UNIVERSITE DE RENNES 1

IREM RENNES

Charlotte a
ce genre de beauté qui laisse
indifférents quatre-vingt-dix-huit
hommes sur cent, mais qui fascine
les deux qui restent. Je suis l'un d'eux
et par chance, l'autre ne s'est
jamais manifesté ...

POURCENTAGES A TOUS LES ETAGES

JANVIER 2000

% A TOUS LES ETAGES

Le problème des pourcentages au collège

IREM de RENNES

JANVIER 2000

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, une ou plusieurs pages blanches). Si tel est le cas, écrivez à l'IREM en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

La couverture a été réalisée par les élèves de l'Atelier d'Arts Plastiques du collège Jacques Brel de Noyal-sur-Vilaine avec l'aide de P. Collin, professeur d'arts plastiques, Y. Pazat, artiste plasticien et J.C. Manck, chargé des technologies nouvelles au collège.
La phrase est extraite d'un livre de Tonino Benacquista : SAGA (Editions Gallimard).

ISBN 2-85728-048-3

Ont participé à la rédaction de ce document :

BARDY Monique
Collège Brocéliande – GUER COETQUIDAN

DRIDER Khaled
Collège La Roche aux Fées - RETIERS

JULO Jean
IREM - RENNES

KERBOEUF Marie-Paule
Collège Martin Luther King - LIFFRE

LE GUEN Yannick
Collège Emile Zola – RENNES
Lycée Joliot Curie - RENNES

ROULEAU Yves
Collège Jacques Brel – NOYAL/VILAINE

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la DAFI.

La reprographie a été assurée par Françoise LE BESCOND.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

L'objet du travail dont nous nous proposons de rendre compte dans cette brochure est ***le problème des*** pourcentages ***au collège***, le premier objectif fixé consistant à ***mener une réflexion approfondie sur cette notion***. Nous avons tenté au cours de la première année de réaliser cet objectif en partant un peu « tout azimut » : analyse des manuels (actuels ou plus anciens, de mathématiques et d'autres disciplines), analyse des programmes (de l'école élémentaire et du collège), analyse de résultats d'enquêtes sur le sujet, analyse de documents spécialisés (comme ceux de INSEE), analyse d'informations de la vie courante,... On trouvera la plupart des données étudiées et des réflexions qu'elles nous ont inspirées dans la première partie de cette brochure. Il ne faut pas cacher que nous avons pris du plaisir à faire cet inventaire qui nous donnait quelquefois l'impression d'être au milieu d'un bric-à-brac et de découvrir peu à peu des choses parfaitement inattendues.

Mais notre objectif n'était pas seulement de faire des constats, aussi intéressants soient-ils. Il était surtout de parvenir à des **propositions concrètes concernant la manière d'enseigner les pourcentages**. Or, plus nous avancions dans nos analyses, plus nous avions l'impression de nous éloigner de ce second objectif. Au commencement du travail, nous pensions qu'une telle mise à plat de tout ce que recouvre la notion de pourcentage nous conduirait à des idées nouvelles pour son enseignement. Nous pensions être en mesure de proposer, sinon une progression pour l'ensemble du collège, du moins une stratégie pour aborder les grandes questions que pose cet enseignement : quel lien faire avec la proportionnalité ? avec les fractions ? avec les applications linéaires ? quelles procédures privilégier ou décourager ? dans quel ordre prendre les difficultés (appliquer un %, calculer un %,...) ? En fait nous avions au départ, dans le groupe, des idées très différentes sur toutes ces questions et le travail pourtant très enrichissant de la première année n'a pas permis une véritable convergence des points de vue. C'est peut-être que nous voulions aller trop au fond des choses et, c'est bien connu, une fois arrivé au fond on ne voit plus très clair... A notre décharge, il y a aussi le fait que très peu de recherches en didactique se sont intéressées directement à ce sujet (alors qu'il y en a eu beaucoup sur la proportionnalité).

Nous avons alors été tentés, pour produire quelque chose de concret, de mettre au point quelques activités pour l'apprentissage des pourcentages. Mais ce n'était pas là vraiment l'objectif du groupe et nous étions déjà à la fin de la première année de travail. Comme cela arrive souvent, c'est un peu le hasard qui nous a permis de nous lancer sur une piste que nous jugeons aujourd'hui suffisamment intéressante pour ne pas regretter de nous y être aventurés. Nous sommes partis d'une fiche que l'un de nous a présenté comme la toute première qu'il ferait bien en sixième, avant tout apprentissage et juste pour voir où en sont les élèves. Le point intéressant de la fiche est qu'il ne s'agissait pas de petits exercices bien ciblés comme ceux que l'on utilise souvent lorsqu'on veut faire un test ou une évaluation mais d'une situation riche qui pouvait troubler les élèves dans un premier temps et susciter ensuite un débat soit en groupe soit en classe entière.

Partant de cette première fiche, nous nous sommes donnés un objectif précis pour la seconde année de travail : construire un outil qui, pour chacun des niveaux du collège, permette à l'enseignant de savoir où en sont les élèves et lui serve en même temps de tremplin pour démarrer un travail sur ces fameux pourcentages. L'idée sous-jacente est proche de ce que l'on appelle actuellement une évaluation diagnostique ou formative mais la différence réside dans le fait que **cet outil ne se présente pas du tout comme un test** et ne doit surtout pas être utilisé comme tel. Le matériau de base est composé de situations-problèmes qui se prêtent toujours à un travail de groupe et à des débats soit au sein de chaque groupe soit en classe entière. Le but n'est pas d'évaluer ce que savent faire les élèves mais de faire ressortir leurs représentations profondes sur les pourcentages et de partir de là pour essayer d'avancer. Deux fiches répondant à des critères très précis décrits dans la seconde partie de cette brochure ont ainsi été mises au point pour chacun des quatre niveaux du collège. Elles ont toutes été expérimentées au moins une fois, certaines beaucoup plus car les situations n'ont pas toujours fonctionné aussi bien que nous le souhaitions.

Lorsque le thème des pourcentages a été proposé pour la mise en place d'un groupe de recherche, certains collègues s'étonnaient que l'on puisse travailler deux années sur un *aussi petit sujet*. En fait, il nous aurait fallu deux années supplémentaires pour mener à bien notre travail, deux aspects importants du problème, au moins, n'ayant pu être abordés : d'abord une analyse précise des procédures et des modes de raisonnement des élèves, ensuite la définition d'une stratégie d'enseignement qui prenne vraiment en compte leurs difficultés dans ce domaine. Si des collègues se sentent un peu de courage, nous leur passons le relais...

PREMIERE PARTIE

AUTOUR DES POURCENTAGES

ILS SONT PARTOUT...

Chapitre 1

AUTOUR DE NOUS

BIZARRE, BIZARRE

Un homme « et » une femme *(DNB 1998, Académie de Rennes)*

On considère le tableau de répartition des tailles pour un échantillon de 1 000 hommes et 1 000 femmes adultes. (Source INSEE)

Taille en cm	Hommes	Femmes
$140 \leq t < 150$	10	38
$150 \leq t < 160$	36	360
$160 \leq t < 170$	383	531
$170 \leq t < 195$	571	71

Dans cet échantillon :
1°) Quel est le nombre total d'adultes de taille strictement inférieure à 170 cm ?
2°) Quel est le nombre de femmes dont la taille est supérieure ou égale à 160 cm ?
3°) Calculer le pourcentage d'hommes dont la taille est strictement inférieure à 160 cm ?

A la troisième question, nos élèves de troisième ont donc répondu 4,6 % ($\frac{\mathbf{10+36}}{\mathbf{1000}} = \mathbf{4{,}6\%}$).

Quelle ne fut pas la surprise du correcteur de se voir remettre au petit matin la solution suivante :

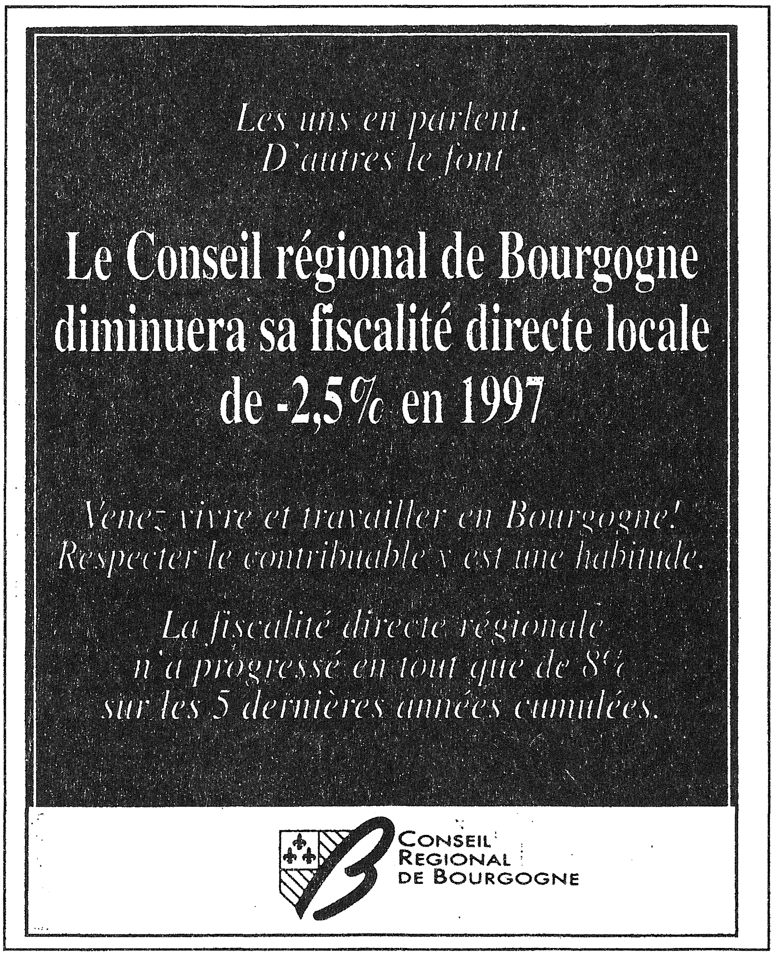
3°) Pourcentage d'hommes ($t < 160$)
il y a 46 hommes de taille ($t < 160$) dans
l'échantillon soit $\frac{46}{2000} \times 100 = \boxed{2{,}3\%}$

NB : on acceptera aussi la démarche suivante :
il y a 46 hommes de taille ($t < 160$) parmi
1000
($10 + 36 + 383 + 571$) hommes.
4,6 % des hommes ont une taille inférieure à 1,60m

J'avais pourtant trouvé autre chose…
Mais l'homme est-il bien une femme comme les autres ?

Quittons la Bretagne pour la Bourgogne :

Tout est relatif !



Il s'agit certainement d'une mesure très positive ! ! !

On en a fait tout un fromage :

En Mai 1997, certains de nos élèves ont participé au concours les Bionautes, organisé par le magazine Science & Vie Junior :

14 On dit qu'un fromage contient 20 % de matière grasse lorsque 20 % de son poids sec est de la matière grasse. Combien de grammes de matière grasse contient un pot de 1 kg de fromage blanc ?

A/ 2 g D/ 200 g
B/ 20 g E/ 2 000 g
C/ 180 g

Nous fûmes bien ennuyés lorsqu'ils demandèrent notre aide. Mieux valait ne pas se mouiller.
Réponse proposée sur Minitel : 200 g.
Là, on reste sec !

L'Education Nationale montre l'exemple :

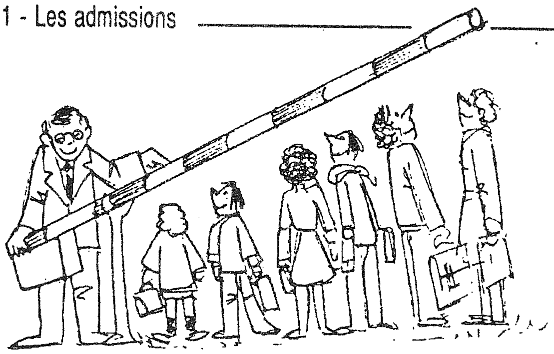
Balayons devant notre porte !

Chiffres clés sur la scolarité des élèves

Morbihan - second degré public

Juin 1996 - Septembre 1996

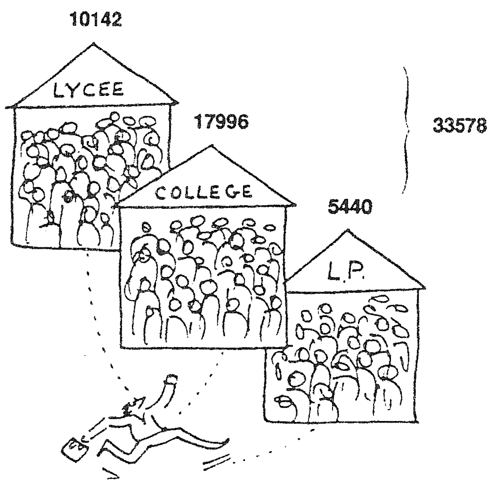
1 - Les admissions



Taux d'admission

en 6^e	en 2^{nde}	en 4^e L.P.	en 2^{nde} Pro.
95,85 %	62,77 %	62,37 %	57,86 %

Les effectifs



Ainsi donc, comme nous l'ont dit plusieurs élèves, il y aurait près de 120 % d'orientation en seconde. Nous n'avons pas les mêmes références, Monsieur l'Inspecteur !

QUELQUES RESULTATS D'ENQUETES

Les enquêtes qui cherchent à établir de manière objective les connaissances des élèves en matière de pourcentages sont peu nombreuses. A partir de celles que nous avons trouvées, nous présentons ici quelques taux de réussite (exprimés en pourcentage évidemment...) qui nous semblent significatifs. Notons toutefois que plusieurs de ces recherches sont assez anciennes et donc que les données présentées ne reflètent peut-être pas exactement la situation actuelle.

L'enquête de l'Irem de Strasbourg (1978/79)

Cette enquête est la plus ancienne mais aussi la plus systématique. Elle porte sur les quatre niveaux du collège. Les mêmes exercices, au nombre de six, ont été soumis à tous les élèves (735 au total). Ces exercices sont les suivants (les nombres entre parenthèses correspondent à une variante numérique utilisée pour éviter les « risques d'osmose » comme disent les auteurs - chaque élève n'a bien sûr qu'une seule version avec l'une des séries de nombres) :

1 - On a placé 1 000 (*2 000*) francs à la Caisse d'Epargne ; cet argent rapporte 6,5 % d'intérêt par an. Calculer les intérêts obtenus au bout d'un an. Combien aura-t-on en tout ?

2 - Un objet coûte 30 (*20*) francs. On fait une remise de 20 (*10*) %. Combien le payera-t-on ?

3 - Un objet coûte 200 (*300*) francs. Si les prix augmentent de 10 % par an, combien le payera-t-on dans deux ans ?

4 - Dans une classe de 25 élèves, il y a 3 élèves nés en 1963, 8 nés en 1964, 12 nés en 1965, 2 nés en 1966 (*5 nés en 1964, 7 nés en 1965, 12 nés en 1966, 1 né en 1967*). Calculer les pourcentages suivants : élèves nés en 1963, élèves nés en 1964, élèves nés en 1965, élèves nés en 1966 (*respectivement 1964, 1965, 1966, 1967*).

5 - 4000 (*5000*) élèves se présentent à un examen. 1000 (*750*) le réussissent. Quel est le pourcentage de réussite ?

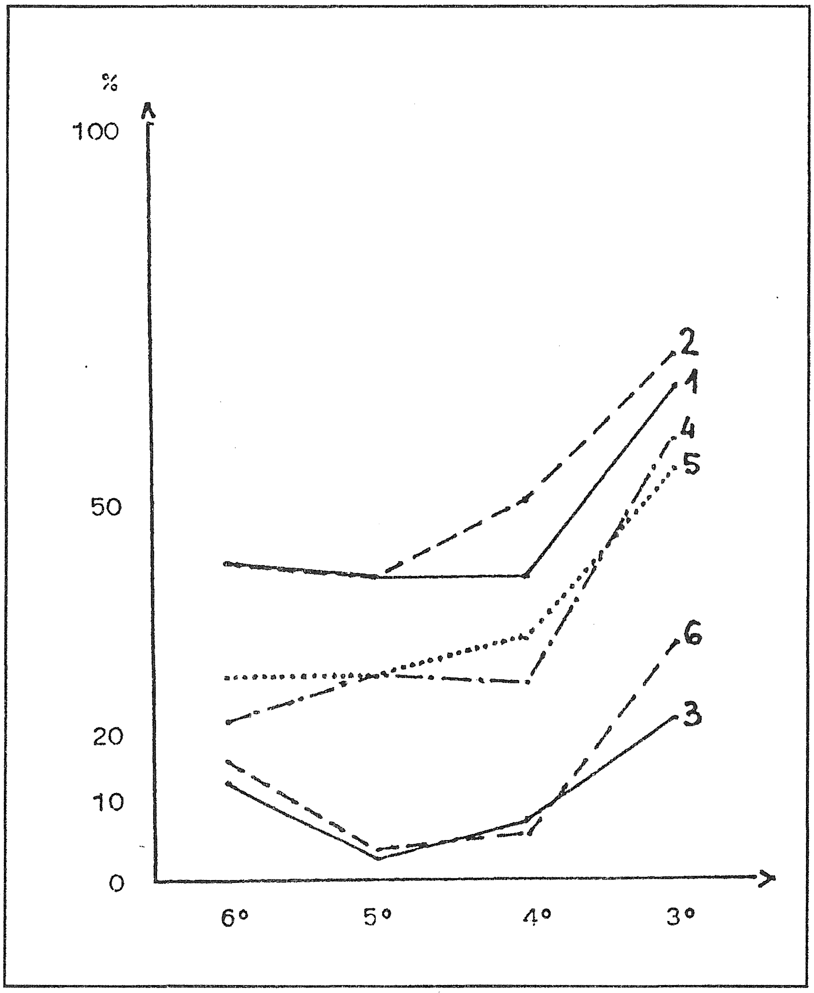
6 - Le prix du litre de super (*d'essence ordinaire*) est 2,75 (*2,55*) francs. Sur cette somme, il y a 1,87 (*1,53*) F de taxes. Quel est le pourcentage de taxes sur le prix du super (*de l'essence ordinaire*) ?

Nous retiendrons de cette étude les données suivantes :

taux de réussite global : **34 %**
(rapport entre l'ensemble des réponses exactes et l'ensemble des réponses possibles)

même statistique par niveau :	6ème (135)	**27 %**
(l'effectif total est indiqué entre parenthèses)	5ème (146)	**24 %**
	4ème (205)	**27 %**
	3ème (249)	**50 %**

Le graphique suivant fait apparaître ces mêmes taux de réussite pour chacun des exercices et chacun des niveaux de classe :



Rappelons qu'à l'époque de cette enquête (78/79) les pourcentages sont au programme de la classe de sixième pour la deuxième année (programmes de 77 : « *suites finies proportionnelles ; calculs de pourcentages ; changements d'unité* »). Les auteurs s'attendaient donc à une coupure nette sixième/cinquième d'une part, quatrième/troisième d'autre part (ces derniers n'ayant pas vu les pourcentages depuis qu'ils sont au collège). Il n'en est rien comme on le voit sur le graphique, le progrès le plus net se situant entre la quatrième et la troisième (« *Faut-il en conclure que l'apprentissage en classe est inexistant et que tout se fait en faisant appel au bon sens ?* » se demandent les auteurs de l'enquête).

On notera un dernier fait intéressant que met en évidence cette enquête : certains exercices sont plus difficiles que d'autres et la hiérarchie est sensiblement la même pour les quatre niveaux mais l'étude des corrélations montre que cette hiérarchie ne se retrouve pas systématiquement au niveau individuel ; c'est-à-dire que, contrairement à ce que l'on pourrait attendre, les élèves qui réussissent les exercices 3 ou 6 ne réussissent pas nécessairement les autres exercices. Déroutant !

Quelques résultats complémentaires pour la classe de sixième.

Voici les taux de réussite observés dans une recherche sur l'évaluation menée à l'IREM de Besançon en 1983 pour les deux exercices suivants : *(dans un but pratique, nous numérotons les exercices cités à partir de maintenant à la suite de ceux de l'enquête de Strasbourg)*

7 - 400 élèves se présentent à un examen. 100 d'entre eux le réussissent. Quel est le pourcentage de réussite ?

8 - Le prix affiché d'un poste de radio est 300 F. Le marchand propose une réduction de 10 %. Quel sera le prix payé ?

taux de réussite :	**exercice 7**	**39 %**
(effectif : 156 élèves de 6ème)	**exercice 8**	**52 %**

Ce résultat semble montrer qu'il est plus difficile pour les élèves de calculer un pourcentage que d'appliquer un pourcentage (hypothèse qui est la base du programme actuel de sixième).

Mais voici deux autres résultats obtenus l'un dans un travail mené à l'IREM de Rennes en 1982 et l'autre dans l'enquête de l'APMEP de 1987 :

9 - Dans une classe de 24 élèves, il y a 18 garçons. Quel est le pourcentage de garçons dans cette classe ?

10 - Un objet qui valait 400 F a subi une augmentation de 10 %. Quel est le nouveau prix de cet objet après augmentation ?

taux de réussite :

(effectif : 67 élèves de 6ème)	**exercice 9**	**58 %**
(effectif : 22000 élèves de 6ème)	**exercice 10**	**36 %**

On observe ici que l'ordre de difficulté est exactement inverse. Plusieurs explications peuvent être envisagées (en dehors du fait que l'un des échantillons est très sensiblement plus important que les trois autres...) : les valeurs numériques ne sont pas les mêmes, l'expression « pourcentage de réussite » dans l'exercice 7 a pu poser problème. Toutefois ces résultats permettent de se demander s'il est vraiment plus difficile, pour un élève de sixième, de calculer un pourcentage que d'en appliquer un.

Les enquêtes EVAPM de cinquième

Voici pour quelques unes de ces enquêtes systématiques menées par l'APMEP les performances obtenues.

Pour l'exercice 10 présenté ci-dessus (enquête de 1988) :
taux de réussite :
(effectif : 49000 élèves de 5ème) **exercice 10 54 %**
Le progrès par rapport à la sixième apparaît assez net ici.

D'autres exercices :

11 - Un objet qui valait 400 F a subi une baisse de 10 %. Quel est le nouveau prix de cet objet après cette baisse ?

12 - Un pull valant 300 F est soldé 240 F. Quel est le pourcentage de réduction ?

13 - Dans une classe de 25 élèves de $5^{\text{ème}}$, 18 élèves savent nager. Quel est le pourcentage des élèves de la classe qui savent nager ?

taux de réussite :

(élèves de $5^{\text{ème}}$ - 1987)	**exercice 11**	**37 %**
(effectif : 49000 élèves de $5^{\text{ème}}$ - 1988)	**exercice 12**	**21 %**
(élèves de $5^{\text{ème}}$ - 1991)	**exercice 13**	**49 %**

Les enquêtes EVAPM de troisième

Nous retiendrons deux exercices des enquêtes réalisées à ce niveau (en 1990) :

14 - On diminue de 20 % la longueur et la largeur d'un rectangle. De quel pourcentage son périmètre diminue-t-il ?

15 - Après une augmentation de 40 %, un objet vaut 84 F. Combien valait-il avant cette augmentation ?

taux de réussite :
(élèves de $3^{ème}$) **exercice 14 22 %**
(élèves de $3^{ème}$) **exercice 15 22 %**

Pour l'exercice 15, l'enquête montre en outre que seulement 13 % des élèves testés recourent au coefficient 1,4 pour trouver la valeur demandée.

Et après le bac... ?

Tout d'abord un exercice donné au concours d'instituteurs remplaçants en 1972 :

16 - Le côté d'un carré s'allonge de 3 % ; de quel pourcentage croît le périmètre de ce carré ?

taux de réussite :
(effectif : 537 bacheliers) **exercice 16 14 %**

L'exercice 15 présenté ci-dessus a aussi été proposé, en 1985, à des étudiants du Deug Lettres et Sciences Humaines de Paris VII :

taux de réussite :
(étudiants de deug) **exercice 15 30 %**

Les deux exercices suivants ont fait partie des tests d'admission à l'IUFM de Rennes (1995 et 1996) :

17 - D'après un sondage, 0,5 % des 55 millions de Français ne se prononcent pas dans les sondages. 0,5 % des 55 millions de Français...

A - cela représente 27 500 personnes
B - cela représente 110 000 personnes
C - cela représente 275 000 personnes
D - cela représente 2 750 000 personnes

18 - Dans un lycée, 62 % des élèves sont externes. 15 % des autres sont internes, et le reste est "demi-pensionnaire". Quel est le pourcentage de "demi-pensionnaires" dans le lycée ?

A - 9,3 %
B - 23 %
C - 32,3 %
D - 52,7 %

Pour ces tests, les candidats sont classés en trois groupes : les « littéraires » (au sens large), les « scientifiques » (également au sens large) et les « autres ». Les pourcentages correspondant à chacune des réponses proposées sont les suivants :

exercice 17	« lettres »	« sciences »	« autres »	ensemble (effectif : 3487)
A	9	5	11	9
B	5	2	5	4
C	72	86	69	74
D	13	6	1	12

exercice 18	« lettres »	« sciences »	« autres »	ensemble (effectif : 4220)
A	0	0	1	0
B	78	59	71	70
C	21	40	26	28
D	1	0	0	0

Rappelons que tous ces candidats ont au moins une licence. Mais il faut aussi prendre en compte le fait qu'il s'agit d'un concours : le stress, les réponses au hasard...

Conclusion

On peut retenir de ces quelques statistiques les trois faits suivants :

- toutes les situations mettant en oeuvre la notion de pourcentage n'ont pas le même niveau de difficulté.
- la nature du calcul à effectuer n'explique pas tout : appliquer un pourcentage n'est pas toujours le cas le plus simple, de nombreuses variables pouvant contribuer à rendre plus ou moins complexe le problème à résoudre.
- enfin, la question des pourcentages ne semble pas une affaire réglée après la classe de cinquième, comme on le suppose quelquefois, ni même après celle de troisième, ni même après le bac, ni même après une licence scientifique semble-t-il...

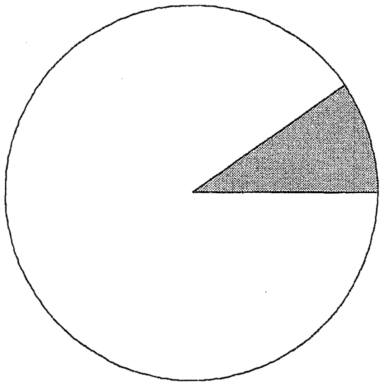
% LE POURCENTAGE OBJET SOCIAL %

Tous les jours, à tous les instants, la formulation en pourcentage est présente dans notre vie. C'est notre quotidien et il n'y a pas d'information télévisée ou écrite qui y échappe.
Les pourcentages nous sont donc très familiers ; pourtant, il semble qu'insidieusement quelques parasites se glissent dans la compréhension des divers messages que nous recevons.

La grande distribution en fait largement usage

Exemple n°1 : « Chaussée aux moines » fait une promotion. $\boxed{+\ \mathbf{10\%}\ \text{de produit gratuit.}}$

Le secteur angulaire de **52°** correspondant à l'emballage original.



Un secteur angulaire de **33°**

- c'est d'une part confirmé au revers de l'étiquette : 340 g + 34 g= 374 g

- d'autre part infirmé par la face visible de l'étiquette sur laquelle le secteur circulaire noir représente la partie gratuite. Si on nomme x la masse gratuite et α la mesure du secteur angulaire la représentant alors on sait que $\dfrac{x}{374} = \dfrac{\alpha}{360}$.

➢ On mesure $\alpha = 52°$ ce qui fait $\dfrac{52}{360} = \dfrac{x}{374}$ $\qquad x = 374 \times \dfrac{52}{360}$.

alors $\qquad \boldsymbol{x \approx 54g}$**, ce qui ferait 14,44%** .

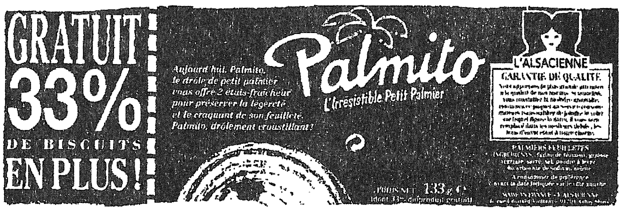
➢ Le secteur angulaire aurait donc dû mesurer β tel que

$$\frac{\beta}{360} = \frac{34}{374} = \frac{10}{110} \qquad \beta = 360 \times \frac{10}{110}$$

$$\beta \approx 33°$$

(voir le dessin sur la page précédente)

<u>Exemple n°2 :</u> « Palmito, l'irrésistible petit palmier » $\boxed{\text{33\% de biscuit en plus}}$



Dans cet emballage, nous retrouvons à droite des pointillés le paquet habituel et à gauche, les biscuits en plus.

• C'est vrai si on prend en considération le conditionnement habituel de ces biscuits (paquets de 100 g) ; l'indication « Poids net :133 g » le confirme.

• Mais la lecture de l'étiquette « Poids net : 133 g dont 33 % de produit en plus » suggère que 33 % des 133 g du paquet sont gratuits. On trouverait alors : $\mathbf{133 \times \dfrac{33}{100} = 43{,}89}$, ce qui est évidemment contestable car seuls **33 g** sont gratuits.

Exemple n°3 : « Sérum physiologique » $\boxed{\text{33\% gratuits; 5 unidoses gratuites}}$

• le conditionnement habituel contenait sans doute 15 unidoses, ce qui, augmenté des 5 unidoses gratuites fait bien 33 % du conditionnement originel, mais 25 % du conditionnement actuel.

• 20 unidoses de 5 *ml* chacune font 100 *ml* de produit ce qui, pour un prix de 18,90 F le paquet, conduit à un prix au litre de 189 F le litre, comme indiqué sur la boîte. Les cinq unidoses ajoutées ne sont donc pas gratuites ici puisqu'elles sont incluses dans ce calcul de prix au litre.

• En fait, si on exclut ces 5 unidoses gratuites du calcul du prix au litre, on trouve alors un prix de 252 F le litre.

Analyse rapide :

• *dans l'exemple n°1, ce ne peut être qu'une grossière erreur du maquettiste de l'étiquette ! !*

• *dans les exemples n°2 et n°3, c'est l'absence de référence dans l'énoncé du pourcentage qui provoque le malaise et l'incompréhension du lecteur. Le souci de concision du réalisateur de l'emballage l'a emporté sur celui de précision des indications écrites.*

• *dans l'exemple n°3, il est cependant commercialement important d'annoncer un prix au litre le plus bas possible.*

Les finances, paradis du pourcentage

Nous ne présentons ici que l'exemple de Librio, un produit financier de La Poste qui a retenu notre attention au moment de son lancement publicitaire. Nous nous sommes aussi intéressés à la question du TEG (Taux Effectif Global) et à ses différents modes de calcul (voir annexe 3).

Qu'avons nous retenu de LIBRIO (La Poste) en dehors du toucher sensuel de Pierre Palmade dans la chevelure de Michèle Laroque (campagne télévisée 1996) ? La ligne qui s'affiche en fin de séquence, en petits caractères en bas de l'écran est plus documentée et est reprise dans la plaquette informative diffusée dans les bureaux de poste :

En 4 ans seulement, votre capital (Hors frais de souscription) se valorise de plus de 20 % : vous bénéficiez ainsi d'une rémunération annuelle de 5 % (Taux actuariel brut).

Cette affirmation pose instantanément la question du type de pourcentage retenu pour effectuer les calculs. Aucune indication n'est en effet fournie sur la capitalisation de la rémunération.

S'agit-il d'un ***intérêt simple*** ?	S'agit-il d'un ***intérêt composé*** ?
Dans ce cas $I = Cin$. C est le capital, i est le taux annuel d'intérêt simple, n la durée du dépôt exprimée en années, I est l'intérêt.	Dans ce cas $C_n = C(1+i)^n$ $I = C_n - C$ et $I = C\left[(1+i)^n - 1\right]$ C_n est la valeur acquise du capital après n années.
Pour le produit considéré, ce calcul conduit à une rémunération brute sur 4 ans qui représente **20 %** du capital déposé.	En considérant les intérêts composés, la rémunération brute sur 4 ans représente alors **21,55 %** du capital déposé.

On pourrait aussi procéder au calcul inverse : considérons une rémunération brute de 20 % sur 4 ans.

Selon le calcul de ***l'intérêt simple***, le taux actuariel brut ***i*** est de **5 %**.
Selon le calcul de ***l'intérêt composé***, le taux actuariel brut ***i*** est : $i = \left(1 + \frac{20}{100}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$ ce qui donne **4,66 %**.

<u>*Commentaire :*</u>

En l'absence d'indications complémentaires (frais de souscription en particulier), il faudra se limiter à ces hypothèses, la plus grande imprécision étant la dominante de cette publicité destinée au grand public.

REPRESENTATIONS ET POURCENTAGES

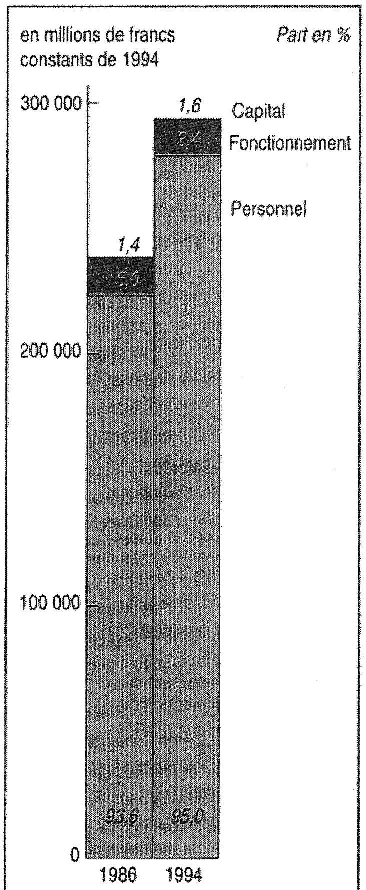
L'objet de cette présentation est d'illustrer de manière non exhaustive, une gamme relativement large de représentations graphiques utilisées par des « professionnels » pour faciliter l'interprétation des pourcentages. Les exemples sont tirés de l'ouvrage édité par l'INSEE « Données sociales 1996 : La société française », ouvrage de référence s'il en est pour tous les amoureux de statistiques en tous genres et plus particulièrement de pourcentages. Il est à noter que l'ensemble de ces représentations graphiques recouvre des pourcentages statistiques concernant des situations de non proportionnalité faisant partie du domaine de la statistique descriptive.
Nous pouvons alors classer ces représentations en trois grandes catégories : les **illustrations de données**, les **prospectives** et les **recherches de corrélation.**

Illustration de données

En ce qui concerne la première catégorie, des quelques 572 pages de tableaux et graphiques étudiées, la palme revient sans conteste aux rectangles illustrant des fréquences par classe et plus particulièrement aux **histogrammes**. Ils se présentent sous deux types :

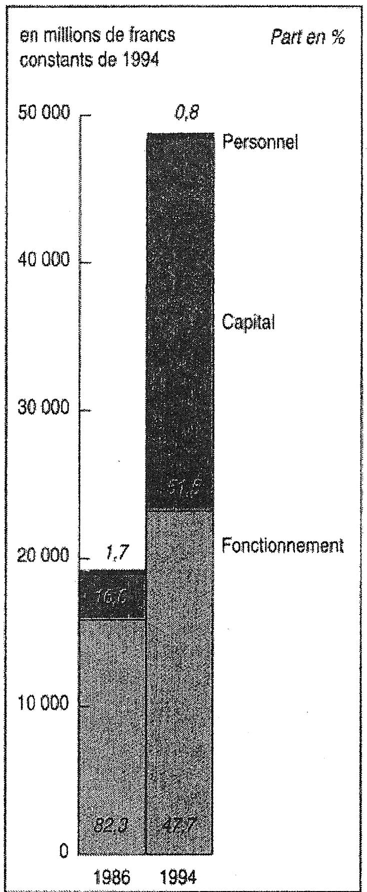
- Les « cumulatifs »

Évolution de la dépense d'éducation du ministère de l'Éducation nationale de 1986 à 1994



Source : Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Dep, compte de l'éducation.

