N° 120

UNIVERSITE DE RENNES 1

IREM RENNES

APPROCHES DE LA MODELISATION AU LYCEE

Quelques activités

entre

mathématiques et sciences physiques

IREM DE RENNES **OCTOBRE 2001**

UNIVERSITE DE RENNES 1

IREM RENNES

APPROCHES DE LA MODELISATION AU LYCEE

Quelques activités entre mathématiques et sciences physiques

IREM DE RENNES **OCTOBRE 2001**

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, une ou plusieurs pages blanches). Si tel est le cas, écrivez à l'IREM en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

ISBN 2-85728-056-4

Ont participé à l'élaboration et à la rédaction de ce document :

DECKER Gilles
Professeur de Sciences physiques
Lycée Joliot Curie - Rennes

GUERNION Catherine
Professeur de Sciences physiques
Lycée René Cassin - Montfort-sur-Meu

JULO Jean
Maître de conférences en Sciences de l'éducation
UFR Mathématiques - Université de Rennes 1

LAZAR Boris
IA - IPR de Mathématiques
Académie de Rennes

LE FEUVRE Maria
Professeur de Sciences physiques
Lycée René Cassin - Montfort-sur-Meu

LE ROUX Claude
Professeur de Mathématiques
Lycée Joliot Curie - Rennes

ZOUGAGH Abdelmajid
Professeur de Mathématiques
Lycée René Cassin - Montfort-sur-Meu

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la DAFI.

La reprographie et la reliure du document ont été effectuées par Françoise LE BESCOND.

SOMMAIRE

INTRODUCTION **1**

ACTIVITE 1 **3**

Techniques de visée et Thalès

ACTIVITE 2 **29**

Mesures expérimentales et courbes en électricité

ACTIVITE 3 **45**

Dérivée et mouvements

UN MOT DE CONCLUSION **59**

BIBLIOGRAPHIE **61**

ANNEXES **63**

annexe 1 - *découvrir seul une notion* (la dérivée)

annexe 2 - *se méfier des notations* (les flèches)

UNIVERSITE DE RENNES 1

IREM RENNES

APPROCHES DE LA MODELISATION AU LYCEE

Quelques activités entre mathématiques et sciences physiques

IREM DE RENNES

OCTOBRE 2001

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, une ou plusieurs pages blanches). Si tel est le cas, écrivez à l'IREM en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

ISBN 2-85728-056-4

Ont participé à l'élaboration et à la rédaction de ce document :

DECKER Gilles
Professeur de Sciences physiques
Lycée Joliot Curie - Rennes

GUERNION Catherine
Professeur de Sciences physiques
Lycée René Cassin - Montfort-sur-Meu

JULO Jean
Maître de conférences en Sciences de l'éducation
UFR Mathématiques - Université de Rennes 1

LAZAR Boris
IA - IPR de Mathématiques
Académie de Rennes

LE FEUVRE Maria
Professeur de Sciences physiques
Lycée René Cassin - Montfort-sur-Meu

LE ROUX Claude
Professeur de Mathématiques
Lycée Joliot Curie - Rennes

ZOUGAGH Abdelmajid
Professeur de Mathématiques
Lycée René Cassin - Montfort-sur-Meu

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la DAFI.

La reprographie et la reliure du document ont été effectuées par Françoise LE BESCOND.

SOMMAIRE

INTRODUCTION **1**

ACTIVITE 1 **3**

Techniques de visée et Thalès

ACTIVITE 2 **29**

Mesures expérimentales et courbes en électricité

ACTIVITE 3 **45**

Dérivée et mouvements

UN MOT DE CONCLUSION **59**

BIBLIOGRAPHIE **61**

ANNEXES **63**

annexe 1 - *découvrir seul une notion* (la dérivée)

annexe 2 - *se méfier des notations* (les flèches)

Introduction

Le GRF (Groupe de Recherche-Formation) qui est à l'origine du présent document avait pour tâche initiale de travailler sur le thème « Comportement scientifique en mathématiques et en physique ». Or il se trouve que les auteurs de l'ambitieux projet paru au plan académique de formation n'ont pu participer au groupe de travail, nous laissant bien perplexes quant à la manière de le réaliser. Le thème nous intéressait mais personne n'avait d'idée précise sur la manière de l'aborder, tout au moins dans ce cadre précis que constitue un GRF. Nous avons pourtant invité l'un des auteurs du projet ainsi qu'un philosophe pour les « cuisiner » un peu sur cette notion de *comportement scientifique*. Nous nous sommes aussi tournés vers les publications. Il existe, en effet, de nombreuses études concernant la manière de développer une démarche scientifique en sciences physiques et, plus largement, dans les sciences expérimentales mais nous devions tenter d'aborder les choses sous un autre angle, nous semblait-il, en n'oubliant pas le rôle spécifique des mathématiques. Or, les documents qui proposent des activités interdisciplinaires mathématiques/physique sont assez nombreux mais, plus que le comportement scientifique, ce qui est généralement visé alors, est une certaine harmonisation entre les deux enseignements.

Tout en ne souhaitant pas nous engager dans cette voie de la coordination entre les deux enseignements de mathématiques et de sciences physiques, nous y avons un peu mis le pied avec une activité concernant la question des notations (les « flèches » - voir annexe 2). Nous nous proposions de sensibiliser les élèves au rôle important des symboles et des notations dans une démarche scientifique mais l'activité créée ne nous a pas paru très convaincante pour cet objectif (bien qu'elle ait sans doute un intérêt en elle-même et mériterait d'être retravaillée). Nous avons aussi flirté avec une autre tendance forte de tout travail interdisciplinaire : la question des « méthodes ». Nous nous sommes surtout intéressés, dans ce domaine, à la capacité des élèves de travailler avec des documents et, plus spécifiquement, à leur capacité de découvrir « seul » le sens d'une nouvelle notion à partir de leurs manuels. La notion retenue a été celle de dérivée en classe de 1ère qui nous paraissait convenir pour ce genre d'approche. Là encore, avant même que notre activité ne soit vraiment au point, nous avons eu le sentiment que nous « dérivions » un peu par rapport à notre thème (voir annexe 1). Enfin, nous avons envisagé également de travailler sur l'esprit critique, sur les intuitions scientifiques, sur l'étude de textes historiques,... Arrêtons-là l'énumération de ces fausses bonnes idées qui ont marqué le début de notre travail et qui nous ont conduits à des échanges, certes intéressants et formateurs, mais peu productifs.

La seule piste qui a vraiment retenu notre attention et que nous avons explorée un peu longuement, est celle de la *modélisation.* Ceci ne veut pas dire que c'est la seule approche possible du comportement scientifique, bien évidemment, mais c'est la seule que nous ayons réussi à traduire concrètement dans notre pratique. Il est vrai que cette question de la modélisation est dans l'air depuis un moment. Un numéro de la revue *Repères IREM* lui a été consacré en 1999, par exemple. Plusieurs ouvrages récents concernant la didactique des sciences expérimentales lui accordent une place centrale (voir bibliographie). Les programmes de mathématiques et de sciences physiques s'y réfèrent de plus en plus. C'est loin d'être une question nouvelle mais ce qui est sans doute un peu neuf est la volonté actuelle « d'enseigner la modélisation » et l'accent mis sur « les activités de modélisation » tant en mathématiques qu'en sciences physiques. C'est donc dans cette dynamique que se situe la démarche finalement adoptée par notre groupe.

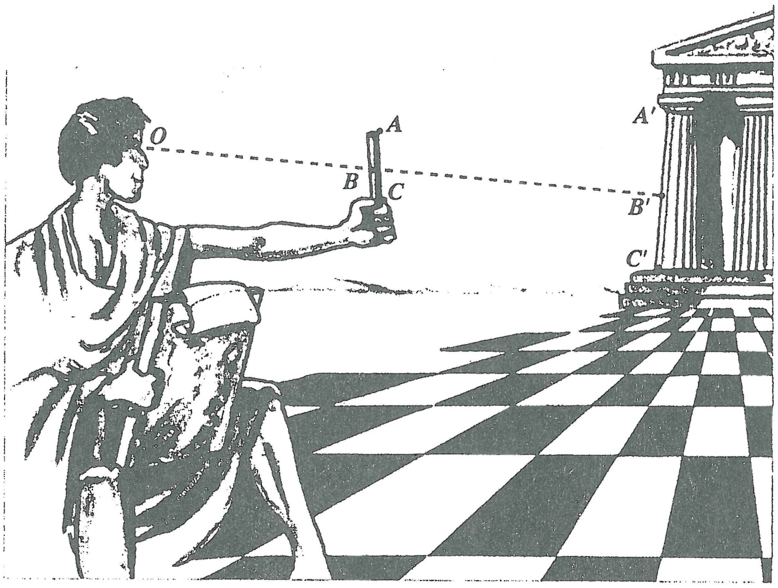
Nous ne tomberons pas dans le piège qui consiste à vouloir commencer par définir la chose dont on parle (tant pis pour ceux qui affûtaient déjà leurs critiques...). C'est d'ailleurs cela qui fut intéressant pour ce thème de la modélisation, c'est qu'il ne nous a pas posé, a priori, le problème de savoir « de quoi on parle ». Nous nous sommes mis à fabriquer des activités centrées sur la modélisation, nous avons vite compris que c'est loin d'être facile, mais nous étions d'accord, le plus souvent, pour dire si nous étions dans la bonne direction ou non. Nous avions l'impression de savoir où nous allions, un peu comme si nous avions un « modèle implicite » de ce qu'est une activité de modélisation. Nous avons ainsi mis au point et expérimenté trois activités que nous proposons dans les pages suivantes en espérant que les collègues de mathématiques et de sciences physiques trouvent quelques idées à exploiter dans le compte rendu de ce travail.

ACTIVITE 1

Techniques de visée et Thalès

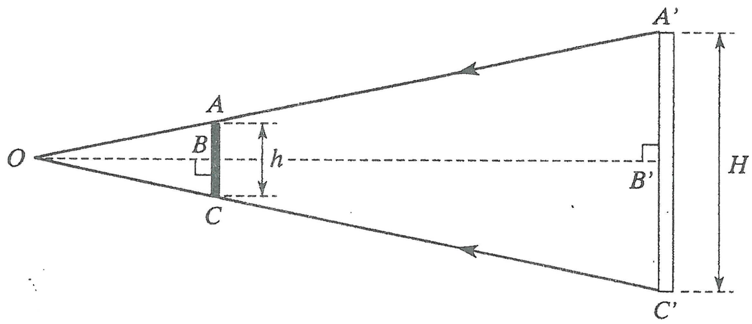
(Seconde et Première)

Le point de départ de l'activité	**5**
La fiche d'activité et sa mise en oeuvre	**6**
Les réponses attendues	**10**
Les réponses obtenues	**19**
Conclusion	**27**



SOLUTION

1) Les points A' et C' sont vus, car les rayons issus de A' et de C' ne sont pas arrêtés par le crayon et atteignent l'œil de l'observateur.



2) Le théorème de THALÈS permet d'écrire :

$$\frac{h}{H} = \frac{OB}{OB'}, \quad \text{soit} \quad H = h \,.\, \frac{OB'}{OB}.$$

$H = 0{,}15 \times \dfrac{30}{0{,}60} = 7{,}5$, $H = 7{,}5$ m .

3) La hauteur de la colonne est de 7,5 m .

LE POINT DE DEPART DE L'ACTIVITE

Dans bon nombre de livres de physique, des exercices résolus sont proposés, accompagnés de l'indication *fiche méthode*. En y regardant de plus près, nous constatons que souvent, face à une situation concrète, ils proposent immédiatement une modélisation mathématique «parfaite», sans passer par les étapes intermédiaires qui permettraient de mettre en avant toutes les connaissances nécessaires pour réaliser une bonne estimation simplifiée du phénomène afin de parvenir à cette modélisation. Le passage brutal d'une situation plus ou moins réelle à un modèle mathématique nous semble très péremptoire et laisse l'élève sans acquisition de méthode.

Ainsi, nous avons relevé dans un manuel de sciences physiques de 2de un exemple très représentatif (voir extrait de la fiche ci-contre). L'élève peut-il, au vu de cette *fiche méthode* comprendre **le choix du modèle mathématique** proposé. A-t-il acquis une méthode qui lui permettrait d'analyser d'autres situations ? A-t-on développé chez lui un certain comportement scientifique ?

Analysons la manière dont est rédigée la solution dans cette fiche :

- la première phrase «Les points A' et C'... » propose une analyse physique de la situation mais l'idée que les rayons (lumineux) sont déjà des *représentations géométriques qui modélisent le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point à un autre* (définition donnée par ailleurs dans le manuel) n'est pas du tout évoquée ; d'ailleurs les rayons lumineux étant des représentations géométriques, on peut se demander comment ils «atteignent l'oeil de l'observateur»... ;

- mais ce qui nous a choqué, surtout, c'est l'absence complète de transition entre cette première phrase et le schéma qui prend directement la forme, comme par miracle, de la plus belle figure géométrique qui soit ; bien sûr, on avait été préparé à ce tour de passe-passe avec le dessin initial qui contenait déjà les principaux points avec leur appellation géométrique habituelle et même ce segment en pointillé qui semble traverser le crayon pour atteindre ce qui ne peut être, bien sûr, que le milieu de la colonne...; on ne sait absolument rien de la position du dessinateur (assis par terre ? sur une chaise ? sur un tabouret haut ?) ; on ne sait pas non plus comment il tient son crayon mais ce ne peut être que parallèlement à la colonne...;

- après avoir court-circuité toutes ces questions importantes, le recours au théorème de Thalès dans le 2°) s'impose «naturellement»...

Ce n'est pas notre but de critiquer un manque de rigueur ou une simplification excessive des explications. Les auteurs de manuels ont des contraintes à respecter, de place d'abord, mais aussi de clarté (pas trop de texte...). Sans ajouter beaucoup de phrases, n'était-il pas possible cependant de montrer que ce passage de la situation évoquée dans le dessin initial à la figure géométrique standard n'est pas quelque chose de trivial ? Il suppose tout un ensemble d'interprétations et de décisions qui caractérisent justement la démarche de modélisation.

Cette fiche ne peut, à notre avis, que donner aux élèves l'idée que le théorème est déjà contenu dans la situation de départ (et donc dans la nature) et qu'on ne fait que le révéler en traçant la figure proposée. Une idée fondamentale du point de vue scientifique n'est pas du tout présente ici : cette figure est un modèle physique et géométrique que l'on décide, à un moment donné, de retenir comme substitut de la situation initiale.

LA FICHE D'ACTIVITE ET SA MISE EN OEUVRE

A partir de la situation utilisée dans l'extrait de manuel ci-dessus (que nous appellerons désormais *Le Grec*) et de deux autres situations trouvées dans des exercices (que nous appellerons *Maxime* et *Jojo*) nous avons mis au point la fiche d'activité ci-contre.

Présentation de la fiche

A la fois du point de vue de la physique (propriétés de la lumière impliquées dans la perception d'objets qui se superposent) et du point de vue mathématique (utilisation possible du théorème de Thalès pour répondre à la question posée), les trois situations se ressemblent. Mais ces situations sont bien distinctes et ne posent pas les mêmes problèmes en terme de modélisation. C'est la confrontation de ces trois situations qui est au centre de l'activité et qui doit conduire les élèves à une réflexion sur la manière dont on passe de l'analyse d'une situation à son traitement à l'intérieur d'un modèle mathématique donné.

Ainsi, tout est fait dans cette activité pour orienter les élèves vers un travail de modélisation plutôt que vers un travail de résolution classique avec production d'un résultat numérique :

→ le titre de la fiche indique explicitement le but de l'activité : *modéliser correctement* ;

→ les questions reprennent systématiquement l'expression *représentation de la situation* qui permet de définir assez simplement ce que l'on attend de l'élève en laissant plusieurs possibilités d'interprétation, d'un simple schéma à une modélisation mathématique plus poussée ;

→ l'enjeu de la production n'est pas de calculer quelque chose mais toujours de *justifier* un résultat (expression qui devient dans la situation 3 : *savoir avec certitude*) ;

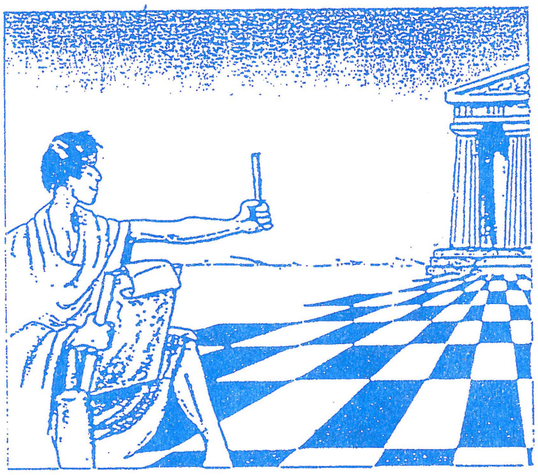
→ le fait qu'il manque toujours une donnée importante dans l'énoncé oblige les élèves à se poser des questions et à discuter des conditions d'une modélisation qu'ils pourraient être tentés d'appliquer par simple réflexe («Ah oui je vois : c'est avec Thalès qu'il faut faire...»).

Avec tous ces éléments inhabituels présents dans l'activité, la question de savoir ce que nous attendions **exactement** des élèves s'est vite posée et nous en avons beaucoup discuté dans le groupe de recherche. Pour essayer de régler nos divergences, chacun s'est efforcé **d'écrire complètement** les réponses qu'il donnerait pour ces trois problèmes (le lecteur intéressé par ces questions peut aussi s'amuser à ce petit jeu avant de lire la suite). Il est vite apparu que ces réponses sont assez différentes et qu'il n'existe pas vraiment une «bonne» réponse. Tout dépend des choix que l'on fait en terme de modélisation et cela tombe bien car c'est exactement ce que l'on veut montrer aux élèves !

Avant de présenter le « genre » de réponse que l'on attend pour cette fiche, nous évoquerons les modalités de sa mise en oeuvre en classe.

MODELISER CORRECTEMENT UNE SITUATION

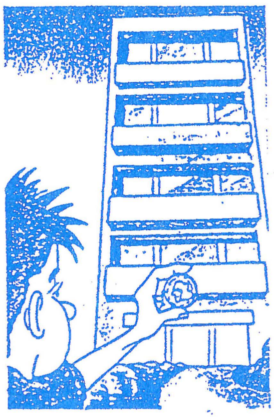
SITUATION 1 : « LE GREC »



Sachant qu'il est à 30 m du temple et qu'il tient son crayon à environ 60 cm de son visage, le dessinateur évalue la hauteur d'une colonne à 7,5 m. Son estimation est correcte.

Proposez une *représentation de la situation* qui permette de justifier son résultat.

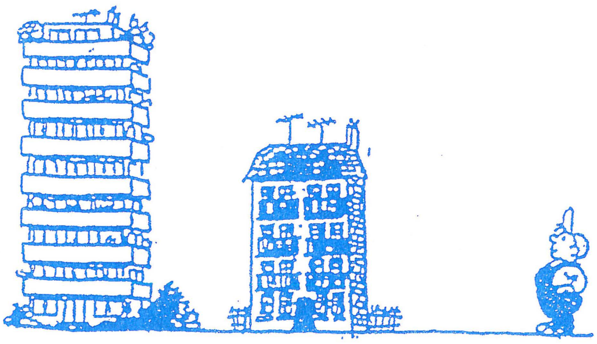
SITUATION 2 : « MAXIME »



Maxime se propose d'estimer la hauteur de son immeuble au moyen d'une pièce de 5F dont il connaît le diamètre : 28 mm. Il se place à 50 m du bâtiment et tient la pièce à environ 50 cm de son visage. Il évalue la hauteur de l'immeuble à 14 m. Son estimation est correcte.

Proposez une *représentation de la situation* qui permette de justifier son résultat.

