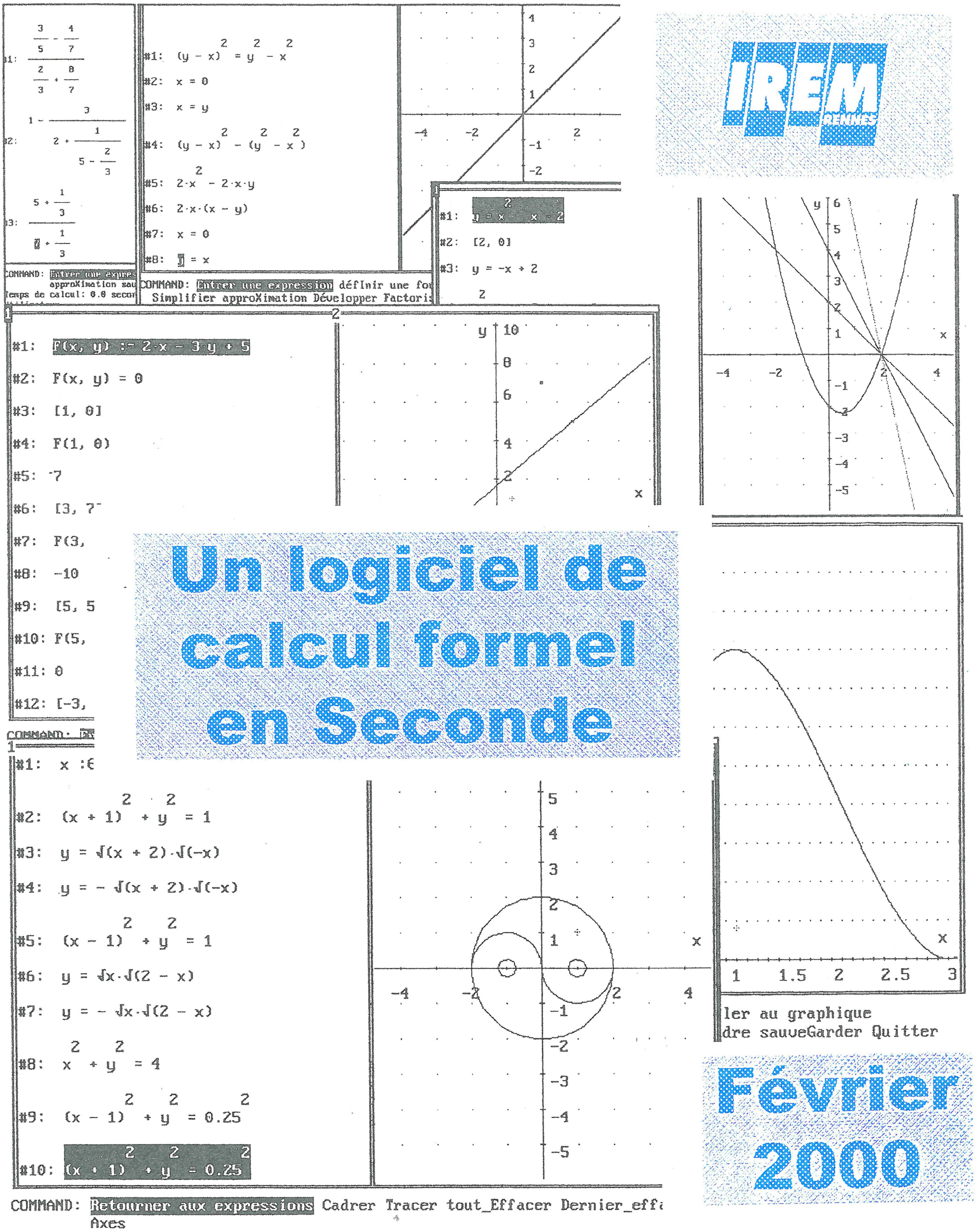
UNIVERSITE DE RENNES 1

IREM RENNES

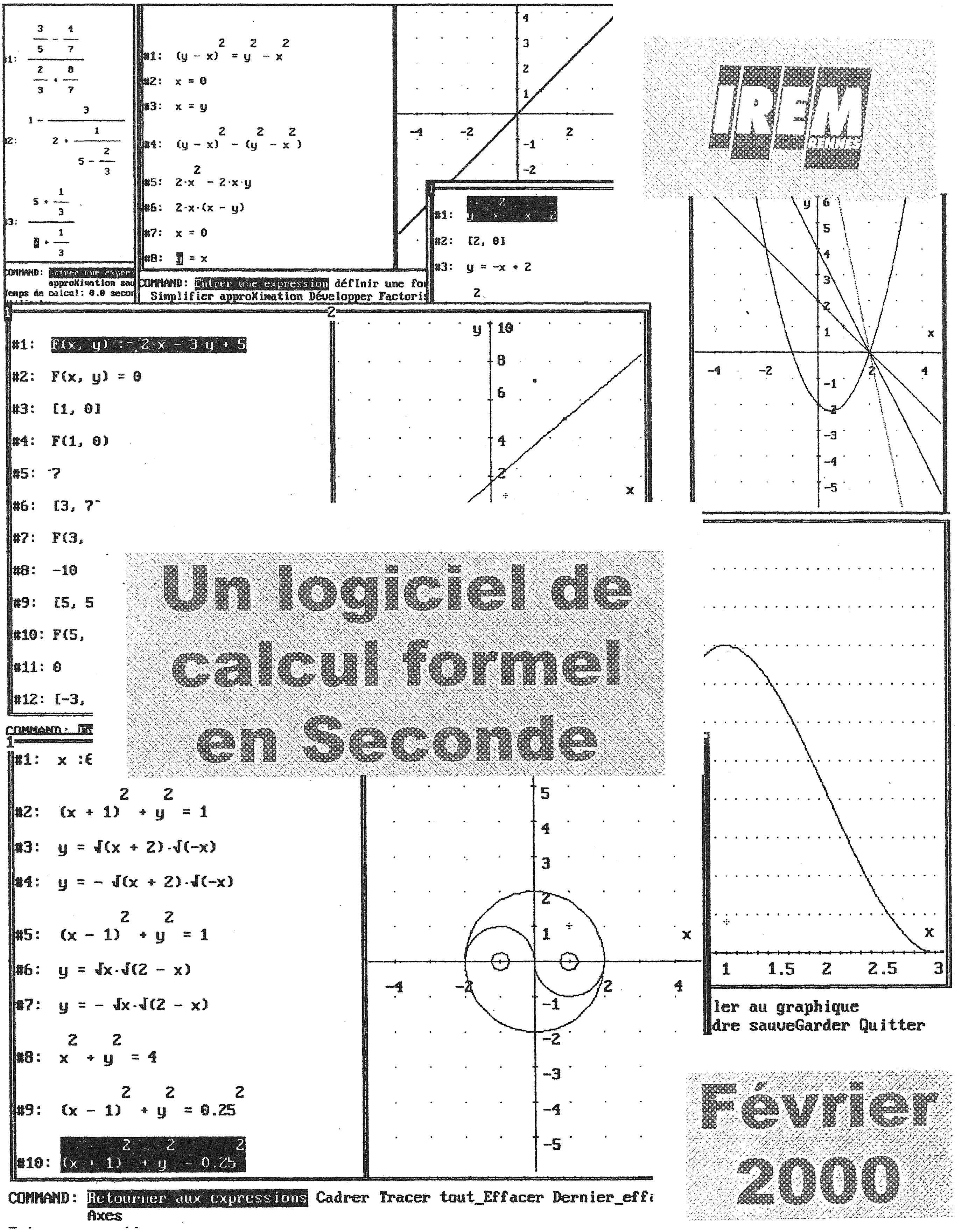


Un logiciel de calcul formel en Seconde

Février 2000

UNIVERSITE DE RENNES 1

IREM RENNES



Un logiciel de calcul formel en Seconde

Février 2000

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, une ou plusieurs pages blanches). Si tel est le cas, écrivez à l'IREM en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

ISBN 2-85728-049-1

SOMMAIRE

Ont participé à la rédaction de ce document :

ECHIVARD Laurent
Lycée Emile Zola - RENNES

HEILBRONNER Lise
Lycée Jean Macé - RENNES

HILT Dominique
Lycée Henri Avril - LAMBALLE

LAGRANGE Jean-Baptiste
IUFM - RENNES

LE FEUVRE Bernard
Lycée René Cassin - MONTFORT SUR MEU

MEYRIER Xavier
Lycée Jean Guehenno - FOUGERES

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la DAFI.

La mise en page a été assurée par Danièle QUENTIN.
La reprographie par Françoise LE BESCOND.

INTRODUCTION

Notre groupe, comprenant cinq professeurs de lycée et un universitaire, a travaillé sur le sujet : *Intégrer un logiciel de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques*. Nous y avons vu deux axes de travail :

- Comment l'utiliser pour enseigner les mathématiques ? C'est-à-dire quelles sont les notions dont l'apprentissage sera facilité ?

- Comment l'intégrer dans l'activité des élèves ? C'est-à-dire comment en faire un outil familier qu'ils sauront utiliser ?

Choix du logiciel

Nous avons choisi de travailler avec le logiciel DERIVE (voir annexe 1). Comme tout logiciel de calcul formel, il permet un travail d'algèbre et d'analyse : écrire des expressions littérales, factoriser, développer, résoudre des équations, dériver, intégrer..., tout en visualisant problèmes et solutions dans des fenêtres graphiques, si nécessaire. En particulier, il permet de placer un point défini par ses coordonnées (ce que ne font pas les calculatrices graphiques).

Pourquoi DERIVE ? Ce logiciel est disponible dans un grand nombre de lycées, il est utilisable sur tous les ordinateurs (même les plus anciens) car il demande très peu de mémoire et de plus, il est très simple d'emploi grâce à sa barre de menus personnalisable : la version 3 permet en effet de limiter le nombre de commandes disponibles et de leur donner un nom adapté (voir annexe 2 « menus personnalisés »). Enfin, c'est avec ce logiciel que fonctionnent les calculatrices TI-92 et TI-89. Rares sont les élèves qui disposent personnellement de ces modèles, mais certains lycées en possèdent et il est possible de les utiliser en rétro-projection en séance collective.

La plupart des recherches et expérimentations avec DERIVE ont été réalisées jusqu'à présent en classe de Première ou Terminale scientifique et il existe plusieurs publications les relatant (Hirlimann, 1994), (Elie, 1998). Il y a eu aussi quelques essais en Troisième. Nous avons choisi de travailler en classe de Seconde : nous pouvons ainsi atteindre un plus large éventail d'élèves et c'est à ce niveau que se présentent le plus de difficultés et d'hétérogénéité dans les classes.

Objectifs

Notre but était d'étudier l'aide qu'un tel logiciel peut apporter à un élève, qu'il se destine ou non à une section scientifique, à la fois dans la résolution de problèmes et dans la compréhension des notions.

Les études déjà réalisées dans des classes utilisant DERIVE ont mis en évidence l'intérêt d'observer le comportement des élèves dans deux domaines privilégiés :

- Autonomie : sont-ils capables de prendre des initiatives, de sortir des méthodes habituelles en papier-crayon, d'utiliser les ressources du logiciel, notamment le passage écriture algébrique-représentation graphique ?

- Esprit critique : sont-ils capables d'analyser leurs résultats, de chercher des explications, de mettre en relation ? Sont-ils capables d'organiser leur recherche ou se contentent-ils d'essais au hasard ?

Peut-on espérer que l'utilisation régulière de DERIVE améliore le comportement des élèves en situation de recherche et leur facilite l'apprentissage des mathématiques ?

Le déroulement de notre travail

Il nous a fallu bien sûr concevoir des activités à expérimenter dans nos classes, chacune devant être réalisée au cours d'une séance de travaux dirigés ou de module, en salle informatique, les élèves travaillant seuls ou en binôme.

Pour le choix des thèmes d'activité, trois impératifs nous ont guidés :

- Choisir dans le programme de seconde les notions et problèmes où l'aide de DERIVE semble la plus utile.

- Couvrir une grande partie du programme.

- Utiliser au mieux les possibilités du logiciel.

Aucun d'entre nous n'avait auparavant utilisé ce logiciel avec ses élèves. Après nous être familiarisés avec celui-ci, nous avons conçu une première activité (alignements de points) et axé notre travail sur l'observation du comportement des élèves pour évaluer la pertinence du questionnement. La mise au point des activités suivantes en a été facilitée.

Pour chaque thème choisi, notre travail s'est déroulé selon le schéma classique : mise au point de l'activité et rédaction de la fiche-élève, expérimentation et observations dans quelques classes, analyse des comportements et productions d'élèves, éventuellement remaniement de la fiche, nouvelle expérimentation etc...

Toutes ces activités sont présentées dans ce document, accompagnées d'un commentaire.

La question s'est posée de mettre au point une séance spécifique d'apprentissage du logiciel ; l'expérience a montré que ce n'est pas nécessaire : il vaut mieux intégrer cet apprentissage dans les activités successives, en augmentant progressivement le nombre de commandes disponibles dans la barre de menu et en expliquant au moment voulu les détails techniques utiles. De ce fait, l'ordre des activités que nous proposons dans cette brochure n'est absolument pas figé ; chacun peut le modifier en fonction de sa propre progression pédagogique, en adaptant la fiche-élève au degré de maîtrise du logiciel par la classe : pour les premières séances avec DERIVE, il est souhaitable de préciser les commandes à utiliser mais ensuite, c'est à chaque élève de faire ses choix.

Les particularités du travail en classe sur ordinateur

Pendant ces deux années de travail, les observations faites en classe et nos nombreuses discussions ont mis en évidence les comportements spécifiques des élèves utilisant un ordinateur. Cela nous a obligés à prendre en compte ces particularités dans la conception des activités et dans la gestion de la classe.

Conception des activités

Il est toujours délicat de rédiger une fiche d'activités : comment formuler les questions pour amener les élèves à s'investir dans la recherche et à la mener à son terme ? Dans le cas d'une activité sur ordinateur, la difficulté est encore plus grande.

D'abord, le fonctionnement du logiciel impose des choix pour que les réponses données par l'ordinateur restent compréhensibles par les élèves. C'est pourquoi, dans les activités que nous proposons, le choix des expressions à étudier ou la formulation de certaines questions peuvent paraître surprenants. Nous détaillons ces contraintes dans le commentaire des activités concernées et dans l'annexe “ contraintes techniques ” (annexe 3).

Mais les difficultés sont surtout d'ordre didactique :

- Comment formuler le problème pour que la séance avec ordinateur ne soit pas une succession de tâches sans signification, mais qu'elle déclenche chez l'élève une véritable réflexion mathématique ?
- Comment laisser aux élèves un maximum d'autonomie (choix des méthodes, des outils graphiques et algébriques), alors que l'apprentissage des possibilités du logiciel oblige à donner des explications et des consignes ?
- Comment inciter les élèves à réfléchir aux résultats obtenus, à leur donner une signification dans le contexte du problème ? C'est là le but de certaines questions, qui sont parfois délicates à formuler.

Les fiches d'activités que nous proposons résultent donc de tous ces compromis. Elles sont bien sûr perfectibles, modifiables au gré de chacun, mais des modifications apparemment anodines peuvent entraîner des réponses surprenantes de l'ordinateur et il est indispensable de tester l'activité chez soi avant de la proposer aux élèves.

La gestion de l'activité en classe

Il est clair que lors d'une séance sur ordinateur, le professeur doit gérer, non plus un " groupe-classe ", mais bien huit binômes (plus ou moins), concentrés chacun sur leur écran, et non plus tournés vers le tableau. Il est presque impossible de les interrompre en cours de séance pour donner une explication ou pour tenter une synthèse. Bien sûr, le professeur passe d'un groupe à l'autre, mais il lui est impossible de suivre totalement la démarche de chaque groupe.

Les groupes travaillent à des rythmes différents. Il est important que tous aient résolu l'essentiel du problème devant l'ordinateur, c'est pourquoi il faut disposer d'une plage horaire suffisamment longue, quitte à prévoir un prolongement de l'activité pour les groupes plus rapides.

Tout ceci montre la nécessité d'exiger que chaque élève rédige un " compte-rendu " de la séance, pour l'inciter à reprendre ses résultats et à approfondir sa réflexion : il doit être capable de reformuler le problème posé et d'énoncer une conclusion. Il comprendra ainsi qu'il a réalisé un travail mathématique qui pourra être réinvesti.

Ce compte-rendu permettra au professeur d'évaluer la compréhension du problème posé.

La dernière étape, indispensable, est bien sûr, la synthèse en classe entière. Celle-ci prend des formes différentes selon le contenu de l'activité, les réponses et les réactions des élèves et la place de l'activité dans la progression.

CALCUL ALGEBRIQUE

Pour cette activité, nous nous sommes inspirés du travail de Michel Rousselet (Rousselet, 1993) en variant les tâches à accomplir.

Nous avons pour cela utilisé le menu n°1[1].

1. Présentation de l'activité

Objectifs

Les calculs algébriques choisis pour cette activité posent souvent des difficultés aux élèves sortant de collège. En la traitant en début d'année, on peut ainsi atteindre deux objectifs : d'une part, réactiver quelques connaissances mathématiques, d'autre part, familiariser les élèves avec ce logiciel afin de pouvoir l'utiliser plusieurs fois dans l'année.

Ces activités doivent permettre aux élèves de se familiariser :

- avec le clavier : barre d'espacement, touche de tabulation, touches des opérations, touche puissance, parenthèses, crochets.
- avec le bandeau de commandes de la fenêtre Algèbre : *entrer une expression, simplifier, résoudre*. Remarque : la fenêtre Graphique n'est pas utilisée.
- avec la façon dont DERIVE affiche les résultats : surbrillance, ligne numérotée.

Nous avons choisi des activités où l'élève aurait à prendre les initiatives suivantes :

- simplifier à la main une fraction et utiliser le logiciel pour vérifier.
- savoir repérer et reformuler ses erreurs.
- résoudre une équation et contrôler à l'aide de DERIVE.
- à partir d'une formule, choisir une stratégie pour déterminer une lettre connaissant les autres.

[1] voir "annexe 2 menus personnalisés".

Tâches à accomplir par les élèves

- copier des expressions : ils doivent réfléchir au placement des parenthèses et aux traits de fraction.
- simplifier des fractions à la main et avec DERIVE : les élèves doivent penser à vérifier et à chercher leurs erreurs de calculs ou d'écriture.
- résoudre des équations du premier degré, à la main et avec DERIVE : le logiciel leur permet de vérifier leurs calculs.
- résoudre des équations simples du second degré, à la main et avec DERIVE : le logiciel affiche toutes les solutions et oblige les élèves à les comparer à celles qu'ils ont trouvées.
- utiliser une formule avec plusieurs lettres et savoir utiliser les commandes *résoudre* ou *simplifier* pour calculer des valeurs.

Apports de DERIVE

Les élèves doivent réfléchir sur le rôle des parenthèses : où les placer, lesquelles sont indispensables ? DERIVE permet d'écrire des expressions algébriques sous la forme qu'ils ont l'habitude de voir.

DERIVE aide à faire la différence entre *résoudre* une équation et *simplifier* une expression en proposant deux commandes distinctes.

Vérification : DERIVE permet une confrontation entre le résultat trouvé à la main et celui apparu sur l'écran.

Dans la résolution des équations, l'affichage éventuel de plusieurs solutions peut surprendre l'élève et le conduire à réfléchir. DERIVE n'efface pas ce qui a été écrit et permet de relire les calculs effectués. DERIVE permet de faire plusieurs essais.

2. L'activité

1) Savoir écrire une fraction

Exemple :

expressions à copier	**expressions tapées**	**expressions affichées**
$\dfrac{\frac{3}{5}-\frac{4}{7}}{\frac{2}{3}+\frac{8}{7}}$		
en cas d'erreur recommence		

Entrer une fraction à la calculatrice peut poser problème aux élèves à cause de l'emploi des parenthèses. Avec DERIVE, après la commande *entrer une expression*, on tape l'expression « en ligne » comme sur une calculatrice et lorsqu'on valide, DERIVE affiche une écriture « comme à la main ». Les élèves peuvent comparer l'expression affichée avec celle demandée et rechercher leurs erreurs. Dans un travail sur fiche, l'élève a tendance à passer à la suite malgré son échec. Aussi avons-nous mis cette ligne "en cas d'erreur recommence" pour obliger l'élève à recommencer jusqu'à réussir.

Type d'erreurs rencontrées :

- oubli de parenthèses $\frac{3}{5}-\frac{4}{7}/\frac{2}{3}+\frac{8}{7}$; 1 -3/ 2 +1/(5 - 2/3).
- mauvais placement des parenthèses 1-3/(2 + 1/(5 - 2/3))

Les élèves ne doivent utiliser que les parenthèses du clavier ; les crochets sont réservés pour d'autres usages[2].

