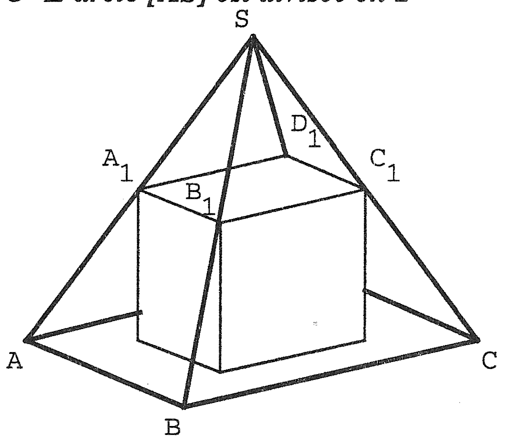


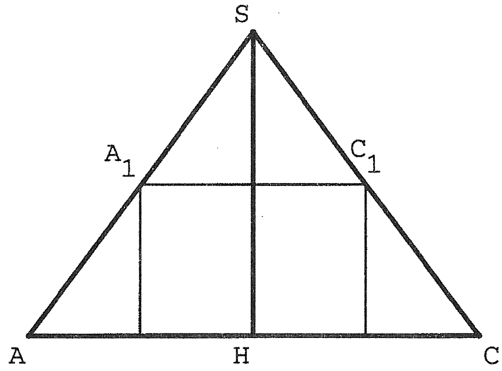
Le logiciel permet d'empiler une quarantaine de pavés. (on ne relève pas 120 valeurs)
Combien de pavés faut-il empiler pour atteindre une erreur inférieure à 1% ?

II. Retrouver les valeurs fournies par le logiciel (1h)

Il s'agit de compléter la fiche élève suivante. La principale difficulté pour les élèves réside dans le calcul de l'aire d'un carré connaissant non pas son côté mais sa diagonale. C'est l'occasion de voir ou revoir le carré comme un polygone régulier. Pourquoi ce choix de la diagonale ? Tout simplement pour faciliter la généralisation avec géospacw.

❶ *L'arête [AS] est divisée en 2*





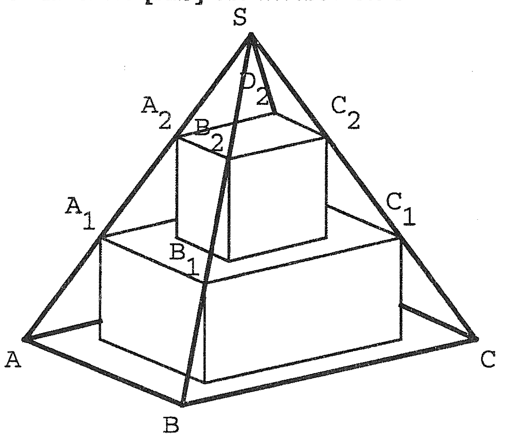
AC = 12 cm
SH = 8 cm

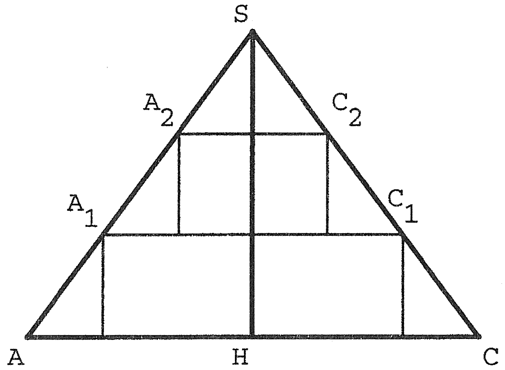
$h_{pavé} =$

$A_1C_1 =$

V =

❷ *L'arête [AS] est divisée en 3*





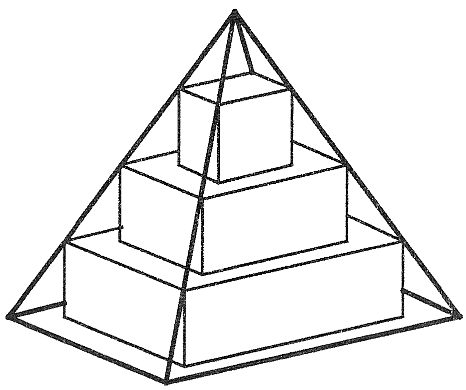
$h_{pavé} =$

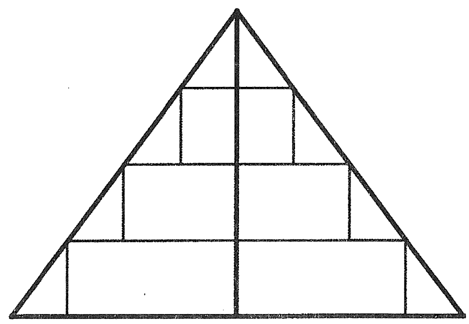
$A_2C_2 =$

$A_1C_1 =$

V =

❸ *L'arête [AS] est divisée en 4*





$h_{pavé} =$

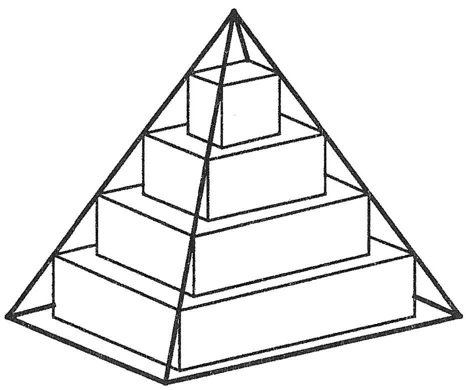
$A_3C_3 =$

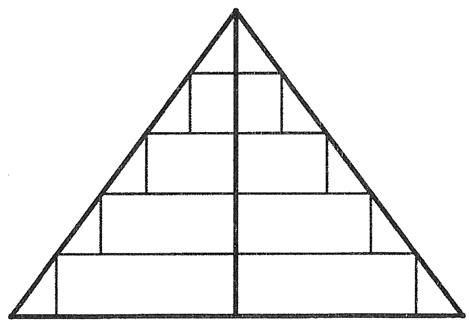
$A_2C_2 =$

$A_1C_1 =$

V =

❹ *L'arête [AS] est divisée en 5*





$h_{pavé} =$

$A_4C_4 =$

$A_3C_3 =$

$A_2C_2 =$

$A_1C_1 =$

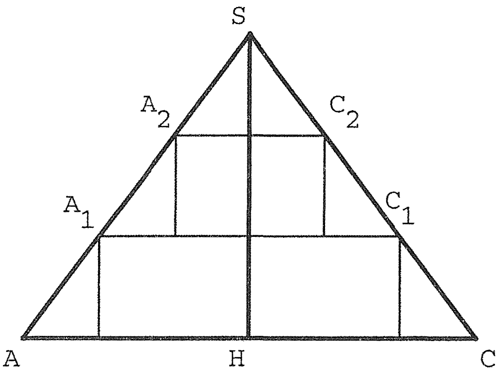
V =

Quand on fait les calculs à la main, il est plus facile de partir du haut de la pyramide que de remonter les étages que forment les différents pavés d'où la disposition proposée. La propriété de Thalès permet de justifier le calcul des différentes diagonales. On observe au passage que les résultats affichés par géospacw sont le plus souvent arrondis.

III. Utilisation d'un tableur (2h dont 1h seulement devant un ordinateur)

Qelle erreur commet-on quand on empile 10, 20, 50, 100, 1000, 10 000 pavés ?

La méthode « descendante » utilisée pour le calcul manuel n'est pas simple pour itérer. On va donc changer de stratégie et calculer dans l'ordre A_1C_1, A_2C_2, A_3C_3 etc
A l'avenir, il faudra peut-être éviter ce changement et utiliser pour le calcul manuel (qui est indispensable) la méthode « tableur ».



Pour passer d'une diagonale à la suivante, on utilise toujours la même procédure : quand on monte d'un étage, la diagonale diminue de la même valeur AC/(n + 1) si n désigne le nombre de pavés.

