MATHEMATIQUES EN SECONDE :

COMMENT AIDER LES ELEVES EN DIFFICULTE ?

De la recherche d'activités différenciées à l'aide individualisée

IREM DE RENNES **DECEMBRE 2000**

MATHEMATIQUES EN SECONDE :

COMMENT AIDER LES ELEVES EN DIFFICULTE ?

De la recherche d'activités différenciées à l'aide individualisée

IREM DE RENNES **DECEMBRE 2000**

Malgré les soins apportés à la réalisation de ce document, il est possible que vous trouviez quelques erreurs (fautes de frappe, etc...). Si tel est le cas, écrivez à l'IREM en indiquant le numéro de ces pages, afin que nous puissions les remplacer.

2-85728-053-X

Ont participé à l'élaboration et à la rédaction de ce document (le groupe IREM 1998-2000) :

GALARD Armelle
Lycée Pierre Mendès France - RENNES

GUIMIER Françoise
UFR de Mathématiques - Université de RENNES 1

JULO Jean
UFR de Mathématiques - Université de RENNES 1

MEUNIER Michèle
Lycée René Cassin - MONTFORT SUR MEU

MICHEL Brigitte
Lycée René Cassin - MONTFORT SUR MEU

ROUYER Philippe
Lycée Anne de Bretagne - RENNES

TOSCER Yvon
Lycée Joliot-Curie - RENNES

Ont également participé aux travaux de la première année : **REZE** Nelly (lycée Jean Brito de Bain de Bretagne) et **SENECHAL** François (lycée René Cassin de Montfort sur Meu).

Cette recherche a été menée avec des moyens de l'IREM et de la DAFI.

La mise en page de ce document a été effectuée par Danièle QUENTIN, la reprographie et la reliure par Françoise LE BESCOND.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Au départ, un constat : l'hétérogénéité des classes de seconde est incontournable; les élèves ont des passés différents, des perspectives d'orientation variées et qui peuvent évoluer au cours de l'année. De plus, tous n'ont pas le même intérêt pour les mathématiques.

Comment faire pour gérer cette situation dans les structures existantes, en faisant travailler et progresser tous les élèves, en maintenant ou suscitant leur intérêt, à un titre ou à un autre ? La question n'est pas nouvelle et a déjà été abordée (voir par exemple : *Traitement de l'hétérogénéité d'une classe de seconde en mathématiques* - IREM de Rennes - 1990).

Notre groupe a voulu travailler à nouveau sur ce thème en s'inspirant, en particulier, d'une méthode expérimentée au collège par un autre groupe de l'IREM (*Préparer plutôt que remédier - répondre aux besoins de tous* - IREM de Rennes - 1999).

Notre première réflexion est que les réponses à apporter peuvent varier suivant le type de difficultés rencontrées.

→ Le programme aborde des notions nouvelles (comme les fonctions) dont la compréhension est exigible de tous, et qui sont difficiles à acquérir pour certains. Des méthodes d'apprentissage modulées selon le profil des élèves peuvent permettre à tout le monde d'avancer.

→ Certains ont accumulé par le passé de graves lacunes (par exemple en calcul algébrique), qui doivent être comblées ; sinon, ils ne pourront avancer quels que soient leurs efforts et se décourageront. Une aide spécifique paraît nécessaire.

→ La compréhension profonde d'autres notions (comme les homothéties, quand elles étaient encore au programme) est surtout nécessaire à ceux qui envisagent une première S, pas absolument indispensable aux autres, qu'il n'est par suite pas facile de motiver. Il faut donc trouver des activités qui permettent aux premiers d'acquérir cette compréhension et donnent aux autres une ouverture assez motivante sur la question.

Suivant le projet affiché*, nous voulions élaborer des activités en vue d'une pédagogie différenciée : proposer des activités préparatoires pour les élèves en difficulté avant d'aborder une notion du programme, en laissant parallèlement travailler les autres de façon plus autonome.

Nous avons commencé à travailler dans ce sens, sur les fonctions, puis les impératifs du calendrier et des programmes nous ont conduits à construire une séquence sur les homothéties, modulable suivant les publics. Enfin, suite à la mise en place à la rentrée 2000 de l'aide individualisée, nous avons centré notre réflexion sur ce point ; cela nous a amenés à élaborer deux fichiers de travail en autonomie destinés aux élèves en grande difficulté (sur le calcul algébrique d'une part, la géométrie analytique d'autre part).

* dont le titre initial était « *Comment travailler, en seconde et en mathématiques, avec des élèves en difficulté sans délaisser les autres ?* »

Ce changement de perspective en cours de route ainsi que les modifications de programmes et d'horaires nous ont empêchés d'expérimenter sérieusement les activités mises au point au départ. Il aurait fallu une année supplémentaire de travail.

En outre, nos réflexions et notre expérience rejoignent sans doute celles de beaucoup d'entre vous. Nous n'avons pas de solution miracle !

Nous avons cependant pensé qu'il valait mieux publier ce que nous avions fait tel quel, pour partager le fruit de nos réflexions et de notre travail sur l'aide individualisée, dans sa période de rodage. En effet, nos réflexions se sont enrichies des échanges à l'intérieur du groupe entre collègues venus d'établissements différents ; et c'est grâce à ce travail de groupe que nous avons pu élaborer ces fichiers, qui devront sans doute être amendés après expérimentation, mais qui peuvent servir de base de départ aux collègues intéressés.

Nous rappelons rapidement notre travail sur les deux premiers points puis détaillons davantage notre recherche sur l'aide individualisée.

PREMIERE PARTIE

PRESENTATION DE LA DEMARCHE

« Avant l'A.I. »
Le travail de la première année

Deux démarches différentes ont été expérimentées au cours de la 1ère année :

- l'une qui met en oeuvre l'idée de différencier la manière d'aborder une notion nouvelle suivant le niveau des élèves,
- l'autre qui cherche à adapter une même activité à des objectifs différents, correspondant à des projets d'orientation différents.

UN ESSAI DE PÉDAGOGIE DIFFÉRENCIÉE

Présentation

L'idée de départ était de proposer des activités préparatoires pour les élèves en difficulté avant d'aborder une notion du programme, en laissant les autres travailler sur le même thème de façon plus autonome ; puis, de regrouper l'ensemble de la classe pour faire une synthèse et expliquer cette notion.

Une tentative de ce genre a été menée au collège (voir : *Préparer plutôt que remédier - répondre aux besoins de tous* - IREM de Rennes - 1999) ; il semble qu'à ce niveau, les plus faibles tirent bénéfice de cette aide préparatoire qui les valorise lors de la mise en commun (ils savent déjà...) et motive les autres.

A l'expérience, nous avons été un peu sceptiques sur la pertinence de cette démarche en seconde ; le comportement des élèves n'est pas le même qu'au collège et les difficultés accumulées par certains deviennent vraiment handicapantes. Il faudrait une expérimentation plus rigoureuse pour conclure.

La notion que nous avons choisie est celle de fonction. Nous avons essayé de repérer l'usage fait de ce mot dans les classes antérieures et les difficultés usuellement rencontrées en seconde.

Sauf pour ceux qui ont des difficultés de repérage ou d'orientation, la lecture et la construction d'un graphique ne posent pas de gros problèmes, tant que l'on exprime les idées dans le langage courant. Le passage au langage mathématique (image, antécédent, notion d'équation, notation f(x) ...) est plus problématique. Cela semble en partie lié à une mauvaise maîtrise du français (par exemple, confusion entre *être* et *avoir*, être l'image de .., avoir pour image ...). D'autre part, les élèves voient mal l'intérêt de ce nouveau vocabulaire ou se contentent volontiers de lectures graphiques.

La formule adoptée utilise les heures de module, ce qui parait le plus simple pour gérer deux groupes en parallèle. L'enseignant peut proposer une répartition entre les deux groupes ou laisser aux élèves la liberté de choisir eux-mêmes. Cependant, le fonctionnement des modules s'est avéré très divers suivant les établissements et cela laisse plus ou moins de souplesse dans la composition des groupes.

Nous avons élaboré des activités pour 4 séances en module, de 1h à 1h30.

Activités préparatoires pour les élèves en difficulté

Les énoncés cités ci-dessous figurent dans l'annexe 1.

1ère séance

On commence par des exercices classiques de repérage dans le plan pour consolider les savoir-faire sur :
- abscisses et ordonnées d'un point,
- équation d'une droite parallèle aux axes,
- domaine limité par des droites parallèles aux axes.

En fin de séance, on donne aux élèves un tableau de nombres (Enoncé 1), relevé des hauteurs d'eau dans le port de St Malo, entre 0h et 12h.

La consigne est de les reporter sur un graphique pour la séance suivante.

2ème séance

On exploite les graphiques proposés ; certains élèves ont seulement reporté les points, d'autres les ont reliés par des segments, d'autres par une ligne courbe. Avec un peu de chance (!), il y en a au moins un qui a porté le temps en ordonnée et les hauteurs en abscisse.

Tout cela permet d'introduire l'idée de fonction.

On distribue une courbe qui servira de référence commune et on demande de l'interpréter en répondant à des questions, exprimées dans le langage courant. (Enoncé 2).

Puis, on demande aux élèves de formuler le même type de questions pour une deuxième courbe avec une autre histoire (Enoncé 3), puis pour une troisième, "sans histoire" (Enoncé 4).

On espère qu'ils éprouveront le besoin d'un vocabulaire adapté. On introduit alors la notation fonctionnelle et les mots nécessaires (image, graphe, etc.) et on réexprime dans ce nouveau langage les questions et réponses concernant les trois exemples.

3ème séance

On utilise la courbe représentative d'une fonction pour résoudre graphiquement des équations et inéquations (Enoncé 5).

4ème séance

On introduit la notion d'extremum à partir d'une activité extraite du cahier d'évaluation à l'entrée en seconde de septembre 96 (Enoncé 6). On termine par une recherche empirique sur le sens de variation d'une fonction (Enoncé 7).

Activités pour les autres élèves

Nous voulions introduire les notions et le vocabulaire nouveaux par le biais d'une activité un peu riche qui amène les élèves à formaliser eux-mêmes quand cela se révèle nécessaire.

Activité 1 (voir annexe 2)

On étudie l'aire d'un rectangle inscrit dans un quart de cercle en fonction de l'un de ses côtés et on cherche son maximum. Le texte donné aux élèves est très court afin de leur laisser le maximum d'initiative.

On commence par une étude empirique du maximum puis on fait calculer des aires particulières. On recherche une formule donnant l'aire en fonction du côté, puis on fait tracer le graphe. Enfin, on cherche à calculer le maximum.

Les élèves sont actifs et découvrent eux-mêmes l'utilité de la notion de fonction. Comme le vocabulaire est employé "en situation", il est assez facilement mémorisé. Mais le calcul du maximum est trop difficile à ce niveau et certains se lassent vers la fin de l'activité (7°).

Activité 2 (voir annexe 2)

On reprend un problème du même style pour consolider les nouvelles notions.

UNE ACTIVITÉ À GÉOMÉTRIE VARIABLE

Nous voulions faire travailler les élèves sur les transformations et les homothéties en adaptant les activités proposées à leur projet d'orientation. Cette partie du programme étant traitée en fin d'année, il est en effet difficile de maintenir l'intérêt de ceux qui savent qu'ils ne feront plus ou plus guère de maths par la suite (groupe 1).

Il y a cependant un bagage minimum à assurer à tous :

- connaître les propriétés usuelles des transformations déjà introduites,
- apprendre à tracer l'image d'une figure par une transformation,
- reconnaître qu'une figure est l'image d'une autre par telle transformation,
- donner une ouverture sur l'homothétie.

Pour les élèves qui souhaitent une orientation vers une première S (groupe 2), il faut en outre :

- assurer une bonne compréhension de la notion d'homothétie,
- apprendre à utiliser les propriétés des transformations pour la résolution de problèmes.

Les deux groupes ont travaillé en modules et en TD pendant quatre à cinq séances d'une heure.

Présentation de l'activité de départ (commune aux deux groupes)

1 - On distribue aux élèves une feuille (voir annexe 3) sur laquelle sont représentés un bateau et ses images successives par différentes transformations, dont des homothéties ; ces figures sont numérotées (de 1 à 9).

2 - Par petits groupes, on demande aux élèves d'expliquer le passage d'une figure à une autre (1 - 2- 3) ou (5 - 6 - 7).

3 - On distribue une autre feuille (voir annexe 3 - suite) avec le dessin d'une maison notée 1 ; on demande de construire les maisons 2 et 3 obtenues en utilisant les mêmes transformations que dans le cas des bateaux.

4 - On propose ensuite de construire la maison 4. Cela nécessite de reconnaître une rotation sur la feuille des bateaux. Tout cela donne l'occasion de faire des rappels sur les symétries, les translations et les rotations.

5 - On demande de repérer les autres rotations qui interviennent sur la feuille des bateaux.

6 - On propose enfin aux élèves de compléter la feuille des maisons sur le même principe :
   - pour le groupe 1, la consigne reste volontairement vague ; il s'agit surtout de montrer que les transformations connues ne suffisent pas et d'introduire les homothéties ;
   - pour le groupe 2, on introduit la définition vectorielle et on met en évidence les principales propriétés.

Exploitation de l'activité

On distribue un tableau où l'on récapitule avec tout le groupe les propriétés des différentes transformations.

On propose ensuite des exercices d'application sur l'homothétie :

- pour le groupe 1, il s'agit d'exercices d'application directe (traduction vectorielle, construction d'images, détermination d'un rapport..) ;
- pour le groupe 2, on utilise les homothéties pour résoudre des problèmes.

Bilan

L'activité de départ a été testée dans plusieurs classes. Les élèves se sont montrés très actifs et intéressés quel que soit leur profil. Elle permet de bien remettre en place les propriétés des transformations déjà connues. Elle est assez souple pour s'adapter à des publics différents. Elle prend deux heures environ ; on peut éventuellement demander de finir l'activité dessin à la maison. On va plus ou moins vite et plus ou moins loin suivant le groupe.

Pour les exercices d'application, c'est surtout le rythme et le niveau d'exigence qui diffèrent d'un groupe à l'autre.

Nous nous lançons dans l'aide individualisée...

Le nouveau dispositif de l'aide individualisée en classe de seconde a été mis en place à la rentrée 1999/2000. Nous avons donc consacré la deuxième année de notre groupe de recherche à des expérimentations dans le cadre de ce dispositif.

Il n'était pas dans notre intention d'évaluer le dispositif lui même ni de nous prononcer au fond sur l'intérêt de cette nouvelle modalité de travail. Il nous semble qu'après une seule année de mise en oeuvre, il est trop tôt pour le faire : il faudra certainement attendre deux ou trois ans pour avoir une idée plus claire de l'impact réel de l'A.I. sur l'enseignement des mathématiques en seconde.

Nous avons donc seulement voulu voir ce que nous pouvions faire dans ce cadre et nous proposons ici un bilan de nos essais et de notre réflexion collective. Vers le milieu de l'année, une approche particulière a été privilégiée : celle des fichiers de travail autonome avec aide individualisée. Celle-ci est présentée plus en détails dans les 2ème et 3ème parties. Ici, nous tentons surtout d'apporter quelques éléments de réponse aux principales questions que soulève la pratique de l'A.I. :

- → comment constituer les groupes ?
- → quelle durée pour un groupe ?
- → quelles modalités pédagogiques ?
- → quels contenus ?
- → quelle évaluation ?

COMMENT CONSTITUER LES GROUPES ?

Quel effectif ?

Les textes parus à la rentrée 99 fixaient un maximum de 8 élèves par séance. Dans la pratique, nous avons souvent fonctionné avec 6-7 élèves (moins en fin d'année).

Avec le recul de cette année d'expérimentation, il nous apparaît que, pour apporter une aide efficace et réellement individualisée, un effectif plus faible (3-4 élèves) semble plus adapté. Ceci rejoint le bilan fait par les IPR.

Il ne faut pas hésiter à moduler le nombre des élèves en fonction d'une part des activités proposées, d'autre part de la nature des difficultés rencontrées.

Quels élèves ?

En début d'année, comme la plupart des enseignants, nous avons proposé l'A.I. aux élèves les plus en difficulté, repérés à l'aide des cahiers d'évaluation.

Ensuite, nous avons constitué d'autres groupes un peu au « feeling », nous avons beaucoup tâtonné. Voici ce que nous avons expérimenté :

- ➢ rassembler en A.I. des élèves ayant des difficultés de même nature ;
- ➢ rassembler des élèves ayant un objectif commun (par exemple leur projet d'orientation) ;
- ➢ répondre à une demande d'élèves pour les aider sur une partie du programme vue en classe (préparation de devoirs...) ;
- ➢ maintenir en A.I. une grande partie de l'année un élève en grande difficulté et ceci à sa demande.