SITUATION 3 : « JOJO »



Jojo se trouve à 25 m d'un premier immeuble et à 50 m d'un second immeuble placé dans le prolongement du premier par rapport à lui. La hauteur du premier immeuble est de 30 m et la hauteur du second de 45 m.

Proposez une *représentation de la situation* qui permette de savoir avec certitude si Jojo voit ou ne voit pas la cime du second immeuble.

Mise en oeuvre de la fiche

Cette situation se présente différemment selon le niveau de la classe et se réalise de préférence conjointement avec les professeurs de mathématiques et de sciences physiques mais l'un ou l'autre peut aussi la prendre en charge seul. Le déroulement que nous proposons, à l'issue de nos expérimentations, est différent en classe de 2de et en classe de 1ère (c'est en série S que nous avons expérimenté la fiche).

En classe de Seconde

Nous conseillons de procéder en deux étapes : d'abord une séance avec débat ne portant que sur la première situation de la fiche (*Le Grec*) suivie, au cours d'une autre séance, d'un réinvestissement de l'analyse pour les deux autres situations (*Maxime* et *Jojo*) ; chacune de ces séances est elle-même suivie d'un travail de rédaction personnel à faire à la maison.

Première séance : débat à propos de la première situation (1h30 en demi classe)

Le déroulement suivant est celui qui nous a paru le plus satisfaisant :

- 10 min en recherche individuelle pour donner le temps à l'élève de découvrir l'énoncé du problème, de réfléchir et d'envisager ses propres idées ;
- 20 min de mise en commun des idées par groupes de trois ou quatre élèves constitués par affinité afin que chacun s'exprime au sein du groupe ;
- 10 min pour qu'un représentant de chaque groupe vienne inscrire au tableau leur proposition de réponse à la question posée ;
- 35 min pour un débat impliquant successivement chacun des groupes, les autres élèves de la classe et le (ou les) professeur(s) et s'orientant progressivement vers une réponse commune à l'ensemble de la classe ;
- 15 min où le professeur propose une organisation cohérente du corrigé commun, en complétant si nécessaire.

A l'issue de cette séance, chaque élève rédige à sa manière cette réponse commune.

Seconde séance : réinvestissement dans l'analyse des deux autres situations (1h en classe entière)

Les élèves se remettent en groupes pour analyser les deux situations *Maxime* et *Jojo* de la même manière que cela a été fait pour *Le Grec*.

A l'issue de cette séance, chaque élève rédige les réponses élaborées au sein du groupe.

En classe de Première

A ce niveau l'activité peut tenir sur une séance d'une heure trente en classe entière mais une séance de TP de deux heures est évidemment plus intéressante.

On donne cette fois la fiche complète aux élèves (avec les trois situations - telle qu'elle est présentée ci-dessus). Ils travaillent en groupes de quatre à cinq élèves.

Deux déroulements sont possibles :

Première modalité

- les élèves travaillent sur les trois situations dans l'ordre qui leur convient, le professeur passant de groupe en groupe pour débattre des problèmes qu'ils rencontrent ;
- la fin de la séance (45 min) est consacrée à un débat débouchant sur des réponses communes pour chaque situation.

Seconde modalité

- le professeur demande à tous les groupes de travailler d'abord sur *Le Grec* pour procéder, comme en seconde, à une première synthèse au tableau (au bout de 35 min environ) ;
- les élèves travaillent ensuite sur les deux autres situations (une autre synthèse est difficilement réalisable dans ce cas même si on dispose d'une séance de deux heures).

Cette séance est suivie, comme en seconde, d'un travail de rédaction personnel réalisé à la maison.

LES REPONSES ATTENDUES

Ainsi que nous l'avons dit, les questions posées dans cette fiche sont volontairement ouvertes en ce sens qu'elles orientent vers une réflexion sur les choix que l'on fait lorsqu'on modèlise une situation que vers une solution unique. Les éléments de réponse proposés ici ont surtout pour but de fournir des points de repère pour analyser les démarches des élèves et pour conduire le débat lorsque les élèves proposent leurs propres solutions.

SITUATION 1 : « LE GREC »

1 - *Quel procédé ?*

D'un point de vue pratique, on peut reconnaître sur le dessin l'utilisation d'une technique de visée. Le dessinateur a dû procéder de la manière suivante :

- il a fermé un oeil et, tenant son crayon à bout de bras, il a interposé celui-ci entre son autre oeil et la colonne qu'il veut mesurer ;

- il a ensuite fait correspondre une extrémité de son crayon avec une extrémité de la colonne puis a repéré sur son crayon le point qui correspond à l'autre extrémité de la colonne ;

- il a alors mesuré la longueur de la partie de son crayon qui correspondait à la hauteur de la colonne et a pu faire une estimation de cette hauteur, connaissant par ailleurs la distance entre son crayon et son oeil ainsi que la distance entre la colonne et son oeil.

Discussion : il se pourrait aussi que le dessinateur ait cherché à faire correspondre les deux extrémités de son crayon aux deux extrémités de la colonne en modifiant la distance entre ce crayon et son oeil ; s'il mesure cette distance et connaît la longueur du crayon (ainsi que la distance qui sépare son oeil de la colonne) il peut faire une estimation de la hauteur de la colonne ; mais d'après la manière dont le dessinateur tient son crayon, cela semble peu probable.

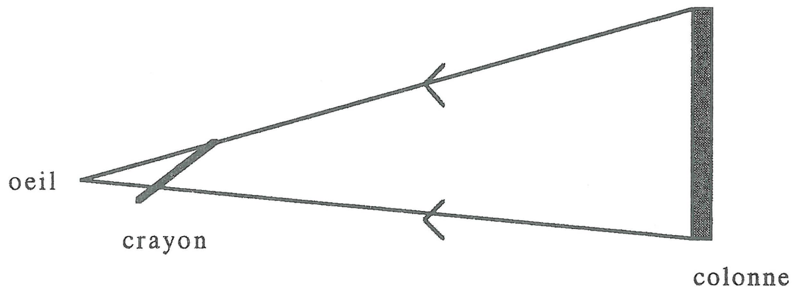
2 - *Quelle représentation des phénomènes physiques ?*

Après avoir décrit le procédé, on peut décrire les phénomènes physiques qui caractérisent la situation :

- le modèle physique qui permet de décrire le plus simplement la propagation de la lumière et donc ce que le dessinateur perçoit de son environnement est le modèle du rayon lumineux : on va représenter la lumière se propageant depuis une source sous la forme de fins traits rectilignes de lumière ;

- à l'intérieur de ce modèle, on représentera les phénomènes lumineux en jeu lorsque le dessinateur met en correspondance les extrémités de la colonne avec certains points de son crayon par des droites (des «rayons lumineux») ; de même on assimilera l'oeil qui effectue la visée au point d'intersection de ces droites ; en effet, l'oeil (lentille) capte et fait converger les rayons nécessaires à la formation de l'image sur la rétine ;

- un schéma possible, à l'intérieur de ce modèle, est alors celui-ci (pour simplifier on ne représentera que les rayons issus des extrémités de la colonne) :



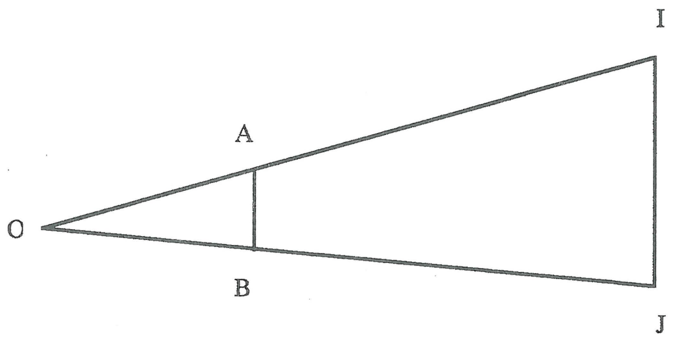
3 - *Quelle modélisation mathématique ?*

Pour effectuer des calculs numériques à partir des données dont il dispose, le dessinateur a ensuite fait le choix d'un modèle mathématique :

- celui du théorème de Thalès paraît le plus approprié car il permet d'établir un rapport simple entre la hauteur de la colonne et la longueur repérée sur le crayon au moment de la visée qui est facile à déterminer ;

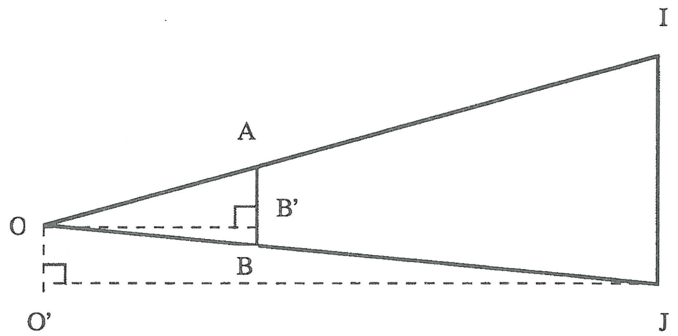
- le choix de ce modèle implique une première condition au niveau du procédé mis en oeuvre : que le dessinateur ait tenu son crayon parallèlement à la colonne (il faudra décider si cette condition doit être respectée strictement ou approximativement) ;

- en supposant cette condition réalisée, on peut représenter géométriquement la situation en assimilant le crayon et la colonne à deux droites parallèles qui coupent deux droites sécantes (les rayons lumineux définis précédemment) :



- cette modélisation étant effectuée, le théorème de Thalès permet d'écrire plusieurs égalités de rapports de longueurs ; la plus intéressante pour le dessinateur est celle-ci : $\dfrac{IJ}{AB} = \dfrac{OJ}{OB}$

- ne connaissant pas les longueurs OB et OJ, il est probable que le dessinateur les a respectivement assimilées à OB' et O'J dans la représentation géométrique suivante :



Discussion : pour minimiser l'erreur d'estimation commise, le dessinateur a pu chercher à évaluer les longueurs BB' et OO' ; il a pu aussi s'installer de telle sorte que la distance de son oeil au sol corresponde approximativement à la moitié de la hauteur de la colonne (c'est l'hypothèse faite dans le manuel dont est extraite la situation mais qui reste totalement implicite).

SITUATION 2 : « MAXIME »

1 - Quel procédé ?

Cette situation évoque, comme la précédente, l'utilisation d'une technique de visée pour approcher la hauteur d'un bâtiment.

Le procédé auquel on pense spontanément est celui-ci :

- Maxime s'est placé à une certaine distance de l'immeuble, a fermé un oeil et, tenant la pièce entre deux doigts, a interposé celle-ci entre son oeil et l'immeuble ;

- il a alors cherché la position de la pièce qui lui permettait de faire correspondre visuellement deux bords de la pièce diamétralement opposés avec les "extrémités" de l'immeuble (point le plus haut et point le plus bas) ;

- il a enfin mesuré la distance qui sépare la pièce de son oeil et fait son estimation à partir des trois mesures dont il dispose : celle qu'il vient de trouver, la distance entre lui et l'immeuble, le diamètre de la pièce.

Mais une autre possibilité existe (à laquelle personne n'a raison de penser dans un premier temps mais que nous sommes conduits à envisager après calculs) :

- Maxime a pu constater que les cinq niveaux de l'immeuble ont la même hauteur et choisir de l'évaluer ; cela permet en particulier de se placer plus près et de réaliser plus facilement la correspondance entre les bords de la pièce et les extrémités de ce que l'on veut mesurer ;

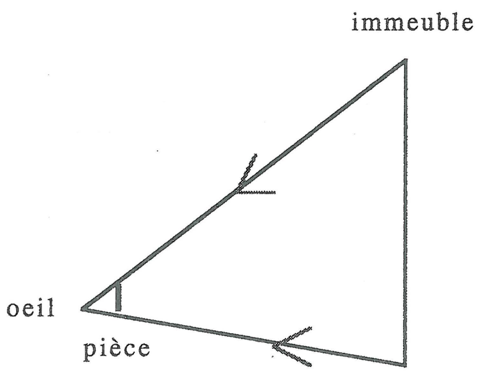
- il a par exemple déterminé la hauteur entre le bas de l'immeuble et le point le plus bas du premier étage qu'il peut voir ; le procédé est le même que celui qui permet d'obtenir directement la hauteur de tout l'immeuble.

Nous parlerons repectivement des hypothèses 1 et 2 pour désigner ces deux procédés différents.

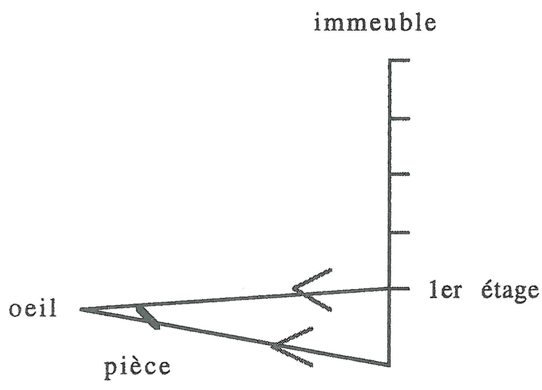
2 - *Quelle représentation des phénomènes physiques ?*

Le modèle qui permet de rendre compte des caractéristiques de cette situation est exactement le même que celui décrit pour la situation 1. Nous ne reprendrons donc pas la description faite et nous donnerons directement les deux schématisations qui permettent, dans le cadre de ce modèle, de rendre compte des phénomènes physiques en jeu :

HYPOTHESE 1



HYPOTHESE 2



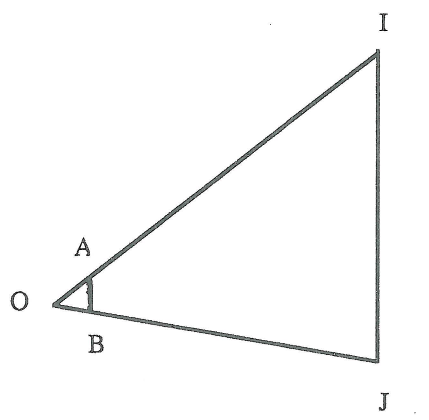
3 - *Quelle modélisation mathématique ?*

Comme pour la situation 1, c'est une modélisation dans laquelle les conditions du théorème de Thalès seraient satisfaites qui semble la plus appropriée :

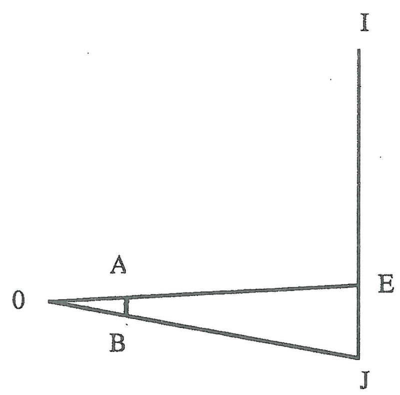
- le modèle physique adopté nous permet de considérer que nous sommes bien en présence de deux droites concourantes dont le point d'intersection est l'oeil de Maxime ;

- une autre condition importante est que la pièce et l'immeuble puissent être assimilés à deux droites parallèles ; pour cela il faut que Maxime tienne la pièce parallèlement à la facade de l'immeuble ; on supposera donc que c'est le cas et on adoptera les représentations géométriques suivantes :

HYPOTHESE 1



HYPOTHESE 2



- les conditions du théorème de Thalès étant satisfaites, Maxime a pu écrire les égalités de rapports suivantes :

HYPOTHESE 1

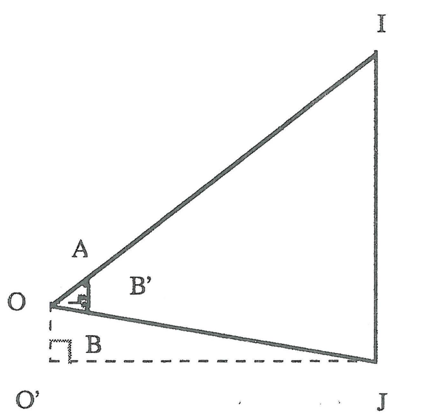
$$\frac{IJ}{AB} = \frac{OJ}{OB}$$

HYPOTHESE 2

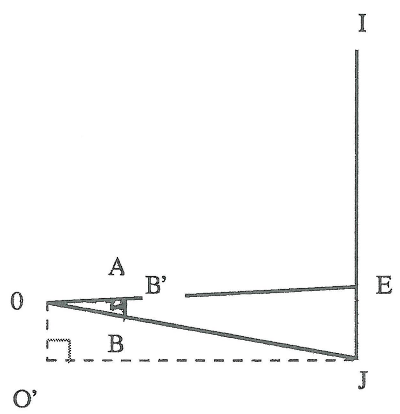
$$\frac{EJ}{AB} = \frac{OJ}{OB}$$

- ne connaissant pas les longueurs OB et OJ, il est probable que Maxime les ait assimilées respectivement à OB' et à O'J dans les représentations géométriques suivantes :

HYPOTHESE 1



HYPOTHESE 2



- les estimations obtenues sont alors :

HYPOTHESE 1	*HYPOTHESE 2*
IJ = (5O × 0,028) / 0,5	EJ = (5O × 0,028) / 0,5
IJ = 2,8 m	EJ = 2,8 m
	5 × 2,8 m = 14 m

L'hypothèse 1 doit donc être rejetée, l'énoncé indiquant que l'estimation de 14 m trouvée par Maxime est bonne. L'hypothèse 2 qui conduit à multiplier la hauteur trouvée par le nombre de niveaux de l'immeuble (que l'on compte sur le dessin : 5 × 2,8 m) permet bien, quant à elle, de trouver la hauteur de 14 m annoncée.

SITUATION 3 : « JOJO »

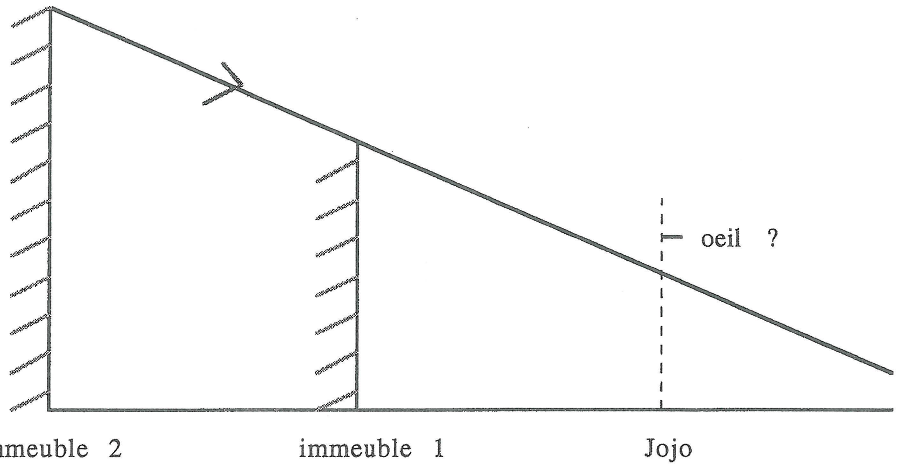
Cette situation diffère des deux autres par le fait qu'elle n'évoque pas de procédé de mesure mais pose seulement le problème de l'existence d'un phénomène physique donné : voir ou ne pas voir un objet .

1 - Quelle représentation des phénomènes physiques ?

La situation implique la perception visuelle d'un objet. C'est donc une modélisation en termes de rayons lumineux qui paraît la plus adaptée.