Évolution de la dépense d'éducation des départements et des régions de 1986 à 1994

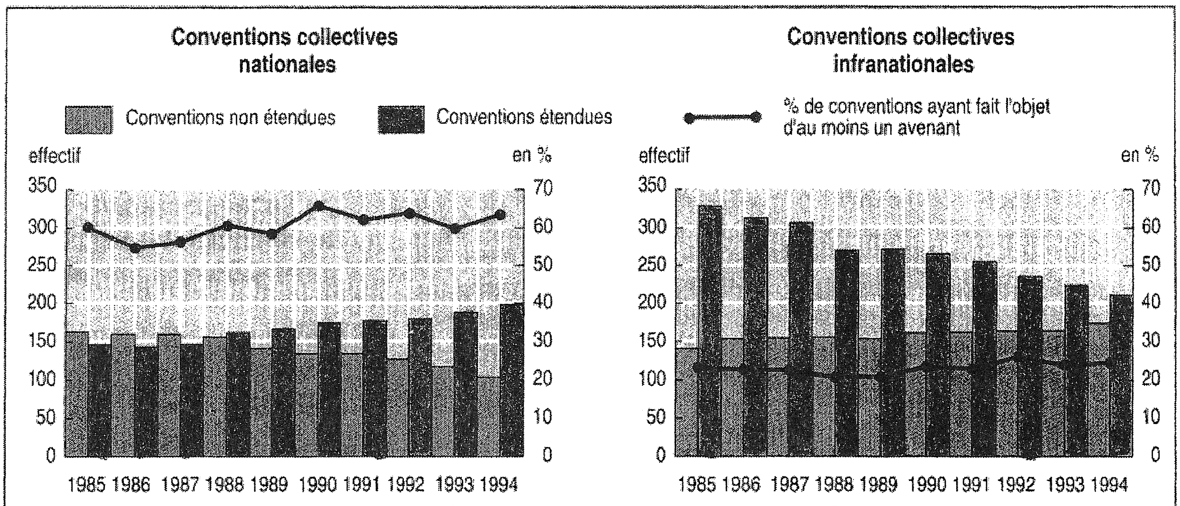


Source : Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Dep, compte de l'éducation.

Les ensembles de référence étant distincts, il est clair que le déchiffrement de pareils graphiques n'est pas évident en termes de données absolues car les référentiels sont différents. Pour remédier à cette difficulté, il est alors possible de représenter séparément les différentes parties disjointes d'un même référentiel.

- Nous obtenons alors les « partitifs ».

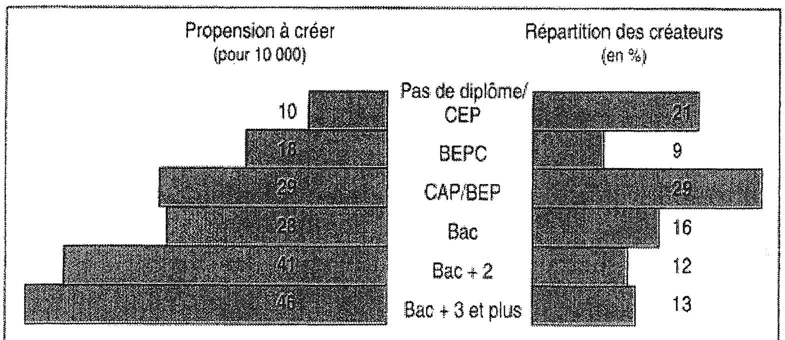
Évolution du nombre de conventions collectives nationales et infranationales



Source : Ministère du Travail et des Affaires sociales.

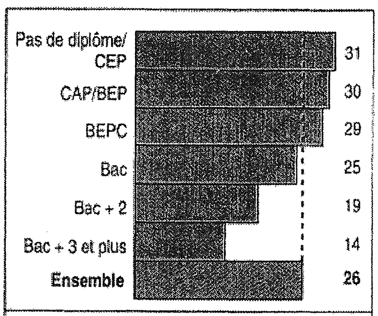
Le choix des histogrammes s'explique par la prédominance des caractères continus dans les séries statistiques étudiées. Nous pouvons d'ailleurs noter que les éditeurs ou les auteurs ne se soucient pas toujours de distinguer les deux types de caractère comme le montre l'exemple suivant. En effet, les caractères discrets qui entraînent *a priori* des diagrammes en bâtons « bénéficient » aussi de ce type de représentation pour un souci d'impression visuelle.

Propension à créer et répartition des créateurs selon le niveau de diplôme



Source : Insee, enquête Sine, 1994.

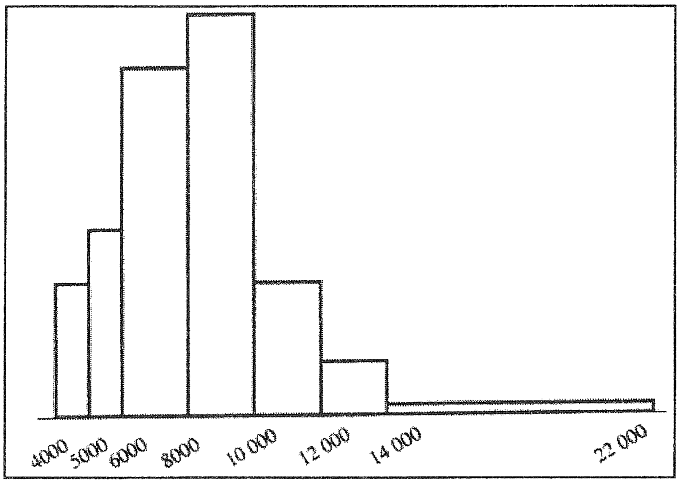
Part des reprises d'entreprises dans l'ensemble des créations et des reprises selon le niveau de diplôme



Source : Insee, enquête Sine, 1994.

Que conclure ? Les plus diplômés créent le plus facilement des entreprises alors qu'en dessous du baccalauréat, les créateurs optent pour la reprise dans 30 % des cas.

Par ailleurs, la double proportionnalité potentiellement permise grâce à la proportionnalité par rapport à l'aire n'est jamais utilisée comme dans l'exemple suivant tiré, il est vrai, d'un manuel de mathématiques de seconde.



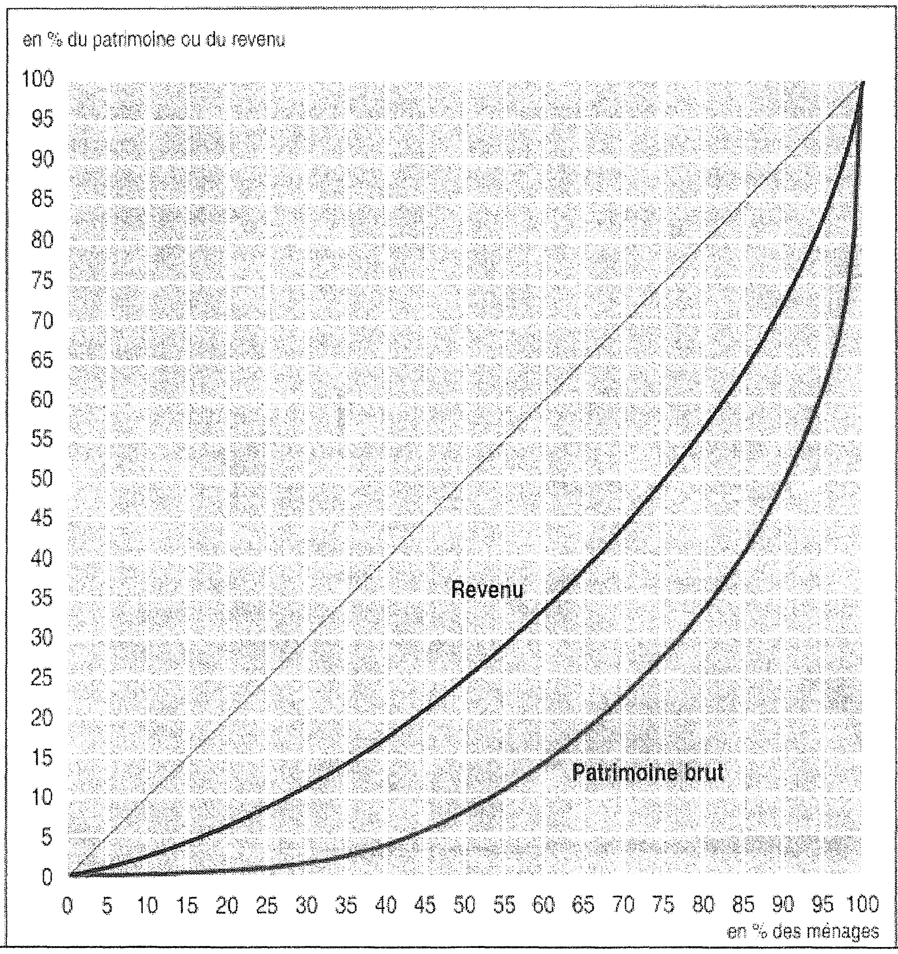
En clair, l'objectif est de limiter au maximum les erreurs d'interprétation pour se ramener à des relations d'ordre simple.

- Enfin, lorsque la précision est importante, les courbes point par point sont utilisées comme le témoigne la courbe de LORENTZ appliquée à la concentration du patrimoine et du revenu des ménages. Ainsi, 10 % des ménages détiennent plus de la moitié du patrimoine brut tandis que les 10 % des ménages les plus riches en revenus se partagent 28 % du revenu des ménages. En outre, ces deux courbes nous permettent de constater rapidement de visu que le patrimoine est beaucoup plus inégalitaire que les revenus (la courbure est plus importante pour les patrimoines). L'explication théorique tient au calcul du coefficient de GINI γ défini par:

$$\gamma = \frac{\textit{aire de la partie coloriée}}{\textit{aire du triangle OAB}} \qquad 0 \le \gamma \le 1$$

Nous avons alors $\gamma = 1 - 2\int_0^1 f(x)dx$. La répartition la plus égalitaire consisterait donc à minimiser la courbure.

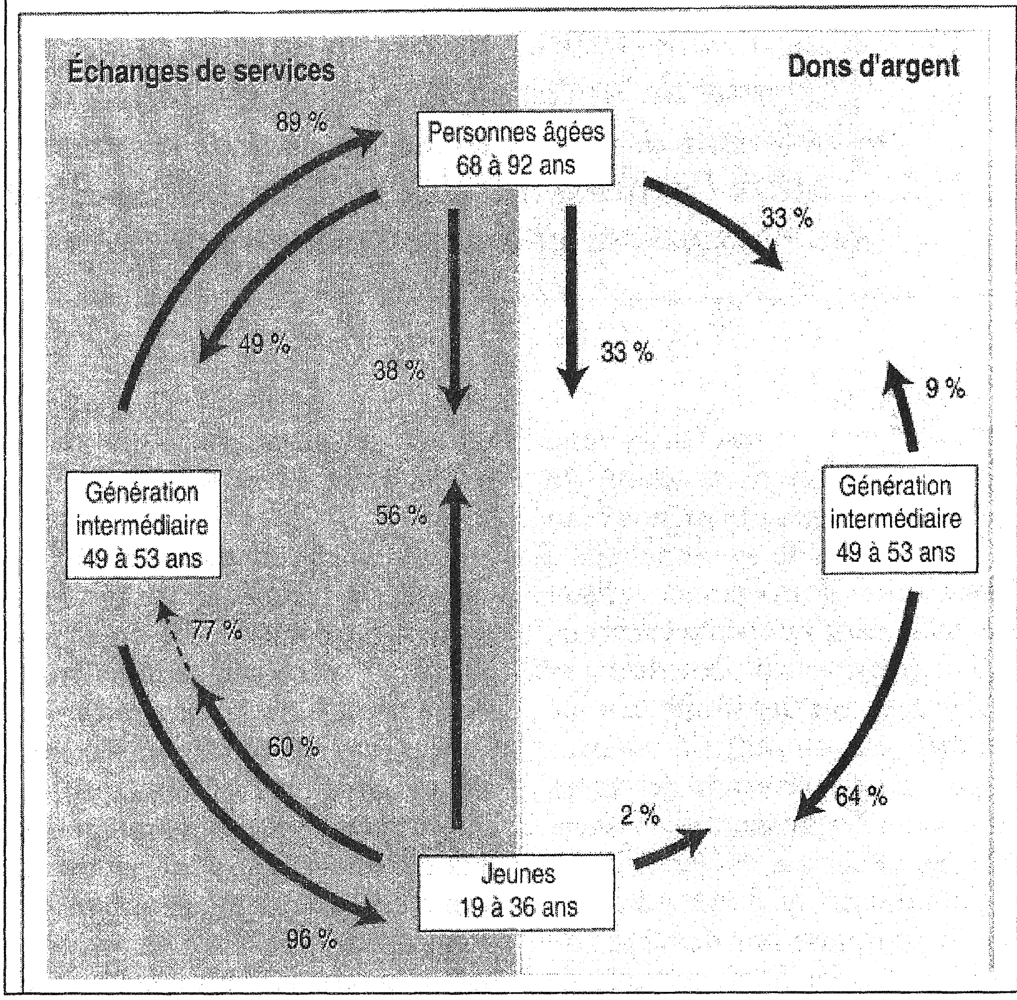
Concentration du patrimoine et du revenu des ménages



- Dans toutes les illustrations étudiées, il est à noter l'absence remarquée et remarquable par rapport à leur place habituelle dans nos manuels des diagrammes circulaires. Nous pouvons supposer que la non lisibilité immédiate, même grâce à une échelle adéquate, associée à une plus grande imprécision des mesures condamne ce genre de représentations. En effet quel lecteur s'armera d'un rapporteur pour lire une donnée ou pour vérifier la validité d'un graphique ? Il convient donc de s'interroger sur l'importance réelle à donner à ce type de représentations dans nos pratiques pédagogiques si nous voulons dépasser un exercice de style formel et ce, même si l'étude des diagrammes circulaires est explicitement citée dans les programmes officiels (cf. 5ème).

- Pour conclure, nous pouvons signaler un diagramme atypique que nous pourrions qualifier d'interactionnel. Ce graphique étudie la solidarité entre trois générations grâce à une enquête menée auprès de 4 668 personnes dont près de 1 000 « triades ». (Voir ci-dessous) L'interprétation est *limpide*..... : 77 % des jeunes ont déclaré fournir des services à leurs parents tandis que seulement 60 % des parents ont déclaré bénéficier de services rendus par leurs enfants.......Toutes les autres réponses étant concordantes, un seul nombre les représente.

La solidarité entre trois générations

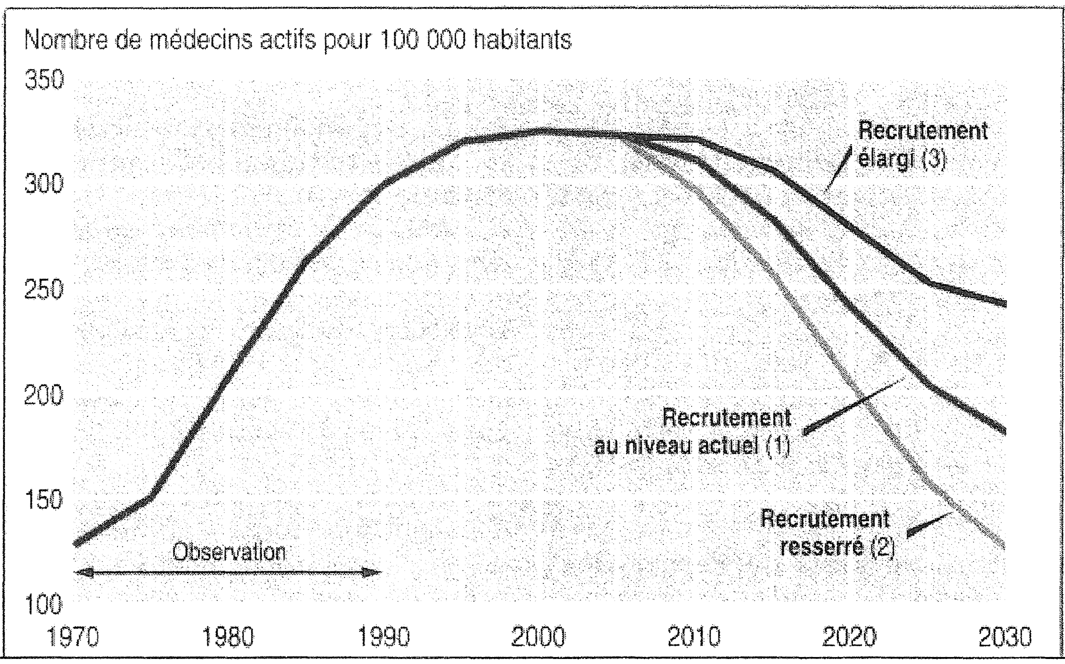


Ce type de graphique nous semble illustrer parfaitement les difficultés à appréhender la notion de référentiel en raison des rétroactions qu'il impose pour comprendre son interprétation. Ce graphique reste très lisible ; il s'agit pourtant d'un thème difficilement quantifiable.

Prospectives

Les courbes point par point trouvent leur domaine de prédilection dans les études prospectives.

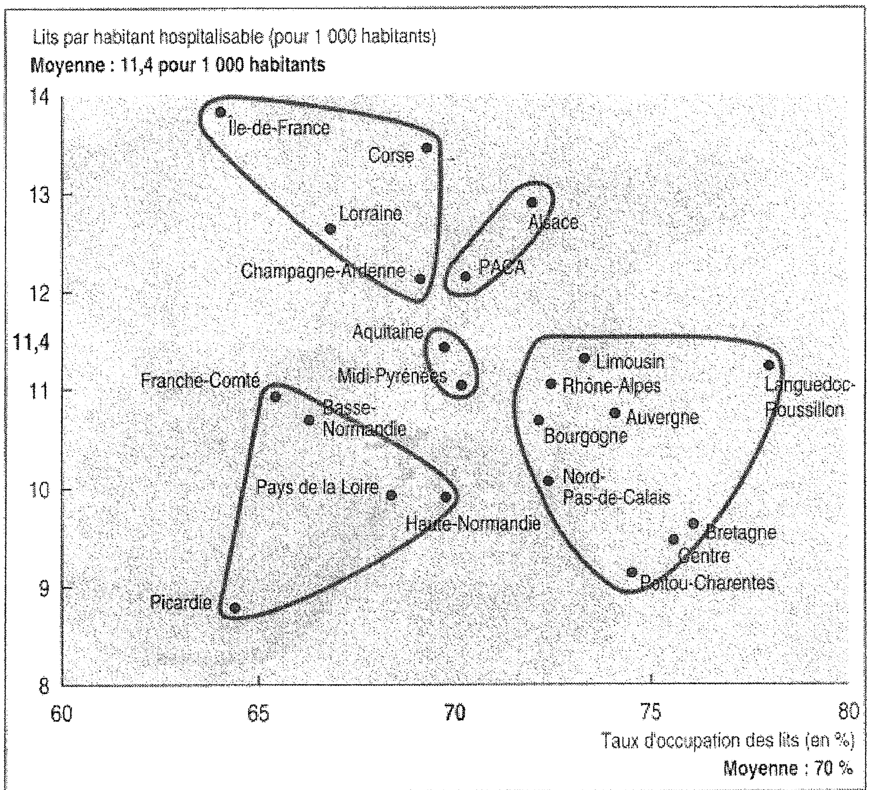
Évolution observée et projetée de la densité médicale selon trois hypothèses de *numerus clausus* des études médicales



Recherche de corrélations

Enfin, les nuages de points sont utilisés en priorité dès lors qu'il s'agit de faire apparaître des corrélations.

Dotation en lits par habitant et taux d'utilisation des capacités en chirurgie selon les régions

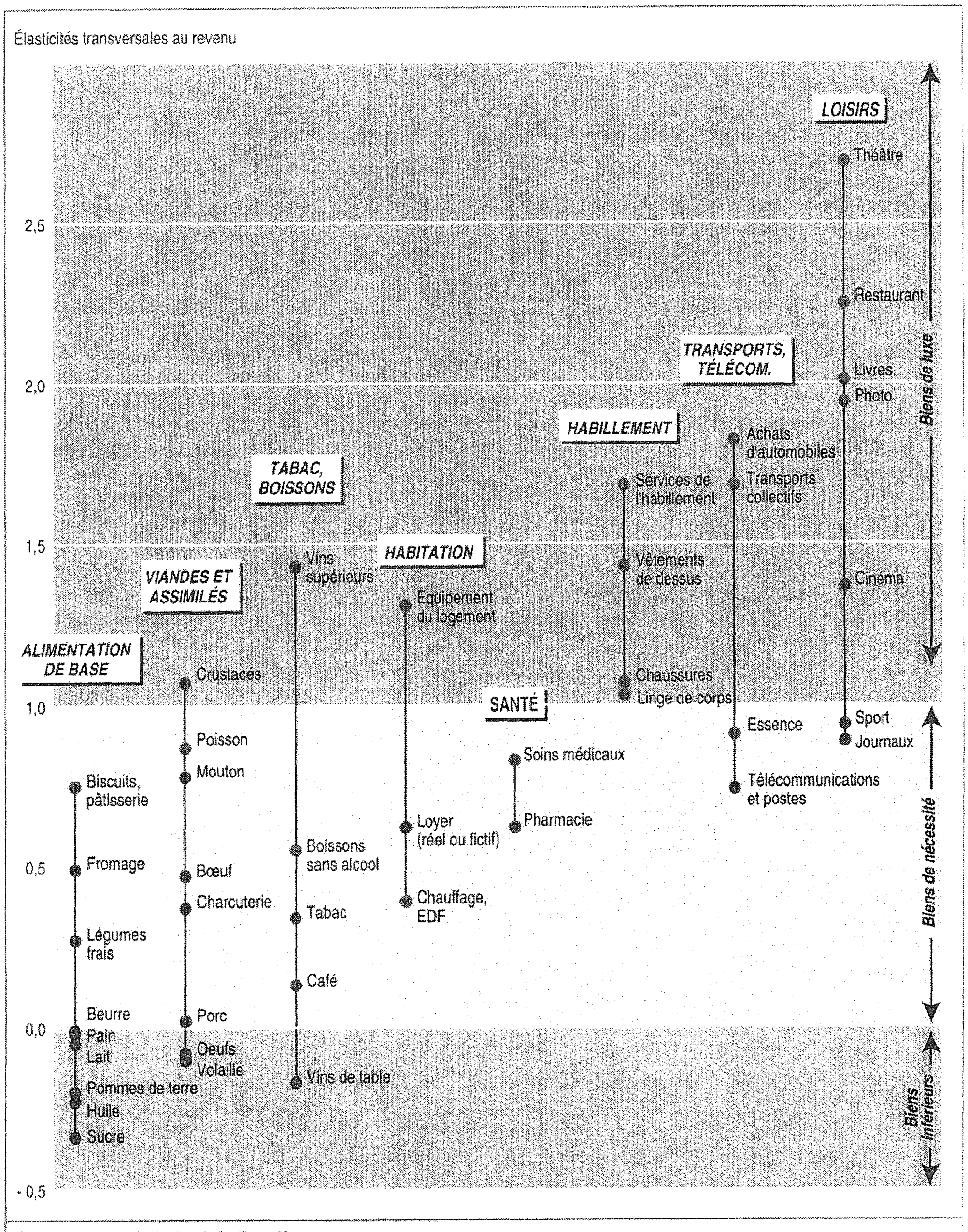


Sources : Sesi, enquêtes sur les établissements d'hospitalisation publics et privés de 1993 et enquête de morbidité hospitalière en court séjour de 1985-87 ; Insee, recensement de la population de 1990.

Ces graphiques ont pour but d'être des outils de planification et d'anticipation des évolutions futures. La recherche de la précision n'est donc pas la finalité première. Il n'en reste pas moins vrai que leur force de persuasion n'est plus à démontrer. Vous êtes maintenant convaincu(e) de la pauvreté de la Bretagne en capacités chirurgicales par rapport à l'Ile de France, même si vous n'avez pas comparé les caractéristiques des populations y résidant.

Les corrélations peuvent également correspondre à des modèles linéaires. Par exemple, dire que l'alimentation a une élasticité par rapport au revenu de 0,4 signifie qu'une augmentation du revenu de 1 % entraîne une augmentation de la consommation alimentaire de 0,4 %. Plus l'élasticité est élevée, plus la consommation est sensible au revenu. Les biens de luxe ont alors des élasticités supérieures à 1. En règle générale, la consommation de chaque type de biens augmente avec le revenu à l'exception notable de quelques biens dits inférieurs (sucre, huile...) dont la consommation décroît lorsque les ressources augmentent.

Élasticités-revenu transversales des consommations de biens et services



Source : Insee, enquête Budget de famille, 1989

Les élasticités considérées ici sont des élasticités « transversales » traduisant les écarts de consommations entre ménages ayant des revenus différents à un instant donné.

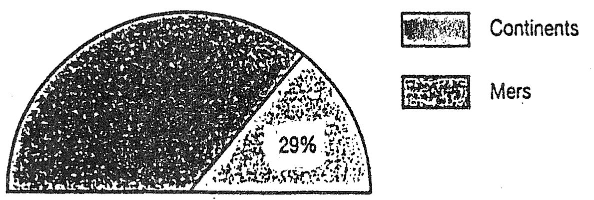
LES POURCENTAGES DANS LES AUTRES DISCIPLINES

Il nous a semblé intéressant de nous informer sur la façon dont étaient utilisés les pourcentages dans les autres disciplines. A cet effet, nous avons feuilleté quelques manuels de sixième et de cinquième.
Il n'est nullement question de contester aux autres le droit à l'utilisation de la notion ou de leur imposer un modèle « normalisé » d'approche, mais la connaissance des méthodes et techniques utilisées est indispensable au professeur de mathématiques pour construire l'apprentissage de cette notion, on ne peut plus transversale !

En Histoire–Géographie

L'impression qui ressort est que souvent, on associe au graphique une donnée chiffrée en pourcentage.

<u>Exemple n°1</u> : « Superficie des terres et des mers » (Histoire-géographie ; Magnard 6ème 1994)



2 Superficie des terres et des mers en %.

❷ Le document 2 montre que les continents occupent 29 % de la surface de la Terre. Combien occupent les océans et les mers ?

C'est celui que nous avons retenu parmi plusieurs du même type. La question n°2 implique la compréhension du 100 %.

<u>Exemple n° 2</u> : « Je sais appliquer un pourcentage. » (Histoire-Géographie ; Belin 6ème 1994)

Exercice 3 : je sais appliquer un pourcentage à une valeur

1. *On estime à près de 26 millions, le nombre de logements en France ; 23% entre eux sont des résidences secondaires. Je calcule le nombre de résidences secondaires en France.*
2. *85% des ménages sont propriétaires d'un logement. Je calcule le nombre de ménages possédant un logement en France.*

- La question n°1 coïncide bien avec les objectifs du programme de mathématiques de sixième. Le titre de l'exercice est indicatif et le référentiel est bien identifié.
- La question n° 2 nous gêne davantage. 85 % est-il associé aux propriétaires d'un logement et d'un seul ? Ne faut-il pas comprendre « au moins un »logement ? De plus, on peut aussi être amené à se demander si, les questions n°1 et n°2 étant scindées, les référentiels sont bien les mêmes.

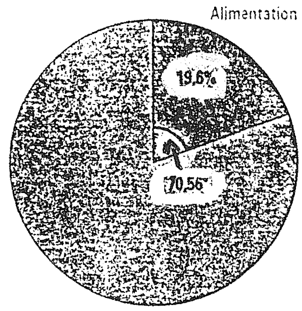
<u>Exemple n° 3</u> : « Je sais construire un diagramme circulaire. » (Histoire-géographie ; Belin 6ème 1994)

je sais construire un diagramme circulaire

Pour représenter sur un cercle les données du tableau ci-contre, il faut convertir les pourcentages en degrés : sachant qu'un cercle, soit 100%, égale 360°, on peut écrire 1% = 3°6.
Je commence par convertir tous les pourcentages en degrés puis, à l'aide d'un rapporteur, je reporte les parts en degrés sur un cercle que je dessine sur mon cahier.

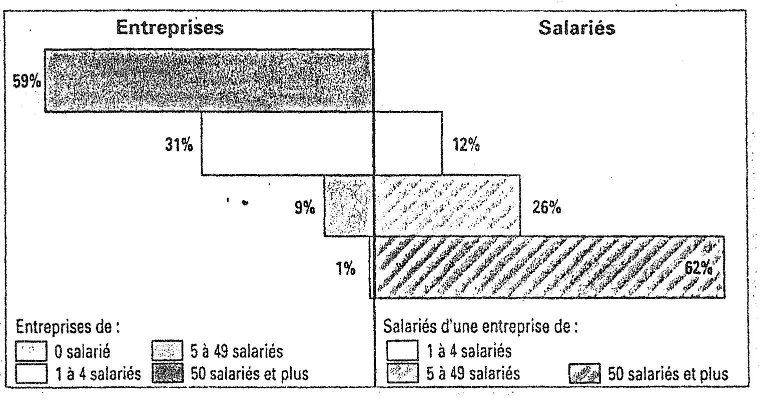
RÉPARTITION DES DÉPENSES MOYENNES D'UN MÉNAGE FRANÇAIS EN 1992

	en %	en °
Alimentation	**19,6**	**70,56**
Habillement	6,7	.....
Logement	26,9	.....
Santé	9,2	.....
Transport	16,8	.....
Loisirs et culture	7,4	.....
Divers	13,4	.....



Dans le même manuel et à la même page que l'exemple précédent, cet exercice présente à notre sens des difficultés : les valeurs données pour les pourcentages et les angles (avec deux décimales) dans le tableau ne sont pas facilement manipulables en sixième. Il s'agit d'ailleurs de savoir-faire non exigible en mathématiques à ce niveau.
Retenons aussi l'utilisation de « cercle » à la place de « disque » et l'écriture : « 1 % = 3°6» , qui ne sont pas dans nos habitudes.

<u>Exemple n°4 :</u> « Les entreprises françaises et leurs salariés » (Histoire-géographie ; Belin 6ème 1994)



4 Les entreprises françaises et leurs salariés.
A quel ensemble appartiennent les entreprises les plus nombreuses ? A quelles entreprises appartient la majorité des salariés ?
Quel est le pourcentage de salariés travaillant dans une entreprise de moins de 50 salariés ? Quel pourcentage représente les entreprises de moins de 50 salariés ?

En fait, ces deux graphiques sont indépendants ; à gauche, on caractérise les entreprises par leur nombre de salariés ; à droite les salariés sont caractérisés cette fois par la taille de leur entreprise. La juxtaposition des graphiques induit des erreurs d'interprétation. Par contre, le niveau des questions posées s'adapte bien aux sixièmes, si on admet l'indépendance de ces deux graphiques.

En Sciences de la Vie et de la Terre

Les pourcentages sont fréquemment utilisés et liés à des situations de proportionnalité. On trouve des représentations graphiques sous forme de diagramme circulaire ou de barres.

Exemple n°1: « Relation entre respiration et habitat » (S.V.T. Bordas 5ème – 1997)

Mettre en relation respiration et habitat.

Des études ont permis de mesurer les pourcentages respectifs de la respiration pulmonaire et de la respiration par la peau (cutanée) des animaux indiqués dans ce tableau.

	Peau	Poumon
Grenouille verte	37 %	63 %
Crapaud commun	28 %	72 %
Rainette	24 %	76 %
Triton commun	74 %	26 %

- **La rainette verte** : vit dans les arbres à proximité des mares ou au bord des étangs.
- **Le triton commun** : vit dans la mousse, toujours en milieu humide, d'où il ne sort que par temps pluvieux. Il passe une partie de l'année dans l'eau.
- **La grenouille verte** : se rencontre dans tous les plans d'eau stagnante : étangs, mares...
- **Le crapaud commun** : se rencontre un peu partout, dans les bocages, les cultures, les jardins...

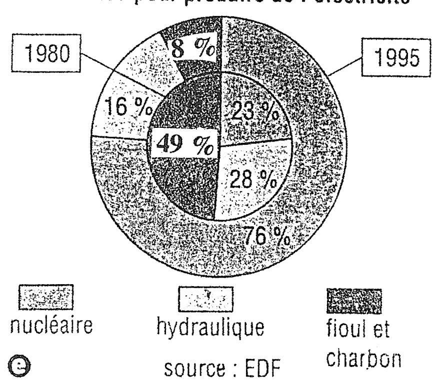
1 • En utilisant les informations concernant leur habitat, citez les deux amphibiens plutôt terrestres et les deux amphibiens plutôt aquatiques.

2 • D'après les résultats du tableau, existe-t-il un lien entre le milieu de vie et le mode de respiration ? Justifiez vos réponses.

Les pourcentages sont présentés ici sous forme d'un tableau et permettent une lecture aisée de la répartition de la respiration peau-poumon.

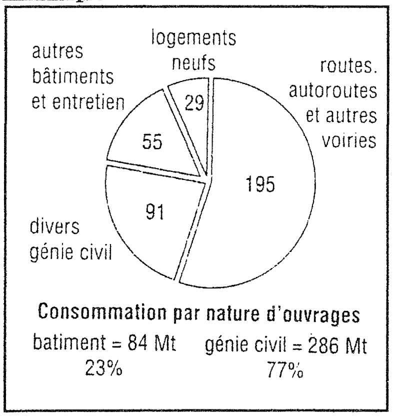
Exemple n°2: « Sources d'énergie et production d'électricité » (S.V.T. Bordas 5ème – 1997)

Les différentes sources d'énergie utilisées en France pour produire de l'électricité



Il s'agit d'un diagramme circulaire à double niveau.
Cette représentation nous semble intéressante par son aspect et par sa fonction ; elle permet une comparaison des sources d'énergie sur deux années. Les pourcentages indiqués permettent d'éviter le trompe-l'œil. Les 16 % du pourtour pourraient paraître plus importants que les 28 % du centre ; ces deux indications – visuelles et numériques – sont donc bien utiles.

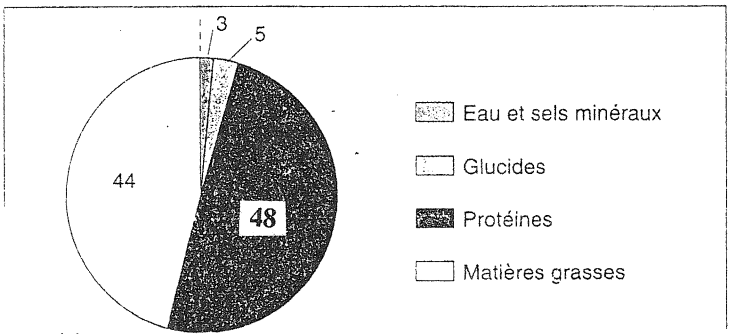
Exemple n°3: « Consommation de granulats » (S.V.T. Bordas 5ème – 1997)



Ce graphique donne la répartition de la consommation de granulats (petits fragments de roches) par nature d'ouvrages. Les pourcentages aident à la compréhension de la situation et proposent une nouvelle répartition (génie civil – bâtiment) en regroupant les classes. Notons que l'on retrouve d'ailleurs une répartition proche de $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ mais plus affinée.