Pour 2 pavés on a :
$AC = 12$
$A_1C_1 = AC - AC/3 = 12 - 4 = 8$
$A_2C_2 = A_1C_1 - AC/3 = 8 - 4 = 4$

On peut maintenant passer à l'organisation de la feuille de calcul

	A	B	C	D	E
1	**Pyramide à base carrée**				
2	Hauteur	**8**			
3	Diagonale base	**12**			
4	Volume	**192**			
5					
6	**Nombre de pavés**	**4**		**volume total**	**138,240**
7					
8					
9	**Propriétés des pavés**				
10	N° du pavé	hauteur	diagonale de base	Aire de base	Volume
11	1	1,60	9,60	46,08	73,728
12	2	1,60	7,20	25,92	41,472
13	3	1,60	4,80	11,52	18,432
14	4	1,60	2,40	2,88	4,608
15					

Avant la mise en route de l'ordinateur, on doit organiser la feuille de calcul. Les élèves devront donc compléter les « bulles ». Les lignes 11 et 12 sont déterminantes : la ligne 11 pour initialiser et la ligne12 pour itérer.

Réponses attendues :

Cellule B4 = B3×B3×0,5×B2/3
Cellule E6 = somme(E11 : E65536) on fait le total de toutes les cellules de la colonne. Cette astuce évite de modifier la formule quand on change le nombre de pavés.
Cellule A12 = 1 + A11 méthode très souvent utilisée pour créer une série
Cellule B11 = B2/(1+B6)
Cellule B12 = B11 on recopie la précédente
Cellule C11 = B3 - B3/(1 + B6)
Cellule C12 = C11 - $B$3/(1 + $B$6) En général, les élèves, même s'ils ont déjà rencontré la situation, ne pensent pas aux dollars qui permettent de fixer la valeur d'une cellule lors de la recopie. Ne pas leur donner la réponse immédiatement. L'aide interviendra en salle informatique lorsqu'ils s'apercevront que leurs calculs sont erronés. On peut d'ailleurs observer que certains tournent la difficulté en écrivant, ligne après ligne, la formule correcte. Pour information, la recopie se faisant uniquement vers le bas, on pourrait se contenter de fixer la ligne :

C12 = C11 - B$3/1 + B$6

mais il semble préférable d'éviter les références mixtes à ce niveau.

Fonctionnement de la feuille de calcul

1) Renseigner la cellule B6 : elle contient le nombre de pavés(*)
2) tester « le programme » pour 4 pavés en recopiant la ligne 12
Comme le nombre de pavés est croissant, il n'y a rien à effacer. Il suffit donc de recopier à partir de la dernière ligne jusqu'au numéro de pavé idoine.

(*) On peut automatiser la saisie du nombre de pavés en B6 avec la formule = NBVAL (A11 :A65536)

Les résultats sont relevés dans une autre feuille de calcul qui contient également les calculs de pourcentages.

nombre de pavés	volume total	écart	% d'erreur
1	72	120	62,50 %
2	106,6666667	85,33333333	44,44 %
3	126	66	34,38 %
4	138,24	53,76	28,00 %
5	146,6666667	45,33333333	23,61 %
10	166,6115702	25,38842975	13,22 %
20	178,5034014	13,49659864	7,03 %
100	189,1579257	2,842074306	1,48 %
1000	191,7123835	0,287616479	0,15 %
10000	191,9712038	0,028796161	0,01 %

IIII. Vers la formule V = (B × h)/3 (1 heure)

Si n désigne le nombre de pavés, on démontre que le volume total des n pavés est donné par la formule : $V = \dfrac{n\times(2n+1)}{6\times(n+1)^2}\times B\times h$

1) Vérifier la validité de cette formule pour les valeurs de n du tableau précédent.
2) Reprendre le calcul avec un tableur.

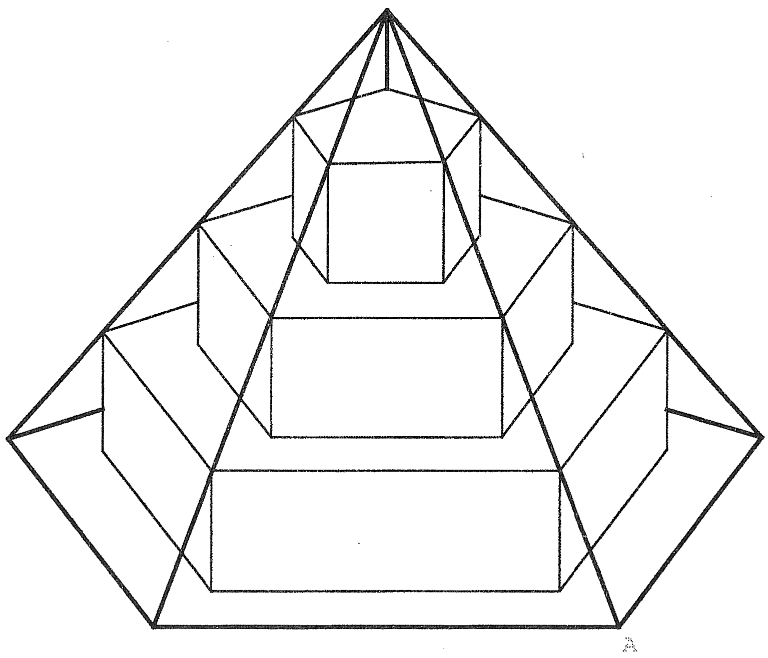
Les élèves finissent par trouver le lien avec la fraction 1/3 mais c'est loin d'être immédiat. En revanche les changements de décimales : 0,3 0,33 0,333 les interpellent.
Voir ci-après un extrait de tableau qui les met en évidence.

n	Aire de Base	Hauteur	n(2n + 1)/6(n+1)²	V(n)
1	72	8	0,125	72
2	72	8	0,185185185	106,667
3	72	8	0,21875	126
4	72	8	0,24	138,240
5	72	8	0,25462963	146,667
6	72	8	0,265306122	152,816
7	72	8	0,2734375	157,500
8	72	8	0,279835391	161,185
9	72	8	0,285	164,160
10	72	8	0,289256198	166,612
11	72	8	0,292824074	168,667
12	72	8	0,295857988	170,414
13	72	8	0,298469388	171,918
14	72	8	0,300740741	173,227
149	72	8	0,330007407	190,084
1499	72	8	0,333000074	191,808
14999	72	8	0,333300001	191,981

Le chiffre des dixièmes est atteint au 14^{è} pavé.
Le chiffre des centièmes est atteint au 149^{è} pavé soit un écart de 135.
Le chiffre des millièmes est atteint au 1499^{è} pavé soit un écart de 1350.
Le chiffre des dix-millièmes est atteint au 14999^{è} pavé soit un écart de 13500.
Et après ? La question reste à étudier !

Conclusion : retour à géospacw

Le logiciel permet de montrer que le problème se généralise aux pyramides dont la base est un polygone régulier à condition de remplacer les pavés par des prismes. On observe que le taux de remplissage d'une pyramide est indépendant de la forme de la base.
Le calcul peut être intéressant en prenant un dodécagone comme base. (dans ce cas, l'aire de base est égale au triple du carré du rayon de son cercle circonscrit)



Approximation décimale d'une racine carrée

(*Dichotomie*)

Niveau : $3^{ème}$ Durée : 1 heure Pré requis : racine carrée Matériel : salle multimédia ou vidéo projecteur	Objectif : - calcul d'une valeur approchée de $\sqrt{15}$ Outils tableur : recopie, opérations élémentaires, fonction Si

Fiche élève

On se propose dans cette activité de trouver une approximation de $\sqrt{15}$ sans la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, touche que ne possède pas le tableur.

Rappel : $\sqrt{15}$ est le nombre positif dont le carré est 15.

Principe :

$9 < 15 < 16$ (On encadre 15 par le carré de deux entiers consécutifs)

donc $3 < \sqrt{15} < 4$

3________________________4

Ensuite on prend 3,5 (juste au milieu de 3 et de 4)
$(3,5)^2 = 12,25$

or $12,25 < 15$

donc $3,5 < \sqrt{15} < 4$

3,5___________4

Il faut ensuite recommencer avec 3,75 :
$(3,75)^2 =$ …………

Avec le tableur construire un tableau comme celui-ci

X	Y	Z	Z²

Pour cet exercice on a besoin d'une fonction test du tableur :

Si (cond A ; alors B ; sinon C). Cette fonction donne à la cellule la valeur B, si la condition A est vérifiée, et la valeur C si la condition A n'est pas vérifiée.

Commentaire

Cet exercice a été testé avec uniquement un groupe de cinq élèves de troisième. C'est un exercice difficile.
Les élèves ont d'abord essayé de remplir le tableau à la main pour comprendre la méthode. Puis il a fallu expliquer le fonctionnement de la fonction Si.
Dans le groupe il y avait un élève d'un niveau très faible : il n'a pas réussi l'exercice.