2) Simplifier la fraction

exemple : simplifie la fraction $\dfrac{5+\frac{1}{3}}{7+\frac{1}{3}}$

C'est un exemple où il y a interaction entre un calcul fait à la main et le logiciel. DERIVE permet de vérifier un calcul fait à la main en utilisant la commande *simplifier*. Il est demandé à l'élève d'analyser ses erreurs éventuelles.

L'exemple est prévu pour faire apparaître la "simplification abusive par $\frac{1}{3}$". Peu d'élèves ont commis cette erreur.

3) Résoudre des équations

La première équation : $5z + 4 = 2z + 3$, est simple et permet de se familiariser avec la commande *résoudre*.

Pour la deuxième équation, $(t + 1)^2 = 25$, il faut utiliser la touche puissance ^ du clavier suivi du "2" du pavé numérique ; en effet la touche " ² " du clavier est interprétée comme un caractère alphanumérique[3].

Les élèves cherchent d'abord à la main la ou les solutions. Ils ne trouvent souvent que la solution positive.

---

[2] voir annexe "contraintes techniques".

Certains écrivent $t + 1 = 5$ d'où $t = 4$; d'autres développent et obtiennent $t^2 + 2t = 24$ d'où $t(t + 2) = 24$ ou encore $t = \frac{24}{t+2}$; d'autres arrivent à des équations comme $t^2 + 2t = 24$ d'où $t + \sqrt{t} = 12$...

Le logiciel ne laissant en surbrillance que la dernière ligne, les élèves ne sont donc pas étonnés de ne voir qu'une seule solution. En effet DERIVE affiche les solutions l'une sous l'autre, mais une seule des solutions reste en surbrillance.

Le professeur doit intervenir :

- pour expliquer aux élèves comment le logiciel affiche les résultats.
- pour aider les élèves à confronter les résultats obtenus à la main et ceux affichés par DERIVE.

Certains essaieront d'analyser leurs erreurs et de trouver une méthode pour résoudre cette équation (DERIVE n'indique pas de méthode de résolution). D'autres vérifieront à l'aide d'un calcul mental que les solutions sont correctes. Y-a-t-il d'autres solutions ? Non répondent certains car l'ordinateur a toujours raison !

Nous avons choisi ce troisième exemple $(x + 2x)^2 = 18$ car souvent les élèves pensent à développer le carré au lieu de faire d'abord la somme à l'intérieur des parenthèses.

DERIVE donnant les solutions incite les élèves à trouver une méthode de résolution.

Après avoir développé, certains arrivent à trouver les solutions. Le professeur peut les inciter à rechercher une méthode plus rapide.

4) Travail sur une formule

Nous avons pensé aux sciences physiques où les élèves sont amenés à utiliser des formules avec plusieurs variables. Par exemple, dans l'expression $v = \frac{1}{3} x\, y\, h$, v désigne le volume d'une pyramide de hauteur h et de base rectangulaire.

Exemple: $v = \frac{1}{3} x\, y\, h$

x	3,4	p
y	....	2p
h	11,2	5p
v	369,376	....

Calculer la valeur d'une lettre connaissant la valeur des autres est une nouveauté en classe de seconde.

La difficulté pour les élèves est de choisir la bonne inconnue (*variable* pour DERIVE) c'est à dire la valeur que l'on veut obtenir.

Dans la colonne 2 (tableau ci-dessus), on cherche à calculer y :

- certains déterminent mentalement l'opération à effectuer, utilisent la commande *simplifier* de DERIVE ou leur calculatrice pour trouver le résultat.
- d'autres écrivent 1/3 * 3,4 * y * 11,2 = 369,376 et ne savent pas quelle commande utiliser.

La commande *résoudre* donne la réponse ; la commande *simplifier* donne $\frac{952y}{75} = \frac{46172}{125}$. Ici les deux commandes ont des effets bien distincts.

Dans d'autres cas, par exemple colonne 3 du tableau ci-dessus, *simplifier* permet de trouver directement la réponse. Par contre avec la commande *résoudre,* on doit préciser l'inconnue (*variable* pour DERIVE). En cas de mauvais choix, la réponse peut être difficile à comprendre : en choisissant v on obtient la bonne réponse, en choisissant p on obtient un résultat que les élèves ne comprennent pas.

Suivant les cas les élèves sont amenés à donner du sens aux mots *résoudre* et *simplifier.*

5) Prolongement

La cinquième partie peut être donnée à des élèves travaillant plus rapidement.

3. Place de l'activité dans une démarche pédagogique

C'est une activité à faire en début d'année. Elle permet de revoir certaines difficultés de calculs (parenthèses, simplifications, résolutions d'équations) sous un autre aspect et de se familiariser avec DERIVE si on pense l'utiliser *régulièrement* dans l'année. Cette activité permet aussi de montrer aux élèves que DERIVE pourra effectuer des calculs difficiles à leur niveau et leur donner ainsi la possibilité d'avancer dans la résolution d'un problème.

CALCUL ALGEBRIQUE

1) Savoir écrire une expression

En utilisant les symboles + – * (multiplication) / (division) et les parenthèses, écris les expressions suivantes avec la commande ***Entrer une expression*** (tu te déplaces dans le bandeau de commandes avec la barre d'espacement).

Recopie l'expression affichée sur l'écran et compare à celle qui t'est proposée : en cas de non concordance, recherche ton erreur et recommence.

expression à copier	expression tapée	expression affichée
$\dfrac{\frac{3}{5}-\frac{4}{7}}{\frac{2}{3}+\frac{8}{7}}$		
en cas d'erreur recommence		
$1-\dfrac{3}{2+\dfrac{1}{5-\frac{2}{3}}}$		

2) Simplifie la fraction : $\dfrac{5+\frac{1}{3}}{7+\frac{1}{3}} =$

Vérifie avec le logiciel : entre cette fraction et utilise la commande "Simplifier".

Compare avec ton résultat, cherche ton erreur éventuelle et explique en quoi elle consiste.

3) Cherche les solutions des équations suivantes : la variable est la lettre inconnue.

$5z + 4 = 2z + 3$

(pour écrire un exposant tu utilises le ^).

$(t + 1)^2 = 25$

$(x + 2x)^2 = 18$

Utilise la commande "Résoudre" pour vérifier.

4) En physique et en économie tu vas utiliser des formules où interviennent plusieurs lettres : connaissant les valeurs de certaines tu devras savoir exprimer les autres.
Complète le tableau suivant, où V est le volume d'une pyramide dont la base est un rectangle de côtés de longueurs x et y et dont la hauteur est h. On rappelle que: $V = \frac{1}{3}$ x.y.h.

x	8	3,4	p	
y	5,5		2p	20k
h		11,2	5p	20k
V	230,175	369,376		$500k^3$

5) Effectue les calculs suivants en simplifiant au maximum :

$\frac{x}{2} - \frac{3+2x}{4} =$

$\frac{3}{2x} - \frac{x-1}{x} =$

$\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} =$

Contrôle tes résultats avec le logiciel et cherche l'erreur éventuelle.

Extrait de l'écran DERIVE de l'activité Calcul Algébrique

#1: $$\frac{\dfrac{3}{5} - \dfrac{4}{7}}{\dfrac{2}{3} + \dfrac{8}{7}}$$

#2: $$1 - \cfrac{3}{2 + \cfrac{1}{5 - \cfrac{2}{3}}}$$

#3: $$\frac{5 + \dfrac{1}{3}}{7 + \dfrac{1}{3}}$$

```
COMMAND: Entrer une expression Simplifier déveLopper Factoriser résOudre
         approXimation sauveGarder Quitter
Temps de calcul: 0.0 secondes
Utilisateur                          Lib:100%                 Derive Algèbre
```

ALIGNEMENT DE POINTS

1. Présentation de l'activité

Objectifs

L'activité porte sur l'alignement de points. Elle a pour objectif de conduire les élèves à faire le lien entre la proportionnalité des coordonnées et la colinéarité des vecteurs.

Tâches

Les élèves entrent des expressions du type [0 , 3] + [x , y], où [x , y] prend trois valeurs différentes. Ces trois valeurs sont proportionnelles. Le module algébrique du logiciel simplifie ces expressions selon la règle d'addition dans $\mathbb{R}^2$. Le module graphique permet de placer le point dont les coordonnées sont l'expression simplifiée. Les 3 points sont alignés avec le point de coordonnées [0 , 3].

Les élèves constatent l'alignement des 4 points. On leur demande alors d'observer le procédé de construction des expressions et de l'utiliser pour trouver les coordonnées de nouveaux points alignés avec les premiers, d'abord sans autre contrainte, puis en fixant une contrainte sur l'abscisse du point cherché.

Apport de DERIVE

Le logiciel DERIVE doit permettre de faire le lien entre le cadre algébrique des expressions [0 , 3] + [x , y] et le cadre graphique ou géométrique du tracé des points.

Il fonctionne comme une boîte noire : on ne demande pas aux élèves d'expliciter le procédé de construction de nouveaux points mais seulement de le faire fonctionner et c'est DERIVE qui montre immédiatement la pertinence de leur choix.

En faisant gagner du temps et de la précision sur les tracés de points, il permet de nombreux essais ; il permet ainsi aux élèves de centrer leur activité sur l'étude des couples (x , y) et motive la tâche de production de nouveaux points jusqu'à la réussite de la tâche.

2. Déroulement de l'activité

Le travail se décompose en trois temps:

1) La saisie d'expressions sur l'ordinateur.

2) Un travail mathématique sur les points, qui constitue le cœur de l'activité.

3) Des questions d'approfondissement.

1) La saisie d'expressions sur l'ordinateur

Pour une classe qui découvre DERIVE, la saisie se fait d'abord collectivement, sous la conduite du professeur, puis individuellement.

Texte donné aux élèves :

> Saisie collective
>
> ***Entrer une expression :*** [0 , 3] puis valide.
>
> ***Aller au graphique*** valide, ***à côté colonne 40 – Placer*** (ou ***Tracer***) valide.
>
> ***Retourner aux expressions***
>
> ***Entrer une expression :*** [0 , 3] + [-5 , -6]   valide
>
> ***Simplifier***   valide.
>
> ***Aller au graphique Placer***.

La saisie collective est l'occasion de familiariser les élèves avec le logiciel. Ils découvrent avec le professeur les différentes commandes de la fenêtre de calcul et de la fenêtre graphique, et apprennent à naviguer dans ces fenêtres et dans les menus.

Texte donné aux élèves :

> Saisie individuelle
>
> Recommence comme au paragraphe précédent avec les expressions suivantes :
>
> $[0\,,\,3] + [\frac{5}{3}, 2]$
>
> [0 , 3] + [10 , 12]

Pour une classe plus experte, la saisie entière se fait individuellement et la fiche-élève peut être nettement condensée.

A la fin de la saisie individuelle, quatre points sont dessinés dans la fenêtre graphique. Ces quatre points semblent alignés.

2) Un travail mathématique sur les points

Après avoir constaté visuellement l'alignement des quatre points (le logiciel ne permet pas de tracer directement la droite en joignant deux quelconques), l'élève doit analyser la méthode de construction des points tracés afin d'en créer des nouveaux.

Texte donné aux élèves :

> Tu as ainsi entré 4 expressions et placé 4 points. Que constates-tu ?
>
> Les expressions que tu as rentrées sont fabriquées selon un certain procédé.
>
> Ecris trois nouvelles expressions selon ce procédé.
>
> Place les points associés.
>
> Ces nouveaux points sont-ils alignés avec les précédents ?
>
> Si non, observe plus attentivement comment sont constituées les expressions et recommence.

Pour créer un point, l'élève saisit les coordonnées d'un point ou d'une expression qu'il peut simplifier, puis il valide ses choix en vérifiant l'alignement sur le graphique.

C'est la tâche réellement problématique, où l'on peut voir si l'élève a compris la structure de l'écriture[,] + [,].

Certains élèves ne voient que la contrainte [0 , 3] et donnent à [x , y] des valeurs quelconques : le passage au graphique les détrompe rapidement.

Une stratégie observée alors consiste à lire sur le graphique les coordonnées du point souhaité, et calculer le couple [x , y] correspondant : les points obtenus peuvent être alignés avec les points initiaux et il faut expliquer aux élèves en quoi ils n'ont pas rempli le contrat.

Mais ce comportement est marginal. En général, ils pensent à observer les couples (-5 , -6)…. Certains repèrent les nombres 5, 5/3, 10 sans tenir compte de la deuxième coordonnée ou, au contraire, ils ne s'intéressent qu'à cette deuxième coordonnée. Là encore, DERIVE permet un contrôle efficace.

Lorsque la situation de proportionnalité est reconnue, c'est sous la forme « on multiplie tout (on divise tout) par 2, par 3 ...C'est surtout l'aspect « homothétie » de la proportionnalité qui fonctionne : (-5 , -6) a pour image k(-5 , -6). Les nouveaux points proposés sont constitués sur ce modèle.

3) Des questions d'approfondissement

Texte donné aux élèves :

Toujours avec la même méthode, construis le point d'abscisse 4, aligné avec les précédents. Ecris l'expression entrée. Refais le même travail pour un point d'abscisse –7. Refais le même travail pour un point d'abscisse x.

Les questions d'approfondissement sont facultatives : elles s'adressent aux élèves qui ont répondu aux questions précédentes. Elles permettent de faire émerger l'aspect « coefficient de proportionnalité » : $y = ax$.

Elles permettent de faire le lien avec l'équation réduite d'une droite.

4) Place de l'activité dans la démarche pédagogique

Cette activité est une activité de type " situation-problème " où, pour résoudre le problème donné (la construction de points alignés), l'élève :

- mobilise ses connaissances (coordonnées de points, proportionnalité...),
- puis se construit un savoir nouveau (lien entre la proportionnalité des coordonnées et la colinéarité des vecteurs).

Mais lors de la séance de synthèse, on a plusieurs situations à éclaircir :

Même si les connaissances utilisées sont des acquis de collège, elles jouent souvent un rôle différent : on ajoute les coordonnées d'un vecteur (-5 , -6) à celles d'un point (0 , 3) pour obtenir un autre point, mais c'est en fait une somme de vecteurs : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$. On revoit ainsi la relation entre les coordonnées de M et de $\overrightarrow{OM}$ dans un repère (O, I, J).

Les coordonnées de vecteurs ne sont pas sous la forme habituelle soustractive : « coordonnées de B – coordonnées de A », mais sous forme additive : c'est une situation de translation. On met en évidence les variations (accroissements) de x et de y et on arrive à la caractéristique d'une fonction affine : proportionnalité des variations de x et de y .

Ainsi elle permet :

- de faire le lien avec des notions en cours d'acquisition depuis le collège, comme l'équation réduite d'une droite,

- de servir d'appui, à différents moments de l'année à la mise en place de notions nouvelles de seconde : coordonnées de vecteurs et colinéarité, alignements de points et colinéarité de vecteurs,

- de préparer l'utilisation, en Première, d'égalités du type $f(x + h) = f(x) + ah$.

ALIGNEMENT DE POINTS

Après avoir tracé des points en utilisant le logiciel DERIVE, tu étudieras leurs propriétés.

Dans le crochet, utilise la virgule de ponctuation.

On obtient **[** en appuyant simultanément sur **alt Gr** et **(**.

Entrée des données

Saisie collective

Entrer une expression : [0 , 3] puis valide.

Aller au graphique valide, ***à côté colonne 40 – Placer*** (ou ***Tracer***) valide.

Retourner aux expressions

Entrer une expression : [0 , 3] + [-5 , -6] valide

Simplifier valide.

Aller au graphique Placer.

Saisie individuelle

Recommence comme au paragraphe précédent avec les expressions suivantes :

$[0\,,3]+[\frac{5}{3}\,,2]$

$[0\,,3]+[10\,,12]$

Travail sur les points tracés

Tu as ainsi entré 4 expressions et placé 4 points. Que constates-tu ?

Les expressions que tu as rentrées sont fabriquées selon un certain procédé. Ecris trois nouvelles expressions selon ce procédé :

Place les points associés.

Ces nouveaux points sont-ils alignés avec les précédents ?

Si non, observe plus attentivement comment sont constituées les expressions et recommence.

Nouvelles expressions :

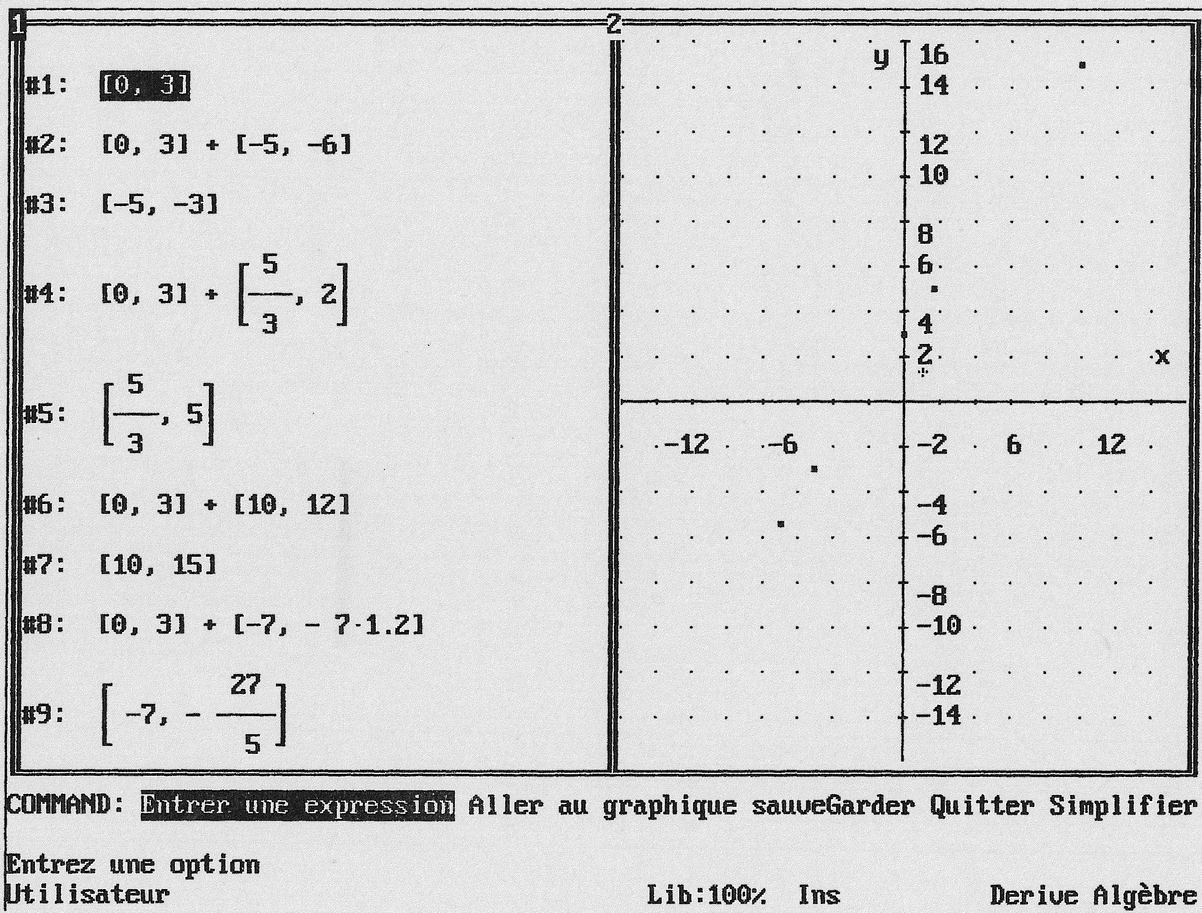
Toujours avec la même méthode, construis le point d'abscisse 4, aligné avec les points initiaux.

Ecris l'expression entrée :

Refais le même travail pour un point d'abscisse –7.

Refais le même travail pour un point d'abscisse x.

Extrait de l'écran DERIVE de l'activité Alignement de points



PEUT-ON TROUVER DES REELS x ET y VERIFIANT $(y - x)^2 = y^2 - x^2$

1. Présentation de l'activité

L'activité consiste à chercher les couples (x, y) vérifiant l'égalité $(y - x)^2 = y^2 - x^2$.

Il est certain que de nombreux élèves de seconde maîtrisent encore mal les produits remarquables, mais les séances de “ révision ” sur le sujet, consistant en une série de développements et de factorisations, sont en général peu efficaces. C'est pourquoi nous avons cherché une activité dans laquelle des erreurs de développement ou de résolution d'équations vont amener des contradictions que DERIVE aidera à mettre en évidence et à résoudre.

Description

Dans un premier temps, les élèves travaillent “ en papier-crayon ” :

- ils vérifient si un couple donné est solution de l'équation proposée,
- ils cherchent d'autres couples-solutions,
- ils placent les points associés dans un repère.

Ensuite, avec DERIVE, ils résolvent l'équation $(y - x)^2 = y^2 - x^2$. Puis, en développant $(y - x)^2$, (aide possible de DERIVE), ils refont la résolution en papier-crayon et cherchent des solutions vérifiant des conditions imposées.