Exemple n°4 : « Les constituants de l'œuf » (S.V.T. Nathan 6ème – 1996)

	Protéines	Matières grasses	Glucides
Jaune (20 g)	3,2 g	6,4 g	0,1 g
Blanc (40 g)	4,4 g	0,1 g	0,3 g

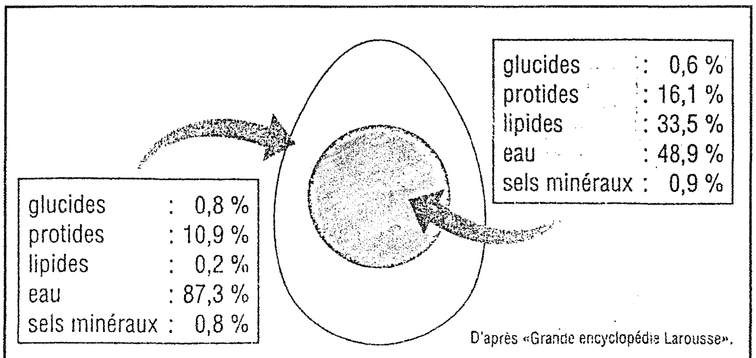


Le tableau montre que les quantités des principaux constituants d'un œuf ne sont pas les mêmes dans le « jaune » ou dans le « blanc ». Les autres constituants, c'est-à-dire l'eau et les autres substances minérales, n'ont pas été pris en compte.
Les chiffres du diagramme circulaire indiquent la quantité de tous les constituants, pour 100 g d'œuf.

Le tableau et le diagramme circulaire sont pour le moins déroutants. En effet, dans le tableau, les quantités sont données par rapport à 60 g tandis que sur le diagramme circulaire, c'est par rapport à 100 g. Aucune explication n'est fournie sur le passage de 60 à 100, ...mais nous en avons une à vous proposer. Ce diagramme circulaire représente une répartition en pourcentage des constituants de l'œuf déshydraté, donc sur 60 g environ 15 g, en comptant les sels minéraux.
La légende « eaux et sels minéraux » devrait se réduire à « sels minéraux » et « 100 g d'œuf » désigne 100 g d'œuf déshydraté.

Il est évident que l'utilisation des pourcentages aurait alors facilité la lecture. D'ailleurs nous l'avons trouvée sur le même sujet, dans autre manuel...

Exemple n°4 bis : « Les constituants de l'œuf » (S.V.T. Bordas 6° – 1996)



Composition chimique d'un œuf de poule.

Ici, l'importance de l'eau par rapport aux autres constituants apparaît clairement.
Par contre, nous perdons le rapport $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ pour la répartition jaune-blanc.

En Sciences Physiques

Souvent, en physique, les élèves sont mis en situation de recherche où toutes les informations ne sont pas données a priori dans le document.

Exemple : « Calcul de la masse d'alcool » (Sciences physiques.)

Sur les étiquettes des boissons alcoolisées sont toujours indiqués le volume et le pourcentage en volume d'alcool pur que la boisson contient.

D'après les indications figurant sur la bouteille, déduis la masse d'alcool pur que cette bière contient.

Ici, le problème posé est bien réel ; on a des données en pourcentage sur le volume et on demande une masse. La suite de l'exercice montre à l'élève comment résoudre ce problème.

1. **Calcule le volume d'alcool contenu dans la bouteille.**
   L'indication « 25 cL » est le volume de bière contenu dans la bouteille.
   L'indication « ALC. 5% VOL. » est le pourcentage en volume d'alcool pur que contient cette bière.
   Tu en déduis le volume d'alcool : $25 \times \frac{5}{100} = \mathbf{1{,}25\ cL}$.

2. **Informe-toi sur la masse d'un litre d'alcool pur.**
   Dans une encyclopédie ou un dictionnaire, on trouve au mot alcool (éthylique) ou éthanol, l'information : « masse du litre : 800 g ». (On lit parfois : « densité 0,8 ». La densité est le nombre par lequel il faut multiplier la masse d'un litre d'eau pour obtenir la masse d'un litre d'alcool. Cela donne, effectivement: 1 000 x 0,8 = 800 grammes pour 1 litre d'alcool.)

3. **Calcule la masse d'un centilitre d'alcool.**
   Puisque 1 L (soit 100 cL) d'alcool a pour masse 800 g, 1 cL a une masse 100 fois plus faible soit : 8 g.

4. **Calcule la masse d'alcool contenue dans la bouteille.**
   La bouteille contient 1,25 cL d'alcool et la masse de 1 cL d'alcool est de 8 g ; la masse d'alcool pur que contient la bouteille est : 8 x 1,25 = **10 g**.

On trouve alors pour la première question, l'application d'un pourcentage et pour les trois autres, un raisonnement utilisant la proportionnalité proche de la « règle de trois », sans qu'elle soit vraiment écrite comme telle.

En Technologie

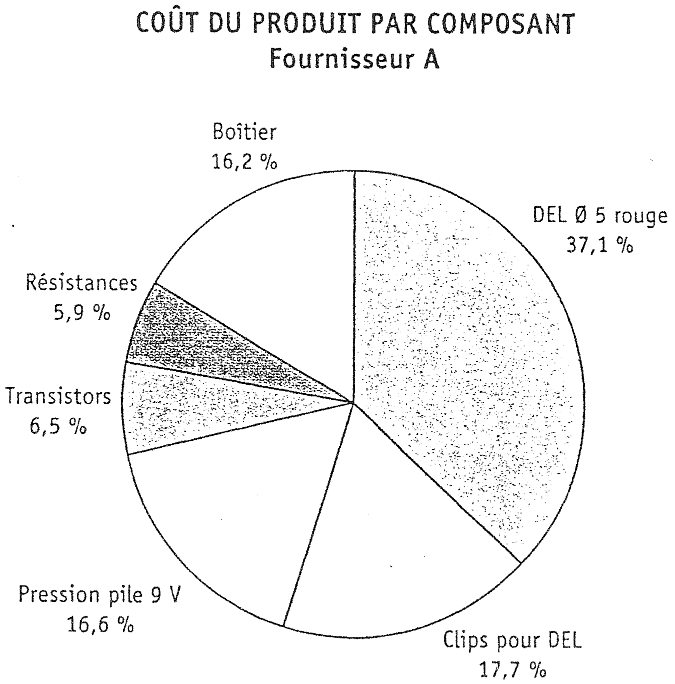
Les exemples donnés s'appuient en général sur l'utilisation de l'outil informatique.
On construit des graphiques à l'aide d'un grapheur à partir de feuilles de calcul d'un tableur.

En voici un cas d'utilisation indirecte :

RÉPARTITION — **COÛT PAR RAPPORT AU COÛT TOTAL** — **PROPORTIONS**

Une construction à partir d'un tableau de données
Ce graphique a été construit à partir du tableau ci-dessus.

La représentation d'un ensemble
Une représentation en secteur montre quelles sont les proportions dans un ensemble.
Ci-contre chaque part, ou secteur angulaire, représente le coût d'un composant par rapport au coût total du produit.
Ce graphique permet des comparaisons. Il montre, par exemple, que le coût des DEL pèse davantage que le coût des transistors dans le coût total du produit.



La valeur de chaque part peut être exprimée par un pourcentage pour permettre une comparaison précise (par exemple, résistances et transistors).
Deux calculs automatiques de proportions
Le logiciel additionne toutes les données (coût total). Il effectue ensuite tous les quotients donnée/total et les convertit en pourcentages :

Donnée	%
Total	100

En remplaçant 100 par 360 (valeur angulaire du cercle, en degrés), il calcule la valeur de chaque secteur angulaire.

Donnée	Secteur
Total	360

La méthode décrite pour trouver le pourcentage utilise des calculs de quotients ; le mot « proportion » est donc utilisé ici dans le sens de « rapport » mais on ne voit jamais apparaître d'égalité de rapports. La procédure utilisée est une procédure automatique de calcul de quatrième proportionnelle, où l'inconnue est toujours située en haut à droite du tableau. Les flèches sous-entendent l'utilisation du produit en croix sans que l'égalité soit explicite.

Conclusion

Nous terminons ici notre petit tour des pourcentages dans les autres disciplines. Cette notion transversale, étant par nature un outil de l'environnement de chacun, (cf. pourcentage comme objet social), peut permettre un travail inter-disciplinaire cohérent.
D'ailleurs, les programmes de mathématiques suggèrent d'établir des liens avec les autres disciplines. En effet, dans la présentation du programme du cycle central, un des objectifs assignés est « *en organisation et gestion de données, l'acquisition de quelques outils statistiques utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de tout citoyen* »
Les auteurs de manuels de mathématiques ont intégré ce souci en introduisant des exemples empruntés à d'autres disciplines à chacun des niveaux.

MAIS POURQUOI 100 BON SANG ! ! ? ? ?

On dit aux élèves que c'est par habitude et par convention que l'on prend 100 comme référence. On dit aussi que c'est un nombre pratique. Il n'est pas sûr pourtant qu'ils acceptent très bien le caractère arbitraire de la chose. Mais il n'est pas sûr, non plus, qu'ils aient les moyens de démêler les différents sens que peut prendre ce fameux 100 suivant le contexte où il apparaît et suivant l'usage qu'on en fait.

Mettons d'emblée de côté le cas où le nombre 100 représente en fait... un autre nombre ; « prendre » 20 % de 300, comme disent les manuels, n'a aucun sens en dehors du domaine numérique où on peut toujours, bien sûr, multiplier n'importe quel nombre par n'importe quelle fraction. Mais on atteint là le comble de l'arbitraire en faisant du pourcentage une sorte de nombre magique qui aurait le pouvoir de modifier un autre nombre, comme ça, sans raison, seulement parce que la tête de celui-ci ne devait pas lui revenir.
Seuls les cas où le pourcentage a un sens dans le domaine des grandeurs sont envisagés ici.
Nous nous appuierons à plusieurs reprises dans cette analyse sur un document de l'IREM d'Aix-Marseille intitulé « pourcentages » (Documents pour la classe n°5 de 1992).

Le 100 comme convention sociale pour désigner l'état d'une grandeur avant augmentation ou diminution

C'est le sens premier et très ancien de l'utilisation des pourcentages. Et c'est dans le domaine comptable, pour normaliser certains actes commerciaux, que cette convention apparaît d'abord, très vraisemblablement.

La situation de base est donc celle où on veut représenter la différence qui existe entre deux états d'une même grandeur sous la forme d'un rapport, le cas prototypique étant celui d'une valeur monétaire (un prix, un salaire, un capital,...) qui augmente ou qui diminue. L'intérêt de la représentation par un rapport réside dans la possibilité d'écrire des égalités de rapports (des « proportions ») et donc de définir des opérations semblables (taxer de la même manière des montants différents par exemple). Mais pourquoi avoir choisi le rapport à 100 comme référence commune pour décrire ces opérations d'augmentation ou de diminution ? En dehors de ses propriétés purement numériques, on peut supposer que c'est la « taille » du nombre qui a fait son succès : 1 et 10 sont trop petits et obligeraient à manipuler des décimales pour avoir une précision suffisante, 1000 est trop grand et conduirait à une précision souvent inutile ; le rapport à 100 est bien adapté pour la plupart des opérations commerciales courantes, ayant déjà un bon degré de précision même en se contentant de numérateurs entiers qui ont l'avantage de faciliter grandement la mémorisation et les calculs.

La théorie des proportions (une proportion est une égalité de deux rapports) a conduit pendant très longtemps à privilégier l'algorithme de la règle de trois pour tous les calculs, y compris donc pour les calculs de pourcentages. Pourtant le sens de retour à l'unité que l'on donnait souvent à la règle de trois étant peu pertinent dans le cas des pourcentages d'augmentation et de diminution (mais cela ne gêne pas vraiment certains auteurs de manuels - voir partie historique), c'est souvent le sens d'opération par une fraction qui est déjà privilégié lors de mise en oeuvre de la règle de trois. La théorie des opérateurs, très en vogue à la fin des années 60, va largement renforcer cette tendance qui est toujours d'actualité, la notion de pourcentage étant même, aujourd'hui, explicitement dérivée de la notion de fraction.

Or cette mathématisation d'un pourcentage qui traduit la transformation que l'on fait subir à une grandeur (augmentation ou diminution) est beaucoup moins pertinente que celle permise par la notion de fonction linéaire. D'abord concevoir le pourcentage comme le coefficient d'une fonction linéaire permet de bien se représenter le caractère dynamique de la transformation en jeu :

$$\boxed{\text{état initial de la grandeur}} \xrightarrow{\textit{pourcentage d'augmentation ou de diminution}} \boxed{\text{état final de la grandeur}}$$

Ensuite, cette mathématisation fait clairement apparaître les trois composantes de la situation (et donc les trois choses que l'on peut avoir à calculer). Elle conduit enfin à des procédures très fiables pour les cas complexes que sont en particulier le calcul de l'état initial et l'application successive de plusieurs pourcentages.

Il ne fait donc pas de doute, que pour ces situations où les pourcentages renvoient à des transformations intervenant sur des grandeurs (de type monétaire souvent) et où la proportionnalité en jeu est profondément de type linéaire, penser ces pourcentages en termes de coefficients de fonctions linéaires est la démarche la plus pertinente et très nettement la plus performante.

Mais il y a deux hic : d'abord la notion de fonction linéaire n'est pas du tout évidente pour les élèves, ensuite ces situations ne sont pas les seules où interviennent les pourcentages...

Le 100 comme référence pratique pour communiquer un ordre de grandeur

Cette deuxième utilisation des pourcentages est beaucoup plus récente que la précédente et directement liée à l'évolution des modes de communication dans les sociétés dites développées. En effet, les informations qui circulent sont de plus en plus complexes, précises et donc quantifiées (dans les médias et dans les argumentations politiques notamment). Mais notre capacité d'assimilation de telles informations étant limitée, il a fallu les codifier fortement. Ainsi les pourcentages et les diagrammes (les fameux camemberts en particulier) sont devenus des langages qui servent à communiquer rapidement des ordres de grandeur concernant des « proportions ».

Pourquoi avoir choisi le nombre 100 comme référence privilégiée et donc comme code pour la communication de tels ordres de grandeur ? Vraisemblablement parce qu'il était déjà utilisé pour la fonction beaucoup plus ancienne décrite précédemment et que cette référence à 100 est devenue une habitude, presque un rite social. Lorsque les pourcentages concernent des situations d'augmentation ou de diminution pour lesquelles l'application du modèle linéaire ne pose aucun problème (l'inflation traduite en % par exemple), cette nouvelle fonction n'intéresse pas spécifiquement le professeur de maths. Mais lorsque l'application de ce modèle est loin d'être évidente et qu'on ne parle cependant qu'en pourcentages parce que c'est l'habitude, cela devient plus intéressant sur le plan mathématique. C'est le cas en particulier dans la plupart des situations où le pourcentage exprime un rapport partie/tout et est utilisé comme un outil de statistique descriptive. J'observe par exemple que dans une classe de 30 élèves, 18 sont absents ; qu'est-ce qui m'autorise à parler de 60 % d'absents ? Est-ce que je choisis simplement un représentant plus « parlant » que 18/30 ou que 0,6 du nombre qui m'intéresse ? Ou est-ce que je suppose qu'il y a linéarité et que ce qui est vrai pour une classe de 30 serait vrai pour une classe de 100 ? Et même dans le cas où le modèle est plausible, quels sont les risques pris en l'adoptant ? Encore plus flagrant : une pente à 12 % est-elle deux fois plus raide qu'une pente à 6 % ?

Il est clair que certaines utilisations des pourcentages ne concernent pas des situations de proportionnalité et que c'est uniquement pour traduire commodément un ordre de grandeur qu'on recourt à ce qui n'a plus alors qu'une fonction de langage ou de code. Certaines expressions du langage courant comme « être sûr à cent pour cent », « ressembler à cent pour cent » montrent bien jusqu'où est allée cette récupération sociale d'une convention liée à l'origine au seul domaine comptable. Autre pratique étonnante : lorsque l'on présente une répartition sous la forme d'un diagramme circulaire, on ajoute souvent le pourcentage auquel correspond chacun des secteurs alors que la mesure brute serait une information plus intéressante car non redondante mais le but est d'abord que « ça parle » au lecteur. Une anecdote pour terminer et pour montrer la force des habitudes prises : un gynécologue rennais déclare dans un magazine que « parmi cent couples désirant avoir un enfant, seulement une femme sur deux sera enceinte après une année de relations sexuelles régulières ». On se demande bien ce que le 100 vient faire ici...

Le 100 comme choix mathématique pour la modélisation d'une situation de comparaison

La situation est celle-ci : on veut comparer plusieurs mesures correspondant à des catégories de même nature mais dans un cas où les grandeurs de référence ne sont pas comparables. Un cas très courant est celui des distributions d'effectifs lorsque les populations comparées sont différentes ; je veux comparer, par exemple, le nombre d'élèves absents dans la classe évoquée ci-dessus avec les 28 absents observés dans une autre classe où l'effectif est de 40 élèves. Par habitude, je vais sans doute calculer des pourcentages alors que les problèmes de linéarité soulevés précédemment deviennent cruciaux ici puisque je vais faire une comparaison et en tirer des conclusions. La référence à un effectif de 100 correspond à un véritable choix en terme de modélisation de la situation.

Bizarrement, cette troisième fonction des pourcentages est à la fois la plus facile à comprendre pour les élèves et la plus délicate sur le plan de ses implications mathématiques.

Elle est, en effet, assez facilement accessible aux élèves car elle concerne des rapports partie/tout plus simples à se représenter que les rapports mis en jeu par les pourcentages d'augmentation ou de diminution (rapport de la différence entre deux états sur l'état initial) et aussi parce que les élèves sont très vite sensibles au fait qu'on ne peut pas comparer des répartitions si « le total n'est pas pareil ». Il est donc tentant de s'appuyer sur de telles situations de comparaison pour mettre en place des raisonnements proportionnels dont les élèves voient bien la signification et pour les amener à réfléchir au choix de la référence la mieux adaptée. Le seul inconvénient est que les élèves ne voient absolument pas l'intérêt de se référer systématiquement à 100 ; dans le cas des élèves absents, par exemple, ils seront sans doute plus tentés (s'ils ne sont pas encore conditionnés au 100) de prendre 10 ou alors 40 parce que cela évitera de toucher à l'un des rapports...

Mais est-ce un inconvénient ? Et ne sont-ils pas plus raisonnables que nous en fait ? Prendre 100 comme référence n'a ici aucune justification pratique (sauf si l'on veut ensuite communiquer un résultat parlant pour les besoins d'une argumentation mais on mélange alors la fonction de comparaison avec la fonction de communication) et pose en outre des problèmes de modélisation particulièrement délicats du fait de l'absence de linéarité évidente (la référence à 10 ou à 40 est moins risquée de ce point de vue que celle à 100).

Ces situations de comparaison sont donc très intéressantes sur le plan didactique et, a priori, les plus simples pour faire comprendre la notion de pourcentage mais sont aussi les plus risquées. Elles conduisent le plus souvent à transmettre aux élèves notre manie de toujours tout ramener à 100 et à occulter la démarche de modélisation qui est toujours présente lorsqu'on effectue de telles comparaisons.

Chapitre 2

LES MANUELS SCOLAIRES

UNE PETITE INCURSION DANS LE TEMPS

Au cours de nos recherches sur les pourcentages, nous nous sommes demandés ce qui se faisait « avant » ; « avant » pouvant signifier ...avant le collège, au niveau du Cours Moyen et avant nous, historiquement parlant. Nous avons ainsi fini par dénicher et étudier d'anciens livres de « cours moyen ». C'est ainsi que nous avons réussi à distinguer quatre grandes étapes.

Prédominance de la règle de trois

Le programme de 1924 indique : « règle de trois simple ; règle d'intérêt simple ». **« Le livre d'arithmétique, cours moyen et supérieur »**, de **1929**, comprend 112 leçons ; 5 sont consacrées aux pourcentages. Les problèmes évoqués sont : définition du « tant pour cent », ce que nous appelons taux de pourcentage, application d'un pourcentage à une valeur, calcul d'une somme initiale soumise à pourcentage si l'on connaît le taux et la remise faite, problèmes de capitaux placés à des taux différents. Les méthodes utilisées pour résoudre ces différents problèmes font appel principalement à la « règle de trois ».

<u>*Exemple :*</u>

livre d'arithmétique cours moyen et supérieur de 1929

172. Sommes inégales placées à des taux différents.

PROBLÈME. — *On place à 6 % les 2/3 d'un certain capital et à 5 % le reste. Le total des intérêts annuels est de 1 275 francs. Quelle est la somme placée à chaque taux?*

Solution. — Un capital de 300 francs, placé dans les conditions indiquées, serait divisé en 2 parties :

1° les 2/3 ou 200 francs placés à 6 %, rapporteraient 12 francs.

2° le 1/3 ou 100 francs placé à 5 %, rapporterait 5 francs.

Au bout d'un an, l'intérêt total serait de : $12^f + 5^f = 17$ francs.

17 francs proviennent d'un capital de 300 francs.

1 franc provient d'un capital de : $\dfrac{300^f}{17}$.

1 275 francs proviennent de : $\dfrac{300^f \times 1\,275}{17} = 22\,500$ francs.

Somme placée à 6 % : $22\,500^f \times \dfrac{2}{3} = 15\,000$ francs,

Somme placée à 5 % : $22\,500^f \times \dfrac{1}{3} = 7\,500$ francs.

On s'aperçoit ici que ce problème est résolu par l'arithmétique, avec un raisonnement sur une somme de 300 F induite par le partage $\frac{2}{3}$ / $\frac{1}{3}$

Il arrive que soit indiquée aussi une solution utilisant les fractions, un peu comme une cerise sur le gâteau .

Exemple :

154. Calcul du tant pour cent. — PROBLÈME. — *Un hectolitre de blé pèse 78 kilogrammes. Il donne 85 % de son poids de farine et le reste de son. Quel poids de farine retirera-t-on de 50 hectolitres de blé?*

Solution par la règle de trois. — Poids de 50 hectolitres de blé

$78^{kg} \times 50 = 3\,900$ kilogrammes.

100 kilogrammes de blé donnent : 85 kilogrammes de farine.

1 kilogramme — donne : $\frac{85^{kg}}{100}$ de farine.

3 900 kilogrammes — donnent : $\frac{85^{kg} \times 3\,900}{100} = 3\,315^{kg}$ de farine.

Solution par les fractions. — Le poids de la farine est les $\frac{85}{100}$ du poids du blé, soit :

$$3\,900^{kg} \times \frac{85}{100} = 3\,315 \text{ kilogrammes.}$$

remarque :
Les 85% du poids se traduisent ici par :
$\frac{85}{100} \times$ ....

livre d'arithmétique cours moyen et supérieur de 1929

Passage à l'écriture fractionnaire

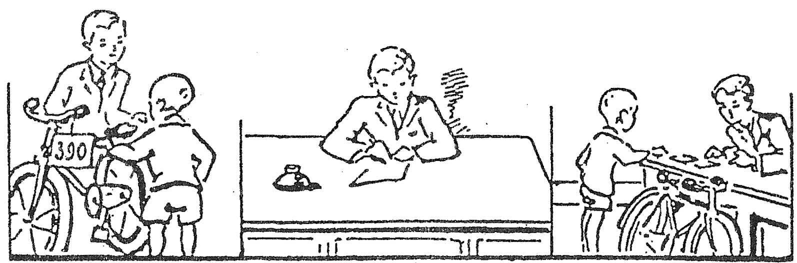
« **L'arithmétique en riant** » – mais si !- de **1935** (*édition F. Nathan*) inverse cette tendance puisque le « tant pour cent » est défini ainsi : « le marchand fait une remise de 5 % (5 pour cent) ou $\frac{5}{100}$ du prix fort ». Le calcul de pourcentage se fait alors de façon prioritaire à l'aide d'une écriture de type fractionnaire.

Exemple :

LE PRIX MARQUÉ, LA REMISE ET LE PRIX NET

Calculer le prix net.

Jean achète une bicyclette marquée 390 f.; mais, comme il paie comptant, le marchand lui accorde une remise de 5 %. Calculer le prix net de la bicyclette.



Prix marqué : 390^f Remise : $\frac{390^f \times 5}{100} = 19^f,50$. Prix net : $390^f - 19^f,50 = 370^f,50$.

Conclusion : Prix net = Prix marqué — remise.

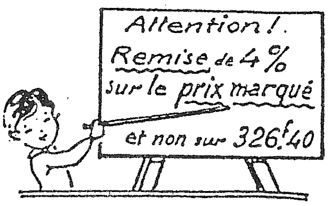
« L'arithmétique en riant » F.Nathan. 1935

Par contre, l'utilisation de la règle de trois réapparaît lors du calcul d'une somme initiale connaissant remise et taux de remise, la solution par les fractions n'arrivant plus que sous forme de remarque.

Exemple :

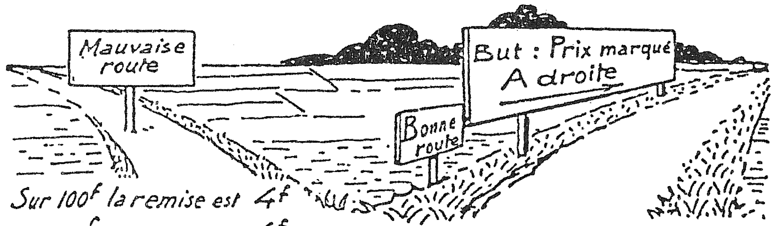
CALCULER LE PRIX MARQUÉ

C'est plus difficile!



PROBLÈME EXPLIQUÉ

J'achète une bicyclette. Comme je la paie comptant, le marchand m'accorde une remise de 4 % sur le prix marqué et je ne paie alors que 326 f. 40. Quel est le prix?



Sur 100^f la remise est 4^f

— 1^f ——— $\frac{4^f}{100}$

— ? ——— ???

(Mettre le prix marqué en dernier lieu

Quand je paie 96^f le pr. marqué est 100^f

——— 1^f ——— $\frac{100^f}{96}$

——— $326^f,40$ ——— $\frac{100^f \times 326,40}{96}$

$= \underline{340^f}$

Vérification. — Remise de 4 % sur le prix marqué : $\frac{340 \text{ f.} \times 4}{100} = 13$ f. 60.

Prix net : 340 f. — 13 f. 60 = 326 f. 40.

Remarque. — On pourrait aussi utiliser les fractions, puisque j'ai payé 96/100 du prix marqué.

« L'arithmétique en riant »
F.Nathan.1935

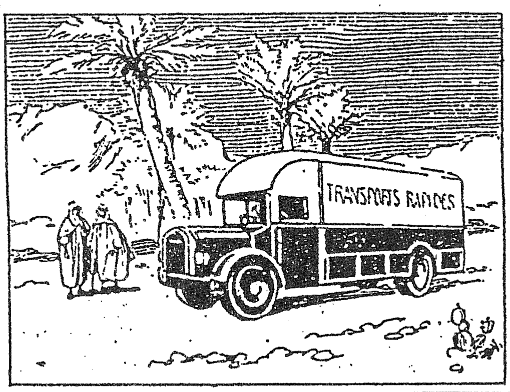
Le **« Nouveau Cours »**, de **1939**, montre la même évolution dans la résolution de ces problèmes, les fractions paraissant encore plus utilisées.

Exemple :

VII. Calculer le capital placé.

Problème I. — *Jules a placé, dans une entreprise de transports coloniaux, un certain capital à 3 % qui lui rapporte, tous les ans, 927 francs d'intérêt.*

Quel est ce capital?



Au taux de 3 %, l'intérêt annuel représente les $\frac{3}{100}$ du **capital.**

927 francs valant $\frac{3}{100}$ du capital, celui-ci est de :

$\frac{927^f \times 100}{3} = 30.900$ **francs.**

« Nouveau cours »
de1939

Le pourcentage vu comme un opérateur

♦ Les livres des années 60 donnent des notions beaucoup plus simples sur les pourcentages, et s'étendent peu sur le sujet, avec, en général, deux leçons et deux pages ; la priorité est donnée aux fractions et aux nombres décimaux. Par exemple, dans le livre de **C.M.2** (éd. Bodard, 1960), le pourcentage est défini ainsi : « prendre les 60 % d'une quantité c'est en prendre les $\frac{60}{100}$ ou c'est la multiplier par 0,60 ». Et dans la leçon suivante, pour calculer une baisse de 5 % sur une somme donnée, on incite l'élève à multiplier cette somme par 0,95.

♦ Dans les années 70, après les changements du programme du 2 Janvier 1970 qui introduit les maths modernes à l'école primaire, les pourcentages ne sont présentés que comme une utilisation de tableau de correspondance. Ainsi dans le livre « **Math au C.M.** » (éd. **Sudel, 1970**) après avoir expliqué sur un exemple la notion de pourcentage, le reste de la leçon tient en deux encadrés, accompagnés d'exemples :

Lorsqu'on doit prendre un pourcentage, calculer la quantité soumise au pourcentage ou le taux de pourcentage, on dresse un tableau de correspondance et on cherche les nombres manquants.

<u>*Un exemple :*</u>

$\xrightarrow{(\div)}$

Retenue	Traitement
81	1 350
•	100

Un fonctionnaire gagne 1 350 *F* par mois. Sur cette somme, on lui retient 81 *F* pour la retraite. Quel est le taux de la retenue? Quel est l'opérateur qui fait passer de la 1re à la 2e colonne?
Pour le trouver, établissez la chaîne :

$81 \xrightarrow{(:\,81)} \bullet \xrightarrow{(\times\,1\,350)} 1\,350$

L'opérateur est donc $\xrightarrow{\left(\frac{1\,350}{81}\right)}$ en simplifiant par 9 puis par 3.

Cette fraction devient ...
Quel est l'opérateur qui fait passer de la 2e à la 1re colonne?
Le nombre manquant est $100 \times \frac{3}{50} = 6$. Taux cherché : 6 %.

Lorsque l'opérateur qui fait passer de la première à la deuxième colonne d'un tableau de nombres en correspondance est une fraction, l'opérateur qui fait passer de la deuxième à la première colonne est la fraction inverse.

<u>*Un exemple*</u>

Quel est le capital qui, placé à 3 % pendant un an a rapporté 2 250 *F* d'intérêt?
Quel est l'opérateur qui fait passer de la 1re à la 2e colonne? Trouvez le nombre manquant.
Ce nombre $2\,250 \times \frac{100}{3} = 75\,000$
Le capital cherché est 75 000 *F*

$\xrightarrow{\left(\frac{100}{3}\right)}$

Intérêt	Capital
3	100
2 250	•
•	6 800

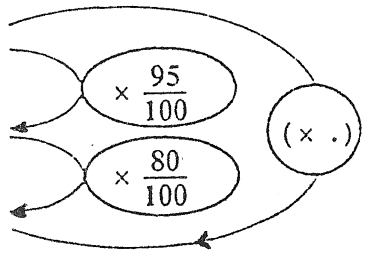
Remarquons que tous les problèmes posés ensuite sont présentés sous la forme de tableaux déjà construits, ce qui limite les risques d'erreurs...

Dans « **L'itinéraire mathématique** », de **1972**, les pourcentages ne sont évoqués que deux fois au C.M.2. La première fois lors de la recherche du coefficient de passage de la première vers la deuxième colonne dans un tableau de correspondance, celui-ci se trouve être $\frac{5}{100}$; l'exemple s'arrête là et le passage à la notion de pourcentage est soigneusement éludé sauf dans le titre de l'exercice. Le deuxième exemple arrive au cours de la multiplication de fractions :

« Lors d'une course automobile par étapes, 5 % des partants ont abandonné après la première étape, 20 % au cours de la deuxième. Combien continuent la course ? »
On passe très vite de ces données à la multiplication par $\frac{95}{100}$ puis par $\frac{80}{100}$ donc à $\frac{76}{100}$ et la réponse est donnée sous forme de pourcentage : 76 %.

Exemple:

nombre de coureurs au départ	100	
après la 1re étape	95	100
après la 2e étape	.	80



Par ailleurs, dans le reste du livre, on ne trouve qu'un seul problème avec des pourcentages.

Fraction : le retour

Autour des années **1980**, les pourcentages sont peu traités, et vus essentiellement comme étant des fractions. Par exemple dans le « **C.M.2** » de Bordas (**1981**), on trouve, après un rappel de la règle de la multiplication d'un nombre par une fraction, l'utilisation de cette règle pour calculer un rabais de 5 % sans que le passage de 5 % à $\frac{5}{100}$ ne soit ni expliqué ni justifié.

Dans le « **C.M.2** » de chez Nathan (**1981**), après l'explication : « 20 % correspond à multiplier par 20 puis diviser par 100 », les problèmes sont traités en trois classes différentes : application d'un pourcentage à une somme donnée, recherche du taux de pourcentage, recherche d'une somme initiale. Le tout est présenté sous forme de tableau avec recherche d'opérateurs. Les problèmes posés le sont aussi sous forme de tableaux, qui n'ont pas toujours le même sens que dans le cours.

Exemple : (« **C.M.2** », éd. **Nathan, 1981**)

Un grand magasin solde certains de ses articles. Pour préparer les nouvelles étiquettes, on a utilisé un tableau du modèle ci-dessous.

Prix avant réduction	95	68	•
Pourcentage de la réduction	32 %	•	18 %
Réduction effectuée	•	17	99
Prix après réduction	•	•	•

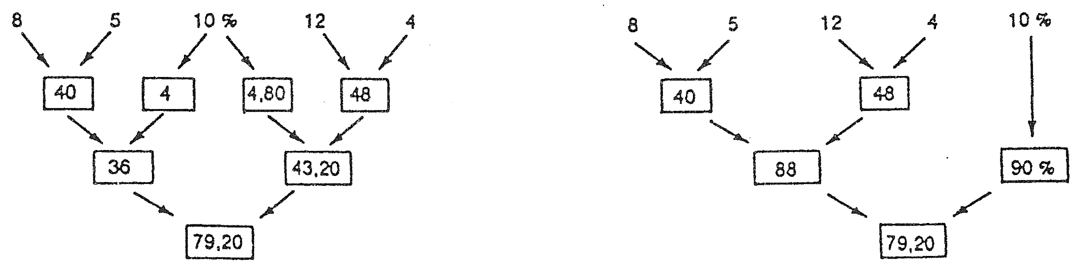
Complète ce tableau.

Ce tableau a-t-il vraiment incité les élèves à refaire trois tableaux différents ?

Dans le « **C.M.2** » de chez **Magnard** (**1987**), après avoir défini 10 % comme étant les $\frac{10}{100}$ de la somme marquée, on construit des tableaux de correspondance. Dans la foulée, l'opérateur $\frac{90}{100}$ pour trouver le prix payé après remise de 10 % est présenté de façon « naturelle » et réutilisé ensuite, par exemple dans la partie gestion de données.

Exemple : (« **C.M.2** » éd. **Magnard** de **1987**)

1. • Jean et Annie ont acheté chacun exactement les mêmes fournitures chez un papetier : 5 cahiers à 8 F et 4 classeurs à 12 F.
   Le papetier leur a fait une remise de 10 %.
   Quelle a été la dépense pour chacun ?
   • Pour résoudre ce problème, c'est-à-dire contrôler leur note, les enfants ont utilisé un arbre pour combiner les données.
   Voici leurs deux représentations :
   pour plus de clarté, les opérations et les unités n'ont pas été indiquées.
   Les arbres sont construits à l'envers : on part des « rameaux » pour aboutir au « tronc ».



Quelle est à ton avis la meilleure solution ?

LES POURCENTAGES AU C.M.2 ... DE NOS JOURS

Dans les programmes de **1995**, le mot « pourcentage » se trouve cité une seule fois dans la rubrique « nombre et calcul », à l'intérieur du paragraphe intitulé « première approche de la proportionnalité ». Encore est-il écrit seulement entre parenthèses, en tant qu'exemple de l'étude de celle-ci. Dans la partie énumérant les compétences à acquérir, on trouve aussi : « les notions d'échelle, de pourcentage font l'objet d'une première approche ; aucune technicité n'est exigée dans leur maniement ».