- la toute première question qui se pose, dans une telle modélisation, est celle de la position de l'oeil de Jojo (on négligera d'emblée le fait que Jojo a vraisemblablement deux yeux...) ; l'énoncé permet de déduire la distance qui sépare cet oeil des immeubles mais pas sa distance par rapport au sol ;

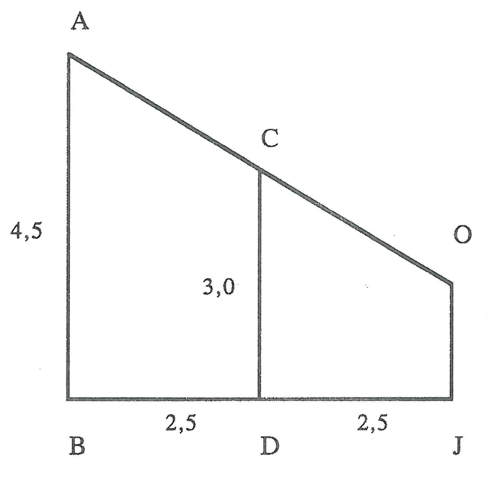
- l'idée la plus simple est sans doute de schématiser la situation en tenant compte de cette incertitude :



2 - *Quelle modélisation mathématique ?*

Deux idées principales peuvent guider cette modélisation :

⇒ celle de similitude que l'on peut mettre en oeuvre simplement sous la forme d'un "dessin à l'échelle" c'est-à-dire d'une représentation graphique dans laquelle les rapports de longueur entre les parties de la figure et les parties correspondantes de la situation sont constants ; on considérera pour cela que la distance de Jojo aux immeubles est mesurée par rapport aux faces les plus proches de lui et on assimilera ces faces à des segments de droite perpendiculaires au sol ; de plus on considérera que ces deux faces sont parallèles et que les yeux de Jojo sont situés sur une demi-droite également parallèle à ces deux faces :



mesure des longueurs en cm

échelle : 1 / 1000

la mesure de OJ (distance minimale de l'oeil de Jojo par rapport au sol) s'obtient directement sur la figure et la condition pour que Jojo voit le haut du second immeuble est que son oeil se trouve au moins à 15 m du sol. On peut donc en déduire qu'il ne le voit pas.

⇒ la seconde idée est de chercher à déterminer OJ par le calcul ; le théorème de Thalès permettra de le faire si les conditions énoncés ci-dessus pour le dessin à l'échelle sont satisfaites : le modèle adopté permettra dans ce cas d'écrire l'égalité des rapports suivante :

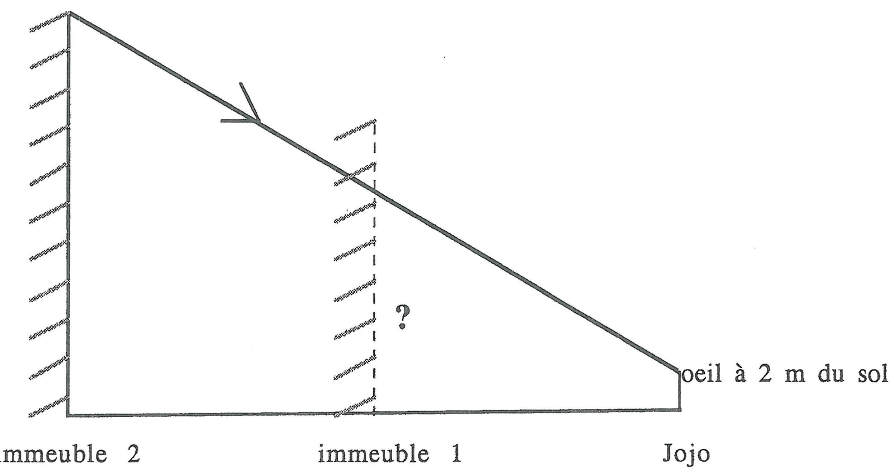
$$\frac{OJ}{CD} = \frac{JD}{JB}$$

on trouve de la même manière OJ = 15 m et on en déduit que Jojo ne peut pas voir le second immeuble.

3 - Autres représentations et modélisations possibles

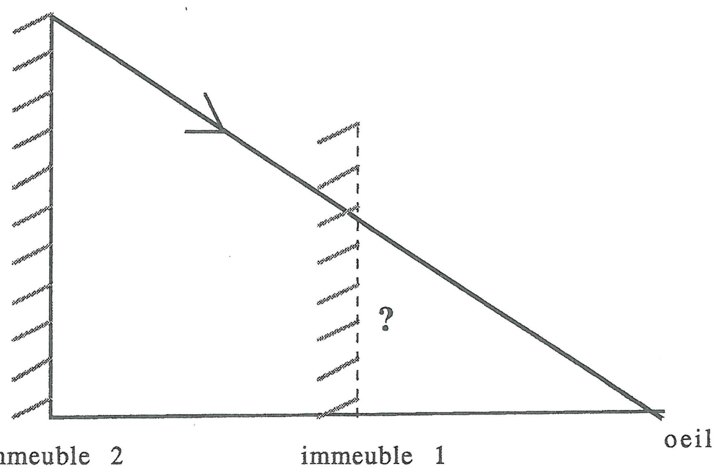
■ « hauteur maximale de l'oeil » :

on peut partir d'une hypothèse concernant une hauteur limite de l'oeil - par exemple à 2 m du sol -, supposer que Jojo voit l'immeuble 2 et se demander quelle devrait être alors la hauteur maximale de l'immeuble 1 :



■ « taille négligeable » :

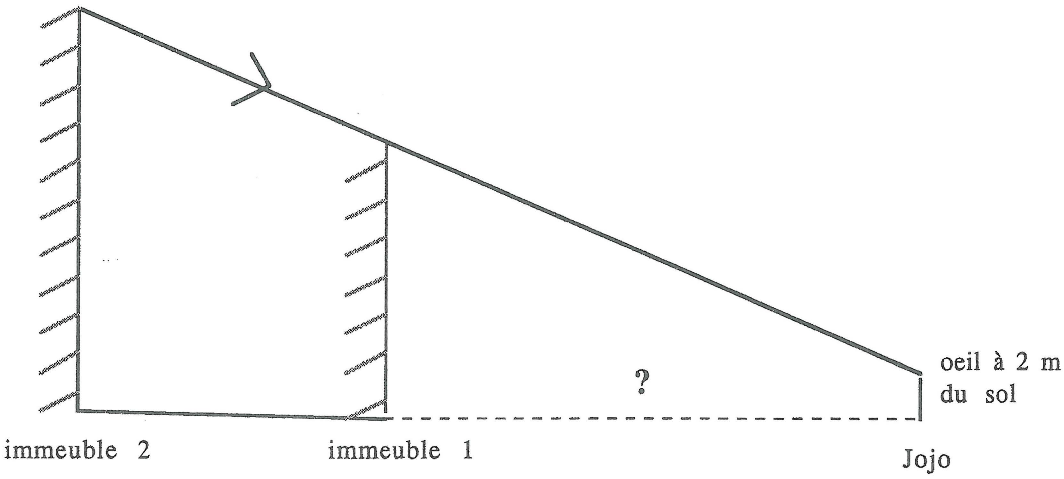
on peut aussi partir d'un modèle qui néglige la taille de Jojo :



si Jojo voit l'immeuble, la réponse peut être donnée sans discussion mais s'il ne peut pas le voir, le choix fait et l'erreur qu'il entraîne devront être discutés.

■ « recul nécessaire » :

enfin, on peut envisager un modèle dans lequel la position de Jojo lui permettrait nécessairement de voir le second immeuble, déterminer cette position et comparer les distances obtenues par rapport aux immeubles à celles de l'énoncé ; il faudra décider, dans ce modèle, si l'on choisit de négliger la taille de Jojo ou si on lui donne une valeur limite, par exemple 2 m :



LES REPONSES OBTENUES

A l'évidence, les élèves ne sont pas familiarisés avec les démarches de modélisation et éprouvent de grandes difficultés pour les mettre en oeuvre. Toutes nos observations vont dans ce sens et justifient pleinement la recherche d'activités prenant en compte cette dimension importante de la formation scientifique. Afin de cerner un peu mieux la nature de ces difficultés, nous avons proposé à des élèves de 2^{nde} et de $1^{ère}$ les trois problèmes qui composent la fiche d'activité, séparément et sous la forme d'un travail écrit. Nous présenterons d'abord les résultats de cette étude puis un bilan des expérimentations réalisées en classe.

Quelques données concernant les difficultés liées à la modélisation

L'étude réalisée a porté sur 53 élèves de 2^{nde} et 48 élèves de $1^{ère}$. Chaque élève a reçu une feuille avec l'un des trois problèmes de la fiche d'activité présentée ci-dessus (*Le Grec, Maxime* ou *Jojo*) et la consigne suivante :

> « Une équipe de professeurs qui travaille sur le comportement scientifique vous propose un exercice un peu inhabituel.
> *Cette épreuve ne sera pas notée mais vos réponses seront analysées et votre professeur en discutera avec vous.*
> Lisez bien l'énoncé et la question posée. Vous disposez de 30 min pour répondre. »

Cette épreuve a été proposée dans le cours de physique-chimie (nous avions envisagé de la proposer aussi dans le cours de mathématiques à titre de comparaison mais cela n'a pu se faire).

Les résultats confirment nettement les observations faites en classe et la difficulté des élèves à comprendre ce qu'il faut faire lorsque nous leur demandons de *représenter la situation* (précisons que le titre *modéliser correctement une situation* qui figure sur la fiche n'est pas présent ici). Nous présenterons les principales catégories de réponse qui apparaissent à propos du problème *Le Grec*, en les illustrant par quelques exemples, puis nous résumerons l'ensemble des résultats dans un tableau permettant de comparer les trois problèmes.

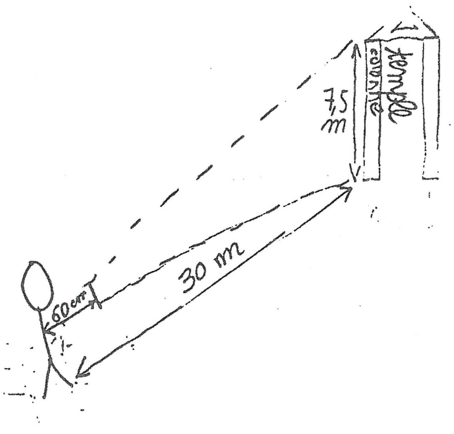
catégorie 1 : blocage sur les données ou la question

Les réponses de cette catégorie montrent que les élèves ne sont pas entrés vraiment dans le problème posé : ils bloquent sur les données ou sur la question posée (ou les deux) et ne s'engagent pas dans la tâche de représentation. Certains font un dessin toutefois mais celui-ci reste très proche du dessin de l'énoncé, servant surtout à reporter les données numériques.

élève de 2^{nde}

Je ne comprend pas comment on pourrait justifier son résultat en sachant à quelle distance de lui et de la colonne il tient son crayon car déjà la taille de son crayon ne nous est pas donnée et en plus, je ne vois pas quel rapport il y a avec la taille du crayon, les distances entre lui, et le crayon et la colonne et la hauteur de la colonne qu'on est censés trouveé.

élève de 2^{nde}



Je ne comprends pas la question car elle n'est pas assez précise.

Étant donner qu'il mesure la hauteur de la colonne avec son crayon et qu'on ne connaisse pas la taille du crayon alors on ne peut calculer.

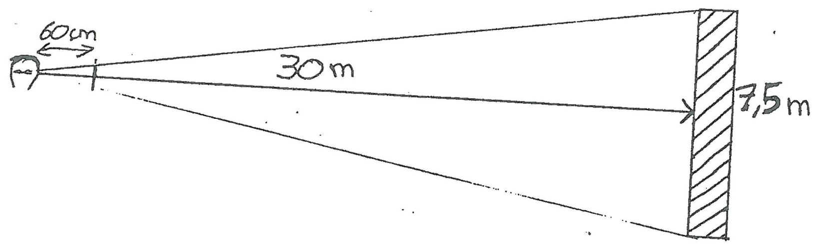
Ils sont 9 sur 17 élèves à donner une réponse de ce type en 2^{nde} pour *Le Grec* et aucun en $1^{ère}$.

On verra dans le tableau que cet effectif des élèves de 2^{nde} qui sont un peu « déboussolés » par la tâche diminue assez sensiblement pour *Maxime* et encore plus pour *Jojo*.

catégorie 2 : schématisation

Ici les élèves proposent une représentation qui constitue, d'une manière ou d'une autre, une schématisation de la situation décrite dans l'énoncé. Ils répondent strictement à la question posée sans recourir à un outil mathématique pour traiter les données (même si un tel outil est évoqué comme dans l'exemple ci-dessous) et sans discuter les conditions de validité du schéma qu'ils proposent.

élève de 2^{nde}



– Je pense que si on ne connait pas la taille du crayon, on ne peut pas résoudre ce problème.

–On a pas assez de données

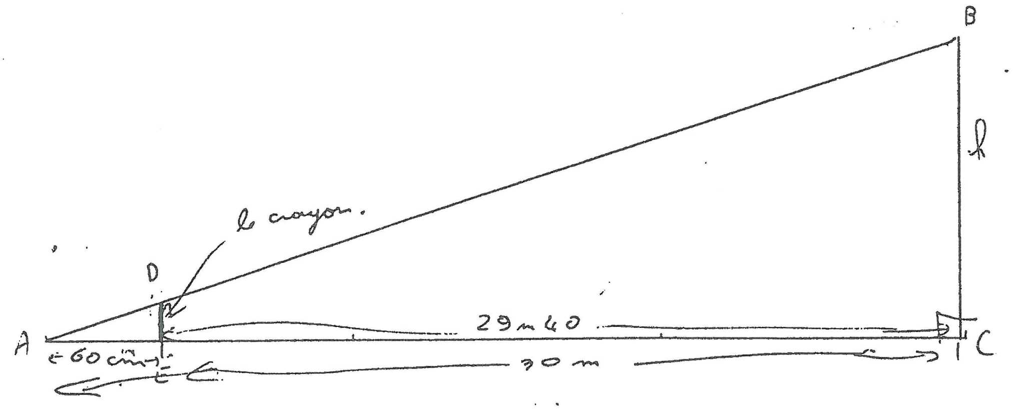
– Je crois qu'il faut utiliser Thalès mais je ne sais pas comment commencer (et on n'a pas assez de données).

2 élèves de 2^{nde} (sur 17) et 1 élève de $1^{ère}$ (sur 17) donnent une réponse de ce type pour *Le Grec*.

Les effectifs correspondant à cette catégorie sont plus élevés pour *Maxime* et encore plus pour *Jojo*.

catégorie 3 : recours à un outil mathématique

Dans ces réponses les élèves mettent en oeuvre un outil mathématique pour traiter la situation, le plus souvent le théorème de Thalès. Ils s'appuient dans la plupart des cas sur une figure de géométrie et ont donc, au préalable, schématisé la situation. Mais, comme dans la catégorie précédente, ils ne discutent pas les conditions de cette schématisation ni, en conséquence, les conditions de mise en oeuvre de l'outil mathématique retenu.



~~[illegible]~~

D'après le théorème de Thalès

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{h}$

$\frac{60}{3000} = \frac{DE}{750}$

$DE = \frac{60}{3000} \times 750$

$DE = 15\ cm$

son crayon faisait donc 15 cm.

Il savait donc que son crayon mesurait 15 cm.

3 élèves de 2nde et 10 élèves de 1ère (sur 17 dans les deux cas) donnent une réponse de ce type pour *Le Grec*.

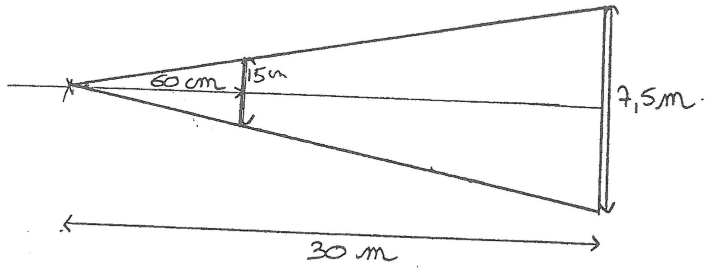
On verra que ces effectifs sont assez voisins pour *Maxime* et *Jojo*.

catégorie 4 : début de modélisation

Dans cette dernière catégorie, nous avons regroupé toutes les réponses dans lesquelles figurent au moins un élément de discussion concernant les conditions de schématisation et de mathématisation de la situation.

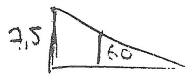
Cette discussion ne va généralement pas très loin et ne concerne pas l'analyse physique de la situation mais ce qui est écrit témoigne d'un début de démarche de modélisation (notons que d'autres élèves ont pu se poser des questions de modélisation mais sans en faire état dans leur réponse).

élève de 2nde



Je pense qu'il trouve la hauteur de la colonne grâce à l'optique.
Et si le crayon est parallèle à la colonne
Soit x la hauteur du crayon.

$\frac{x}{7,5m} = \frac{60cm}{30m}$ Thalès.



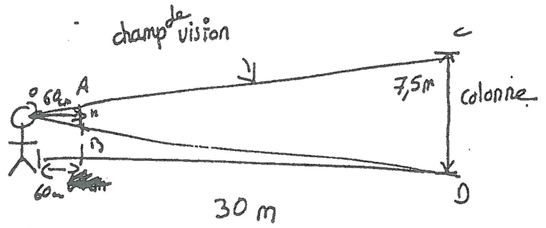
Mais il faut que le crayon soit parallèle à la colonne

$\frac{x}{750cm} = \frac{60cm}{3000cm}$ $x = \frac{60 \times 750}{3000} = 15$

Donc on peut s'imaginer que le crayon est égal à 15 cm.

À mon avis, le personnage se place à une distance bien spéciale, son crayon à une distance bien spéciale aussi et l'emplacement de la tête en fonction du crayon.

élève de 1ère



Admettons que AB // CD

Si on connais la hauteur de l'homme, on pourra avec l'aide de pythagore, on pourra calculer la longueur OD.

De plus, si on connai la mesure du crayon; on pourra utiliser le théorème de Thalès pour déterminer la hauteur de la colonne. $\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD} \left(= \frac{OA}{OC}\right)$

longueur chercher.

calculer par pythagore

AB : dimension du crayon

$OB^2 = \frac{1}{2} AB^2 + 60^2$

Dans ces deux exemples, on notera la condition de parallélisme bien présente et pour l'élève de 1ère un début de discussion concernant la « hauteur de l'homme ».

3 élèves de 2nde et 6 élèves de 1ère donnent une réponse qui contient un tel début de discussion pour *Le Grec*.

TABLEAU RECAPITULATIF

Le tableau ci-dessous présente la répartition des élèves sur les quatre catégories de réponse, par problème et par niveau.

	Le Grec		*Maxime*		*Jojo*	
	2nde	1ère	2nde	1ère	2nde	1ère
blocage données / question	9	-	6	1	2	-
schématisation (uniquement)	2	1	9	3	12	8
outil mathématique	3	10	2	7	5	5
début de modélisation	3	6	-	6	-	1
effectif total	17	17	17	17	19	14

Notons que les effectifs totaux sont un peu faibles pour permettre vraiment des comparaisons et tirer des conclusions.

Ces données montrent bien toutefois la différence importante qui existe entre les élèves de 2nde et ceux de 1ère. Nous discuterons ce point à propos des observations faites en classe.

On notera aussi des différences assez sensibles entre les trois problèmes qui composent la fiche d'activité : la situation la plus difficile à « représenter » est nettement *Le Grec* mais, une fois cette situation schématisée, c'est pour elle que les élèves font le plus appel à un outil mathématique (Thalès) et qu'ils commencent le plus souvent à discuter les conditions d'application de ce modèle (ceci est surtout vrai pour les élèves de 1ère mais commence à apparaître chez les élèves de 2nde). Ce fait justifie le statut particulier que nous donnons à cette situation dans le déroulement de l'activité.

Un bilan des expérimentations en classe

REMARQUES GENERALES

Pour le débat, il nous a semblé important de respecter autant que possible la gestion du temps proposé ci-dessus, et de recadrer immédiatement les élèves sur le sujet étudié. Ils sont surpris, en effet, quand les professeurs de Mathématiques et de Sciences Physiques sont présents ensemble : « Est-ce un cours de maths ou de physique ? ». Ils ne sont pas habitués à ce style de séance. Il est donc nécessaire de leur présenter l'activité et de les informer sur le déroulement de la séance pour que tous y participent.