Remarque : on peut effectuer cette programmation en enregistrant le nombre 15 dans une cellule, ce qui nous permettrait de réutiliser cette feuille de calcul pour une autre valeur. Mais dans ce cas la programmation devient plus difficile, puisqu'il faut alors penser à écrire la cellule où se trouve 15 en coordonnées absolues et non relatives (utilisation de $ ou nommer la cellule en question)

La feuille de calcul avec les formules:

	A	B	C	D
1		Calcul de la racine carrée de :		15
2				
3	X	Y	Z	Z²
4	3	= A4 + 1	= (A4 + B4)/2	= C4^2
5	= SI(D4<15;C4;A4)	= SI(D4<15;B4;C4)	= (A5 + B5)/2	= C5^2

La feuille de calcul avec les valeurs :

	Calcul de la racine carrée de :		15
X	Y	Z	Z²
3	4	3.5	12.25
3.5	4	3.75	14.0625
3.75	4	3.875	15.015625
3.75	3.875	3.8125	14.53515625
3.8125	3.875	3.84375	14.77441406
3.84375	3.875	3.859375	14.89477539
3.859375	3.875	3.8671875	14.95513916
3.8671875	3.875	3.87109375	14.98536682
3.87109375	3.875	3.873046875	15.0004921
3.87109375	3.873046875	3.872070313	14.9929285
3.872070313	3.873046875	3.872558594	14.99671006
3.872558594	3.873046875	3.872802734	14.99860102
3.872802734	3.873046875	3.872924805	14.99954654
3.872924805	3.873046875	3.87298584	15.00001932
3.872924805	3.87298584	3.872955322	14.99978293
3.872955322	3.87298584	3.872970581	14.99990112
3.872970581	3.87298584	3.87297821	14.99996022
3.87297821	3.87298584	3.872982025	14.99998977
3.872982025	3.87298584	3.872983932	15.00000454
3.872982025	3.872983932	3.872982979	14.99999715
3.872982979	3.872983932	3.872983456	15.00000085
3.872982979	3.872983456	3.872983217	14.999999
3.872983217	3.872983456	3.872983336	14.99999992
3.872983336	3.872983456	3.872983396	15.00000039
3.872983336	3.872983396	3.872983366	15.00000016
3.872983336	3.872983366	3.872983351	15.00000004
3.872983336	3.872983351	3.872983344	14.99999998
3.872983344	3.872983351	3.872983348	15.00000001

Approximation décimale d'une racine carrée
(*Méthode de Héron*)

Contrairement aux calculatrices, les claviers d'ordinateurs ne disposent pas de la touche $\sqrt{\ }$. On se propose néanmoins d'obtenir avec un tableur une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre en utilisant les opérations élémentaires.

Niveau : 3ème Pré requis : connaître la définition de la racine carrée d'un nombre Durée : 1 h Matériel : tableur en utilisation collective(vidéo projecteur) ou individuelle (salle multi-média)	Objectifs : - mise en évidence d'une méthode d'approximation. - calculs itératifs Outils tableur : - recopie et formules élémentaires

Principe :

Soit a un réel positif. Pour déterminer une approximation décimale de $\sqrt{a}$ on construit une suite de rectangles d'aire a.

Si u_0 est une dimension du rectangle alors $\frac{a}{u_0}$ est l'autre et l'on a :

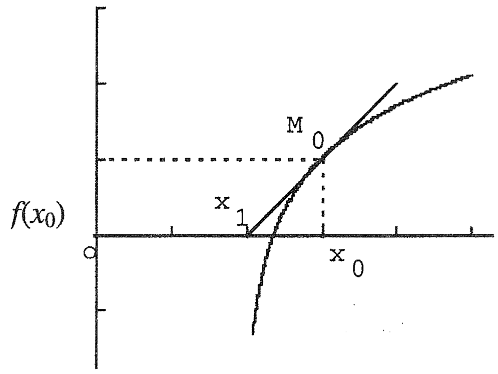
$$u_0 \leq \sqrt{a} \leq \frac{a}{u_0} \qquad \text{ou} \qquad u_0 \geq \sqrt{a} \geq \frac{a}{u_0}$$

On prend comme nouvelle dimension la moyenne des deux : $\frac{1}{2}(u_0 + \frac{a}{u_0})$

D'où pour tout entier n $\qquad u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{a}{u_n})$

On démontre (pas au collège bien sûr) que cette suite est décroissante (à partir du rang 1) et minorée par $\sqrt{a}$ donc convergente et que sa limite est $\sqrt{a}$.

Remarque : cette méthode de Héron est elle-même un cas particulier de la méthode des tangentes de Newton, utilisée pour le calcul des solutions réelles d'une équation



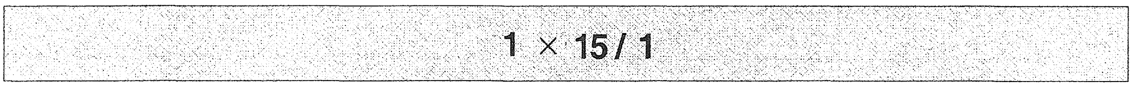
Soit f une fonction dérivable.
On cherche à résoudre l'équation $f(x) = 0$.
Soit M_0 (x_0 ; $f(x_0)$) un point de la courbe représentative de f.
On prend comme valeur approchée l'abscisse x_1 du point d'intersection de la tangente en M_0 avec l'axe des abscisses et on réitère le procédé.
On montre que $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

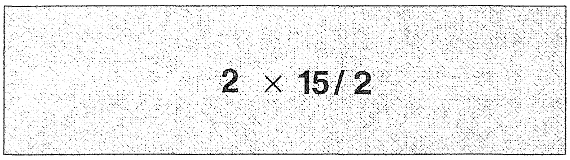
En prenant $f(x) = x^2 - a$ $\qquad$ on a $\quad x_1 = x_0 - \frac{x_0^2 - a}{2x_0} = \frac{x_0^2 + a}{2x_0} = \frac{1}{2}(x_0 + \frac{a}{x_0})$

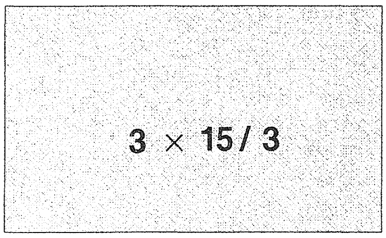
Déroulement de l'activité : approximation de $\sqrt{15}$

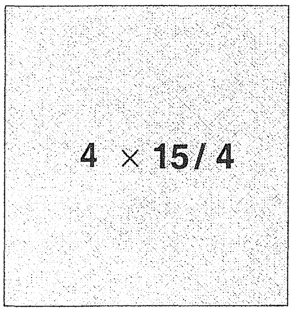
1. Construire des rectangles d'aire 15 (cm^2)

Voici, rangés, les principaux rectangles rencontrés :









Le rectangle qui vient immédiatement à l'esprit des élèves, c'est le rectangle 3×5.

La présentation ci-contre permet sans formalisme de leur faire comprendre que, lorsqu'une dimension augmente, l'autre diminue, le rectangle se rapprochant peu à peu du carré et que $\sqrt{15}$ est un nombre compris entre ces deux valeurs.

On continue à employer les mots « longueur » et « largeur » même si la longueur est plus petite que la largeur.

Pourquoi prendre la moyenne ?

Considérons le rectangle 3×5
3 c'est trop petit
5 c'est trop grand
Alors on essaie le nombre du « milieu ».

2. Utilisation du tableur

Tableau avec les valeurs

	A	B	C
1	Largeur	Longueur	Moyenne
2	3	5	4
3	4	3,75	3,875
4			

Le même tableau avec les formules

	A	B	C
1	Largeur	Longueur	Moyenne
2	3	=15/A2	=(A2+B2)/2
3	=C2	=15/A3	=(A3+B3)/2
4			

Il reste simplement **à recopier vers le bas** la ligne 3
en ajustant le nombre de décimales

	A	B	C
1	Largeur	Longueur	Moyenne
2	3	5	4
3	4	3,75	3,875
4	3,875	3,87096774193548	3,87298387096774
5	3,87298387096774	3,87298282144716	3,87298334620745
6	3,87298334620745	3,87298334620738	3,87298334620742
7	3,87298334620742	3,87298334620742	3,87298334620742
8			

On peut facilement changer la valeur initiale. Cela ne modifie pas la valeur finale mais change le nombre de lignes du tableau.