♦ « **Optimath** » de chez Hachette (juin **1998**) fait découvrir la notion de pourcentage à partir d'une photocopieuse et du taux d'agrandissement. Il explique aussi que l'utilisation de la base 100 facilite la comparaison entre deux offres promotionnelles puis il présente une partie « mémo » :

> « *L 'expression << pour cent >> signifie << centièmes >> ; on écrit %.*
>
> *Par exemple : 15 % de 60, c'est* $\frac{15}{100}$ *de 60 .* »

Suit alors une fiche méthode expliquant l'utilisation de la touche % de la calculatrice puis l'augmentation ou la diminution en pourcentage.

3. Deux utilisations des pourcentages sont fréquentes :

L'augmentation	La diminution
Par exemple, augmenter de 17 %,	Par exemple, diminuer de 10 %,
c'est multiplier par $\frac{117}{100}$,	c'est multiplier par $\frac{90}{100}$,
puisque $\frac{100}{100} + \frac{17}{100} = \frac{117}{100}$.	puisque $\frac{100}{100} - \frac{10}{100} = \frac{90}{100}$.

Les six exercices proposés ensuite semblent bien compliqués pour des élèves si jeunes.

♦ Le livre « **Diagonale** » de chez Nathan, (juin **1998**) cherche à montrer l'utilité de trouver une base commune pour pouvoir comparer des situations entre elles ; cet objectif est clairement indiqué dans le livre du professeur. La base « 100 » arrive en deuxième activité, de même que la notation %. Puis, suivent cinq exercices qui couvrent à la fois des tâches de comparaison et des calculs sur les pourcentages.

◆ Le dernier livre étudié est « **Maths-outil** » édité par **Magnard** (**septembre 97**). Le parti pris, ici, est d'expliquer la notion de pourcentage à partir d'un carré partagé en 100 carreaux.

Le reste est entièrement fait en utilisant les tableaux de proportionnalité et la linéarité. Ainsi, le calcul des 70 % de 210 élèves se résout en décomposant 210 en (2 × 100) + (100 : 10).

Exemple

×2 :10 . + .

Nombre d'élèves restant à la cantine	70	......	......	......
Nombre total d'élèves	100	200	10	210

×2 :10 200+10

En conclusion, les idées utilisées dans chaque livre sont intéressantes, même si on peut regretter qu'une méthode soit utilisée à chaque fois de façon préférentielle. Il faudra garder en mémoire aussi que les élèves de C.M.2 auront sans doute peu de souvenir des pourcentages, abordés le plus souvent en fin d'année. Les livres ne leur consacrent d'ailleurs que deux ou trois pages.

LES POURCENTAGES EN CLASSE DE SIXIEME

Les nouveaux programmes pour la classe de sixième ne font pas référence, de manière explicite, à la notion de proportionnalité. Les pourcentages sont mentionnés dans la rubrique « Organisation et gestion de données, fonctions ».
Les contenus : « Application d'un pourcentage à une valeur ».
Compétences exigibles : « Appliquer un taux de pourcentage ».

C'est une évolution par rapport aux programmes précédents où, à partir d'exemples, on devait : « décrire une situation de proportionnalité, déterminer une quatrième proportionnelle, effectuer un changement d'unité ». Seule cette dernière exigence a été maintenue.

Nous avons examiné les contenus des manuels actuellement utilisés en sixième. Parmi ceux-ci, très peu consacrent un chapitre complet à la proportionnalité.

EDITEURS	CHAPITRE
Delagrave	Gestion de données Pourcentages Graphiques Proportionnalité
Hatier *Pythagore* *Triangle*	 Proportionnalité et Pourcentages Suites proportionnelles Appliquer un pourcentage Proportionnalité et Pourcentages Reconnaître une situation de proportionnalité Compléter un tableau Pourcentages
Hachette	Appliquer un pourcentage
Belin	Multiplication par a/b - Pourcentage
Bordas	Organisation de données - Pourcentages - Echelles - Graphiques - Relevés statistiques
Nathan	Pourcentages/Graphiques - Appliquer un pourcentage - Activités d'application

Au niveau du cours et des méthodes, nous avons observé quelques différences.
Pour les éditeurs **Magnard** et **Hatier** (*Pythagore)*, le pourcentage est associé à un opérateur fractionnaire, on ne détaille pas le calcul effectué pour obtenir le résultat :

Pourcentage

Calculer 20% d'un nombre, c'est calculer $\frac{20}{100}$ de ce nombre.

Exemple : 20% de 40 = $\frac{20}{100} \times 40 = 8$

A **1er exemple**

Pour calculer 12 % de 300,
on effectue : $300 \times \frac{12}{100} = 36$
Donc 12 % de 300 valent 36.

B **2e exemple**

Pour calculer 32 % de 200,
on effectue : $200 \times \frac{32}{100} = 64$
Donc 32 % de 300 valent 64.

Magnard **Hatier-Pythagore**

Pour **Hatier** (*Triangle*), le pourcentage est associé à la proportionnalité dans le sens « partie-tout ».

Pourcentage

Exemple : Un gâteau contient 5 % de sucre.
Cela signifie :
– Dans 100 g de gâteau, il y a 5 g de sucre.
– Dans 200 g de gâteau, il y a 10 g de sucre.
– Dans 300 g de gâteau, il y a 15 g de sucre.
– Dans 1 000 g de gâteau, il y a 50 g de sucre.
– ...
La masse de sucre est proportionnelle à la masse de gâteau.

Il est aussi retenu comme un nombre, puis associé à un opérateur . Le calcul qui est privilégié est (400 x 5) : 100

5 % c'est $\frac{5}{100}$ ou 0,05.

Appliquer un taux de pourcentage

Exemple : calculer 5 % de 400 F.

$400 \times \frac{5}{100} = \frac{2\,000}{100} = 20$

Donc 5 % de 400 F est égal à 20 F.

Les éditeurs **Bordas**, **Nathan** et **Hachette** n'utilisent que l'aspect « opérateur » en privilégiant 25 % sous la forme 0,25 pour Bordas alors que pour Nathan, c'est plutôt la forme 25/100.
Pour **Hachette** on peut lire :

Appliquer un taux de pourcentage : exemples

« 20 % » se lit « vingt pour cent ».

Pour prendre les 20 % d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{20}{100}$.

Exemple **1**

20 % de 450 est égal à 90. En effet :

$$\frac{20}{100} \times 450 = 0{,}2 \times 450 = 90.$$

Remarque : il y a plusieurs manières de calculer un pourcentage.

$$\frac{20}{100} \times 450 = \frac{20 \times 450}{100} = 20 \times \frac{450}{100}$$

Exemple 2

20 % de 8 cm est égal à 1,6 cm. En effet : $\frac{20}{100} \times 8 = 0{,}2 \times 8 = 1{,}6$

Pour **Belin**, où pourcentage est associé à multiplication par a /b, une activité a pour objectif de relier la situation « prendre a % de » à une situation de partage et dans le cours on peut lire :

Appliquer un pourcentage

Exemple : 95 % des 820 élèves d'un collège sont demi-pensionnaires. Combien y a-t-il de demi-pensionnaires dans le collège ?

$820 \times \frac{95}{100} = \frac{820 \times 95}{100} = \frac{77\,900}{100} = 779 \longrightarrow$ *Pour prendre* 95 % *de* 820, *on multiplie* 820 *par* $\frac{95}{100}$.

Il y a 779 demi-pensionnaires.

Pourcentage

Pour prendre a % d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{a}{100}$.

Exemple : pour prendre 30 % de 250, on pose le calcul :

$$250 \times \frac{30}{100} = \frac{250 \times 30}{100} = 25 \times 3 = 75$$

Dans tous les manuels, on parle de pourcentage d'« un nombre » ; quelques questions peuvent se poser :

- Peut-on séparer la notion de pourcentage du contexte de la proportionnalité ?
- Quel sens lui donner si les grandeurs n'apparaissent plus ?
- Le contexte social du pourcentage incite-t-il l'élève à le percevoir comme un nombre ?
- 25 % de 48 a-t-il un sens pour l'élève ?
- 48 est un nombre, pourquoi s'intéresser au quart de ce nombre plutôt qu'au 1/10^e plutôt qu'à son double. Dans quel but ?

LES POURCENTAGES EN CLASSE DE CINQUIEME

Les nouveaux programmes de cinquième consacrent une place aussi importante à la proportionnalité que les précédents avec plus de compétences exigibles :
Contenus : Exemples de fonctions, proportionnalité
Compétences exigibles : Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants :
- calculer un pourcentage, un coefficient de proportionnalité.
Les pourcentages apparaissent liés de manière plus explicite à la proportionnalité.
Ils apparaissent également dans le chapitre *Relevés statistiques* pour le calcul des fréquences , nouveauté du programme de cinquième.
Les commentaires suggèrent à cet effet de faire le lien entre la notion de fréquence et la proportionnalité et d'utiliser plusieurs écritures pour désigner une fréquence (*exemple donné : 4/10, 2/5, 0,4 , 40 %)* et montrer ainsi les différentes représentations d'un même nombre.
40% est donc présenté ici comme une nouvelle écriture de nombre, ce qui peut .surprendre.

Présentation descriptive des manuels

Editeurs	Chapitre
Delagrave	La proportionnalité : - Tableaux de proportionnalité - Graphiques - Pourcentages - Echelles - Durées - Vitesses
Hatier *Pythagore* *Triangle*	Pourcentages et Echelles Pourcentage, Echelle
Hachette *Cinq sur Cinq*	- Reconnaître et utiliser la proportionnalité - Pourcentages - Lire et représenter des données statistiques
Belin	›ortionnalité. Pourcentage : - - Proportionnalité - - Echelle - - Vitesse - - Pourcentage
Bordas	- Proportionnalité : - Echelles - Pourcentages - Mouvement uniforme
Nathan Nouveau *Transmath*	Proportionnalité : - Proportionnalité - Calcul d'un pourcentage - Travail sur les mesures du temps - Mouvement uniforme - Calcul d'une échelle - Changement d'unité de volume
Didier *Dimathème*	Proportionnalité - Proportionnalité - Exemples de situations de proportionnalité

Collection Pythagore (Hatier) 1991 et 1997

Comparons les deux parties qui concernent les résumés *Essentiel* dans les deux éditions, :

1. Appliquer un pourcentage

Appliquer x % à un nombre n c'est effectuer l'opération $n \times \frac{x}{100}$

Exemples :

a/ On applique 12 % au nombre 300, on obtient 36.

En effet : $300 \times \frac{12}{100} = 36$.

b/ On applique 140 % au nombre 300, on obtient 420.

En effet : $300 \times \frac{140}{100} = 420$.

c/ On applique 32 % au nombre 100, on obtient 32.

En effet : $100 \times \frac{32}{100} = 32$.

Edition 1991

A Appliquer un pourcentage (révision)

Appliquer x % à un nombre n, c'est calculer $n \times \frac{x}{100}$

Exemples

• Dans un village de 400 habitants, il y a 13 % de retraités.
Le nombre de retraités est : $(400 \times 13) \div 100 = 52$.

• Un bassin contenait 300 litres d'eau. Ce volume a augmenté de 130 %.
Le volume d'eau a augmenté de $300 \times \frac{130}{100} = 390$ litres.

B Calculer un pourcentage

Exemple

Dans un orchestre, il y a 51 femmes sur un total de 85 musiciens.
Quel est le pourcentage de femmes dans cet orchestre ?
Calculer le pourcentage de femmes, c'est chercher combien il y aurait de femm
s'il y avait 100 musiciens en tout.

Tableau de proportionnalité

Nombre de musiciens	85	100
Nombre de femmes	51	x

On a : $85 \times x = 100 \times 51$

Le nombre cherché est : $x = \frac{51 \times 100}{85} = 60$. Il y a 60 % de femmes dans cet orchestre

Vérifions : $85 \times \frac{60}{100} = 51$

Edition 1997

Même définition dans l'application d'un pourcentage mais par contre, les exemples de la version 1997 s'appliquent à un référentiel bien précis. L'opération est posée de la même manière.

- La démarche demeure globalement la même y compris dans la procédure de calcul ; le tableau des valeurs (on notera l'introduction de x) est signalé comme tableau de proportionnalité dans l'édition 1997 pour mieux coller à la compétence exigible signalée plus haut.
- Tandis qu'en 1991 les pourcentages étaient vus à part dans un chapitre spécifique, en 1997 ils sont associés aux échelles.

Editions Belin

- Entre les éditions de 1995 et de 1997, le plan du chapitre sur la proportionnalité est demeuré quasiment le même.
- Dans celle de 1997, la liaison avec la proportionnalité est plus explicite.

b. Exprimer une proportion en %

Dire que 32 % des adhérents d'un club sportif sont des basketteurs signifie que les basketteurs et l'ensemble des adhérents sont dans la proportion de 32 pour 100.

On peut écrire les égalités : $\frac{\text{nbre de basketteurs}}{\text{nbre total d'adhérents}} = \frac{32}{100}$ ou nbre de basketteurs $=$ nbre total d'adhérents $\times \frac{32}{100}$

Edition 1995

Le référentiel, absent dans l'exemple ci-dessus, apparaît en 1997 en même temps que le tableau de proportionnalité.

a. Prendre *a* % de ...

En appliquant un même taux de pourcentage aux nombres d'une suite, on obtient une deuxième suite proportionnelle à la première.

Exemple : à l'occasion d'une vente promotionnelle, un commerçant accorde une réduction égale à 30 % du prix normal.

prix normal (en F)	100	200	220	310
réduction (en F)	30	60	66	93

$\times \frac{30}{100}$ (0,3)

On peut écrire les égalités : $\frac{\text{réduction (en F)}}{\text{prix normal (en F)}} = \frac{30}{100}$ ou $\text{réduction (en F)} = \text{prix normal (en F)} \times \frac{30}{100}$

La réduction et le prix normal sont dans la **proportion de 30 pour 100**.

Edition 1997

On relèvera également cette évolution du langage , ce qui en 1995 était présenté comme :

a. Définition d'un pourcentage

Dire que «42% des élèves d'un collège sont des filles» signifie que les filles sont dans la proportion de 42 pour 100. On peut écrire :

$\frac{\text{nombre de filles}}{\text{nombre d'élèves}} = \frac{42}{100}$ ou nombre de filles $= \frac{42}{100} \times$ nombre d'élèves.

devient en 1997 , alors que l'exemple est quasiment le même :

b. Application d'un pourcentage

Pour prendre les a% d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{a}{100}$.

Exemple : 42% de 750 = $750 \times \frac{42}{100} = 315$.

Il faut noter pour ces auteurs le sens particulier donné à proportion. Il est employé ici dans le sens de rapport, une proportion étant définie habituellement comme une égalité de deux rapports.

Collection Hachette :

Dans les parties « *Revoir et Découvrir* », (paragraphe 2, problème 2) ils reprennent les mêmes exemples dans les deux éditions (1997 et 1995) mais les soldes laissent la place à un calcul de fréquence et les diagrammes choisis sont associés à des données statistiques. Dans l'édition de 1995, bien que le titre du chapitre soit « *Pourcentages - Relevés statistiques* », le lien entre les deux n'était pas aussi net.

Dans les parties « *Retenir* » des deux éditions, on retrouve exactement les mêmes définitions et les mêmes exemples.

1 Appliquer un pourcentage (rappel)

Calculer t % d'un nombre a, c'est multiplier a par $\frac{t}{100}$ soit : $a \times \frac{t}{100}$

Exemple : *Rémi place 650 F à la banque qui affiche un taux d'intérêt annuel de 4,5 %.*
Quelle sera la somme dont disposera Rémi au bout d'un an ?

Le montant des intérêts, pour un an, sera : $650 \times \frac{4,5}{100} = 29,25$, soit : **29,25 F.**

Donc, un an plus tard, Rémi disposera de : $650 + 29,25 = 679,25$, soit : **679,25 F.**

2 Calculer un pourcentage

Problème 1 : *Sur 425 élèves d'un collège, 119 sont en classe de 5^e.*
Quel est le pourcentage d'élèves en 5^e dans ce collège ?

Cela revient à chercher combien il y aurait d'élèves en 5^e, s'il y avait 100 élèves dans le collège (en gardant la même proportion). D'où le calcul d'une quatrième proportionnelle (voir le tableau ci-contre) :

élèves au collège	425	100
élèves en 5^e	119	x

$\times \frac{119}{425}$

$x = 100 \times \frac{119}{425}$; $x = 28$.

Dans ce collège, il y a 28 % d'élèves en 5^e.

Problème 2 : *Un article qui coûtait 250 F, est indiqué 195 F.*
Quel est le pourcentage de remise effectué sur le prix de cet article ?

La remise est de 55 F (250 − 195 = 55).
On cherche quel serait le montant de cette baisse si l'article coûtait 100 F (ancien prix) tout en gardant la même proportion.
D'où le calcul d'une quatrième proportionnelle (voir le tableau ci-contre) :

ancien prix	250	100
remise	55	y

$\times \frac{55}{250}$

$y = 100 \times \frac{55}{250}$; $y = 22$.

Le pourcentage de remise est de 22 %.

Calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle.

La série de calcul mental , tel « *Calculer 10 % de a, c'est diviser a par 10* » avec comme exemple : « *10 % de 76 c'est 7,6* » a disparu en 1997, mais un paragraphe nouveau est consacré aux fréquences :

Les fréquences s'obtiennent en divisant chaque effectif par l'effectif total. Très souvent, on exprime ces résultats en pourcentage.

• **Exemple 1**

Répartition des élèves d'une classe de 5^e selon la marque de la voiture des parents.

Il y a 5 élèves sur 25 dont les parents ont une Peugeot.
La fréquence est $\frac{5}{25} = 0{,}2 = \frac{20}{100} = 20$ %.

marque de voiture	Peugeot (P)	Citroën (C)	Renault (R)	Étrangères (E)	total
effectif	5	3	7	10	25
fréquence (%)	20	12	28	40	100
hauteur de la barre (en mm)	15	9	21	30	75
angle au centre (en degrés)	72	43,2	100,8	144	360

× 3

× 14,4

Nous n'avons pas jugé utile de présenter les autres manuels en détail, le pourcentage intervenant peu dans la partie cours si ce n'est pour exprimer une fréquence.
On retrouve cependant dans la partie exercice tous les problèmes habituels liés aux pourcentages, mais plutôt dans le chapitre consacré à la proportionnalité, avec comme méthode privilégiée le calcul d'une quatrième proportionnelle à l'aide d'un tableau où figure le nombre 100. Les éditions **Delagrave** se distinguent cependant en privilégiant plutôt les égalités de fractions.

LES POURCENTAGES EN CLASSE DE QUATRIEME

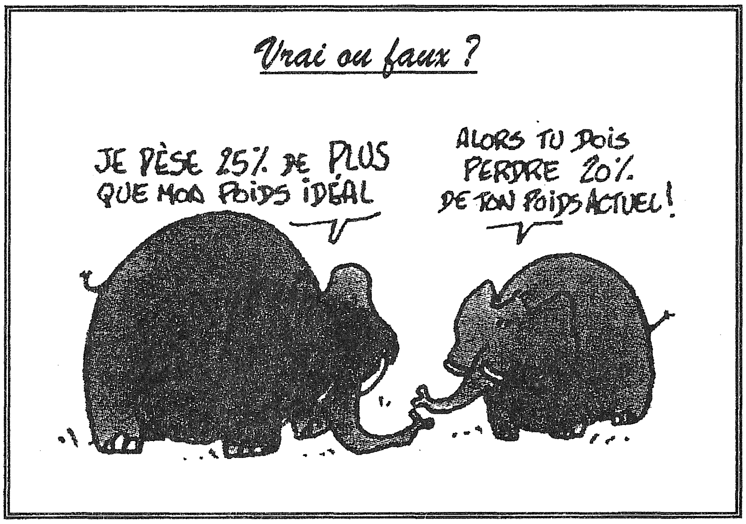
Les programmes de la classe de quatrième, mis en place à partir de la rentrée 1998, font mention de la notion de pourcentage dans la partie : « gestion de données – fonctions », sous la rubrique « applications à la proportionnalité ». Les contenus sont : « calculs faisant intervenir des pourcentages » et les compétences exigibles : « mettre en œuvre la proportionnalité dans des situations simples utilisant à la fois des pourcentages et des quantités ou des effectifs ». L'exemple cité dans les commentaires est : « connaissant le pourcentage d'un caractère dans deux groupes d'effectifs différents, déterminer le pourcentage obtenu après réunion des deux groupes. »
Nous avons étudié six manuels édités en 1998 et fait diverses remarques.

Editeur	Chapitre	Remarques
Hatier : *Pythagore*	Proportionnalité	• Une activité sur les pourcentages à partir des prix H.T. et T.T.C. • Aucun rappel dans le cours ou les méthodes. • Exercices dans la continuité de la $5^{ème}$ (12 sur 59).
Hatier : *Triangle*	Proportionnalité • représentation graphique • vitesse • pourcentage	• Les activités, la leçon et les méthodes portent essentiellement sur : « augmenter de x % revient à multiplier par $(1 + \frac{x}{100})$ ». • Exercices de niveaux très différents (20 sur 56).
Belin : *Décimale*	Proportionnalité • proportionnalité • distance, temps vitesse. • pourcentage	• Les activités, la leçon portent aussi bien sur l'application de la proportionnalité, le calcul de pourcentage à partir de référentiels différents, et sur l'augmentation en pourcentage reliée à l'utilisation de la proportionnalité. • 15 exercices sur les 70 du chapitre.
Bordas	Proportionnalité • calculs et pourcentages • vitesse moyenne • graphique et proportionnalité	• Les activités portent sur des calculs avec des référentiels différents. • Le cours rappelle le lien entre proportionnalité et pourcentage, sous forme de fraction ou de nombre décimal. • Les exercices sont de niveaux très variés ; on y retrouve la formulation de la règle liant l'augmentation de x % avec la multiplication par $(1 + x /100)$, donnée sans justification et à utiliser telle quelle.
Nathan *Transmath*	Proportionnalité • représentation graphique • vitesse moyenne • pourcentage	• Une activité sur les référentiels différents. • Le cours rappelle les notion vues en $6^{ème}$ et en $5^{ème}$. • 24 exercices sur les 77 du chapitre, reprenant essentiellement les notions de la $6^{ème}$ à la $4^{ème}$.
Didier *Dimathème*	Proportionnalité	• Une activité sur les référentiels différents (le mot « référentiel » est explicitement utilisé ici). • Rien dans le cours ou les méthodes...mais deux exercices corrigés, dont un permet le calcul d'un prix ayant subi une hausse en pourcentage. • 17 exercices sur 82 de niveaux très différents.

Il est à noter que tous les livres font le lien entre pourcentage et fréquence dans le chapitre portant sur les statistiques.

L'étude de ces différents manuels fait apparaître deux grandes catégories. En effet, certains ont décidé de s'en tenir strictement au programme en portant leur effort sur la recherche de pourcentages à partir de référentiels différents. D'autres ont utilisé les tableaux ou les coefficients de proportionnalité pour aller plus loin et faire calculer un nombre ayant subi une augmentation en pourcentage, le raisonnement utilisé étant rarement explicité.

Pour finir, à l'heure où il est de bon ton de se pencher sur le grave problème de la masse pondérale du mammouth gras, nous nous devions de citer l'exercice tiré du « Nathan 98 », histoire de rire un peu...



DEUXIEME PARTIE

UN ETAT DES LIEUX AVANT APPRENTISSAGE...

INTRODUCTION

Après avoir étudié les manuels et les programmes, nous souhaitions nous tourner vers les réalisations de nos élèves. Nous avons dans un premier temps pensé à des séquences d'apprentissage et à des fiches d'activités mais cela nécessitait des choix didactiques. Les discussions étant vives dans le groupe; il a semblé difficile de trouver, dans un laps de temps très court, un terrain d'entente.

Nous avions pourtant, à travers cette mise à plat, perçu ce qui gravitait autour des pourcentages :

- Les connaissances mises en jeu touchent à la proportionnalité, aux fractions, aux représentations sous forme de tableaux et de graphiques, à la notion d'application linéaire et à la règle de trois (conception un peu plus ancienne).
- Nous avons pris conscience de l'aspect « ordre de grandeur » du pourcentage lié à son utilisation très répandue dans les médias, comme outil de communication (25 %, 50 % et 75 % étant de ce point de vue devenus des repères, avec un statut particulier dans le langage).
- Plus largement, nous avons senti les limites d'une modélisation par les pourcentages qui nous paraissait pourtant si naturelle.
- Nous avons pu repérer les artifices et les implicites de langage pour évoquer le référentiel, élément pourtant essentiel pour la compréhension.
- En parcourant les manuels, nous avons constaté que plusieurs difficultés étaient souvent réunies dans les énoncés de problèmes et ceci dès la sixième, sans parler de l'utilisation des pourcentages dans les autres disciplines, que nous maîtrisions encore moins.

Il nous a alors semblé intéressant de concevoir des fiches « état des lieux », permettant pour chaque niveau de mesurer, en quelque sorte, la compréhension et l'impact de ce langage. Un des membres du groupe nous a lancés sur cette idée avec une première fiche intitulée « Pourcentages à débattre » proposée pour le niveau sixième et axée sur l'outil de communication.

Nous avons repris cette idée et décidé de présenter pour chaque niveau deux fiches : l'une avec un aspect plutôt calculatoire, l'autre plutôt graphique, en ayant le souci de renvoyer à travers ces fiches, aux différents aspects recensés au cours de notre recherche.

Fiches : mode d'emploi

- Rappelons qu'elles n'ont pas été conçues pour servir de test d'évaluation.
  Il est intéressant de les soumettre aux élèves plutôt en début d'année scolaire, avant tout apprentissage.
- Elles doivent donner aux élèves l'occasion de s'exprimer et de confronter leurs connaissances implicites ou explicites. Les objectifs sont centrés sur le référentiel, les pièges du langage, les représentations avec, à chaque niveau, des séquences de calcul.
- Il peut être intéressant, pour le professeur, de recenser et d'analyser les procédures utilisées à l'aide des traces écrites, de repérer les obstacles ou les lacunes et de construire à partir de ces observations, des séquences d'apprentissage.

Dans la première partie, nous présentons les fiches retenues pour chaque niveau avec, en vis à vis, les modalités de passation et leur contenu didactique.
Dans la deuxième partie, nous présentons l'historique de chaque fiche et les choix qui ont été faits après expérimentations auprès d'élèves de collèges différents.
Remarque :
Les fiches nous paraissent modulables en fonction des élèves auxquels elles s'adressent. Nous avons en effet tenté d'expliciter au mieux les objectifs, pour permettre à chacun de s'en inspirer afin d'en bâtir d'autres plus adaptées à ses élèves. Nous pensons en particulier aux classes de lycée professionnel, où la notion revêt une importance particulière.

Chapitre 3

LES FICHES ET LEUR MODE D'EMPLOI

POURCENTAGES A DEBATTRE

Début sixième	**fiche 6A** **fiche 6B**
Début cinquième	**fiche 5A** **fiche 5B**
Début quatrième	**fiche 4A** **fiche 4B**
Début troisième	**fiche 3A** **fiche 3B**

Pourcentage à débattre.	Début $6^{ème}$	fiche 6A

Monsieur Richard est maraîcher dans le Gard.
Il a planté six cents pieds de tomates et mille plants de melon au début du mois de mars 1996.
Le 27 mai 1996, à la suite d'un violent orage, il déclare :
« C'est la catastrophe ! Quarante pour cent des pieds de tomates que j'ai plantés ont été abîmés par la pluie et je pense que les trois quarts des melons sont détruits. »

Qu'a-t-il voulu dire? Cocher toutes les réponses qui sont vraies.

	Brouillon :
☐ 100 pieds de tomates sur 40 ont été abîmés. ☐ 40 pieds de tomates sur 600 ont été abîmés. ☐ 40 pieds de tomates sur 100 ont été abîmés. ☐ 240 pieds de tomates ont été abîmés. ☐ tous les pieds de tomates sont abîmés.	
☐ 500 plants de melons ont été détruits. ☐ 3 plants de melon sur quatre ont été détruits. ☐ 75 plants de melons sur 100 ont été détruits. ☐ 750 plants de melon ont été détruits. ☐ tous les plants de melon ont été détruits. ☐ 3 plants de melon sur 1000 sont détruits . ☐ 75pour cent des plants de melon sont détruits.	

Ecris avec des chiffres et des symboles mathématiques : « Quarante pour cent » : ....

Nom :............................	Prénom :	Classe : ....

Objectifs

- Avoir rapidement un aperçu de la manière dont les élèves comprennent l'expression *pour cent* dans un texte informatif.
- Repérer des difficultés éventuelles dans la compréhension de certaines écritures de cette expression et tout particulièrement les liens existant avec une écriture fractionnaire du rapport.
- Stimuler la réflexion des élèves à propos d'une expression qui leur est familière et les amener à se poser des questions sur son sens exact.

Contenus et tâches

Le point de départ est une information réelle formulée dans le langage courant et utilisant les expressions *quarante pour cent* et *les trois quarts*.

Les 12 propositions dont l'élève doit juger la véracité par rapport aux informations données dans le texte n'ont pas toutes le même statut. Elles sont de cinq types.

- 1ère catégorie : les affirmations qui peuvent être traitées à partir d'une compréhension globale et intuitive des expressions de départ :
  tous les pieds de tomates sont abîmés — *tous les plants de melons ont été détruits*
- 2ème catégorie : les affirmations qui supposent des connaissances un peu plus précises mais très élémentaires sur pourcentage et fraction :
  100 pieds de tomates sur 40 ont été abîmés — *500 plants de melons ont été détruits*
  40 pieds de tomates sur 600 ont été abîmés — *3 plants de melons sur 1000 sont détruits*
- 3ème catégorie : le changement d'écriture :
  75 pour cent des plants de melon sont détruits
- 4ème catégorie : les affirmations qui, dans notre esprit, correspondaient à une simple explicitation des expressions *quarante pour cent* et *les trois quarts* mais qui peuvent aussi être comprises comme un pronostic sur l'effectif obtenu lors d'un échantillonnage :
  40 pieds de tomates sur 100 ont été abîmés (si je prends au hasard 100 pieds de tomates, j'en trouverai exactement 40 d'abîmés)
  3 plants de melons sur quatre ont été détruits — *75 plants de melons sur 100 ont été détruits*
- 5ème catégorie : les affirmations qui portent sur des effectifs estimés à partir des rapports 40 % et 3/4 et qui sont donc sujets à débats :
  240 pieds de tomates ont été abîmés — *750 plants de melons ont été détruits*

La réécriture de l'expression *quarante pour cent* sert, bien sûr, à tester la connaissance du symbole % qui n'est jamais utilisé dans la fiche.

Utilisation pédagogique

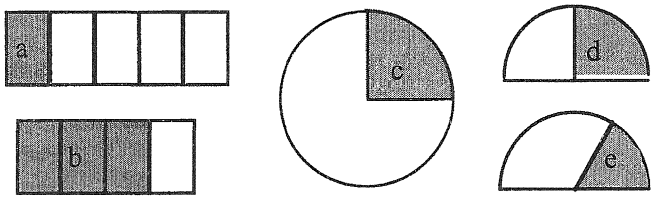
durée totale : 15 à 20 minutes.
Un travail individuel en deux temps est souhaitable pour cette fiche, suivant la modalité ci-dessous :

- lire le petit texte à haute voix pour que les élèves ne se contentent pas de le survoler.
- insister sur la consigne contenue dans la fiche : « Trouver toutes les réponses qui sont vraies. Cocher les cases. ».
- insister pour que les élèves n'effacent rien et utilisent la partie brouillon.
- après 10 minutes de travail environ, donner la seconde consigne : « Maintenant rayer les propositions qui sont fausses et mettez un point d'interrogation lorsque vous n'êtes pas sûr. ».
- insister pour que les élèves n'oublient pas la dernière question avant de rendre leur feuille.

Un débat immédiat est nécessaire, mais peut conduire à poser des questions difficiles au niveau 6ème. (à ce titre, il est vivement conseillé de lire attentivement les commentaires d'expérimentation dans le chapitre 4, page 109).

Pourcentages à débattre... | **Début 6ème** | **fiche 6B**

1) A chaque graphique, associer le pourcentage représenté par la partie coloriée :



Les pourcentages :

75 % | 50 % | 25 %

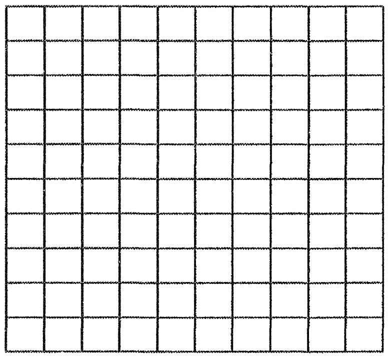
33 % (environ) | 20 %

2) **Où sont les vacanciers ?**

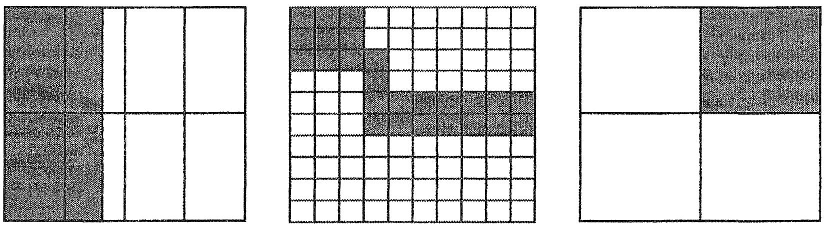
A propos des vacances des Français, on constate que 28 % d'entre eux ne partent pas, 44 % vont au bord de la mer, 12 % vont à la montagne et les derniers, 16 %, recherchent des vacances « vertes » à l'intérieur des terres.
Représenter avec des couleurs différentes, la répartition des français suivant leur lieu de vacances.
Légende :

☐ : ☐ :

☐ : ☐ :



3) Sur un des trois schémas, la partie grisée ne représente pas les 25 % du rectangle.
Lequel ?



a b c

4) **a)** Un objet coûte **400 F.** Il subit une baisse de 10 %. Quel est le montant de la baisse ?

Explique :

b) Un objet coûte **300 F.** Il subit une baisse de 15 %. Quel est le montant de la baisse ?

Explique :

5) Un avion de **350** places est occupé à **70 %.**

Il y a : ❑ **245** places vides.
❑ **105** places vides.
❑ **210** places vides.

Coche la bonne réponse.

Explique :

Nom : .... **Prénom : ....** **Classe : ....**

Objectifs

- Inciter les élèves à représenter graphiquement un pourcentage.
- Repérer la capacité à passer d'une donnée en pourcentage à une donnée graphique.
- Les aider à passer de la notion de fractions à celle de pourcentage, dans les cas élémentaires (évaluation du quart, de la moitié....).
- Les amener à se poser la question : « comment calculer ? » (15 % de 300F par exemple).

Contenus et tâches

- **Exercice n°1 :**
  A partir d'une tâche de comparaison et d'association, visualisation de pourcentages simples avec, sous-jacente, la reconnaissance de fractions qui ont déjà été manipulées ($\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$).

- **Exercice n°2 :**
  Comptage des cent carreaux et répartition par coloriage. L'élève doit prendre en compte la somme des parties et peut la valider sous forme visuelle.

- **Exercice n°3:**
  Reconnaissance visuelle des 25 % ou du quart. Certains raisonneront *a contrario* puisque la figure « **a** » fait presque la moitié. L'évaluation est aussi possible par élimination.