En tant que professeur, il faut aussi être prêt à accepter les réponses proposées, même si elles paraissent assez éloignées des réponses attendues, et partir des idées des élèves. Les propositions peuvent être très diverses, selon le niveau de classe (seconde ou première S) et le niveau du groupe classe.

Voici quelques conseils pour gérer cette profusion (!) d'idées :

→ Lors de l'étude en groupe faire attention à ce qu'un élève ne monopolise pas la parole ; bien leur indiquer qu'il s'agit d'une mise en commun de toutes leurs réflexions.

→ Dans le cas de l'étude d'un seul exercice, au moment de rassembler les propositions, demander à un représentant de chaque groupe d'inscrire sur une partie du tableau leur réponse ; ainsi, elles sont apparentes.

→ Pour le débat, il semble intéressant de reprendre chaque idée pour la commenter et la corriger si nécessaire puis d'organiser dans un ordre cohérent les idées complémentaires ; au fur et à mesure du déroulement du débat, essayer de tendre vers une correction commune qui sera clairement énoncée à la fin de la séance.

→ Il nous semble important également de demander aux élèves un travail écrit qui consiste à mettre au propre la correction de l'exercice étudié ; cela permet de préparer la séance suivante de réinvestissement avec les deux autres exercices.

Après ces remarques d'ordre pratique sur la séance débat, voici les principales observations que nous avons faites sur le comportement des élèves selon le niveau de la classe et les critères attendus pour une modélisation explicitement détaillée. Elles complètent le tableau récapitulatif des types de réponses présenté ci-dessus.

BILAN EN CLASSE DE SECONDE

De fait, tronc commun, la plupart des classes de seconde sont hétérogènes en raison des divers acquis et savoir-faire des élèves. En proposant une activité à caractère scientifique demandant une réflexion, la mise en oeuvre d'un certain nombre d'acquis en mathématiques et en sciences physiques, nous notons que le nombre d'élèves parvenant à une modélisation est très faible. Il est important de souligner que les élèves ne pensent pas aux conditions pratiques de la réalisation de la technique de visée, et encore moins à la modélisation appropriée aux phénomènes physiques, pour qu'un modèle, qu'un outil mathématique puisse être envisagé.

Pour les élèves : « physique = calculs ». Ils ne sont pas habitués à analyser une situation étape par étape en tenant compte de toutes les conditions d'application. Soit c'est évident, comme nous le constatons dans de nombreux livres, soit ce n'est pas le cas et les élèves proposent alors une représentation où se superposent dessin, schéma, figure géométrique, essais de calculs,... Certains même ne proposent rien !

Un bon tiers des élèves d'une classe « bloque » dès le début . Afin de ne pas les laisser en situation d'échec, il est intéressant de leur demander d'exprimer les causes de leurs blocages. Voici ce que nous avons relevé dans nos expérimentations :
- « *Je ne comprends pas ce qu'il faut faire* », la question n'étant pas orientée immédiatement vers un calcul ;
- « *Je vois, mais je ne sais pas l'écrire* » ;
- « *Je ne sais pas* ».
Dans cette classe, les autres élèves proposent un amalgame de dessin, dessin-schéma, schéma-figure géométrique, un outil mathématique dont ils ne savent souvent que faire : Pythagore a souvent la faveur, Thalès est pressenti mais son application est confuse, incomplète, parfois un calcul d'angle de vision.

Toutefois, au cours du débat, grâce à la mise en commun de toutes leurs questions et idées, beaucoup parviennent peu à peu à percevoir et à comprendre les subtilités de cette modélisation et de sa résolution. Nous avons aussi constaté, avec satisfaction, que lors du réinvestissement pour les deux autres exercices, les élèves rédigent correctement une bonne partie de la résolution : ils représentent les trois étapes par le dessin, le schéma, la figure géométrique et expliquent le choix de l'outil mathématique ; cependant la détection des conditions pratiques et physiques reste incertaine.

Les élèves initiés à ce genre de pratique l'assimilent volontiers. Mais pour l'améliorer, il est conseillé de l'utiliser dans d'autres séances, au cours de l'année, pour que cela devienne une habitude et forme l'esprit à une certaine analyse scientifique.

BILAN EN CLASSE DE PREMIERE

A ce niveau, les connaissances des élèves sont plus homogènes. Leur comportement global, au cours du débat, est très différent de celui des élèves de 2nde mais peut aussi être différent d'une classe à l'autre.

Ainsi, nous avons observé qu'une classe dite « scolaire » est moins réceptive à ce type d'activité. Il n'y a pas de méthode standard à appliquer, pas de rapport direct avec ce qui a été vu précédemment en cours. Les élèves sont réticents, ne comprennent pas ce qu'on attend d'eux. Ils s'inquiètent et peuvent être désagréables ; ils sont déstabilisés. Il est nécessaire alors de leur expliquer précisément ce que nous attendons dans les différentes étapes de la séance. Etant rassurés, ils participent davantage mais toujours avec un certain manque de conviction, se demandant à quoi cela peut bien servir. Le travail en « groupe » reste relativement individualiste et se caractérise par une difficulté à mettre les idées en commun.

Par contre, une classe moins « scolaire » se prête plus volontiers au jeu. Ce n'est pas comme d'habitude, alors au lieu d'avoir une attitude « résignée », ils sont plus enjoués. En groupe, ils débattent, essaient de trouver une solution commune où chacun pourra « mettre sa patte ». Entre les groupes, une émulation s'instaure : c'est à qui aura trouver le plus vite possible la meilleure solution. Des échanges critiques et pertinents ont lieu avant même que les différents solutions soient reportées au tableau.

Bien sûr, ces deux descriptions sont extrêmes mais elles représentent des situations que nous avons rencontrées dans les classes où ont eu lieu les expérimentations.

Quant aux résolutions proposées, les élèves de 1ère utilisent un plus grand éventail d'outils mathématiques. Leurs acquis sont plus nombreux et sont utilisés avec plus de certitudes et de rigueur ; ceci est vrai en particulier pour l'homothétie, la proportionnalité, le théorème de Pythagore, l'angle de vision et, le plus appliqué, le théorème de Thalès (à propos duquel un élève déclare : *« Le théorème de Thalès est un magnifique outil qui permet de mesurer tranquillement, assis sur une chaise, des objets éloignés connaissant leur éloignement »*...).

Il faut toutefois remarquer que les conditions pratiques et physiques de la modélisation ne sont pas beaucoup plus évoquées à l'écrit qu'en classe de 2nde. En revanche, plusieurs élèves miment la scène et vérifient que le résultat qu'ils obtiennent est plausible (par exemple en vérifiant la taille d'un de leurs crayons).

EN CONCLUSION

Cette activité de modélisation qui s'intègre bien au début du programme de sciences physiques en 2nde, permet de sensibiliser les élèves à un mode de réflexion plus approfondi : une situation ne correspond pas forcément à une solution. Elle met en évidence toutes les étapes correspondant souvent à des siècles de questionnement, pratique, physique, avant de parvenir à un modèle mathématique. « L'évidence » d'un modèle correspond à un nécessaire enchevêtrement de connaissances acquises.

ACTIVITE 2

Mesures expérimentales et courbes en électricité

(Première)

Pourquoi le choix de ce thème ?	**31**
Présentation de l'activité	**34**
Réponses attendues	**39**
Quelques observations	**42**
Conclusion	**43**

POURQUOI LE CHOIX DE CE THEME ?

Des professeurs de physique, correcteurs de l'épreuve proposée au baccalauréat scientifique, ont constaté que les candidats avaient éprouvé des difficultés à faire le lien entre un phénomène physique, une expression algébrique simple et sa représentation graphique dans l'épreuve suivante :

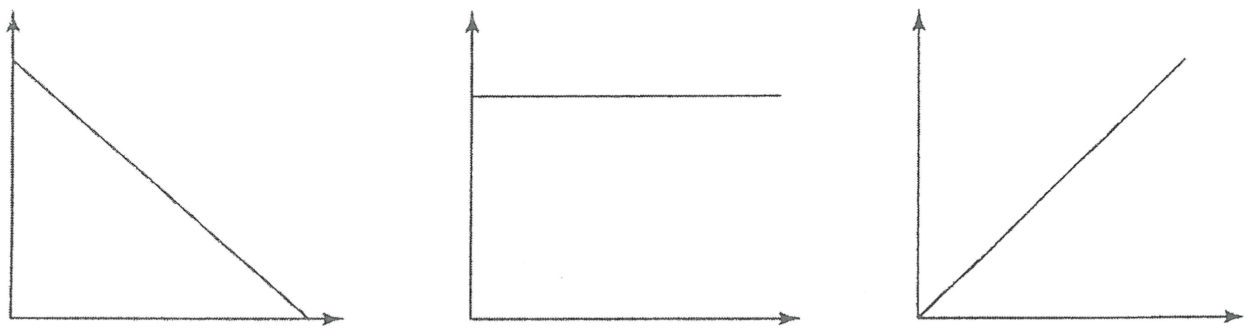
Ecrire la relation de conservation de l'énergie E pour un oscillateur se déplaçant en translation, sans frottement.

Montrer qu'elle peut s'écrire $\left(\frac{Y}{w_0}\right)^2 + y^2 = C$, où C est une constante qui s'exprime en fonction de E et de k. Exprimer C en fonction de Y_m et calculer sa valeur.

Pour traduire la conservation de l'énergie de l'oscillateur sur un graphe, on peut utiliser les représentations des couples :

$$(t, E) \text{ ou } \left(y^2, \left(\frac{Y}{w_0}\right)^2\right)$$

Reporter sur votre feuille les deux représentations choisies parmi les trois proposées, en précisant les grandeurs porteurs sur les axes.



D'autre part l'observation du travail de nos élèves nous montre qu'à partir de résultats expérimentaux discrets, certains d'entre eux vont proposer intuitivement un lissage (très souvent une droite), d'autres vont joindre les points par des segments, d'autres enfin vont se satisfaire du nuage de points. Mais très peu d'élèves s'interrogent sur les limites physiques de l'expérience.

C'est ainsi qu'a germé en nous l'idée de travailler sur la modélisation, considérant que les liens entre une expression algébrique, un graphique et une expérience ne sont pas nécessairement intuitifs (continuité des phénomènes, incertitude expérimentale, limites…).
Or nous avons constaté que certaines fiches méthodes proposées aux élèves dans leurs manuels présentaient des raccourcis s'appuyant sur l'intuition. Cela peut mener à des erreurs d'interprétation et n'incite pas l'élève à réfléchir sur les différents points évoqués précédemment.

Par exemple, cet extrait de manuel (voir ci-contre) issu d'une fiche méthode intitulée : « Force électromagnétique dans un haut-parleur ». L'énoncé présente une manipulation permettant d'étudier la relation existant entre la force électromagnétique qui caractérise le fonctionnement du haut-parleur, selon l'intensité du courant circulant dans la bobine de celui-ci.

C'est la réponse à la deuxième question qui a retenu notre attention :

<u>**Question**</u> : « Représentez graphiquement l'évolution de la valeur de la force en fonction de l'intensité du courant. Exprimer la relation entre F et I sous forme littérale et numérique ».

Réponse proposée par le manuel : « La courbe obtenue est une demi-droite passant par l'origine des axes ».

Nos commentaires :

- Il est clair que le modèle linéaire est une hypothèse tout à faire raisonnable dans ce cas, mais comment l'élève peut-il comprendre qu'il ne s'agit que d'un modèle mathématique que l'on va choisir d'utiliser, à un moment donné, pour rendre compte de relevés expérimentaux et pour décrire des phénomènes physiques qui sont quant à eux beaucoup plus complexes ?

- Affirmer sans la moindre hésitation que *la courbe obtenue est une demi-droite* pose tout de même un vrai problème du point de vue du comportement scientifique qui nous intéresse ici. Surtout, encore une fois, dans *une fiche méthode* (dans la partie cours, on pourrait admettre que l'on énonce ainsi des résultats connus) :

    - S'il s'agit d'une demi-droite, cela signifie qu'il n'y a aucune limite physique au phénomène observé !
    - Entre les points expérimentaux que se passe-t-il exactement ?
    - Puisque les six points ne sont pas alignés, quels sont les arguments qui vont nous conduire à adopter tout de même le modèle linéaire ?

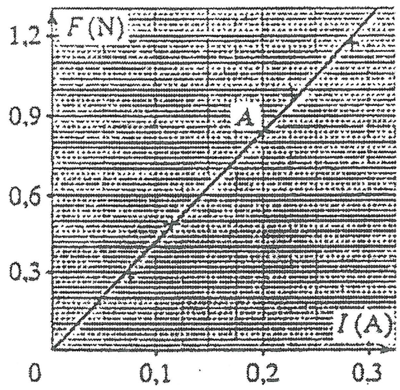
- Sans attendre une longue discussion, n'était-il pas possible de donner quelques indices permettant aux élèves de sentir l'importance de cette étape de modélisation et des choix que l'on effectue à ce moment de la démarche scientifique ?
  Un simple changement de formulation peut déjà constituer un tel indice ; par exemple :
    - on considérera que la courbe obtenue est…
    - la répartition des points conduit à faire l'hypothèse d'une relation de proportionnalité dans le champ d'étude expérimental.

Solution

1) Valeur F de la force électromagnétique en fonction de I :

I (mA)	0	46	76	115	227	284
F = P(N)	0	0,20	0,29	0,49	0,98	1,18

2)



La courbe obtenue est une demi-droite passant par l'origine des axes.

Son équation est : $F = K.\, I$ ou $\dfrac{F}{I} = K$.

Soit A (0,2 A ; 0,84 N) un point appartenant à la droite tracée :

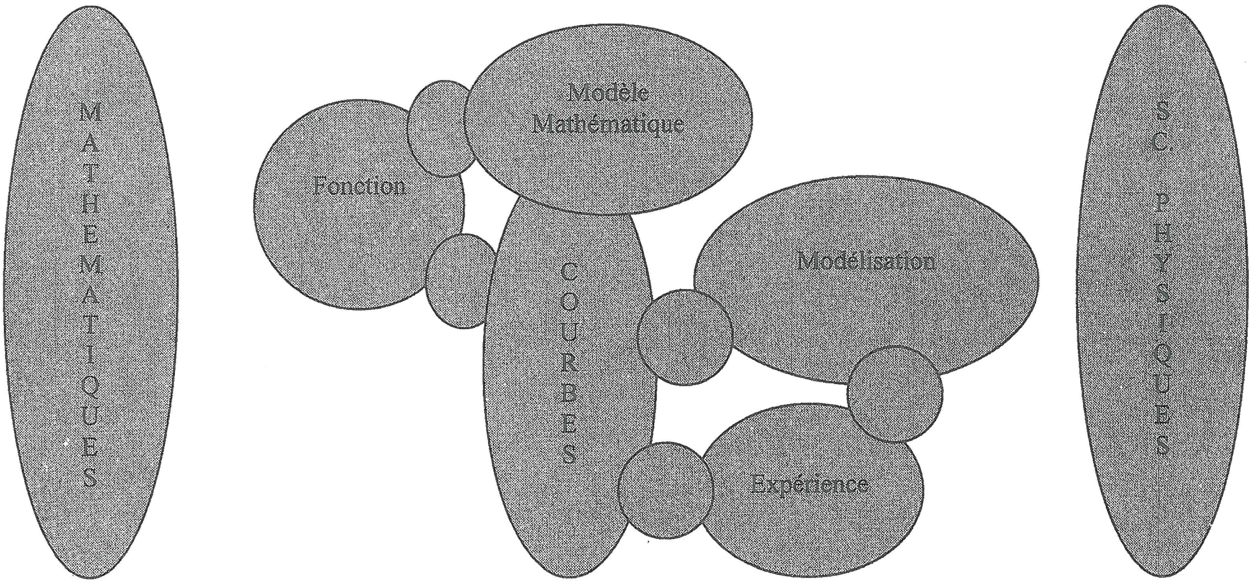
$K = \dfrac{0{,}84}{0{,}2}$ ou $K = 4{,}2$ N. A $^{-1}$.

Pour le haut-parleur étudié, la valeur de la force électromagnétique est donnée par la relation :

$F = 4{,}2I$, avec I en ampère et F en newton.

Comme pour Thalès, nous sommes partis de ce constat critique pour mettre au point une activité centrée sur l'interprétation de courbes obtenues expérimentalement et sur le « saut épistémologique » que constitue le choix d'un modèle.

Nous voulions également sensibiliser l'élève aux relations étroites existant entre modèle mathématique et sciences expérimentales. On peut tenter d'illustrer la complexité de ces relations par le schéma suivant :



PRESENTATION DE L'ACTIVITE

L'activité est prévue pour la classe de 1ère S et se déroule en cours de physique.

Nous sommes partis d'un TP classique d'électricité : caractéristique d'un dipôle.

Pour bien faire apparaître la phase de modélisation qui accompagne nécessairement un recueil de mesures, nous avons construit une séquence en 3 étapes.

Etape 1 - Le TP « caractéristique d'un dipôle » (fiche, page 36)

L'objectif est double à ce niveau, amener les élèves à :

- conjecturer le modèle simplement en observant les valeurs affichées par les appareils de mesure ;

- réfléchir sur le nombre de mesures à effectuer pour tester le modèle (une consigne orale est donnée au cours du TP pour inciter à cette réflexion).

Etape 2 - Prolongement du TP (fiche, page 37)

L'objectif est ici que les élèves continuent à s'interroger sur la validité du modèle en comparant différentes courbes expérimentales (nuages de points) « bien choisies ».

On souhaite qu'ils fassent le lien entre le modèle mathématique le plus plausible et le phénomène physique qu'il est censé représenter (ou voudrait en particulier qu'ils pensent à l'état de la pile : neuve ou usagée).

Etape 3 - Le TP « étude de la caractéristique d'un électrolyseur » (fiche, page 39)

Dans cette activité nous souhaitions évaluer l'impact des travaux précédents sur le comportement des élèves.

L'activité est réalisée en demi groupe lors d'une séance d'une heure et demie.

Avant d'aborder ce TP, les élèves connaissent les contraintes de l'expérience et ont entendu parlé des phénomènes de surtension. Son objet est d'étudier la variation de la tension aux bornes d'un électrolyseur en fonction de l'intensité du courant dans ce récepteur.
Les acquisitions se font à l'ordinateur.

Fiche pour l'étape 1

T.P. : CARACTERISTIQUE D'UN DIPOLE

Objectif

Etudier les variations de la tension aux bornes d'une pile en fonction de l'intensité qui la traverse.

Expérience préliminaire

1 - Mesurer la tension aux bornes de la pile que vous trouvez sur votre paillasse. Cette tension est appelée tension à vide et notée U_0.

2 - Réaliser un circuit comprenant une pile et une lampe.
Mesurer la tension aux bornes de la pile. Cette tension sera notée U.

3 - Que constatez-vous ?

Travail à effectuer

1 - Proposer un montage permettant d'atteindre l'objectif précité.

2 - Visualiser le phénomène. Décrire qualitativement le phénomène.

3 - Donner l'allure de la courbe représentant la tension en fonction de l'intensité.

Fiche pour l'étape 2
(prolongement)

Six groupes d'élèves ont étudié expérimentalement le comportement de six piles plus ou moins usagées. Ils mesurent la tension aux bornes de la pile en fonction de l'intensité du courant délivré.

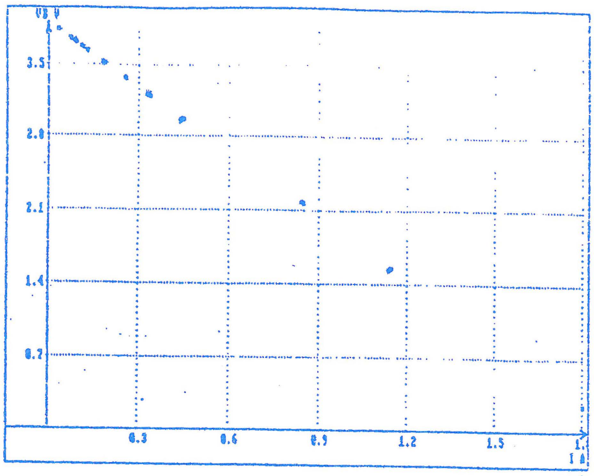
Voici les six relevés obtenus par ordinateur. Voir feuille annexe.