Ils représentent les solutions proposées par DERIVE dans la fenêtre graphique de DERIVE, comparent à leurs tracés effectués précédemment sur papier et répondent alors à des questions vrai-faux concernant la validité de l'égalité étudiée.

Objectifs

Les objectifs de cette activité sont :

- améliorer chez les élèves la compréhension des identités remarquables pour les amener à en faire une utilisation judicieuse et contrôlée,
- renforcer l'utilisation des factorisations dans la résolution des équations,
- entraîner au passage algébrique-graphique pour anticiper ou contrôler des résultats et ainsi consolider des connaissances,
- progresser dans la compréhension des phrases contenant des quantificateurs “ cachés ” et de leur négation.

Les difficultés attendues

- La vérification d'égalités.
- La résolution d'équation à deux inconnues : les élèves n'ont rencontré les équations à deux inconnues que dans le cadre de résolution de systèmes ayant une solution unique.
- Le nombre de solutions : ils n'ont pas encore rencontré (ou peu) d'équations ayant une infinité de solutions, même à une seule inconnue.

2. Déroulement de l'activité

a) Vérifier l'égalité pour le couple (2 ; 3)

Cette vérification est déjà problématique pour certains qui pensent que $(3 - 2)^2 = 9 - 4$. Le professeur peut choisir d'intervenir pour faire rectifier aussitôt mais il préférable d'attendre que les élèves soient mis en contradiction lors de la résolution de l'équation par DERIVE.

Il est à noter que l'idée de commencer par simplifier (3 - 2) avant d'élever au carré n'est pas naturelle. C'est pourquoi nous leur demandons d'écrire le détail des vérifications.

b) Rechercher d'autres solutions

Nous nous attendons à ce que les élèves essaient d'autres couples, mais certains (rares) tentent de résoudre l'équation, non sans erreurs. On peut leur signaler que ce n'est pas la méthode attendue à ce moment.

Ceux qui continuent les erreurs de développement trouvent beaucoup de solutions.

Pour d'autres, " c'est impossible, puisque $(y - x)^2 = y^2 - 2xy + x^2$ ", mais la question suivante les incite à chercher davantage.

Quelques-uns se lancent dans des essais, sans aucune anticipation. Plusieurs pensent rapidement à essayer des couples (a , a), mais n'envisagent pas d'autres possibilités. Une minorité pense à des couples (0 , a), et très peu proposent des solutions des deux types. Dans tous les cas, les nombres utilisés sont des entiers, le plus souvent positifs.

Placer dans le repère

Il peut y avoir des difficultés si l'élève a trouvé des couples qui se placent en dehors du repère, (2000 , 2000) par exemple.

De plus, lorsqu'ils ont placé plusieurs couples (a , a), certains tracent la droite joignant ces points. Il n'est pas sûr qu'ils aient réalisé que tous les points de cette droite correspondent à des couples solutions.

c) Résoudre avec DERIVE

L'ordinateur affiche les solutions comme ceci : $x = 0$

$\boxed{x = y}$

Seule la deuxième solution reste en surbrillance, et parfois les élèves ne voient qu'elle. Cela renforce l'idée que seuls les couples (a , a) sont solutions.

Quand les deux lignes sont vues, il peut y avoir une difficulté d'interprétation : au lieu de « $x = 0$ ou $x = y$ », certains comprennent « $x = 0$ et $x = y$ », et concluent $x = y = 0$. Ce résultat est pourtant en contradiction avec les couples qu'ils ont placés au début. Mais ils ont surtout rencontré des systèmes de type « et », et c'est le passage au graphique qui va permettre d'assimiler que la réponse « $x = 0$ » signifie en fait « $x = 0$ et y prend n'importe quelle valeur », autrement dit de reconnaître une équation de droite.

d) et e) Développer, puis résoudre à la main

L'objectif de cette question est double : d'abord, faire réfléchir sur les erreurs éventuelles de développement, en comparant à la réponse de DERIVE ; ensuite, faciliter la résolution de l'équation qui suit, en incitant à tout passer dans le même membre.

Toutefois, l'idée de factoriser n'est pas automatique, et de nombreux élèves, obtenant l'égalité $2xy = 2x^2$, simplifient par 2x. Là encore, la comparaison avec le résultat obtenu par DERIVE doit faire réfléchir pour parvenir à la bonne méthode, qui fera partie des connaissances à institutionnaliser.

f) Rechercher des couples particuliers

Il s'agit de montrer que les solutions ne sont pas constituées seulement des nombres entiers, et de remettre en évidence l'existence de solutions (0 , a) avec a non nul. Certains élèves vont refaire une résolution à la main, qui peut s'avérer compliquée. Ils peuvent bien sûr utiliser DERIVE mais ils y pensent rarement.

Ils peuvent alors corriger et compléter, si nécessaire, le graphique initial. Toutefois, pour éviter de masquer les tracés effectués au début, on peut seulement leur demander ce qu'ils pensent des couples proposés en b) et si les réponses suivantes sont cohérentes.

g) Tracé des solutions dans la fenêtre graphique de DERIVE

Il faut tracer successivement les droites $x = 0$ et $x = y$. Le tracé de la solution $x = 0$ étonne tout d'abord les élèves car « il ne se passe rien » ; puis ils réalisent qu'on ne voit pas le tracé s'effectuer parce qu'il est confondu avec l'axe des ordonnées.

h) Vrai-faux

La première phrase est reconnue vraie, par contre il y a des erreurs pour les phrases 2 et 3 avec des commentaires du type " c'est vrai lorsque $x = y$ ". Le sens de " pour *tout* couple (x , y) " n'est pas compris.

3. Rôle de DERIVE

Cette activité fonctionne avec le menu n°3[1], qui est déjà utilisé dans d'autres activités. Il est préférable d'avoir traité au moins une activité pour familiariser les élèves avec ce menu. Ils doivent déjà savoir *entrer une expression* (utilisation des parenthèses, du carré[2]...), utiliser les commandes *résoudre* et *simplifier*, ouvrir la *fenêtre graphique*, *cadrer* et *tracer une courbe* d'équation donnée.

DERIVE est d'abord un outil d'aide au calcul algébrique : développement de $(y - x)^2$, résolution d'équations. En comparant aux résultats trouvés " à la main ", les élèves peuvent ainsi repérer des contradictions... à condition d'être conscients de la nécessité de critiquer leurs résultats. Ensuite, par le tracé des solutions dans la fenêtre graphique, DERIVE permet de mieux comprendre la notion d'infinité de couples-solutions et de réaliser que beaucoup de couples ne le sont pas.

Les contraintes

Contraintes d'écriture :

Il faut entrer correctement les exposants.

Il faut demander successivement le tracé des deux droites $x = 0$ puis $x = y$ et non le tracé simultané des images des solutions de l'équation initiale, qui est difficile à interpréter par les élèves.

Contrainte didactique :

Pourquoi avoir choisi de travailler sur $(y - x)^2$ plutôt que sur $(x - y)^2$ ou encore $(x + y)^2$? Lorsque l'on demande à DERIVE de résoudre une équation, il faut lui préciser la " variable ", c'est-à-dire l'inconnue à exprimer. Ainsi, pour l'équation $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ (dont les solutions sont évidemment $x = 0$ ou $y = 0$), DERIVE proposera seulement l'une des deux solutions suivant le choix fait pour la variable. De même pour l'équation $(x - y)^2 = x^2 - y^2$ (dont les solutions sont $x = y$ ou $y = 0$), DERIVE propose une résolution en x et donne alors comme seule solution $x = y$. Pour obtenir les deux solutions, il faut modifier la variable proposée par DERIVE ; c'est pour éviter cette complication que nous avons fait ce choix d'équation. DERIVE propose alors une résolution en y et donne ainsi les deux solutions. On peut toutefois regretter que DERIVE n'affiche pas clairement " *$x = y$ ou $x = 0$* " comme le fait la T.I.92.

---

[1] voir annexe 2

[2] voir annexe 3

4. Place dans la démarche pédagogique

Cette activité peut se situer assez tôt dans la progression de la classe de seconde, car elle ne fait appel qu'à des connaissances de collège, d'autant plus qu'elle vise à réactiver ces connaissances.

Le prolongement permet aux plus rapides d'approfondir le sujet.

Comme toujours après une séance de travail sur ordinateur, les élèves doivent rédiger un compte-rendu, qui permet de vérifier leur compréhension de la situation.

On peut leur demander simplement de rendre les pages d'énoncé remplies au cours de la séance, mais on peut aussi les inciter à faire une synthèse, pour le cours suivant, en posant par exemple la question :

" Peut-on affirmer $(y - x)^2 = y^2 - x^2$ Expliquer ".

Les notions et méthodes à institutionnaliser peuvent être :

- Le développement correct de $(y - x)^2$.
- L'égalité $(y - x)^2 = y^2 - x^2$ est en général fausse.
- Chacune des conditions $x = 0$, $x = y$ correspond à une infinité de couples vérifiant l'égalité précédente.
- Pour chacune, la représentation graphique est une droite ; on reconnaît les deux types d'équation de droite étudiés en collège.
- L'intérêt de la factorisation pour résoudre une équation ; théorème du produit nul.
- Validité d'une proposition contenant un " quelque soit ". Rôle du contre-exemple.

Cette activité est riche pour les élèves car elle fait fonctionner un aspect des identités remarquables autre que celui qu'ils utilisent habituellement :

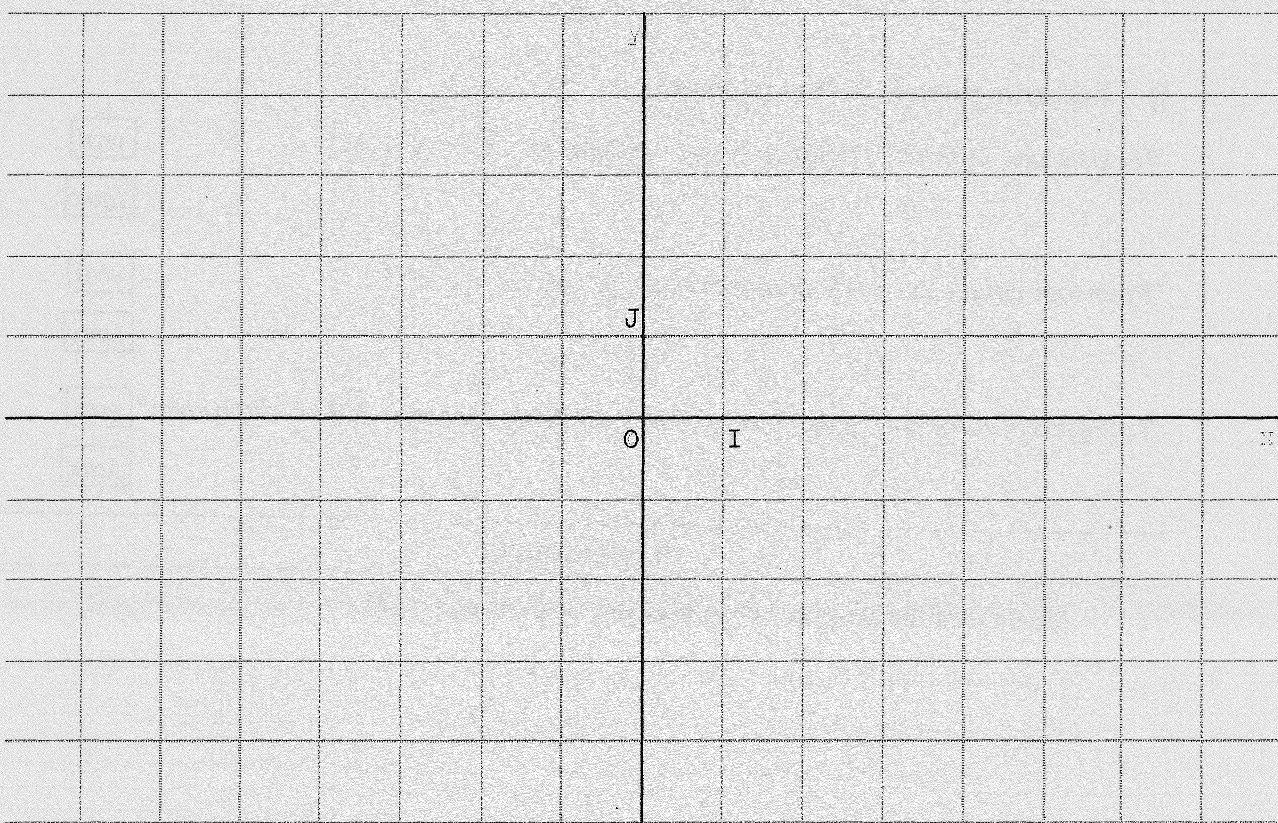
$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ est pour eux une procédure de calcul permettant de transformer, donc de simplifier certaines expressions. Même s'ils savent que cette égalité est " toujours vraie ", elle n'est pas perçue comme une équation à deux inconnues ayant une infinité de solutions : ils n'ont encore rencontré que des systèmes à solution unique ou sans solution.

PEUT-ON TROUVER DES REELS x ET y VERIFIANT $(y-x)^2 = y^2 - x$

a) Soit x = 2 et y = 3. Le couple (x , y) vérifie-t-il l'égalité $(y-x)^2 = y^2 - x^2$?
Ecris le détail des calculs.

b) Trouve 5 couples (x , y) vérifiant $(y-x)^2 = y^2 - x^2$.

Place ces couples dans le repère (O, I, J) ci-dessous :



c) En utilisant DERIVE, résoudre l'équation $(y - x)^2 = y^2 - x^2$.

....

d) Développe l'expression $(y - x)^2 - (y^2 - x^2)$. Tu peux utiliser DERIVE.

....

....

e) Résous à la main l'équation $(y - x)^2 = y^2 - x^2$. Tu peux utiliser la question d).

....

....

....

....

f) Quels sont les couples (x , y) solutions de l'équation $(y - x)^2 = y^2 - x^2$ et telles que $y = \frac{1}{3}$?

....

....

Quels sont les couples (x , y) solutions de l'équation $(y - x)^2 = y^2 - x^2$, tels que $x = -\sqrt{2}$?

....

....

Place toutes les solutions de l'équation $(y - x)^2 = y^2 - x^2$ dans le repère précédent (O, I, J).

e) Dans la partie graphique de DERIVE, représente les solutions de l'équation $(y - x)^2 = y^2 - x^2$.

f) Répondre par vrai ou faux (entoure) :

"Il existe une infinité de couples (x , y) vérifiant $(y - x)^2 = y^2 - x^2$ " $\boxed{\textit{vrai}}$

$\boxed{\textit{faux}}$

"Pour tout couple (x , y) de nombres réels, $(y - x)^2 = y^2 - x^2$ " $\boxed{\textit{vrai}}$

$\boxed{\textit{faux}}$

"La différence des carrés de deux nombres est égale au carré de leur différence" $\boxed{\textit{vrai}}$

$\boxed{\textit{faux}}$

Prolongement

Quels sont les couples (x , y) vérifiant $(y - x)^3 = y^3 - x^3$?

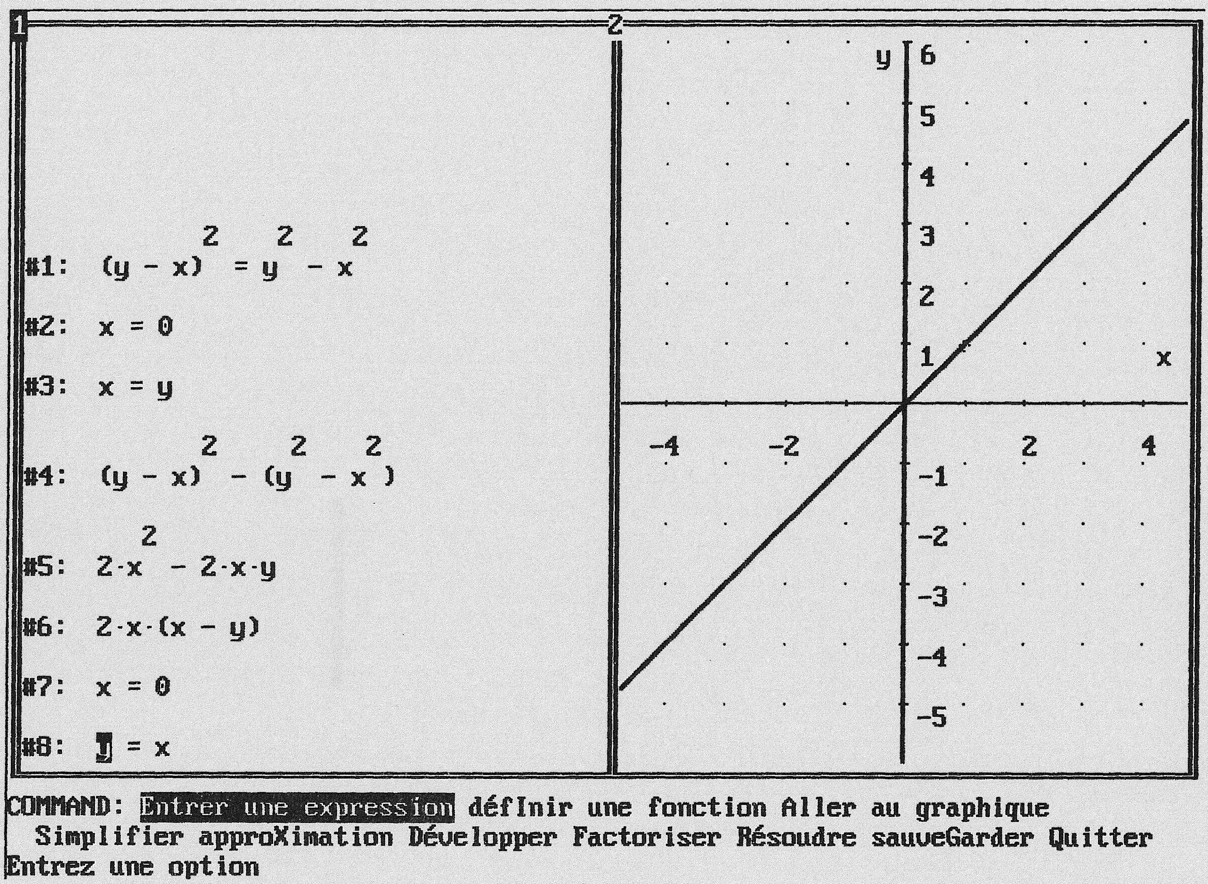
....

....

....

....

Extrait de l'écran DERIVE de l'activité $(y - x)^2 = y^2 - x^2$



ETUDE DU SIGNE DE ax + by + c

Introduction

Le logiciel DERIVE associe le calcul littéral et la représentation graphique des solutions d'équations de la forme $f(x , y) = 0$.

Les résolutions graphiques d'équations et d'inéquations occupent une large part de l'enseignement des mathématiques, en particulier dans les séries non scientifiques. C'est pourquoi nous avons choisi de mettre au point une activité dont le but est de résoudre des inéquations à deux inconnues et d'en interpréter graphiquement les solutions. Nous nous sommes limités au cas de fonctions du premier degré, en vue de travailler en seconde, mais on peut envisager un prolongement avec des expressions autres.

DERIVE place les points d'après leurs coordonnées dans un repère, il calcule les valeurs d'expressions $f(x , y)$ pour des valeurs numériques et de manière littérale.

Les connaissances de DERIVE requises pour cette activité sont réduites : on peut la réaliser avec un menu restreint (voir annexe 2).

La fiche fournie aux élèves les guide d'abord pas à pas puis leur laisse des initiatives dans le choix de l'usage du logiciel.

1. Présentation de l'activité

Objectifs

Régionnement du plan.
Etablir expérimentalement la relation entre le signe de $ax + by + c$ et la position relative du point de coordonnées (x , y) par rapport à la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Tâches

1. Construire la droite.
2. Placer un point et observer sa position par rapport à la droite.
3. Etudier le signe de $ax + by + c$.
4. Recommencer 2 et 3 avec d'autres points.
5. Conjecturer une relation entre le signe et la position.
6. Généraliser et anticiper sur un autre exemple.

2. Déroulement de l'activité

1) Tracé

Entre $f(x, y) := 2x - 3y + 5$
(ou utilise la commande "Définir une fonction" f valeur : $2x - 3y + 5$).

Entre $f(x, y) = 0$.

Aller au graphique (à côté colonne 40).

Cadrer : gauche : -10 droite : 10 dessous : -10 dessus : 10

Placer (ou Tracer).

Tu obtiens une droite (D). Quelle est son équation réduite ?

Pour ne pas passer du temps à déterminer les solutions de l'équation $2x - y + 5 = 0$ nous faisons tracer directement la droite associée par DERIVE et demandons son équation réduite pour retrouver une situation déjà rencontrée.

2) et 3) Observations et conjectures

Retourner aux expressions.