- **Exercice n°4 :**
  a) Il s'agit d'un calcul *a priori* élémentaire (400 : 10), théoriquement sans grande difficulté compte tenu du statut particulier de 10 % (voir analyse dans le chapitre 4).
  b) Quel calcul faire ? Pour l'élève, la procédure du **a)** est-elle encore utilisable dans le **b)** ? Rappelons que *« prendre un pourcentage de ... »* est au programme de la classe de $6^{ème}$. Cet exercice est l'occasion de recenser l'éventail des procédures de résolution (y compris les procédures graphiques).

- **Exercice n°5 :**
  Pourcentage et ordre de grandeur : les problèmes posés sont les mêmes que ceux de la fiche 6A ; la question est difficile car elle porte sur la partie complémentaire ; la comparaison avec « moins de la moitié » donne la réponse « **b** ».

Utilisation pédagogique

- Cette fiche est à utiliser avant toute leçon sur les pourcentages.
- La calculatrice est à proscrire. Elle perturbe inutilement.
- Séquence d'une heure : travail individuel de 15 à 20 minutes, puis par groupes de deux avec mise au point d'une fiche collective. Il faudra demander de ne pas refaire l'exercice n°2 car il prend trop de temps. Mise au point collective et débat en classe entière.
- Pour une correction plus animée, prévoir une fiche au rétroprojecteur.

Pourcentages à débattre.	Début $5^{ème}$	ficha 5A

1) Trois personnes A, B, C donnent respectivement 25 %, 20 %, 50 % de ce qu'elles ont dans leur portefeuille à une œuvre de charité. Au départ, A possède 420 F ; B possède 525 F ; C possède 210 F. La personne qui a donné le moins est :

❑ A ; ❑ B ; ❑ C ; ❑ Je ne sais pas ; ❑ Autre réponse : ....

Tes calculs : ....
....
....
....
....

2) Soldes !... Sur la vitrine d'un magasin, on peut lire « tout à moins 20 % ». Un pull coûtait 120 F avant réduction. Combien vais-je le payer ?

❑ 20 F. ❑ 100 F. ❑ 24 F. ❑ 144 F.
❑ 96 F. ❑ 104 F. ❑ Autre réponse. ❑ Je ne peux pas savoir.

Tes calculs : ....
....
....

3) Je sais que, en $5^{ème}$ E, 25 % des élèves portent des lunettes. J'ai bien compté : il y 6 élèves qui en portent. Je peux dire que :

❑ Il y a 25 élèves en $5^{ème}$ E;
❑ Il y a plus de 25 élèves en $5^{ème}$ E;
❑ Il y a moins de 25 élèves en $5^{ème}$ E;
❑ $\frac{3}{4}$ des élèves de $5^{ème}$ E ne portent pas de lunettes.

....
....

4) Un jean neuf rétrécit uniformément de 3 % au premier lavage. Neuf, sa longueur totale est de 1,12 m et son tour de taille de 0,74 m. Après le premier lavage :

❑ il va perdre 3 cm dans tous les sens ;
❑ il va perdre plus de 3 cm dans la longueur et moins de 3 cm dans la largeur;
❑ il va perdre moins de 3 cm dans la longueur et plus de 3 cm dans la largeur;
❑ cela n'a pas d'importance.

....
....

5) En France, je sais que 10 % des gens sont gauchers. Au collège « Zarby », 56 élèves sont gauchers. Que peut-on affirmer ?

❑ Le pourcentage de gauchers dans ce collège est supérieur au pourcentage national.
❑ Le pourcentage de gauchers dans ce collège est inférieur au pourcentage national.
❑ Autre réponse : ....

NOM :	Prénom :	classe : ......

Objectifs

Faire le point sur la maîtrise des calculs :

- application de pourcentages simples sur des nombres référentiels bien définis.
- calculs après déduction de remise.
- évaluer le sens des opérations dans un situation-problème à partir de la consigne.
- savoir interpréter un pourcentage.
- associer fractions simples et pourcentages particuliers.

Contenus et tâches

- Le premier exercice, par les calculs simples qu'il propose, permet à l'élève de rentrer rapidement dans l'activité.
  La tâche est simple : application d'un pourcentage, mais elle amène à une activité de comparaison. Le mot « respectivement » peut poser problème.

- Dans le deuxième exercice, la tâche est conçue pour permettre à l'élève de dépasser, seul ou en groupe, la difficulté bien connue qui consiste à s'arrêter après le premier calcul. On notera le grand nombre de choix offerts.

Les trois situations qui suivent portent davantage sur l'aspect interprétation et provoquent le débat.

- Pour le troisième, le choix de 25 % est fait de telle sorte qu'il puisse permettre une représentation plus facile, les $\frac{3}{4}$ permettant de voir si l'association fractions - pourcentages est opérant.
  Le choix d'un même nombre pour le pourcentage et pour l'ensemble de référence n'est pas innocent.

- Dans le quatrième exercice, le contexte n'est pas familier, en particulier la compréhension de l'expression « rétrécit uniformément de ... ».
  La tâche est orientée vers une comparaison par estimation qui permet de répondre sans poser de calculs.

- Dans le cinquième, il s'agit de voir si l'élève n'assimile pas un nombre (désignant une population donnée) à un pourcentage. On lui demande de comparer deux pourcentages alors qu'il n'en connaît qu'un. L'absence de référentiel a pour but de déstabiliser l'élève. Encore une fois, ceci n'est pas innocent.

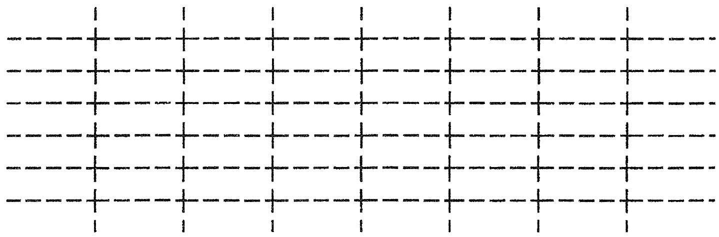
Utilisation pédagogique

Travail individuel : 10 min.
Travail par groupes de 2 : 20 min.
Mise en commun avec débat : 20 min.
L'utilisation de la calculatrice n'est pas souhaitable.
Veiller à ce que les élèves laissent absolument les traces du travail individuel.

Pourcentages à débattre. | **Début $5^{ème}$** | **fiche 5B**

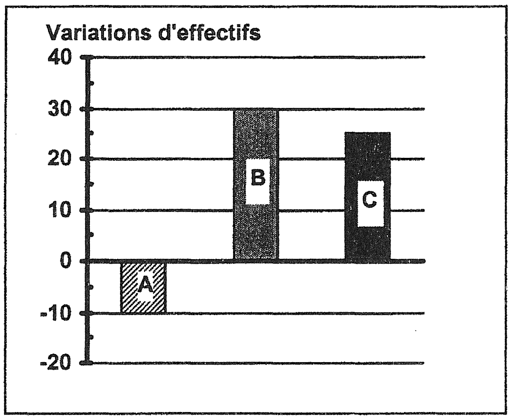
1) Un terrain est formé d'une piscine de 40 m^2 et d'un jardin.
La piscine occupe les 20 % du terrain.

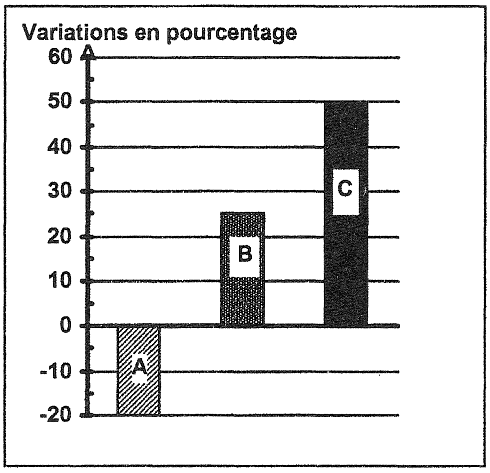
Fais un dessin qui représente à l'échelle la piscine et le jardin. Tu peux utiliser le quadrillage ci-contre, en le modifiant éventuellement :



Explique:
....
....
....
....

2) Voici pour trois usines A, B et C, deux diagrammes. Le premier représente les variations d'effectifs entre 1997 et 1998. Le second représente les variations en pourcentage de ces effectifs pour la même période.





Claire dit que l'usine A a perdu 10 personnes entre 1997 et 1998 et que cela s'est traduit par une baisse de 20 % de ses effectifs. Après avoir bien réfléchi, elle sait comment retrouver les effectifs de l'usine A en 1997 : « c'est sûrement 50. ».Elle a raison ! Comment fait-elle ?
....
....
Roger réfléchit et dit qu'il peut en faire autant pour les deux autres usines. Et toi ?
....
....
....
....
....
....

NOM : .... | **Prénom : ....** | **classe : ......**

Objectifs

Tester la prise en compte d'une information donnée en pourcentage sur une situation assez ouverte.
Travailler simultanément sur deux représentations graphiques et prendre en compte des informations en données brutes et en pourcentages.
Identifier le référentiel dans une situation complexe.
Manipuler 25 % et 50 %.

Contenus et tâches

Situation n°1 : la tâche consiste à réaliser un dessin sur un support quadrillé.
« A l'échelle » incite à respecter les proportions sans induire de manière trop forte la proportionnalité.
La piscine dans le jardin évoque une partie d'un tout. Il est intéressant de voir si la donnée 20 % seule est retenue et sous quelle forme : 20 carreaux sur 100 carreaux ou 20/100. D'autre part, la donnée 40 m^2 incite-t-elle à calculer l'aire du jardin ?

Situation n°2 : la petite histoire a été choisie pour aider à faire le lien entre les deux graphiques.
Il s'agit d'une variation entre les années 97 et 98, ce qui peut perturber les élèves.
Les informations portent sur la variation , elles sont données à la fois en pourcentage et en donnée brute, le référentiel étant l'effectif en 97.
Les pourcentages choisis sont volontairement simples pour ne pas rajouter de difficultés supplémentaires.

Utilisation pédagogique

Des consignes orales sont nécessaires pour ces deux situations :

> « Le support quadrillé peut être agrandi, fermé, utilisé partiellement ou subdivisé »
>
> « <u>Effectif</u> : nombre de personnes dans l'usine »

Un traitement complet de ces deux situations suppose le calcul de l'aire du jardin pour la première et le calcul de l'effectif de chacune des usines en 98 pour la deuxième. Ces calculs peuvent être éventuellement proposés au cours de la synthèse générale.
Ici, il peut être intéressant d'analyser les procédures. Il faut penser à relever les traces écrites individuelles et celles des groupes.

Recherche individuelle : 10 à 15 min.
En groupe : 20 à 25 min.
Synthèse générale ensuite.
Format A3 pour les feuilles ; insister pour que les élèves n'effacent rien et laissent les traces de leur travail individuel même s'ils changent d'avis par la suite.
L'utilisation d'un quadrillage sur transparent pour rétroprojecteur peut être bien utile au moment du débat en groupe.

Pourcentages à débattre...	Début 4ème	fiche 4A

1) En 4ème A, sur 25 élèves, 9 font allemand première langue; les autres font anglais. Que peut-on affirmer ?

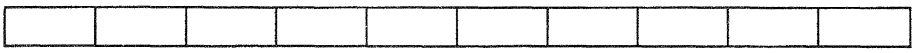
❑ Plus de 40 % des élèves de 4ème A font allemand en L.V1.
❑ Plus de 60 % des élèves de 4ème A font anglais en L.V1.
❑ Plus de 35 % des élèves de 4ème A font allemand en L.V1.
❑ Plus de 65 % des élèves de 4ème A font anglais en L.V1.
❑ Autre réponse:..

Explique: ....
....
....

2) Les médicaments prescrits par mon médecin sont remboursés à 60 % par la sécurité sociale.
Ma mutuelle me rembourse ensuite 75 % de ce qui reste à ma charge. Que peut-on affirmer ?

❑ Ce n'est pas possible car on me rembourserait plus que le prix du médicament.
❑ Tout compris, je suis remboursé à 90 % sur le prix du médicament.
❑ Je ne peux pas calculer le taux de remboursement total car cela dépend du prix du médicament.
❑ Autre réponse : ....

Utilise la barre ci-dessous pour représenter la situation :



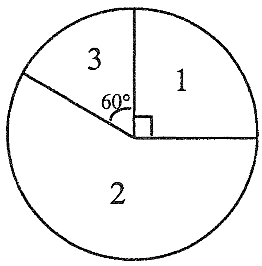
3) Au collège « Barzi », je sais que, cette année, 10 % des filles et 40 % des garçons sont externes. Que peut-on affirmer ?

❑ 50 % des élèves sont externes.
❑ 25 % des élèves sont externes.
❑ Autre réponse : ....

4) Coche toutes les réponses qui te semblent exactes :

❑ La partie **1** représente 50 % du disque.
❑ La partie **1** représente 25 % du disque.
❑ La partie **1** représente 75 % du disque.

❑ La partie **2** représente plus de 50 % du disque.
❑ La partie **2** représente moins de 75 % du disque.
❑ La partie **2** représente moins de 60 % du disque.



❑ La partie **3** représente plus de 20 % du disque.
❑ La partie **3** représente plus de 10 % du disque.
❑ La partie **3** représente moins de 20 % du disque.

Explique: ....
....
....
....

NOM :	Prénom :	classe : ....

Objectifs

- susciter la réflexion sur l'importance du référentiel
- repérer les difficultés liées à une mauvaise interprétation de pourcentages comme :
  - parties d'un ensemble
  - parties de deux ensembles distincts
- associer pourcentages et graphiques

Contenus et tâches

Exercice n°1 : la situation est familière et définit d'emblée le référentiel. C'est un problème partie/tout.
Le but est d'amener l'élève à une estimation en termes de pourcentages. Le choix de 25 comme référentiel n'est pas innocent et réduit les difficultés.

Exercice n°2 : les référentiels sont emboîtés, ce qui est nouveau en début de quatrième.
La représentation mentale du problème est complexe mais la barre subdivisée en 10 carreaux est conçue comme une aide.

Exercice n°3 : comparer ce qui est comparable !
Les pourcentages donnés, exprimés à l'aide de nombres simples, portent sur des référentiels distincts.
L'addition des pourcentages a - t - elle un sens ? Cela doit faire l'objet du débat.
Le but est d'amener l'élève à saisir l'idée qu'une comparaison brute de pourcentages n'est pas toujours pertinente et l'amener à comprendre l'importance du référentiel.

Exercice n°4 : le référentiel est le disque.
Les questions portant sur la partie 1 ont un statut à part (association simple d'un graphique à un pourcentage).
La comparaison à 25 % permet de se repérer pour les questions suivantes.

Attention, plusieurs réponses sont exactes ; ne pas oublier de le dire aux élèves.

Utilisation pédagogique

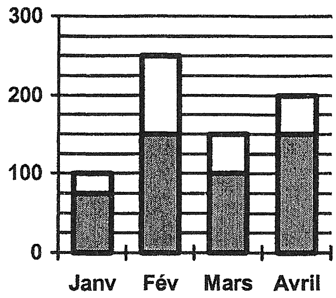
Fiche à envisager avant d'aborder les pourcentages.

Travail individuel : 20 min.
Travail en groupes de deux avec production d'une fiche commune : 20 min.
Discussion en classe entière, exercice par exercice.
Rédiger une explication facilitera le débat en classe entière.
Calculatrice autorisée.

Pourcentages à débattre...	Début 4ème	fiche 4B

1) Audimat (hs) :

De janvier à avril, un institut de sondage a interrogé **500 personnes chaque mois** pour connaître leur opinion sur une nouvelle émission de télévision.
Le diagramme ci-contre donne les résultats obtenus pour les mois de Janvier, Février, Mars et Avril.
Chaque grand rectangle représente le nombre de personnes qui ont regardé l'émission et la partie grisée celles qui en ont été satisfaites.



<u>Pour les questions suivantes, expliquer très rapidement la réponse choisie</u>.

a) En Février, la moitié des personnes interrogées a regardé la nouvelle émission. Vrai ou faux ?..

b) En Mars, 20 % des personnes interrogées ont été satisfaites de la nouvelle émission. Vrai ou faux ?..

c) 75 % des personnes ayant regardé l'émission en Janvier en ont été satisfaites. Vrai ou faux ?
....

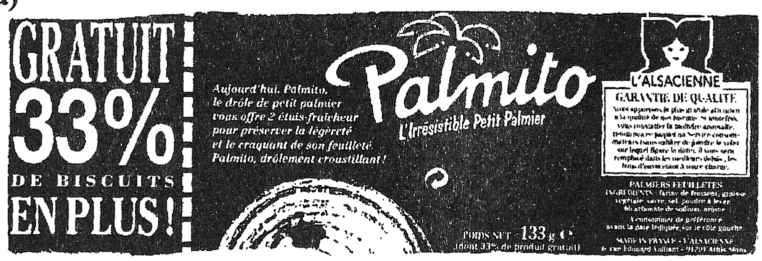
d) En Février, 60 % des personnes ayant regardé l'émission ont été satisfaites. Vrai ou faux ?
....

e) C'est en Avril que le pourcentage de satisfaits par rapport à ceux qui ont regardé l'émission a été le plus important. Vrai ou faux ?
....

f) C'est en Janvier que l'émission a eu le plus de succès. Vrai ou faux?
....

2) Publicité mensongère ? Regarde bien ces deux emballages et explique pourquoi l'information donnée en pourcentage est exacte ou non (aux erreurs de mesure près).

a)



L'information « Gratuit, 33 % en plus » est :
- ❑ exacte.
- ❑ une publicité mensongère.

Explique : ....
....
....

b)

L'information « +10% de produit gratuit » est :
- ❑ exacte.
- ❑ une publicité mensongère.

Explique :
....
....
....
....
....

NOM : .... **Prénom :** .... **classe :** ....

Objectifs

- Faire le point, au début de la classe de $4^{ème}$, sur le rôle du référentiel dans le cas où un rapport est exprimé sous la forme d'un pourcentage.
- Amener les élèves à se poser des questions sur ce référentiel dans le cadre de situations relativement complexes et qui ont une signification sociale réelle.
- Avoir un regard critique sur l'utilisation des pourcentages dans la vie courante.

Contenus et tâches

La première situation (Audimat(hs)) met en jeu la lecture d'un diagramme en bâtons et six questions de type vrai/faux. Celles-ci font référence soit aux *personnes interrogées* soit aux *personnes ayant regardé l'émission* :

- les deux premières affirmations (a et b) concernent le référentiel *personnes interrogées* et font apparaître tout de suite la différence entre deux critères possibles pour analyser le comportement de ces personnes: *ont regardé* ou *ont été satisfaites* ; les deux affirmations sont vraies.
- les trois questions suivantes (c, d et e) portent sur le référentiel *personnes ayant regardé l'émission* ; les deux premières affirmations sont vraies ; la troisième est seulement «à moitié vraie» car le pourcentage d'avril est identique à celui de janvier.
- la question f est volontairement ambiguë : il faut d'abord choisir un référentiel parmi les deux possibles (le succès peut être caractérisé soit par le pourcentage de ceux qui ont regardé l'émission soit par le pourcentage de ceux qui ont été satisfaits parmi ceux qui ont regardé) ; l'idée est ici de conduire les élèves à se poser explicitement la question du choix du référentiel et à en débattre.

La seconde situation porte sur des objets de vie courante et concerne l'utilisation d'un pourcentage à des fins de publicité.

Pour l'emballage Palmito, la réflexion peut s'engager dans deux directions différentes :
- La partie de l'emballage indiquée comme la partie gratuite est-elle géométriquement correcte ? Une comparaison de la longueur de cette partie avec la longueur habituelle du paquet montre que c'est bien le cas, aux erreurs de mesure près.
- Si on est un fan de Palmito, on peut raisonner sur le nombre de gâteaux.

Avec l'emballage Chaussée aux Moines, on a cette fois une publicité mensongère puisque l'angle représenté n'est pas, d'un point de vue géométrique, en accord avec l'indication *+10% de produit gratuit* (voir une analyse de ceci page 16).

Utilisation pédagogique

Travail individuel : 5 min. pour la lecture de la fiche.
Travail de groupe : 30 min.
Débat classe entière.
Prévoir le matériel de géométrie (rapporteur, règle graduée, etc).

Pourcentages à débattre.....	Début $3^{ème}$	fiche 3A

1) Lucien et Henri ont acheté chacun 1000 F en actions. Lucien a vu ses actions augmenter de 75 % en 1997, puis de 6 % en 1998. Henri, lui, a vu ses actions augmenter de 30 % en 1997 puis de 50 % en 1998. Lequel des deux a gagné le plus d'argent ?

❑ Lucien ❑ Henri ❑ Autre réponse: ....

Explique : ....

....

....

....

2) Le prix d'une action est passé de 2000 F à 4000 F.

Quel est le pourcentage d'augmentation ?

❑ 25 % ❑ 50 % ❑ 75 % ❑ 100 % ❑ 200 %

Explique : ....

....

....

3) Parmi les spectateurs d'un match de football, il y a en moyenne une femme pour deux hommes.

Quel est le pourcentage de femmes ?

❑ 25 % ❑ 50 % ❑ Autre réponse : ....

Explique : ....

....

....

4) Le principal du collège « Pour Les Bons » annonce, à la rentrée 98, que 50 % des élèves inscrits en $3^{ème}$ en 97-98 ont eu leur brevet et sont passés en seconde.

En gardant le même taux de réussite, et en sachant que, en septembre 98, il y a 80 nouveaux élèves en $3^{ème}$ (venant de $4^{ème}$ ou d'autres collèges), peux-tu prévoir, pour ces 80 élèves, combien auront leur brevet et iront en seconde à la fin de l'année ?

❑ 40 ❑ 20 ❑ autre réponse : .... ❑ je ne peux pas prévoir .

Explique : ....

....

....

....

5) Dans le collège « Pour Les Autres », parmi les filles candidates au brevet, 80 % sont reçues ; parmi les garçons candidats au brevet, 70 % sont reçus.

Réponds à l'affirmation suivante : « Dans ce collège, 75 % des élèves sont reçus au brevet. »

❑ Vrai ❑ Faux ❑ Je ne peux pas savoir.

Explique : ....

....

....

NOM :............................	Prénom :	Classe : ....

Objectifs

- Etudier différentes formes de variations de pourcentages :
  1. Augmentation simple en pourcentage.
  2. Augmentations successives.
  3. Pourcentages composés.
- Traduire l'évolution d'une grandeur par un pourcentage.
- Faire saisir le rôle fondamental du référentiel.

Contenus et tâches

Cinq exercices présentés sous forme de QCM avec possibilité dans chaque cas d'expliquer la réponse. Ils sont organisés selon deux axes :

- calcul pour les exercices 1, 2 et 3 ;
- débat pour les exercices 4 et 5.

Exercice n°1 : deux évolutions d'un prix (même référentiel).
Ces évolutions sont choisies de façon non innocente. L'intérêt ici est de faire saisir le changement de référentiel et de montrer par le calcul que le résultat de deux augmentations successives n'est pas lié à l'addition des pourcentages ; la calculatrice est dans ce cas une aide à ne pas négliger.

Exercice n°2 : les nombres ont été choisis pour voir comment l'élève traduit en pourcentage la variation (doublement de la valeur) de la grandeur initiale. Quelle interprétation donner des pourcentages au-delà de 100 ? (Comment un élève se représente-t-il une augmentation de 200 % ?).

Exercice n°3 : il s'agit d'attirer l'attention sur le sens de l'expression *« une femme... pour deux hommes. »* (! ! ! ?). Le référentiel est donné mais tout le problème est de le reconnaître et de ne pas le confondre avec une autre partie (les hommes) du tout.

Exercice n°4 : le pourcentage (50 %) se rapporte à un ensemble identifié (les inscrits en 3ème) mais non défini en nombre ; il ne peut pas s'appliquer à une partie de cet ensemble (80 nouveaux). On ne peut pas traduire le pourcentage d'un ensemble comme étant le pourcentage d'une partie de cet ensemble. Le fait qu'il n'y ait pas de réponse possible risque d'être un obstacle pour les élèves.

Exercice n°5 : deux pourcentages différents se rapportant à deux référentiels distincts mais non définis. Il s'agit ici de mettre en garde les élèves contre le réflexe de faire systématiquement des moyennes.

Utilisation pédagogique

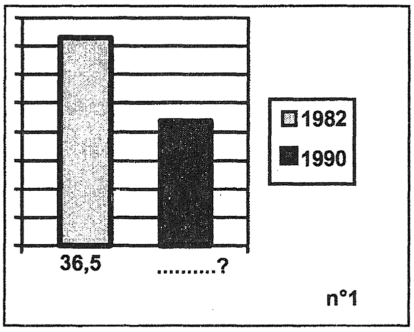
Cette fiche doit être envisagée avant tout rappel sur les pourcentages.
Travail individuel : 20 min.
Travail en groupes de 2 ou 3 : 10 à 15 min.
Mise en commun en classe entière :15 à 20 min.

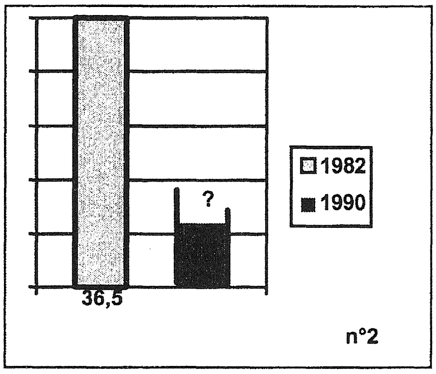
Calculatrice autorisée.

Pourcentages à débattre.	Début $3^{ème}$	fiche 3B

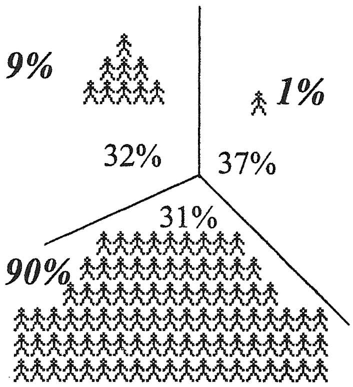
1) **<u>Consommation :</u>**

En huit ans, la consommation de fuel a régressé de 40 %. Voici deux diagrammes différents représentant cette baisse. Ils sont incomplets ; termine-les.





2) **<u>Répartition du patrimoine des USA en 1990 (source INSEE) :</u>**

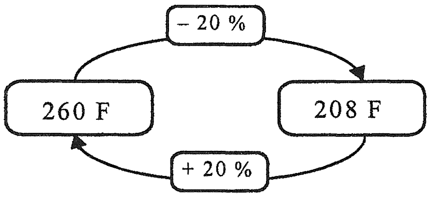


Que peux-tu affirmer à partir de ce graphique ?

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

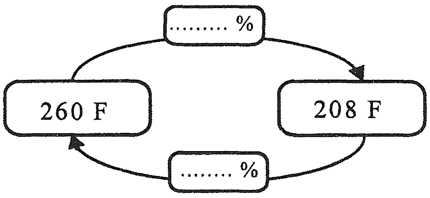
3) Le petit Nicolas essaie de se rappeler un problème qu'il a fait en classe à propos d'un prix qui augmente et qui diminue ensuite (ou bien l'inverse : qui diminue d'abord puis qui augmente, il ne se souvient plus...). Il pense se rappeler qu'il y avait les prix 260 F et 208 F et que l'augmentation ou la diminution était de 20 %.

Il se souvient qu'il avait fait un schéma comme celui-ci, et qu'il y avait bien quatre nombres. Pourtant aujourd'hui, ce schéma lui parait faux. Pourquoi ?

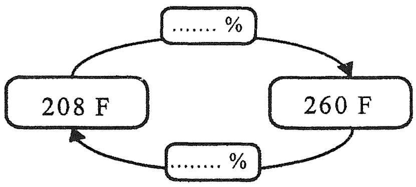


....
....

Complète alors l'un des deux schémas :



....ou ....



Nom :	Prénom :	Classe : ....

Objectifs

- Prise en compte d'informations en pourcentages dans des situations complexes : référentiels différents, pourcentages d'évolution, supports graphiques inhabituels.
- Faire un dernier bilan des difficultés dues à l'identification du référentiel.
- Créer le « choc » salutaire à propos d'une augmentation suivie d'une diminution (ou inversement).

Contenus et tâches

Dans la première situation ce sont deux représentations de la même situation, c'est l'échelle choisie qui est différente.

- Dans le premier l'échelle est calquée sur la grandeur.
- Le second privilégie le rapport à 100.

Par simple lecture graphique on peut seulement trouver une valeur approchée de la consommation en 1990 (entre 21 et 23), mais le nombre exact peut être obtenu par calcul : (36.5 : 100) x 60 ou 36.5 - (36.5 : 100) x 40.
Pour compléter le graphique n°2, si plusieurs réponses apparaissent, le débat peut porter sur la cohérence entre les deux graphiques, les nombres n'ont pas changé, seulement la représentation.
Il est alors intéressant de superposer les deux graphiques par transparence pour percevoir la proportionnalité ; (ici agrandissement des barres).
L'intérêt de cette situation est la nécessité pour l'élève de traduire la diminution exprimée en pourcentage à la fois sous forme chiffrée et sous forme graphique.

La deuxième situation est particulière et a retenu notre attention.
C'est un graphique, proche du diagramme circulaire mais ouvert, comprenant des informations en pourcentages portant sur des référentiels différents et très difficiles à identifier.
Il s'agit de traduire par des phrases simples ce langage très épuré, associant graphique et pourcentages.
Le partage en trois parties est privilégié, mais l'addition des pourcentages permet une autre répartition toute aussi intéressante : 10 % de la population détient environ 70 % du patrimoine.

La ***troisième situation*** est plus classique, la forme choisie est simple et est faite pour interpeller.
La symétrie du schéma ne gêne pas obligatoirement les élèves dans un premier temps.-20 % est un résultat assez facile à retrouver, c'est plus difficile pour +25 %.
La tâche proposée : « remplir toutes les cases » incite l'élève à se poser la question du référentiel.

Utilisation pédagogique

Recherche individuelle : 10-15 minutes environ
En groupe : 25 min. minimum.
Débat de classe éventuel dans le temps restant.
Calculatrices souhaitables.

Chapitre 4

EXPERIMENTATIONS DANS LES CLASSES

Les énoncés des exercices et des situations présentés dans ce chapitre sont ceux qui ont été expérimentés.

Les énoncés définitifs ont été présentés dans le chapitre précédent (chapitre 3).

Certains énoncés expérimentés n'ont pas été retenus pour la fiche définitive.

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 6A

Cette fiche a un statut un peu à part dans l'ensemble de celles que nous proposons. Non seulement elle est la première que nous ayons mise au point et expérimentée mais c'est elle qui nous a donné l'idée de concevoir de telles fiches de débat/bilan/rappel pour chacun des niveaux du collège. C'est la raison pour laquelle elle ne se présente pas exactement comme les autres - elle ne comporte qu'un seul exercice - et n'a pas été expérimentée non plus dans les mêmes conditions : beaucoup de classes concernées mais pas d'observateurs.

Modalités de l'expérimentation

La fiche a été expérimentée la première année dans 7 classes (188 élèves) mais comme une simple fiche d'activité et la deuxième année dans 2 classes (45 élèves).
Dans tous les cas, la modalité adoptée est celle qui a été décrite précédemment : les élèves doivent d'abord cocher les affirmations qu'ils considèrent comme vraies puis, au bout de 10 minutes environ, on leur demande de rayer celles qu'ils considèrent comme inexactes et de mettre un point d'interrogation lorsqu'ils hésitent.

En voici le texte :

Monsieur Richard est maraîcher dans le Gard.
Il a planté six cents pieds de tomates et mille plants de melon au début du mois de mars 1996.
Le 27 mai 1996, à la suite d'un violent orage, il déclare :
« C'est la catastrophe ! Quarante pour cent des pieds de tomates que j'ai plantés ont été abîmés par la pluie et je pense que les trois quarts des melons sont détruits. »

Qu'a-t-il voulu dire? Cocher toutes les réponses qui sont vraies.

	100 pieds de tomates sur 40 ont été abîmés.
	40 pieds de tomates sur 600 ont été abîmés.
	40 pieds de tomates sur 100 ont été abîmés.
	240 pieds de tomates ont été abîmés.
	tous les pieds de tomates sont abîmés.

	500 plants de melons ont été détruits.
	3 plants de melon sur quatre ont été détruits.
	75 plants de melons sur 100 ont été détruits.
	750 plants de melon ont été détruits.
	tous les plants de melon ont été détruits.
	3 plants de melon sur 1000 sont détruits
	75 pour cent des plants de melon sont détruits.

Ecris avec des chiffres et des symboles mathématiques :
« Quarante pour cent » : ....

Pour la commodité de l'analyse les réponses concernant les tomates ont été codées de T1 à T5 ; pour les melons de M1 à M7

Principaux résultats

Nous avions remarqué dès le début que certaines affirmations laissaient vraiment perplexes les élèves et les conduisaient à se poser de bonnes questions à propos du sens exact de l'écriture d'un rapport sous forme de pourcentage. Cela s'est confirmé par la suite et l'analyse des données statistiques dont nous disposons pour cette fiche (la seule qui ait été expérimentée à grande échelle, rappelons le) fait assez bien apparaître ce qui gêne les élèves dans cette écriture. Nous ne ferons pas état du détail de ces données mais seulement des principaux faits qui s'en dégagent.

- Le premier fait à noter est que la question posée en fin de fiche (écrire « quarante pour cent » avec des chiffres et des symboles mathématiques) est très largement réussie y compris par des élèves qui font beaucoup d'erreurs dans la tâche principale (vrai/faux). Dans la deuxième expérimentation tous écrivent « 40 % » et certains raffinent en donnant d'autres écritures possibles : « 40/100 », « 40 pour cent ». Lors de la première expérimentation, toutefois, 4 élèves sur 188 s'étaient trompés en écrivant « 4 /100 ». Cette question n'a donc pas un intérêt énorme mais nous la conservons dans la fiche finale pour le cas, visiblement très rare, où quelques élèves arrivant de l'école élémentaire ne connaîtraient pas le symbole %.

- Au niveau de l'exactitude des choix faits par les élèves dans la tâche de jugement, les performances sont très voisines pour la première et la seconde expérimentation. On peut retenir la répartition approximative suivante : un quart des élèves jugent correctement les 12 propositions (un peu plus lors de la deuxième expérimentation : 35 %) et un quart des élèves font beaucoup d'erreurs (5 ou plus). La difficulté de la tâche semble donc bien adaptée pour la moitié des élèves qui ont assez de connaissances pour comprendre intuitivement la déclaration du maraîcher mais qui butent sur le sens de certaines des propositions données comme équivalentes.

- Les deux propositions qui sont le plus souvent jugées correctement (plus de 95 % des élèves) sont nettement T5 et M5. Et tout de suite après viennent T1 et M1. Dans la seconde expérimentation d'ailleurs, aucun élève ne coche comme vraie l'une de ces quatre propositions (mais quelques uns ne les barrent pas non plus). Ce résultat tend à montrer que la grande majorité des élèves non seulement interprète bien 40 % et 3/4 comme des rapports qui expriment la relation entre une partie (tomates ou melons perdus) et le tout auquel appartient cette partie (l'ensemble des tomates ou des melons qui auraient pu être récoltés) mais ils savent en outre, pour beaucoup d'entre eux, que ce rapport est différent de la moitié (proposition M1 acceptée comme vraie par très peu d'élèves (3 dans la première expérimentation).

- Un résultat intéressant : seulement 60 % des élèves dans la première expérimentation et 70 % dans la seconde acceptent comme vraie la proposition M3. Le taux est sensiblement le même pour M7. Le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture en % qui constitue l'essentiel de l'apprentissage en CM2 et 6ème n'est donc pas si évident pour les élèves.