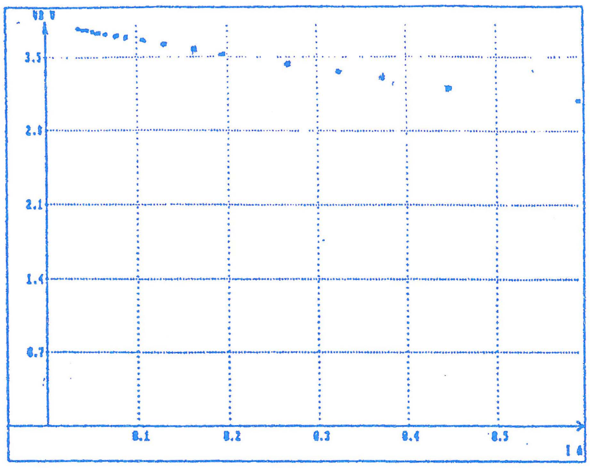
Parmi ces six relevés déterminer ceux qui pourraient être associés à un modèle mathématique. Pour chaque tracé justifiez votre choix.

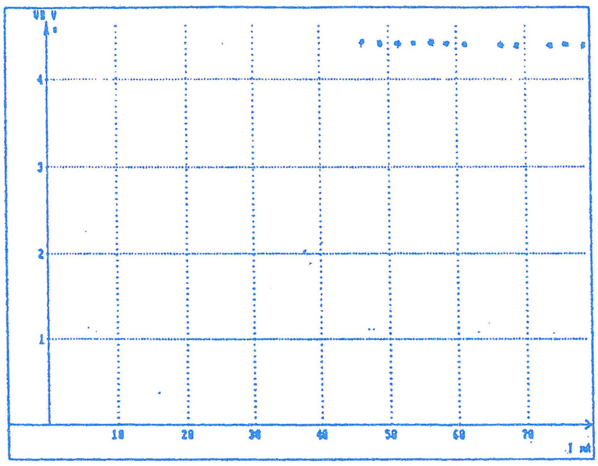
Un groupe d'élèves à proposé que la relation existant entre la tension et l'intensité pourrait être de la forme : U = a.I + b.

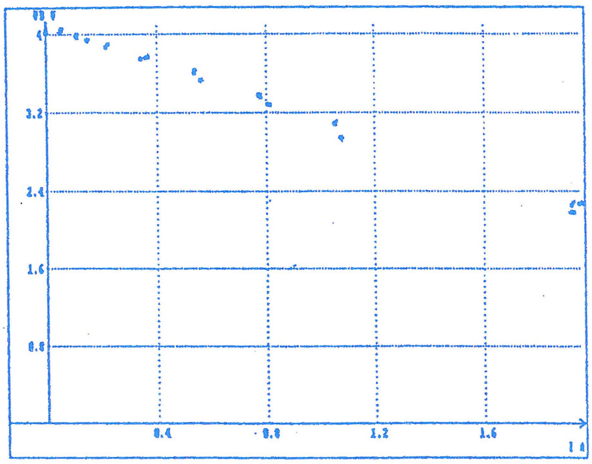
D'après les six relevés donnez les arguments en faveur ou non de cette proposition.

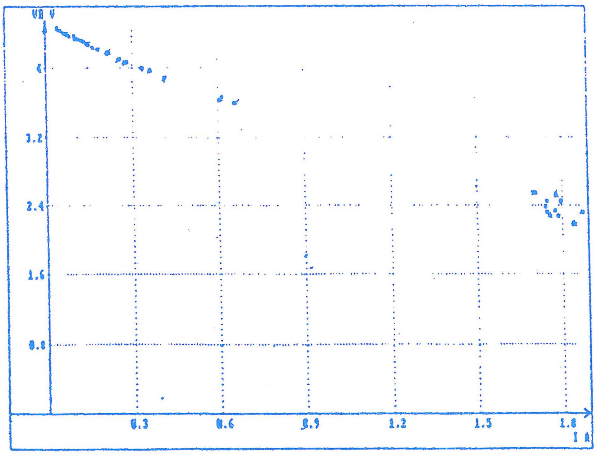
RELEVES

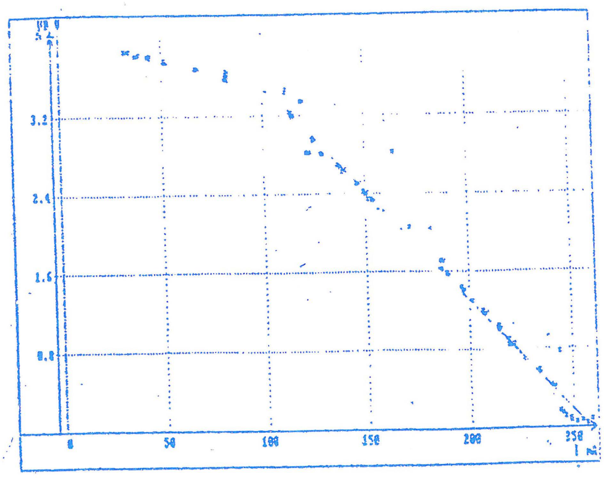

VB V
3.5
2.8
2.1
1.4
0.7
0.3
0.6
0.9
1.2
1.5
I A


VB V
3.5
2.8
2.1
1.4
0.7
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
I A


VB V
4
3
2
1
10
20
30
40
50
60
70
I mA

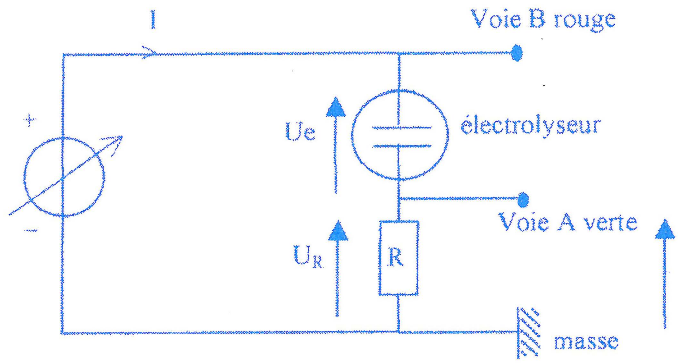

VB V
4
3.2
2.4
1.6
0.8
0.4
0.8
1.2
1.6
I A


VB V
4
3.2
2.4
1.6
0.8
0.3
0.6
0.9
1.2
1.5
I A


VB V
3.2
2.4
1.6
0.8
0
50
100
150
200
250
I mA

T.P. : ETUDE DE LA CARACTERISTIQUE D'UN ELECTROLYSEUR

Réaliser le montage



- Quelle tension mesure-t-on sur la voie A ?
- Quelle tension mesure-t-on sur la voie B ?
- Comment peut-on mesurer l'intensité du circuit dans de telles conditions ?
- Représenter les variations de la tension aux bornes de l'électrolyseur en fonction de l'intensité du circuit à l'aide de l'ordinateur.
- L'acquisition doit se faire point par point en faisant varier l'intensité du circuit.

Configuration de l'ordinateur :
Regressi → Fichier → Candibus → Abscisse : voie A → Voies : voies A et B → Enregistrement :
Point par point → Déclenche : clavier.

- Chercher un modèle mathématique permettant de relier la tension aux bornes de l'électrolyseur et l'intensité du circuit.

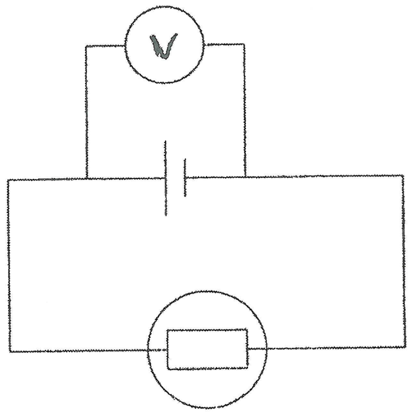
REPONSES ATTENDUES

T.P. « CARACTERISTIQUE D'UN DIPOLE »

Expérience Préliminaire

- Valeur de la tension à vide $U_0 = 4,9V$

- Réalisation du circuit suivant :

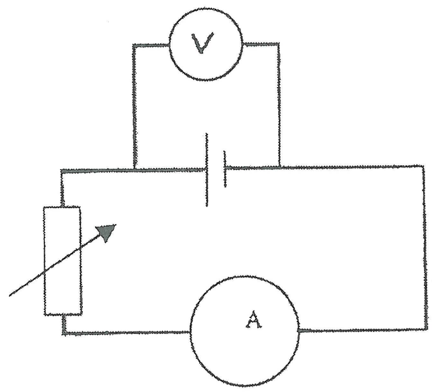


- Mesure de la tension aux bornes de la pile U = 3,5V.

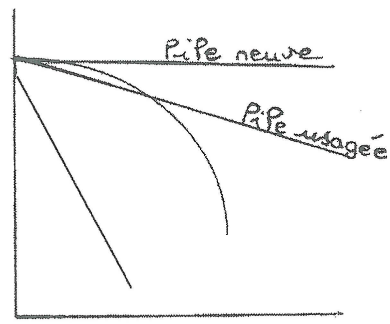
- Constat : chute de tension aux bornes de la pile en fonctionnement.

Travail à effectuer

- Faire varier l'intensité.
- Constater que la tension aux bornes de la pile diminue régulièrement quand l'intensité augmente.

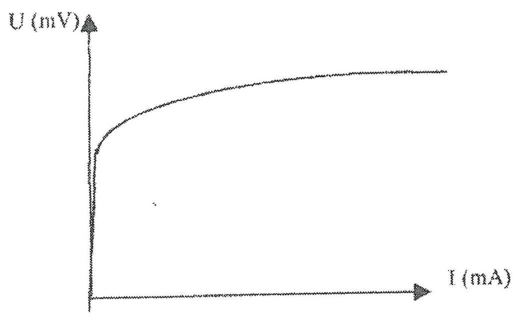


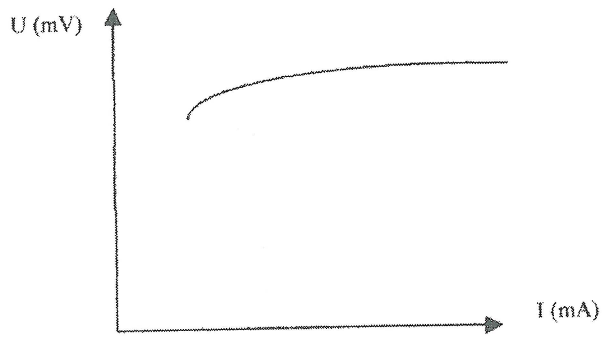
- Phénomène continu, décroissant pouvant être décrit par ce type de courbes.



T.P. « ELECTROLYSEUR »

Recherche d'un modèle mathématique (voir ci-contre un exemple de courbe obtenu par un élève).



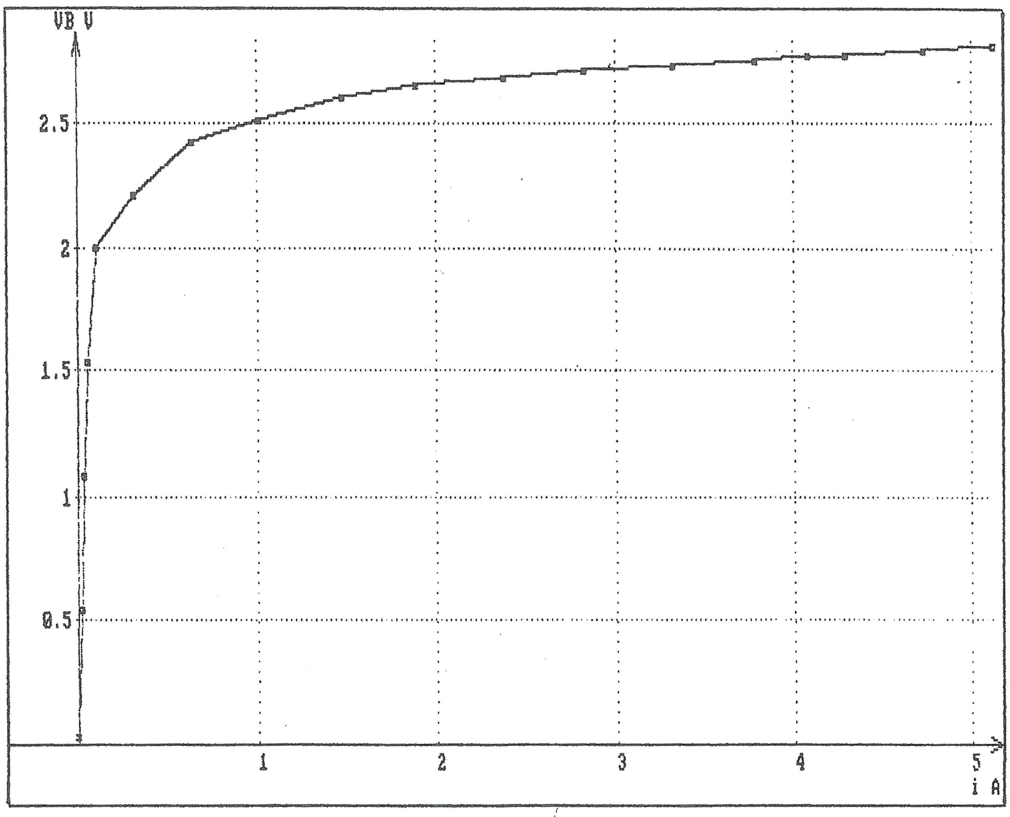


L'expérience a lieu si la tension imposée à l'électrolyseur est au minimum égale à la différence de potentiel des couples redox mis en jeu (les élèves ont vu cette notion en chimie).

Au vu de l'expérience, ceci permet de définir un domaine de fonctionnement qui, ici, correspond à la partie linéaire de la courbe.

Le modèle mathématique adapté est : U = a I + b

Courbe obtenue par un élève



QUELQUES OBSERVATIONS

Etape 1 - TP « Caractéristique d'un dipôle »

Les élèves constatent assez facilement que lorsque U diminue I augmente.

La plupart des élèves proposent les modèles suivants :

- « une droite décroissante »
- « une courbe décroissante ».

De façon intuitive les élèves trouvent un modèle correct. Mais lorsqu'on passe à l'enregistrement point par point ils perdent la notion de continuité.

Etape 2 - Prolongement du TP

Dans la majorité des réponses les élèves ne prennent pas de recul, ils semblent avoir oublié l'expérience précédemment réalisée, l'analyse et la volonté d'obtenir un modèle mathématique masquant la réalité expérimentale.

Nous proposons ci-dessous quelques travaux d'élèves, qui nous semblent caractériser des familles de réponses.

Parmi lesquelles :

Elève 1 : fragmentation de l'analyse, peu d'approche globale, aucune référence au caractère expérimental du document...

Elève 2 : réserve quant à l'analyse des documents, peu de certitudes permettant la discussion, même si parfois, la réserve est telle que l'énoncé concernant la nature du document finit par perdre toute objectivité pour l'élève...

Elève 3 : propositions d'idées intéressantes donnant lieu à débat...

Etape 3 - TP « Electrolyseur »

Constats

Dans l'ensemble, les élèves ont procédé à une observation qualitative des points (U, I).
Cette attitude leur a permis d'évaluer l'extension physique du domaine de mesure et de choisir des intervalles leur permettant une analyse future de l'expérience, d'où un choix d'intervalle autorisant une analyse du phénomène étudié : continuité, limite....
D'autre part certains élèves constatant un défaut du nombre de mesures n'ont pas hésité à recommencer l'expérience.

Propositions d'élèves pour le choix d'un modèle mathématique

Courbe de la fonction qui à x associe $\sqrt{x}$.
Courbe de la fonction qui à x associe $\sqrt{x}^2$.
Courbe de la fonction qui à x associe ax + b «si on ne tient pas compte des premiers points ».
Morceaux de courbe quelconque.

Aucun élève n'a cependant fait référence à l'expérience pour chercher le modèle mathématique adapté (autour d'un point de fonctionnement).

CONCLUSION

Nous observons que la répétition de ce type d'activités basées sur l'observation, la compréhension, la formulation, la conscience des relations mathématiques-physique conduit les élèves à avoir une attitude critique constructive.
Mais il est évident que ce travail nécessite du temps, les contraintes horaires nous obligent souvent à être plus directifs dans notre façon d'enseigner.

Elève 1

Arguments pour confirmer ou infirmer l'hypothèse (que c'est une droite) dans chaque cas ?

① La majorité des points sont alignés donc c'est u droite car même si un ou quelques points n'a. partiennent pas à la droite, il peut y avoir une mauvaise manipulation

② Les points au départ sont alignés mais on observe que cette "droite" à tendance à se redresse donc les points forment plutôt une courbe.

③ La majorité des points sont alignés donc c'est u droite (voir ①)

④ Les points ne sont pas du tout alignés donc ce n'est pas une droite. On ne peut mêm pas vraiment affirmer que c'est une courbe car on a l'impression que ce sont deux cour qui se superposent

⑤ Les points au début sont alignés mais les derniers sont rassemblés dans un "petit tas" donc ce n'est pas une droite. On ne peut même pas dire que c'est une courbe.

⑥ Les points ne sont pas alignes donc ce n'est pas une droite

---

Pour toutes les courbes ou les droites, le coefficient directeur peut changer

Elève 2

- les 5 premieres courbes semblent des droites, ce sont des piles usées car la courbe chute sauf au doc 3 où la pile doit être neuve.

Si le graphe 6 est réel $\boxed{\text{il démontre}}$ que ce n'est pas une droitre mais plutôt une courbe.

- lorsque l'on prend des grandes échelle pour l'intensité nous distingons une droite pour les graphiques

Mais pour les graphiques 5 et 6 qui sont a des échelles faibles pour l'intensité on peut voir une courbe et une droite.

---

on peut observer que sur les 4 premiers courbes les points sont presque tous alignés.

et → $U = a\,I + b$

mais en voyant les 2 dernières on ne pense pas à une droite.

sur la (5) le groupe des derniers points sont incorrectes c'est pour celà que la courbe ne represente pas une droite. si on enlève les derniers points, on obtient une droite donc cela provient d'une mauvaise manipulation.

la (6) si on enlève les premiers points on trouve une droite donc les premiers points relèvent peut être d'une erreur de manipulation.

Elève 3

Ⅰ On ne peut que rarement obtenir expérimentalement des données précises et ces données ne sont presques jamais identiques d'un groupe à l'autre. De plus toutes les piles n'étaient pas neuve ce qui explique au moins l'allure des 2 premières courbes.

Ⅱ Les 3 derniers graphiques sont sûrement l'aboutissement d'un travail peu précis. Ils ne sont donc, pour moi, pas à prendre en compte.

En ce qui concerne les 3 premiers, le modèle mathématiques qui se rapproche le plus est une droite. Le fait que ce soit des expériences faites en classe avec le matériel du lycée explique probablement les quelques points décalés.

ACTIVITE 3

Dérivée et mouvements

(Première)

La fiche d'activité **47**

Quelques éléments d'analyse **50**

Quelques observations **51**

Conclusion **58**

Dans les manuels de mathématiques, la notion de dérivée est souvent introduite à partir d'un exemple de cinématique (équations horaires). Or, contrairement à ce que l'on pense, ce n'est pas un exemple simple pour les élèves. La cinématique n'est abordée qu'à partir de la $1^{ère}$S et la notion de vitesse instantanée est loin d'être intégrée par les élèves au moment de l'étude de la dérivée en mathématiques ; de là à trouver un lien évident entre la tangente à la courbe d'équation horaire et la vitesse instantanée, il y a un grand pas à franchir...