Entrer [1 , 0]

Aller au graphique.

Placer.

Où est placé le point par rapport à la droite ? (au-dessus ou en dessous à droite ou à gauche).

A condition qu'ils respectent les consignes (emploi des crochets) l'affichage des points se fait facilement, certains élèves allant trop vite ont tendance à les placer tous avant d'évaluer le signe de l'expression, et ne savent plus les distinguer.

Retourner aux expressions.

Entrer f(1 , 0).

Simplifier.

Quel est le signe de f(1 , 0) ?

3) Recommence 2) avec les points : [3 , 7], [5 , 5], [-3 , -4], [2 , 8], [-5 , Rac(2)].

Rassemble les résultats dans le tableau :

Par contre, pour la détermination du signe, l'usage de la fonction f(x , y) définie au début n'est pas spontané : ils vont plutôt écrire chaque fois l'expression avec les valeurs numériques. Leur comportement est normal, ils connaissent peu les fonctions d'une variable et encore moins les fonctions à deux variables. Après intervention du professeur la plupart utilisent systématiquement la fonction.

Peux-tu compléter les phrases suivantes :

On sait que si $2x - 3y + 5 = 0$, alors M est ....

Il semble que si $2x - 3y + 5 < 0$, alors M est ....

Il semble que si $2x - 3y + 5 > 0$, alors M est ....

Le tableau se remplit facilement, plusieurs anticipent les lignes et omettent de le vérifier par le calcul, mais beaucoup ont des difficultés à formuler la conjecture sous la forme demandée : on lit souvent : "il semble que, si $2x - 3y + 5 < 0$, alors M est négatif".

4) Début d'explication

a) Où sont placés les points de coordonnées (3 , y) ? ....

L'ensemble des points de coordonnées (3 , y) est donc..

b) Trouve deux valeurs de y pour lesquelles f(3 , y) > 0 :

c) Résous l'inéquation f(3 , y) > 0.

Quels sont les points dont les coordonnées (3 , y) vérifient l'inéquation ?

Pour l'explication on retrouve les problèmes d'expression et de compréhension des phrases : pour dire où sont les points [3 , y], des élèves font des essais et ne parviennent pas à exprimer leurs observations. On retrouve la question de la reconnaissance d'équation de droite de forme différente de $y = ax + b$.

Pour trouver des solutions de f(3 , y) > 0, la tendance est à deviner y d'après le tableau sans vérifier le sens de l'inégalité. Lors de la résolution de l'inéquation, le manque de familiarité avec la fonction f conduit des élèves à écrire l'inéquation eux mêmes puis à la résoudre avec DERIVE, et d'autres continuent à faire des essais "par encadrement", et ne trouvent pas l'ensemble des solutions. L'interprétation graphique par une demi-droite demande une intervention du professeur.

5)

Ecris maintenant : g(x , y) : = 3x + y + 5
a) Quel est l'ensemble (D) des points tels que g(x , y) = 0 ?
Trace cet ensemble avec DERIVE
b) Détermine l'ensemble des points de coordonnées (x , 4) tels que g(x , 4) < 0
c) Pour quelles valeurs de y le point M de coordonnées (-2 , y) est-il au-dessus de (D) ?
d) Soit u un nombre réel donné, l'ensemble des points M(u , y) tels que g(u , y) > 0 est...

Dans l'étude du deuxième exemple, la droite est plus vite reconnue. On a choisi de fixer y pour un balayage horizontal. Les élèves ont tendance à généraliser d'après le premier exemple et à décréter que le signe de g(x , y) est négatif au-dessus de la droite. Une intervention est nécessaire pour les inciter à effectuer la résolution et constater leur erreur. Pour répondre à c) ils systématisent le résultat de b) sans l'associer à une inéquation de la forme y >..... La question d) est rarement réalisée pour des questions de temps et de compréhension.

6)

Trouve des points à coordonnées entières vérifiant le système :
2x - 3y + 5 > 0
3x + y + 5 < 0

Quelques élèves abordent cette question en utilisant les résolutions d'inéquations et en proposant directement des couples d'entiers.

3. Bilan-Synthèse

Pré-requis

Equations de droites sous forme cartésienne ou réduite.

Prolongement

Ce travail doit être rapidement repris en classe. Les résultats expérimentaux seront justifiés par un travail de manipulation d'inégalités sur d'autres exemples où les calculs seront faits sans logiciel et les interprétations graphiques sur papier.

3) Institutionnalisation

Ce travail expérimental permet d'aboutir à un résultat général sur le régionnement du plan par une droite associée à une inéquation et à la résolution graphique d'un système d'inéquations linéaires.

4) Cohérence et articulation avec le travail de la classe

Cette activité permet d'aborder de façon concrète et rapide une question du programme, de passer plus de temps sur l'interprétation des observations sans que les élèves soient gênés par les calculs (temps passé et erreurs).

Elle met à jour certaines difficultés sur les droites, les inéquations, la notion de fonction et les échanges entre le cadre algébrique et le cadre graphique. Quand on traite cette question avec papier-crayon uniquement, on privilégie un aspect et les élèves ne prennent pas conscience de la relation univoque entre le signe et la position et réutilisent le résultat sous forme algorithmique : ce que l'on perçoit quand on demande de justifier le hachurage de la zone des solutions.

4. Rôle de DERIVE

Apports de DERIVE

Le placement du point et le calcul de ax + by + c sont faits par le logiciel : cela permet à l'élève de placer un grand nombre de points et de conclure par observations sans prendre du temps à effectuer lui -même les tâches. Le logiciel résout aussi les inéquations.

Utilisation de DERIVE : problèmes d'écriture

Compréhension de la notation $\boxed{\text{f(x , y) : =}}$. Si on oublie le signe : , l'égalité f(x , y) = … est interprétée par DERIVE comme l'écriture d'une équation, si f a été définie comme fonction auparavant. Sinon, DERIVE la refuse en signalant une erreur de syntaxe.

Ne pas confondre ( ) et [ ]. [ ] pour désigner des coordonnées, ( ) pour une variable ou produits, même successifs d'expressions.

Utiliser la notation f(x , y) plutôt que de recopier ax + by + c.

Choisir un cadre contenant les points utilisés et apprendre aux élèves à le modifier.

ETUDE DU SIGNE DE ax + by + c

Le but de cette activité est d'établir une relation entre le signe de ax + by + c et la position du point M de coordonnées (x , y).

1) Tracé

Entrer `f(x,y)`:= 2x-3y+5
(ou utilise la commande "Définir une fonction" f valeur : 2x - 3y + 5)
Entrer `f(x,y) = 0`
Aller au graphique (à côté colonne 40)
Cadrer : gauche : -10 droite : 10 dessous : -10 dessus : 10
Placer (ou Tracer)
Tu obtiens une droite (D). Quelle est son équation réduite ?

2) Observations et conjectures

Retourner aux expressions
Entrer l'expression[1 , 0]
Aller au graphique
Placer
Où est placé le point par rapport à la droite ? (au-dessus ou en dessous____ à droite ou à gauche).
Retourner aux expressions
Entrer f(1 , 0)
Simplifier
Quel est le signe de f(1 , 0) ?

3) Recommence $\boxed{2}$ avec les points : [3 , 7] , [5 , 5] , [-3 , -4] , [2 , 8] , [-5 , $\sqrt{2}$].

Rassemble les résultats dans le tableau :

x	1	3	5	-3	2	-5			
y	0	7	5	-4	8	$\sqrt{2}$			
signe de (2x-3y+5)									
position du point/droite							en dessous	sur la droite	au dessus

Peux-tu compléter les phrases suivantes, pour donner la position de M(x , y) :
On sait que si 2x - 3y + 5 = 0 , alors M est ....

Il semble que si 2x - 3y + 5 < 0 , alors M est ....

Il semble que si 2x - 3y + 5 > 0 , alors M est ....

4) Début d'explication

a) Où sont placés les points de coordonnées (3 , y) ? ....

L'ensemble des points de coordonnées (3 , y) est donc ....

b) Trouve deux valeurs de y pour lesquelles f(3 , y) > 0 :

c) Résous l'inéquation f(3 , y) > 0 .

Parmi les points (3 , y), quels sont ceux dont les coordonnées vérifient l'inéquation ?

5) Etude d'un autre exemple

Ecris maintenant : `g(x,y) := 3x + y + 5`

a) Quel est l'ensemble (Δ) des points tels que `g(x,y) = 0 ?`
Trace cet ensemble avec Derive.

b) Détermine l'ensemble des points de coordonnées (x , 4) tels que g(x , 4) < 0

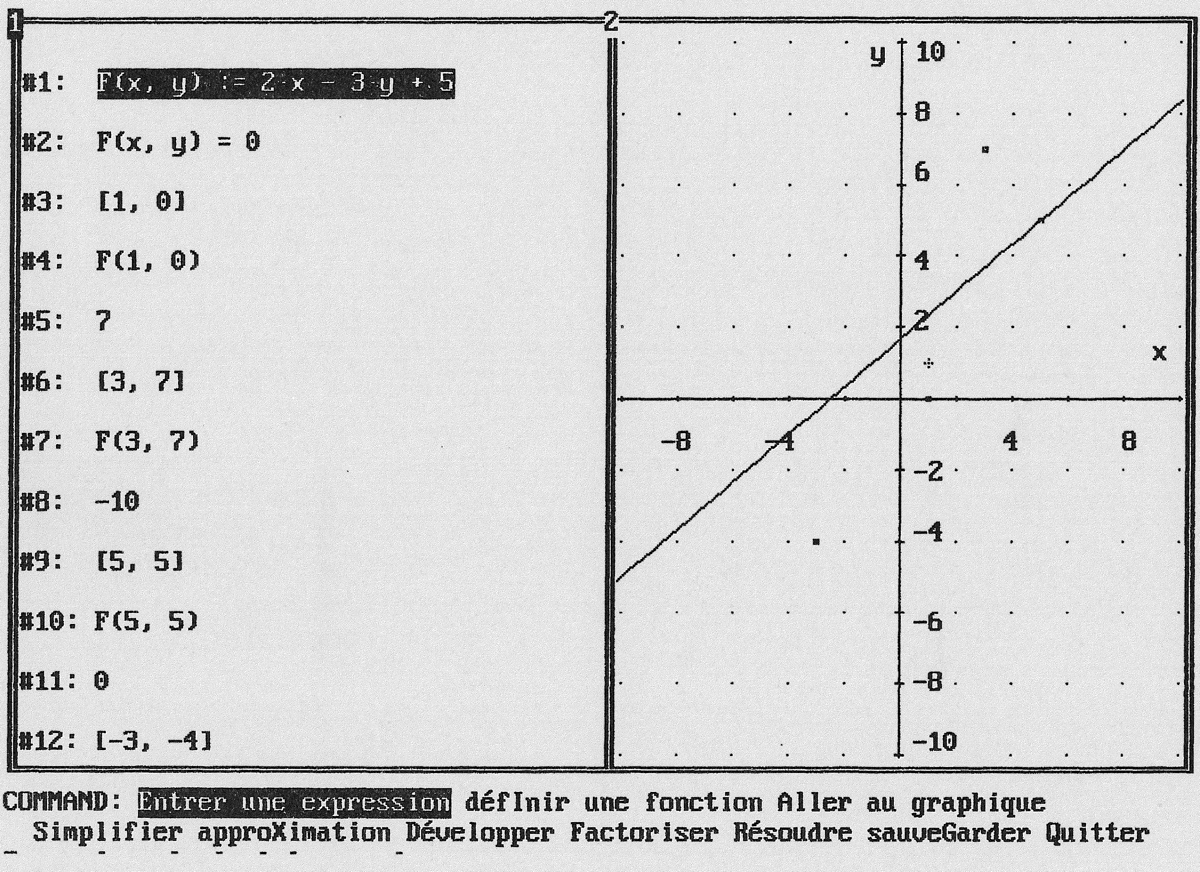
c) Pour quelles valeurs de y le point M de coordonnées (2 , y) est-il au-dessus de (D) ?

d) Soit u un nombre réel donné. Quel est l'ensemble des points M(u , y) tels que g(u , y) > 0 ?

6) Trouve des points à coordonnées entières vérifiant le système

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5 > 0 \\ 3x + y + 5 < 0 \end{cases}$$

Extrait de l'écran DERIVE de l'activité Régionnement du plan



L'INTERSECTION D'UNE COURBE AVEC UNE DROITE

Introduction

Cette activité fait fonctionner des points du programme de seconde de façon différente sur des supports variés, et permet de préparer les élèves à des notions qui demandent du temps à être installées en première. Elle ne nécessite pas d'initiation préalable à DERIVE. Elle ne pourrait pas être traitée en seconde sans l'aide de DERIVE.

- La prise en main du logiciel est donc intégrée à l'activité. Seules quelques possibilités de DERIVE sont exploitées dans cette activité (tracés de droites et de courbes, résolutions d'équations). On peut la traiter avec le menu 3 (voir annexe 2).

- Le travail demandé aux élèves est dirigé : dans un premier temps, il distingue clairement le travail avec DERIVE, (saisies d'expressions, utilisation de commandes) des questions mobilisant les connaissances mathématiques.
  Les élèves ont ensuite à utiliser DERIVE pour mettre en place une méthode de résolution du problème mathématique posé.

Un prolongement de ce travail est prévu, sous la forme d'une recherche à la maison.

1. Présentation de l'activité

Objectifs

Elle porte sur l'étude de l'intersection d'une courbe dont on connaît l'équation avec une famille de droites passant par un point donné de la courbe.

Elle a pour objectifs :

- d'associer "point de vue graphique" et "résolution d'équation" dans un problème d'intersection.

- de faire le lien entre unicité du point d'intersection et factorisation sous forme d'un carré (notion de "solution double"). *Le travail relatif à cet objectif se fait en classe, sans ordinateurs, lors d'une séance ultérieure.*

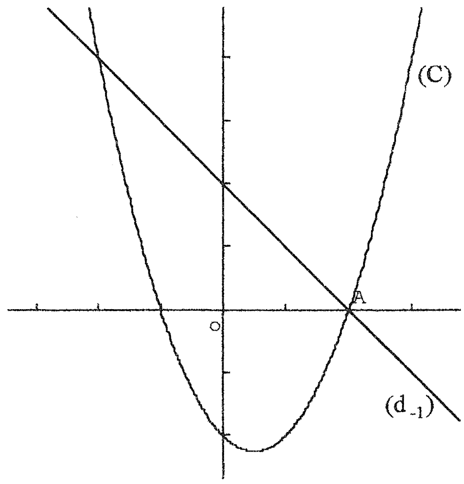
L'activité se termine par la recherche d'une droite qui coupe la courbe en un seul point. On trouve ainsi une tangente à la courbe, mais l'objectif reste bien l'étude algébrique de l'intersection. En Seconde, la tangente peut être vue dans ce cadre, mais cela reste un point de vue très partiel qui devra être complété par un point de vue différentiel en Première.

Tâches

Considérant la courbe d'équation $y = x^2 - x - 2$, et le point A(2 ; 0) appartenant à cette courbe, le travail se décompose en 4 temps :

1) Etudier l'intersection de la parabole et d'une droite donnée, passant par A

Les élèves tracent, à l'aide du module graphique de DERIVE, la courbe (C) d'équation $y = x^2 - x - 2$, ainsi que le point A (2 ; 0) qui appartient à (C). Ils ont à constater l'appartenance de A à la courbe (C), puis justifier cette constatation.
Ils tracent ensuite la droite d'équation $y = -x + 2$, que l'on nomme (d_{-1}).
Après avoir constaté que le coefficient directeur de cette droite est -1, et justifié qu'elle passe par A, les élèves ont à étudier l'intersection de (d_{-1}) et de la courbe (C).



Ils doivent faire le lien entre l'étude de l'intersection et la résolution du système $\begin{cases} y = x^2 - x - 2 \\ y = -x + 2 \end{cases}$ et résolvent l'équation $x^2 - x - 2 = -x + 2$ dans le module algébrique de DERIVE.

2) Systématiser la méthode d'étude de l'intersection en considérant d'autres droites passant par A.

Dans la suite, les élèves sont amenés à mettre en place une méthode pour étudier l'intersection de (C) avec d'autres droites passant par A, afin de trouver la droite tangente à la courbe (C) au point A.

Ils ont à étudier l'intersection de (C) et de la droite (d_{-2}), passant par A et de coefficient directeur -2, puis l'intersection avec la droite (d_{-5}), passant par A et de coefficient directeur -5. Ces études permettent de systématiser la méthode de résolution et d'observer l'intersection de la courbe avec des droites de coefficients directeurs différents.

3) Appliquer cette méthode pour trouver, par essais successifs une droite non parallèle à l'axe des ordonnées, ayant un seul point commun avec la courbe

Après avoir trouvé l'équation réduite de la droite (d_m), de coefficient directeur m et passant par A, ($y = mx - 2m$), les élèves utilisent la méthode pour rechercher une droite (d_m) ayant un seul point commun avec la parabole, par essais successifs.

Pour chaque valeur de m, ils utilisent le module graphique pour tracer leur droite et observer l'intersection, puis le module algébrique pour calculer l'abscisse de(s) point(s) d'intersection.

4) Retrouver par une méthode algébrique la droite ayant un seul point commun à la courbe

Ayant développé l'expression $(x + 1)(x - 2)$, les élèves connaissent la forme factorisée de $x^2 - x - 2$.

Ils peuvent alors résoudre l'équation $x^2 - x - 2 = mx - 2m$, trouver les 2 solutions : **2** et $\boldsymbol{m - 1}$ et déterminer le cas où la solution est double.

Apport de DERIVE

- Il permet une interaction algèbre/graphique, grâce à la visualisation simultanée de la fenêtre de calcul et de la fenêtre graphique. En cela, DERIVE est plus performant que la plupart des calculatrices graphiques utilisées habituellement par les élèves en seconde. Le passage d'une fenêtre à l'autre est très vite intégrée par les élèves.

- Il permet d'intégrer une méthode de recherche des points d'intersection, en libérant les élèves des tâches de calculs. Ils peuvent centrer leur réflexion sur la signification des tâches et leur interprétation. Ils peuvent reproduire la méthode autant de fois que nécessaire pour résoudre le problème.

- Il permet de faire travailler les élèves sur des problèmes d'intersection autres que l'intersection de droites, en leur permettant de résoudre des équations du second degré.

2. Déroulement de l'activité

1) Etude de l'intersection

Texte donné aux élèves :

1° Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - x - 2$.
Sa courbe représentative (C), dans un repère, a pour équation $y = x^2 - x - 2$.
Choisis la commande ***Entrer une expression*** puis valide.
Ecris y = x^2 – x – 2 puis valide.
Pour tracer la courbe (C) de f, choisis les commandes :
Aller au graphique valide ***A côté*** valide ***En colonne 40*** valide.
Tracer valide.
Pour revenir à la fenêtre de calcul : ***Retourner aux expressions*** valide.
Soit le point A (2 , O). Entre ses coordonnées en écrivant [2 , O]. Trace A.
Prouve que A appartient à (C).
On considère la droite d'équation $y = -x + 2$.
Entre l'expression $y = -x + 2$. Trace cette droite.
Quel est son coefficient directeur ?
On note (d_{-1}) cette droite. Prouve que A appartient à (d_{-1}).
Graphiquement, combien de points d'intersection ont (C) et (d_{-1}) ?

Quelle équation doivent vérifier les abscisses de ces points d'intersection ?
(Tu peux d'abord écrire un système).
Utilise le logiciel pour calculer les abscisses.
Conclusion : les points d'intersection de (C) et de (d_{-1}) sont..................

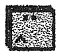
La saisie :

Les tâches à accomplir avec DERIVE sont limitées : entrée d'expressions, tracés de courbes, résolution d'équation. Bien que toutes les commandes soient décrites dans le texte, le professeur peut être obligé de fournir des aides lors de la saisie, si les élèves travaillent avec DERIVE pour la première fois.

Les principales difficultés de saisie concernent :

- L'écriture de x^2.

Il faut taper **x^2** et surtout ne pas utiliser la touche .

Le symbole "^" s'obtient en utilisant la touche  du clavier. Ce symbole n'apparaît qu'après avoir tapé le chiffre 2.

En utilisant la touche  pour écrire le carré, le symbole " ² " est interprété comme un caractère alphanumérique (non comme la puissance de 2), et par conséquent l'expression "**x.** ² "comme le produit de **x** par " ² ". En choisissant la commande **Aller au graphique**, le logiciel active alors une fenêtre graphique 3D, qu'il faut fermer en utilisant la commande **feNêtre** puis **Ferme**.

- L'écriture des coordonnées du point A.

  Il faut rentrer une matrice (1 ligne ; 2 colonnes), correspondant aux coordonnées de A. Sous DERIVE, l'écriture des matrices se fait en utilisant les caractères "**[**" et "**]**".