- Enfin les deux propositions qui semblent poser le plus de problèmes aux élèves sont très nettement T4 et M4. Est-ce parce qu'elles supposent toutes les deux un calcul alors que les autres demandent seulement de la réflexion ? Ou n'est-ce pas plutôt la précision trop grande du nombre proposé qui gêne les élèves ? La probabilité que dans la réalité il y ait juste 240 tomates et juste 750 melons victimes de l'orage est très faible. Tout le monde sait bien que le 40 % et le 3/4 sont des approximations, des ordres de grandeur qui ne correspondent pas à ce que l'on a réellement compté (si on disait 40,3 % ce ne serait plus pareil...). On touche bien là à un aspect important de la représentation que les élèves ont des pourcentages qui fonctionnent plutôt ainsi dans la vie courante. En effet, même les élèves qui font globalement très peu d'erreurs ne parviennent pas à accepter ces deux propositions comme vraies.

- L'interprétation est sans doute la même pour le fait étonnant que dans la seconde expérimentation 3 élèves parmi les 7 qui ne font qu'une seule « erreur » considèrent comme fausse la proposition M2 (3 plants de melon sur 4 ont été détruits) : si on prend 4 plants au hasard, il n'est pas certain qu'il y en ait exactement 3 d'abîmés...

Bilan

Les élèves sont donc visiblement perplexes devant certaines de ces 12 propositions. Et nous le sommes devenus aussi... La possibilité donnée aux élèves de mettre des points d'interrogation est essentielle car certaines propositions peuvent être interprétées de différentes manières suivant que l'on se place dans le domaine du réel ou dans le domaine strictement « mathématique ». Ne faut-il pas éliminer les propositions litigieuses ? Surtout pas, à notre avis, car elles conduisent les élèves à se poser de bonnes questions, au moins implicitement. Il n'est pas certain, en effet, que des élèves de 6ème soient capables d'exprimer clairement les raisons de leur perplexité et d'en débattre. C'est pourquoi nous avons hésité à faire suivre le travail sur cette fiche d'un débat de classe qui, ne pouvant conduire à des réponses tranchées pour plusieurs des propositions, risquait de déstabiliser certains élèves. Est-ce mieux de les laisser avec leurs doutes ? Nous considérons, dans l'état actuel des expérimentations, qu'il s'agit d'une fiche servant à déclencher quelque chose chez les élèves en début de 6ème, pouvant donner lieu à un débat en petits groupes mais pour laquelle l'enseignant a tout intérêt à rester en retrait s'il ne veut pas être entraîné soit à donner des solutions tranchées là où elles ne sont pas justifiées soit à se lancer dans des explications qui ne seront pas comprises par la majorité des élèves.

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 6B

Conditions d'expérimentation

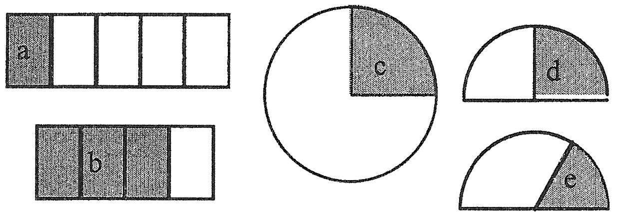
Cette fiche a été expérimentée deux fois :

- la première, dans une classe de 24 élèves, calmes, de niveau correct, le 6 février 1998. A ce moment-là, ni les fractions ni les pourcentages n'avaient été abordés et nous leur avons laissé les calculatrices avec la touche « pourcentage ».
- la deuxième fois, fin mai 1998, dans deux classes, avec un effectif total de 45 élèves, après que la fiche eût été légèrement remaniée. En effet, après la première expérimentation, nous avions décidé de corser l'exercice n°4 en rajoutant une question ; nous avions aussi décidé de ne pas laisser les calculatrices à leur disposition.

- Le temps effectif a été de 50 min., après leur avoir expliqué le but de la séance et donné les consignes : travail individuel pendant 15 minutes, mise en commun par groupes de deux avec production d'une fiche de groupe – temps 15 min. – puis discussion en classe entière.
- Tous les exercices ont été corrigés, avec un survol rapide des questions n°3 et 4.

Exercice n°1

1) A chaque graphique, associer le pourcentage représenté par la partie coloriée :



Les pourcentages :

75% | 50% | 25% | 33% (environ) | 20%

Résultats globaux pour les fiches individuelles (sur 69 élèves) :

question :	20 %	25 %	33 %	50 %	75 %	pas de rép.
a	57	3	4	1	1	1
b	1	1	3	2	60	2
c	4	49	4	3	8	1
d	2	3	2	60	1	1
e	3	9	56	0	0	1

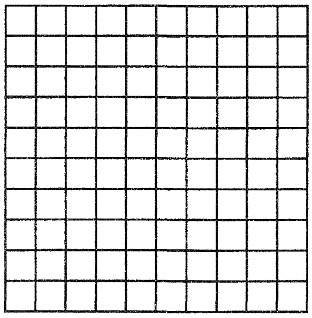
- Cet exercice a été plutôt mieux réussi dans la première expérience que dans la deuxième. Il faut dire qu'une malencontreuse erreur dans le graphique b représentant 80 % au lieu des 75 % prévus a dû en perturber plus d'un.
- Lors de la mise en commun, tous les groupes sauf deux (donc 32) ont réussi à se mettre d'accord, ...et sur le bon résultat ! Quatre groupes ont poussé la gentillesse jusqu'à faire une représentation correcte des 75 %.

Exercice n°2

2) Où sont les vacanciers ?

A propos des vacances des Français, on constate que 28 % d'entre eux ne partent pas, 44 % vont au bord de la mer, 12 % vont à la montagne et les derniers, 16 %, recherchent des vacances « vertes » à l'intérieur des terres.

Représenter avec des couleurs différentes, la répartition des français suivant leur lieu de vacances.



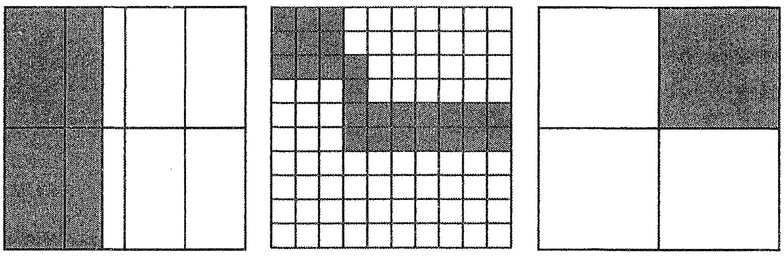
Résultats (sur 69 élèves) :

- 61 réponses exactes ; 5 réponses fausses pour des problèmes de comptages de carreaux ; 3 non réponses.
- Après mise en commun par groupes, tous ont compris le principe et la discussion entre eux a porté souvent sur la meilleure lisibilité de la représentation graphique et sur les couleurs à employer: « les 44 % sont-ils à colorier en bleu comme la mer ou en jaune comme le sable ? » Grave question, en effet...
- Lors de la correction tous ensemble, ils ont bien précisé qu'ils ont recompté les carreaux – cela correspondait à nos observations – et n'ont pas souhaité s'attarder : « on a compris ».

Exercice n°3

Résultats (sur 69 élèves) :

3) Sur un des trois schémas, la partie grisée ne représente pas les 25 % du rectangle.
Lequel ?



a **b** **c**

- 54 bonnes réponses en travail individuel ; après discussion en groupe, tous ont trouvé le bon résultat et il nous a semblé que les erreurs venaient surtout d'une mauvaise lecture de la consigne : « ne représente pas ».
- Lors de la correction collective, la réponse **a** est arrivée rapidement même si l'explication donnée était du style : « le **b** et le **c** sont bons donc il n'y a que le **a** qui ne va pas ». Certains ont cherché aussi à l'encadrer entre deux valeurs : « entre 25 % et 50 % ».

Execice n°4 : première expérimentation avec 24 élèves ; calculatrices autorisées.

> 4) Un objet qui coûte **400 F**, a subi une baisse de 10 %.
> **Quel est le montant de la baisse ?**

Résultat :

- Douze élèves ont trouvé 40 F ; quatre 360 F et huit n'ont pas répondu.
- Les procédures utilisées ont été diverses mais neuf ont fait apparaître l'écriture d'une division : « $400 \div 10$ » (6 réponses) , ou « $10 \div 400$ » (2 réponses) ou encore « $400 \div 10 = 40 - 400 = 360$ ». Les autres ont tenté d'utiliser la touche % de la calculatrice, ce qui n'a pas résolu leur problème puisqu'ils ont vu s'afficher « 40 » puis « 360 » après avoir appuyé sur la touche « = ». Ils ne savaient plus quelle réponse choisir, même s'ils avaient plutôt envie de mettre 40 F. A noter que seuls deux élèves ont utilisé des procédures normalement privilégiées au CM2: « 10 F pour 100 F donc 40 F pour 400 F ».
- Au moment de la correction, s'est posée la signification de l'opération : « $400 \div 10$ » ; une question est alors restée en suspens : « et si c'était une baisse de 17 %, au lieu de 10 % ? ». Certains ont répondu qu'ils feraient : « $400 \div 17$ ». Les autres, sans être pour autant convaincus par cette division, n'ont pas eu d'autre procédure à proposer.

Exercice n°4 : deuxième expérimentation avec 45 élèves ; calculatrices non proposées.

> 4) **a)** Un objet coûte **400 F**. Il subit une baisse de 10 %. Quel est le montant de la baisse ?
> Explique :
>
> **b)** Un objet coûte **300 F**. Il subit une baisse de 15 %. Quel est le montant de la baisse ?
> Explique :

- Dans la question **a**, 25 élèves ont répondu de façon exacte et 16 parmi eux ont fait apparaître la division « $400 \div 10$ ». Les autres n'ont pas répondu, ou de façon erronée.
- Dans la question **b**, 8 élèves ont utilisé la multiplication « 3×15 ». 17 ont utilisé la division « $300 \div 15$ » et ont trouvé alors 20 F, résultat qui leur a paru cohérent. 20 non réponses.
- Le travail en groupe a permis à tous les groupes (sauf un) de répondre. Il est remarquable de constater que les élèves ont été à la recherche d'une même procédure qui serait utilisable dans les deux exercices. Ainsi, les dix groupes qui ont utilisé « $400 \div 10$ » se sont retrouvés à faire « $300 \div 15$ » et ont alors faux à la question **b**. Les onze autres ont favorisé une procédure additive ($10 + 10 + 10 + 10$) ou multiplicative (4×10) et ont réutilisé cette procédure ensuite. Il est à noter qu'une grande partie de ceux-ci ont étayé leur raisonnement d'une représentation graphique.
- A la correction, un dessin réutilisant l'idée des 100 carreaux leur plaît bien et permet de valider la procédure multiplicative: « 15 F pour 100 F donc 3×15 F pour 300 F ».

Exercice n°5

5)	Un avion de **350** places est occupé à **70%.** Il y a : ❑ **245** places vides. ❑ **105** places vides. ❑ **210** places vides. Coche la bonne réponse. Explique.

Résultat de la première expérimentation avec 24 élèves ; calculatrices autorisées :

245 pl.	105 pl.	210 pl.	non rép.
4	9	3	8

Même si le texte est identique sur les deux fiches, le fait d'avoir une calculatrice entre les mains a conduit 10 groupes sur 12 à donner la bonne réponse sans pouvoir expliquer vraiment pourquoi, sauf une élève qui justifie sa réponse par « intuition féminine ».

Résultat de la deuxième expérimentation avec 45 élèves ; calculatrices non proposées :

245 pl.	105 pl.	210 pl.	non rép.
10	16	6	13

Les procédures utilisées ont été nombreuses avec 4 multiplications, 4 divisions (« 350 ÷ 70 »), et surtout beaucoup de dessins ; ainsi, un élève a représenté 35 carreaux et en a colorié 7 (7/35) mais n'a pas conclu. Quatre ont répondu grâce à une comparaison de 70 % avec la moitié ou les trois quarts.
A la correction, les élèves ont été demandeurs d'une représentation graphique du problème ce qui a permis de le résoudre rapidement. Ils se sont interrogés aussi sur la validité d'une comparaison avec la moitié. Visiblement, beaucoup y avaient songé.

Conclusion

Cette activité est tout à fait motivante. Les élèves ont bien participé et bien écouté... pour des élèves de sixième. Les débats ont été de bonne qualité et leur ont permis de se convaincre de la validité, ou non, d'un certain nombre de procédures. La calculatrice qui les empêche de se poser de vrais problèmes, est à proscrire ici. La fiche semble cohérente, faisable en une heure, et l'aspect graphique est intéressant.

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 5A

Cette fiche a connu trois expérimentations successives :

Expérimentation n°1 :	Travail individuel (20 min.) puis débat de classe avec rétroprojecteur.
Expérimentation n°2 :	Travail individuel (20 min.) puis par deux (10 min.) et enfin mise en commun avec débat.
Expérimentation n°3 :	Après modification de la fiche, travail individuel (20 min.), en groupes de deux (15 min.) puis mise en commun avec débat.

Les numéros des exercices font référence à la première version de la fiche.

Exercice ① : En France, je sais que 10 % des gens sont gauchers. Au collège « Zarby », 56 élèves sont gauchers. Que peut-on affirmer ?
❑ Le pourcentage de gauchers dans ce collège est supérieur au pourcentage national.
❑ Le pourcentage de gauchers dans ce collège est inférieur au pourcentage national.
❑ Autre réponse : ....

Les élèves ont bien du mal à admettre qu'on puisse poser des questions sans réponse. Pour cette raison, nous avons choisi de mettre cet exercice en dernier. La question du nombre de référence ayant été soulignée, la réponse est finalement plus convaincante après débat.
Extraits : « Il manque une donnée »
« Il faudrait savoir le nombre d'élèves du collège Zarby ».

Exercice ② : Soldes !... Sur la vitrine d'un magasin, on peut lire « tout à moins 20 % ».
Un pull coûtait 120 F avant réduction. Combien vais-je le payer ?

❑ 20 F.	❑ 100 F.	❑ 24 F.	❑ 144 F.
❑ 96 F.	❑ 104 F.	❑ Autre réponse.	❑ Je ne peux pas savoir.

Tes calculs : ....
....
....

Il y a souvent confusion entre le montant de la remise et le prix à payer après réduction. C'est la discussion à deux qui lève le doute. Les élèves retrouvent ici la technique de calcul d'un pourcentage.
Extraits : « 120 divisé par 100 et multiplié par 20 = 24, 120-24 = 96 »
« à la calculatrice 120-20% = 96 »
« 20 % c'est $\frac{1}{5}$ »

Exercice ③ : Je sais que, en $5^{ème}$ E, 25 % des élèves portent des lunettes. J'ai bien compté : il y 6 élèves qui en portent. Je peux dire que :

- ❑ Il y a 25 élèves en $5^{ème}$ E;
- ❑ Il y a plus de 25 élèves en $5^{ème}$ E;
- ❑ Il y a moins de 25 élèves en $5^{ème}$ E
- ❑ Autre réponse : ....
- ❑ $\frac{3}{4}$ des élèves de 5ème E ne portent pas de lunettes.
- ❑ Moins de $\frac{3}{4}$ des élèves de $5^{ème}$ E ne portent pas de lunettes.
- ❑ Plus de $\frac{3}{4}$ des élèves de $5^{ème}$ E ne portent pas de lunettes.

C'est l'exercice qui les a le plus déstabilisés. Ceci est dû sans doute à la double réponse possible : moins de 25 et autre réponse (24) ou bien : moins de 25 et $\frac{3}{4}$.

La discussion à deux fait changer d'avis et augmenter le taux de non réponse. Même si on prévient à l'avance qu'il pourrait y avoir plusieurs réponses exactes, le problème demeure.

La familiarité avec certaines écritures fractionnaires est grande (25 % et $\frac{1}{4}$.ou 75 % et $\frac{3}{4}$).

Lors du débat, c'est la présentation du dessin d'un disque coupé en quatre par une élève qui a permis de progresser.

Les deux premières expérimentations ont mis en évidence la nécessité d'alléger la rédaction de cet exercice de la façon suivante :

Je sais que, en $5^{ème}$ E, 25 % des élèves portent des lunettes. J'ai bien compté : il y 6 élèves qui en portent. Je peux dire que :
(attention deux réponses sont possibles)

- ❑ Il y a 25 élèves en $5^{ème}$ E;
- ❑ Il y a plus de 25 élèves en $5^{ème}$ E;
- ❑ Il y a moins de 25 élèves en $5^{ème}$ E;
- ❑ $\frac{3}{4}$ des élèves de $5^{ème}$ E ne portent pas de lunettes.

Exercice ④ : Un jean neuf rétrécit uniformément de 3 % au premier lavage. Neuf, sa longueur totale est de 1,12 m et son tour de taille de 0,74 m. Après le premier lavage :

- ❑ il va perdre 3 cm dans tous les sens ;
- ❑ il va perdre plus de 3 cm dans la longueur et moins de 3 cm dans la largeur;
- ❑ il va perdre moins de 3 cm dans la longueur et plus de 3 cm dans la largeur;
- ❑ cela n'a pas d'importance.

....

....

Malgré des réponses dispersées, la réponse exacte apparaît nettement.

Le travail à deux a ici pour effet l'élimination des réponses fausses mais aussi renforce parfois l'indécision.

Les solutions non calculatoires l'emportent vite :

- « 1 m 12 est supérieur à 1 m donc 3% de 1 m 12 est supérieur à 3 cm. »
- « 1 m 12 c'est plus de 1 m donc.....plus de 3 cm ; 0 m 74 c'est moins de 1 m donc.....moins de 3 cm. ».

  Toutefois plusieurs ne seront pas convaincus et préféreront le calcul :

  « 1 m 12 = 112 cm et 3% de 112 font 3,36 cm ... »

Exercice ⑤ : Trois personnes A, B, C donnent respectivement 25 %, 20 %, 50 % de ce qu'elles ont dans leur portefeuille à une œuvre de charité. Au départ, A possède 420 F ; B possède 525 F ; C possède 210 F. La personne qui a donné le moins est :

❑ A ; ❑ B ; ❑ C ; ❑ Je ne sais pas ;

❑ Autre réponse : ....

Tes calculs : ....

....

....

....

....

Quelques observations :

⇒ Le mot « respectivement » gêne les élèves et une explication a toujours été nécessaire.

⇒ Des divisions par $\frac{25}{100}$.

⇒ Il y a des tentatives de contournement des pourcentages en utilisant des fractions.

Quelques propositions d'utilisation de cette fiche

- Modalités de passation : 10 min. seul, 20 min. à deux puis 20 min. en débat collectif. C'est dans cette configuration que le travail à deux a constitué un véritable « effet turbo » pour les élèves et surtout que le débat collectif a été vraiment positif. L'ensemble tient bien dans une heure.

- L'ordre des exercices est à moduler selon le moment de l'année de cinquième où ce travail a lieu et selon le groupe d'élèves au travail. Il nous semble que l'ordre 5, 2, 3, 4, 1 est moins déstabilisant en début d'année.C'est une gradation logique dans la fiche : du calculatoire au moins calculatoire.

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 5B

La nature et la présentation des situations proposées dans la fiche 5B ont été profondément remaniées après les expérimentations. Plus généralement, les situations proposées sont complexes : il s'agit de dépasser la simple illustration du pourcentage pour favoriser une réelle activité de recherche. Le contenu s'est avéré révélateur des difficultés liées au référentiel et propice à la mise en place d'un débat. Plusieurs formulations ont été testées pour la seconde situation pour essayer d'optimiser la réussite des élèves et de dépasser les blocages habituels.

Modalités d'expérimentation

- Travail individuel (25 min. environ) suivi d'un travail en groupe de deux (10 min. environ) et d'une synthèse avec des solutions présentées sur transparent.
- Les calculatrices sont autorisées.
- Pour la mise en commun, une fiche d'activités vierge est distribuée à chacun des groupes après le travail individuel.

Observations générales

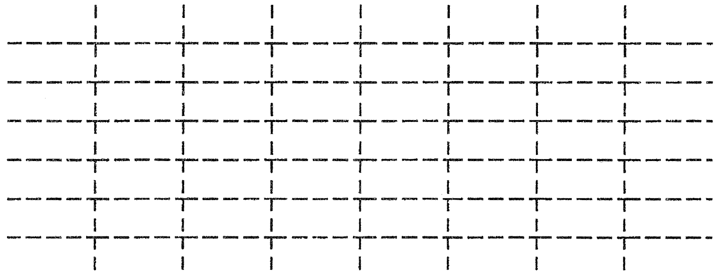
Les discussions par groupe sont très animées et dépassent souvent le groupe de deux. Cependant, il reste quelques blocages persistants en dépit des aides apportées. Le problème n°1 a souvent dérouté par sa présentation inhabituelle. Le problème n°2 entraîne beaucoup de situations de blocages.

Nous avons axé cette fiche sur la recherche du référentiel. Dans la première situation, il s'agit de réaliser une construction graphique respectant des contraintes exprimées en pourcentage. Dans la seconde, une lecture simultanée de deux graphiques permet de retrouver le référentiel.

Observations concernant le premier problème

Dans un jardin, une piscine de 40 m^2 occupe les 20 % de ce jardin.

Fais un dessin qui représente à l'échelle la piscine et le jardin. Tu peux utiliser le quadrillage ci-contre, en le modifiant éventuellement :



Explique:

....

....

28 élèves ont réussi l'exercice sur une population test de 50 élèves. Les procédures utilisées sont très variées et mettent par là même en valeur l'intérêt de l'exercice.

La difficulté principale semble résider dans l'appropriation du cadre graphique proposé et en particulier de son caractère contraignant ou non.

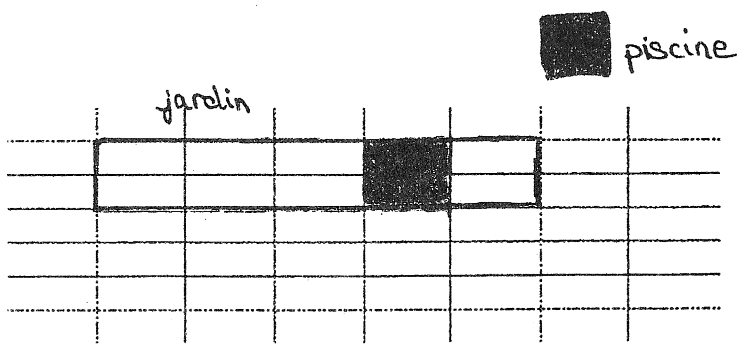
« Est-on obligé d'utiliser tous les carreaux ? »

« Peut-on prolonger les carreaux ? »

« Peut-on les subdiviser ? »

En fait, le problème réside dans la représentation mentale du référentiel et de la détermination implicite du rapport partie / tout.

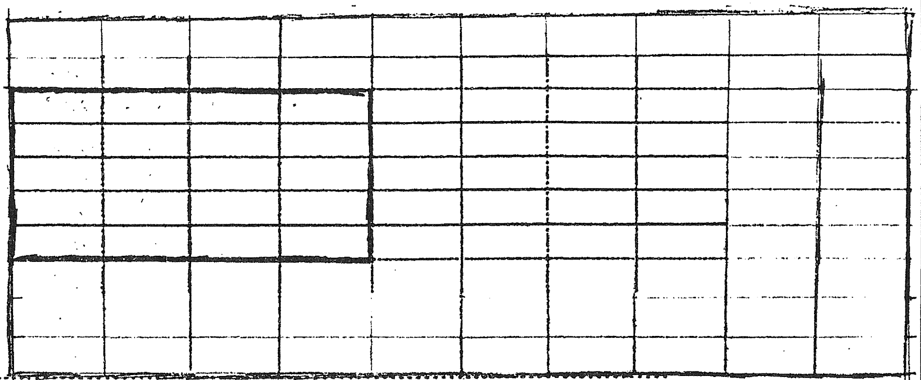
Nous avons sélectionné quelques productions d'élèves ainsi que les remarques et les procédures qui les accompagnent ; malheureusement, les couleurs manquent.



Explique:

En fait, la piscine c'est comme si elle occupait 20 cases d'un quadrillage de 100 cases. Alors moi comme j'ai pas assez de cases, j'ai tout divisé par 10 : $\frac{20}{100}$: 10 = $\frac{2}{10}$ donc 2 cases sur 10.

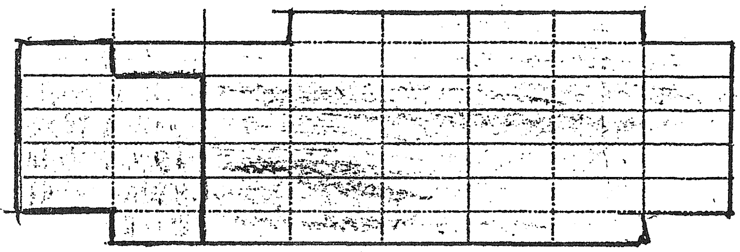
Le rapport partie / tout est clairement exprimé et optimisé pour la représentation.



Explique:

J'ai fait 100 carreaux et puis ~~j'ai~~ j'en ai selectionné 20 pour la piscine et 80 pour le jardin

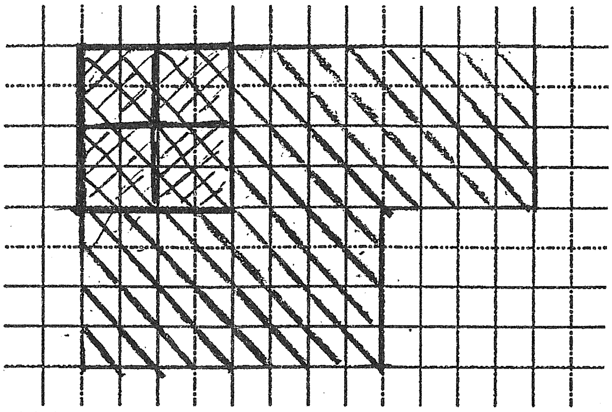
Le jardin est ici autour de la piscine, d'où le problème de référentiel et de la cohérence du texte.



Explique:

jardin → 50m² (100:2) piscine : 20 : 2 = 10 → 10 m²
Les 40m² ne sont pas nécessaire, car on sait que la piscine occupe 20% (10 pour 50) du jardin.

L'élève prend en compte la donnée 40 m^2, mais se centre sur le rapport, suffisant et plus facile à gérer pour la représentation.
La donnée 40 m^2 prendrait tout son sens en effet si nous demandions en plus l'aire du jardin, mais nous avons volontairement éliminé cette question.

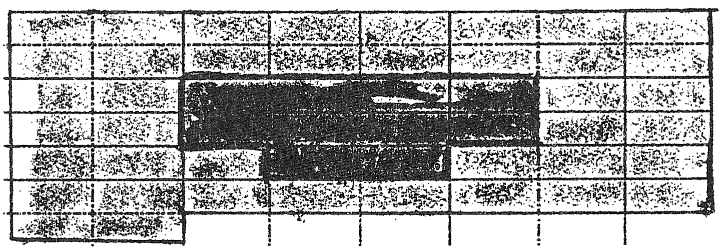


Explique:

en divisant par 10 10m²
et les m² par des
carreau
en c'est la picine
et le jardin est en

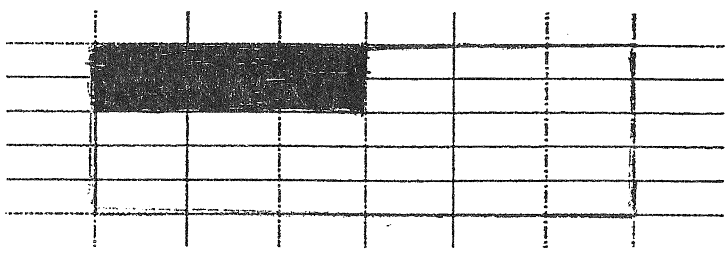
Les mètres carrés sont « convertis » en carreaux, c'est écrit à plusieurs reprises.

Encore quelques exemples de procédures :



Explique:

rajout de carreaux = 50 carreaux
20 : 2 = 10
$\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$



Explique:

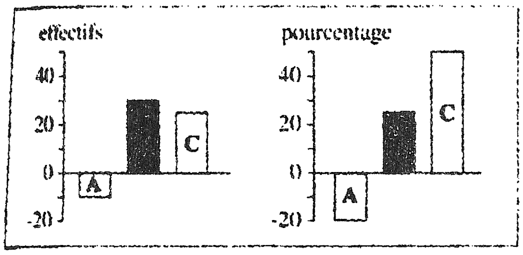
6 X 5 = 30   30 : 5 = 6   20 % = $\frac{1}{5}$

Grâce à la richesse des procédures utilisées, les débats autour de ce problème se sont révélés très intéressants. L'ambiguïté du mot « jardin » dans l'énoncé nous a conduits à essayer d'être plus explicites en parlant de « terrain contenant un jardin et une piscine ».

Observations concernant le second problème

L'idée originale de l'exercice vient du manuel BORDAS 5ème (édition 1997).

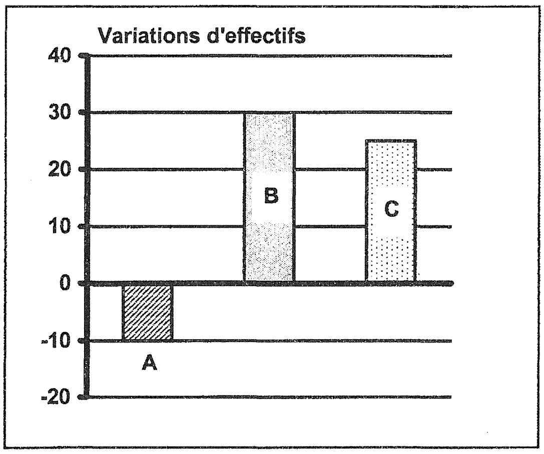
15. Croissance

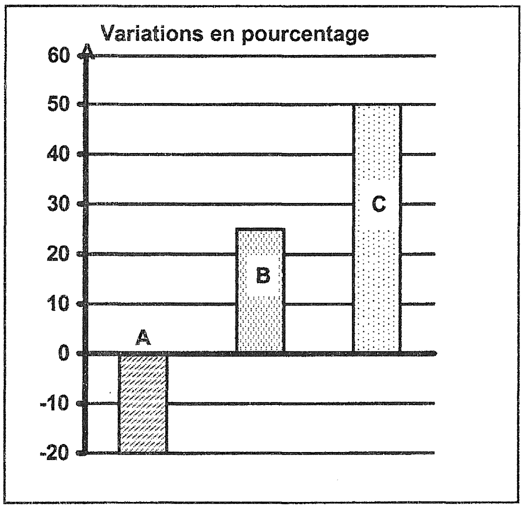


On donne ci-dessus le diagramme des variations d'effectifs de trois usines A, B et C, et le diagramme des variations en pourcentage de ces effectifs entre 1996 et 1997.
1° Ces diagrammes donnent-ils l'impression de représenter le même phénomène ?
2° *a*) Quels étaient les effectifs de chacune des usines en 1996 ?
b) Quels sont leurs effectifs en 1997 ?

La situation nous paraissait intéressante, mais nous pensions au départ avoir besoin d'un habillage plus fourni. Nous avons alors expérimenté une première version :

Voici pour trois usines A, B et C, deux diagrammes. Le premier représente les variations d'effectifs entre 1997 et 1998. Le second représente les variations en pourcentage de ces effectifs pour la même période.

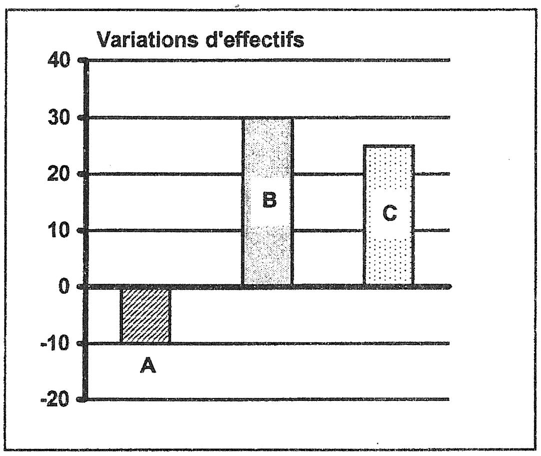


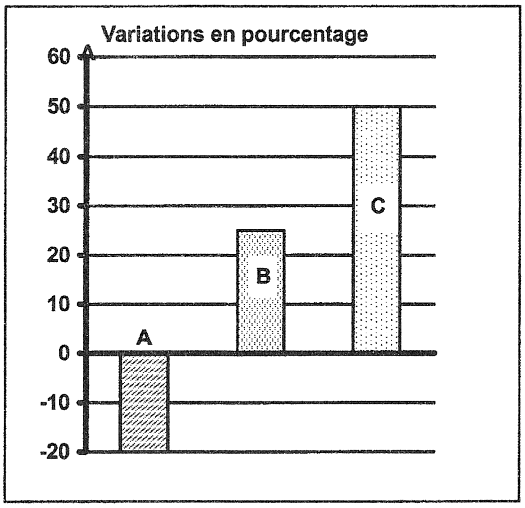


Barre les réponses fausses, ou complète les phrases :
a) Entre 1997 et 1998, l'usine A a perdu : ❑ 10 , ❑ 20 , ❑ 30 personnes.
b) L'usine C a .... personnes de plus en 98 qu'en 97.
c) Entre 1997 et 1998, l'effectif de l'usine B a augmenté de ...... %.
d) Entre 1997 et 1998, l'effectif de l'usine A a augmenté de 20 % : vrai – faux.
e) L'effectif de l'usine C en 1997 était de : ❑ 25 ; ❑ 50 ; ❑ 75 ; ❑ 100 personnes.
Tes calculs : ....

Nous avons testé cette version : 5 réussites sur 50 élèves !
Le résultat des expérimentations de cette première version ne correspondait pas à notre attente car les blocages dus à la notion de variation étaient trop nombreux (« Le premier graphique est en 1997, il en faudrait un autre pour 1998.... »). Les premières questions (lecture du graphique uniquement) n'ont pas les effets inducteurs escomptés. Nous avons alors essayé une deuxième version dans une classe.

Voici pour trois usines A, B et C, deux diagrammes. Le premier représente les variations d'effectifs entre 1997 et 1998. Le second représente les variations en pourcentage de ces effectifs pour la même période.





Claire dit que l'usine A a perdu 10 personnes entre 1997 et 1998 et que, en même temps, cette usine a eu une baisse de 20 % de ses effectifs ; elle en conclut qu'en 1997, les effectifs de l'usine A étaient de 50. Vrai ou Faux ?
Roger réfléchit et dit qu'il peut en faire autant pour les deux autres usines. Et toi ?

....

....

....

- La première question est résolue par 13 groupes sur 13
- 5 groupes se contentent d'affirmer la véracité de la solution proposée
- 5 groupes vérifient la véracité : « $5 \times \frac{20}{100} = 10$ donc Claire a raison. »
- 3 groupes anticipent sur les questions suivantes en résolvant la question d'une manière générale :
  « Dans 20 %, il y a 10 personnes or 5 x 20 = 100 % donc 5 x 10 = 50
  il y a alors 50 personnes »

- La seconde question a été résolue par 5 groupes sur 13.
  Deux types de procédures ont été rencontrés, la plus courante (4 sur 5) étant analogue à la précédente :
  « 25 % = 30 personnes or 4 x 25 % = 100 % donc l'effectif était de 30 x 4 = 120 ».
  Une variante étant « l'effectif est 30 x $\frac{100}{25}$ = 120 ».

Nous constations trop de blocages encore pour cette nouvelle version. Nous sentions qu'un pas n'était toujours pas franchi : faire le lien entre le graphique des effectifs et celui des pourcentages. Les élèves acceptaient de tester la réponse de Claire, mais le texte ne les encourageait pas à poursuivre la démarche pour les autres usines. C'est pourquoi une troisième version figure sur la fiche définitive.