Après cette première année, il nous apparaît possible de procéder de la manière suivante :

- → En début d'année, l'A.I. peut s'adresser en priorité aux élèves présentant le plus de difficultés (acquis, méthodes de travail, manque d'assurance,...).
- → Par la suite, l'AI peut concerner des élèves en moins grande difficulté mais qui peinent à atteindre un niveau moyen ou des élèves présentant des lacunes sur un domaine bien particulier.
- → Enfin, les élèves en très grande difficulté peuvent trouver à tout moment dans l'A.I. un soutien pour préparer une éventuelle réorientation de manière positive.

Volontariat ?

Les textes insistent sur la nécessité d'obtenir l'adhésion de l'élève.

Il est souhaitable de proposer soit un thème, soit un mode de fonctionnement et de convaincre les élèves concernés de l'intérêt qu'ils trouveront dans l'A.I.

La question du volontariat se pose de manière différente suivant le moment de l'année. En effet, s'il est relativement simple d'obtenir l'adhésion de l'élève en début d'année, cela peut se compliquer par la suite lorsqu'il ne constate pas d'effet immédiat sur ses résultats chiffrés.

Il ne suffit pas de demander aux élèves, en début d'année, s'ils pensent avoir personnellement besoin de l'AI et de constituer le groupe avec ceux qui ont répondu affirmativement mais il faut partir de ces réponses pour susciter une discussion individuelle avec chaque élève permettant de confronter son point de vue avec celui du professeur :

- ➢ l'élève se sent concerné par l'A.I. et le professeur a la même opinion ;
- ➢ l'élève se sent concerné par l'A.I. mais le professeur n'est pas convaincu ou n'a pas remarqué de difficulté particulière ;
- ➢ l'élève ne se sent pas concerné par l'A.I. alors que le professeur estime que cela lui serait utile (nous connaissons tous le cas d'élèves ne voulant pas reconnaître leurs difficultés ou ne sachant pas en déterminer la nature).

Le rôle du professeur est :

- de choisir certains élèves,
- de leur proposer un travail en A.I. sur un contenu bien précis correspondant à leur situation personnelle,
- d'obtenir leur adhésion sur ce contenu et sur ce contenu seulement, ceci afin de ne pas susciter trop d'espoirs qui seraient difficilement réalisables.

Groupe homogène ? groupe hétérogène ?

Ce choix est naturellement fonction du nombre d'élèves et du mode de fonctionnement du groupe ; par exemple :

- le travail sur fichiers permet d'accueillir éventuellement 7-8 élèves ayant des difficultés complètement différentes ;
- en revanche, le travail sur un sujet « limité » (ex : coefficient multiplicateur et pourcentages) nécessite une certaine homogénéité du groupe.

QUELLE DUREE POUR UN GROUPE ?

Nous avons testé à peu près tous les cas de figures possibles, ceci en lien évidemment avec la façon dont les groupes avaient été constitués (voir ci-dessus), mais aussi avec la question des modalités pédagogiques et des contenus que nous aborderons un peu plus loin. Cela a varié depuis une aide au « coup par coup » pour quelques élèves ne venant que ponctuellement, jusqu'à une aide à très long terme (toute l'année de façon régulière pour quelques uns), en passant par des groupes constitués pour une durée de 5 à 6 semaines.

Notre bilan

→ Prendre quelques élèves ponctuellement, à leur demande, ne nous a pas paru satisfaisant à l'expérience ; le gros défaut de cette façon de procéder est le risque de « bachotage » la veille d'un devoir.

→ Le plus efficace nous a semblé être des groupes de durée « moyenne » : la période entre deux vacances scolaires par exemple ; cela donne le temps de bien cerner les difficultés de l'élève et de mettre en place une stratégie pour y remédier, tout en évitant que l'élève soit « saturé »...

→ Des exceptions toutefois :

- pour des élèves volontaires (par exemple en début d'année parce qu'ils ont besoin d'être rassurés ou au cours du second semestre au moment des choix d'orientation), 2 ou 3 semaines peuvent suffire ;

- ➢ il faut savoir garder de la souplesse : si, dans le cadre d'un groupe constitué, on constate qu'un élève n'a pas besoin de toute la durée prévue au départ pour se « remettre à flot », il peut bien sûr arrêter avant ;
- ➢ des élèves sont parfois volontaires pour venir en A.I. toute l'année : il serait dommage de décourager ces bonnes volontés, d'autant qu'une aide à très long terme est nécessaire à certains pour arriver à se débloquer.

QUELLES MODALITÉS PÉDAGOGIQUES ?

L'aide individualisée nous a amenés à réfléchir à d'autres activités que celles des cours habituels. En effet, la simple répétition du cours même en petit groupe n'est pas une modalité efficace.

Différents essais

Nous avons utilisé comme tout le monde les classiques fiches d'exercice en lien avec le cours, les corrections d'exercices faits en cours ou les tests de début d'entrée en seconde ; nous avons aussi pensé à faire corriger des copies de 3ème avec des fautes en indiquant où sont les fautes sans en donner la nature, mais cela n'a pas été réalisé.

Nous avons cependant utilisé cette idée de correction lors de l'exploitation du test d'entrée en seconde en faisant élaborer un sujet de contrôle par les élèves de l'A.I. puis en leur faisant corriger les copies des autres élèves de la classe. (cf 2ème partie : le calcul algébrique et annexe 4).

Ces diverses modalités nous paraissent intéressantes mais incomplètes pour remédier en profondeur à une ou des difficultés d'élèves en échec.

Nous avons donc ensuite élaboré un autre dispositif qui n'a pas pu, malheureusement, être expérimenté dans sa globalité.

Les fichiers de travail autonome avec aide individualisée

Ces fichiers portent sur des sujets de 3ème et de 2nde fondamentaux pour la poursuite de la scolarité : le calcul algébrique, la géométrie analytique sont les deux thèmes sur lesquels nous avons travaillé. Nous avons aussi pensé à la proportionnalité, aux fonctions mais n'avons pas eu le temps de réaliser les fichiers sur ces thèmes.

De quoi s'agit-il ?

Une collection de fiches de travail sur un même thème et pour chacune une aide avec conseils (n°1) et une autre aide avec résultats (n°2). Les deux aides ne sont pas forcément présentées en même temps.

Pourquoi ?

L'élève a besoin de s'approprier par lui-même le savoir et a besoin de réussir. L'objectif étant que sur un même thème, chaque élève surmonte les difficultés qu'il éprouve à comprendre et utiliser telle ou telle technique mathématique, qu'il devienne acteur de sa propre progression, qu'il prenne conscience de ses acquis : “ ça au moins je sais faire ”.

Comment ?

L'élève a à sa disposition la totalité des fiches sur le thème sur lequel il choisit de porter ses apprentissages, il choisit celle qu'il veut et après étude et travail, il peut aller chercher s'il a besoin l'aide n° 1 avec conseils de réalisation et poursuivre sa recherche, puis lorsqu'il se sent assez à l'aise, il va alors simplement vérifier ses résultats sur l'aide n°2. Les aides restent en possession du professeur. Le professeur étant à disposition évidemment pour toute demande des élèves.

Cette manière de procéder a été expérimentée ponctuellement sur quelques fiches mais le principe même du fichier n'a pas pu l'être dans sa totalité car son élaboration a duré plusieurs mois. Nous avons l'intention de le mettre en pratique lors de la 2ème année de la mise en place de l'A.I., c'est à dire en 2000-2001.

Et les TICE ?

Dans le résultat de l'enquête menée par les IPR dans l'académie de Rennes en décembre 1999, ceux-ci font le constat que l'utilisation des moyens informatiques est très rarement citée et ils poursuivent ainsi " *Pourtant il semble que les TICE soient adaptées à un travail de remédiation prenant appui sur une certaine autonomie de l'élève. Au delà des difficultés d'organisation matérielle d'un tel processus, il y a vraisemblablement encore la méconnaissance des possibilités offertes par les logiciels actuels* ".

Pour notre part, n'ayant pas tous de dispositif informatique à l'usage des élèves dans nos établissements et n'ayant pas de formation à l'utilisation de cet outil en classe, nous avons conduit notre réflexion en dehors de ces recommandations.

QUELS CONTENUS ?

Les IPR après enquête de début d'année scolaire 1999 précisent dans la note du 26/10/99 leurs attentes à la question " *que fait-on en aide individualisée ? -Il est exclu d'apporter des réponses toutes faites, compte tenu de la souplesse nécessaire du dispositif : l'analyse des besoins des élèves et leur prise de conscience des difficultés doivent rester premières et donner lieu à entretien. – Compte tenu de la nécessaire articulation avec le reste des activités de classe, il importe non seulement de revenir sur les productions antérieures (analyse des erreurs, réexplications), mais aussi d'anticiper les suivantes.* "

Notre réflexion sur les contenus à aborder en aide individualisée nous a conduits à distinguer les contenus disciplinaires des non-disciplinaires.

→ Nous avons davantage travaillé sur les disciplinaires et le paragraphe précédent sur les modalités pédagogiques en donne un bon aperçu. Nous pensons que les prérequis et les fondamentaux de la classe de seconde s'imposent d'eux-même en A.I. et qu'à cela il faudrait ajouter des fiches "méthodes" ou "historiques" sur ces contenus disciplinaires.

→ Pour ce qui est des contenus qualifiés de non-disciplinaires, nous pensons à la méthodologie à cause de la difficulté qu'ont certains élèves à organiser leur travail (méthode de travail) ou à se concentrer et organiser leur raisonnement (méthode de pensée).

Nous avons aussi abordé la situation de l'entretien individuel qu'il nous est demandé de faire avec les différents aspects : observer, écouter l'élève, se demander pourquoi il est bloqué, pourquoi il n'arrive pas à s'organiser, analyser avec lui ses difficultés en mathématiques. Il n'est pas question pour nous de ne faire que de l'entretien mais nous pensons que c'est important en restant dans le disciplinaire ou l'organisation et sans faire d'entretien psychologique, activité pour laquelle nous ne sommes ni recrutés ni formés.

QUELLE EVALUATION ?

La question de l'évaluation est omniprésente dans les débats autour de l'A.I. Les textes académiques de cadrage (septembre 99) insistaient déjà beaucoup sur cette question en parlant d'une « *culture de l'auto-évaluation* » à développer dans ce « *cadre plus intime* » (!) que constituent les séances d'A.I. L'idée de « *diagnostics fiables* » est également mise en avant dans ces textes avec la recommandation de recourir à « *des modalités très variées d'évaluation* ».

Au cours de notre travail, nous avons buté plusieurs fois sur ce problème complexe de l'évaluation. En fait les questions qui se posent concrètement ne sont pas toutes de même nature. Nous en avons distingué au moins quatre.

Faut-il attendre une répercussion sur les notes ?

C'est là, bien évidemment, la première question que se posent les élèves mais aussi les enseignants. Ce serait le signe le plus tangible d'une « efficacité » des séances d'A.I.

Sans avoir procédé à une étude systématique (d'ailleurs difficile à mettre en oeuvre : comment savoir qu'une note n'est pas supérieure à ce qu'elle aurait été sans l'aide ?), nous n'avons pas observé, dans nos expérimentations, de répercussion directe des séances d'A.I. sur les résultats scolaires mesurés par les devoirs.

Il faut cependant faire deux remarques sur ce point.

→ D'abord une absence de répercussion directe sur les notes ne signifie pas qu'il n'existe aucune répercussion :

- les séances d'A.I. ont pu éviter à certains élèves de « couler » un peu plus ; les notes ne progressent pas mais ne baissent pas non plus... ;
- des élèves ont pu véritablement progresser sans que cela se traduise par des performances meilleures à court terme : soit ces acquis ne sont pas pris en compte par les devoirs, soit ces progrès ne seront visibles qu'à plus long terme ; pour plusieurs élèves nous avons eu l'impression que c'était bien le cas : ils progressent mais pas assez pour que cela se voie (notons d'ailleurs qu'un membre de notre groupe a pu utiliser cet argument pour éviter un redoublement à deux élèves qui se sont beaucoup investis dans les séances d'A.I.).

→ Les élèves comme les enseignants savent parfaitement ce qu'il faudrait faire pour que l'A.I. ait un effet visible sur les notes : préparer concrètement avec le prof le devoir à venir. C'est en fait ce que demandent les élèves mais sans trop y croire et avec un peu de mauvaise conscience car ils savent bien, comme nous, que ce « progrès » à très court terme n'en serait pas véritablement un.

Quels liens entre l'A.I. et les évaluations en classe entière ?

S'il n'est pas souhaitable de préparer directement des évaluations à venir, en revanche beaucoup d'enseignants intervenant en A.I. ont pensé à utiliser ce dispositif pour reprendre avec certains élèves des épreuves « ratées ».

En particulier beaucoup ont choisi de démarrer l'année en revenant sur le test d'évaluation que les élèves avaient passé au mois de septembre. C'est ce que nous avons fait aussi mais en nous centrant sur certains items, et dans le cadre d'une démarche impliquant aussi les élèves qui ne sont pas en A.I. (voir page 20).

Il est bien sûr possible de continuer de la même manière, tout au long de l'année, en incitant les élèves qui ont échoué à un devoir à venir en A.I. pour analyser leurs erreurs. Nous n'avons que très peu expérimenté cette manière de faire pour différentes raisons évoquées précédemment. Une autre raison est le caractère peu motivant des corrections : retravailler sur un échec est toujours difficile même si on essaie de se convaincre que cela servira pour la suite. Il faut sans doute imaginer des modalités nouvelles (comme la correction classe entière faite par les élèves de l'A.I. - voir page 20) et varier beaucoup celles-ci.

Faut-il des évaluations spécifiquement « A.I.» ?

Cette question doit être envisagée à deux niveaux : avant et après.

→ *Faut-il chercher à évaluer le « besoin d'A.I.» ?*

Outre les évaluations qui existent de toute manière (test, devoirs), on pourrait envisager le recours à des instruments spécifiques (référentiel ou tableau de compétences par exemple) pour repérer les difficultés particulières de certains élèves et donc leurs besoins en matière d'aide. Notre groupe ne s'est pas engagé dans cette voie, n'étant pas convaincu de la fiabilité de tels instruments, ni persuadé qu'il faille donner un caractère pseudo-scientifique à la démarche d'aide que l'on propose aux élèves. Nous pensons surtout qu'il serait dangereux de laisser croire à l'élève qu'on sait parfaitement analyser ses difficultés et en trouver la cause alors que ce n'est pas le cas.

→ *Faut-il chercher à évaluer le travail fait en A.I. ?*

Si l'on se place dans une logique de bilan de compétences à l'entrée, on sera sans doute tenté de faire un nouveau bilan à la sortie. N'ayant pas adopté une telle approche, nous n'avons procédé ni à l'un ni à l'autre.

En revanche une démarche que nous n'avons pas expérimentée mais qui pourrait être intéressante est la suivante : si après quelques séances d'A.I. sur un thème donné, on pense que des élèves ont progressé mais que cela risque de ne pas apparaître au niveau de leurs notes, on pourrait chercher à valoriser ces progrès dans une évaluation spécifique. Le seul problème est que ces progrès sont généralement de l'ordre d'une *meilleure compréhension* des choses et que l'on ne sait pas évaluer de telles améliorations de la compréhension qui ne se traduiraient pas immédiatement au niveau de la performance et des notes. Souvent on « sent » que l'élève fait des progrès mais sans pouvoir les mesurer et sans pouvoir les valoriser.

L'A.I. peut-elle être vue comme une forme d'évaluation ?

Il semble que les recommandations « officielles » aillent de plus en plus dans ce sens : utiliser l'A.I. pour « établir des diagnostics fiables » comme disaient déjà les textes de cadrage. On incite aujourd'hui les professeurs à prendre éventuellement très peu d'élèves mais à faire avec eux un travail de fond s'appuyant sur des entretiens individuels poussés et une vraie démarche de tutorat.

L'idée est intéressante mais savons-nous faire ?

Tout d'abord c'est là une pratique particulière pour laquelle les professeurs ne se sentent ni formés, ni compétents dans l'état actuel des choses. Ensuite, il est plus facile de parler « d'évaluation diagnostique » que de la mettre vraiment en pratique. Il faut en effet des connaissances précises concernant l'apprentissage en jeu et les obstacles véritables qui le caractérisent. Il faut aussi des situations parfaitement conçues pour révéler ces difficultés propres à un apprentissage donné dont ni l'élève ni l'enseignant n'ont souvent conscience. Sans même parler de ce que l'on fera si on réussit à savoir où ça bloque...

Ceci étant dit, ce n'est pas une raison pour ne rien faire et il est vrai que l'A.I. pourrait devenir un lieu d'évaluation et d'auto-évaluation pour ceux qui ont des difficultés sérieuses en mathématiques. Mais ce ne sera pas du jour au lendemain et ce ne sera pas en laissant croire aux enseignants qu'il suffit d'un peu de bonne volonté...