  Pour rentrer les coordonnées du point A, il faut par conséquent utiliser les crochets et taper **[2 , 0]**, sans pouvoir nommer le point A. Cette contrainte du logiciel n'est souvent pas perçue par les élèves qui tapent naturellement l'expression mathématique A(2 , 0). DERIVE indique alors une erreur de syntaxe.

Difficultés mathématiques :

Le point délicat est l'écriture de l'équation vérifiée par l'abscisse des points d'intersection. Il nous est apparu en effet que les élèves avaient besoin de poser un système, car pour eux, l'intersection d'une courbe et d'une droite s'exprime par un système. Dans ce cas, ils éliminent y et obtiennent l'équation demandée. Spontanément, ils poursuivent le calcul en papier/crayon, d'autant plus facilement que, dans l'exemple choisi, l'équation est résoluble sans difficulté avec les moyens connus des élèves ($x^2 = 4$). Une intervention du professeur est nécessaire pour leur rappeler la tâche demandée. Il peut leur proposer d'utiliser DERIVE pour vérifier le résultat trouvé en papier/crayon.

Le contrat :

Cette première question permet de définir le contrat qui prévaut lors d'une séquence utilisant DERIVE.

Il s'agit de faire prendre conscience aux élèves que le travail demandé, même s'il utilise un ordinateur, est centré sur des questions mathématiques. Il faut que les élèves arrivent à dissocier les problèmes liés au logiciel (saisie, utilisation des commandes) du problème mathématique posé et considèrent le logiciel comme un outil de résolution.

Il est à noter que ce contrat est difficile à mettre en place, qu'il oblige le professeur à y revenir souvent.

2) Elaboration de la méthode

Texte donné aux élèves :

> 2° On appelle (d_{-2}) la droite passant par A et de coefficient directeur -2.
>
> Quelle est l'équation de (d_{-2}) ?
>
> ***Trace*** (d_{-2}).
>
> Graphiquement, combien de points d'intersection ont (C) et (d_{-2}) ?................
>
> Quelle équation doivent vérifier les abscisses de ces points d'intersection ?.......
> Utilise le logiciel pour les calculer.
> <u>Conclusion</u> : les points d'intersection de (C) et (d_{-2}) sont...............................
>
> 3° Refais le même travail pour la droite (d_{-5}), droite passant par A et de coefficient directeur -5.

Des relances du professeur s'avèrent nécessaires pour obliger les élèves à interpréter les résultats donnés par DERIVE, et à revenir aux questions posées.

Par exemple, les élèves ne relient pas nécessairement les solutions $x = 2$; $x = -3$ trouvées par DERIVE au fait que les droites, par définition même, passent par le point A(2 , 0).

3) Utilisation de la méthode pour résoudre le problème: Recherche d'une droite (d_m) ayant un seul point commun avec la parabole

Texte donné aux élèves :

> 4° Généralisation: on note (d_m) la droite passant par A et de coefficient directeur m.
> Prouve que l'équation réduite de (d_m) est $y = mx - 2m$.
>
> 5° On se demande s'il existe des droites (d_m) d'équation, $y = mx - 2m$, qui ne coupent (C) qu'au point A. En choisissant différentes valeurs de m, trace ces droites (d_m) jusqu'à obtenir une droite répondant à la question. Vérifie par le calcul en utilisant le logiciel (donne les valeurs que tu as choisies pour m et les vérifications faites avec le logiciel).

Les élèves peuvent conjecturer la valeur de m à l'aide du graphique, puis vérifier cette valeur à l'aide de la méthode introduite dans les question précédentes.

Les élèves qui conjecturent la valeur de m à l'aide du graphique, pensent d'abord à la droite d'équation $x = 2$. Il faut ré-insister sur le fait que ce n'est pas une droite (d_m). Ils pensent parfois à prendre une valeur de m grande. Le calcul à l'aide de DERIVE invalide leur conjecture, mais dans certains cas, ils restent fixés sur l'idée d'une valeur grande, sans imaginer que toute sécante **non verticale recoupe la parabole.**

4) Point de vue algébrique

Texte donné aux élèves :

Prolongement de cette étude : un autre point de vue

On obtient les abscisses des points d'intersection de (C) avec (d_m) en résolvant l'équation :

$f(x) - m(x-2) = 0$, c'est-à-dire $x^2 - x - 2 - m(x-2) = 0$

1° Développe le produit $(x + 1)(x - 2)$:

2° Déduis-en une factorisation de l'expression $f(x) - m(x - 2)$:

3° Pour quelle valeur de m cette factorisation est-elle un carré ?

4° Que peut-on dire dans ce cas de (C) et (d_m) ?

Cette partie ne nécessite pas l'emploi du logiciel. Elle n'est pas traitée par les élèves durant la séance mais comme travail à faire à la maison. Le professeur s'appuie sur ce travail lors de la synthèse sur l'activité faite au cours suivant.

3. Place de l'activité dans la démarche pédagogique

Cette activité est une activité d'approfondissement et de réinvestissement de notions abordées en seconde telles que :

- Equations réduites de droites.
- Etude d'intersection de droites et courbes.
- Représentations graphiques de fonctions.
- Résolution d'équations par factorisation.

4. Bilan - Synthèse

La synthèse est faite par le professeur lors du cours suivant.

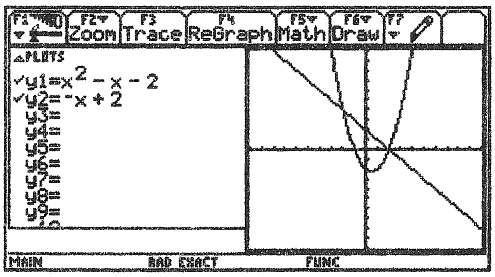
Elle reprend les différentes étapes de l'activité et de son prolongement cherché à la maison

Elle permet de :

- dégager la méthode algébrique de détermination de l'intersection de deux courbes.
- mettre en évidence les changements de cadres algébrique et graphique.
- introduire la notion de tangente à une courbe en un point.

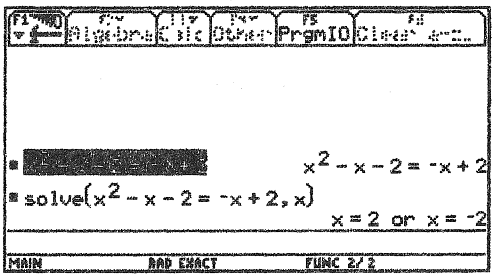
L'utilisation d'une calculatrice TI-92 couplée à une tablette de rétro-projection facilite grandement cette synthèse: le professeur peut reprendre rapidement les différentes étapes de l'étude et les traiter à l'aide de la TI-92 :

- Tracé de la courbe et d'une droite dans le module graphique de la calculatrice :



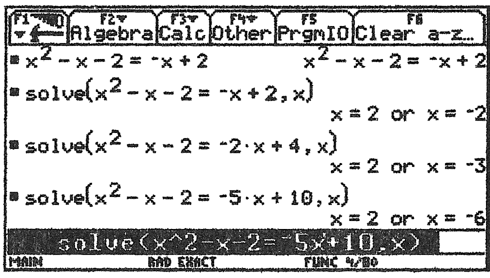
Tracé de la parabole (C) et de la droite (d_{-1})

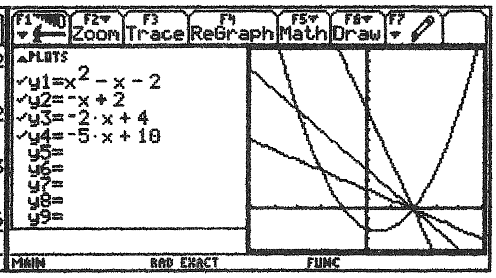
- Détermination de l'intersection de la courbe et de la droite par résolution d'une équation dans le module HOME :



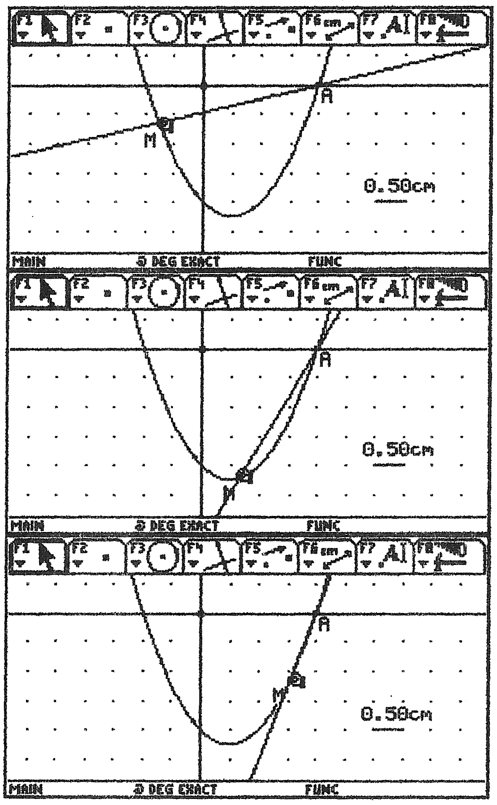
Intersection de (C) et (d_{-1})

➢ Itération de cette méthode pour étudier l'intersection de la courbe avec d'autres droites et rechercher la droite tangente à la courbe au point A.

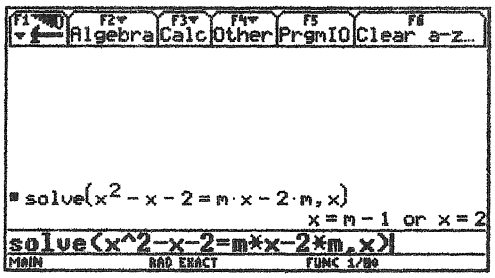




➢ La notion de droite tangente à la courbe (C) au point A peut être illustrée par une figure réalisée dans le module CABRI de la calculatrice, dans laquelle un point M de la courbe (C) se rapproche du point A.



➢ Etude du cas général: intersection de (d_m) et de (C), cas où la solution est double.



L'INTERSECTION D'UNE COURBE AVEC UNE DROITE

PREMIER POINT DE VUE

1° Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - x - 2$.

Sa courbe représentative C, dans un repère, a pour équation $y = x^2 - x - 2$.

a) Choisis la commande ***Entrer une expression*** puis valide.

Ecris y = x^2 – x –2 puis valide.

Pour tracer la courbe C de f, choisis les commandes :

Aller au graphique valide ***A côté*** valide ***En colonne 40*** valide.

Tracer valide.

Pour revenir à la fenêtre de calcul : ***Retourner aux expressions*** valide.

b) Soit le point A (2 , O). ***Entre*** ses coordonnées en tapant [2 , O]. ***Trace***. Prouve que A appartient à C.

c) On considère la droite d'équation $y = -x + 2$.

Entre l'expression $y = -x + 2$. ***Trace*** cette droite.

Quel est son coefficient directeur ?

On note d_{-1} cette droite. Prouve que A appartient à d_{-1}.

d) Graphiquement, combien de points d'intersection ont C et d_{-1}?

Ecris l'équation que doivent vérifier les abscisses de ces points d'intersection (tu peux d'abord écrire un système) :

Utilise le logiciel pour les calculer.

Conclusion : Quels sont les points d'intersection de C et de d_{-1} ?

2° On appelle d_{-2} la droite passant par A et de coefficient directeur -2.

Quelle est l'équation de d_{-2}

Trace d_{-2}.

Graphiquement, combien de points d'intersection ont C et d_{-2}

Quelle équation doivent vérifier les abscisses de ces points d'intersection ?

Utilise le logiciel pour les calculer.

Conclusion : les points d'intersection de C et d_{-2} sont..

3° Refais le même travail pour la droite d_{-5}, droite passant par A et de coefficient directeur -5.

4° Généralisation : on note (d_m) la droite passant par A et de coefficient directeur m.

a) Prouve que l'équation réduite de (d_m) est $y = mx - 2m$.

b) On se demande s'il existe des droites (d_m) d'équation $y = mx - 2m$., qui ne coupent C qu'au point A. En choisissant différentes valeurs de m, trace ces droites (d_m) jusqu'à obtenir une droite répondant à la question. Vérifie par le calcul en utilisant le logiciel (donne les valeurs que tu as choisies pour m et les vérifications faites avec le logiciel).

PROLONGEMENT DE CETTE ETUDE : UN AUTRE POINT DE VUE

On obtient les abscisses des points d'intersection de C avec (d_m) en résolvant l'équation :

$f(x) - m\,(x - 2) = 0$, c'est-à-dire $x^2 - x - 2. -m(x - 2) = 0$.

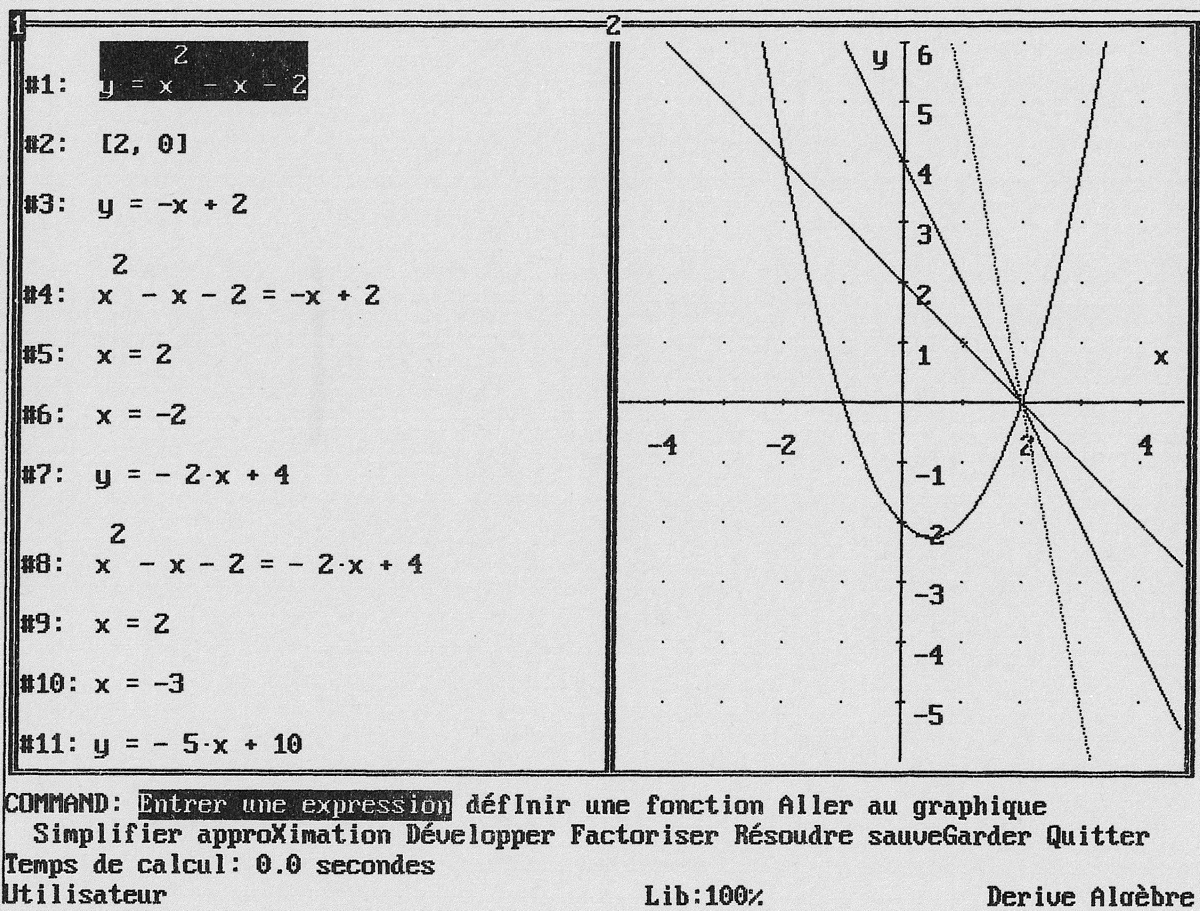
1° Développe le produit $(x + 1)(x - 2)$.

2° Déduis-en une factorisation de l'expression $f(x) - m(x - 2)$.

3° Pour quelle valeur de m cette factorisation est-elle un carré ?

4° Que peut-on dire dans ce cas de C et (d_m) ?

Extrait de l'écran DERIVE de l'activité
Intersection d'une parabole et d'une droite



VOLUME D'UNE BOITE

Introduction

Cette activité est basée sur la recherche du volume maximum d'une boite sans couvercle que l'on peut construire à partir d'une feuille carrée.

Cette situation est très largement pratiquée à différents niveaux de la scolarité :

- au collège, on peut faire une étude numérico-graphique, et obtenir un maximum de façon approchée (voir par exemple la brochure IREM " Micro-ordinateur et grand écran au collège ". Juin 1996).
- en Première, la dérivation permet d'obtenir une résolution analytique.

Nous proposons ici une approche numérico-graphique, suivie d'une justification algébrique. Les élèves retrouvent d'abord une démarche à laquelle ils ont été initiés au collège : une phase de modélisation et une phase d'exploration graphique débouchant sur des conjectures, puis ils rencontrent la question de la preuve de l'existence du maximum qui est nouvelle pour eux. Il peuvent résoudre cette question avec les outils algébriques habituels.

Nous avons choisi une plaque carrée de dimension 6 dm pour que le maximum soit atteint pour la valeur 1 de la variable. Cette valeur entière va permettre aux élèves d'accéder assez vite à la conjecture et ainsi consacrer plus de temps à la démonstration.

Cette activité demande une connaissance préalable du logiciel et des commandes du menu n° 3. Les questions ne précisent pas comment utiliser DERIVE car nous voulons que les élèves prennent l'initiative d'utiliser ou ne pas utiliser le logiciel.

1. Présentation de l'activité

Objectifs

- Utiliser une fonction comme outil de résolution d'un problème.
- Employer à bon escient les méthodes d'algèbre (développer, factoriser, tableau de signe).
- Savoir poser une conjecture et la démontrer.
- Faire le lien entre un résultat graphique et la solution du problème.

Tâches

- Déterminer l'expression du volume en fonction d'une seule variable.
- Représenter graphiquement cette fonction.
- Utiliser le graphique pour conjecturer le maximum.
- Démontrer la conjecture.

Apports de Dérive

- Le logiciel permet d'obtenir facilement un graphique précis et de pouvoir l'explorer afin de conjecturer le maximum.
- Dans la phase de justification, le logiciel va permettre de justifier algébriquement la propriété graphique constatée tout en libérant les élèves et le professeur des problèmes calculatoires, ce qui permettra de concentrer le travail sur le lien entre calculs et graphique. De plus la justification se fera avec des outils de calculs connus des élèves de seconde.
- Dérive va permettre à des élèves manquant d'aisance en calcul algébrique de réussir à comprendre la résolution de ce problème.

2. Déroulement de l'activité

1°) Détermine E l'ensemble des valeurs possibles pour x.

Cette question pose le problème de la prise en compte ou non des extrémités. En effet, pour $x = 3$ ou $x = 0$ le volume est nul, ce que les élèves ont du mal à admettre. Certains proposent de s'arrêter à 2,99 ou à 2,5 ou même de prendre les nombres supérieurs à 1.

2°) Détermine l'expression de V(x) le volume de cette boite. Donne V(x) sous forme factorisée puis sous la forme développée et simplifiée. (Entre l'expression de V(x) en tapant V(x) : =).

La détermination du volume de la boite est bien réalisée dans l'ensemble. Malgré tout, certains élèves ont des difficultés à se représenter la boîte et donc de trouver l'expression du volume. Pour ces élèves, on pourra avoir préparé à l'avance un patron de la boîte. Nous avons aussi conçu une animation sur la TI-92 montrant l'évolution de la forme de la boite suivant les valeurs de x. Au moment d'entrer l'expression du volume, il ne faut utiliser que des parenthèses et non des crochets (réservés par DERIVE pour les matrices).

3°) Pour quelle valeur de x, la boite est-elle un cube ?

Cette question ne s'insère pas dans la recherche du maximum mais a pour objectif de vérifier que les élèves ont une représentation adéquate de la boite.

Elle peut se résoudre avec la modélisation algébrique des côtés mais beaucoup d'élèves la résolvent en reconnaissant le partage d'un segment en 3 parties égales. La résolution de cette question permettra, dans la synthèse, de faire apparaître que le volume maximum n'est pas obtenu pour une forme particulière du parallélépipède.

4°) Trace la courbe de la fonction V. Cadre de façon à représenter la partie de la courbe qui correspond au problème 5°) Graphiquement, quelle semble être la valeur de x qui donne la plus grande valeur de V(x) ?

Le tracé de la courbe et la lecture du maximum apparent ne posent pas de problème si le cadrage a bien été effectué. Il faut penser à prendre une fenêtre permettant de voir les axes et les graduations. (On pourra prendre (-1) comme borne gauche en x et en y)

A ce stade du problème, on aurait pu poser la question suivante aux élèves : " *Cette lecture graphique est-elle suffisante pour affirmer que tu as trouvé la valeur de x donnant le volume maximum* ? ".
Cette question leur permettrait de concevoir l'utilité de ce qui suit.