En revanche cette version du tableau de calcul ne permet pas un changement immédiat du réel sous le radical.

Aussi l'amélioration suivante est-elle proposée :

	A	B	C
1	Racine carrée de	15	
2			
3	Longueur	largeur	Moyenne
4	3	5	4
5	4	3,75	3,875
6	3,875	3,870967741935480	3,872983870967740
7	3,872983870967740	3,872982821447160	3,872983346207450
8	3,872983346207450	3,872983346207380	3,872983346207420
9	3,872983346207420	3,872983346207420	3,872983346207420
10			

	A	B	C
1	Racine carrée de	15	
2			
3	Longueur	largeur	Moyenne
4	3	=$B$1/A4	=(A4+B4)/2
5	=C4	=$B$1/A5	=(A5+B5)/2
6	=C5	=$B$1/A6	=(A6+B6)/2
7	=C6	=$B$1/A7	=(A7+B7)/2
8	=C7	=$B$1/A8	=(A8+B8)/2
9	=C8	=$B$1/A9	=(A9+B9)/2
10			

On remarquera l'utilisation des **références absolues** qui fixent la cellule B1 lors de la recopie. On pourrait aussi nommer la cellule (Outil – Insertion – Nom dans Excel).

<u>Précision des calculs</u> :

Comme la calculatrice l'ordinateur est limité dans la précision obtenue.

Le tableur Excel donne au maximum 15 chiffres significatifs. Il est important de le savoir car on peut obtenir facilement 30 chiffres après la virgule (des zéros).

Ainsi $\sqrt{15} \approx 3{,}872\ 983\ 346\ 207\ 42$

Le dernier chiffre donné dans la ligne 9 du tableau ci-dessus (0) n'est pas significatif.

Chapitre 6

PROBLEMES DE RECHERCHE

La fraction $\dfrac{n+17}{n-4}$
Triangles à côtés entiers
Aire d'un triangle par la formule de Héron
Triplets Pythagoriciens

Dans ce chapitre sont proposés trois types d'activités :

I. De véritables problèmes de recherche où aucune indication n'est donnée à priori. La recherche peut être organisée en classe ou libre à la maison, sans délai imposé, sans référence à un chapitre particulier. Le lecteur est d'ailleurs invité à réfléchir aux situations proposées avant de lire les pages suivantes.

<u>Problème 1</u> (niveau 4ème - 3ème)

Trouver toutes les valeurs de l'entier naturel n tel que la fraction $\dfrac{n+17}{n-4}$ ***soit un nombre entier.***

L'intérêt de cet exercice réside dans la démarche : expérimentation, conjecture, preuve.

<u>Problème 2</u> (niveau 3ème)

On recherche tous les triangles rectangles à côtés entiers dont le rayon du cercle circonscrit est 50.

R= 65 est aussi une valeur intéressante mais 50 présente l'avantage d'une solution presque évidente, le triangle (60, 80, 100)

<u>Problème 2 bis</u> pour le lycée

On simplifie le texte précédent mais pas le problème en supprimant le mot rectangle.

On recherche tous les triangles à côtés entiers dont le rayon du cercle circonscrit est 65.

II. Le prolongement d'une activité tableur en 3ème : Aire d'un triangle par la formule de Héron où l'on s'intéressera aux triangles d'aire entière dont les côtés sont des entiers consécutifs.

III. Une présentation originale du théorème de Pythagore et une recherche des triplets pythagoriciens en classe de 4ème.

La fraction $\frac{n + 17}{n - 4}$

Trouver toutes les valeurs de l'entier naturel n tel que la fraction $\frac{n+17}{n-4}$ soit un nombre entier.

L'activité a été proposée à une classe de $3^{ème}$ en début d'année

Il est indispensable de laisser les élèves s'approprier le problème en faisant des « essais ».
Après deux jours de réflexion, la classe propose les valeurs 5, 7, 11, 25. On s'arrête également sur la division par 0 et sur les valeurs n = 3 et n = 1 qui fournissent des entiers relatifs. C'est donc l'occasion de réfléchir sur la nature des nombres.
Un élève pense que tous les nombres impairs conviennent. Il suffit de prendre 9 comme valeur de n pour le persuader de son erreur.

Y-a-t-il d'autres solutions que celles trouvées ?

Un élève suggère à voix basse que l'on pourrait utiliser « l'ordi » et plus précisément un tableur. Rendez vous est pris en salle multimédia pour le prochain cours.
Le tableur n'est pas indispensable mais il permet d'obtenir rapidement un grand nombre de valeurs en utilisant ses fonctions basiques.

n	n + 17	n – 4	n+17/n – 4
0	17	-4	-4,25
1	18	-3	-6
2	19	-2	-9,5
3	20	-1	-20
4	21	0	#DIV/0!
5	22	1	22
6	23	2	11,5
7	24	3	8
8	25	4	6,25
9	26	5	5,2
10	27	6	4,5
11	28	7	4
12	29	8	3,625
13	30	9	3,33333333
14	31	10	3,1
15	32	11	2,90909091
16	33	12	2,75
17	34	13	2,61538462
18	35	14	2,5
19	36	15	2,4
20	37	16	2,3125

L'observation du tableau de valeurs persuade les élèves qu'on ne trouvera pas d'autres solutions.
Peut-on aller plus loin au collège ? Cela dépend de la classe. Le professeur devra intervenir en demandant aux élèves de vérifier que la fraction en question peut aussi s'écrire $1+\frac{21}{n-4}$
C'est l'occasion d'un calcul algébrique non gratuit car au service d'une preuve.
Il reste à chercher les diviseurs de 21 conduisant aux valeurs trouvées empiriquement par les élèves.

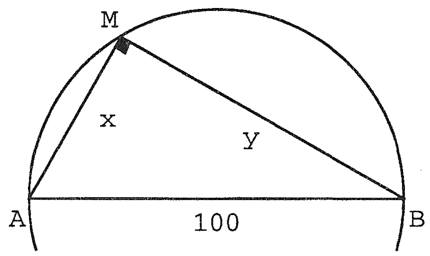
Triangles entiers

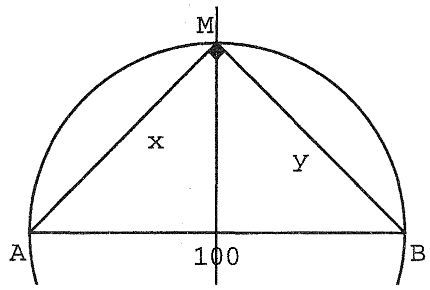
Première partie pour le collège : *On recherche tous les triangles rectangles à côtés entiers dont le rayon du cercle circonscrit est 50.*

Cette activité a été proposée à des élèves de 3ème, hors contexte, en devoir de recherche. Plusieurs ont trouvé le triangle (60 ; 80 ; 100)

La correction consiste à guider la recherche.
La première aide est de faire découvrir aux élèves qu'ils connaissent déjà l'un des côtés, à savoir l'hypoténuse.
La seconde est de leur faire comprendre que le nombre de cas à étudier est finalement assez limité et cela pour 3 raisons :

- On cherche des nombres entiers
- Ils sont plus petits que 100
- La médiatrice de [AB] est axe de symétrie et on peut donc se limiter à $x \leq 70$ ($50\sqrt{2}$)





On peut maintenant aborder la recherche systématique de deux manières :
– Soit on recherche 2 entiers x et y tels que $x^2 + y^2 = 10\,000$
– Soit on exprime y en fonction de x et l'on vérifie que la valeur de y correspondante est entière.

Utilisation d'un tableur

On choisit la seconde solution, beaucoup plus facile à programmer.
Regardons le contenu de quelques cellules :
– Colonne A on crée une série de pas 1 ou bien on ajoute 1 à la cellule précédente
Si A2 contient 1 alors A3 contient 1+A2

– Cellule B2 → = A2×A2
– Cellule C2 → = 10000 – B2
– Cellule D2 → = RACINE(C2)

Voir la copie d'écran page suivante.