Les fichiers que nous avons entrepris de construire pourraient progressivement, lorsqu'ils auront été longuement expérimentés et peaufinés, servir de support pour une telle démarche qui chercherait à intégrer, pour une notion donnée, une sorte d'état des lieux et une occasion de progresser.

DEUXIEME PARTIE

CALCUL ALGEBRIQUE EN A.I.

Le thème du calcul algébrique présente plusieurs intérêts :

1. Les élèves en difficulté sont faciles à repérer.

2. Il est simple de les convaincre dès le début de l'année de participer à un travail de remédiation.

3. Les activités à proposer sont assez simples à élaborer.

4. Le calcul algébrique intervient dans de nombreux domaines et il est donc nécessaire de le maîtriser quelle que soit l'orientation souhaitée.

Durant l'année 1999-2000, nous avons, sur ce sujet, utilisé deux modes de fonctionnement :

1. Exploitation d'un exercice du cahier d'évaluation.

2. Utilisation d'un fichier.

Première approche : Exploitation d'un exercice d'un cahier d'évaluation

Il s'agit de la 1ère partie de l'exercice 1 du cahier de l'évaluation nationale de septembre 1999 (voir ci-contre page 21).

Nous avons « sélectionné » nos élèves en croisant les critères suivants :

- mauvaise réussite à l'exercice n°1,
- mauvaise réussite sur l'ensemble du test,
- mauvaise réussite au 1er devoir en classe,
  ce dernier critère pour répondre à un des objectifs de l'A.I. qui était de satisfaire la demande des élèves en les rassurant.

Le travail proposé au groupe est :

1. Repérer et corriger ses propres erreurs dans son cahier (exercice n°1, 1ère partie).
2. Préparer une correction qui sera faite par les membres du groupe A.I. devant la classe entière sans support écrit.
3. Préparer un sujet de contrôle qui sera fait par les autres élèves de la classe (ceux de l'A.I. effectueront alors un test proposé par le professeur).
4. Corriger en AI les copies des autres élèves, trouver un barème et l'appliquer.
   (voir annexe 4 : compte-rendu de deux séances).

Le bilan de cette expérience est mitigé :

- Sur le moment, beaucoup d'aspects positifs :
  - les élèves sont actifs car concernés (c'est *leur* cahier ou *leur* sujet qui est corrigé) ;
  - les élèves sont volontaires car ils ont été « sélectionnés » de manière objective.
  - les élèves sont valorisés d'avoir à jouer le rôle de celui qui explique et non celui d'être en difficulté ;
  - les notions acquises (même si elles sont en nombre très limité) ont été travaillées en profondeur ;
  - la démarche proposée, nouvelle pour beaucoup d'élèves, leur a plu car elle les implique davantage.

- Par la suite, au bout de quelques semaines, un certain découragement est apparu chez les professeurs (puis sans doute chez les élèves !) :
  A l'occasion de résolutions de problèmes ou du cours sur les fonctions par exemple, les élèves qui avaient réalisés en AI des progrès en calcul algébrique, validés par le test final, n'ont pas su ou pas pu réinvestir leurs « acquis ». Lorsqu'ils travaillent sur un sujet non-étiqueté « calcul algébrique », ils ne reconnaissent pas le cadre.

Extrait du cahier d'évaluation à l'entrée en seconde de septembre 1999

Première partie

1° Développer $(x-6)^2$. | 1 2 9 0 | 1

2° **a)** Développer et réduire $36-(x-6)^2$. | 1 2 7 9 0 | 2

b) Factoriser $36-(x-6)^2$. | 1 2 7 9 0 | 3

c) Résoudre $36-(x-6)^2=0$. | 1 6 9 0 | 4

3° **a)** Résoudre $(10-x)(x-2)=0$. | 1 4 9 0 | 5

b) Développer et réduire $(10-x)(x-2)$. | 1 2 9 0 | 6

4° Calculer $-x^2+12x$ pour $x=10$. | 1 6 9 0 | 7

Ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie — Direction de la programmation et du développement (DP&D)

Deuxième approche : Mise au point d'un fichier de travail autonome

L'objectif du fichier est d'aider l'élève à maîtriser les techniques de base en favorisant autonomie et prise d'initiatives de sa part.

Pour cela, l'élève a accès à un classeur dans lequel l'ordre des fiches n'est pas imposé. Selon la nature de ses difficultés, il choisira, avec l'aide de l'enseignant, celle qui paraît la plus adaptée à son cas, quitte à revenir sur une fiche plus simple en cas de besoin.
Le professeur dispose pour l'ensemble du groupe d'un fichier d'aide que l'élève peut consulter pour vérifier son travail ou orienter sa recherche. Selon les fiches, il trouvera des éléments de réponse ou des réponses complètes.
Il est bien clair que ce fichier d'aide ne remplace pas le professeur. Cette méthode devrait favoriser au maximum la prise de conscience par l'élève de la nature de ses difficultés. Le rôle du professeur est d'aider l'élève à se poser des questions plutôt que d'y répondre d'emblée ou de répondre à des questions non formulées. Il doit aussi veiller à la bonne utilisation du fichier d'aide et, si nécessaire, apporter des explications complémentaires.

Pour l'instant, nous avons élaboré les fiches suivantes :

- langage mathématique,
- reconnaissance somme-produit (2 fiches),
- équations simples (1 fiche recto-verso),
- équations,
- factorisation (3 fiches de difficulté croissante),
- identités remarquables,
- parenthèses nécessaires ou pas ? (1 fiche recto-verso).

Il faudrait compléter, nous semble-t-il, par d'autres fiches.
Par exemple :

- règles de calcul sur les puissances,
- inéquations du 1er degré,
- développement,
- tableaux de signes,
- problèmes de mise en équation.

Seules quelques rubriques de ce fichier ont pu être testées (factorisations, reconnaissance somme-produit). Les élèves apprécient ce mode de fonctionnement mais, faute d'avoir un fichier complet à disposition, ils travaillaient tous sur le même sujet. Nous n'avons donc pas pu observer leur manière d'évoluer à l'intérieur du fichier.
Les fiches d'aide restent à élaborer après expérimentation. Pour certains sujets, la fiche d'aide sera une simple fiche de résultats; pour d'autres, elle pourra consister en une explication de la démarche à suivre; enfin, dans certains cas, l'aide sera uniquement orale.

CALCUL ALGEBRIQUE

FICHIER DE TRAVAIL AUTONOME POUR L'AIDE INDIVIDUALISEE

(version non terminée et non expérimentée dans sa totalité)

FACTORISATION

PARENTHESES
nécessaires
ou pas ?

IDENTITES
REMARQUABLES

EQUATIONS

LANGAGE
MATHEMATIQUE

EQUATIONS
"SIMPLES"

RECONNAISSANCE
SOMME - PRODUIT

EQUATIONS

Exercice 1 :

On veut résoudre l'équation		$\mathbf{x(x-1)+x-9=0}$
Il n'y a pas de facteurs communs *on ne reconnaît pas d'identité remarquable*	donc	
On développe		$\mathbf{x^2-x+x-9=0}$
Et on réduit		$\mathbf{x^2-9=0}$
On reconnaît une identité remarquable	donc	
On factorise		$\mathbf{(x-3)(x+3)=0}$
On obtient les solutions		**- 3 et 3**

Résoudre chacune des équations suivantes :

a) $x^2 - 1 = 0$

b) $3x(2-x) = 0$

c) $x^2 + 4x + 4 = 0$

d) $2x^2 - 50 = 0$

e) $4(x-3)^2 = 0$

f) $(x+2)^2 - 3(x+2) = 0$

g) $(x+2)(x-2) = 0$

h) $3(x-1) - 2(x-3) = 0$

i) $2x^2 - 12x + 18 = 0$

j) $x(x-6) + 9 = 0$

k) $3x(2x+1) - 2(2x+1) = 0$

l) $x(x+1) - (x-1)(x+3) = 0$

m) $x^2(x+1) - 4(x+1) = 0$

n) $3x^3 - 27x = 0$

o) $4x^2 - 3(4x-3) = 0$

Exercice n°2 :

On a écrit l'expression f(x) sous trois formes :

- forme initiale **(FI)** : $f(x) = 9x(3x-2) - 2(3x-2)(x+1) + 15x - 10$.
- forme factorisée **(FF)** : $f(x) = (3x-2)(7x+3)$
- forme développée et réduite **(FD)** : $f(x) = 21x^2 - 5x - 6$

Dans chacun des cas suivants : préciser la forme qui vous semble la plus appropriée pour résoudre l'équation proposée ; résoudre ensuite cette équation.

1. $f(x) = 0$
2. $f(x) = -6$
3. $f(x) = 21x^2$
4. $f(x) = 7x + 3$
5. $f(x) = 12x^2 + 19x - 22$

EQUATIONS « SIMPLES »

I) Reconnaître les opérations élémentaires

On cherche à isoler **a** . Entourer, pour chaque ligne, l'égalité qui est équivalente à celle donnée.

Expression donnée				Opération(s) utilisée(s)
$2 + a = 3$	$a = 3 - 2$	$a = \frac{3}{2}$	$a = 2 - 3$	on soustrait 2
$2\,a = 3$	$a = 3 - 2$	$a = \frac{3}{2}$	$a = \frac{2}{3}$	
$\frac{2}{3}a = 1$	$a = -\frac{2}{3}$	$a = \frac{3}{2}$	$a = -\frac{3}{2}$	
$5 = 7 + a$	$a = 7 - 5$	$a = 5 - 7$	$a = \frac{5}{7}$	
$12 = 5 - a$	$a = 5 - 12$	$a = 12 - 5$	$a = -\frac{12}{5}$	
$2 = 3 + 2a$	$a = \frac{2}{3+2}$	$a = \frac{2-3}{-2}$	$a = \frac{2-3}{2}$	
$\frac{2}{a} = 5$	$a = \frac{5}{2}$	$a = \frac{2}{5}$	$a = \frac{1}{5} - 2$	
$3 = a + 3$	$a = 3 - 3$	$a = \frac{3}{3}$	$a = 3 + 3$	
$3 = \frac{1}{a}$	$a = 3$	$a = 3 - 1$	$a = \frac{1}{3}$	

II) Résolution d'équations « simples »

Chacune des équations suivantes a une seule solution ou pas de solution. Préciser la solution lorsqu'elle existe et donner une explication dans le cas où il n'y a pas de solution.

$x + 2 = 3$	$x + 2 = 1$	$x + 2 = 0$
$2 - x = 0$	$x - 2 = 1$	$2 - x = 1$
$2\,x = 3$	$-2\,x = 3$	$2\,x = 0$
$2\,x = -1$	$2(x + 1) = 3$	$2(x + 1) = 0$
$\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{x}{2} = -1$	$-\frac{x}{2} = -2$
$\frac{x}{2} = 0$	$\frac{2}{x} = 0$	$\frac{2}{x} = 1$
$\frac{x}{2} = 5$	$\frac{2}{x} = 5$	$\frac{2}{x+1} = 1$

III) Equations équivalentes.

Choisir parmi les propositions **a, b** et **c** celle(s) équivalente(s) à l'expression de gauche

	a	**b**	**c**
$2x+y-4=0$	$y=4-2x$	$x=-0{,}5y+2$	$x=-y+4-2$
$3x-2y+3=0$	$y=-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$	$y=-3x-3+2$	$y=\frac{3x+3}{2}$
$-x=3y-1$	$x+3y+1=0$	$x+3y-1=0$	$-2x-6y+2=0$

IV) Lien avec la physique.

Pour les formules suivantes exprimer une lettre en fonction des autres.

formule	exprimer	exprimer
$f=ma$	a	m
$E=\frac{1}{2}mv^2$	m	v
$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$	p	f
$\frac{PV}{T}=\frac{P'V'}{T'}$	P	T
$V=V_0\left(1+\frac{T}{273}\right)$	V_0	T

FACTORISATION

Expression **factorisée**	expression **développée**
$3x(x+1)$	**$3x^2+3x$**

Exercice n°1 : L'expression est-elle factorisée ?

Mettre une croix dans la case correspondante, lorsque l'expression est **factorisée**.

☐ $x(2x+1)$

☐ $(x+1)(x-1)$

☐ a^2+1

☐ a^2-4a

☐ $2(b-\frac{3}{2})$

☐ $6b^3-24b$

☐ u^2-1

☐ u^2-2u+1

☐ $(z-1)^2$

☐ $5-z^2$

☐ $(t+2)+3(t+1)$

☐ t^4-t^2

☐ $(x-1)(x-2)+(x-2)(x+3)$

☐ $4x^2-12x+9$

☐ $(r+1)^2-4(r+1)$

☐ $(2r-3)^2-(r-1)^2$

☐ d^2-9

☐ $3d+d(d-3)$

☐ $5x(3-x)+2(-x+3)$

☐ $4x^2+2x+1$

☐ $2(a+1)+(3-a)(a+1)$

☐ $(a-2)(3a^2-a)$

Exercice n°2 : Parmi les expressions que vous n'avez pas cochées, citez-en :

- Deux *factorisables* au moyen d'une **identité remarquable** :

....

- Deux *factorisables* au moyen d'un **facteur commun**

....

FACTORISATION

Exercice n°1 : Quels facteurs communs ?

Repérer dans chacune des expressions suivantes, les facteurs communs aux termes de la somme. On ne demande pas de factoriser.

Ex : $3a^2 + a = 3a \times \underline{a} + 1 \times \underline{a}$

$A = 6a + 2 =$ ....

$B = 3x^5 + 4x^3 - 7x^2 =$ ....

$C = 8b^3 - 2b =$ ....

$D = (2y - 3)(5y - 1) - 3y(2y - 3) =$ ....

$E = (2 - x)(-x + 3) + (x + 1)(-x + 2) =$ ....

$F = 3t(t - 1) + 4t^2(t + 1) =$ ....

$G = 3u^2(u + 1) - 4u(u + 1)^2 =$ ....

$H = x(x - 2)^3 + (x + 3)^2(x - 2)^2 =$ ....

Exercice n°2 : Quelle identité remarquable ?

On rappelle les identités remarquables :

$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$ (1)

$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$ (2)

$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ (3)

Compléter le tableau suivant :

Expression	n°identité	A	B	Factorisation
$4x^2 - 9$				
$16x^2 - 24x + 9$				
$X^2 - 3$				
$9x^2 + 30x + 25$				
$9x^2 - 6x + 4$				
$(2x - 3)^2 - (x + 1)^2$				
$(x + 2)^2 + 6(x + 2) + 9$				
$25 - (x - 1)^2$				

FACTORISATION

Quels facteurs communs ? (bis)

Exercice n°1 :

Le facteur commun est donné. Le faire apparaître.

Facteur commun				
$x-2$	x^2-2x	$2-x$	$3x-6$	$(5x-10)(x+3)$
$3x-1$	$9x^2-1$	$5-15x$	$6x^2-2x$	$3(x-\frac{1}{3})(2-x)$
$2x+6$	$4x^2+12x$	$(4x+12)^2$	$x+3$	$(x-7)(-2x-6)$
$3-x$	x^2-3x	$15-5x$	x^2-9	$(12-4x)(3+x)$
$x-0,5$	$x^2-0,25$	$2-4x$	$x^2-x+0,25$	$(1+2x)(6x-3)$

Exercice n°2 :

Un facteur commun est caché dans chaque groupe de trois expressions. Le **débusquer** !