6°) Complète le tableau de valeur suivant :									
X	0	0,3	0,6	0,9	1	1,1	1,5	2	3
V(x)									
V(x) - V(1)									
Que remarques tu ?									

Pour remplir le tableau de valeurs, on peut utiliser Dérive en tapant V(0), V(0 , 3) ... etc. puis demander "approximer" ou "simplifier". Ceci est réalisable à condition d'avoir bien entré V(x) : = (ne pas oublier les deux points). Certains élèves prennent leur calculatrice et demandent le tableau de valeurs.

La commande " simplifier " donne le résultat sous forme fractionnaire, et la commande " approximer " le donne sous forme décimale. Si l'on conserve 3 décimales, toutes les valeurs sont exactes.

7°) Ecris V(x) - V(1) sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

La difficulté pour les élèves est de taper V(x) - V(1), soit tel quel s'ils ont bien entré V(x) : =, soit sous la forme développée. Ensuite Dérive donne la forme factorisée. Ainsi les élèves sont libérés de calculs fastidieux et cela va permettre d'insister sur l'importance de la forme factorisée et de son utilisation.

L'utilité de la démonstration doit être expliquée soit pendant la séance, soit pendant la synthèse et la correction de l'activité.

La majorité des élèves trouve le signe de V(x) – V(1), mais peu voient que cela démontre que V(1) est le maximum. Le problème est de faire le lien entre l'étude d'un signe et son interprétation graphique. La difficulté pour les élèves est de comprendre que " V(x) -V(1) est négatif " équivaut à " V(x) est inférieur ou égal à V(1) " et d'en déduire : V(1) est le maximum. Cette méthode pourra être reprise dans d'autres problèmes d'extremum.

On aurait pu annoncer la méthode de démonstration au préalable, mais cela n'aurait pas nécessairement aidé les élèves.

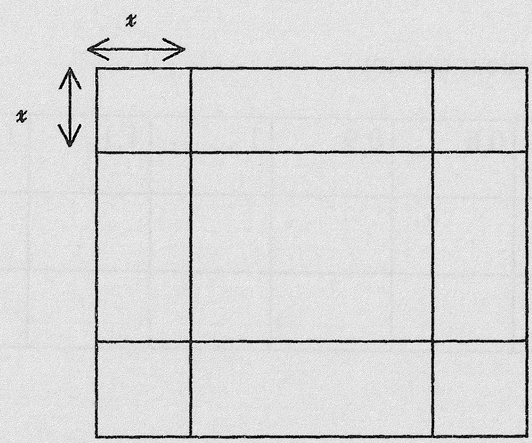
3. Place dans la démarche pédagogique

Cette activité peut être donnée en prolongement des chapitres "fonctions", elle met en jeu des méthodes algébriques vues précédemment et met en place une méthode de démonstration d'extremum.

En prolongement de l'activité, on pourra envisager des problèmes d'extremum où la valeur de la variable donnant l'extremum n'est pas décimale, induisant un travail sur les valeurs approchées.

VOLUME D'UNE BOITE

On dispose d'une plaque carrée de 6 dm de côté. A chaque coin, on découpe un carré de côté x dm.
On obtient une croix qui est le patron d'une boite sans couvercle.



Le but de ce problème est de déterminer la valeur de x qui donne le volume maximum de cette boite.

1°) Détermine E l'ensemble des valeurs possibles pour x.

2°) Détermine l'expression de V(x) le volume de cette boite.
Donne V(x) sous forme factorisée puis sous la forme développée et simplifiée.
(Entre l'expression de V(x) en tapant V(x):=).

3°) Pour quelle valeur de x, la boite est-elle un cube ?

4°) Trace la courbe de la fonction V.
Cadre de façon à représenter la partie de la courbe qui correspond au problème.

5°) Graphiquement, quelle semble être la valeur de x qui donne la plus grande valeur de V(x) ?

6°) Complète le tableau de valeur suivant :

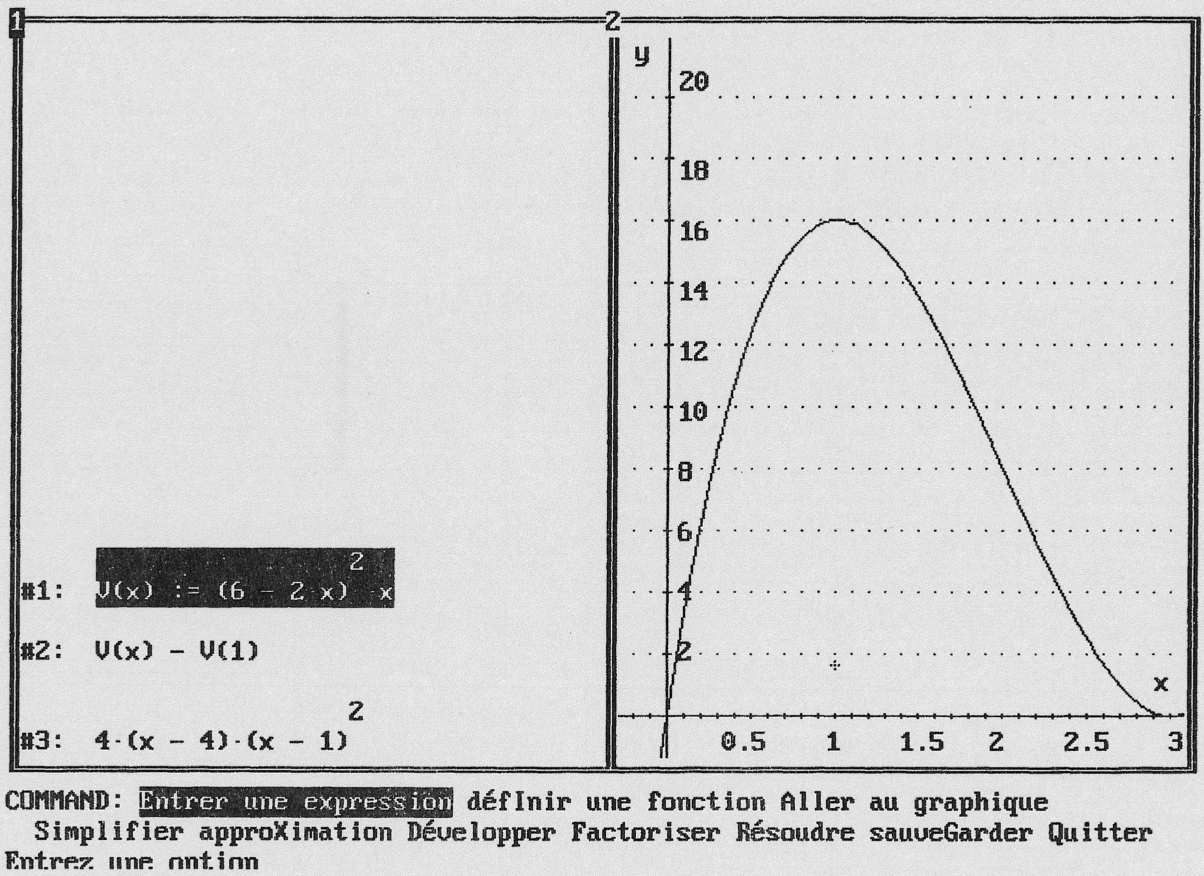
X	0	0,3	0,6	0,9	1	1,1	1,5	2	3
V(x)									
V(x) - V(1)									

Que remarques tu ?

7°) Ecris V(x) - V(1) sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

Ta remarque de la question 6°) est-elle valable pour tout x de E ? Démontre le.

Extrait de l'écran DERIVE de l'activité Volume d'une boîte



YIN-YANG

Introduction

Nous avons conçu une activité à faire plutôt en fin d'année avec des élèves ayant utilisé déjà DERIVE plusieurs fois.

Au départ nous avons cherché une activité "ré-créative" et nous avons pensé demander aux élèves de reproduire avec DERIVE le symbole du Yin-Yang. Nous voulions nous "libérer" du programme de la classe de seconde tout en faisant des mathématiques avec DERIVE. Cette activité permet de faire fonctionner des connaissances diverses :

- lien entre le signe d'une expression et la position d'un point dans un repère,
- distance entre deux points,
- caractérisation d'un cercle, d'un demi cercle.

Il s'est avéré que cette activité, testée dans deux classes, a intéressé les élèves qui ont pu en général effectuer ce travail en une heure.

Sur le plan technique, les élèves utilisent DERIVE pour résoudre les équations du second degré qu'ils choisissent librement. Ces équations pouvant avoir des solutions complexes, il est important de limiter le domaine des variables x et y. Cette limitation peut se faire automatiquement en début de session en lançant avec DERIVE un fichier de commande déclarant les variables x et y. Cette procédure est décrite dans l'annexe 2.

Présentation de l'activité

Le but de cette activité est de tracer le symbole du Yin-Yang dans la fenêtre graphique de DERIVE en utilisant les possibilités algébriques du logiciel. Les élèves n'ont pas besoin de connaître à l'avance les équations de cercles.

Objectifs

- Savoir exprimer l'appartenance d'un point à un cercle par une égalité de distance.
- Reconnaître le signe d'une expression algébrique et l'interpréter graphiquement.
- L'activité vise un apprentissage : l'élève doit reconnaître dans une suite de tâches une méthode algébrique débouchant sur le tracé de demi-cercles.

Tâches

Pour tracer le premier demi-cercle :

- Exprimer le carré de la distance entre deux points A et M en fonction de leurs coordonnées dans un repère.
- Résoudre l'équation $AM^2 = 1$ avec DERIVE.
- Analyser les solutions données par DERIVE et repérer celle qui vérifie le critère de signe.
- Valider le choix de la solution par son tracé.

Réinvestir la méthode pour compléter étape par étape le dessin souhaité.

Apports de DERIVE

- Passage de la fenêtre algébrique à la fenêtre graphique avec la possibilité d'effacer les tracés faux : possibilité de faire plusieurs essais.
- DERIVE résout des équations $f(x, y) = k$ après avoir demandé par rapport à quelle *variable* (inconnue).
- DERIVE sait tracer des cercles à partir d'une relation implicite (ici $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$).

L'activité

Nous donnons une information sur le symbole Yin-Yang (voir la fiche-élève) et indiquons que le but est de le représenter en utilisant DERIVE.

1°) Soit le point $A(-1\ ,\ 0)$ et $M(x\ ,\ y)$ un point quelconque, exprime AM^2 en fonction de x et y : 2°) On s'intéresse aux points M tel que $AM^2 = 1$, entre l'équation correspondante :

Beaucoup d'élèves développent l'expression $AM^2 = (x + 1)^2 + (y - 0)^2$

$$AM^2 = (x^2 + 2x + 1) + y^2$$

Ils résolvent alors $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 1$.

Certains continuent à la main et trouvent $x^2 + y^2 + 2x = 0$. Ils croient reconnaître une identité remarquable.

Le lien entre $AM^2 = 1$ et le cercle de centre A et de rayon 1 n'est pas établi spontanément par bon nombre d'élèves, mais les questions suivantes les amèneront à y revenir.

On aurait aussi pu demander d'exprimer AM en fonction de x et de y. L'écriture avec radical ne pose pas de difficultés pour les questions suivantes.

3°) Résous cette équation en y (quand DERIVE propose la variable x, remplace celle-ci par y).

Tu obtiens deux solutions, écris ci-dessous celle qui est toujours positive et trace-la dans la fenêtre graphique.

Tu as obtenu le premier élément du Yin-Yang.

Les élèves obtiennent sans grande difficulté le tracé demandé.

DERIVE donne $y = \sqrt{-x}\,\sqrt{x - 2}$, peu d'élèves s'interrogent sur la validité de $\sqrt{-x}$.
La consigne de résoudre en choisissant y comme variable n'a pas toujours été respectée, ce qui posait alors des difficultés d'interprétation, DERIVE donnant des solutions complexes. On peut éviter les solutions complexes en limitant le domaine des variables (voir annexe 2).

Les questions suivantes obligent les élèves à établir, à partir des questions précédentes, une méthode pour tracer des demi-cercles ou des cercles, en cherchant leur équation, et donc à revenir sur le sens du travail fait aux deux premières questions.

4°) Trouve avec la même méthode comment tracer l'élément qui est à droite de l'axe des ordonnées, écris ta méthode.

Les élèves qui ont développé l'expression à la question 1°) sont gênés car ils ne voient pas le lien entre leur expression et cercle. Une relance du professeur les obligeant à reprendre les étapes ayant permis de tracer le premier élément du Yin-Yang s'avère nécessaire.

Les élèves qui ont travaillé directement sur la forme non développée ont parfois essayé de changer la valeur des coefficients de l'expression de la question 1°) sans trop s'interroger sur le sens de ces coefficients mais en faisant des essais successifs.

Par exemple : $(x + 1)^2 + (y - 0)^2 = 1$ devient $(x + 1)^2 + (y - 0)^2 = -1$ (car "on veut des négatifs").

5°) Trouve comment tracer le grand cercle, écris l'équation.

Certains élèves ont des difficultés à utiliser les coordonnées du centre et reprenant l'expression de la question 4°), ils écrivent : $(x - 1)^2 + y^2 = 4$.

Beaucoup d'élèves ont du mal à trouver le rayon. Ils écrivent : $x^2 + y^2 = 1$ ou $x^2 + y^2 = 2$, ils oublient que la formule utilise des carrés ($AM^2 = r^2$).

Certains élèves décomposent le cercle en deux demi-cercles. D'autres tracent le cercle à partir de l'équation $x^2 + y^2 = 4$.

6°) Trouve comment tracer les deux petits cercles.

Les élèves ont quelques difficultés à trouver le bon rayon, ils font plusieurs essais.

Place de l'activité dans une démarche pédagogique

Cette activité est à faire en fin d'année scolaire lorsque les élèves ont acquis une certaine autonomie avec le logiciel et qu'ils sont habitués à prendre des initiatives dans la résolution de problèmes.

Cette activité montre aux élèves l'intérêt de chercher une méthode, ici tracer des cercles et des demi-cercles. Cette méthode pourra être réinvestie pour ces types de tracés avec des calculatrices graphiques.

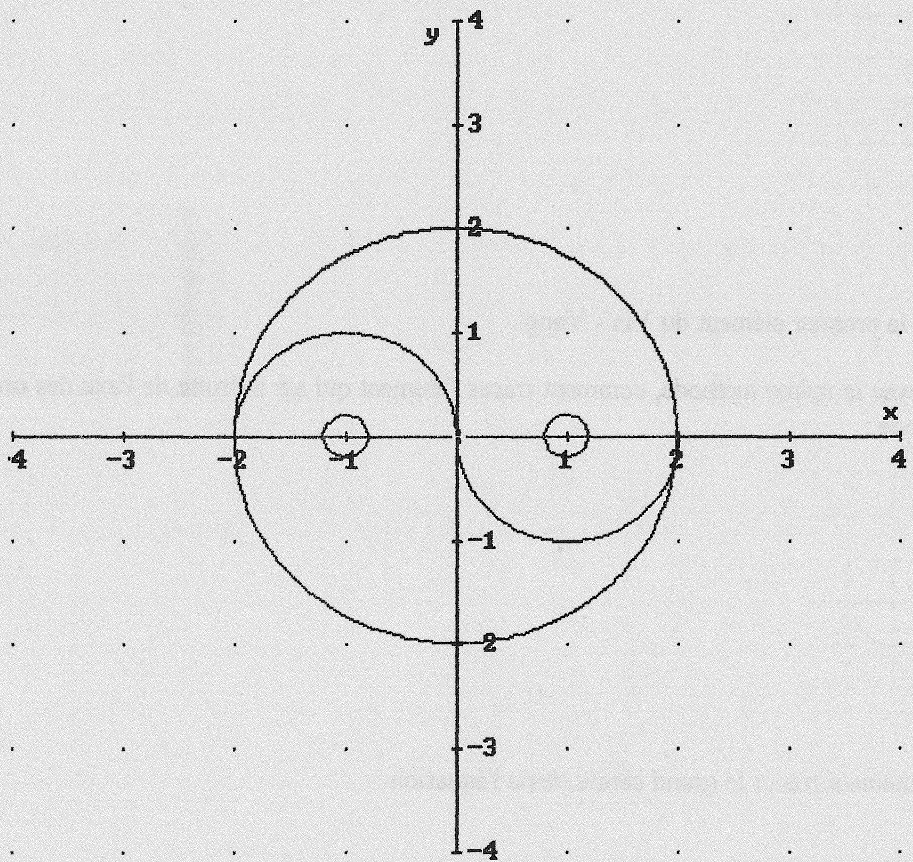
Elle permet de présenter les équations de cercles en mettant les élèves dans une situation de recherche.

Cette activité met en jeu plusieurs connaissances et demande aux élèves de les utiliser à bon escient.

YIN - YANG

Le Yin et le Yang constituent, avec le Tao, le triptyque originel de la pensée Chinoise. La partie noire représente le Yin (le féminin, la terre, la lune, la nuit, ...) et la partie blanche le Yang (le masculin, le ciel, le soleil, le jour,...). Chaque parcelle contient un élément de l'autre, sous forme d'un point.

Le but de ce T.D est de trouver les formules mathématiques permettant de représenter le symbole Yin - Yang sur l'écran de l'ordinateur comme ci-dessous.

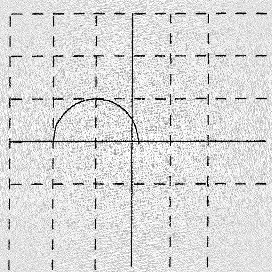


1°) Soit le point A(-1 , 0) et M(x , y) un point quelconque. Exprime AM^2 en fonction de x et y :

2°) On s'intéresse aux points M tel que $AM^2 = 1$. Entre l'équation correspondante :

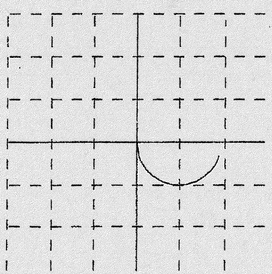
3°) Résous cette équation en y. (Quand Dérive propose la variable x, remplace celle-ci par y).

Tu obtiens deux solutions, écris ci-dessous celle qui est toujours positive et trace-la dans la fenêtre graphique.



Tu as obtenu le premier élément du Yin - Yang.

4°) Trouve, avec la même méthode, comment tracer l'élément qui est à droite de l'axe des ordonnées, écris ta méthode :



5°) Trouve comment tracer le grand cercle, écris l'équation :

6°) Trouve comment tracer les deux petits cercles :

Extrait de l'écran DERIVE de l'activité Yin-Yang

#1: $x :\in$ Réel $[-2, 2]$

#2: $(x + 1)^2 + y^2 = 1$

#3: $y = \sqrt{(x + 2)} \cdot \sqrt{(-x)}$

#4: $y = - \sqrt{(x + 2)} \cdot \sqrt{(-x)}$

#5: $(x - 1)^2 + y^2 = 1$

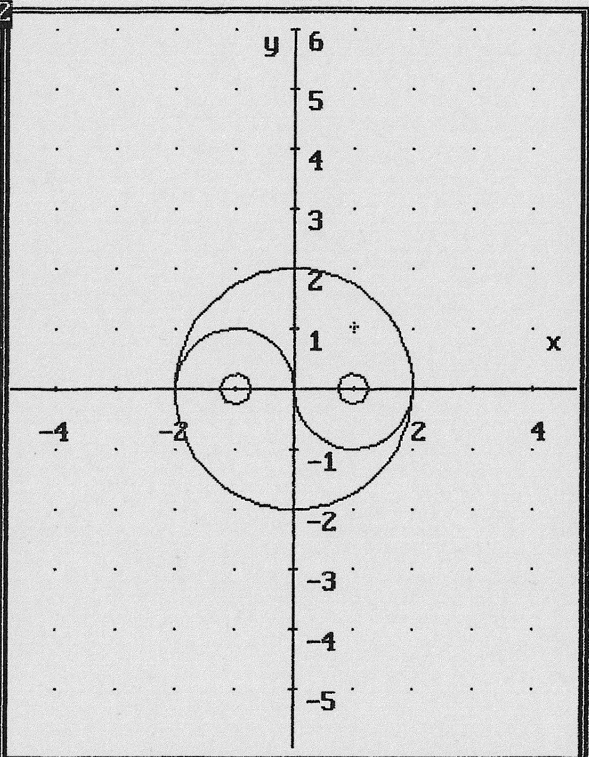
#6: $y = \sqrt{x} \cdot \sqrt{(2 - x)}$

#7: $y = - \sqrt{x} \cdot \sqrt{(2 - x)}$

#8: $x^2 + y^2 = 4$

#9: $(x - 1)^2 + y^2 = 0.25^2$

#10: $(x + 1)^2 + y^2 = 0.25^2$



COMMAND: Retourner aux expressions Cadrer Tracer tout_Effacer Dernier_effacer Axes

L'EFFET DE NOS CHOIX D'INTEGRATION DE DERIVE

Comment les élèves perçoivent-ils le travail mathématique avec ce logiciel ?