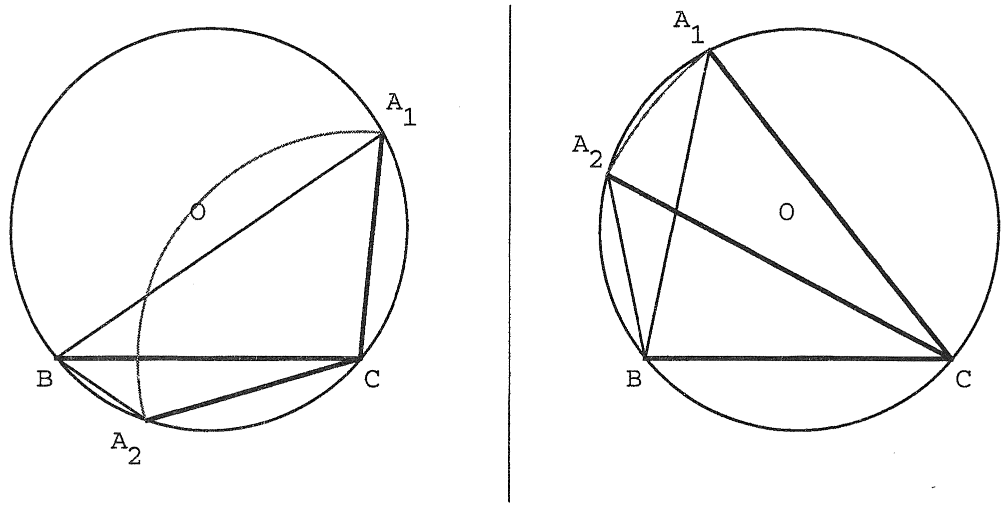
	A	B	C	D
1	x	x^2	y^2	y
27	26	676	9324	96,5608616
28	27	729	9271	96,2860322
29	28	784	9216	96
30	29	841	9159	95,7026645
31	30	900	9100	95,3939201
32	31	961	9039	95,0736557
33	32	1024	8976	94,7417543
34	33	1089	8911	94,3980932
35	34	1156	8844	94,0425436
36	35	1225	8775	93,67497
37	36	1296	8704	93,2952303
38	37	1369	8631	92,9031754
39	38	1444	8556	92,4986486
40	39	1521	8479	92,0814857
41	40	1600	8400	91,6515139
42	41	1681	8319	91,2085522
43	42	1764	8236	90,7524104
44	43	1849	8151	90,2828887
45	44	1936	8064	89,7997773
46	45	2025	7975	89,3028555
47	46	2116	7884	88,7918915
48	47	2209	7791	88,2666415
49	48	2304	7696	87,7268488
50	49	2401	7599	87,1722433
51	50	2500	7500	86,6025404
52	51	2601	7399	86,0174401
53	52	2704	7296	85,416626
54	53	2809	7191	84,7997642
55	54	2916	7084	84,1665017
56	55	3025	6975	83,5164654
57	56	3136	6864	82,8492607
58	57	3249	6751	82,1644692
59	58	3364	6636	81,4616474
60	59	3481	6519	80,7403245
61	60	3600	6400	80
62	61	3721	6279	79,2401413

Il y a deux solutions le triangle (60 ; 80 ; 100) et le triangle (28 ; 96 ; 100)

Deuxième partie (ne concerne pas le collège)

Trouver tous les triangles à côtés entiers inscrits dans un cercle de rayon donné.
(on prendra $R = 65$)

Deux côtés d'un triangle et le rayon de son cercle circonscrit ne sont pas suffisants pour le déterminer. Il y a en général deux possibilités pour le troisième côté.



Il est possible d'exprimer ce troisième côté (***c***) en fonction des deux autres (***a*** et ***b***) et du rayon (***R***) du cercle.

On peut montrer en s'appuyant sur le théorème de Ptolémée[1] que :

Si $\widehat{A}$ est aigu alors $$c = \frac{a\sqrt{4R^2 - b^2} + b\sqrt{4R^2 - a^2}}{2R}$$

Si $\widehat{A}$ est obtus alors $$c = \frac{a\sqrt{4R^2 - b^2} - b\sqrt{4R^2 - a^2}}{2R}$$

[1] Un quadrilatère convexe est inscriptible si et seulement si le produit des diagonales est égal à la somme des produits des côtés opposés.

Des formules d'aire :

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

on tire l'égalité $$\frac{abc}{R} = \sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}$$

Le produit $(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)$ est un entier. Or la racine d'un entier est soit un entier soit un irrationnel. D'après l'égalité précédente ce n'est pas un irrationnel, c'est donc un entier et par suite R est un diviseur du produit abc.

En particulier 65 comme valeur de R impose l'un des côtés multiple de 13.

Recherche systématique avec un tableur

Principe : balayage des valeurs possibles de a et b et calcul correspondant de c. Il reste à filtrer pour récupérer les valeurs entières et à supprimer les doublons.

Pour R = 65 il y a 12 solutions

Cas de l'angle $\widehat{A}$ aigu

a est un multiple de 13 compris entre 13 et 130 et b est un entier entre 1 et 130. (tableau de 1300 lignes)

Cas de l'angle $\widehat{A}$ obtus

a est un multiple de 13 compris entre 13 et 117 et b est un entier entre 1 et $(a-1)$ (tableau de 576 lignes)

a	b	c	Nature du triangle	Aire	h_a	h_b	h_c	rayon cercle inscrit
78	32	50	Quelconque	480	12,30769	30	19,2	6
104	66	50	Quelconque	1320	25,38462	40	52,8	12
78	50	112	Quelconque	1680	43,07692	67,2	30	14
78	66	120	Quelconque	2376	60,92308	72	39,6	18
78	104	130	Rectangle	4056	104	78	62,4	26
78	120	126	Quelconque	4536	116,3077	75,6	72	28
104	32	120	Quelconque	1536	29,53846	96	25,6	12
104	50	126	Quelconque	2520	48,46154	100,8	40	18
104	112	120	Quelconque	5376	103,3846	96	89,6	32
130	32	126	Rectangle	2016	31,01538	126	32	14
130	50	120	Rectangle	3000	46,15385	120	50	20
130	112	66	Rectangle	3696	56,86154	66	112	24

Remarque :

En faisant varier le rayon entre 1 et 100 on trouve des solutions autres que des triangles rectangles uniquement pour 25 ; 50 ; 75 et 65. Encore faut-il préciser que pour 25 ; 50 ; 75 les triangles obtenus sont semblables.

Pour R = 50 il y a 5 solutions

a	b	c	Nature du triangle	Aire	h_a	h_b	h_c	rayon cercle inscrit
60	28	80	Quelconque	672	22,4	48	16,8	8
60	60	96	Isocèle	1728	57,6	57,6	36	16
60	80	100	Rectangle	2400	80	60	48	20
80	80	96	Isocèle	3072	76,8	76,8	64	24
100	28	96	Rectangle	1344	26,88	96	28	12

Aire d'un triangle par la formule de Héron

La formule de Héron ne figure pas dans les programmes du collège. Elle sert de prétexte ici à des calculs sur les racines carrées.

<table>
<tr><td>
<u>Niveau</u> : 3^{ème}

<u>Pré requis</u> :
Connaître la définition de la racine carrée d'un nombre. La question ⑤ nécessite l'étude préalable de la racine d'un produit.

<u>Durée</u> : 1 h

<u>Matériel</u> :
Vidéo projecteur et calculatrice ou salle multimédia.
</td><td>
<u>Objectifs</u> :

- manipuler des radicaux
- donner du sens à une formule
- lien géométrie calcul
- intérêt du tableur par rapport à la calculatrice

<u>Outils tableur</u> :
- racine, partie entière
- créations de séries
- tests et tri
</td></tr>
</table>

Le problème

Le mathématicien grec Héron (1[er] siècle après J. C.) a trouvé une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle connaissant la longueur de chacun de ses côtés.

$$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Dans cette formule *a*, *b*, *c* sont les longueurs des côtés du triangle et *p* désigne le demi-périmètre.

1) Calculer l'aire du triangle dans les cas suivants :

	a	*b*	*c*	*p*	*p − a*	*p − b*	*p − c*	*p(p − a)(p − b)(p − c)*	*Aire*
①	10	15	8						
②	10	10	10						
③	13	14	15						
④	13	12	5						
⑤	10	6	20						

Les longueurs sont en cm.
On donnera la valeur arrondie de l'aire au mm^2.

2) Donner une explication géométrique au résultat trouvé dans le dernier cas.
3) On peut obtenir beaucoup plus simplement l'aire du triangle ④. Pourquoi ?

4) Calculer les hauteurs du triangle ③.