Conclusion

Cette fiche est ambitieuse pour le niveau auquel elle s'adresse, mais les réflexions qu'elle suscite sont intéressantes. Les aspects calculatoires et lecture simple de graphique ne sont pas déterminants dans ces exercices. Il s'agit vraiment d'une recherche réelle sur les mécanismes et les relations partie / partie, et cela sous couvert d'un habillage graphique. Un des objectifs secondaires de la seconde situation est également de faire remarquer que l'ordre des données relatives n'est pas le même que celui des données absolues.

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 4A

Conditions d'expérimentation

- Classe de 22 élèves, calme, de niveau juste correct, dans laquelle les pourcentages n'avaient pas été abordés. Dernière heure avant les vacances de février.

- La classe n'avait pas de souvenir très clair sur les pourcentages (impasse sur ce sujet en cinquième) ; pourtant, une fois passées leurs premières remarques, ils ont en général bien travaillé.

- Le temps de travail effectif a été de 50 min., compte tenu du temps pris pour leur expliquer le but du travail et la façon de travailler : travail individuel pendant 15 à 20 minutes, mise en commun par groupes de deux avec production d'une fiche – temps 20 min. – puis discussion au niveau de la classe entière. La séance n'était pas finie au moment de la récréation, et tous seraient bien restés pour finir.

- Comme la fiche n'a pas été corrigée en entier, il faudrait, vu l'objectif fixé qui reste une discussion sur les pourcentages, ou bien aller plus vite dans les deux premières étapes ou bien sacrifier la discussion pour l'un des exercices, en prévoyant directement une correction au rétroprojecteur ; le dernier exercice s'y prêterait très bien.

Question n°1

En 4$^{\text{ème}}$A, sur 25 élèves, 9 font allemand première langue; les autres font anglais.
Que peut-on affirmer ?
❑ Plus de 40 % des élèves de 4$^{\text{ème}}$A font allemand en L.V1. (rép. **a**)
❑ Plus de 60 % des élèves de 4$^{\text{ème}}$ A font anglais en L.V1. (rép. **b**)
❑ Plus de 35 % des élèves de 4$^{\text{ème}}$ A font allemand en L.V1. (rép. **c**)
❑ Plus de 65 % des élèves de 4$^{\text{ème}}$ A font anglais en L.V1. (rép. **d**)
❑ Autre réponse:... (rép. **e**)
Explique ta réponse : ....

Relevé des réponses :

	réponse **a**	réponse **b**	réponse **c**	réponse **d**	réponse **e**
individuel (sur 22)	1	15	18	1	6
groupe (sur 11)	0	7	9	0	3

Autres réponses : les élèves qui remplissent cette ligne en profitent pour donner des réponses exactes (36 % et 64 %).

Analyses des justifications individuelles : (« explique ta réponse »)
L'analyse des justifications permet de se rendre compte de la variété des processus de calculs.

- calcul des 36 % par multiplication de 25 par 4 : « $25 \times 4 = 100$ et $9 \times 4 = 36$ donc 36 % » (8 réponses) dont une qui précise : « 25 devient 100 et 9 devient 36 ». Un autre écrit : « je change 25 en 100 en multipliant par 4 ».
- calcul : $(9 \div 25) \times 100$ (1 réponse)
- calcul : $9 \div 25 = 0{,}36$ puis $0{,}36 \times 100 = \ldots$ (1 réponse)
- calcul : $\frac{9}{25} = \frac{9 \times 4}{25 \times 4} = \frac{36}{100}$ donc 36 %. (2 réponses)
- calcul : $100 \div 25 = 4$; $9 \times 4 = 36$ donc 36 % et 64 % (2 réponses)
- calcul en partant des réponses : 40 % de 25 élèves donne 10 élèves or il n'y en a que 9 (1 réponse) ; 9 élèves donnent plus de 35 % car 35 % de 9 ... (1 réponse)
- calcul par approximation à 50 % : « presque tous les pourcentages sont supérieurs à la moitié ; or 9 n'est pas supérieur à 12 ». (1 réponse)
- explication bizarre : « cela dépend du pourcentage ».(1 réponse)
- 5 fiches sans explication mais l'étude de la fiche commune permet de voir qu'ils se sont laissés convaincre par le voisin.

Conclusion :

Le travail en groupe a permis de conforter les techniques de calcul. Trois élèves acceptent de changer dans le bon sens ; un seul change en perdant alors la réponse b. La mise en commun a permis de différencier un calcul exact (36 % et 64 %) qui les aurait plutôt rassurés d'une évaluation approximative d'un pourcentage, la notion d'ordre de grandeur leur paraissant moins pertinente.

Question n°2

Les médicaments prescrits par mon médecin sont remboursés à 60 % par la sécurité sociale. Ma mutuelle me rembourse ensuite 75 % de ce qui reste à ma charge. Que peut-on affirmer ?

❑ Ce n'est pas possible car on me rembourserait plus que le prix du médicament. . (rép. **a**)

❑ Tout compris, je suis remboursé à 90 % sur le prix du médicament. . (rép. **b**)

❑ Je ne peux pas calculer le taux de remboursement total : cela dépend du prix du médicament.(rép. **c**)

❑ Autre réponse : .... (rép. **d**)

Utilise la barre ci-dessous pour représenter la situation :

Relevé des réponses :

	rép. **a**	rép. **b**	rép. **c**	rép.**d**	pas de rép.	autre rép.
Individuel (sur 22)	4	6	6	1	4	1
groupe (sur 11)	2	6	1	0	2	0

- A noter qu'un élève fournit une autre réponse qui est un début de mise en forme du problème : « il reste 40 % à ma charge »...
- 17 élèves utilisent la barre.

Analyse des justifications par deux :

- 8 groupes utilisent la barre de façon exacte, l'un d'entre eux colorie d'une même couleur la partie du texte utilisé et le morceau de la barre - 3 couleurs différentes -. Un de ces groupes l'utilise en prenant 100 F pour la barre, arrive alors au résultat (90 F) puis conclut « autre réponse, puisqu'on ne connaît pas le prix des médicaments ».
- 3 groupes ont mal lu le texte pour « ce qui reste » ce qui les a conduit à superposer les 60 % et les 75 % (2 groupes) ou à ne pas finir puisqu'il ne reste que 40 % à rembourser et pas 75 %.

Conclusion

Le travail en groupes de deux a permis une discussion très vive ; le rôle de la barre a été déterminant puisqu'elle leur a fourni un support graphique qui a été apprécié. La discussion au niveau de la classe a surtout porté sur la signification du texte.

Question n°3

> Au collège « Barzi », je sais que, cette année, 23 % des filles et 25 % des garçons sont externes. Que peut-on affirmer ?
> ❑ 48 % des élèves sont externes. (rép.**a**)
> ❑ 24 % des élèves sont externes. (rép.**b**)
> ❑ Autre réponse : .... (rép.**c**)

Relevé des réponses :

	rép. **a**	rép. **b**	rép. **c**	pas de rép.
individuel (sur 22)	13	6	3 (1 juste)	0
groupe (sur 11)	6	3	1	1

- Dans les autres réponses, on trouve une réponse justifiée, une autre un peu imprécise : « cela dépend du pourcentage de garçons et de filles » et une autre avec 12,5 % sans aucune explication.
- Les résultats prouvent bien que cette question n'est pas évidente et que nous aurons bien du mal à leur faire comprendre....

Analyse des réponses par deux :

- 17 élèves ne changent pas d'avis après discussion.
- 3 changent ; un seul change pour accepter la « bonne » réponse .
- un groupe ne se met pas d'accord ; ce groupe contient celui qui dit que « cela dépend du pourcentage »... sans doute n'a-t-il pas trouvé de meilleurs arguments.

Conclusion

Cet exercice pose de réels problèmes. La discussion en classe entière a tout d'abord convaincu ceux qui avaient choisi la réponse **a** puisque l'idée de prendre un exemple (cent filles et cent garçons) est arrivée assez rapidement. Du coup, beaucoup d'entre eux se seraient satisfaits de la réponse **b** (24 %). Il a fallu insister un peu pour qu'il y ait d'autres exemples choisis et ceux-là n'ont pas vraiment éclairé tous les élèves puisque les valeurs trouvées étaient proches de 24 %.
Suite à cette expérimentation, il nous a semblé nécessaire de changer l'énoncé en « 10 % de filles et 40 % de garçons » ; ce qui créera plus d'écart suivant les exemples choisis.

Question n°4

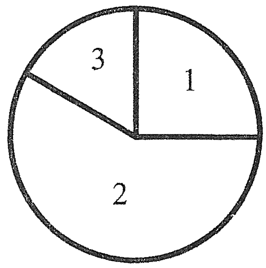
Coche les réponses qui te semblent exactes :

a) ☐ La partie **1** représente 50 % du disque.
☐ La partie **1** représente 25 % du disque.
☐ La partie **1** représente 75 % du disque.

b) ☐ La partie **2** représente plus de 50 % du disque.
☐ La partie **2** représente plus de 75 % du disque.
☐ La partie **2** représente moins de 65 % du disque.

c) ☐ La partie **3** représente plus de 20 % du disque.
☐ La partie **3** représente plus de 10 % du disque.
☐ La partie **3** représente moins de 20 % du disque.

Explique ta réponse : ....



Relevé des réponses :

Question	a	b			c		
réponse	2	1	2	3	1	2	3
individuel (sur 22)	22	15	1	10	3	15	13
groupe (sur 11)	11	9	0	6	2	10	6

Méthodes utilisées lors du travail en groupe :

- 4 comparent la partie **1** à un quart et la partie **2** à plus de 50 %, se contentant de cette approximation.
- 4 découpent le disque en 25 %, l'un des groupes partageant la partie **3** en tiers.
- un groupe voit que la partie **3** fait plus de $\frac{1}{8}$ mais moins de $\frac{1}{4}$.
- deux groupes n'expliquent pas ; pour l'un d'entre eux, il y a eu manque de temps.

Conclusion :

La possibilité de choix multiples les a contraints à discuter entre eux.
Par contre, nous avions pensé que les élèves utiliseraient leur rapporteur pour mesurer les angles des parties **2** et **3**. En fait, il n'en a rien été et ils se sont souvent contentés d'une approximation rapide. Nous avons donc décidé de marquer clairement la valeur des angles sur le graphique (90° et 60°) ainsi que de changer l'ordre des questions.

Bilan

La séance a semblé intéressante et a laissé de bons souvenirs. Les élèves ont été actifs et la mise en commun a donné lieu à de vrais débats. La fiche tient en une heure surtout s'il est prévu de corriger l'exercice n°4 au rétroprojecteur.

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 4B

La nature des exercices proposés dans la fiche 4B n'a pas changé après l'expérimentation. Il s'agit d'exercices très centrés sur la notion de référentiel, s'appuyant sur une présentation graphique des données et qui demandent aux élèves de se prononcer sur la validité de certaines propositions ; ces propositions qu'ils doivent juger concernent soit des publicités réelles (Palmito, Chaussée aux Moines) soit des données lues sur un diagramme en barres (enquête fictive sur une émission de télévision). Le contenu de ces exercices s'est avéré très révélateur de certaines difficultés liées à la prise en compte du référentiel et intéressant de ce point de vue ; la fiche est apparue bien équilibrée et favorable à la mise en place d'un débat. En revanche, plusieurs défauts de formulation et de présentation ont été relevés lors de l'expérimentation et nous ont conduits à des modifications assez sensibles dans la présentation.

Modalités de l'expérimentation

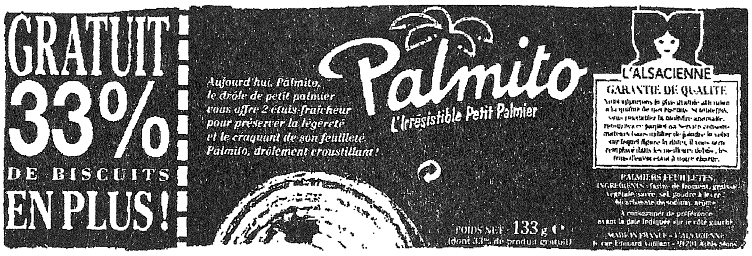
- Travail individuel (15 min. environ) puis travail de groupe (3 ou 4 élèves) avec production de réponses communes sur une nouvelle fiche.

- La fiche comporte trois exercices présentés dans l'ordre suivant :
  1) Palmito
  2) Chaussée aux Moines
  3) Sondage sur une émission de télévision (6 sous questions)

Observations générales

Dans les groupes observés, la fiche n'a pas vraiment soulevé d'enthousiasme (malgré la présence d'emballages connus) mais le travail a été pris au sérieux et la mise en commun a été un bon stimulant pour certains élèves plutôt réfractaires, au départ, à ces histoires de pourcentage. En fait, beaucoup d'élèves ne semblent avoir pris conscience de l'enjeu social des deux exercices sur les publicités (ne chercherait-on pas à abuser le consommateur ?) qu'au cours de cette discussion.

Observations concernant la 1ère situation : Palmito



Regarde bien...
Cette représentation des « 33 % gratuits » te paraît-elle exacte ? (aux erreurs de mesure près)

❑ oui. ❑ non.

Explique : ....
....
....
....

Cet exercice va susciter de nombreux échanges dans les groupes car il est à la fois simple (les données sont vite assimilées, les nombres sont faciles à manipuler) et source de questionnement si on commence à l'analyser de près.

Les principaux faits observés sont les suivants :

- 4 groupes sur 6 vont finalement conclure à l'exactitude de la représentation en constatant que la longueur de la partie "gratuite" correspond effectivement à 1/3 de la partie « non gratuite » (2,6 cm correspondent à peu près à 8 cm divisés par 3) ; la signification exacte de ces calculs n'est pas nécessairement immédiate pour tous les élèves : ainsi un groupe passe par l'opération 100/8 recherchant sans doute comme le dit une élève *« la taille de 1 % »* !
- quelques élèves sont tentés, comme nous l'attendions, de vérifier que la partie gratuite représente bien 33 % de la longueur totale du paquet mais ils sont relativement peu nombreux et assez vite convaincus par l'autre procédure.
- quelques élèves vont s'interroger sur le sens exact de la formulation GRATUIT 33 % DE BISCUITS EN PLUS : de quoi parle-t-on ? De prix (GRATUIT 33 %) ou de quantité (33 % DE BISCUITS EN PLUS) ? Le décodage de cette proposition elliptique et sans verbe n'est pas immédiat pour tous.
- un groupe va même aller plus loin dans son interrogation ; il va constater en effet qu'il est écrit quelque part sur l'emballage : POIDS NET : 133g (DONT 33 % DE PRODUIT GRATUIT) ! Cette seconde information est contradictoire avec l'autre, bien sûr, et si elle est exacte alors la représentation de la partie gratuite est inexacte mais en réduisant l'impact visuel de ce partage, ce qui n'est pas très habituel en matière de publicité ! On peut donc suspecter seulement l'erreur involontaire d'un publicitaire qui ne maîtrise pas bien les pourcentages....
- cette interrogation peut amener, de plus, à se poser des questions sur les rapports qui existent entre le poids de biscuits, le nombre de biscuits ou d'étuis-fraicheurs et la longueur du paquet ! Un groupe au moins a entamé une discussion à ce sujet avant de revenir à un simple calcul de longueur.

On voit donc que les aspects calculatoires sont très secondaires dans cette situation. Ce sont bien des questions de fond que les élèves sont conduits à se poser. La question du référentiel est au centre de leurs hésitations et de leurs discussions. Certains élèves perçoivent visiblement très bien comment se pose cette question dans la présente situation (un tiers de la classe ? la moitié tout au plus). D'autres ont l'air d'avoir découvert des choses lors de cette confrontation...

Observations concernant la 2ème situation : Chaussée aux Moines

Regarde bien :
Cette représentation de « +10 % de produit gratuit » vous paraît-elle exacte ? (aux erreurs de mesure près)

❑ oui.
❑ non.

Explique : ....
....
....
....
....

Cette situation nous paraissait intéressante car elle pose le même problème que pour la première mais avec un raisonnement sur les angles. Elle s'est pourtant avérée moins riche du point de vue de la notion de référentiel, sans doute parce qu'une simple estimation visuelle permet à beaucoup de répondre correctement et que les arguments échangés sont de ce fait moins précis et moins révélateurs de difficultés éventuelles.

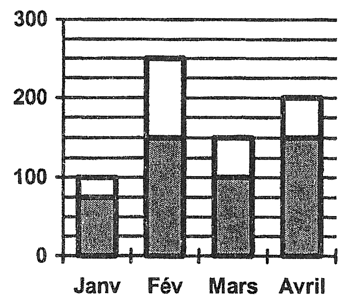
Dès la phase de travail individuel, presque tous les élèves arrivent à la conclusion que la représentation n'est pas exacte. Pour la mise en commun, ils finiront par retenir les arguments suivants :

- si on partage la partie non gratuite en 10 parts, celles-ci sont plus petites que la part gratuite qui est représentée.
- une sorte de raisonnement par l'absurde : *« En partageant le fromage en parts égales à celles de 10 % on en trouve 6 donc 60 %. Dans ce cas là le fromage n'est pas complet »* ;
- l'angle supposé représenter la partie gratuite ne correspond pas à 10 % de 360° ; ce raisonnement incorrect conduit à la bonne réponse car l'angle représenté est aussi largement supérieur à ce qu'il serait s'il correspondait à la mention DONT 10 % DE PRODUIT GRATUIT.

Nous avons choisi cependant de conserver cet exercice pour la fiche définitive car, lors d'un débat de classe, la confrontation des deux situations pourrait conduire à des échanges intéressants. Nous nous sommes demandés aussi s'il serait pertinent de donner les indications de poids fournies au dos de l'emballage (340g + 34g = 374g). On donnerait ainsi un aspect plus calculatoire à l'exercice, ce qui n'est peut-être pas souhaitable étant donné l'objectif poursuivi.

Observations concernant la 3$^{\text{ème}}$ situation : sondage

De janvier à avril, un institut de sondage a interrogé **500 personnes chaque mois** pour connaître leur opinion sur une nouvelle émission de télévision.
Le diagramme ci-contre donne les résultats obtenus pour les mois de Janvier, Février, Mars et Avril.
Chaque grand rectangle représente le nombre de personnes qui ont regardé l'émission et la partie grisée celles qui en ont été satisfaites.



a) Combien de personnes ont-elles regardé l'émission
en Mars ? .... en Janvier ? ....
b) Combien de personnes ont-elles été satisfaites de l'émission
en Avril ? .... en Février ? ....
Pour les questions suivantes, expliquer très rapidement la réponse choisie.
c) 75 % des personnes ayant regardé l'émission en janvier en sont satisfaits. Vrai ou faux ?
....
d) En Février, 60 % des personnes ayant regardé l'émission ont été satisfaites. Vrai ou faux ?
....
En Février, 50 % des téléspectateurs interrogés ont vu l'émission. Vrai ou faux ?
....
En Février, 50 % des téléspectateurs interrogés en ont été satisfaits. Vrai ou faux ?
....
e) C'est en Avril que le pourcentage de téléspectateurs satisfaits a été le plus important.
Vrai ou faux ?..
f) C'est en Février que le nombre de téléspectateurs satisfaits a été le plus important.
Vrai ou faux ?..

L'objectif de cet exercice était, là encore, de faire resurgir d'éventuelles difficultés liées à la prise en compte du référentiel qui caractérise un pourcentage. Les deux effectifs de référence - le nombre de personnes interrogées et le nombre de personnes ayant regardé l'émission - sont suffisamment simples et compréhensibles pour que des élèves de 4ème n'aient pas de vrai problème pour répondre aux questions ; encore faut-il qu'il soit bien clair dans leur tête que l'on se situe soit par rapport à l'un soit par rapport à l'autre. Cet exercice met aussi en jeu la lecture d'un diagramme et l'interprétation de données issues de cette lecture en pourcentages.

Il est difficile d'évaluer les difficultés exactes rencontrées dans la classe où nous avons expérimenté la fiche d'une part parce que les élèves ont manqué de temps pour la mise en commun, d'autre part en raison d'une mauvaise graduation de la complexité des questions. On peut en effet décrire les principaux faits observés de la manière suivante :

- les deux questions de simple lecture d'effectifs sur le diagramme (a et b) ne présentent aucune difficulté pour la grande majorité des élèves (pas de véritable erreur systématique sur les quatre effectifs demandés).

- la question c est aussi réussie par la plupart des élèves, la référence 100 en effectifs étant assimilée immédiatement au 100 du pourcentage (un groupe passe par la fraction 3/4 cependant : « *vrai car 3/4 correspond à 75 %* »).
- avec la question d, la complexité augmente assez brutalement et les élèves commencent à faire de nombreuses erreurs ; un seul groupe donne les trois réponses correctes pour cette question ; l'observation montre à la fois que certains élèves ne se posent pas explicitement la question du référentiel à prendre en compte et qu'ils sont aussi un peu saturés ; la facilité des premières questions ne les a pas préparés non plus à s'interroger vraiment sur ce problème de l'effectif de référence ; enfin la notion de « téléspectateur » a gêné au moins une élève : désigne-t-on ainsi toute personne interrogée ou seulement celle qui a effectivement regardé l'émission un mois donné ? Ce n'est en effet pas clair...
- pour les deux questions e et f, les choses ne s'arrangent pas ; apparaissent pour la première, une incertitude sur le référentiel à prendre en compte (les personnes interrogées ou celles qui ont regardé l'émission) et, pour la seconde, un petit piège : on revient à une proposition concernant une comparaison d'effectifs ; deux groupes vont cependant donner une réponse correcte à ces deux questions (l'un en considérant que les propositions sont fausses dans les deux cas parce qu'il y a égalité avec un autre mois et l'autre que la proposition est vraie malgré cette égalité).

Compte tenu de ces observations, nous avons décidé de conserver les données sur lesquelles porte cet exercice mais de modifier sensiblement les propositions dont il faut juger la validité :

- elles sont un peu moins nombreuses (6 au lieu de 10 si l'on compte les sous questions) et sont toutes de type vrai/faux avec explication (les questions de simple lecture supposées conduire les élèves à bien « lire » le graphique s'avèrent non seulement inutiles mais pernicieuses en incitant les élèves à ne traiter que superficiellement les données du graphique).
- on ne parle plus de « téléspectateurs » qui introduit une ambiguïté inutile dans le référentiel à prendre en compte ; on désigne les trois catégories par les expressions « personnes interrogées », « personnes ayant regardé l'émission » et « personnes satisfaites » (sauf pour la dernière proposition où on introduit volontairement, pour susciter une discussion, une expression ambiguë : « le plus de succès »).
- la complexité est graduée en trois niveaux ; les deux premières questions mettent en jeu le référentiel le plus naturel dans un sondage : les « personnes interrogées » et séparent tout de suite les deux critères « visionnement / satisfaction » ; les deux questions suivantes mettent en jeu l'autre référentiel possible, celui des personnes qui ont regardé l'émission (les deux questions se différencient par la formulation et par la difficulté du passage effectifs/pourcentages) ; enfin les deux dernières questions portent sur des comparaisons en pourcentages avec, pour la dernière, la nécessité de choisir entre les deux référentiels possibles (le « succès » d'une émission pouvant être évalué aussi bien avec le critère visionnement qu'avec le critère satisfaction).

Dans la fiche remaniée, nous plaçons cet exercice sur le sondage (appelé « audimat(hs) » on ne peut pas faire moins !) avant les deux autres regroupés sous le titre « publicité mensongère ? ». Cet ordre conduit les élèves à des problèmes liés au référentiel de plus en plus épineux et de plus en plus sujets à discussion. Mais on peut aussi se placer d'un autre point de vue et conserver l'ordre de la fiche initiale : l'exercice le plus riche et sans doute le plus profitable est « Palmito » ; il est peut-être dommage alors de le noyer au milieu de la fiche.

Bilan général à propos de la fiche 4B

Cette fiche nous semble très bien adaptée pour faire le point sur la notion de référentiel au début de la classe de 4ème. Les situations sont trop riches et trop complexes pour être proposées avant ce niveau : beaucoup d'autres difficultés viendraient se greffer sur cet obstacle et ne permettraient pas une vraie clarification des choses pour les élèves qui en ont besoin (sans doute une bonne moitié de la classe que nous avons observée). La fiche peut être l'occasion de discussions vives et fructueuses au moment de la mise en commun dans les groupes, discussions pouvant certainement être reprises et élargies dans une synthèse/débat en classe entière (la longueur de la fiche que nous avons un peu réduite mais pas trop pour lui conserver toute sa richesse permet difficilement de faire cette synthèse au cours de la même séance ce qui est peut-être un inconvénient).

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 3A

Modalités de l'expérimentation

Cette fiche a été expérimentée, dans sa forme initiale une fois :

- travail individuel (20 min.)
- travail par groupe de 2 (10 à 15 min.)
- mise en commun au niveau de la classe (15 à 20 min.)

La calculatrice a été autorisée.

Observations concernant la première situation

Le principal du collège « Pour Les Bons » annonce à la rentrée que 50 % des élèves ont eu leur brevet et passent en seconde . En gardant le même taux de réussite, peux-tu prévoir sur 100 nouveaux élèves de 3$^{\text{ième}}$, combien auront leur brevet et iront en seconde à la fin de l'année ? ❑ 50 ; ❑ 25 ; ❑ autre réponse : .... ; ❑ je ne peux pas prévoir .

Deux types de réponse : soit 50, soit je ne peux pas prévoir.

Les réponses étaient rarement évolutives (entre la copie individuelle et la copie en commun.)
Les arguments avancés pour justifier la réponse faite sont divers, quelques-uns méritent d'être relevés :

Pour ceux qui répondaient 50, c'est par exemple :

- *« 50 % c'est 50 pour 100, le résultat est 50 car il y a 100 élèves ... »*
- « 50 car au début il y a 50 % des élèves soit la moitié des élèves donc si je rajoute 100 élèves, il faut qu'il y en ait encore la moitié à réussir. »
- Un élève ayant donné 50 comme réponse fait une observation sur la possibilité de répondre : je ne peux pas prévoir : « La question est mal formulée »

Parmi ceux qui ont répondu *« je ne peux pas prévoir »*, il y a :

- *« Ce ne sont pas les mêmes élèves et cela dépend du travail des élèves, donc on ne peut pas prévoir »*
- Un dessin proposé pour servir de support à l'explication ne convainc pas tout le monde, une élève ayant demandé à la fin : « *C'est quoi la réponse ?* »

Observations concernant le 2ème exercice

Dans le collège « Pour Les Autres », parmi les filles candidates au brevet, 80 % sont reçues ; parmi les garçons candidats au brevet, 70 % sont reçus. Réponds à l'affirmation suivante : « Dans ce collège, il y a plus de filles reçues au brevet que de garçons. » ❑ Vrai ❑ Faux ❑ Je ne peux pas savoir.

Beaucoup de réponses *je ne peux pas savoir.*
Est-ce dû à l'effet du premier exercice ?
Dans la plupart des cas, il est fait mention des référentiels manquants.
Deux groupes ont donné des réponses doubles :

- dans un cas : *faux* et *je ne peux pas savoir*
- dans l'autre : *vrai* et *je ne peux pas savoir.*

Les premiers considèrent, en partant d'un exemple de 8 filles reçues sur 10 et 70 garçons reçus sur 100, que c'est faux dans ce cas mais aussi « *il faut savoir le nombre de filles et de garçons* ».
Pour les seconds c'est « *vrai sur une année* » sinon « *cela dépend des années et tout dépend du nombre de candidats filles et garçons* »

Ceux qui répondent *faux* avancent comme argument « *cela dépend du nombre de garçons ou de filles* » ou « *si le nombre de garçons est plus important malgré les 70 % ils seront plus que les filles.* »
Pour éviter une ambiguïté dans l'interprétation du *faux* et du *je ne peux pas savoir* ne pourrait-on pas formuler autrement ?

Observations concernant le 3ème exercice

Lucien et Henri ont acheté chacun 1000 F en actions ; Lucien a vu ses actions augmenter de 75 % en 1997, puis de 6 % en 1998 ; Henri, lui, a vu ses actions augmenter de 30 % en 1997 puis de 50 % en 1998. Lequel des deux a gagné le plus d'argent ? ❑ Lucien ❑ Henri ❑ Autre réponse: ....

Cet exercice étant plus calculatoire, il y a eu incitation à l'utilisation de la calculatrice.
La quasi - totalité des élèves a répondu « *Lucien* » en donnant souvent comme explication :

- « *75 % + 6 % = 81 % e 50 % + 30 % = 80 %* »
- ou aussi « *C'est Lucien car il a gagné 1 % de plus qu'Henri* »

Un élève a réussi à influencer son camarade en proposant comme réponse individuelle et collective Lucien car « *Lucien a un total de 81/200 et Henri 80/200* ».
La réponse exacte surprend beaucoup mais passe bien à l'aide de la calculatrice.

Observations concernant le 4ème exercice

Le prix d'une action est passé de 2000 F à 4000 F. Quel est le pourcentage d'augmentation ? ❑ 25 % ❑ 50 % ❑ 75 % ❑ 100 % ❑ 200 %

3 types de réponses : 200 % (la moitié), 100 % (un quart) et 50 % (le dernier quart).

- Pour les 200 % c'est souvent parce que « 2000x200 *% =4000* » ou « *200 % cela fait fois 2* » ou encore « *l'action a augmenté de 2 fois son prix* »
- Pour les 100 % c'est parce que « *2000 +2000=4000* » ou « *2000 = 100 % de 2000 =2000 + 2000 = 4000* »
- Pour les 50 % « *2000 c'est la moitié de 4000* » ou plus étonnant « *avec 50 % le prix augmente par 2* » et encore « *2000* x 2 = *4000* »

On ne remarque pas de changement fondamental dans les réponses individuelles et collectives à une exception près.

Ici les valeurs choisies (2000 et 4000) semblent piéger les élèves a priori :

- quand 2000 est interprété comme la moitié de 4000, la réponse c'est 50 % (9 réponses sur 25)
- quand 4000 est interprété comme le double de 2000, la réponse est 200 %. (6 réponses sur 25)

Pour cet exercice, nous aurions souhaité qu'ils répondent sans recours au calcul mais les élèves ne l'ont pas perçu ainsi.

Observations concernant le 5ème exercice

Au collège « Machin », le pourcentage de reçus au brevet est passé de 75 % en 1996 à 80 % 1997. Que peux-tu dire du nombre de reçus ? ❑ Il a augmenté. ❑ Il a diminué. ❑ je ne peux pas savoir.

La majorité pense que le nombre a augmenté en comparant 75 % et 80 %, les expressions étant diverses pour traduire cette augmentation. :

- « *Il est passé de… à …* »
- « 80% c'est plus que 75 % »
- « 75 + 5 = 80 % »

- « il a augmenté de 5 % »
- ou, en plus convaincu « *pour aller de 75 à 80 % il faut 5 % donc…* »

Pour les plus sceptiques, il y a ceux qui expliquent que :

- « *on ne connaît pas le nombre des élèves sur chaque année* »
- et d'autres pour qui « *entre-temps il y a peut-être d'autres élèves qui sont arrivés au collège* »
- ou encore parce que « *peut-être que l'effectif du collège a changé* » sans plus de précision.

Deux situations intéressantes sont à signaler :

- souvent lorsque dans le groupe il y en a un qui pense « *je ne peux pas savoir* », cette réponse est alors retenue par le groupe ;
- deux élèves ayant trouvé chacun que le nombre a augmenté ont donné comme réponse collective « *je ne peux pas savoir* ».

Observations concernant le 6ème exercice

Parmi les spectateurs d'un match de football, il y a en moyenne une femme pour deux hommes.
Quel est le pourcentage de femmes ?

❑ 25 % ❑ 50 % ❑ Autre réponse : ....

La réponse la plus fréquente par groupe est 33,3 % (8 sur 12) et l'autre réponse c'est 25 % (4 sur 12).
Ce qui est caractéristique dans ces réponses, c'est davantage l'interprétation des pourcentages donnés que les résultats eux-mêmes.

25 % est vu :

- soit comme « *1 femme pour 2 hommes* » et les tenants de cette version justifient cela par le fait que 50 % c'est 1 femme pour 1 homme, 25 % étant la moitié de 50 %, d'où la réponse.
- soit comme « *1 femme pour 3 hommes* ». Pour ceux-là la justification se fait par le passage par l'écriture fractionnaire c'est-à-dire :
  25 % = 1/4 c'est 1 femme pour 3 hommes.
  50 % = 1/2 c'est 1 femme pour 1 homme.
  33 % = 1/3 c'est 1 femme pour 2 hommes.

On peut également relever une référence à 100 qui se traduit par le passage à la fraction 100/3 pour justifier la réponse 33,3 %.
Certains élèves opèrent un rapprochement entre la fraction 1/3 et la fraction 100/3 de manière non explicite.
L'expression *en moyenne* n'a retenu l'attention que d'un seul élève. Sa réponse a été : « *environ 50 % car c'est une moyenne.* »

Des propositions de modification

Modification particulière :

Nous nous sommes interrogés sur la formulation de la question de l'exercice 1, pour savoir si la donnée « *et passent en seconde* » est gênante ou pas.
Aussi avons-nous finalement, après beaucoup de questionnement, décidé de remodeler l'énoncé de cet exercice en le fixant dans le temps (année scolaire précisée) pour faciliter la représentation et en l'explicitant davantage (les nouveaux élèves).

Modification d'ensemble :

Après la séance, une analyse a été faite sur l'ensemble de la fiche. Il nous est alors apparu que certaines modifications s'imposaient :

- pour conserver l'esprit de la fiche la suppression d'un exercice nous paraissait indispensable ;
- revoir également la mise en page tout en prévoyant de la place sur la fiche, où l'élève pourrait justifier ses réponses ;
- l'ordre des exercices ne nous semblait pas judicieux, l'entrée par l'exercice 1 ayant été lente et difficile, il fallait éviter la démobilisation dès le départ ;
- réorganiser la fiche selon deux aspects :

  ex 1, 2 et 3 : calcul
  ex 4 et 5 : débat.

L'ordre proposé est alors le suivant : 3 4 6 1 2.
Un autre ordre est également envisageable selon le type de classe où on l'expérimente : 3 4 2 1 6.

Globalement, cette organisation des exercices selon les deux axes, calcul et débat, semble convenir.

COMMENTAIRES ET RESULTATS CONCERNANT LA FICHE 3B

Elle se veut, suivant la logique adoptée précédemment, axée davantage sur les représentations et complémentaire de la fiche 3A.

La situation n°1 oblige à une rétroaction entre l'énoncé et les représentations partielles qui sont proposées ; pour compléter le 1er graphique, un calcul est nécessaire ; pour la barre du 2nd, les carreaux suffisent, il est alors intéressant d'observer la cohérence des réponses.

La situation n°2 est plus abstraite mais nous a paru intéressante par son côté « dépouillé » et inhabituel. Nous avons réfléchi à d'autres représentations de cette situation sans aboutir, c'est pourquoi nous avons été tentés de solliciter les élèves.

La situation n°3 est assez classique, mais le référentiel dans le texte n'est pas explicite.

La situation n°4 est présentée sous la forme d'un schéma. Elle peut a priori ne pas choquer les élèves. Nous espérons qu'elle les fasse réfléchir sur la notion de référentiel et qu'ils puissent la compléter par les bons pourcentages (-20 % et +25 %).

Modalités de l'expérimentation

- Nous avons expérimenté cette fiche dans une seule classe de troisième.

- Travail individuel (environ 10 min.) avec réponses sur une première fiche, suivi d'un travail en groupe (en moyenne 4 élèves) et production de réponses pour le groupe sur une nouvelle fiche. Cinq groupes d'élèves ont travaillé.