Comment évaluer l'impact sur les élèves des activités que nous avons préparées dans le groupe, et expérimentées dans nos classes ? Il est clair que l'action de notre groupe est davantage un travail de terrain que de laboratoire. Il s'exerce au long d'une année scolaire et s'insère dans les multiples contraintes et caractéristiques de l'enseignement au quotidien qui rendent vaine une évaluation en terme d'efficacité. Ce travail se situe par ailleurs dans le prolongement d'une recherche (la recherche DIDIREM) dont l'objet était précisément une évaluation de l'intégration de DERIVE et qui a donc élaboré des outils pour cela. L'outil le plus approprié pour notre travail nous a semblé être une partie du questionnaire aux élèves, élaboré dans cette recherche et constitué de 17 opinions sur l'utilisation de ce logiciel (Voir annexe 4). Comme nous allons le voir, un traitement statistique “ multi-dimensionnel ” de ces réponses, croisé avec d'autres observations, a permis dans cette recherche de comprendre certains phénomènes à l'œuvre dans les tentatives d'intégration de DERIVE. Il paraissait donc particulièrement pertinent de faire passer ce questionnaire à nos élèves et d'opérer le même traitement pour voir dans quelle mesure les choix que nous avons opérés dans notre propre tentative modifient ces phénomènes.

Dans la suite de ce chapitre nous allons d'abord préciser la méthodologie adoptée dans la recherche DIDIREM, et les principaux résultats obtenus. Puis nous allons donner les résultats obtenus dans trois de nos classes[1] en les comparant à ceux de la recherche DIDIREM. Ceci nous permettra de mesurer l'effet de nos choix sur les perceptions du travail mathématique avec DERIVE par les élèves.

Un retour sur la “ recherche DIDIREM ”

En 1991, la DITEN[2] a créé un groupe de travail national pour développer la réflexion sur les potentialités des systèmes de mathématiques symboliques pour

---

[1] Pour des raisons qui tiennent à la fin de l'année scolaire, il n'a pas été possible de faire passer le questionnaire dans les deux autres classes. 92 élèves ont passé le questionnaire.

[2] Direction des Technologies Nouvelles, Ministère de l'Education Nationale.

l'enseignement secondaire des mathématiques et développer l'innovation dans ce domaine. En 1993, une équipe de recherche (DIDIREM, équipe de didactique de l'IREM Paris VII) a été sollicitée pour participer aux travaux du groupe et, plus précisément, pour étudier l'impact de l'utilisation de DERIVE sur les représentations et pratiques mathématiques des élèves de l'enseignement secondaire. L'ensemble de ces travaux a fait l'objet d'une diffusion sous forme de brochure par le Ministère publiée par le CRDP de Poitiers en 1997.

Pour évaluer l'impact, nous avons croisé deux méthodologies :

- Une méthodologie " externe ", à base de questionnaires (un pour les enseignants et un pour les élèves), pour préciser l'étendue de la pénétration de DERIVE dans l'enseignement secondaire et ses effets sur les représentations et pratiques des élèves.

- Une méthodologie " interne ", basée sur l'observation et l'analyse de situations d'enseignement avec DERIVE.

Le nombre de séances d'utilisation de DERIVE chez les 25 professeurs ayant utilisé DERIVE avec leurs élèves pendant l'année scolaire a rarement dépassé la dizaine. Il est clair qu'une utilisation aussi réduite correspondait à une utilisation épisodique plus qu'à une intégration " en continu " du logiciel, et qu'elle ne pouvait permettre qu'une familiarité limitée avec le logiciel. Ceci s'explique par des contraintes matérielles et institutionnelles mais aussi par le fait que le temps d'ordinateur disponible est partagé entre l'utilisation de différents logiciels et que, du fait des programmes, des logiciels comme CABRI-GEOMETRE, GEOPLAN ou GEOSPACE paraissent au moins aussi utiles que DERIVE.

Ces caractéristiques de l'utilisation se reflètent dans les réponses au questionnaire élève. Les élèves devaient se situer par rapport à un certain nombre d'opinions (voir tableau 1 ci-dessous). Les données ont été traitées en utilisant les méthodes d'analyse statistique implicative développées autour de R. Gras (Gras, 1996) et adaptées par J.B. Lagrange (Lagrange, 1998). Ce type d'analyse a en effet l'avantage de mettre en évidence des relations dissymétriques d'implications entre les réponses (cf. le graphe implicatif donné ci-dessous figure 1) et a permis d'identifier ce que nous avons appelé des " filiations d'opinions ". Les réponses aux questions plus ouvertes ont ensuite été rapportées à ces filiations pour aider à en tester la cohérence et en faciliter l'interprétation (Lagrange, 1996). Quatre filiations ont été ainsi identifiées.

La filiation " *Refus* ", plutôt minoritaire, montre qu'il y a deux perceptions négatives du logiciel bien distinctes. La première était attendue : elle a comme origine les difficultés d'utilisation rencontrées par l'élève (`Compliqué => Sert Rien`). La seconde est plus surprenante : des élèves jugent négativement l'usage du logiciel, alors même qu'ils le considèrent comme performant (`Plus Appr => Sert Rien`). C'est la manifestation d'une certaine crainte de voir DERIVE prendre le travail technique usuel de l'élève, qu'il considère comme la part la plus accessible du travail mathématique.

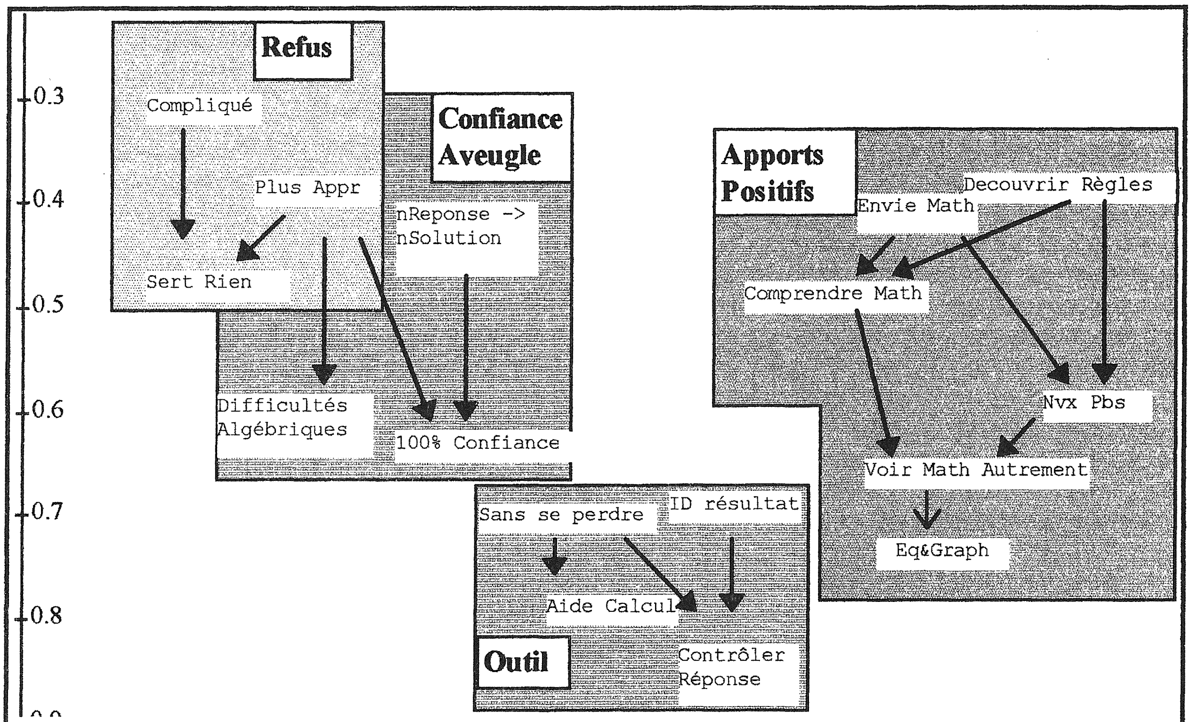


Figure 1 : filiations dans la recherche DIDIREM. La position des opinions sur l'échelle est représentative du degré d'adhésion : les opinions majoritaires se situent en bas du tableau. Les flèches indiquent des implications significatives au seuil statistique 0,1 (soit une intensité supérieure à 0,9). Les opinions sont données par des identificateurs abrégés (voir le tableau 1 pour les libellés complets).

La filiation “ *Confiance aveugle* ” regroupe les opinions qui accordent le plus de crédit aux possibilités de calcul du logiciel : `nReponse → nSolution`, `Plus Appr`, `Difficultés Algébriques`, `100% Confiance`. Elle est plus souvent présente chez les élèves les plus jeunes qui ont surtout utilisé DERIVE dans des tâches de calcul numérique et d'algèbre élémentaire.

Dans la filiation “ *outil* ”, clairement majoritaire, l'élève insiste sur l'utilité la plus immédiate du logiciel : la vérification de ses calculs. Mais, ici aussi, deux perceptions se manifestent : l'une voit banalement cette aide comme une simple vérification des résultats alors que l'autre, plus opérationnelle, souligne le rôle que peut jouer DERIVE dans le pilotage de calculs complexes.

La filiation *“ Apports positifs ”* a été déterminée à partir des opinions en relation implicative avec l'opinion `Eq&Graph`. Dans cette filiation, les opinions marquent une conception d'assez haut niveau de l'activité mathématique. Le changement dans la vision des mathématiques (`Voir Math Autrement`) est un point de passage obligé, mais, en revanche, il y a une divergence entre l'aspect "Compréhension" et l'aspect "Problèmes différents" puisque `Comprendre Math` et `Nvx Pbs` ne sont pas en relation implicative.

Selon M. Artigue (Artigue, 1997), *" ces résultats montrent tout à fait clairement (..), ce que l'on peut raisonnablement espérer des formes d'intégration qui vivent généralement dans le système secondaire français aujourd'hui. Les professeurs dont les élèves ont été interrogés étaient tous des utilisateurs réguliers des EIAO et de DERIVE. Ils ont une relation positive à ces environnements et la font visiblement partager à la grande majorité de leurs élèves, en dépit des contraintes diverses rencontrées. DERIVE est principalement perçu comme un outil pour effectuer des calculs pénibles et vérifier les résultats obtenus dans des environnements standard. Cette constatation ne doit pas nous surprendre : il s'agit là en effet des fonctionnalités du logiciel les plus faciles à mettre en oeuvre. En revanche, on voit qu'il n'est pas aussi facile de faire partager une vision de DERIVE comme outil de compréhension, d'apprentissage. "*.

Résultats obtenus dans trois classes du Groupe de Recherche Formation de Rennes et comparaison avec la recherche DIDIREM

Une première comparaison peut être faite sur les scores des opinions.

Dans les classes du GRF de Rennes, les quatre opinions (`nReponse → nSolution`, `Plus Appr`, `Difficultés Algébriques`, `100% Confiance`) de la filiation " confiance aveugle " ont un score significativement plus favorable[3] que dans la recherche DIDIREM. Cette observation corrobore un résultat de cette recherche selon lequel ces opinions sont plus souvent partagés par des élèves jeunes qui n'ont pas encore rencontré les résultats intriguants que DERIVE peut donner en particulier en analyse. Elle met en évidence également que nos activité ont peu contribué à développer des attitudes critiques par rapport au logiciel. Le caractère relativement ponctuel de l'utilisation du logiciel ne permettait sans doute pas de provoquer des situations d'interrogation par rapport aux résultats obtenus avec DERIVE, qui auraient constitué une déstabilisation difficile à gérer dans un laps de temps court. Au contraire, pour que les situations fonctionnent, nous avons essayé, le plus souvent, de mettre en confiance les élèves vis à vis du logiciel.

---

[3] Au sens d'un test de comparaison des moyennes effectué au seuil 0,05. Un intervalle de non-rejet de l'hypothèse d'égalité des moyennes à ce seuil a été calculé pour chaque opinion et nous avons retenu les opinions dont le score est à l'extérieur de cet intervalle.

Enoncé de la question	Enoncé abrégé	Recherche DIDIREM	IREM Rennes
DERIVE, ça complique plus que ça n'aide pour apprendre des mathématiques	Compliqué	0,3	0,31
Quand DERIVE ne donne pas de réponse, c'est que le problème n'a pas de solution	**nReponse -> nSolution**	0,31	0,42
Avec DERIVE, il n'y a plus besoin d'apprendre à calculer, il le fait à notre place	**Plus Appr**	0,41	0,52
DERIVE, c'est bien pour découvrir des règles de calcul	Decouvrir Règles	0,44	0,48
DERIVE, ça donne envie de faire des mathématiques	Envie Math	0,46	0,50
Ca ne sert à rien de travailler avec DERIVE, puisque, aux contrôles et aux examens, il faut rédiger les calculs et les démonstrations	Sert Rien	0,48	0,47
DERIVE, ça aide à comprendre les mathématiques	Comprendre Math	0,51	0,49
Avec DERIVE, même si on a des difficultés en algèbre, on peut faire des mathématiques	**Difficultés Algébriques**	0,59	0,70
Avec DERIVE, on peut résoudre des problèmes différents des exercices habituels	**Nvx Pbs**	0,61	0,71
DERIVE, ça fait voir les maths autrement	Voir Math Autrement	0,64	0,66
Quand on utilise DERIVE, il faut bien organiser son travail, sinon on perd beaucoup de temps	*Organiser travail*	0,68	0,58
Si les données sont rentrées correctement, on peut faire confiance à 100% au résultat donné par DERIVE	**100% Confiance**	0,68	0,78
DERIVE, c'est bien pour avoir une idée du résultat avant de se lancer dans les calculs	*ID résultat*	0,72	0,66
DERIVE, ça permet de résoudre des problèmes sans se perdre dans les calculs	Sans se perdre	0,72	0,67
DERIVE c'est bien car on peut travailler en même temps sur les équations et les graphiques	**Eq&Graph**	0,75	0,83
DERIVE, ça aide surtout quand les calculs sont longs et pénibles	Aide Calcul	0,83	0,78
DERIVE c'est bien pour contrôler ses réponses	Contrôler Réponse	0,85	0,83

Tableau 1 : questions et score des réponses dans la recherche DIDIREM et trois classes du GRF de Rennes. Les énoncés abrégés des opinions de score significativement plus fort sont en gras. Les énoncés abrégés des opinions de score significativement plus faible sont en italique.

Deux opinions (`Nvx Pbs, Eq&Graph`) de la filiation " apports " ont elles aussi un score plus favorable. Les élèves de nos classe ont perçu, plus encore que ceux de la recherche DIDIREM, l'intérêt de l'interaction des registres graphiques et algébriques. A cela une première explication : les élèves de nos classes de Seconde ne possèdent généralement pas de calculatrice graphique. Des phénomènes observés en classe de Première, comme l'utilisation par les élèves de leur propre calculatrice graphique, au lieu de la fenêtre graphique de DERIVE ne se sont donc pas produits. Au contraire, pour les élèves souhaitant poursuivre dans une section scientifique et par conséquent s'équiper d'une calculatrice graphique, nos activités ont constitué une préparation appréciée. De façon plus générale, nous avions fait le choix de privilégier dans la plupart des situations l'interaction graphique/algébrique et ce choix a été perçu très favorablement par les élèves.

L'aspect " nouveaux problèmes " a lui aussi été vu très largement par les élèves comme une conséquence de l'introduction du logiciel. Il est vrai que nos situations mettent l'accent sur des approches originales qui sollicitent l'activité des élèves. Elles sont bien comprises comme " des problèmes " par les élèves, ce qui est une conséquence positive du soin que nous avons apporté à leur préparation et à leur mise en place.

Deux opinons (`Organiser travail et ID résultat)` de la filiation " Outil " ont un score significativement plus faible. L'opinion selon laquelle DERIVE sert à contrôler ses réponses est la plus largement partagée dans les deux populations, mais, chez nos élèves, les opinions qui l'accompagnent pour former une filiation cohérente et représentative d'une utilisation de DERIVE dans des stratégies de vérification ont un score plus faible. Ces stratégies sont moins présentes dans les perceptions des élèves, ce qui n'est pas étonnant car si certaines activités ont eu comme moteur la mise en correspondance de résultats obtenus en papier/crayon et avec DERIVE, le type d'utilisation que nous avons tenté n'incluait pas l'utilisation de DERIVE dans une pratique quotidienne d'utilisation du logiciel en travail autonome.

L'opinion `Comprendre Math` retient l'attention par sa stabilité. Il est certainement décevant pour notre groupe de ne pas avoir obtenu un score significativement plus favorable que dans la recherche DIDIREM pour cette opinion. L'expérience évaluée par cette recherche était en effet marquée par les hypothèses trop optimistes faites à l'époque sur l'influence du logiciel ainsi que sur la sous-estimation des difficultés d'intégration. Le travail de notre groupe a tiré parti de cette expérience et nous espérions bien, avec des hypothèses plus modestes et des situations soigneusement préparées, développer chez les élèves une compréhension des mathématiques. Il nous faut constater que cette compréhension n'est pas mieux perçue par les élèves que dans l'expérience évaluée par la recherche DIDIREM.

Considérons maintenant le graphe implicatif obtenu à partir des réponses dans nos trois classes (figure 2). L'effectif étant plus faible, les liaisons sont moins significatives : elles existent néanmoins avec une intensité de 0,92 (trait gras) à 0,79 (trait fin) en passant par 0,88 (trait moyen). La filiation de " refus " se manifeste toujours, avec une liaison particulièrement forte entre difficultés d'utilisation et sentiment d'inutilité : dans nos classes, les " réfractaires " restent une minorité aux opinions bien structurées. La filiation " confiance aveugle " n'existe plus, alors que, nous l'avons vu, le score des opinions qui la composent augmente. Il s'agit d'opinions ici plus diffuses : dans la recherche DERIVE, elles étaient associées au groupe des troisième et seconde, en opposition au groupe des premières et terminales. La filiation “ outil ” se limite aux opinions relatives à une vérification simple, ce qui est cohérent avec le fait que nous n'avons pas cherché à développer des stratégies de vérification à l'aide de DERIVE. La filiation “ apports positifs ” perd aussi certaines de ses opinions, en particulier `Nvx Pbs`. Les problèmes différents des exercices habituels, bien perçus dans nos classes, sont moins liés que dans la recherche DIDIREM aux autres appréciations positives sur l'intérêt du logiciel. C'est peut-être plutôt l'“ exotisme ” des problèmes qui a frappé nos élèves que leur intérêt proprement mathématique. En revanche, l'interaction graphique/algébrique est bien liée aux apports de DERIVE aux mathématiques.

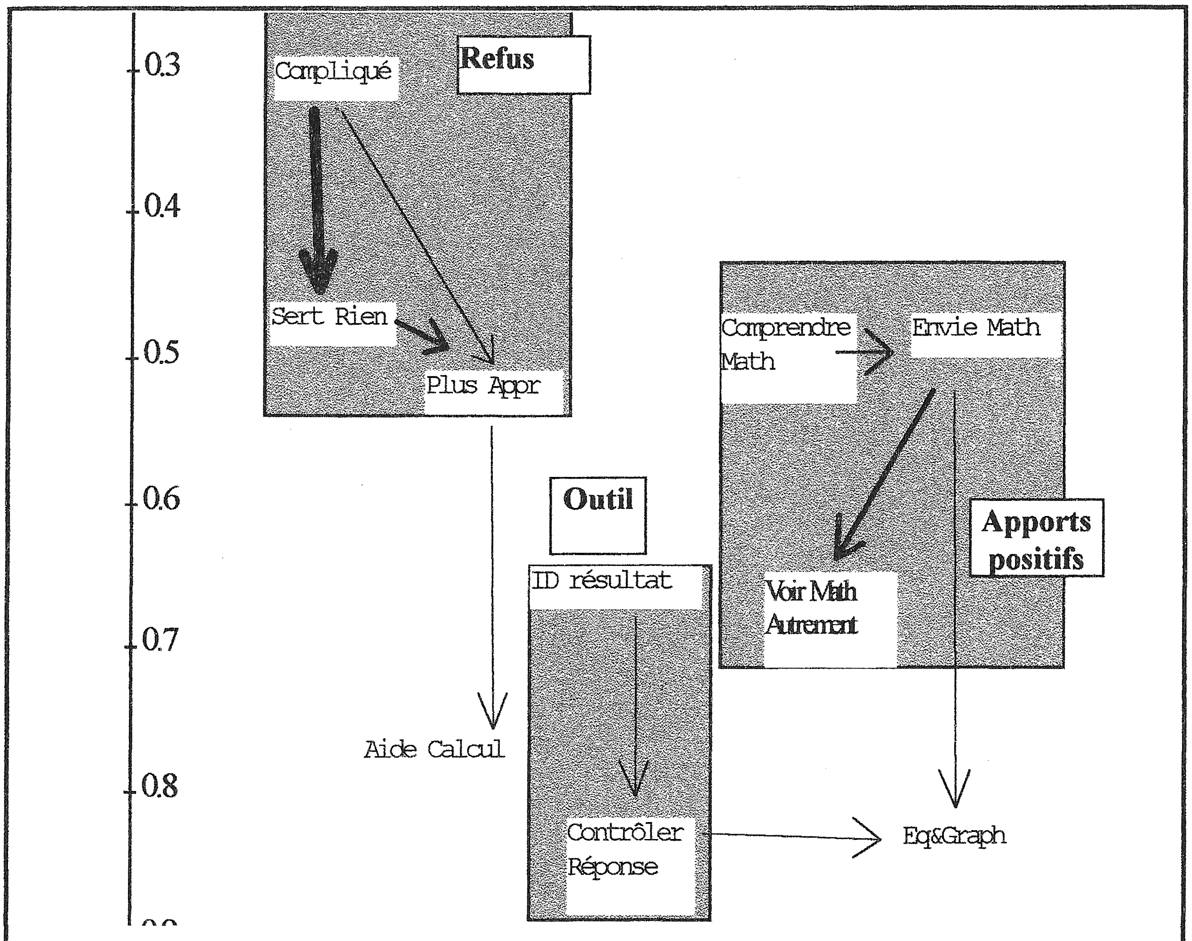


Figure 2 : filiations dans les classes du GRF.