5) Simplifier la formule de Héron dans le cas du triangle équilatéral et retrouver directement le résultat ②.

Déroulement de l'activité

Il s'agit ici du compte rendu d'une séquence de cours. Il est bien entendu tout à fait possible d'organiser différemment cette dernière. Par exemple le problème peut être donné en recherche à la maison et la correction se faire en salle multimédia.

Un élève est aux commandes du tableur (excel), vidéoprojecteur éteint, les autres complètent le tableau sur la fiche à l'aide de leur calculatrice.

Un rappel s'avère nécessaire sur la notion de périmètre d'une figure. On observe toujours des confusions aire périmètre.

Ce n'est pas la première utilisation du tableur, aussi l'élève aux commandes se montre-t-il très efficace dans la construction du tableau. La seule indication du professeur concerne le calcul de la racine carrée. (Il faut saisir la formule « = racine(3) » pour $\sqrt{3}$).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	*a*	*b*	*c*	*p*	*p-a*	*p-b*	*p-c*	*p(p-a)(p-b)(p-c)*	*aire*
2	10	15	8	16,5	6,5	1,5	8,5	1367,4375	36,98
3	10	10	10	15	5	5	5	1875	43,30
4	13	14	15	21	8	7	6	7056	84
5	13	12	5	15	2	3	10	900	30
6	10	6	20	18	8	12	-2	-3456	#NOMBRE!

le même tableau avec les formules
les lignes 3 à 6 sont obtenues par recopie

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	*a*	*b*	*c*	*p*	*p-a*	*p-b*	*p-c*	*p(p-a)(p-b)(p-c)*	*aire*
2	10	15	8	=(A2+B2+C2)/2	=D2-A2	=D2-B2	=D2-C2	=D2*E2*F2*G2	=RACINE(H2)
3	10	10	10	=(A3+B3+C3)/2	=D3-A3	=D3-B3	=D3-C3	=D3*E3*F3*G3	=RACINE(H3)
4	13	14	15	=(A4+B4+C4)/2	=D4-A4	=D4-B4	=D4-C4	=D4*E4*F4*G4	=RACINE(H4)
5	13	12	5	=(A5+B5+C5)/2	=D5-A5	=D5-B5	=D5-C5	=D5*E5*F5*G5	=RACINE(H5)
6	10	6	20	=(A6+B6+C6)/2	=D6-A6	=D6-B6	=D6-C6	=D6*E6*F6*G6	=RACINE(H6)

Le vidéo projecteur est maintenant allumé et l'on compare les résultats.

Sur excel un bouton de la barre d'outils permet de choisir le nombre de décimales, l'arrondi se faisant automatiquement.

Le message d'erreur du tableur diffère de celui d'une calculatrice pour la tentative de calcul de la racine d'un nombre négatif. L'interprétation géométrique est loin d'être évidente car personne ne pense à construire une figure et l'inégalité triangulaire est bien loin ! C'est l'occasion de la rappeler. C'est aussi le moment d'insister sur le champ d'application d'une formule.

On répond facilement à la question ③ une fois la figure faite.

En revanche il y a blocage à la question ④, la figure n'apportant pas cette fois l'aide escomptée ; c'est même le contraire puisque certains élèves se lancent dans des calculs utilisant le théorème de Pythagore. Il faudra l'intervention du professeur disant que ses élèves de 5$^{\text{ème}}$ pourraient répondre à la question pour débloquer la situation.

La question ⑤ est l'occasion d'un calcul algébrique non évident mais intéressant car non gratuit.

Prolongement de l'activité

On s'intéresse au triangle (13 ;14 ;15).

Il a deux particularités : ses côtés sont des entiers consécutifs et son aire est un nombre entier.

En existe-t-il d'autres ?

D'emblée les élèves répondent oui, le triangle (3 ; 4 ; 5) qui de plus est rectangle.

Si la calculatrice ne permet pas une recherche aisée, il en va tout autrement du tableur.
Il suffit de modifier le tableau précédent.
On se limite aux entiers inférieurs ou égaux à 100(*).

Tableau modifié

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a	b	c	p	p-a	p-b	p-c	p(p-a)(p-b)(p-c)	aire
2	1	2	3	3	2	1	0	0	0
3	2	3	4	4,5	2,5	1,5	0,5	8,4375	2,90473751
4	3	4	5	6	3	2	1	36	6
5	4	5	6	7,5	3,5	2,5	1,5	98,4375	9,921567416

Le même tableau avec les formules

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a	b	c	p	p-a	p-b	p-c	p(p-a)(p-b)(p-c)	aire
2	1	=1+A2	=1+B2	=(A2+B2+C2)/2	=D2-A2	=D2-B2	=D2-C2	=D2*E2*F2*G2	=RACINE(H2)
3	2	=1+A3	=1+B3	=(A3+B3+C3)/2	=D3-A3	=D3-B3	=D3-C3	=D3*E3*F3*G3	=RACINE(H3)
4	3	=1+A4	=1+B4	=(A4+B4+C4)/2	=D4-A4	=D4-B4	=D4-C4	=D4*E4*F4*G4	=RACINE(H4)
5	4	=1+A5	=1+B5	=(A5+B5+C5)/2	=D5-A5	=D5-B5	=D5-C5	=D5*E5*F5*G5	=RACINE(H5)

Il suffit simplement de modifier les cellules A2, B2, C2.
Pour la colonne A on construit une série de pas 1 et de dernière valeur 100 (menu recopier série).
Pour les colonnes B et C, on crée les séries de manière itérative.
On recopie ensuite le reste du tableau.
Si on veut poursuivre la recherche il suffit de modifier la colonne A (de 100 à 200 par exemple).

On trouve 3 solutions, 4 si on accepte le triangle aplati.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a	b	c	p	p-a	p-b	p-c	p(p-a)(p-b)(p-c)	aire
2	1	2	3	3	2	1	0	0	0
4	3	4	5	6	3	2	1	36	6
14	13	14	15	21	8	7	6	7056	84
52	51	52	53	78	27	26	25	1368900	1170

Remarque : les autres lignes du tableau sont masquées.

(*) en salle multimédia certains élèves se prennent au jeu et poussent la recherche jusqu'à 10 000 voire 50 000, une feuille de calcul excel contenant plus de 65 000 lignes (2^{16} exactement)
Dans ce cas, l'affichage des solutions nécessite l'utilisation de fonctions plus avancées : c'est l'occasion de parler de partie entière d'un nombre et d'utiliser un test du genre « un nombre est entier s'il est égal à sa partie entière ».

Voir page suivante un extrait d'une feuille de calcul de 50 000 lignes.

Dans ce tableau les lignes 13 à 49996 et les colonnes D à H ont été masquées. Un tri décroissant sur la colonne J permet d'afficher les solutions en tête du tableau.

	A	B	C	I	J
1	*a*	*b*	*c*	**Aire**	**Entier ?**
2	1	2	3	0	VRAI
3	3	4	5	6	VRAI
4	13	14	15	84	VRAI
5	51	52	53	1170	VRAI
6	193	194	195	16296	VRAI
7	723	724	725	226974	VRAI
8	2701	2702	2703	3161340	VRAI
9	10083	10084	10085	44031786	VRAI
10	37633	37634	37635	613283664	VRAI
11	2	3	4	2,90473751	FAUX
12	4	5	6	9,921567416	FAUX
49997	49996	49997	49998	1082401854	FAUX
49998	49997	49998	49999	1082445153	FAUX
49999	49998	49999	50000	1082488453	FAUX
50000	49999	50000	50001	1082531754	FAUX
50001	50000	50001	50002	1082575056	FAUX
50002					

= ENT(J50001 = J50001

<u>Remarques</u> :

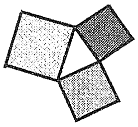
1) Le premier signe « = » indique la saisie d'une formule, le second écrit une égalité. Cette égalité est vraie ou fausse.
2) On notera que ce type de travail s'inscrit parfaitement dans l'esprit des programmes actuels qui préconisent le test d'égalités ou d'inégalités.
3) Test et limite de calcul

Un tableur est un calculateur et comme tout calculateur, il a ses limites de calcul. Ainsi le tableur Excel peut-il calculer avec 15 chiffres significatifs et en afficher 30.