			Facteur commun
$(2x-3)(x+5)$	x^2-25	$5x+25$	
$7x^2-3x$	$49x^2-42x+9$	$(14x-6)(x-9)$	
$-x-1,5$	$4x^2-9$	$(2x-6)(x+1,5)$	
$100-9x^2$	$(20-6x)^2$	$3x-10$	
$(3x-18)^2$	$2x^2-72$	$24x^2-4x^3$	

IDENTITES REMARQUABLES

Exercice n°1 Compléter :

$64 + 48\,a + 9\,a^2 \;=\; (\,..... + ...)^2$

$(.... + ...)(\,.... - ....) \;=\; u^2 - 16$

$4\,x^2 \;...\; ..... + 25 \;=\; (5 + ...)^2$

$z^2 \;-\; .... + 144 \;=\; (\,.... \;...\; ....)^2$

$(3t + ...)^2 \;=\; .... + 24\,t + ...$

$(2b \;-\; ....)^2 = ... \;-\; 24b \;...\; ....$

$169\,f^2 \;...\; ....\; ...\; .... \;=\; (\,.... \;-\; 1)^2$

$169\,g^2 \;...\; .... \;=\; (\,.... \;-\; 1)(\,.... \;+\; 1)$

$x^2 \;-\; 5 \;=\; (\,.... \;+\; ....)(.... \;-\; ....)$

$d^2 \;-3\,d \;+\; .... \;=\; (\,d\,...\; ....)^2$

Exercice n°2 Résoudre les équations suivantes :

$121\,x^2 - 220\,x \;+\; 100 \;=\; 0$

$1{,}69\;t^2 \;-\; 1{,}44 \;=\; 0$

$2500 \;+\; 4900\,a^2 \;-\; 7000\,a \;=\; 0$

$6400\,r^2 \;=\; 3600$

$81\,x^2 \;+\; 49 \;=\; 126\,x$

$25\,z^2 \;=\; -\,z \;-\; 0{,}01$

$y^2 \;=\; 2{,}2\,y \;-\; 1{,}21$

LANGAGE MATHEMATIQUE

Exemple : $x^2 + y^2$ est la ***somme*** de deux ***carrés***
X^3Y^3 est le ***produit*** de deux ***cubes***

Compléter :

- $(x + y)^2$ est ………………………………………………………………………………………………………
- ………………… est la racine carrée d'un produit
- ………………… est l'inverse d'une somme
- $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ est ………………………………………………………………………………………………
- $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ est ………………………………………………………………………………………………
- ………………….est la racine carrée d'une somme
- ……………………………… est le produit de la somme de deux nombres par leur différence
- $\frac{1}{xy}$ est ………………………………………………………………………………………………
- $x^2 - y^2$ est ………………………………………………………………………………………………
- ………………….. est le quotient de deux racines carrées
- $\sqrt{xy}$ est ………………………………………………………………………………………………
- $\sqrt{X} \times \sqrt{Y}$ est ………………………………………………………………………………………………
- $\frac{1}{X} \times \frac{1}{Y}$ est ………………………………………………………………………………………………
- $\frac{2}{a}$ est ………………………………………………………………………………………………
- $(a + b)(a – b)$ est ………………………………………………………………………………………………
- $\frac{1}{a+2b}$ est ………………………………………………………………………………………………

PARENTHESES
Nécessaires ou pas ?

I) Pour chaque expression, calculer « à la main » puis vérifier à la calculatrice.
Si les résultats sont différents, expliquer pourquoi et trouver une disposition d'écriture qui permettrait de retrouver le bon ordre pour effectuer les calculs

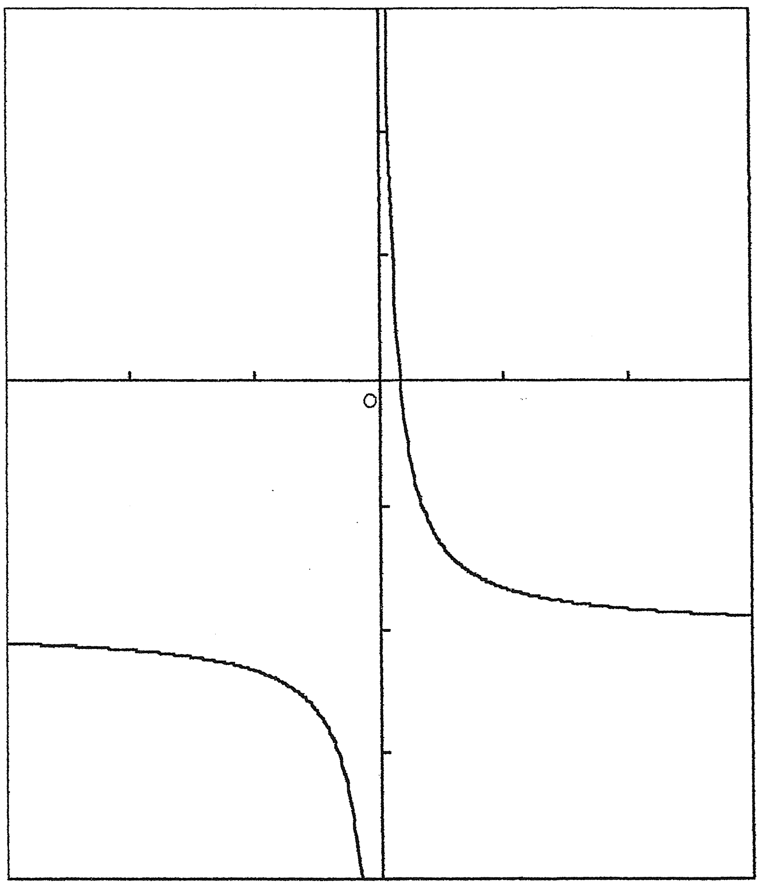
$a = 3 - 5 \times 2 + 1$
$b = -7 + 1 - 6 : 3 + 1$
$c = \sqrt{25 - 16}$
$d = 3 - 2 \times 5^2$
$e = 2^{-2} - 1^2$
$f = 4 - 3 \times 2 \times 5 - 1$

II) Ecrire en ligne les calculs suivants (en mettant des parenthèses si nécessaire)

$$\frac{5}{4 \times 3} \; ; \quad \frac{5}{4} \times 3 \; ; \quad \frac{2 \times 3 + 10}{5} \; ; \quad \frac{5 - \frac{7}{2}}{1 + 3 \times \frac{4}{5}} \; ; \quad \frac{\sqrt{3} - 2 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-2}}$$

III) Soit $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$

Véronique a obtenu sur l'écran de sa calculatrice, la représentation graphique ci-dessous.
Est-ce correct ? Si oui, pourquoi ? Si non, quelle erreur a commis Véronique ?



IV) a) Calculer sur une feuille séparée les expressions suivantes pour les valeurs de x indiquées puis noter les résultats dans le tableau ci-dessous.
b) Remplacer x par – x et simplifier l'écriture obtenue.

Expression	$x = -1$	$x = \frac{1}{2}$	$x = -\frac{2}{3}$	$x = 0{,}01$	$x = 2 \times 10^{-1}$
$A(x) = x - \frac{1}{x}$	0	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	- 99,99	- 4,8
$B(x) = -x^2 + x$					
$C(x) = \frac{1}{x} - 1$					
$D(x) = (x - 1)^2$					
$E(x) = -3(x + 4)^2 + 5$					
$F(x) = 3 - x^3$					
$G(x) = \frac{2}{3x - 1}$					
$H(x) = (x - 2)^2 - 1$					
$J(x) = \frac{1}{x} - 3x^2$					
$K(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{x - 1}$					

Fiche n°1

RECONNAISSANCE SOMME – PRODUIT

Exercice n°1 :

phrase	formule
Ecrire une somme de deux termes dont le premier est un produit	
Ecrire un produit de deux facteurs dont le premier est une somme	
Ecrire une somme de deux termes dont le premier est un produit et le second un quotient	
Ecrire un quotient dont le numérateur est un produit et le dénominateur une différence	
Ecrire une somme de deux carrés	
Ecrire le carré d'une différence	

Exercice n°2 :

1. $3x + (2x - 1)(x - 5) + x^2$
2. $(x - 4)\ [(2x + 1) - 3(x - 1)]$
3. $2\ x\ y^2\ (x - 1)$
4. $(2x + 1)(3\ x^2)$
5. $(3\ x^2 - 2\ x + 1)(7\ x - 3)(x^2 - 1)$
6. $2\ x + 5\ a - 3\ b$
7. $(x - 1)(3\ x - 4) - (x + 6)^2 - 2x$
8. $(x + 2)(7 - x)(x^2 + 1)$
9. $x^2\ (x - 3)\ y$
10. $x^2 + 3(y - 1) - y^2$
11. $x^2 - y$
12. $(x + 5)(x - 1) - 25$

phrase	N° des expressions algébriques correspondantes
Somme de trois termes dont chacun est un produit	
Produit de trois facteurs dont chacun est une somme	
Produit de deux facteurs dont chacun est une somme	
Produit de plusieurs facteurs dont un seul est une somme	
Somme de deux termes dont un seul est un produit	

RECONNAISSANCE SOMME – PRODUIT

Exercice n°1 :

Expression	Somme	Produit	Nombre de termes	Nombre de facteurs
$7x - 3$	X		2	
$5x$		X		2
$x(x - 1) + 2x$				
$5(x + 3)(x - 2) - 7x(x - 5) + 3(x + 1)$				
$4x^2 - 5x + 1$				
$(2x - 1)(2x + 1)$				
$4(x - 1) + 3x + 1$				
$4(x - 5)$				
$9 - x^2$				
$3x(x + 1)$				
$\frac{x^2}{16} - \frac{49}{25}$				
$\frac{x}{7} + 4$				
$(2x - 1)^2 - 4x^2$				

Exercice n°2 :

Voici des sommes algébriques de trois termes.

Dans chaque cas, préciser :
1°) Quels sont ces trois termes
2°) Chaque terme est un produit. Quels sont les facteurs de ces produits ?
3°) Y a-t-il un facteur commun à ces trois termes ?

A) $(2x - 4)(2x + 1) - 5(1 + 2x) + (2x + 1)(x - 4)$
B) $(3x - 1)(x - 2) - 5(1 - 3x) + (x - 2)(x - 3)$
C) $(3x - 2)^2 - 5(3x + 2) - (2x - 3)(2x + 3)$

TROISIEME PARTIE

GEOMETRIE ANALYTIQUE EN A.I.

Présentation du fichier

L'objectif de ce fichier est une remise à niveau en géométrie analytique de l'élève de seconde, par une appropriation ou une révision des connaissances du collège afin d'aborder le programme de seconde dans de bonnes conditions, sans lacunes.

La structure d'une fiche, en général, est la suivante :

- Présentation sur des exemples de la problématique.
- Invitation à traiter les exemples en guidant l'élève.
- Etude du cas général et énoncé de la propriété ou de la formule.
- Utilisation de la propriété ou de la formule dans des situations variées.

Ce fichier développe l'autonomie de l'élève en situation de recherche, et permet à l'enseignant d'individualiser ses interventions à partir des demandes personnelles de chaque élève.

Pour chaque fiche est proposée une aide qui, soit guide l'apprenant dans l'élaboration de la solution en lui proposant des pistes, soit lui donne les résultats à l'état brut afin qu'il puisse contrôler les siens. Si ces aides ne sont pas suffisantes, l'élève peut, bien sûr, faire appel à l'enseignant ; celui ci n'intervient donc que sur demande personnelle de l'élève et dans des situations précises, exprimées par l'élève.

Ce fichier ne peut-être utilisé qu'avec un groupe restreint d'élèves, son utilisation est idéale en aide individualisée, possible en modules, mais difficilement exploitable en classe entière.

Chaque fiche est autonome : le point d'entrée dans le fichier dépend du niveau de l'élève, de ce qu'il sait, de ce qu'il sait faire. Par exemple, s'il sait lire sans difficulté les coordonnées d'un point dans un repère ou s'il sait placer un point du plan dans un repère connaissant ses coordonnées, il n'a pas à étudier la fiche 1.

Une fiche a un statut particulier : la fiche 4. Elle propose de petits problèmes qui dépassent la stricte application des connaissances et demandent l'élaboration d'une stratégie.

GEOMETRIE ANALYTIQUE

FICHIER DE TRAVAIL AUTONOME POUR L'AIDE INDIVIDUALISEE

(version non expérimentée dans sa totalité)

Fiche 1 : « Point perdu, cherche repère »

Objectif : Savoir lire l'abscisse et l'ordonnée d'un point dans un repère, savoir placer un point connaissant ses coordonnées.

Fiche 2 : « A la recherche du juste milieu »

Objectif : Détermination des coordonnées du milieu d'un segment. L'élève redécouvre la forme analytique exprimant les coordonnées du milieu d'un segment et se l'approprie en l'utilisant.

Fiche 3 : « Echange un vecteur contre deux réels »

Objectif : Détermination des coordonnées d'un vecteur, connaissant les coordonnées des points origine et extrémité.

Remarque : Cette fiche ne fait appel qu'à des connaissances du collège et ne fait aucune mention à une base de l'ensemble des vecteurs du plan.

Fiche 4 : « Tu sais, tu appliques, tu utilises »

Objectif : En utilisant les résultats des fiches précédentes faire le bilan des connaissances en résolvant de petits problèmes de géométrie analytique.

Fiche 5 : « Gardons les distances »

Objectif : Appropriation de la formule donnant la distance de deux points dans un repère orthonormal.

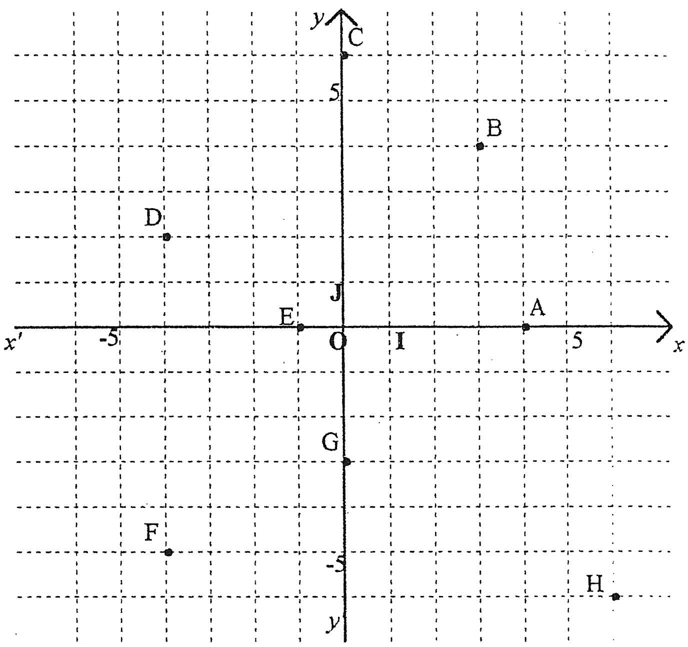
Fiche 1 : Point perdu , cherche repère.

Le point de départ

Soit (O, I, J) un repère du plan :
- l'axe $x'x$ s'appelle l'axe des abscisses ;
- l'axe $y'y$ s'appelle l'axe des ordonnées.

On repère ainsi tout point M du plan par un couple de réels (x, y) appelé **coordonnées** du point M:
  - x s'appelle **l'abscisse** du point M ;
  - y s'appelle **l'ordonnée** du point M.

- Le point O a pour coordonnées (0,0) ;
- Le point I a pour coordonnées (1,0) ;
- Le point J a pour coordonnées (0,1).



A°) Dans le repère (O,I,J) ci dessus

1°) a) Lis les abscisses des points A, B et C et complète les phrases suivantes :

L'abscisse de A est : .... ; L'abscisse de B est : .... ; L'abscisse de C est : ....

b) Lis les ordonnées des points A, B et C et exprime ta lecture par des phrases.

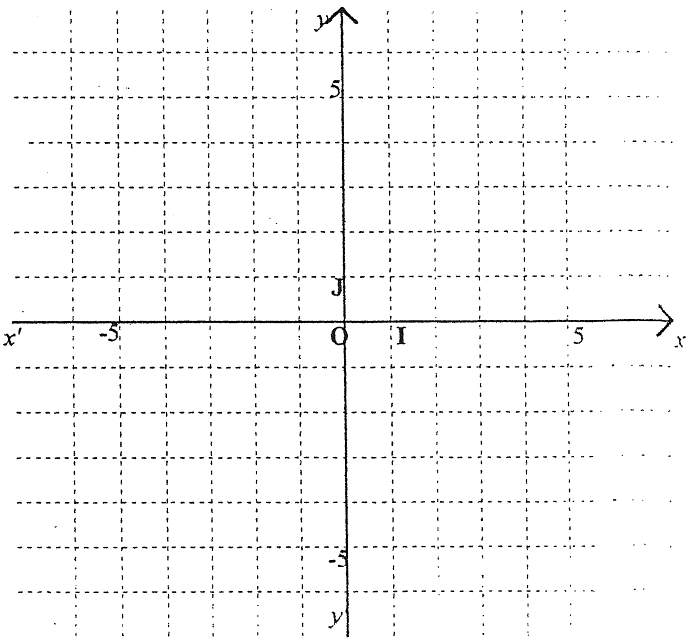
c) Complète les phrases suivantes :
- Le point A a pour coordonnées le couple : (;)
- Le point B a pour coordonnées le couple : (;)
- Le point C a pour coordonnées le couple : (;)

2°) Complète les phrases suivantes :
- L'abscisse de D est : .... ;
- L'ordonnée de E est : .... ;
- Le point F a pour coordonnées le couple : (;)

3°) Lis les coordonnées des points G et H et exprime ta lecture par des phrases.

B°)

Etant donné un repère (O,I,J), si à tout point M du plan on sait associer un couple de réels (x,y), à tout couple de réels (x,y) on sait aussi associer un point M.
- On écrit M (x,y)
- On lit le point M a pour coordonnées (x,y) dans le repère (O,I,J).