Conclusion

Reprenant l'interprétation des résultats de la recherche DIDIREM, nous constatons que notre prise en compte des effets de la transposition informatique des savoirs dans DERIVE et notre préparation soignée des situations d'interaction entre l'élève et le logiciel ont eu un effet principalement sur la perception favorable par les élèves de ces situations. L'utilisation de DERIVE est vue par nos élèves comme intéressante et stimulante. En particulier, l'interaction graphique/algébrique est très bien perçue. Elle s'opère dans une situation plus confortable que ce que permettrait le couple papier-crayon/calculatrice graphique : les expressions sont passées facilement de la fenêtre algébrique à la fenêtre graphique, l'écran permet le travail en binôme et l'intervention du professeur, les commandes sont limitées à ce qui est nécessaire.

Nous n'avons, en revanche, pas plus que les expérimentateurs de la recherche DIDIREM, réussi à *"faire partager une vision de DERIVE comme outil de compréhension, d'apprentissage"*. Une interprétation est que si notre travail a effectivement fait progresser l'utilisation de DERIVE dans les classes par rapport aux premières utilisations, cette utilisation n'est pas qualitativement différente : elle reste relativement ponctuelle, et n'interagit pas suffisamment avec les pratiques habituelles. Il existe peut-être une limite " structurelle " à une pratique du logiciel restreinte à une dizaine de séances dans l'année.

Il nous semble cependant qu'il doit être possible de faire reculer cette limite en développant encore davantage les liens entre les activités DERIVE et l'enseignement habituel. Au départ, DERIVE était pour nous un outil peu familier, son utilisation n'était pas naturelle. Nous pensions peu à exploiter le travail des élèves avec DERIVE par des séances de synthèse ou par des rappels au cours des séances ordinaires. Après deux années d'expérimentation, nous voyons mieux ce que nos activités peuvent apporter à la compréhension des élèves, et il nous est plus facile et plus naturel de les exploiter. Ainsi, nous pouvons faire mieux passer auprès des élèves l'idée d'un apport de DERIVE à leurs apprentissages.

Annexe 1 : Le logiciel DERIVE

DERIVE a été développé par D. Stoumeyer et A. Rich au sein de la société Soft Warehouse (site WEB, http://www.derive.com). Nous avons utilisé la version 3 pour MS-DOS francisée. Cette version est diffusée par TLC-Edusoft (92240 Malakoff).

Il existe une version de DERIVE pour Windows, mais à notre connaissance, elle n'a pas été francisée. Cette version est diffusée en France par Softworld 17, avenue Emile Zola 75015 Paris.

L'ergonomie de DERIVE pour MS-DOS est un peu ancienne. Cependant, ce logiciel fonctionne sur des PC des premières générations (80286, voir 8086 ou 8088). Nous avons donc pu utiliser dans les établissements des ordinateurs réformés par les sections d'enseignement professionnel, y compris des PC à carte Hercules avec des disquettes 5 pouces 1/4 !

Nous avons largement utilisé la possibilité de paramétrer les menus qui existent dans la version DOS (voir annexe suivante).

Annexe 2 : Paramétrage du logiciel

Personnalisation du menu de commandes

La version 3 du logiciel DERIVE permet de limiter le nombre d'entrées de menus et de leur donner un nom adapté. Pour cela il faut d'abord créer un fichier texte d'extension.MEN, puis appeler ce fichier à chaque lancement du logiciel.[1]

Voici trois propositions de menus, avec les activités pour lesquelles chacune de ces propositions convient. Il est possible de lancer systématiquement MENU3 (le plus complet).

MENU1

Il comporte les fonctionnalités de base de la fenêtre d'algèbre.
La sauvegarde est prévue pour conserver le travail des élèves.
Il convient pour l'activité “ Calcul algébrique .”

```
(("Entrer une expression" "Auteur")
("Simplifier" "Simplifie")
("déveLopper" "dévEloppe")
("Factoriser" "Factor.")
("résOudre" "résoL")
("approXimation" "approX")
("sauveGarder" "Transfert" "Sauve" "Derive")
("Quitter" "Quitte"))
```

MENU2

Les fonctionnalités de la fenêtre d'algèbre sont limitées à la simplification. Le menu permet l'accès à la fenêtre graphique ; dans cette fenêtre, on peut placer (c'est-à-dire tracer) la représentation graphique d'une expression, cadrer (fixer les paramètres de la fenêtre), et effacer partiellement ou en totalité. Il convient pour l'activité “ Alignement de points ”.

```
(("Entrer une expression" "Auteur")
("Aller au graphique" "graPh")
("sauveGarder" "Transfert" "Sauve" "Derive")
("Quitter" "Quitte")
("Simplifier" "Simplifie"))
(("Retourner aux expressions" "Algèbre")
("Cadrer" "zoneR")
("Placer" "graPh")
("Tout_effacer" "Supprime" "Toutes")
("Dernier_effacer" "Supprime" "Dernière"))
```

[1] Pour plus de détails, se référer au texte de D. Lymer “ Les menus paramétrables de DERIVE et de la TI-92 : pourquoi et comment ”. Actes de l'Université d'été “ Des outils informatiques aux calculatrices... ”. Rennes Août 1996. IREM Rennes 1997.

MENU3

Il offre les fonctionnalités des menus 1 et 2. Il permet de plus de définir une fonction sans passer par l'écriture " := ", de choisir l'affichage des axes.

Il convient pour les activités " $(y - x)^2 = y^2 - x^2$ ", " Intersection d'une courbe avec une droite ", " Volume d'une boîte ", " Régionnement du plan ", " Yin-Yang ".

```
(("Entrer une expression" "Auteur")
("défInir .    une     fonction"     "Déclare"
"Fonction")
("Aller au graphique" "graPh")
("Simplifier" "Simplifie")
("approXimation" "approX")
("déveLopper" "dévEloppe")
("Factoriser" "Factor.")
("résOudre" "résoL")
("sauveGarder" "Transfert" "Sauve" "Derive")
("Quitter" "Quitte"))
(("Retourner aux expressions" "Algèbre")
("Cadrer" "zoneR")
("Tracer" "graPh")
("Tout_effacer" "Supprime" "Toutes")
("Dernier_effacer" "Supprime" "Dernière")
("Axes" "aXes"))
```

Création du fichier texte au moyen de l'éditeur MS-DOS

Sous, DOS, on tapera `EDIT`, pour appeler l'éditeur MS-DOS.

On tapera alors le fichier comme ci-dessus (attention au parenthésage et aux guillemets).

On enregistrera alors ce fichier sous l'appellation `MENU1.MEN` (ou `MENU2.MEN` ou `MENU3.MEN`) dans le même répertoire que le programme `DERIVE.EXE`.

Lancement de DERIVE avec le menu personnalisé

Sous DOS, taper : `DERIVE MENU1.MEN`

(ou `DERIVE MENU2.MEN` ou `DERIVE MENU3.MEN`)

On peut ainsi lancer DERIVE avec des menus différenciés, et l'on conserve l'accès à l'ensemble des commandes en lançant le logiciel par un simple `DERIVE`.

Lancement de DERIVE avec déclaration de variables (Yin-Yang)

L'activité Yin-Yang suppose de déclarer le domaine des variables x et y pour éviter les solutions complexes dans la résolution des équations du second degré. Il est possible de faire cette déclaration automatiquement à l'initialisation en lançant DERIVE avec un fichier d'extension MTH comportant les deux instructions suivantes :

```
x:epsilonRéel [-2, 2]

y:epsilonRéel [-2, 2]
```

Ce fichier étant entré avec l'éditeur, et sauvegardé sous le nom `YINYANG.MTH`, on lancera DERIVE en tapant sous DOS :

```
DERIVE MENU3.MEN YINYANG.MTH
```

Page de code pour l'affichage

En mode MS-DOS, l'ordinateur affiche les caractères spéciaux selon les spécifications d'une " page de code ". Dans DERIVE, les caractères spéciaux sont utilisés pour certains éléments de la fenêtre et des symboles comme celui de la racine carrée et du nombre Pi. Pour un affichage correct, il convient d'utiliser la page 437, alors que généralement, dans les ordinateurs utilisant Windows, la page 800 est utilisée.

Concrètement, il suffit de lancer un fichier.BAT comportant la ligne

```
MODE CON CODEPAGE PREPARE=((437) C:\WINDOWS\COMMAND\EGA.CPI)
```

Ce fichier.`BAT` peut d'ailleurs être celui qui lance DERIVE, avec éventuellement un fichier de menu et un fichier d'initialisation. Par exemple, pour l'activité YIN-YANG

```
CD C :/DERIVE

MODE CON CODEPAGE PREPARE=((437) C:\WINDOWS\COMMAND\EGA.CPI)

DERIVE MENU3.MEN YINYANG.MTH
```

Bien sûr, il faut vérifier le répertoire où se situe le fichier `EGA.CPI`. Généralement, il est dans le répertoire `C:\WINDOWS\COMMAND\`. Si ce n'est pas le cas, modifier la ligne en conséquence.

Fichier de paramètres systèmes

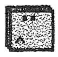
Au lancement, DERIVE lit le fichier `DERIVE.INI` qui contient des valeurs de paramètres contrôlant son fonctionnement, de la carte graphique au mode de simplification en passant par le mode de calcul (exact ou approché) et le mode d'affichage. Il est important de bien spécifier ces valeurs pour l'activité prévue. Pour cela, le professeur doit lancer DERIVE avec les menus complets, de façon à accéder au menu Options, puis sauvegarder l'état dans le fichier `DERIVE.INI`. Pour plus de détails, se reporter au manuel d'utilisation, chapitre 2.

Annexe 3 : Contraintes techniques

Les principales difficultés de saisie concernent :

- L'écriture des exposants, par exemple x^2.

  Il faut taper **x^2** et surtout ne pas utiliser la touche .

  Le symbole "^" s'obtient en utilisant la touche  du clavier. Ce symbole n'apparaît qu'après avoir tapé le chiffre 2.

  En utilisant la touche  pour écrire le carré, le symbole " ² " est interprété comme un caractère alphanumérique (non comme la puissance de 2), et par conséquent l'expression "**x.** ² "comme le produit de **x** par " ² ". En choisissant la commande **Aller au graphique**, le logiciel active alors une fenêtre graphique 3D, qu'il faut fermer en utilisant la commande **feNêtre** puis **Ferme**.

- L'écriture des coordonnées d'un point :

  Il faut rentrer une matrice (1 ligne ; 2 colonnes), correspondant aux coordonnées du point. Sous DERIVE, l'écriture des matrices se fait en utilisant les caractères "**[**" et "**]**".

  Pour rentrer les coordonnées du point A(0 , 2), il faut par conséquent utiliser les crochets et taper **[2,0]**, sans pouvoir nommer le point A. Cette contrainte du logiciel n'est souvent pas perçue par les élèves qui tapent naturellement l'expression mathématique A(2 , 0). DERIVE indique alors une erreur de syntaxe.

- L'emploi des crochets et parenthèses :

  Lors de l'écriture d'une expression algébrique avec plusieurs parenthèses emboîtées, on ne peut utiliser les crochets comme on le fait en papier-crayon, les crochets étant réservés à l'écriture des matrices.

- La définition d'une fonction :

  Lorsqu'on utilise plusieurs fois la même fonction il est possible d'affecter un nom à cette fonction en écrivant dans la ligne Entrer une expression (ou Auteur) :

  Nom de la fonction(nom de la variable ou des variables) :=définition de la fonction.

  Par exemple en écrivant dans la ligne Entrer une expression (ou Auteur)

  f(x) : = x² -2 x +3,

  DERIVE a enregistré la fonction f comme étant f(x) = x² -2x +3 et il est possible de lui faire calculer f(2), f(a) etc … en utilisant la commande simplifier.

Annexe 4 : Questionnaire élève sur l'utilisation de DERIVE

Nom : Prénom : Classe :

Tu as participé, avec les élèves de quatre autres classes à l'expérimentation d'activités avec le logiciel DERIVE. Il nous serait utile d'avoir ton opinion sur ce logiciel. C'est pourquoi nous te remercions de remplir le tableau ci-dessous en cochant, pour chacune des phrases, la case qui correspond le plus à ton opinion, puis de répondre à la question qui suit.

Le groupe IREM " Intégration d'un outil de calcul formel "

	Sans opinion	Pas du tout d'accord	Plutôt pas d'accord	Plutôt d'accord	Tout à fait d'accord
1. Avec DERIVE, même si on a des difficultés en algèbre, on peut faire des mathématiques.	❑	❑	❑	❑	❑
2. Avec DERIVE, il n'y a plus besoin d'apprendre à calculer, il le fait à notre place.	❑	❑	❑	❑	❑
3. Ca ne sert à rien de travailler avec DERIVE, puisque, aux contrôles et aux examens, il faut rédiger les calculs et les démonstrations.	❑	❑	❑	❑	❑
4. Quand on utilise DERIVE, il faut bien organiser son travail, sinon on perd beaucoup de temps.	❑	❑	❑	❑	❑
5. DERIVE, ça donne envie de faire des mathématiques.	❑	❑	❑	❑	❑
6. DERIVE, ça aide à comprendre les mathématiques.	❑	❑	❑	❑	❑
7. DERIVE, ça complique plus que ça n'aide pour apprendre des mathématiques	❑	❑	❑	❑	❑
8. Quand DERIVE ne donne pas de réponse, c'est que le problème n'a pas de solution.	❑	❑	❑	❑	❑
9. DERIVE, c'est bien pour avoir une idée du résultat avant de se lancer dans les calculs.	❑	❑	❑	❑	❑
10. DERIVE c'est bien pour contrôler ses réponses.	❑	❑	❑	❑	❑
11. DERIVE, c'est bien pour découvrir des règles de calcul.	❑	❑	❑	❑	❑
12. DERIVE, ça aide surtout quand les calculs sont longs et pénibles.	❑	❑	❑	❑	❑
13. DERIVE, ça permet de résoudre des problèmes sans se perdre dans les calculs.	❑	❑	❑	❑	❑
14. Avec DERIVE, on peut résoudre des problèmes différents des exercices habituels	❑	❑	❑	❑	❑
15. DERIVE, ça fait voir les maths autrement.	❑	❑	❑	❑	❑
16. DERIVE c'est bien car on peut travailler en même temps sur les équations et les graphiques.	❑	❑	❑	❑	❑
17. Si les données sont rentrées correctement, on peut faire confiance à 100% au résultat donné par DERIVE.	❑	❑	❑	❑	❑

Un élève d'une autre classe te demande ce qu'on fait de différent avec DERIVE.
Que lui réponds-tu ?
Quel(s) exemple(s) lui donnes-tu ?

BIBLIOGRAPHIE

ALDON G., (1995), Une voiture à la dérive, *Repères IREM* n°21, Topiques Editions.

ARTIGUE M., (1997), Le logiciel "DERIVE" comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage, *Educational Studies in Mathematics*, 33 (2), pp. 133-169.

ARTIGUE M., (1995), Un regard didactique sur l'utilisation des outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques, *Repères IREM* n°19, Topiques Editions.

ARTIGUE M., ABBOUD M., DROUHARD J.P., LAGRANGE J.B., (1995), *Une recherche sur le logiciel DERIVE*. Cahier de DIDIREM spécial n°3, IREM Paris 7.

BOUTEILLER Y., (1996), DERIVE : un outil pour conjecturer, *Repères IREM* n°22, Topiques Editions.

CANET J.F., DELGOUET J., GUIN D., TROUCHE L., (1996), Un outil personnel puissant qui nécessite apprentissage et ne dispense pas toujours de réfléchir - *Repères IREM* n°25, Topiques Editions.

ELIE A. & alt. (ed), (1998), *Faire des Mathématiques avec un système de Calcul Formel. Ministère de l'Education Nationale*. CRDP Champagne-Ardennes.

GRAS R. (ed), (1996), *L'implication statistique, nouvelle méthode exploratoire de données*, La Pensée sauvage (Grenoble).

HIRLIMANN A. (ed), (1994), *Enseignement des Mathématiques et Logiciels de Calcul Formel*. Ministère de l'Education Nationale.

JUGE G. (ed), (1994), *Les outils de calcul formel dans l'enseignement des Mathématiques*. Actes de l'Université d'été, IREM de basse Normandie.

LAGRANGE J.B., (1996), Analysing actual use of a computer algebra system in the teaching and learning of mathematics. *International DERIVE Journal,* Vol.3 N° 3. (pp. 91-107).

LAGRANGE J.B., (1998), Analyse implicative d'un ensemble de variables numériques ; application au traitement d'un questionnaire à réponses modales ordonnées. *Revue de Statistiques Appliquées* XLVI (1), (pp. 71-93).

ROUSSELET M., (1993), Carré de sommes. in *Faire des mathématiques avec l'ordinateur au collège* D.L.C 15 –

TASSO D., VOGEL N., (1996), Quelques semaines du cours d'analyse de première S avec DERIVE, logiciel de calcul symbolique - *Repères IREM* n°25, Topiques Editions.

TROUCHE L., (1996), *Enseigner les mathématiques en TS avec des calculatrices graphiques et formelles. Bilan d'une expérimentation,* IREM Montpellier.

ZEHAVI N., (1996), New teaching practices using a CAS, in M. Borba et al. (ed.), *The Role of Technology in the Mathematical Classroom.* Proceedings of WG 16 at ICME8, UNSP, Brésil.

Imprimé et édité
Par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Premier trimestre 2000
N° de publication : 00-02

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – Bâtiment 32 B
35042 RENNES CEDEX
Tél : 02 99 28 26 34
Fax : 02 99 28 16 38
Site WEB : http://www.univ-rennes1.fr/irem

Commande :
Tél : 02 99 28 26 08
e.mail : Daniele.Quentin@univ-rennes1.fr

FICHE DUBLIREM

TITRE : UN LOGICIEL DE CALCUL FORMEL EN SECONDE

I.R.E.M. : RENNES

AUTEUR : Groupe « INTEGRATION D'UN LOGICIEL DE CALCUL FORMEL DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES »

DATE : FEVRIER 2000

NIVEAU : Lycée

MOT CLES :

- Seconde.
- Calcul formel.
- Activités.
- Logiciel.
- Modules.

RESUME :

Utilisation du logiciel de calcul formel DERIVE.

Nous avons orienté notre travail autour de deux questions :

- Comment utiliser un logiciel de calcul formel pour enseigner les mathématiques, quelles sont les notions dont l'apprentissage sera facilité ?
- Comment l'intégrer dans l'activité des élèves, comment faire un outil familier qu'ils sauront utiliser ?

Nous avons conçu et expérimenté dans nos classes, des activités réalisables durant des séances de travaux dirigés ou de module en salle informatique, les élèves travaillent seuls ou en binôme.

Trois impératifs nous ont guidés :

- Choisir dans le programme de seconde des notions et problèmes où l'aide de DERIVE semble la plus utile.
- Couvrir une partie du programme.
- Utiliser au mieux les possibilités du logiciel : calcul symbolique, représentation graphique.

Nous avons par ailleurs voulu évaluer, à l'aide d'un questionnaire, l'impact de telles activités sur nos élèves.

Dans la brochure, nous présentons sept de ces activités, ainsi que les résultats de l'étude de l'impact du logiciel sur les élèves.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 x 29,7	92	2 Euros ~~45,00 F~~	250 Ex.

ISBN 2-85728-049-1