	A	B
1	a	999999999999999
	1+a	1000000000000000
3	racine(a)	31622776,60168380
4	racine(1+a)	31622776,60168380
5		
6	racine(a) = racine (1+a)	VRAI

Dans l'exemple ci-contre, le tableur est pris par défaut. Il y a égalité au sens de la machine mais pas mathématiquement. En toute rigueur on devrait plutôt privilégier les inégalités et remplacer le test précédent par une majoration mais cela dépasse le niveau collège.
En remplaçant B6 par = ABS (B3-B4) ≤0.0000000001 la réponse machine est conforme à la vérité mathématique.

Triplets Pythagoriciens
Fiche professeur

 Niveau : 4ème (fiche 1) 4ème ou 3ème (fiche 2) Prérequis : carrés des entiers Durée : de 1h à 3h Matériel : vidéoprojecteur ou salle multimédia	Objectifs : - aires des carrés construits sur les côtes d'un triangle (lien arithmétique / géométrie) - triangles rectangles et relation de Pythagore - méthode arborescente pour tester le plus de triplets d'entiers possibles - identité de Fermat (justification par les identités remarquables en 3ème) - histoire des mathématiques Outils tableur : - très élémentaires par la méthode de Fermat - recopie sur des centaines de lignes - pour aller plus loin : RACINE() ; ENT() ; test SI (; ;) ; affichage de messages et messages composés avec CONCATENER (..)

La fiche1 n'est pas indispensable mais elle propose un problème de recherche ouvert très abordable par des élèves de collège : *la recherche des triplets pythagoriciens.*
Elle permet aux élèves de s'approprier le problème avant la fiche 2 qui leur livre une méthode puissante et très simple imaginée par Fermat au XVIIème siècle.

La connaissance préalable du théorème de Pythagore n'est pas nécessaire, puisqu'on s'intéresse aux triplets de nombres entiers possédant une propriété particulière. C'est au contraire une introduction possible.
Recherche facile à comprendre, révèle l'infinité des solutions du problème.
Construction des triangles dont les côtés ont ces 3 nombres pour longueurs.
L'important est la collecte des solutions trouvées, la discussion sur leur nombre...
Elimination des solutions donnant des triangles impossibles (vus en 5ème) et des triangles aplatis...
Faut-il chercher des triangles isocèles?

Une recherche systématique demande de réussir à tester tous les triplets de nombres entiers ... et demande une méthodologie complexe, puisque c'est une recherche arborescente.

Une méthode proposée par les élèves :
AB est le plus grand côté. On commence par AB = 3, et on diminue de 1 en 1 pour les deux autres côtés.
Ce qui donne les triplets : 3 - 2 - 1 puis 4 - 3 -2 puis 4 - 3 - 1 ; puis 4 - 2 - 1 etc
Les six premiers triplets pythagoriciens sont trouvés facilement:
5 - 4 - 3 10 - 8 - 6 13 - 12 - 5 15 - 12 - 9 17 - 15 - 8 20 - 16 - 12

Des méthodes simples pour programmer le tableur peuvent être trouvées par les élèves en commençant par donner pour a, b et c des nombres au hasard et **à la main**. Le tableur calcule les carrés et compare a^2+b^2 avec c^2; on fera calculer la différence ($a^2 + b^2 - c^2$), les 0 se lisant bien sur la page de chiffres...
On peut améliorer la programmation par l'affichage d'un message avec un test SI(; ;) .

La recherche arborescente automatique sera plus longue à mettre en place avec des élèves de collège (voir une solution plus loin).

Cette activité est aussi l'occasion de parler des mathématiques à travers leur histoire...
La conjecture de Fermat est une aventure qui a commencé en 1641, qui a inspiré des générations de mathématiciens pendant 353 années... et vient de se terminer à Princeton en 1994 avec Andrew Wiles qui en a trouvé une démonstration. (plus d'informations . sur INTERNET).
"Il n'est pas possible, avait écrit Pierre de Fermat, de partager un cube en deux cubes, une puissance quatrième en deux puissances quatrièmes, et en général une puissance d'exposant supérieur au deuxième en puissances de même exposant. J'en ai découvert une démonstration merveilleuse. L'étroitesse de la marge ne la contient pas. "
En langage mathématiques moderne cela veut dire qu'il n'est pas possible de trouver trois entiers a, b, et c et une puissance $n > 2$ pour lesquels $a^n + b^n = c^n$.
Est-ce que Fermat a réellement démontré ce théorème ? Cette note est apparue comme un défi... Il est certain qu'il l'a réellement démontré pour des exposants simples comme n = 4...(méthode de la descente infinie), et que les ordinateurs les plus puissants n'avaient pas encore trouvé de contre exemples...jusqu'à la démonstration de Wiles.

Quelques idées pour programmer une recherche des triplets pythagoriciens

I. Affichage d'un message si le triangle est rectangle

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Côté AB	Côté AC	Côté BC	AB²	AC²	BC²	AC²+BC²	AB² – (AC²+BC²)	solutions
2	3	2	1	=A2×A2	=B2×B2	=C2×C2	=E2+F2	=D2 – G2	=SI(H2=0 ; "tr.rectangle " ; ""
3	5	4	3	=A3×A3	=B3×B3	=C3×C3	=E3+F3	=D3 – G3	=SI(H3=0 ; "tr.rectangle " ; ""
4	6			=A4×A4	=B4×B4	=C4×C4	=E4+F4	=D4 – G4	=SI(H4=0 ; "tr.rectangle " ; ""

II. Comment choisir les 3 entiers pour gagner du temps avec le tableur ?

a) **Avec des triplets**
Des élèves ont trouvé la méthode suivante: en entrant pour le côté AB une série de nombres entiers croissants. Puis pour chaque valeur de AB, on discute sur les valeurs qui valent la peine d'être essayées pour BC et AC...**que <u>l'on rentre à la main</u>** <u>dans la 2^ème^ et la 3^ème^ colonne</u>. Ils arrivent à engranger beaucoup de solutions... En voici un extrait.

AB	AC	BC	AB²	AC²	BC²	AC² + BC²	AB² - (AC² + BC²)	solutions
3	2	1	9	4	1	5	4	
4	3	2	16	9	4	13	3	
5	4	3	25	16	9	25	0	tr.rectangle
6	5	4	36	25	16	41	-5	
7	3	1	49	9	1	10	39	
8	5	4	64	25	16	41	23	
9	7	4	81	49	16	65	16	
10	8	6	100	64	36	100	0	tr.rectangle
11	3	9	121	9	81	90	31	
12	7	6	144	49	36	85	59	

b) **On peut balayer automatiquement les couples (a,b) de nombres entiers, avec b < a .**
On calcule $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ et on vérifie s'il est égal(*) à sa partie entière, auquel cas le nombre c est entier, donc a^2+b^2 est le carré d'un entier.

(*) voir la remarque sur test et égalité dans l'activité « Aire d'un triangle ».

Voici les formules utilisées

	A	B	C	D	E	F	G
1	a	b	a²	b²	a²+b²	(rac(a²+b²))	solution?
2	1	1	=A2×A2	=B2×B2	=C2+D2	=(RACINE(E2))	=SI((ENT(F2)=F2);CONCATENER(TEXTE(C2;0);"+";TEXTE(D2;0);"=";TEXTE(E2;0));"")
3	=SI((B2=1);A2+1;A2)	= SI(B2=1;A3-1;B2-1)	=A3×A3	=B3×B3	=C3+D3	=(RACINE(E3))	=SI((ENT(F3)=F3);CONCATENER(TEXTE(C3;0);"+";TEXTE(D3;0);"=";TEXTE(E3;0));"")
4	=SI((B3=1);A3+1;A3)	= SI(B3=1;A4-1;B3-1)	=A4×A4	=B4×B4	=C4+D4	=(RACINE(E4))	=SI((ENT(F4)=F4);CONCATENER(TEXTE(C4;0);"+";TEXTE(D4;0);"=";TEXTE(E4;0));"")

et les premières lignes:

	A	B	C	D	E	F	G
1	a	b	a²	b²	a²+b²	racine de (a²+b²)	solution?
2	1	1	1	1	2	1,41421	
3	2	1	4	1	5	2,23607	
4	3	2	9	4	13	3,60555	
5	3	1	9	1	10	3,16228	
6	4	3	16	9	25	5,00000	16+9=25
	4	2	16	4	20	4,47214	
	4	1	16	1	17	4,12311	
	5	4	25	16	41	6,40312	
	5	3	25	9	34	5,83095	
	5	2	25	4	29	5,38516	
	5	1	25	1	26	5,09902	
	6	5	36	25	61	7,81025	
	6	4	36	16	52	7,21110	
	6	3	36	9	45	6,70820	
	6	2	36	4	40	6,32456	
	6	1	36	1	37	6,08276	
	7	6	49	36	85	9,21954	
	7	5	49	25	74	8,60233	
	7	4	49	16	65	8,06226	
	7	3	49	9	58	7,61577	
	7	2	49	4	53	7,28011	
	7	1	49	1	50	7,07107	
	8	7	64	49	113	10,63015	
	8	6	64	36	100	10,00000	64+36=100
	8	5	64	25	89	9,43398	
	8	4	64	16	80	8,94427	
	8	3	64	9	73	8,54400	
	8	2	64	4	68	8,24621	
	8	1	64	1	65	8,06226	
	9	8	81	64	145	12,04159	
	9	7	81	49	130	11,40175	
	9	6	81	36	117	10,81665	
	9	5	81	25	106	10,29563	
	9	4	81	16	97	9,84886	
	9	3	81	9	90	9,48683	
	9	2	81	4	85	9,21954	
	9	1	81	1	82	9,05539	
	10	9	100	81	181	13,45362	
	10	8	100	64	164	12,80625	
	10	7	100	49	149	12,20656	
	10	6	100	36	136	11,66190	
	10	5	100	25	125	11,18034	

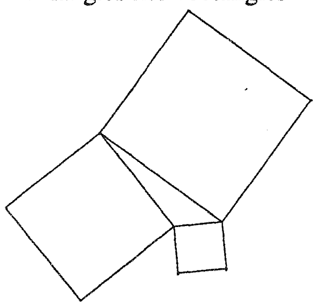
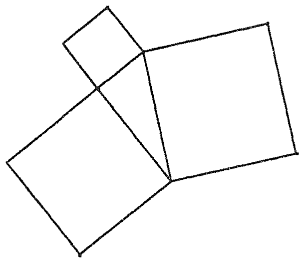
Triplets Pythagoriciens

Fiche élève 1

« Sur les trois côtés d'un triangle, on construit trois carrés .
On s'intéresse à l'aire du plus grand carré et à la somme des aires des deux autres carrés. »

Construis une dizaine de triangles dont les cotés mesurent a, b, c centimètres (a, b, c étant des nombres entiers, et a le plus grand).
Calcule d'une part a^2, d'autre part $b^2 + c^2$ et compare. Y a-t-il un lien avec la forme du triangle ?

Eloïse a construit le triangle de côtés 7, 4 et 2. Il n'est pas rectangle.
Elle a aussi remarqué que $7^2 = 49$ *et* $4^2 + 2^2 = 20$ *. Ces deux résultats ne sont pas égaux.*
Marc a construit un triangle de côtés 5, 4 et 3. Il a l'air rectangle...
De plus il trouve que $5^2 = 25$ *et* $4^2 + 3^2 = 25$ *!*

Triangles non rectangles		Triangles rectangles
	*Les triangles semblent rectangles si une certaine condition est vérifiée... Range dans la bonne colonne les triplets que tu as testés.*	

Combien existe-t-il de triplets de nombres entiers pouvant être les côtés de triangles rectangles ?
(nombres inférieurs à 20, pour commencer...)

Essaye de tester le plus possible de triplets de nombres entiers... pour trouver d'autres triangles rectangles à côtés entiers.
Tu es libre d'imaginer une programmation du tableur pour aboutir le plus vite possible.

Triplets Pythagoriciens
Fiche élève 2

« L'identité de Fermat »
Recherche automatique des cotés entiers des triangles rectangles

1) <u>Complète d'abord avec la calculatrice le tableau ci-dessous</u>.

Que remarques - tu ? En quoi les trois nombres a, b et c sont-ils intéressants ? Que se passera-t-il si tu dessines la collection des triangles ayant pour côtés ces triplets remarquables de nombres entiers (a, b ,c) ?

Enonce la propriété remarquée. Peux-tu la démontrer ?

x	y	$c = x^2 + y^2$	$a = x^2 - y^2$	$b = 2xy$	c^2	$a^2 + b^2$
2	1	3	4	5		
3	2	5	12	13		
3	1					
4	3					
4	2					
4	1					
5	4					
5	3					

Les triplets pythagoriciens sont les triplets de nombres entiers (a; b ; c) tels que $a^2 = b^2 + c^2$.
On doit au mathématicien français Pierre de FERMAT (1601-1665) la découverte suivante :
Soient deux nombres entiers x et y. Si $a = x^2 - y^2$; $b = 2xy$ et $c = x^2 + y^2$, alors on a $a^2 + b^2 = c^2$.

2) <u>Programme le tableur pour afficher toutes les solutions obtenues avec x < 10 et y < 9</u>

<u>Aide</u> : pour balayer toutes les solutions, tu observes dans le tableau ci-dessus que x augmente de 1 chaque fois qu'on a épuisé tous les nombres entiers y possibles inférieurs à x.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	y	a =x²–y²	b = 2xy	c = x²+y²	a²+b²	c²
2	2	1	....	....	....	....	....
3	=SI(B2=1;1+A2;A2)	=SI(B2=1;A3–1;B2–1)					
4	=SI(B3=1;1+A3;A3)	=SI(B3=1;A4–1;B3–1)					

3) <u>Rédige le compte-rendu de ton expérience</u>...

– Recopie sur ta feuille les solutions trouvées.
– Indique les formules que tu as mises dans tes cellules de calcul.
– Explique la méthode qui te permet de créer des séries de nombres x et y de façon à balayer un maximum de solutions.

<u>Pour en savoir plus sur l'histoire des triplets pythagoriciens et la découverte toute récente de Wiles:</u>

L'identité de FERMAT, utilisée ici, permet, paraît-il, de trouver **tous** *les " triplets pythagoriciens" .*
FERMAT, non content de s'occuper des carrés des nombres entiers, a affirmé qu'il n'est pas possible, pour une puissance n strictement supérieure à 2, de trouver des nombres entiers a, b , c tels que: $a^n + b^n = c^n$.
Ce "dernier théorème de FERMAT" , a été retrouvé par son fils Samuel, écrit de sa main dans la marge des "Arithmétiques de Diophante", mais la place manquait pour en écrire la démonstration. Ce théorème était resté une conjecture depuis 300 ans. De nombreux mathématiciens se sont penchés sur ce problème : Euler, Gauss, Legendre, Dirichlet, Kummer... Ce théorème est désormais établi pour tous les entiers pairs, pour tous les nombres premiers inférieurs à 25000, le problème général est toujours ouvert (Encyclopédie Larousse, édition 1983)... jusqu'à ce qu'un mathématicien anglais, Andrew WILES, né à Cambridge en 1953, après 7 ans de travail en secret, en publie soudain une démonstration...
Combien d'années de travail d'un tableur pour vérifier cette propriété ? *BON COURAGE !!!*

Imprimé et édité
Par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Troisième Trimestre 2001
N° de publication : 2001/05

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – Bâtiment 32 B
35042 RENNES CEDEX
Tél : 02 23 23 35 35
Fax : 02 23 23 67 00
Site WEB : http://www.univ-rennes1.fr/irem

Commande :
Tél : 02 23 23 51 75
e.mail : sec-irem@univ-rennes1.fr

FICHE DUBLIREM

TITRE : FAIRE DES MATHEMATIQUES AU COLLEGE AVEC UN TABLEUR

I.R.E.M. : RENNES

AUTEUR : Groupe « FAIRE DES MATHEMATIQUES AU COLLEGE AVEC UN TABLEUR »

DATE : SEPTEMBRE 2000

NIVEAU : Collège

MOTS-CLES :

Tableur – Cellule – Variable – Formule – Fonction – Itération – Graphiques – Recopie – Algorithme – Références relatives et absolues – Format –

RESUME :

Cette brochure présente des activités intégrant l'outil tableur en s'efforçant d'éviter l'écueil du « presse-bouton ». C'est pourquoi, chacune est précédée d'une étude approfondie de la situation proposée, le tableur intervenant pour faciliter les calculs, gérer un grand nombre de données ou réaliser un graphique. Les « fonctions tableur » utilisées restent volontairement modestes, le but n'étant pas de faire de nos élèves des experts en la matière.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 x 29,7	127	4 Euros. ~~50 F~~ ~~7,62Euros~~	250 Ex.

ISBN 2-85728-058-0