Dans le repère (O,I,J), ci contre place les points suivants :

A (4 ; 3)	B(2 ; 5)	C(3 ; 0)
D (-3 ; 4)	E(-5 ; 3)	F(-6 ; 0)
G (-2 ; -4)	H(-1 ; -1)	K(-3 ; -5)
L (4 ; -3)	M(2 ; -5)	N(3 ;-2).

Aide fiche 1 : Point perdu, cherche repère.

A°)

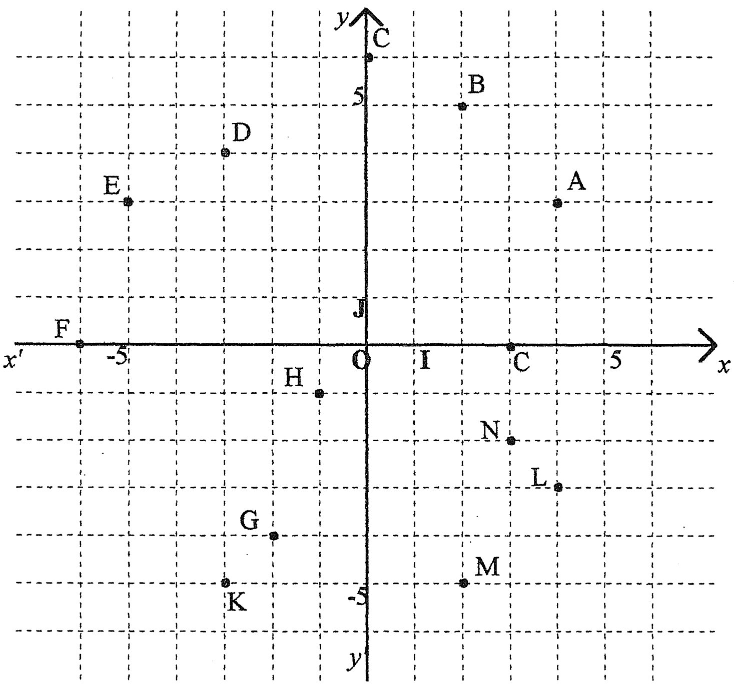
1°) a) L'abscisse de A est 4 L'abscisse de B est 3 L'abscisse de C est 0
b) L'ordonnée de A est 0 L'ordonnée de B est 4 L'ordonnée de C est 6

- Le point A a pour coordonnées le couple : (4 ; 0)
- Le point B a pour coordonnées le couple : (3 ; 4)
- Le point C a pour coordonnées le couple : (0 ; 6)

2°) L'abscisse de D est :-4 ; l'ordonnée de E est : 0 ;
le point F a pour coordonnées le couple : (-4 ;-5)

3°) le point G a pour coordonnées le couple : (0 ;-3)
le point H a pour coordonnées le couple : (6 ;-6)

B°)



Fiche 2 : A la recherche du juste milieu.

A°) A la découverte de la formule.

1) Pour le segment [AB] :

Indique les coordonnées des points A et B :

A (;) B (;)

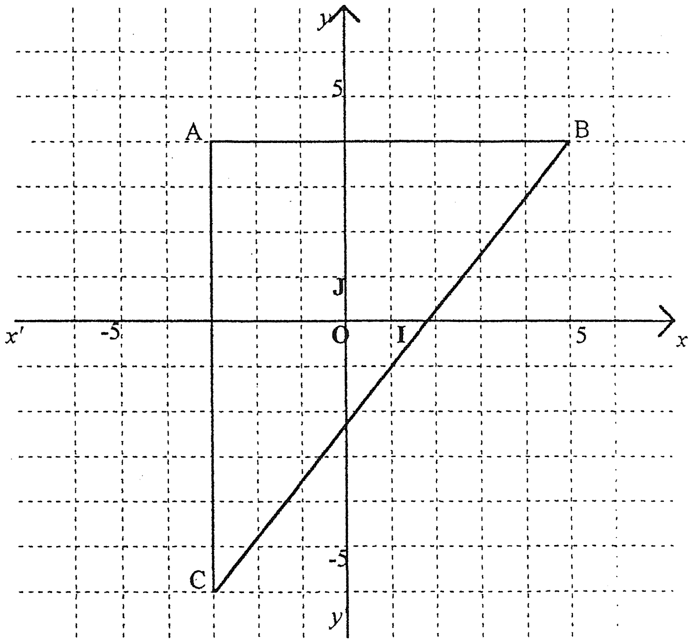
Construis le milieu F de [AB] et lis ses coordonnées : F (;)

Détermine la demi somme des abscisses de A et B.

Qu'observes - tu ?

....

....



2) Pour le segment [AC] :

A (;) C (;)

Construis le milieu G de [AC] et lis ses coordonnées : G (;)

Détermine la demi somme des ordonnées de A et C.

Qu'observes - tu ?

....

....

3) Pour le segment [BC] :

B (;) C (;)

Construis le milieu H de [BC] et lis ses coordonnées : H (;). Que dire :

- de l'abscisse de H par rapport aux abscisses de B et C ?
- de l'ordonnée de H par rapport aux ordonnées de B et C ?

....

B°) Vive la formule !

1°) Sur un exemple

Soient les points D(-6,2) et E(4, -6), détermine par le calcul les coordonnées de K milieu de [DE] .

Vérifie tes calculs graphiquement. K(;)

2°) Dans le cas général.

a) Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points quelconques dans un repère (O, I, J) et F le milieu de [AB]. Ecris les coordonnés de F : F(;)

b) En utilisant les expressions qui suivent, énonce dans le langage courant la propriété, qui est exprimée mathématiquement, ci dessus.

« demi somme points extrémités abscisse(s) du milieu d'un segment ordonnée(s) »

....

....

C°) Variations sur une formule.

1°) Tu connais les coordonnées des extrémités du segment :

a) Avec des coordonnées entières :

Soients : A(-29, -15) et B(12, -9), détermine les coordonnées de K milieu de [AB].

Soient : C(35, 19) et D(35, -19), détermine les coordonnées de L milieu de [CD].

b) Avec des coordonnées fractionnaires :

Soients : $E\left(\frac{1}{3};-\frac{3}{4}\right)$ et $F\left(\frac{5}{6};\frac{1}{2}\right)$ détermine les coordonnées de P milieu de [EF].

Soients : $G\left(-\frac{2}{5};\frac{5}{7}\right)$ et $H\left(-\frac{4}{3};-\frac{5}{3}\right)$, détermine les coordonnées de Q milieu de [GH].

2°) Tu connais une extrémité et le milieu.

a) Soients A(5, -8) et E(-3, 7), détermine les coordonnées de B, symétrique de A par rapport à E.

b) Soients : $C\left(-\frac{1}{4};\frac{7}{5}\right)$ et $F\left(-\frac{9}{8};\frac{7}{20}\right)$, détermine les coordonnées de D, symétrique de C par rapport à F.

Aide fiche 2 : A la recherche du juste milieu.

A°) A la découverte de la formule.

1°) A(-3,4) B(5,4) F(1 ; 4)

Remarque : La demi somme des abscisses est la moyenne arithmétique des abscisses.

Exemple : La moyenne arithmétique de -5 et 3 est : $\frac{-5+3}{2}=-1$

J'observe que l'abscisse de F, milieu du segment [AB], est la demi somme des abscisses de A et B.

2°) A(-3,4) C(-3,-6) G(-3 ;-1)

Remarque : La demi somme des ordonnées est la moyenne arithmétique des ordonnées.

J'observe que l'ordonnée de G, milieu du segment [AC] est la demi somme des ordonnées de A et C.

3°) B(5,4) C(-3,-6) H(1,-1)

L'abscisse de H, milieu du segment [BC] est la demi somme des abscisses de B et C.
L'ordonnée de H, milieu du segment [BC] est la demi somme des ordonnées de B et C.

B°) Vive la formule !

1°) K milieu de [DE] $\Leftrightarrow \begin{cases} x_K = \dfrac{-6+4}{2} = -1 \\ y_K = \dfrac{2-6}{2} = -2 \end{cases}$

2°) a) F milieu de [AB] $\Leftrightarrow \begin{cases} x_F = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_F = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

b) L'abscisse du milieu d'un segment est la demi somme des abscisses des points extrémités de ce segment.

L'ordonnée du milieu d'un segment est la demi somme des ordonnées des points extrémités de ce segment.

C°) Variations sur une formule.

1°) a) $K\left(-\frac{17}{2};-12\right)$ L (35 ; 0)

b) $P\left(\frac{7}{12};-\frac{1}{8}\right)$ $Q\left(-\frac{13}{15};-\frac{10}{21}\right)$

2°) a) Si B est le symétrique de A par rapport à E alors E est le milieu de [AB], soit $\begin{cases} x_E = \dfrac{...+...}{2} \\ y_E = \dfrac{...+...}{2} \end{cases}$

b) Si D est le symétrique de C par rapport à F alors F est le milieu de [DC], soit ....

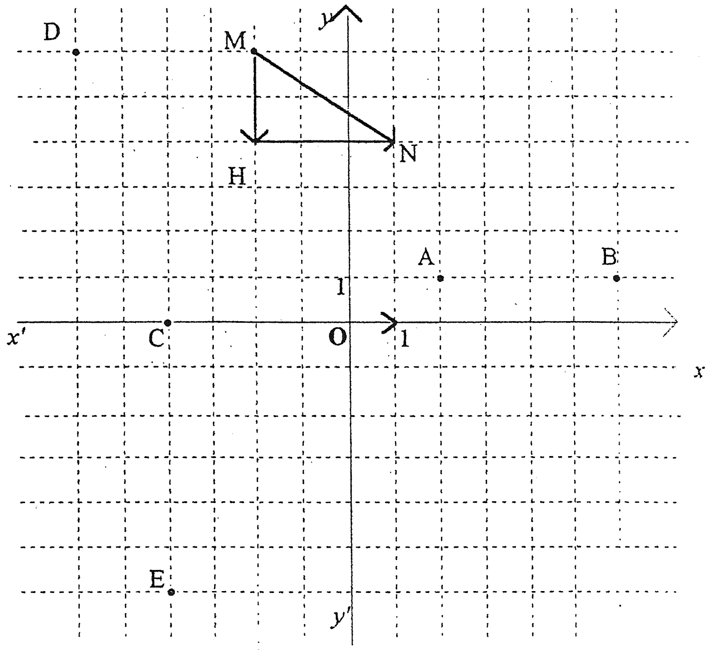
Fiche 3 : Echange un vecteur contre deux réels

A°) Coordonnées d'un vecteur.

1°) Lecture graphique

Sur la figure ci - contre, il s'agit de lire les coordonnées de certains vecteurs.

Par exemple :



Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{HN}$ sont (3;0) : cela signifie que pour « passer de H à N », on effectue un déplacement de 3 unités en abscisse dans le sens positif.

Les coordonnées du vecteur du vecteur $\overrightarrow{MH}$ sont (0 ; -2) : cela signifie que pour « passer de M à H », on effectue un déplacement de 2 unités en ordonnée dans le sens négatif.

Complète : Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ sont

(3 ;-2) : cela signifie que pour « passer de M à N »,

on effectue : ....

....

Complète :

a) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont : (...... , ...)
Les coordonnées des points A et B sont : A (...... , ...) B (...... , ...).

b) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CE}$ sont : (...... , ...)
Les coordonnées des points C et E sont :C (...... , ...) E (...... , ...).

c) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DE}$ sont : (...... , ...)
Les coordonnées des points D et E sont : D (...... , ...) E (...... , ...).

2°) Lien entre les coordonnées d'un vecteur et les coordonnées des points origine et extrémité.

Dans chacun des cas, comment obtiens-tu les coordonnées d'un vecteur à partir de celles des points origine et extrémité ?

Pour **la première coordonnée** du vecteur, je calcule :
l'abscisse du .... moins .... du ....
Pour **la seconde coordonnée** du vecteur, je calcule :
l'ordonnée du .... moins .... du ....

B°) N'oublions pas la formule

1°) Echauffement

Soient les points F(6, -3) et G (-1, -5) .

a) Complète : Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{FG}$ sont : (.................... , ...) = (...... , ...)

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GF}$ sont : (.................... , ...) = (...... , ...)

b) Vérifie tes résultats en plaçant les points F et G sur le graphique.

c) Que peut-on dire des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GF}$ par rapport à celles de $\overrightarrow{FG}$ **?**

2°) <u>Résultat</u>
Complète la propriété suivante :

Si A a pour coordonnées $(x_A ; y_A)$ et que B a pour coordonnées$(x_B ; y_B)$, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (………………… ; …………………)

Remarque : Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont les .... de celles de $\overrightarrow{BA}$

3°) <u>Vecteurs égaux</u>.

Dans le repère ci contre, on considère les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ tels que :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$$

Déterminez les coordonnées de ces quatre vecteurs. Qu'observez - vous ?

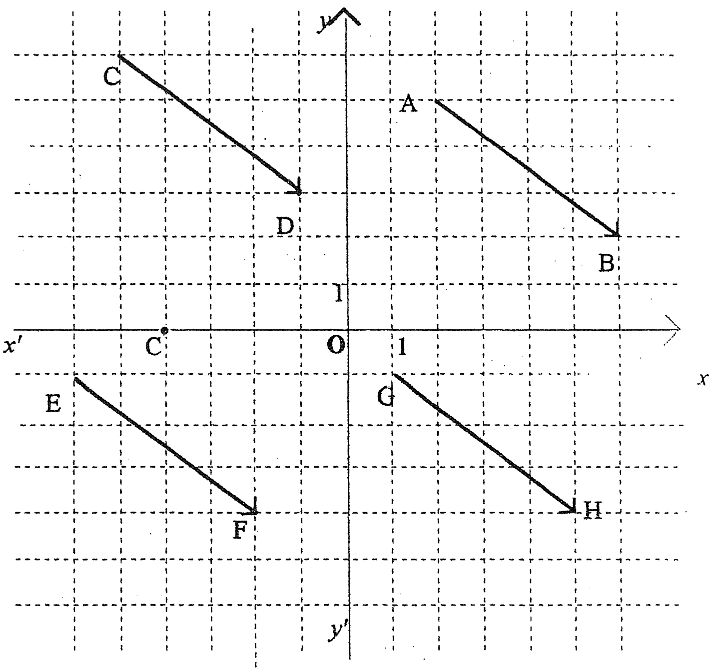
J'observe ....

....

Complétez :

Deux vecteurs sont égaux s'ils ....

....



C°)Tu utilises ce que tu sais

1°) Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ avec $A\left(\frac{2}{3};\frac{3}{4}\right)$ et $B\left(\frac{5}{4};-\frac{4}{3}\right)$

2°) Soient les points A(-3 ; 9) ; B(5 ; 8), $C\left(\frac{2}{3};-\frac{7}{2}\right)$ et $D\left(\frac{26}{3};-\frac{9}{2}\right)$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils égaux ?

3°) a) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées$\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$, A a pour coordonnées$\left(-1;\frac{1}{3}\right)$. Quelles sont les coordonnées de B ?

b) On donne $C\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$.

Calcule les coordonnées de D tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et celles de E tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EB}$.

Aide fiche 3 : Echange un vecteur contre deux réels

A°) Coordonnées d'un vecteur.

1°) Lecture graphique

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ sont (3 ;-2) : cela signifie que pour « passer de M à N », on effectue ***un déplacement de 3 unités en abscisse dans le sens positif et de 2 unités en ordonnée dans le sens négatif.***

a) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont : (4 , 0) ; pour les points on a : A (2 , 1) et B (6 ,1).

b) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CE}$ sont : (0 , -6) ; pour les points on a : C (-4 , 0) et E (-4 ,-6).

c) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DE}$ sont : (2 ,-12) ; pour les points on a : D (-6 , 6) et E (-4 ,-6).

2°) Lien entre les coordonnées d'un vecteur et les coordonnées des points origine et extrémité

Pour ***la première coordonnée*** du vecteur, je calcule ***l'abscisse du point extrémité moins l'abscisse du point origine.***
Pour ***la seconde coordonnée*** du vecteur, je calcule ***l'ordonnée du point extrémité moins l'ordonnée du point origine.***

B°) N'oublions pas la formule.

1°) Echauffement

a) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{FG}$ sont : (-1 – 6 , -5 + 3) = (-7 ; -2)

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GF}$ sont : (6 + 1 , -3 + 5) = (7 ; 2)

c) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GF}$ sont (7 ; 2), ce sont les opposées de celles de $\overrightarrow{FG}$ (-7 ;-2)

2°) Propriété

Si A a pour coordonnées $(x_A ; y_A)$ et que B a pour coordonnées$(x_B ; y_B)$, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A ;\ y_B - y_A)$.

Remarque : Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont ***les opposés*** de celles de $\overrightarrow{BA}$.

3°) Vecteurs égaux

J'observe que ces quatre vecteurs égaux ont les mêmes coordonnées.

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes coordonnées

C°)Tu utilises ce que tu sais.