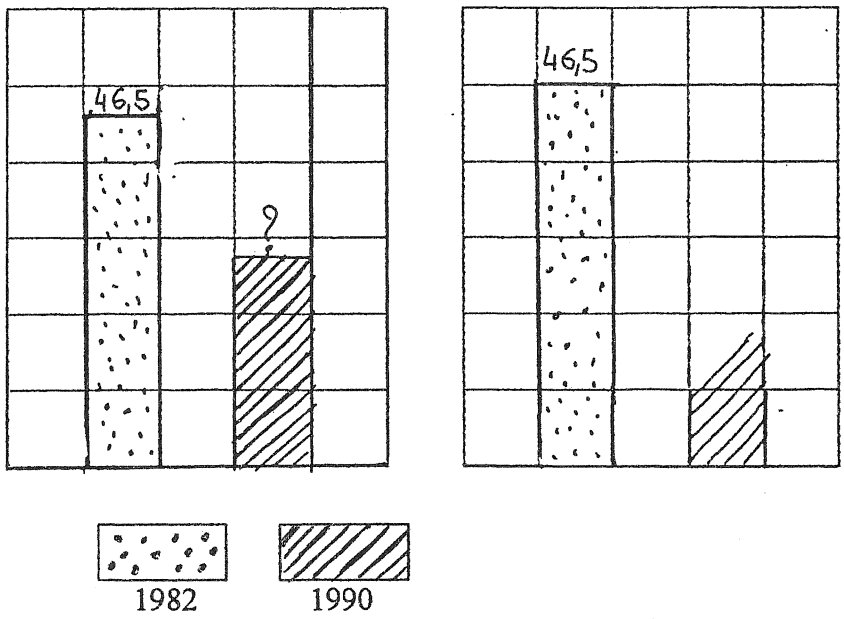
Observations générales

La fiche a été prise au sérieux et a suscité dans certains groupes des débats acharnés. Il n'y a pas eu de synthèse générale, contrairement à ce qui était prévu, les élèves n'ayant pas toujours eu le temps d'aborder tous les exercices.

Observations concernant la situation n°1

1) Consommation

En huit ans, la consommation de fuel a régressé de 40 %.
Voici deux représentations différentes de cette situation.
Compléter les diagrammes ci-dessous :



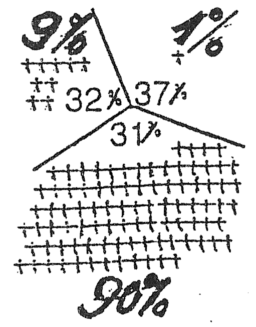
Après discussion, un seul groupe donne une réponse correcte. Dans un autre groupe, deux élèves avaient les bonnes réponses, mais elles n'ont pas été retenues.

Les trois carreaux de la 2ème représentation semblent fonctionner de manière implicite pour représenter 60 % (ou la baisse de deux carreaux pour représenter 40 %) mais le lien entre les deux graphiques n'est pas toujours perçu, même après la mise en commun ; deux groupes sur cinq, après calculs, trouvent en effet des nombres différents pour la même année 1990.

Dans l'ensemble, il y a peu de traces écrites concernant les procédures ; les nombres obtenus sont des approximations, avec l'aide des carreaux ou des mesures. Un groupe retient 18,6 qui correspond à la baisse de la consommation.

Observations concernant la situation n°2

<u>2) Répartition du patrimoine des USA</u>
(en 1990)
Que peux-tu affirmer à partir de ce graphique ?
Peux-tu trouver une représentation plus parlante que celle qui est proposée ?



Cette situation a laissé, dans l'ensemble, les élèves perplexes. Ils ont bien saisi l'inégalité de la répartition du patrimoine dans la population, mais, dans deux groupes, les conclusions sont inversées ; deux autres ne répondent pas ; dans le dernier groupe, ils semblent avoir compris mais l'expression est maladroite.

32 % de la population ont 9 % de richesse.
37 % de la population ont 1% de richesse
31 % de la population ont 90% de richesse
Les croix représentent le patrimoine.

- 9 % de la population comprend 32% des richesses
  1% " " " " 37% " "
  90% " " " " 31% " "

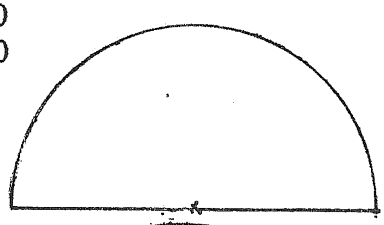
- Plus la population diminue, plus la richesse augmente

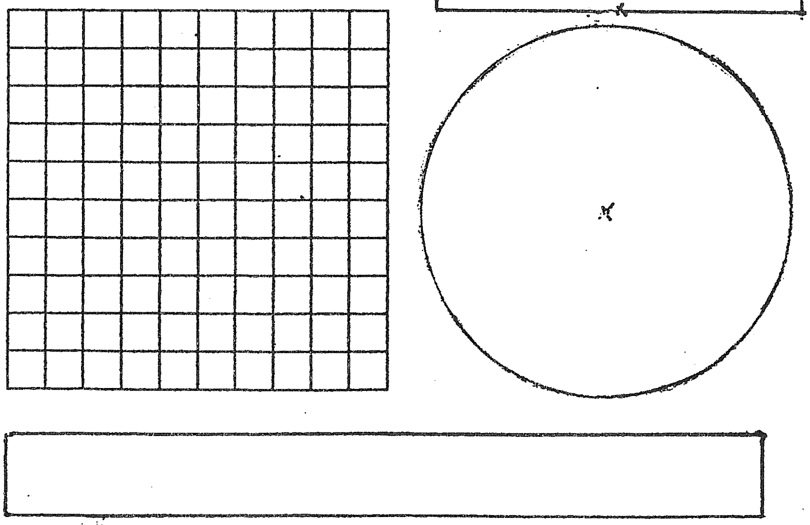
Plusieurs problèmes se posent : tout d'abord le graphisme, des croix, des hommes ? L'impression n'est pas très nette. Nous n'avions pas cité les sources, est-ce que ce sont des données réelles ? Et si c'était seulement « des maths » ? ! Nous avons entendu cette réflexion !

Observations concernant la situation n°3

3)Représenter ces informations en choisissant deux représentations parmi les quatre proposées :

Semaine **du 10/02 au 15/02**	**Montant des ventes (F)**
Lundi	900
Mardi	1 800
Mercredi	3 000
Jeudi	2 700
Vendredi	3 600
Samedi	6 000





Pour un problème de répartition, les diagrammes circulaire et semi-circulaire sont utilisés systématiquement. Ils impliquent pourtant le calcul du montant total des ventes.

Les cent carreaux ne sont pas perçus de cette manière et sont utilisés comme quadrillage pour des diagrammes en barres ; l'échelle retenue est 1 carreau pour 1000 (ici 1 carreau pour 900 était plus judicieux).

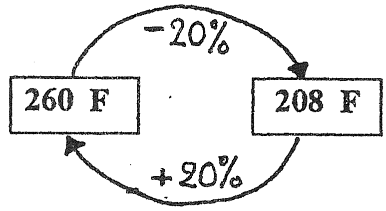
La barre est utilisée par quelques élèves, non pas comme support pour une répartition avec un tout égal à 10, mais comme axe représentant les montants des ventes.

Lors de la mise en commun, les seules représentations retenues par les groupes sont les diagrammes circulaires ou semi-circulaires et les barres. Le diagramme en barres donne une vision intéressante des ventes de la semaine. Les supports incitant à l'utilisation des pourcentages ont été contournés par les élèves (100 carreaux et barre de 10 cm).

Aucun pourcentage n'est évoqué, ni en groupe, ni en recherche individuelle. Pour les diagrammes, les élèves passent directement des données brutes aux degrés. Cet exercice est intéressant pour illustrer le fait qu'il n'y a pas absolue nécessité pour eux de passer par des pourcentages pour exprimer une répartition.

Observations concernant la situation n°4

4) Le petit Nicolas essaie de se rappeler un problème qu'il a fait en classe à propos d'un prix qui augmente et qui diminue ensuite (ou bien l'inverse : qui diminue d'abord puis qui augmente, il ne se souvient plus.)
Il pense aussi se rappeler qu'il y avait les prix 260 F et 208 F et que l'augmentation ou la diminution était de 20 %.
Il se souvient qu'il avait fait un schéma comme celui-ci et qu'il y avait bien 4 nombres



Pourtant aujourd'hui, ce schéma lui paraît faux. Pourquoi ?
Quel était, à ton avis, le bon schéma ?

Cet exercice n'a pas toujours été suffisamment abordé par les groupes pour des raisons de temps.

Les élèves ont réalisé que 20 % de 260 F était différent de 20 % de 208 F, mais un seul groupe donne le schéma complet avec + 25 % ; les trois autres qui ont répondu constatent seulement l'erreur.

Conclusions

Le temps nous a fait défaut pour traiter correctement cette fiche :

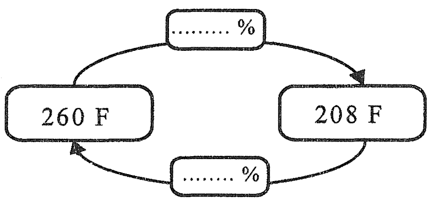
- Nous avons décidé de l'alléger en enlevant la deuxième question de l'exercice n°2 qui n'a pas suscité beaucoup d'intérêt.

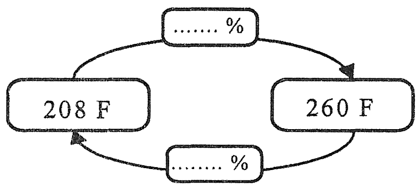
- Nous avons supprimé la situation n°3 qui, bien que révélatrice, n'a peut-être pas sa place dans une fiche « état des lieux » sur les pourcentages.

  Des modifications ont aussi été apportées dans le reste de la fiche :

- Pour la situation n°1, il est intéressant de différencier davantage les deux représentations (ex 36,5 au lieu de 46,5)

- Pour la situation n°4, nous choisissons deux schémas incitant davantage à travailler sur le pourcentage d'augmentation :





ANNEXES

1. Un peu de vocabulaire
2. Quelques petites choses à connaître
3. Pourcentages et finances

ANNEXE 1
Un peu de vocabulaire.

Il nous a semblé important de préciser le sens que nous donnions à certains mots ou expressions utilisés dans le langage courant.

↳ Le mot « *RAPPORT* » :

- Reprenons la définition donnée dans un manuel de 1930 : « deuxième année d'arithmétique », de LEYSANNE, édition A. COUIN.

> 443. – On appelle rapport de deux nombres le quotient de l'un par l'autre.
>
> EXEMPLES.
>
> Le rapport de 12 à 3 est $\frac{12}{3} = 4$.
>
> Le rapport de 5 à 7 est $\frac{5}{7}$.
>
> Le rapport de 5,2 à 7,48 est $\frac{5,2}{7,48} = \frac{520}{748} = \frac{130}{187} = 0,695$.
>
> Le rapport de $\frac{2}{3}$ à $\frac{4}{7}$ est $\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$ (n°411) $= \frac{7}{6} = 1,1666$.
>
> REMARQUE. – Une fraction peut toujours être considérée comme un rapport. Mais un rapport n'est pas toujours une fraction ; car les deux termes d'une fraction sont toujours des nombres entiers, tandis que les deux termes d'un rapport sont des nombres quelconques.

- Et celle du dictionnaire : « quotient de deux grandeurs de même espèce ».
  Les expressions « rapport partie – partie » et « rapport partie – tout » sont utilisées avec ce même sens. On établit une relation entre deux parties d'un même tout ou entre une partie et le tout, ces relations pouvant s'exprimer par un rapport.

↳ Le mot « *PROPORTION* » :

- Extrait du dictionnaire : « Rapport de grandeur entre les parties d'une classe, entre deux parties et le tout, défini par rapport à un idéal esthétique.
  – Combinaison de différents rapports.
  – Dimensions relatives des parties et du tout. »

- En mathématiques, le mot proportion a un sens très précis, comme le montre l'extrait ci-contre tiré du livre déjà cité ci-dessus.

> 444. – On appelle **proportion** l'égalité de deux rapports.
>
> Exemple. – $\frac{12}{3} = \frac{20}{5}$ est une proportion, car ces deux rapports sont égaux l'un et l'autre à 4.
>
> On l'énonce : 12 tiers égalent 20 cinquièmes ;
> ou encore : 12 est à 3 comme 20 est à 5 .
> 12 et 5 sont les **extrêmes ;** 3 et 20 sont les **moyens**.
>
> Autre exemple. – $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$ est aussi une proportion, car $\frac{6}{14}$ n'est autre chose que la fraction $\frac{3}{7}$ dont on a multiplié les deux termes par 2.
>
> 445. **Premier principe.** – *Dans toute proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.*
>
> Soit la proportion $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$
>
> Je multiplie les deux termes du premier rapport par 24, et les deux termes du second par 8, comme pour réduire deux fractions au même dénominateur (n°410) ; les numérateurs sont alors égaux.
>
> J'obtiens ainsi : $5 \times 24 = 8 \times 24$

- Dans le langage courant, le mot **proportion** est parfois utilisé dans le sens de **rapport**. Nous avons constaté quelques dérives dans les manuels (cf. l'extrait du livre de technologie déjà cité dans ce document à la page 32) et, ce qui nous semble plus grave, dans des manuels de mathématiques, par exemple dans le livre de cinquième (Belin 98).

OBJECTIFS

Montrer les différentes façons d'exprimer une proportion.

0,6 kg pour 1 kg
ou
3 kg pour 5 kg
ou
60 pour 100

$\frac{0,6}{1} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$.

Définir et calculer un pourcentage.

Faire passer directement de 0,35 à $\frac{35}{100}$ sans poser la multiplication par 100.

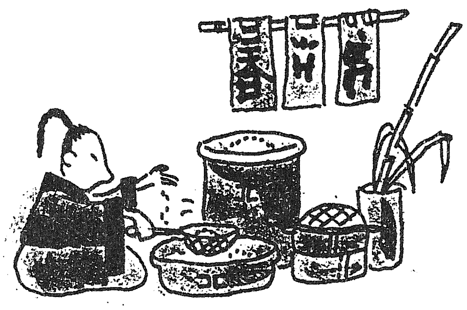
1. Différentes écritures d'une proportion

Pour préparer une purée, Caroline mélange carottes et pommes de terre dans la proportion suivante :
0,6 kg de carottes pour 1 kg de pommes de terre.
Elle ajoute du sel et quelques oignons.
Sa voisine lui dit qu'il y a 3 kg de carottes pour 5 kg de pommes de terre.
A-t-elle raison ?

2. Comparaison de proportions

a. En 1993, la Chine produisait 181,6 millions de tonnes de riz ; la production mondiale était égale à 518,9 millions de tonnes.
Avec la calculatrice, donne l'arrondi au centième du quotient de 181,6 par 518,9.

Complète : $\frac{181,6}{518,9} \approx \ldots \approx \frac{\ldots}{100}$.



b. En 1993, sur 100 millions de tonnes de riz produits dans le monde, combien de tonnes produisait la Chine ?

c. Pour comparer les taux de production de riz en 1993 dans quelques pays du monde (tableau ci-contre), calcule les quotients :

$\frac{110,3}{518,9}$; $\frac{47,9}{518,9}$; $\frac{28,3}{518,9}$; $\frac{21,8}{518,9}$

Puis indique les pourcentages dans la colonne de droite.

Pays	Production (Mt)	%
Chine	181,6	35
Inde	110,3	
Indonésie	47,9	
Bangladesh	28,3	
Viêt-nam	21,8	

Dans le texte, il s'agit bien de rapport et non de proportion, au sens mathématique du terme.

La fameuse ***REGLE DE TROIS*** :

On ne sait plus très bien ce qu'elle recouvre. Elle est souvent confondue ou associée à « produit en croix ». Là encore, reprenons les définitions données par cet ancien manuel :

> REGLES DE TROIS
>
> **453.** – On appelle **règles de trois** des questions qui peuvent se résoudre au moyen de *proportions* dans chacune desquelles *trois* termes sont connus. De là ce nom de *règles de trois* qui est resté à ces questions, quoiqu'on puisse les résoudre aussi et plus facilement par la méthode de **réduction à l'unité**, la seule dont il soit parlé dans les programmes.

Notons ici l'emploi du pluriel, alors que souvent nous ne connaissons que ***LA** règle de trois* : méthode particulière de réduction à l'unité avec l'algorithme qui l'accompagne.
Plusieurs règles sont alors définies :

> **454.** – Les règles de trois ne s'appliquent qu'à des quantités *directement* ou *indirectement* proportionnelles.
>
> **455.** – La règle de trois est *simple*, lorsqu'il n'est question que de *deux* quantités.
>
> La règle de trois est *composée*, lorsqu'il est question de *plus de deux* quantités.
>
> La règle de trois *simple* est *directe* , si les deux quantités considérées sont *directement* proportionnelles.
>
> La règle de trois *simple* est *inverse*, si les deux quantités considérées sont *inversement* proportionnelles.

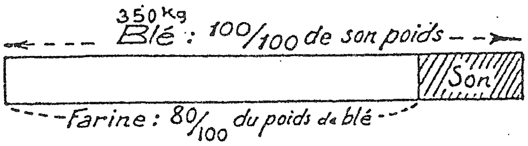
Les règles de trois étaient associées à un genre de problèmes dits *« de règles de trois »* ; on les appellerait de nos jours *« problèmes de quatrième proportionnelle »*. Dans les faits, les procédés de résolution ont été réduits à la méthode de réduction à l'unité qui est pratiquement devenue le prototype pour résoudre les problèmes de proportionnalité. Présentée alors comme un algorithme, c'est la règle de trois qui deviendra l'objet d'apprentissage.

Voici un exemple illustrant son utilisation dans un problème de pourcentage, mais le lecteur pourra en trouver d'autres exemples dans cette brochure, notamment pages 42 et 43.

CALCULER LE TANT POUR CENT

PROBLÈME EXPLIQUÉ

Quel poids de farine obtiendra-t-on avec 350 kg. de blé, ce blé donnant farine 80 % de son poids?



1° Solution par les fractions.

Le poids de la farine sera les 80/100 de 350 kg. ou : $\dfrac{350 \text{ kg.} \times 80}{100}$

2° Solution par la règle de trois.

100 kg. de blé donnent 80 kg. de farine.

1 kg. de blé donne $\dfrac{80 \text{ kg.}}{100}$.

350 kg. de blé donnent $\dfrac{80 \text{ kg.} \times 350}{100}$.

ou, en simplifiant : 8 kg. × 35 = 280 kg. de farine.

Tirée du même manuel, voici une présentation plus détaillée de ces différentes règles avec la méthode de « *réduction à l'unité* » :

DE LA REDUCTION A L'UNITE APPLIQUEE AUX REGLES DE TROIS

1° Règle de trois simple et directe.

456. – *5 mètres d'étoffes coûtent 20 francs. Combien coûteront 3 mètres de la même étoffe ?*

Les mètres et les francs sont directement proportionnels.

Je dispose les données sur deux lignes horizontales, de la manière suivante, en appelant x l'inconnue :

5 mètres ...... 20 francs,
3 mètres ...... x francs,

et je dis : Puisque 5 mètres coûtent ...... 20 francs,

1 mètre coûtera 5 fois moins, ou $\frac{20^f}{5}$

3 mètres coûteront 3 fois plus, ou $\frac{20^f \times 3}{5} = 20^f \times \frac{3}{5}$.

En effectuant l'opération, on trouve :

$$x = \frac{20^f \times 3}{5} = \frac{60^f}{5} = 12 \text{ francs.}$$

Règle. – L'inconnue est égale au nombre qui lui correspond (20) multiplié par le rapport *direct* $\left(\frac{3}{5}\right)$ des deux valeurs de la seconde quantité.

Nous appellerons rapport direct $\left(\frac{3}{5}\right)$ celui qui est pris de *bas en haut*.

2° Règle de trois, simple et inverse.

457. – 6 *ouvriers ont faits un certain ouvrage en* 10 *jours. Combien* 4 *ouvriers auraient-ils mis de jours à faire le même ouvrage ?*

Les ouvriers et les jours sont inversement proportionnels.

Je dispose les données sur deux lignes horizontales, de la manière suivante :

6 ouvriers ...... 10 jours,
4 ouvriers ...... x jours,

et je dis : Puisque 6 ouvriers ont mis .... 10 jours,

1 ouvrier aurait mis 6 fois plus de temps, ou...... $10^j \times 6$.

4 ouvriers auraient mis 4 fois moins de temps, ou ..... $\frac{10^j \times 6}{4} = 10 \times \frac{6}{4}$.

En effectuant l'opération, on trouve :

$$x = \frac{10^j \times 6}{4} = \frac{60^j}{4} = 15 \text{ jours.}$$

Règle. – L'inconnue est égale au nombre qui lui correspond (10) multiplié par le rapport *inverse* $\left(\frac{6}{4}\right)$ des deux valeurs de la seconde quantité.

Nous appellerons rapport direct $\left(\frac{6}{4}\right)$ celui qui est pris de *haut en bas*.

Règle de trois composée.

458. – *Une troupe d'ouvriers travaillant* 9 *heures par jour a mis* 6 *jours pour faire* 18 *mètres d'ouvrage. Combien ces mêmes ouvriers travaillant* 12 *heures par jour mettront-ils de jours pour faire* 32 *mètres ?*

Les jours sont directement proportionnels aux mètres et inversement proportionnels aux heures de travail par journée.

Je dispose les données sur deux lignes horizontales, de la manière suivante :

9 heures... 6 jours... 18 mètres,
12 heures... x jours... 32 mètres.

et je dis :

Puisque ces ouvriers en travaillant 9 heures par jour ont mis .... 6 jours,
En travaillant 1 heure, ils mettraient 9 fois plus de jours, ou .... $6^{j} \times 9$
En travaillant 12 heures, ils mettraient 12 fois moins de jours, ou .... $\dfrac{6^{j} \times 9}{12}$.

Puisque ces ouvriers ont fait 18 mètres dans ce temps-là,
pour faire 1 mètre, ils auraient mis 18 fois moins de jours, ou............ $\dfrac{6^{j} \times 9}{12 \times 18}$

et, pour faire 32 mètres, ils auraient mis 32 fois plus de jours, ou $\dfrac{6^{j} \times 9 \times 32}{12 \times 18}$

ou $6^{j} \times \dfrac{9}{12} \times \dfrac{32}{18}$

En effectuant l'opération, on trouve : $x = \dfrac{6 \times 9 \times 32}{12 \times 18} = 8$ jours.

Règle. – L'inconnue est égale au nombre qui lui correspond (6 j.) multiplié par le rapport *inverse* $\left(\dfrac{9}{12}\right)$ des deux valeurs de la quantité qui lui est *inversement* proportionnelle, et par le rapport *direct* $\left(\dfrac{32}{18}\right)$ des deux valeurs de la quantité qui lui est directement proportionnelle.

Remarque. – Cette règle est applicable à un nombre *quelconque* de quantités, directement ou inversement proportionnelles.

➯ *LES PRODUITS EN CROIX :*

On parle de produits en croix à partir de tableaux ou d'égalité de quotients (le mot « proportion » a pratiquement disparu du langage).

- Dans les tableaux, les produits sont évoqués par des flèches croisées qui correspondent à une technique de calcul ; le résultat est souvent donné directement : $c = \frac{a \times d}{b}$.

a	c
b	d

- Avec des égalités de quotients, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, on retrouve plutôt la règle ancienne des proportions : « le produit des extrêmes est égal au produit des moyens ». Si le calcul de « c » est demandé, on verra souvent l'égalité des produits en croix : $b \times c = a \times d$, puis : $c = \frac{a \times d}{b}$

- Dans chacun des cas, l'écriture finale est voisine de celle obtenue avec l'algorithme de réduction à l'unité utilisée pour la règle de trois. Ici, cependant, il s'agit d'un simple jeu de nombres mis en correspondance et les grandeurs ne figurent pas dans le procédé de résolution.

ANNEXE 2
Quelques petites choses à connaître

L'origine du symbole %

Dans un numéro du bulletin de l'APMEP, on trouve la réponse suivante à un avis de recherche lancé par un lecteur :

AVIS DE RECHERCHE N°4. Sur l'origine du symbole %.

D'après F.Cajori : *a history of mathematical notations* (1928) p.312, qui lui-même se réfère à D.E.SMITH : *Rara arithmetica* (1898), p.439 (photocopies en voyées par M.Guillemot [Toulouse] et François Sibold [Haïti]), son origine remonte à un manuscrit anonyme italien de 1425, dans lequel «per cent» que les italiens écrivaient «$P\overset{o}{c}$» , comme ils écrivaient $\overset{o}{1}$ pour 1°, avait été remplacé par «P σ^0», qui est devenu petit à petit «$P\frac{0}{0}$» ; ensuite, le P a disparu et $\frac{0}{0}$ est devenu l'actuel %. Les deux faux zéros de ce symbole ont ensuite été assimilés à ceux de 100, c'est pourquoi on a rajouté un zéro pour écrire ‰.

La distinction entre pourcentages simples et pourcentages d'augmentation (ou diminution).

Dans l'ouvrage « La proportionnalité et ses problèmes », cité en bibliographie, on trouve les précisions suivantes à propos de cette distinction :

Les pourcentages d'augmentation et de diminution ne sont pas de *simples* pourcentages. Une structure de transformation additive se superpose à la structure *partie/tout* caractéristique des pourcentages simples.

Pourcentages simples

Confiture

L'étiquette d'un bocal de confiture indique qu'elle est préparée à partir de 60 % de fruits. Quelle masse de fruits contient un bocal de 450 g ?

Pourcentages d'augmentation

Essence 1

Le plan gouvernemental prévoit une augmentation de 8 % du prix de l'essence le 1er août prochain. Quel sera alors le prix du litre d'essence qui coûte actuellement 4,95 F ?

Comme l'illustre ce second exemple, les pourcentages d'augmentation et de diminution sont sous-jacents à de nombreux termes commerciaux, économiques, démographiques (inflation, remise, progression, TVA...). Pour choisir les tâches et analyser les difficultés des élèves, l'enseignant doit être en mesure de distinguer les différentes classes de problèmes mettant en œuvre ce type de pourcentage. On peut ainsi distinguer, au minimum, trois classes en fonction de la nature du but. Celui-ci peut correspondre à la recherche soit de l'état final, soit de la transformation, soit de l'état initial.

La recherche de l'état final

Essence 2

Un litre d'essence coûtait 4,50 F. Il a subi une augmentation de 5 %. Quel est son nouveau prix ?

$$4{,}50 \xrightarrow{+\,5\%} ?$$

Un tel problème est bien réussi par la plupart des élèves.
5% est considéré, le plus souvent, comme un opérateur que l'on applique sur le prix de départ :

$$(4{,}50 \times 5/100) + 4{,}50$$

ou lorsque l'on dispose d'une calculatrice : $4{,}50 \times 5\ \%$

Un travail sur la construction de l'opérateur 1,05 rencontre, en revanche, de nombreux obstacles :

- l'existence d'un pourcentage plus grand que 100 dans le cas d'une augmentation,
- la transformation du pourcentage en décimal,
- la construction additive d'un opérateur utilisé multiplicativement,
- l'opérateur correspondant à une diminution de 10 % (× 0,9) n'est pas l'inverse de celui qui exprime une augmentation de 10 % (× 1,1).

La recherche d'une transformation

Téléviseur

Un téléviseur coûtait 3000 F. Il ne coûte plus que 2600 F. Quel est le pourcentage de la remise ?

$$3000 \xrightarrow{-\,?} 2600$$

On observe plusieurs sortes de procédures pour des problèmes de ce type (voir ci-contre). Dans tous les cas, deux difficultés majeures sont observées :
– une plus grande *charge de travail :* il faut d'abord rechercher la valeur de la diminution ou de l'augmentation,
– une fois celle-ci trouvée se pose alors le problème de la valeur à laquelle il faut la comparer : celle de l'état initial ou celle de l'état final ?

Les procédures observées pour le problème du téléviseur (exemple 4) peuvent être regroupées en quatre grandes catégories.
1) utilisation d'un tableau *deux lignes/deux colonnes :*

prix initial	diminution
3000	400
100	?

2) l'élève écrit la fraction 400/3 000 qu'il s'agit de mettre au dénominateur 100 ;
3) l'élève effectue : 400/3 000 × 100 ;
4) l'élève ajuste progressivement à 100 F : « *pour 3 000 F c'est 400 F, donc pour 1 000 F c'est 133,33 F et pour 100 F c'est 13,33 F* ».
Le rapport état final/état initial est très rarement observé.

La recherche de l'état initial

Produit

Après une augmentation de 15 %, un produit coûte maintenant 70 F. Combien coûtait-il auparavant ?

$$? \xrightarrow{+\,15\%} 70$$

Cette classe de problèmes requiert l'utilisation de l'opérateur × 1,15 ou 115/100 et son inversion. C'est certainement la plus difficile.
La combinaison des structures additives et multiplicatives rend donc difficiles les problèmes mettant en œuvre des pourcentages d'augmentation ou de diminution.

Remarques (sur les 3 recherches) :
Cette double structure est également en jeu dans la composition de transformations. En effet, une augmentation suivie d'une diminution de même valeur absolue n'égale pas la transformation identique. Une autre caractéristique est la variété des concepts pouvant intervenir : les opérateurs, les pourcentages, les fractions... Le moment d'introduction de ces pourcentages est alors délicat à choisir. Il importe pourtant que les élèves les rencontrent très tôt et à différentes occasions. La distinction des différentes classes de problèmes peut d'ailleurs faire l'objet d'un apprentissage explicite à partir d'un certain niveau (écriture d'énoncés par les élèves eux-mêmes, utilisation de représentations permettant de placer les données et la valeur recherchée...).

ANNEXE 3
Pourcentages et finances
(analyse d'un exemple complétant celui proposé page 19)

Cette étude prend comme référence l'article de Yves Husset paru dans le bulletin n°386 de l'APMEP de Décembre 1992 : " Calcul du taux effectif global d'un prêt à amortissement échelonné. ".
Les réglementations alors projetées ne sont pas encore toutes appliquées.

La législation française vient d'évoluer de façon importante.
(Article de Y.Husset APMEP n°386 de Décembre1992)

- Depuis Décembre 1966 et après modification en Décembre 1989, la loi fait obligation de calculer le T.E.G (Taux Effectif Global) lors d'une opération de prêt. Tous les frais payés au prêteur (frais de souscription ou frais de dossier) ou à des tiers (assurances) doivent être pris en compte. Le TEG est donc un taux effectif de revient, calculé du point de vue de l'emprunteur.
  Les principes des mathématiques financières doivent être respectés.

Exemple n°1 :
Étudions le cas d'un crédit de 300 000 F remboursable sur 10 ans à l'aide de mensualités constantes de 4 204,54 F . Les frais de dossier sont de 3 000 F. La période de remboursement est le mois.
On calcule alors le taux mensuel en écrivant que :

$$\mathbf{297\ 000 = \sum_{k=1}^{120} 4\ 204{,}54 \times (1+x)^{-k}}$$

Cette somme est celle de termes en progression géométrique :

$$\mathbf{297\ 000 = 4\ 204{,}54 \times \frac{1-(1+x)^{-120}}{x}}$$

Une valeur approchée du taux mensuel est x **= 0,972 46 %.**

Le taux annuel équivalent est alors $(1+x)^{12} - 1 = \mathbf{12{,}31\%}$

Le TEG au sens de la loi française (méthode proportionnelle) est alors de **12*x* = 11,66 %** ce qui était applicable, à titre transitoire, jusqu'au 31 Décembre 1995.

Le TEG d'un prêt consenti au taux de **12,31 %** n'était donc pas de **12,31 %.**

- Depuis le 1 Janvier 1996, l'expression retenue pour la nécessaire harmonisation dans l'ensemble de l'UE est le TAEG (Taux Annuel Effectif Global). En France, le calcul d'un taux annuel équivalent se substituera donc au calcul d'un taux annuel proportionnel.

Exemple N°2 : un emprunt de 1000 Euros est remboursé en 3 fois
272 au bout de 3 mois
272 au bout de 6 mois
544 au bout d'un an.

i le TAEG calculé selon la méthode des taux équivalents est alors de **13,18 %**.

$$1000 = 272 \times (1+i)^{-\frac{1}{4}} + 272 \times (1+i)^{-\frac{1}{2}} + 544 \times (1+i)^{-1}$$

Le taux d'intérêt mensuel équivalent est alors de $i_{12} = (1+i)^{\frac{1}{12}} - 1$

$$i_{12} = 1{,}037085\%$$

Le taux d'intérêt trimestriel équivalent est alors de $i_4 = (1+i)^{\frac{1}{4}} - 1$

$$i_4 = 3{,}143632\%$$

		TEG Français jusqu'au 31/12/95 taux proportionnel	TAEG européen depuis le 1/01/96 taux équivalent
Taux mensuel	**1,037 085 %**	**12,44 %**	**13,18 %**
Taux trimestriel	**3,143 632 %**	**12,57 %**	**13,18 %**

Commentaire :

Au-delà des problèmes de politique financière dans la CEE, le tableau ci-dessus montre les problèmes que pouvait poser l'expression d'un TEG français. A contrario, le nouveau TAEG apporte au système de calcul la cohérence qui lui faisait défaut.

NB : à ce jour, en Juin 1999, le TAEG n'est pas encore appliqué et le TEG français proportionnel est toujours en usage.

QUELQUES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

LIVRES

La proportionnalité et ses problèmes.
Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri - Hachette, 1994.

Plus vite que son nombre. Déchiffrer l'information.
Gasquet-More S. - Seuil, 1999.

BROCHURES

Les pourcentages dans le 1er cycle : 34 % de réussite...
IREM de Strasbourg, 1979.

Mathématiques du quotidien dans les collèges.
« Recherches pédagogiques » 101 - INRP, 1979.

Pourcentages.
« Documents pour la classe » - IREM d'Aix-Marseille, 1992.

Statistiques au collège.
IREM de Rennes, 1992.

Mathématiques et Economie.
IREM de Rennes, 1998.

ARTICLES

Calculs sur les pourcentages. Variations d'une grandeur.
Forges J.P. - Bulltetin de l'APMEP, 1991.

Les problèmes de pourcentage : une application des problèmes de conversion proportion-quantité.
Damm W. - Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 6, 1998.

Imprimé et édité
Par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Premier trimestre 2000
N° de publication : 00/01

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – Bâtiment 32 B
35042 RENNES CEDEX
Tél : 02 99 28 26 34
Fax : 02 99 28 16 38
Site WEB : http://www.univ-rennes1.fr/irem

Commande :
Tél : 02 99 28 26 08
e.mail : Daniele.Quentin@univ-rennes1.fr

FICHE DUBLIREM

TITRE : POURCENTAGES À TOUS LES ÉTAGES
Le problème des pourcentages au collège

I.R.E.M. : RENNES

AUTEURS : BARDY M. - DRIDER K. - JULO J. - KERBŒUF M.P. - LE GUEN Y.
ROULEAU Y.

DATE : JANVIER 2000

NIVEAU : Collège

MOT CLÉS : - Pourcentage
- Proportionnalité
- Évaluation diagnostique

RÉSUMÉ :

Cette brochure comporte deux partie bien distinctes. La première présente une analyse de la notion de pourcentage telle qu'elle apparaît dans la société et dans les manuels scolaires (actuels et anciens). L'objectif est de faire une sorte d'inventaire de ses différents sens et de ses différentes utilisations. Dans la seconde partie, sont présentées des fiches qui ont été conçues et expérimentées dans un but très précis : donner les moyens au professeur de mathématiques de procéder à un « état des lieux » avant de démarrer un travail sur les pourcentages avec ses élèves. Il ne s'agit pas d'évaluations individuelles mais de situations se prêtant à des discussions en petits groupes puis en classe entière. C'est à l'occasion de ces débats que le professeur pourra se faire une idée des axes de travail à adopter pour la suite. Deux fiches sont proposées pour chacun des niveaux du collège (sixième à troisième).

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 X 29,7	139	2 Euros ~~50 F~~	400 Ex.

ISBN 2-85728-048-3