Une analyse de ce chapitre « dérivée » dans les manuels de mathématiques nous a conduit à imaginer une première activité dans laquelle on essaie d'induire, chez les élèves, une démarche de réflexion partant du contenu de ces manuels (voir annexe 1). En raison de l'échec relatif de cette tentative et parce que nous avions décidé de centrer notre travail sur la modélisation, nous avons alors changé d'objectif tout en restant sur le même contenu. L'idée de cette nouvelle activité est de faire découvrir aux élèves, par l'étude de courbes expérimentales, ce que veut dire modéliser l'objet « vitesse instantanée » des physiciens au moyen de la notion de dérivée ; on voudrait ainsi qu'ils prennent conscience de ce qu'apporte cette modélisation pour une meilleure compréhension du phénomène physique.

LA FICHE D'ACTIVITE

Cette activité a été conçue pour être proposée à la fin de l'étude sur les dérivées en mathématiques et de l'étude sur la cinématique en sciences physiques.

Le travail de l'élève consiste à faire une analyse de deux courbes ou ensembles de points (voir fiche pages suivantes). Le premier ensemble caractérise les couples de points temps / hauteur de la balle. Le deuxième ensemble de points caractérise la variation de la hauteur en fonction de la variation du temps.

Mise en oeuvre

Cette activité se déroule en deux phases.

1ère phase (1h30) : en demi-classe conjointement avec les professeurs de mathématiques et de sciences physiques

- 10 min de recherche individuelle ;
- 20 min de mise en commun des idées par groupe de 3 ou 4 ;
- 10 min de recensement des idées au tableau (un représentant par groupe) ;
- 35 min de débat entre les élèves et les professeurs à propos des idées émises ;
- 15 min de travail en groupe : après la mise en évidence de la signification des deux courbes, les élèves cherchent les équations des courbes.

2de phase (1h) : en classe entière avec le professeur de mathématiques pour faire une synthèse.

Fiche distribuée aux élèves

PASSER D'UNE COURBE A UNE AUTRE ET Y REVENIR

Etude expérimentale

Une balle de ping-pong est lancée dans le plan perpendiculaire au champ de vision du camescope.
Le mouvement est filmé à l'aide d'un camescope.
Les images sont filmées à la vitesse de 25 images par seconde soit toutes les 40 ms.
Le film est ensuite étudié à l'ordinateur.
Les images envoyées par le camescope sont incrustées sur l'écran de l'ordinateur par l'intermédiaire d'une carte d'incrustation.
Les mesures sont réalisées sur ces images en cliquant à la souris sur les points dont on veut déterminer la position.

La première courbe exprime la hauteur y de la balle en fonction du temps.

La deuxième courbe est obtenue en faisant en chaque point $z = \dfrac{\Delta y}{\Delta t}$

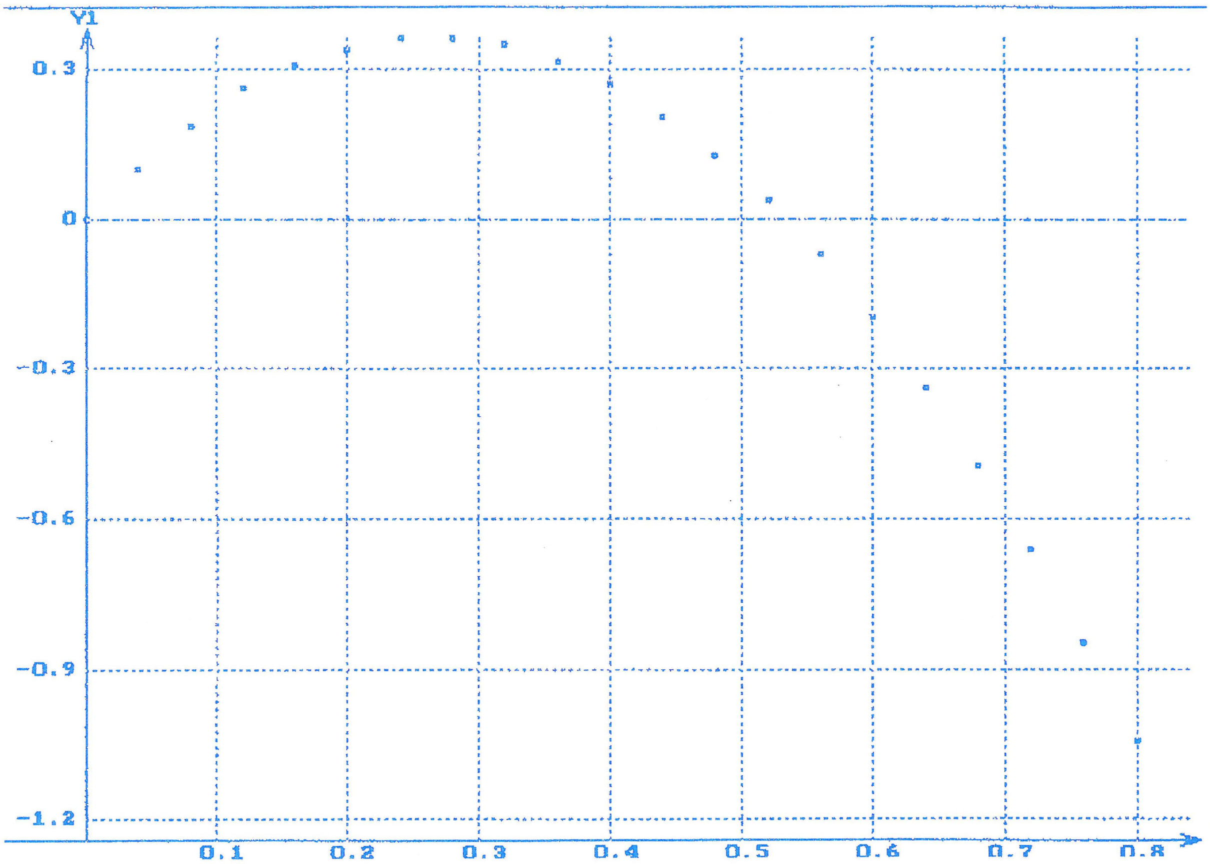
(Ex : $z_4 = \dfrac{\Delta y_4}{\Delta t_4} = \dfrac{y_5 - y_3}{t_5 - t_3}$)

La deuxième courbe est une droite.

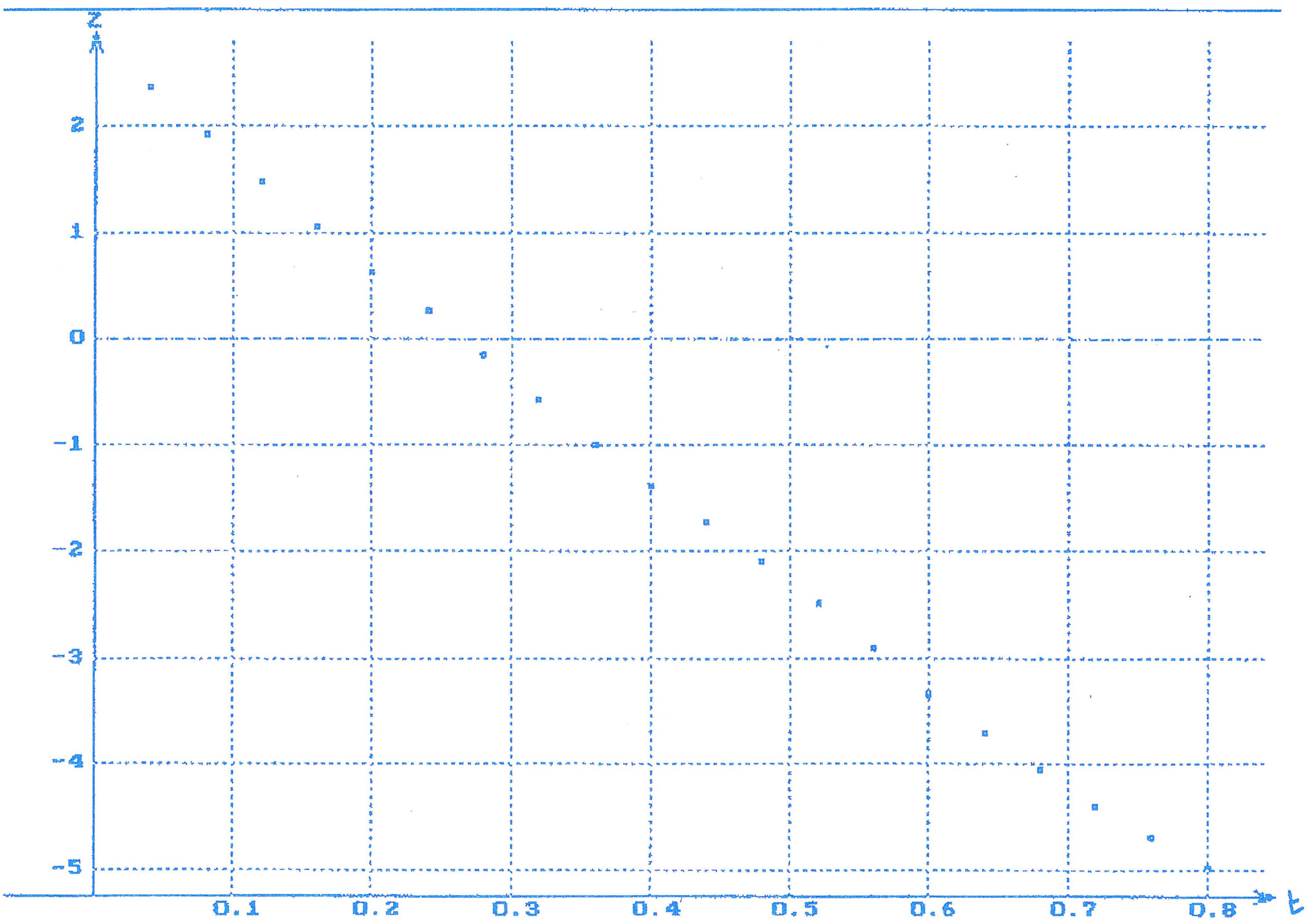
Travail demandé

Analyser simultanément les deux graphiques.

Graphiques



Y1
0.3
0
-0.3
-0.6
-0.9
-1.2
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
t



Z
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
t

QUELQUES ELEMENTS D'ANALYSE

La seconde courbe est une droite. Elle représente une fonction affine. De quelle fonction est-elle la dérivée ? D'une fonction du second degré.

La seconde courbe a pour équation : $z = at + b$, la première courbe a donc comme équation $y = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$.

La première courbe exprime la hauteur (des physiciens) ou la cote (des mathématiciens) de la balle en fonction du temps. C'est une équation horaire.

La vitesse instantanée d'un point mobile M à la date t_1 est pratiquement égale à sa vitesse moyenne entre deux dates t_0 et t_2 très proches, et encadrant la date t_1. L'énoncé de la fiche distribuée aux élèves indique que $z = \frac{\Delta y}{\Delta t}$. z représente donc une vitesse.

La seconde courbe représente la fonction dérivée de la fonction associée à la première courbe.

Nous pouvons conclure que la vitesse est la dérivée de « l'équation horaire ».

Alors que les courbes paramétrées ne sont pas au programme de la $1^{ère}$S, elles apparaissent en filigrane dans tout ce travail :

- le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire ;

- tracer la courbe de la trajectoire consiste à étudier y en fonction de x alors que ce sont les courbes de x et de y en fonction de t qui sont tracées ;

- ceci implique une difficulté supplémentaire pour le physicien qui doit donc décomposer le vecteur vitesse $\vec{v}$ en deux composantes dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et on a $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$; z représente en fait v_y d'où la possibilité d'avoir des valeurs négatives.

Il est intéressant de prendre quelques points de la seconde courbe et, à partir de ceux-ci, retrouver les points de la première courbe.

QUELQUES OBSERVATIONS

Première phase : le travail en demi-classe

Les remarques citées (et reproduites ici telles quelles) par les élèves sont les suivantes :

> « *La courbe 1 représente la hauteur de la balle, tandis que la deuxième courbe représente la vitesse de la balle.* »
>
> « *La première courbe est une parabole de type* $ax^2 + bx + c$ *avec un maximum en* $A(0,33\ ;\ 0,25)$. »
>
> « *La deuxième courbe d'équation* $y = ax + b$ *est la dérivée de la parabole.* »
>
> « *Nous pouvons mettre en parallèle les deux courbes en tenant compte du mouvement de la balle courbe 1 et de sa vitesse courbe 2.* »
>
> « *La courbe 1 croît puis décroît alors que la courbe 2 décroît seulement. Lorsque la courbe 1 atteint un maximum la courbe 2 est nulle et vice-versa.* »
>
> « *La deuxième courbe est la dérivée de la première. Si la première courbe est croissante, la dérivée est positive, si elle est décroissante la dérivée est négative.* »
>
> « *La deuxième courbe caractérise une vitesse instantanée mais la valeur de la vitesse ne peut pas être négative.* »
>
> « *Le mouvement de la courbe 1 n'est pas uniforme mais celui de la courbe 2 est uniforme.* »
>
> « *Les deux courbes sont séparées en deux parties distinctes au même instant séparées par le point 0. La première partie représente la pente de la vitesse de la balle, le point 0 est le moment où la balle est arrivée au maximum et où la vitesse est nulle. La deuxième partie est le gain de vitesse de la balle due à la chute.* »
>
> « *Sur l'intervalle* $[0\ ;\ 0,25]$ *: ascension de la balle et perte de vitesse ; à l'instant* $t = 0$ *la balle est au sommet et sa vitesse est nulle. Sur l'intervalle* $]0,25\ ;\ 0,8[$ *: chute de la balle et gain de vitesse.* »

Des tableaux de variations ont été dressés avec un bon ou mauvais choix des variables.

Ces idées reportées au tableau rassemblent, en désorde, toutes les notions attendues par les professeurs. Le débat permet de réorganiser les idées, de corriger les erreurs. Ainsi, par exemple, les équations mathématiques écrites par les élèves sont toujours composées de variables x et y alors que sur les graphiques les variables sont y, z et t.

Après s'être mis d'accord sur le choix et la signification des variables (y pour la hauteur, t pour le temps, z pour la vitesse) place à la recherche de l'équation z = at + b.

Plusieurs réponses ont été relevées dans les copies :

$z = -8,5\ t + 3$

$z = 1,6\ t + 1$

$z = -10{,}62\ t + 3$

$z = -9{,}3\ t + 2{,}75$

$z = -9{,}6\ t + 2{,}7$

$z = -11{,}81\ t + 2{,}7$

$z = -6{,}4\ t + 3$

La majorité des élèves trouve une valeur de a, le coefficient directeur, autour de -10.

Les résultats éloignés ont conduit à se poser des questions sur l'échelle des graphiques, le choix des points et la précision des mesures.

Pour choisir l'équation de la droite, il faut réfléchir à la signification physique du coefficient directeur. Peu d'erreurs : les élèves pensent assez vite à la valeur de g, valeur du champ de pesanteur.

Seconde phase : la synthèse

Le professeur de mathématiques a insisté sur les points suivants :

- mise au point sur le vocabulaire : courbe, équation d'une courbe, fonction croissante, fonction décroissante et non « *la courbe croît* » ou « *le mouvement de la courbe* » ;
- le problème des échelles : peu d'élèves ont une méthode efficace pour faire les calculs ; ils sont gênés par les graduations des expériences ;
- lien entre la courbe représentative de la fonction et celle de sa dérivée ;
- quelle validité donner aux calculs ?
- que faut-il supposer sur l'allure des points obtenus pour parler de dérivée ? la réponse des élèves est : il faut que les points paraissent être « *réguliers* » sans « *trop de sauts ou de cassures* ».

Quelques productions écrites

Passer d'une courbe à une autre et y revenir.

courbe 1 : = courbe.

La courbe 1 représente la ~~trajectoire de la balle~~ la hauteur de la balle en fonction du temps.

~~Le point d'or~~ ~~Et~~ l'origine représente le temps 0 et où elle se situe à cet instant et lorsque l'on lance la balle elle passe au dessus du niveau 0 puis elle chute en passant en dessous de l'origine 0.

Ce n'est pas la trajectoire :

courbe 2 = représente une droite de coeff dir ⊖.

$z = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ on peut dire d'après cette courbe que $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ est proportionnel car il forme une droite.

On remarque que sur la courbe 1 lorsque la courbe commence à chuté, sur la courbe 2 au mê moment passe en dessous du niveau ⊖.

la courbe 2 est peut être la deiré de la courbe 1

$y = mx + p$ $(0; 3)$

$y = -\frac{4{,}5}{0{,}4}x + p$ $y = -11{,}25x + 3$

$\rightarrow z = -11{,}25t + 2{,}75$

$3 = 0 + p$

$p = 3$

Ronan

1ère courbe

représente ~~trajectoire~~

hauteur par rapport au tps

2ème courbe

variation de z en fct du tps.

variation h/t

z devient de + en + petit en fct du tps

la variation est positive tant que la balle monte

$y = -10x + 2,75$

$\hookrightarrow z = -10t + 2,75$

Antoine

- Nous pouvons mettre en parallèle les deux courbes en tenant compte du mouvement de la balle courbe 1, et de sa vitesse courbe 2.

[0 ; 0,25[ascension de la balle $\Rightarrow$ perte de vitesse

0,25 balle à son sommet $\Rightarrow$ vitesse nul

]0,25 ; 0,8[~~descente~~ chute de la balle $\Rightarrow$ gain de vitesse

-

x	0		0,25		0,8
$f'(x)$		+	0	−	
$f'(x)$		↗		↘	

Courbe 1 : m̄ trajectoire que la balle = une parabole avec un maximum $y = ax^2 + bx + c$

Courbe 2 : courbe décroissante ≙ droite $y = ax + b$

Tres les 2 en fct° du temps

Qd 1 max 2 = 0

Qd 2 max 1 = 0

Après débat.

. Pourquoi la fonction 1 serait-elle une parabole ? (Elle peut-être cubique, sinusoïdale)

. La 2 n'est pas une droite

. Quand 2 > 0, 1 ↗ et vice versa → donc 2 dérivée de 1.

d'où

x	0	α	0,8
3(t)	+	0	−
y(t)	↗		↘

$0{,}2 < \alpha < 0{,}3$

$f(t) = at^2 + bt + c$ et $f'(t) = 2at + b$ (vérification 5ᵉ)

en Physique → $y = at^2 + bt + c$ et $v = 2at + b$

Coefficient directeur $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$a = \underbrace{-9{,}10}_{\simeq g = 9{,}81 N.kg^{-1}}$

avant débat :

La courbe 1 croit puis décroit alors que la courbe 2 décroit seulement.

La courbe 1 : la trajectoire de la balle.

les 2 courbes en fonction du temps.

Lorsque la courbe 1 est au max, la courbe 2 est à 0.