Première partie : des conseils, des pistes.

1°)
i) Tu appliques directement la propriété du B°) 2°) ;
ii) tu soustrais des fractions qui n'ont pas le même dénominateur ; tu dois choisir comme dénominateur commun le plus petit multiple de 3 et 4 qui est 12 ;
iii) tu conclus.

2°) Tu vérifies si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont les mêmes coordonnées ou pas et tu conclus.

3°) a) $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$ est équivalent à $\begin{cases} x_B - x_A = \frac{1}{2} \\ y_B - y_A = \frac{2}{3} \end{cases}$, en remplaçant x_A par -1 et y_A par $\frac{1}{3}$ tu trouves les coordonnées du point B.

b) Tu utilises la propriété qui dit que deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes coordonnées.

Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et que $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$, tu en déduis que $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots \end{cases}$, tu connais les coordonnées du point C, donc tu es dans la situation de la question précédente, tu peux conclure pour calculer les coordonnées de B.

Comme $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EB}$ et que $\overrightarrow{AD}$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$,on en déduit que . $\begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots \end{cases}$, à toi de poursuivre pour trouver les cordonnées de E.

Seconde partie : les résultats à l'état brut.

1°) Tu trouves $\overrightarrow{AB}\left(\frac{7}{12},-\frac{25}{12}\right)$.

2°) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux, car ils ont les mêmes coordonnées (8 ; -1).

3°) a) Tu trouves B $\left(-\frac{1}{2},1\right)$.

b)Tu trouves D (1 ; 1) et E $\left(-\frac{5}{2},\frac{1}{3}\right)$.

Fiche 4 : Tu sais, tu appliques, tu utilises

A°) Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, comment savoir qu'un quadrilatère est un parallélogramme ou pas ?

1°) Soient les points A(-6 ; 9) ; B (5 ; -7) ; C (6 ; -5) et D (-5 ; 10). Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ?

2°) Soient les points $E\left(\frac{7}{4}, -\frac{3}{5}\right)$, $F\left(-\frac{5}{4}, \frac{8}{5}\right)$, $G\left(\frac{1}{4}, \frac{17}{5}\right)$ et $H\left(\frac{13}{4}, \frac{6}{5}\right)$ Le quadrilatère EFGH est-il un parallélogramme ?

B°) Comment montrer que des vecteurs sont égaux ?
Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne les trois points A, B et C, ayant pour coordonnées respectives (1 ; 0), (0 ; 3) et (3 ; 7).

- D est le point tel que ABCD soit un parallélogramme ;
- E est le point tel que ABEC soit un parallélogramme .

1°) Détermine les coordonnées des points D et E.

2°) I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AD], [AC], [BC] et [BE]. Vérifie, en calculant leurs coordonnées que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{KL}$ sont égaux.

C°) Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne les quatre points A(5 ; 3), B (-2 ; 6), C(3 ; -4) et D (-6 ; -3). On note I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BD], [DC] et[CA].
Montrer que IJKL est un parallélogramme.

D°) Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, placer les points : R(-2 ; -3) ; S(4 ; -1), T (5 ; 5) et U(-1 ; 3).

1°) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{UT}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère RSTU?

2°) Calculer les coordonnées des milieux des segments [RT] et [US]. Le résultat n'est pas surprenant. Pourquoi ?

3°) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU}$ de 2 manières différentes

E°) Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, placer les points : A(-2 ; 4) ; B(-5 ; 2), I (3 ; 1).
Calculer les coordonnées des points C et D de telle sorte que ABCD soit un parallélogramme de centre I.

Aide fiche 4 : Je sais, j'applique, j'utilise ....

Première partie : Des conseils, des pistes, ...

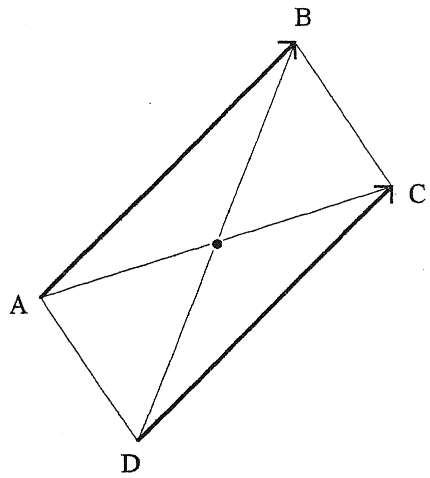
Pour cette fiche, il est nécessaire de connaître les formules donnant:

- les coordonnées du milieu d'un segment ;
- les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, sachant les coordonnées des points A et B.

A°) A toi de choisir parmi :

ABCD est un parallélogramme si et seulement si [AC] et [BD] ont même ....
ou
ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} =$ ....

(Il y a peut-être, parmi ces deux options, une plus rapide)



B°) **1°)** Pose x et y les coordonnées du point D , calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$, exprime celles de $\overrightarrow{DC}$ en fonction de x et y et comme ABCD est un parallélogramme, c'est que $\overrightarrow{AB} =$ .....
Tu peux conclure et trouver x et y

Pour les coordonnées de E, fais comme pour celles de D.

2°) Commence par déterminer les coordonnées des points I, J, K et L et deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes ....

C°) A l'aide les formules ! sans oublier les aides précédentes.

D°)
Pour **1°)** et **2°)**, laisse parler les formules.
3°) 1ère manière : les coordonnées de la somme de deux vecteurs sont la somme des coordonnées des deux vecteurs.
2nde manière : RSTU étant un parallélogramme, comment peux tu exprimer plus simplement le vecteur : $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU}$?

E°) Pose x et y les coordonnées du point C et traduis, en utilisant la formule, les coordonnées du milieu du segment [AC] que tu connais.
Pour les coordonnées de D, tu peux utiliser l'égalité vectorielle qui caractérise ABCD parallélogramme : $\overrightarrow{AB} =$ ....

Seconde partie : Les résultats à l'état brut.

A°) **1°)** ABCD n'est pas un parallélogramme.
2°) EFGH est un parallélogramme.

B°) **1°)** D(4 ; 4) et E(2 ; 10)
2°) $I\left(\frac{5}{2},2\right)$; $J\left(2,\frac{7}{2}\right)$; $K\left(\frac{3}{2},5\right)$; $L\left(1,\frac{13}{2}\right)$.

On a : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JK} = \overrightarrow{KL}$ car ces trois vecteurs ont pour coordonnées : $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

C°) On a : $I\left(\frac{5}{2},2\right)$; $J\left(2,\frac{7}{2}\right)$; $K\left(\frac{3}{2},5\right)$; $L\left(1,\frac{13}{2}\right)$.

Comme $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$ car ils ont les mêmes coordonnées $\left(-\frac{11}{2},-3\right)$, le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

D°) **1°)** On a : $\overrightarrow{RS}\,(6;2)$ et $\overrightarrow{UT}\,(6;2)$. Comme $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{UT}$, RSTU est un parallélogramme.

2°) Le milieu de [RT] et celui de [US] ont mêmes coordonnées : $\left(\frac{3}{2},1\right)$, ce résultat n'est pas surprenant car RSTU est un parallélogramme et par conséquent ses diagonales se coupent en leur milieu.

3°) 1[ère] méthode :

Comme $\overrightarrow{RS}\,(6;2)$ et $\overrightarrow{RU}\,(1;6)$, on a $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU}$ a pour coordonnées(6+1 ; 2 + 6), soit (7,8)

2[nde] méthode :

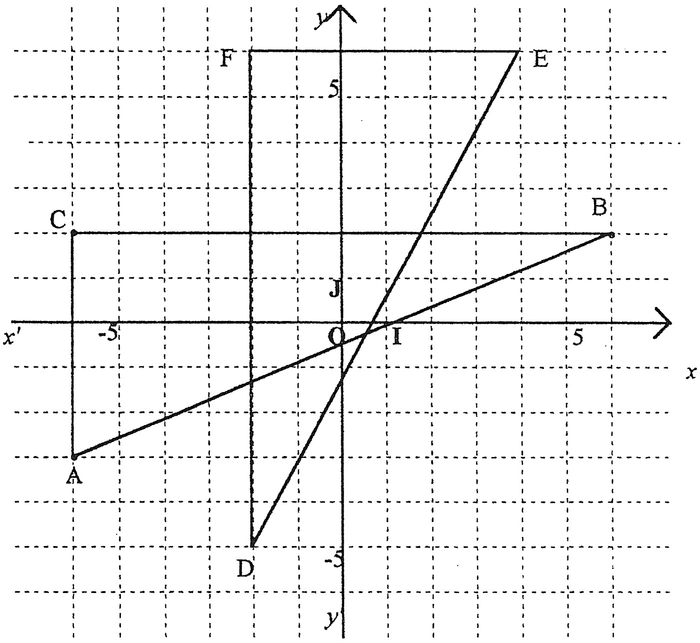
Comme RSTU est un parallélogramme est un parallélogramme, $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU} = \overrightarrow{RT}$, les coordonnées de $\overrightarrow{RT}$ sont (7 ; 8), soit $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU}$ a pour coordonnées (7,8).

E°) C(8 ; -2) D(11 ; 0)

Fiche 5 : Gardons les distances.

A°) Sur des exemples

Soit (O, I, J) un repère orthonormal : cela signifie que OI = OJ = 1 et que les axes (OI) et (OJ) sont orthogonaux.



On considère les points A (-6 ; -3), B(6, 2) et C(-6, 2) de la figure ci-contre.

Lis graphiquement les distances AC et BC et complète :

$AC^2 =$ .... $BC^2 =$ ....

Termine le raisonnement :

Comme le triangle ABC est .... en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 =$ ....+ ....

soit $AB^2 =$ ....

d'où AB = ...

Exercice : Procède de la même façon pour calculer DE^2 puis la distance DE en considérant le triangle DEF

Réponse :

....

....

....

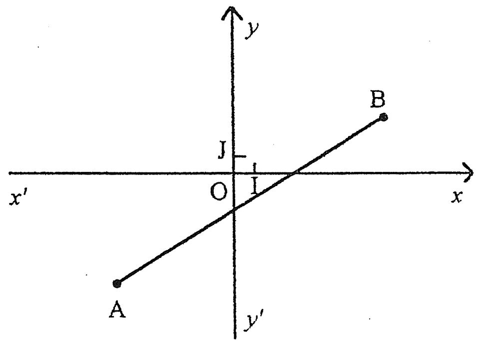
B°) Au tour du cas général

Soit (O,I,J) un repère orthonormal.

On considère le point A de coordonnées (x_A , y_A) et le point B de coordonnées (x_B , y_B), représentés sur la figure ci-contre .

Place le point C distinct des points A et B tels que :

$x_C = x_A$ et $y_C = y_B$



1°) En t'inspirant des exemples précédents, entoure parmi les trois expressions suivantes celle qui correspond à CB^2 ?

a) $(x_B + x_A)^2$ b) $(x_B - x_A)^2$ c) $\left(\dfrac{x_B + x_A}{2}\right)^2$

2°) De même, détermine AC^2 avec les ordonnées des points A et B.

Réponse : ....

3°) Pourquoi a-t-on $AB^2 = CB^2 + AC^2$?

Réponse : ....

4°) En déduire l'expression de AB^2 en fonction de x_A, x_B , y_A, y_B.

Réponse : ....

Propriété : Dans un repère orthonormal, la distance de deux points A et B quelconques est :

$AB = \sqrt{(\text{.........} - \text{..........})^2 + (\text{.........} - \text{..........})^2}$

C°) Quelques remarques

1°) a) On choisit comme unité dans le plan 2 cm. Construis un repère orthonormé (O,I,J), place les points A(-2, 3) et B(1 ; -1). Calcule la distance AB en cm et vérifie ton résultat avec ta règle graduée.

Réponse : ....

b) On choisit cette fois - ci le demi - centimètre comme unité. Construis un repère orthonormé (O,I,J), place les points A(-2,3) et B(1; -1). Calcule la distance AB en cm et vérifie ton résultat avec ta règle graduée.

Réponse : ....

2°) Parmi les trois figures ci dessous, dans laquelle peut-on calculer la distance AB à l'aide de la formule ci dessus ? Justifie.

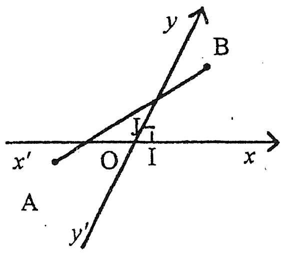


Figure 1

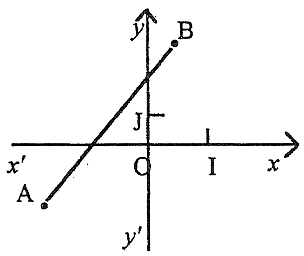


Figure 2

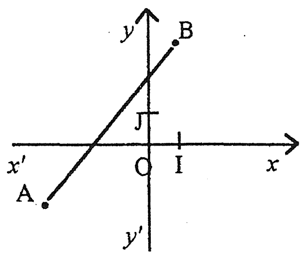


Figure 3

Réponse :

....

....

....

3°) Tu calcules rapidement car simplement :

Dans un repère orthonormal, on considère les points de coordonnées A(5 ; 9) ; B(4 ; 2) ; C(-6 ; -5) et D(-1, 0)

a) Pour le calcul de AB^2

- Albert applique strictement la propriété et écrit : $AB^2 = (4 - 5)^2 + (2 - 9)^2 = (-1)^2 + (-7)^2 = 1 + 49 = 50$.
- Eugénie applique aussi la propriété et écrit : $AB^2 = (5 - 4)^2 + (9 - 2)^2 = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$.

i) Leurs résultats, identiques, sont-ils corrects ?

ii) Des deux façons quelle est la plus rapide ?

b) Ecris à la façon d'Eugénie les distances au carré exprimées par Albert.

- $AC^2 = (-6 - 5)^2 + (-5 - 9)^2$ ou ....
- $AD^2 = (-1 - 5)^2 + (0 - 9)^2$ ou ....
- $DC^2 = (-6 + 1)^2 + (-5 - 0)^2$ ou ....

c) Comme deux réels opposés ont le même carré, la règle d'Eugénie est d'exprimer **la différence positive** des abscisses ou des ordonnées et d'élever au carré : « *moins de signe moins, plus de signes plus* », telle est sa devise, plutôt positive !

D°) Utilisation de la distance

1°) Place les points A(2 ; 5) ; B(5 ; 3) et C(1 ; -3) dans un repère orthonormal. Montre que le triangle ABC est rectangle et précise son angle droit.

2°) Place les points E(1 ; 3) ; F(4 ; 1) et M(9/2 ; 5) dans un repère orthonormal. Justifie que le point M appartient à la médiatrice de [EF].

3°) Place les points A(4 ; -1) ; B(4 ; 1) ; C(-2 ; 1) ; D(0 ; 5) et E(7/2 ; 0) dans un repère orthonormal. On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre F(1,2) et de rayon $\sqrt{10}$. Les points A, B, C, D et E appartiennent-ils au cercle $\mathcal{C}$. Trace le cercle $\mathcal{C}$ sur la figure.

4°) Dans un repère orthonormal, place le point A(4 ; 0). Détermine les coordonnées de deux points E et F d'abscisses 1 tels que les triangles AEO et AFO soient rectangles respectivement en E et F.

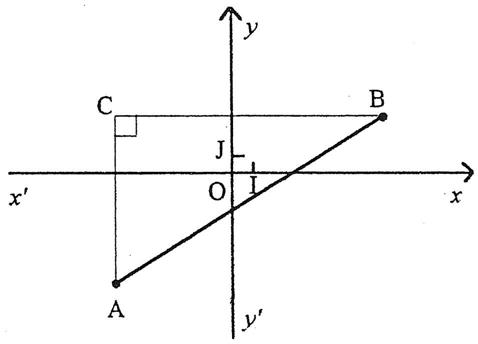
Aide fiche 5 : Gardons les distances.

A°) Sur des exemples

On a : $AC^2 = 5^2 = 25$ et $BC^2 = 12^2 = 144$; comme le triangle ABC est rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore on a : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ soit $AB^2 = 25 + 144 = 169$ d'où $AB = 13$.

On a : $DF^2 = 11^2 = 121$ et $FE^2 = 6^2 = 36$; comme le triangle DEF est rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore on a : $DE^2 = DF^2 + FE^2$ soit $DE^2 = 121 + 36 = 157$ d'où $DE = \sqrt{157}$.

B°) Au tour du cas général



1°) $CB^2 = (x_B - x_C)^2 = (x_B - x_A)^2$ car $x_C = x_A$

2°) $AC^2 = (y_C - y_A)^2 = (y_B - y_A)^2$ car $y_C = y_B$

3°) Comme le triangle ABC est rectangle en C, on a : $AB^2 = CB^2 + AC^2$

4°) $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

C°) Quelques remarques

1°) On a :

$AB = \sqrt{(1+2)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ Si l'unité choisie est 2 cm, la distance AB a pour mesure 10 cm, ce que je peux vérifier avec ma règle graduée.

Si l'unité choisie est ½ cm, la distance AB a pour mesure $\frac{5}{2}$ cm ou 2,5 cm, ce que je peux vérifier avec ma règle graduée.

2°)

Tu ne peux pas calculer la distance AB à l'aide de la formule B°) 4

- Avec la figure 1, car le repère du plan n'est pas orthogonal ; tu ne peux pas utiliser le théorème de Pythagore
- Avec la figure 2, car le repère du plan n'est pas normé ; tu ne peux pas, par exemple, additionner des mètres et des décamètres sans utiliser d'unité commune.

Tu peux calculer la distance AB avec la figure 3, à l'aide de la formule B°) 4 car le repère est orthonormal.

3°)

a) Les résultats d'Albert et d'Eugénie sont identiques et corrects car deux réels opposés ont le même carré mais c'est le calcul d'Eugénie qui est le plus simple et le plus rapide.

b) En utilisant la méthode d'Eugénie, on obtient :

- $AC^2 = (5 + 6)^2 + (9 + 5)^2$
- $AD^2 = (5 + 1)^2 + (9 + 0)^2$
- $DC^2 = (-1 + 6)^2 + (0 + 5)^2$

D°) Utilisation de la distance

1°) Un triangle est rectangle si et seulement si, il vérifie la relation de Pythagore.
Dans le cas présent, tu dois donc calculer AB^2, AC^2 et BC^2 et vérifier si le plus grand de ces trois nombres est égal ou pas à la somme des deux autres.

2°) Un point M appartient à la médiatrice d'un segment s'il est équidistant (à la même distance) des extrémités de ce segment.
Dans le cas présent, tu dois donc calculer ME^2, MF^2 et vérifier si ces deux nombres sont égaux ou pas.

3°) Un cercle est l'ensemble des points à la même distance du centre de ce cercle.
Dans le cas présent, tu dois donc calculer FA^2, FB^2, FC^2, FD^2 FE^2, et vérifier si chacun de ces nombres est égal ou pas au carré du rayon du cercle .

4°). Tu sais que les deux points cherchés ont pour abscisse 1, il te reste à déterminer leur ordonnée y. Notons $(1, y)$ les coordonnées des points M que tu cherches et tu vas déterminer y en sachant que le triangle AMO est rectangle en O.
AMO est rectangle en M si et seulement si : $OA^2 =$ .... + ...
Tu exprimes toutes les distances au carré en fonction de y^2 et tu montres, en résolvant une équation d'inconnue y qu'il existe deux valeurs pour y, correspondant aux ordonnées des points E et F.

BIBLIOGRAPHIE & RESSOURCES
sur l'aide indivualisée en seconde

[1] *Les Cahiers Pédagogiques* n°376/377 - 1999

Dossier « Quelle pédagogie pour les lycées ? » avec trois articles sur l'A.I.

[2] *Les Cahiers Pédagogiques* n°385 - 2000

Dossier « Comment faire avec les réformes ? » avec deux articles sur l'A.I. dont le témoignage d'un professeur de mathématiques, Sylvie GRAU : « Un début de mise en oeuvre ».

[3] *Aide individualisée : une expérience dans un lycée.* Myriam BOGE & Erwan ROUXEL
Mémoire professionnel - IUFM de Bretagne - 1999/2000.

Deux jeunes professeurs plongés dans l'A.I. dès leur première classe en responsabilité témoignent de leur expérience et analysent des questionnaires soumis à des professeurs et à des élèves.

Au moment où nous terminons ce document, nous ne connaissons pas d'autres publications sur le sujet. Du côté des sites web, notre recherche n'a pas été très fructueuse non plus. Signalons toutefois ceux-ci qui donnent quelques informations :

[4] http://www.cndp.fr/lycee

On y trouve surtout pour l'instant les textes officiels concernant l'A.I.

[5] http://www.ac-rennes.fr

La rubrique A.I. présente les résultats de l'enquête académique et propose un lien avec le site de l'Académie de Nice (http://www.ac-nice.fr) qui contient des documents utilisables pour l'A.I.

[6] http://www.univ-rennes1.fr/irem

Nous continuerons à mettre sur les pages de notre groupe de recherche les informations et les documents que nous pourrons trouver sur l'A.I.

Parmi les publications de l'IREM de Rennes qui peuvent être utilisées pour mettre au point des activités adaptées pour l'A.I., nous avons retenu :

[7] *Vers les équations* - 1989

[8] *Traitement de l'hétérogénéité d'une classe de seconde en mathématiques* - 1990

[9] *Analyse des erreurs et difficultés constatées dans les classes de 2de en calcul algébrique* - 1990

[10] *De la lettre à la variable* - 1993

[11] *Liaison troisième-seconde : utilisation des transformations* - 1993

[12] *Capacités méthodologiques en troisième-seconde* - 1994

[13] *Des séquences de modules en seconde* - 1995

[14] *La démonstration en seconde* - 1997

[15] *Poursuivre le calcul algébrique : troisième / seconde* - 1998

[16] *Activités en troisième : Thalès, racines carrées, vecteurs* - 1998

[17] *Pourcentages à tous les étages* - 2000

ANNEXES

Annexe 1

Enoncé 1

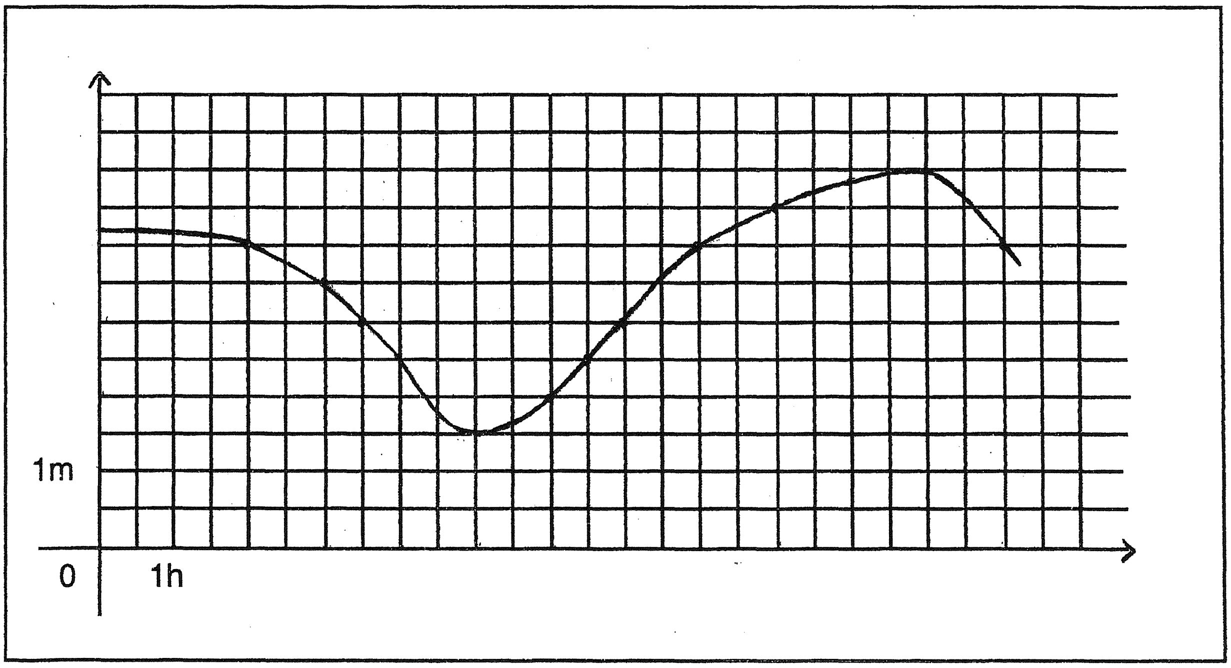
On a effectué des relevés de la hauteur d'eau dans le port de St Malo, à une date précise, entre 0h et 12h.
Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Heure	0h	2h	3h	3h30	4h	4h20	5h	6h	6h30	7h	8h	9h	10h	11h	12h
Hauteur	4,20	4	3,50	3	2,50	2	1,50	2	2,50	3	4	4,50	4,80	5	4

Représenter graphiquement la hauteur d'eau à chaque heure.

Enoncé 2

Voici un graphique représentant la hauteur d'eau à chaque heure :



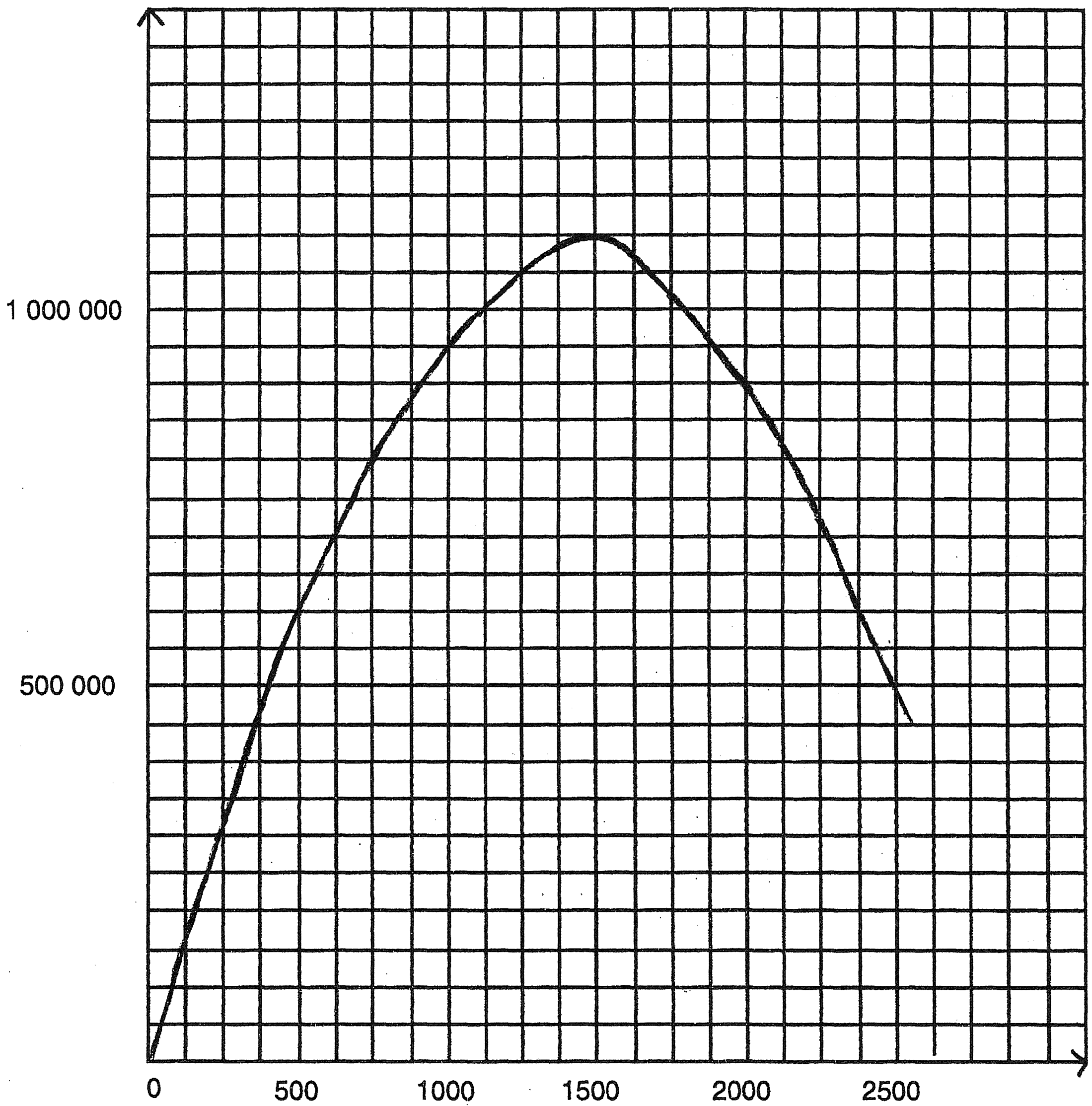
- A l'aide du graphique, indiquer les hauteurs d'eau atteintes à 1h, 2h30, 11h30.

- A quelle(s) heure(s) les hauteurs d'eau suivantes ont-elles été atteintes :
- 1,50 m? 2m ? 3,50m ? 5m ? 6m ?

- Trouver une hauteur d'eau atteinte à trois heures différentes; préciser ces heures.

Enoncé 3

La courbe ci-dessous représente la recette R, exprimée en francs, d'une exploitation agricole en fonction de la quantité q de pommes de terre récoltées, exprimée en tonnes.
En vous inspirant de l'exercice précédent (Enoncé 2), écrire un énoncé permettant d'exploiter cette courbe :



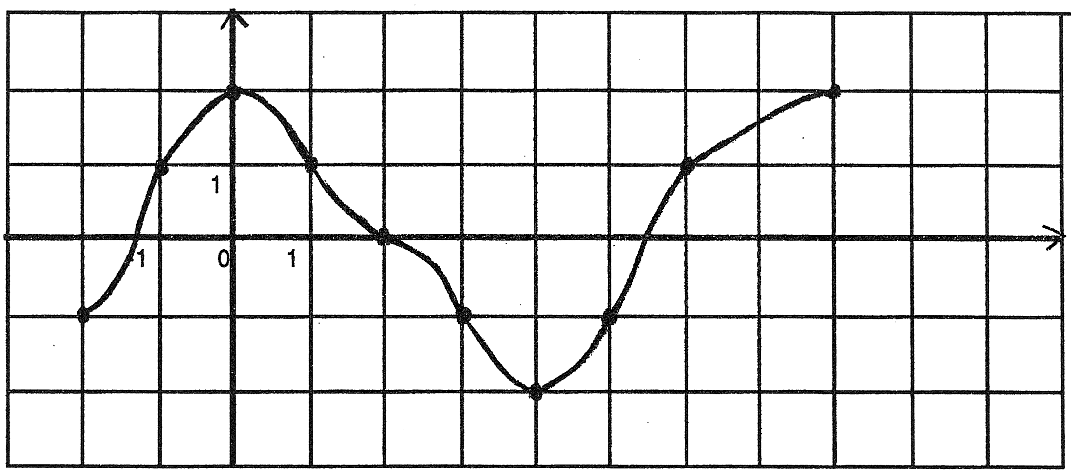
- A l'aide du graphique, indiquer ....

- ....

-..

Enoncé 4

Voici une courbe :



Ecrire un énoncé d'exercice permettant d'exploiter cette courbe.

Enoncé 5

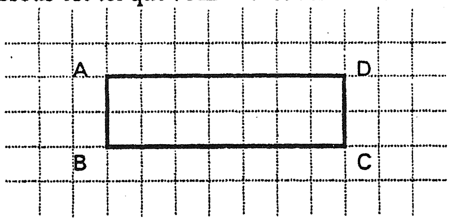
On reprend l'énoncé 3.
Le coût de production T, exprimé en francs, est donné en fonction de la quantité q de pommes de terre produite par la relation : $T(q) = 200\,q + 500\,000$.

- Représenter le coût de production sur le graphique de l'énoncé 3.
- Déterminer pour quelles quantités récoltées la recette est égale au coût de production;
- Quel est alors le bénéfice réalisé ?

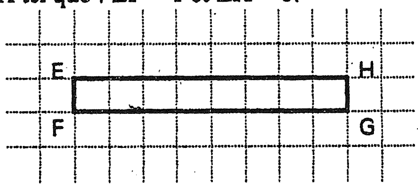
- Déterminer la zone de rentabilité, c'est-à-dire les quantités pour lesquelles la recette est supérieure au coût.

Enoncé 6

Le rectangle ABCD ci-dessous est tel que : AB = 2 et AD = 7 :



1° Voici un rectangle EFGH tel que : EF = 1 et EH = 8.

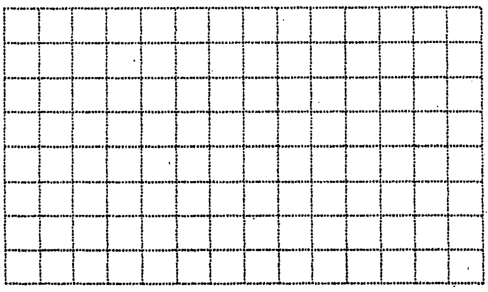


Son périmètre est égal à celui du rectangle ABCD, c'est-à-dire 18.

Comparer les aires des rectangles ABCD et EFGH.

2° Construire un rectangle IJKL qui vérifie les deux propriétés suivantes :
- son périmètre est égal à celui du rectangle ABCD ;
- son aire est supérieure à celle du rectangle ABCD.