Lorsque la courbe 2 est au max, la coube 1 est à 0.

courbe 1 : $y = ax^2 + bx + c$

courbe 2 : $y = ax + b$

---

après débat :

1 : $y = at^2 + bt + c$

2 : $y = at + b$ à vérifier

$f(t) = at^2 + bt + c$

$f'(t) = 2at + b$

Équation courbe

$y = at^2 + bt + c$

$v = 2at + b$

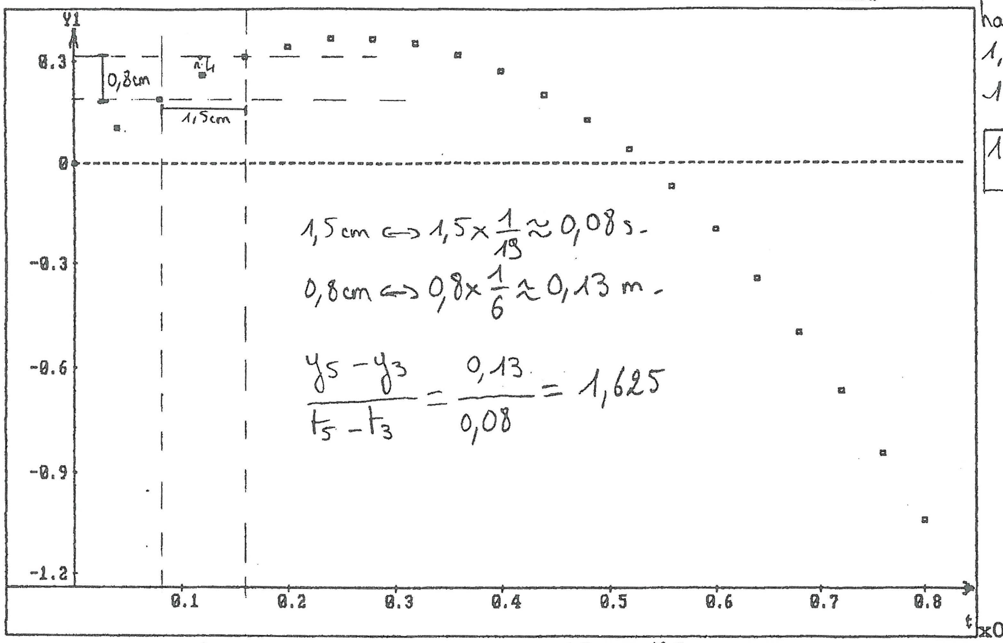
d'après graphique $\Rightarrow$ la seconde courbe est la dérivée de la première.

t	0		α		$0{,}8$
$3(t)$		$+$	0	$-$	
$y(t)$	$0{,}15$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$0{,}8$

$0{,}2 < \alpha < 0{,}3$

temps : 1,9cm pour 0,1 s

1cm pour $\frac{0,1}{1,9}$ s $\boxed{1\text{cm pour } \frac{1}{19} \text{ s}}$



hauteur :

1,8cm pour 0,3

1cm pour $\frac{0,3}{1,8}$

$\boxed{1\text{cm pour } \frac{1}{6}}$

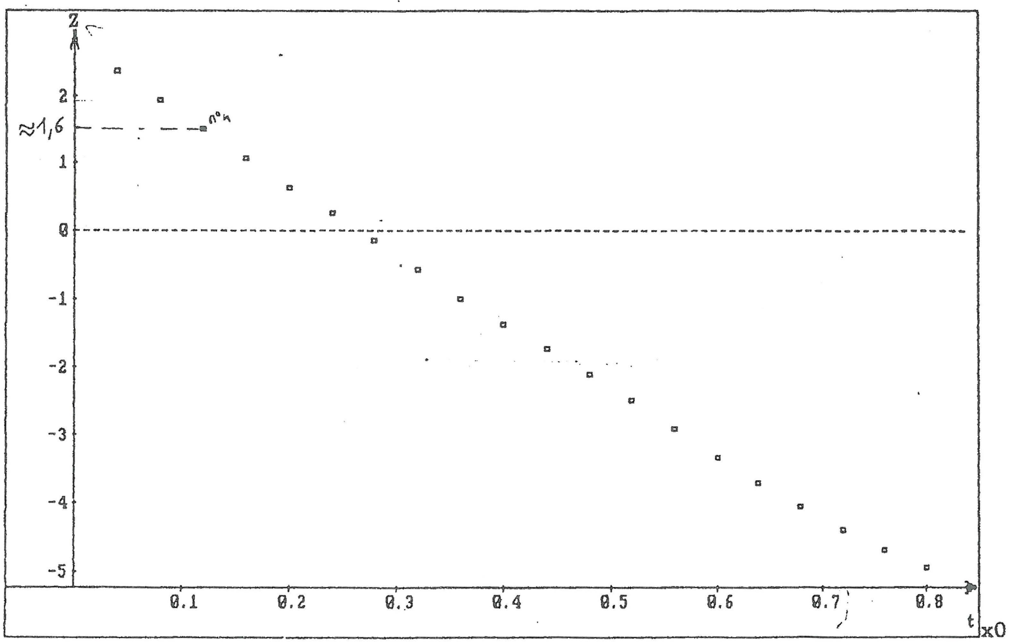
$1,5\text{cm} \Leftrightarrow 1,5 \times \frac{1}{19} \approx 0,08\text{ s}.$

$0,8\text{cm} \Leftrightarrow 0,8 \times \frac{1}{6} \approx 0,13\text{ m}.$

$$\frac{y_5 - y_3}{t_5 - t_3} = \frac{0,13}{0,08} = 1,625$$

Donnes acquises par Movie

$$Z_4 = \frac{y_5 - y_3}{t_5 - t_3} = \frac{0,3 - 0,175}{0,16 - 0,075} \approx 1,47$$



Donnes acquises par Movie

CONCLUSION

Cette activité est difficile mais riche.

Elle permet de montrer aux élèves le lien entre Mathématiques et Physique :

- ➔ à partir de données expérimentales, on choisit un modèle mathématique ;
- ➔ on revient aux conditions de l'expérience pour définir les conditions physiques pour lesquelles le modèle mathématique choisi est applicable : grandeurs, unités, constantes (ici : g) ;
- ➔ en tenant toujours compte des exigences propres à chaque discipline, des écritures, des notations,...

L'activité permet aussi aux élèves de faire la distinction entre réalité physique (une balle qui monte et qui descend) et une modélisation mathématique à l'aide de fonctions dont les courbes traduisent des éléments du phénomène étudié, c'est-à-dire la vitesse, la hauteur atteinte par la balle.

Un mot de conclusion

Après avoir conclu que la seule piste que nous pouvions envisager était celle d'une réflexion sur la modélisation, il nous faut maintenant pour terminer nous demander si cette réflexion a été constructive ou non. Loin de nous l'idée de penser que nous avons apporté des élements théoriques à la problématique de la modélisation mais nous espérons que ceux qui liront cette brochure auront envie à leur tour de construire des activités permettant aux élèves de s'approprier - partiellement bien entendu et à leur niveau d'apprentissage - une démarche de modélisation. Nous espérons également avoir montré en quoi un grand nombre d'ouvrages scolaires passent complètement à côté de cette démarche.

La démarche de modélisation n'est pas simple et il nous est apparu au travers des activités proposées que trouver un modèle est difficile, que la démarche la plus contraire à ce que nous semble être le comportement scientifique (bien que nous n'ayons pas vraiment défini ce concept...) est de faire croire que le modèle est défini de façon univoque par la question. Cela est d'autant plus pernicieux que la (une) réponse à un problème réel se fait en utilisant un modèle adapté à la situation: choix des contraintes, choix des approximations, simplification du problème...

La notion de débat scientifique dans la classe trouve là tout son intérêt, débat souvent difficile à mener mais riche et formateur, car il permet de faire réfléchir et émerger des solutions. Une fois la situation défrichée, éclairée par les différentes propositions, il faut adopter et adapter une structure mathématique, tout au moins s'il s'agit d'obtenir des résultats numériques et ceci implique une certaine culture mathématique. Mais que l'on ne s'affole pas: on peut modéliser un petit problème simple avec peu de mathématiques. C'est à l'enseignant de trouver le problème qui va permettre aux élèves de travailler cette démarche avec les outils qu'ils possèdent: ce qui compte c'est plus la démarche que la difficulté du contenu... Enfin ce travail de modélisation, en permettant et en exigeant des va-et-vient entre la situation et les outils, permet sans doute un meilleur apprentissage de ces derniers car ceux-ci deviennent plus opératoires que dans les situations habituelles où tout se passe au sein de la discipline.

Précisons enfin que nous avions l'intention de clore ce travail par une synthèse des idées actuelles sur la modélisation. Nous avons établi une petite bibliographie dans ce but (voir pages suivantes) mais la diversité des points de vue sur les notions de *modèle* et de *modélisation* est telle que ce travail nous a paru relever... d'un nouveau groupe de recherche! Nous nous contenterons donc de citer, pour terminer, quelques témoignages de chercheurs qui ont tenté de définir précisément ce qu'est un modèle (histoire de déculpabiliser ceux qui comme nous n'ont pas un point de vue bien arrêté sur la question) :

- « Le terme de modèle présente une polysémie marquée, parfois chez le même auteur. » (Host, 1989)

- « Ce concept (de modèle) est souvent employé de manière contradictoire ou abusive, au point d'être considéré par certains comme un simple effet de mode. » (Drouin, 1988)

- « Le terme *modèle* est utilisé dans des sens assez variés, voire contraires » (Henry, 1999)

- « Le terme *modèle* est utilisé dans tellement de contextes différents que toute tentative d'en donner une définition exhaustive serait vaine. » (Beguin et al, 1995)

- « La première difficulté que nous rencontrons dans la compréhension des fonctions des modèles et de la modélisation dans l'activité scientifique est celui de la diversité des modèles. » (Orange, 1997)

BIBLIOGRAPHIE

BEGUIN, C et al (1994-1996), Activités de représentation et de modélisation dans une approche exploratoire de la mathématique et des sciences, Première partie, « *Petit x* », 38 - Deuxième partie, « *Petit x* », 41 - Troisième partie, « *Petit x* », 42.

BRIDENNE, M (1999), Quelques remarques sur la notion de modélisation, et sur un corollaire : utilisations de modélisations en classe, *Feuille de Vigne, Bulletin de l'IREM de Dijon*, 72.

DAPUETO, C et PARENTI, L (1999), Contributions and obstacles of contexts in the development of mathematical knowledge, *Educational Studies in Mathematics, 39*.

DROUIN, A-M (1988), Le modèle en question, *Aster*, 7.

GIRARD, J-C (1999), Le professeur de mathématiques doit-il enseigner la modélisation ?, *Repères-IREM*, 36.

GLASSER, J-L (1996), Mathématiques et sciences physiques : translations et rotations, *Repères-IREM*, 25.

HENRY, M (1995), Physique-Mathématiques : mariage d'amour ou mariage de raison ? Epistémologie, rapports au savoir et contrats didactiques, *Mathématiques Vivantes - Bulletin de l'IREM de Besançon*, 56.

HENRY, M (1999), L'introduction des probabilités au lycée : un processus de modélisation comparable à celui de la géométrie, *Repères-IREM*, 36.

HOST, V (1989), Systèmes et modèles : quelques repères bibliographiques, *Aster*, 8.

HUGUET, F (1999), Simulation et modélisation d'un problème de bouteilles, *Repères-IREM*, 36.

IREM DE STRASBOURG (1996), *Dictionnaire de mathématiques et de sciences physiques.*

JOHSUA, S et DUPIN, J-J (1989), *Représentations et modélisations : le « débat scientifique » dans la classe et l'apprentissage de la physique*, Peter Lang.

LEMEIGNAN, G et WEIL-BARAIS, A (1988), Gestion d'activités de modélisation en classe, *Aster*, 7.

MALAFOSSE, D et LEROUGE, A (2000), Ruptures et continuités entre physique et mathématiques à propos de la caractéristique des dipôles électriques linéaires, *Aster*, 30.

MARTINAND, J-L et al (1992), *Enseignement et apprentissage de la modélisation en sciences*, INRP.

ORANGE, C (1997), *Problèmes et modélisation en biologie. Quels apprentissages pour le lycée ?*, PUF.

RAYMONDAUD, H et HENRY, M (1998), Attention ! Un modèle peut en cacher un autre. Les avatars de certains sujets de Bac habillés par des situations « pseudo-concrètes », *Repères-IREM*, 32.

ROBARDET, G et GUILLAUD, J-C (1997), *Eléments de didactique des sciences physiques*, PUF.

WEIL-BARAIS, A et LEMEIGNAN, G (1989), A propos de recherches sur l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation en sciences physiques, *Cahiers de Beaulieu*, 9.

Annexes

Annexe 1 - Découvrir seul une notion (la dérivée)

Annexe 2 - Se méfier des notations (les flèches)

ANNEXE 1

Découvrir seul une notion

(la dérivée)

L'idée de départ

La question essentielle qui traverse notre travail est celle de l'acquisition, voire le développement de la démarche scientifique en même temps que celle des connaissances. En effet, ces connaissances sont la base d'une culture scientifique qui leur permet de construire cette démarche (autrement dit comment faire pour donner raison à Aristote lorsque celui-ci écrit dans l'Ethique à Nicomaque : « Les choses qu'il faut avoir apprises pour les faire, c'est en les faisant que nous les apprenons. » ?).

Il n'est pas question, à l'évidence, de demander à un élève de construire ses propres connaissances ex nihilo. Au mieux, pouvons-nous l'aider à découvrir des problèmes. La question qui se pose donc est de savoir comment le professeur ou le livre peut permettre cette mise en place de connaissances tout en privilégiant l'aspect que nous avons pointé ci-dessus.

Nous avons choisi le livre plutôt que le professeur pour la raison suivante : lors de nos premières réunions de travail, nous avions constaté que les ouvrages de physique imposaient un outil (en l'occurrence le théorème de Thalès - cf page 5) sans permettre une analyse de la situation et un choix entre différents outils, ce qui nous semblait contraire à cette démarche ; nous avons donc voulu examiner le modus operandi des livres des mathématiques. Cependant le fait que dans l'enseignement (secondaire) des sciences physiques les mathématiques ne sont qu'un outil nous a contraint à poser le problème en d'autres termes pour ces ouvrages de mathématiques.

Nous nous sommes posés la question de savoir si le livre permet, à partir de l'étude des différentes situations présentées en introduction, de s'approprier une notion. La notion choisie fut celle de dérivée.

Cette notion a retenu notre attention en raison, également, des difficultés de coordination entre les enseignements de sciences physiques et de mathématiques qu'elle pose :

- Ainsi, un des manuels choisis utilise la cinématique pour introduire la dérivée, faisant sans doute le pari que celle-ci ne pose pas de problème aux élèves. Or, contrairement ce que l'on pense, ce n'est pas un exemple simple pour eux. La cinématique n'est abordée qu'à partir de la $1^{ère}$S et la notion de vitesse instantanée est loin d'être intégrée par les élèves au moment de l'étude de la dérivée en mathématiques. Dès lors on imagine bien qu'espérer trouver un lien évident pour eux entre la tangente à la courbe d'équation horaire et la vitesse instantanée, est un grand acte de foi didactique...

- Une autre difficulté réside, et cela a déjà été mentionné par des travaux comparant les enseignements des deux disciplines, dans les notations dont la diversité peut créer des obstacles à la démarche que nous souhaitons voir adopter par les élèves. Il en est ainsi, par exemple, de la vitesse instantanée en t_1 dont une formulation est en physique $\dfrac{M(t_2)-M(t_0)}{t_2-t_0}$ où M(t) précise la position et $t_0 < t_1 < t_2$, proches de t_1, alors qu'en mathématiques on utiliserait plutôt $\dfrac{M(t_1+h)-M(t_1)}{h}$.

On a globalement le sentiment qu'en physique sont introduites des notions qui seront revues plus tard en mathématiques, mais reformulées différemment, tandis qu'en mathématiques elles seront construites parfois à partir d'un support physique mal stabilisé...

Présentation de l'activité

Nous avons retenu les introductions au chapitre sur la dérivée dans deux manuels de mathématiques pour la classe de 1èreS (voir pages 68 à 71).

Les deux textes sont distribués aux élèves avec la consigne suivante :

- Etudier et réaliser si possible les activités proposées ;
- Indiquer précisément, dans chaque activité, ce qui vous « bloque » ou ce qui vous aide à comprendre la notion de dérivée ; par exemple, de manière pratique vous pouvez souligner en rouge ce que vous ne comprenez pas et en vert ce qui vous « éclaire », en expliquant pourquoi ;
- En conclusion, expliquer à votre manière ce que représente pour vous la « dérivée ».

Les élèves effectuent le travail en dehors de la classe, par groupe de deux ou trois, avec un délai d'un mois.

Analyse du travail des élèves

Les élèves répondent aux questions des activités comme à un sujet d'examen. Le travail leur paraît difficile. A aucun moment la réflexion ne porte sur le sens des activités ni sur le lien qu'elles peuvent avoir avec la physique (la cinématique en particulier).

Les élèves répondent peu à la question « Que représente pour vous la dérivée ? ». Seuls quelques uns se lancent ; par exemple :

Dérivée : fonction f' qui à tout nombre b d'une fonction f associe le nombre dérivé de f en b.

La dérivée d'une fonction f serait l'ensemble des tangentes à f.

Ne comprenant pas la question posée, les élèves ont plutôt comparé les deux manuels et émis des remarques :

Les exercices de la feuille 1 sont plus simples que ceux de la feuille 2.

Activité question b) on ne sait pas vraiment comment trouver cette limite.

Dans les activités, tout n'est pas clair.

Il faudrait donner des exemples de calcul.

Certains points sont mieux expliqués et font appel à des connaissances acquises, comme tracer la fonction carrée ou la fonction cube.

Bilan

Cette activité n'a donc pas permis aux élèves de comprendre la notion de dérivée. Le travail demandé leur a semblé trop difficile.

On peut trouver plusieurs explications à cet échec :

- Les élèves ont-ils vraiment joué le jeu ? Avec une classe moins « scolaire », cette activité peut-elle avoir sa place ?

- Par ailleurs le livre a sa propre logique avec parfois des incohérences dans le choix des notations ou des activités qu'il faut arriver à s'approprier, mais cela ne fait-il pas également partie d'une démarche scientifique ?

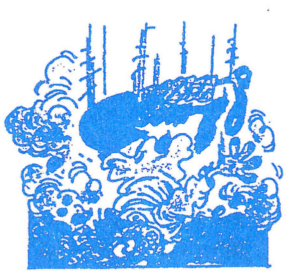
- Faire découvrir ce thème par les élèves eux-mêmes, en faisant appel à leurs propres initiatives de recherche est une approche différente de ce qu'on fait habituellement. En particulier on ne retrouve plus l'interactivité qui existe dans la relation professeur-élève, et que l'on retrouve peut-être dans les environnement informatiques d'aide (il serait sans doute intéressant de travailler sur le comportement scientifique dans de telles situations).

A partir de ce constat, nous pouvons nous poser des questions sur notre façon de transmettre un savoir qui reste globalement directif et orienté (on sait bien faire ce qu'on a déjà fait). Quoiqu'il en soit, suite aux difficultés rencontrées, nous avons décidé de changer d'objectif et de chercher à exploiter ce thème de la dérivée, intéressant en lui-même, dans le cadre d'une activité de modélisation. Ce qui nous a conduit à l'activité intitulée « Dérivée et mouvements » (cf page 47).

INTRODUCTION 8 DÉRIVATION

3 ACTIVITÉS PRÉPARATOIRES

Les activités de ce paragraphe sont relatives à un même thème : «*La chute libre d'un corps*», avec, pour objectif, de poser sous plusieurs aspects (graphique, numérique et cinématique) les *problèmes* qui conduisent à introduire la dérivation d'une fonction en un point.

la loi	exemple
Un corps en chute libre, lâché sans vitesse initiale, a parcouru au bout de t secondes la distance $s(t)$ (en mètres) exprimée par : $s(t) = 5t^2$.	

LE POINT DE VUE CINÉMATIQUE

ACTIVITÉ 1

Soit h un réel strictement positif.

1° Calculer la vitesse moyenne entre les instants t_0 et $t_0 + h$.

2° Même question avec l'intervalle de temps $[t_0 - h, t]$.

3° «*La vitesse instantanée à l'instant t_0 est* $10t_0$ m/s.» Expliquer cette affirmation.

4° *Application :* Un corps est lâché sans vitesse initiale d'une altitude de 25 mètres. Quelle est, en km/h, sa vitesse d'impact au sol ?

LE POINT DE VUE GRAPHIQUE

Considérons la courbe représentative $\mathcal{T}$ de la fonction $t \mapsto 5t^2$ au «voisinage» d'un point de la courbe d'abscisse t_0 (en effectuant un grossissement).

On désigne par :

- M_0 le point de la courbe d'abscisse t_0,
- M_h le point de la courbe d'abscisse $t_0 + h$ (h est cette fois un réel quelconque).

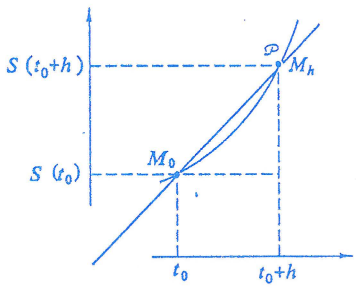


Fig. 1

ACTIVITÉ 2

1° Calculer le coefficient directeur de la droite (M_0M_h). Quelle relation peut-on établir avec les résultats de l'*activité* 1 ?

2° On considère la droite Δ passant par M_0 et de pente $10t_0$.

a) Faire une représentation graphique de $\mathcal{T}$ et de Δ «autour de M_0», lorsque $t_0 = \frac{1}{2}$ et $t_0 = 1$.

b) Contrôler par un calcul algébrique ce que suggèrent les *figures* précédentes à savoir :

- M_0 est le seul point commun à $\mathcal{T}$ et Δ ;
- Parmi les droites passant par M_0 (et non parallèles à (Oy)), la droite Δ est la seule à «recouper» la courbe $\mathcal{T}$ en M_0.

L'interprétation graphique ci-dessus suggère que, lorsque h tend vers 0, le point M_h se rapproche de M_0 et la droite (M_0M_h) tend à se positionner sur la droite Δ.
Cette droite Δ, qui joue ainsi un rôle privilégié pour le point M_0 de la courbe $\mathcal{T}$, sera naturellement désignée comme «tangente» à la courbe $\mathcal{T}$ en M_0.

INTRODUCTION 8 DÉRIVATION

LE POINT DE VUE NUMÉRIQUE

ACTIVITÉ 3

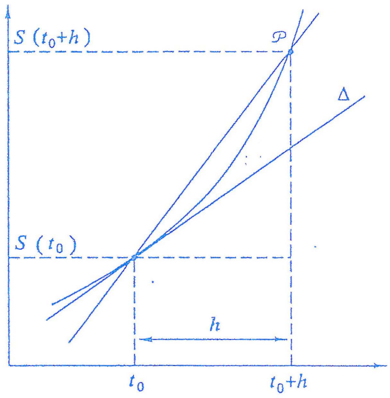
À un instant donné t_0 la vitesse du corps en chute libre est mesurée par 24 m/s. Il s'agit de calculer la distance $d(h)$ parcourue pendant l'intervalle de temps h qui suit (exprimé en secondes).

1° On prend $h = 1$.
Calculer t_0, $S(t_0)$, $S(t_0 + h)$, puis la distance $d(h)$.

2° Reprendre les mêmes calculs pour $h = \frac{1}{10}$.

3° Montrer que $S(t_0 + h) = S(t_0) + 24h + 5h^2$ et retrouver les résultats précédents.

4° Quelle erreur commet-on en estimant $d(h)$ à $24h$ lorsque $h = 1$? $h = \frac{1}{10}$? $h = \frac{1}{100}$?
Interpréter cette erreur sur la *figure* ci-contre.
Pour quelles valeurs de h cette erreur est-elle inférieure à 10 cm ?



De façon plus générale, en désignant par v la vitesse à l'instant t_0, on a :

$$S(t_0 + h) = S(t_0) + vh + 5h^2 .$$

Cette relation montre que, pour h suffisamment petit, $h \mapsto S(t_0) + vh$ est une fonction affine qui fournit une approximation convenable de la fonction $h \mapsto S(t_0 + h)$.

TIRONS QUELQUES ENSEIGNEMENTS

Nul besoin d'un œil exercé pour constater que les *activités* précédentes «tournent» autour du quotient $\dfrac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h}$, de ses diverses significations, du fait qu'il admet une limite v quand h tend vers 0 et des diverses interprétations de cette limite :

$$\lim_{h \to 0} \frac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h} = v .$$

CINÉMATIQUE	v est la vitesse instantanée à l'instant t_0.
GRAPHIQUE	v est le coefficient directeur de la tangente au point M_0 de la courbe.
NUMÉRIQUE	$S(t_0 + h) = \underbrace{S(t_0) + vh} + h\varphi(h)$ avec $\lim\limits_{h \to 0} \varphi(h) = 0$, «bonne approximation de $S(t_0 + h)$».

La diversité de ces points de vue sera maintenue dans ce chapitre :

- au niveau des *applications*, de la signification de certains *résultats ;*
- mais également au niveau de l'interrogation première : «La fonction f étant définie au «voisinage» de x_0, est-ce que $h \mapsto \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ a une limite quand h tend vers 0 ? Si oui, laquelle ?»

Compte tenu de l'importance de la question, il est normal d'avoir baptisé la fonction «$h \mapsto \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$» : on l'appelle taux d'accroissement de f en x_0.

ACTIVITÉ 2

La dérivée par la tangente

Objectif : **construire des tangentes aux représentations graphiques des fonctions carré et cube et calculer le coefficient directeur de ces tangentes.**

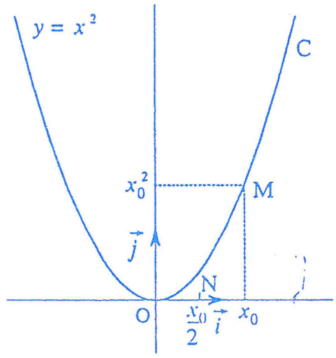
A. Tangente

1° Fonction carré $f : x \mapsto x^2$

Tracer avec soin la représentation graphique C de la fonction f dans un repère orthonormal (prendre 2 cm pour unité graphique).

Soit M le point de C d'abscisse x_0 et N le point de coordonnées $(\frac{x_0}{2} ; 0)$.

a) Tracer la droite (MN) *pour* $x_0 = 1$, $x_0 = -2$, $x_0 = -1$, $x_0 = -\frac{5}{4}$ *et* $x_0 = \sqrt{2}$.



b) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	1	−2	−1	$-\frac{5}{4}$	$\sqrt{2}$	x_0
$f(x)$						
coefficient directeur de (MN)						

c) Nous admettons que les droites (MN) sont tangentes à C.
En utilisant le résultat du b) et sans utiliser le point N, *donner le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse* $\frac{3}{2}$. *Écrire une équation de cette tangente et la tracer.*

2° Fonction cube $f : x \mapsto x^3$
Même énoncé que le 1° avec $N(\frac{2x_0}{3} ; 0)$.

B. Dérivée, fonction dérivée

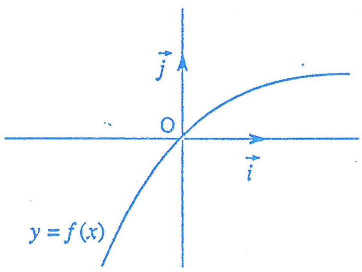
Soit une fonction f définie sur un intervalle I et de représentation graphique C. On désigne par f' la fonction qui à tout x de I associe le coefficient directeur de la tangente à C au point $M(x, f(x))$. (On suppose que C admet une tangente en chacun de ses points.)
Définir f′ pour chacune des fonctions f suivantes : fonctions carré, cube. La fonction f′ est appelée fonction dérivée de f.

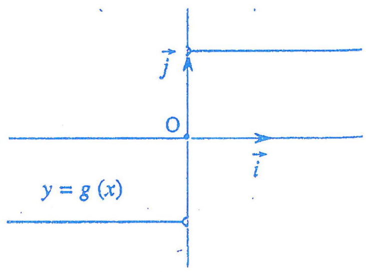
ACTIVITÉ 3

Limite nulle en zéro

Objectif : **dégager la notion de limite par l'observation de représentations graphiques.**

1°On donne les représentations graphiques des fonctions f et g.



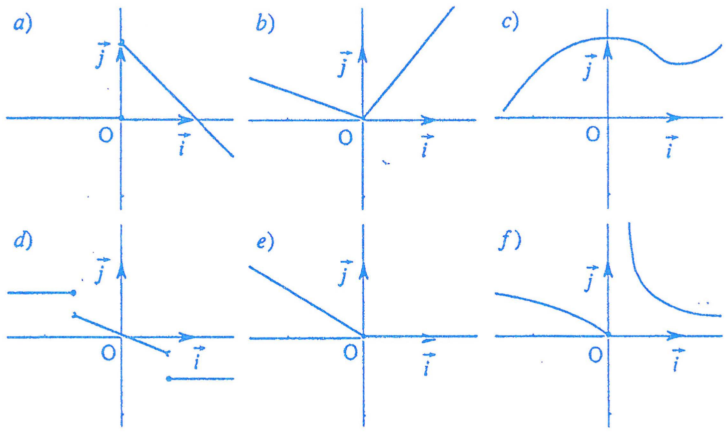


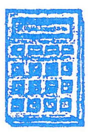
Les fonctions f et g sont toutes les deux définies en zéro. Bien que $f(0)=g(0)=0$, elles ont des comportements différents autour de zéro.
En effet :
$|f(x)|$ est inférieur à 10^{-1}, à 10^{-2}... à 10^{-n} dès que $|x|$ est assez petit,
$|g(x)|=1$ pour $x=10^{-5}$, $x=10^{-7}$... $x=10^{-n}$ ou pour $x=-10^{-n}$.

Ce que l'on traduit par :
"$f(x)$ tend vers zéro quand x tend vers zéro"
"$g(x)$ ne tend pas vers zéro quand x tend vers zéro".

On dit que f a pour limite 0 en 0, on note $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$.

1° *Parmi les fonctions représentées ci-dessous, quelles sont celles qui ont une limite nulle en zéro ?*





2° *Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles qui ont une limite nulle en zéro ?*

$a : x \mapsto 1$; $\quad b : x \mapsto x$; $\quad c : x \mapsto \dfrac{1}{x}$; $\quad d : x \mapsto \sqrt{x}$;

$e : x \mapsto |x|$; $\quad f : x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{x}}$; $\quad g : x \mapsto x^3$; $\quad h : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$.

ACTIVITÉ 4 — La tangente limite de la sécante

Objectif : **calculer la limite du coefficient directeur d'une sécante à la représentation graphique de la fonction carré.**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$.

1° *Tracer la représentation graphique* $\mathscr{C}$ de f.

Soit A et M les points de $\mathscr{C}$ d'abscisses x_0 et x_0+h, avec $h \neq 0$.

2° On prend dans cette question $x_0=1$.

a) Calculer en fonction de h *le coefficient directeur de la droite* (AM).

b) Quelle est la limite d *de ce coefficient directeur quand* h *tend vers zéro ?*

c) Tracer la droite passant par A *et de coefficient directeur* d. *Quelle position par rapport à* $\mathscr{C}$ *occupe cette droite ?*

3° *Reprendre les questions a) et b) du 2° pour* x_0 *quelconque.*
Tracer les droites passant par A *et de coefficient directeur* d *pour* $x_0=2$, $x_0=\dfrac{1}{2}$, $x_0=-1$.

ANNEXE 2

Se méfier des notations

(les flèches)

La notion de vecteur pose des problèmes aux élèves. Lorsqu'on leur demande de citer un exemple de vecteur, ils répondent « la tension ». En physique, le vecteur vitesse n'est considéré par les élèves que comme une grandeur ou alors il est associé à une force. Il existe une confusion entre direction et sens d'une part, vecteur et norme d'autre part.

De plus, on constate que dans le cours de sciences physiques la flèche ou le vecteur est souvent employé pour exprimer des notions très diverses.

Les fiches

A partir des constats précédents, l'activité « Ah ! ces sacrés flèches ! » a été créée et testée dans deux classes de 1ère (STI et S) lors d'une séance de module.

L'activité a paru triviale aux élèves : ils répondent rapidement et se trompent peu sauf pour la tension et quelquefois pour l'intensité.

Cette première expérimentation a donc confirmé le fait que pour les élèves la tension est un vecteur mais n'a pas permis de mettre en évidence les autres difficultés observées habituellement.

Quels critères les élèves utilisent-ils pour différencier la notation propre aux vecteurs des autres notations sous forme de flèches. Comment classent-ils les flèches ne désignant pas des vecteurs ? C'est pour tenter de répondre à ces questions que nous avons préparé et testé auprès des mêmes élèves une seconde fiche d'activité (« Ah ! ces sacrés flèches ! 2ème partie »). Les hésitations ont été plus grandes cette fois mais l'analyse des erreurs est difficile.

Notre objectif n'a donc pas été vraiment atteint. Les activités ont-elles été mal choisies ? Ces activités relèvent-elles bien du thème « comportement scientifique » ou ne sont-elles pas plutôt des activités de remédiation ?

Prolongement envisagé

Nous avons voulu prolonger ce travail sur les « flèches » en recherchant des textes historiques. Plusieurs ouvrages ont été consultés (*La vérité scientifiques*, *L'histoire de la mécanique*, le *Traité de physique de la Sorbonne*). Dans aucun ouvrage on ne trouve vraiment le début de la représentation vectorielle. La notion de force (notion de « pesant » dans un premier temps) est expliquée à l'aide de discours ou à l'aide de notions mathématiques (parallélogramme). On trouve cependant dans le livre sur la mécanique de 1894 un paragraphe « représentation de forces » où il est dit qu'une force est complètement déterminée lorsqu'on connaît son point d'application, sa direction et son intensité. Dans cette représentation il manque juste la « flèche »...

AH ! CES SACREES FLECHES !

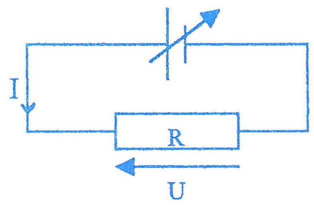
Objectif :

Les flèches sont montrées dans différentes situations. Sauriez-vous les identifier et les différencier ?

Pour chaque flèche représentée, indiquer s'il s'agit d'un vecteur ou d'une flèche non vecteur .

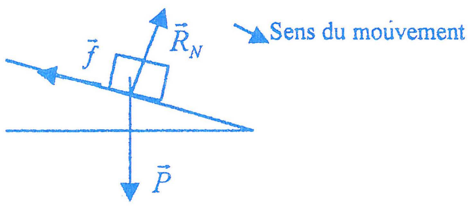
Situation n°1

On considère le circuit électrique schématisé ci-dessous.

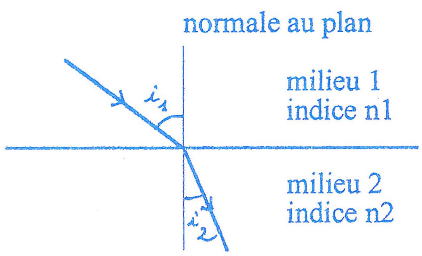


Situation n°2

On a représenté les forces extérieures appliquées au système {palet} qui descend sur un plan rugueux.

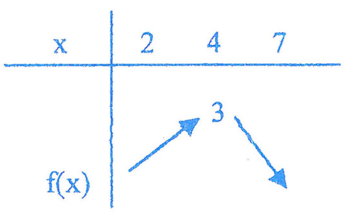


Situation n°3



Situation n°4

On considère la fonction $x \rightarrow f(x)$



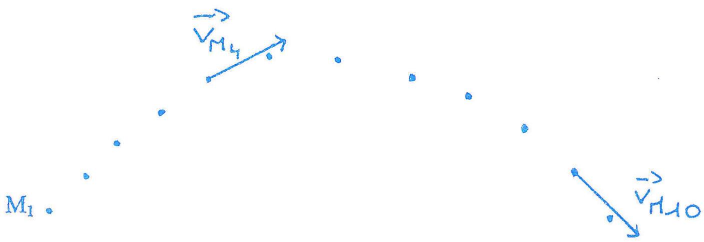
Situation n°5

On considère l'équation-chimique ci-dessous.

$$Fe \; + \; 2\,H^{+} \; \rightarrow \; H_2 \uparrow \; + \; Fe^{2+}$$

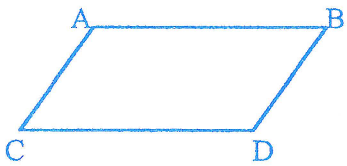
Situation n°6

On a représenté ci-dessous l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie d'un mobile autoporteur.



Situation n°7

On considère la représentation suivante:



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

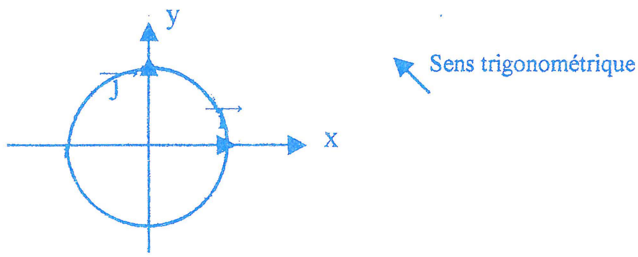
Situation n°8

Le principe des interactions en physique se traduit par la relation suivante:

$\vec{F}_{1\rightarrow 2} = - \vec{F}_{2\rightarrow 1}$

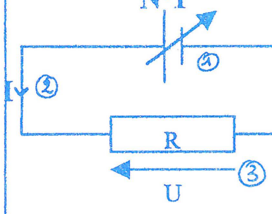
Situation n°9

On considère le cercle trigonométrique suivant.



AH ! CES SACREES FLECHES ! 2ème partie

Pour chaque flèche, indiquer par oui ou non si elle est caractérisée par une direction, un sens, une norme.

situation	direction	sens	norme
N°1  flèche n°1 flèche n°2 flèche n°3			
N°2 $\vec{R}_N$ $\vec{f}$ $\vec{P}$ sens du mouvement			
N°3			
N°4 x → f(x) flèches du tableau			
N°5			

N°6 $\overrightarrow{V_{M4}}$ $\overrightarrow{V_{M10}}$			
N°7			
N°8 $\vec{F}_{1\to2} = - \vec{F}_{2\to1}$ flèche n°1 flèche n°2			
N°9 $\vec{i}$, $\vec{j}$ x , y sens trigonométrique			

Imprimé et édité
Par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Troisième trimestre 2001
N° de publication : 2001/03

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – Bâtiment 32 B
35042 RENNES CEDEX
Tél : 02 99 28 26 34
Fax : 02 99 28 16 38
Site WEB : http://www.univ-rennes1.fr/irem

Commande :
Tél : 02 99 28 26 08
e.mail : sec-irem@univ-rennes1.fr

FICHE DUBLIREM

TITRE : APPROCHES DE LA MODELISATION AU LYCEE.
Quelques activités entre mathématiques et sciences physiques.

I.R.E.M. : RENNES

AUTEURS : DECKER G. - GUERNION C. - JULO J. - LAZAR B. - LE FEUVRE M. - LE ROUX C. - ZOUGAGH A.

DATE : OCTOBRE 2001

NIVEAU : Lycée

MOTS-CLES :

- Modélisation.
- Comportement scientifique.
- Liaison mathématiques/sciences physiques.

RESUME :

Cette brochure présente trois activités de classe centrées sur la question de la modélisation. Elles résultent d'un travail de réflexion plus large sur le thème « comportement scientifique en mathématiques et en physique ». La démarche de modélisation n'est pas simple : il apparaît clairement, au travers des activités proposées, que trouver un modèle est difficile et qu'il faut surtout éviter de faire croire que le modèle est défini de façon univoque par la question. Cela est d'autant plus pernicieux que la (une) réponse à un problème réel se fait en utilisant un modèle adapté à la situation : choix des contraintes, choix des approximations, simplification du problème... L'étude de certains ouvrages scolaires, en mathématiques comme en sciences physiques, montre que les caractéristiques de cette démarche sont rarement mises en avant.
Les thèmes utilisés pour travailler la question de la modélisation avec les élèves sont les suivants :
- les techniques de visée avec le recours éventuel à Thalès (thème bien adapté au programme actuel de la classe de seconde physique),
- l'interprétation des courbes obtenues lors de l'étude de certains phénomènes en électricité (classe de première),
- la mise en relation des notions de vitesse instantanée et de dérivée (classe de oremière).

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 x 29,7	77	~~40 F~~ ~~6,10~~ 3 Euros	250 Ex.

ISBN 2-85728-056-4