IJ = IL =



Ces trois rectangles ont le même périmètre (18) mais des aires différentes. On aimerait savoir si, parmi les rectangles dont le périmètre est 18, il en existe un qui ait une aire supérieure à celle de tous les autres.

3° En remarquant que le demi-périmètre est 9, compléter le tableau ci-dessous :

mesure du 1er côté	0,5	1	1,3	2	2,5	3,5	4	4,2	4,5	5	6	7	8
mesure du 2ème côté	8,5	8		7	6,5	5,5	5			4	3	2	1
aire du rectangle	4,25	8		14	16,25	19,25	20			20	18	14	8

Compléter la phrase suivante :
"Si x est la mesure du premier côté, alors la mesure du deuxième côté en fonction de x est égale à .... et l'aire du rectangle en fonction de x est égale à ...."

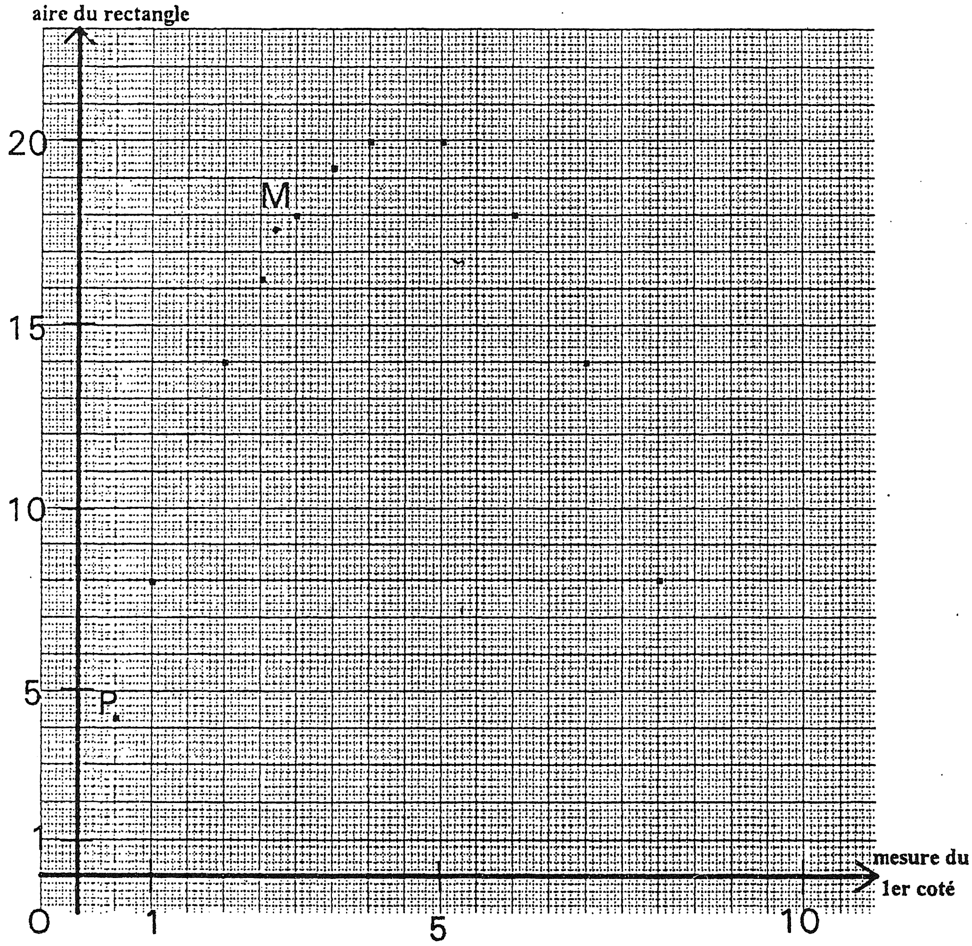
Tester cette formule en retrouvant l'aire du rectangle pour x valant 3,5.

....

Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche – Direction de l'évaluation et de la prospective (DEP)

4° Chaque point du graphique ci-dessous correspond à une colonne du tableau. Ainsi, le point P de coordonnées (0,5 ; 4,25) correspond à la première colonne du tableau.

Placer sur le graphique les points correspondant aux trois colonnes qui ont été complétées dans le tableau.



5° Le point M du graphique correspond à un rectangle. Quelles sont les coordonnées du point M ?

En déduire les mesures des côtés du rectangle correspondant.

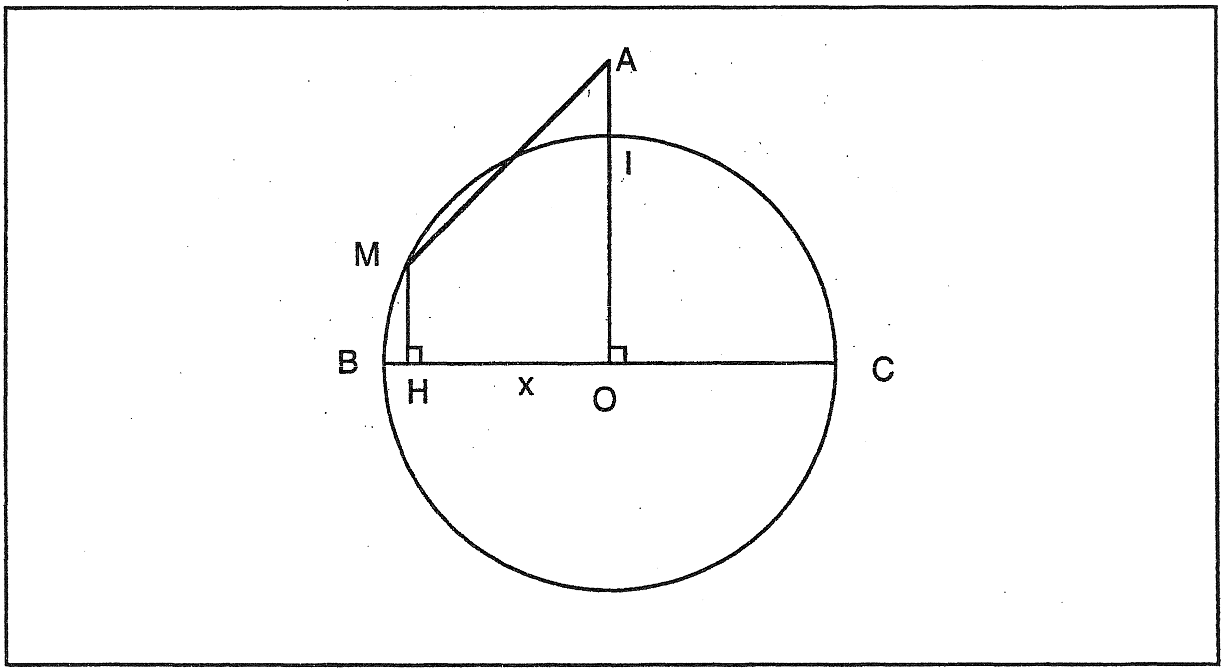
6° Peut-on dire que la plus grande aire possible est 20 ?

Répondre par "oui" ou par "non" : ....

Expliquer la réponse.

Enoncé 7

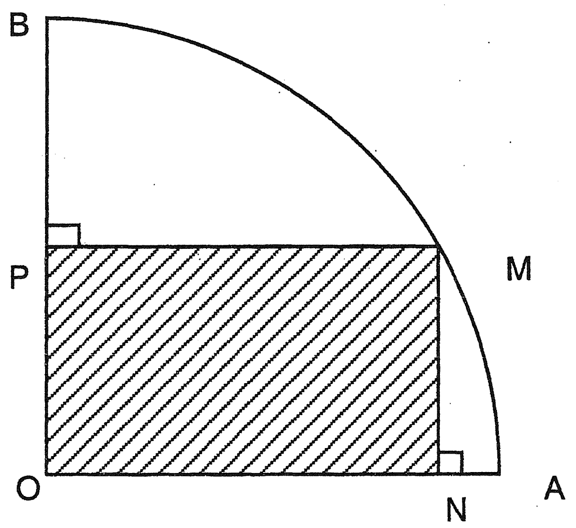
On considère un demi-cercle de centre O et de diamètre [BC] de longueur 6.
La médiatrice de [BC] coupe l'arc $\overset{\frown}{BC}$ au point I. Le point A est sur la demi droite [OI) et OA = 4.
Un point M se déplace sur le demi-cercle. Le point H est la projection orthogonale de M sur [BC]. On pose OH = x et f(x) = AM.
Etudier les variations de f.



Annexe 2

Activité 1

Enoncé
On considère un quart de cercle de rayon 10 ; un point M se déplace sur l'arc $\overset{\frown}{AB}$.
On appelle N et P les projetés orthogonaux de M sur (OA) et (OB) respectivement.
Le but est d'étudier l'aire du rectangle ONMP et ses variations.



Compte-rendu de l'activité

1°) Certains élèves pensent que cette aire ne varie pas, car "lorsqu'une dimension augmente, l'autre diminue". D'autres devinent que le maximum correspond au milieu de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

2°) On représente alors différentes positions de M que l'on numérote, on mesure les dimensions du rectangle correspondant et on calcule l'aire.

Position n°	
MN	
MP	
Aire	

3°) Plusieurs élèves, ayant la même valeur pour MN, n'ont pas lu la même valeur pour MP. Pour, au moins, éviter les erreurs de lecture, on suggère alors de compléter un tableau de valeurs "calculées" à partir de ON (on pourra dire "en fonction de ON").

ON	
MN	
Aire (valeur exacte)	
Aire (valeur calculée)	

4°) Comme on fait toujours le même calcul et que c'est fastidieux, on a envie d'utiliser une "formule". On pose x = ON : x est une dimension du rectangle, elle est **variable** et elle peut prendre n'importe quelle valeur de l'intervalle [0, 10].
Le triangle OMN est rectangle; en appliquant le théorème de Pythagore, il vient :

$OM^2 = ON^2 + MN^2$ d'où $MN^2 = 100 - x^2$ et $MN = \sqrt{100 - x^2}$.

L'aire de ONMP est égale à $x\sqrt{100 - x^2}$. Elle dépend de x. On dit que c'est une **fonction de x.** On écrit $\mathcal{A}(x) = x\sqrt{100 - x^2}$.

On peut alors remplir un **tableau de valeurs** pour cette fonction :

x	
$\mathcal{A}(x)$	

5°) Afin de mieux visualiser ce qui se passe, on trace **une courbe représentative de la fonction $\mathcal{A}$.**
C'est l'occasion de faire quelques rappels sur les notions d'abscisse et d'ordonnée et de préciser comment choisir les unités.
On s'aperçoit qu'il faut d'autres "points", par exemple pour x = 0,5, x = 1,5 .. etc.
Certains élèves suggèrent de relier les points à la règle. On peut alors expliquer que cela n'est pas possible en s'appuyant sur la notion d'équation de courbe. Ici l'équation n'est pas de la forme y = ax + b.

6°) On devine qu'il y a une valeur k telle que :
- sur [0, k], plus la variable x augmente, plus l'aire $\mathcal{A}(x)$ augmente.
- sur [k, 10], plus la variable x augmente, plus l'aire $\mathcal{A}(x)$ diminue.

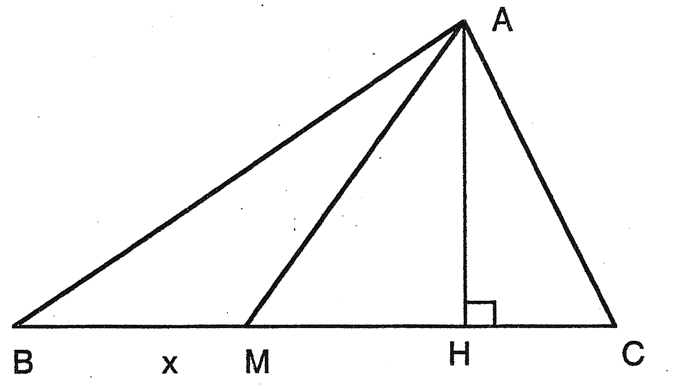
On dit que la fonction $\mathcal{A}$ est **croissante sur l'intervalle [0; k]** et qu'elle est **décroissante sur l'intervalle [k; 10].**

En x = k, la fonction admet un **maximum.** Graphiquement, on a $7 < k < 7{,}5$.
On essaye de calculer k; (mais le calcul s'avère trop difficile à ce niveau).

7°) On peut utiliser la courbe, en demandant de placer sur le quart de cercle le point M correspondant à une aire de 45 cm^2 ou 70 cm^2 ... etc. Cela permet d'apprendre à **résoudre graphiquement des équations** et de préciser le vocabulaire étudié (abscisse, ordonnée, antécédent, image...).

Activité 2

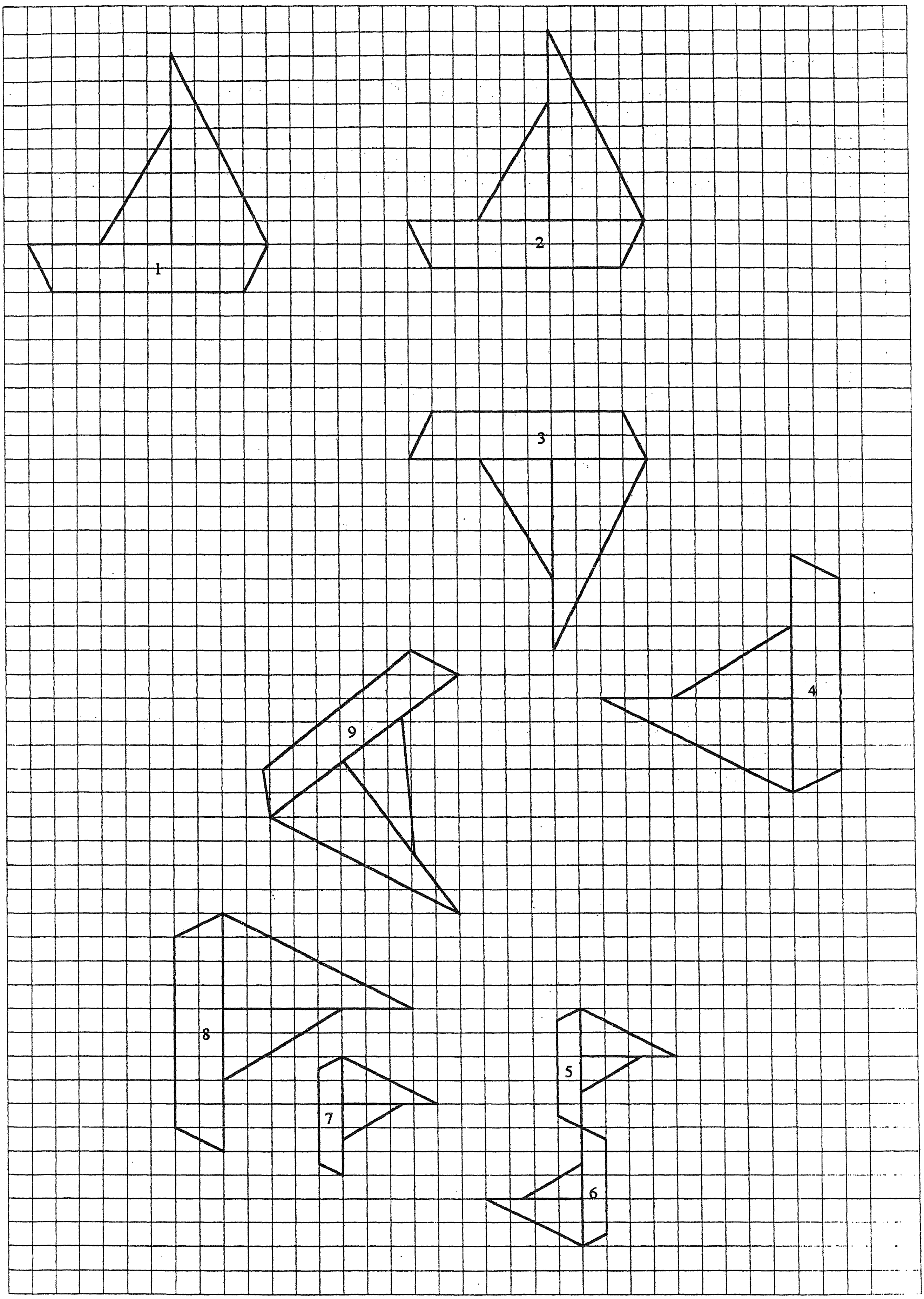
Enoncé
On considère un triangle ABC. Le point H est le projeté orthogonal de A sur (BC).
On a AH = 4, BH = 6, HC = 2.
Un point M se déplace sur [BC].
On pose BM = x; f(x) = aire de ABM; g(x) = AM et h(x) = Aire de AHM.
Sans faire de calculs, dresser un tableau de variations des trois fonctions f, g et h.

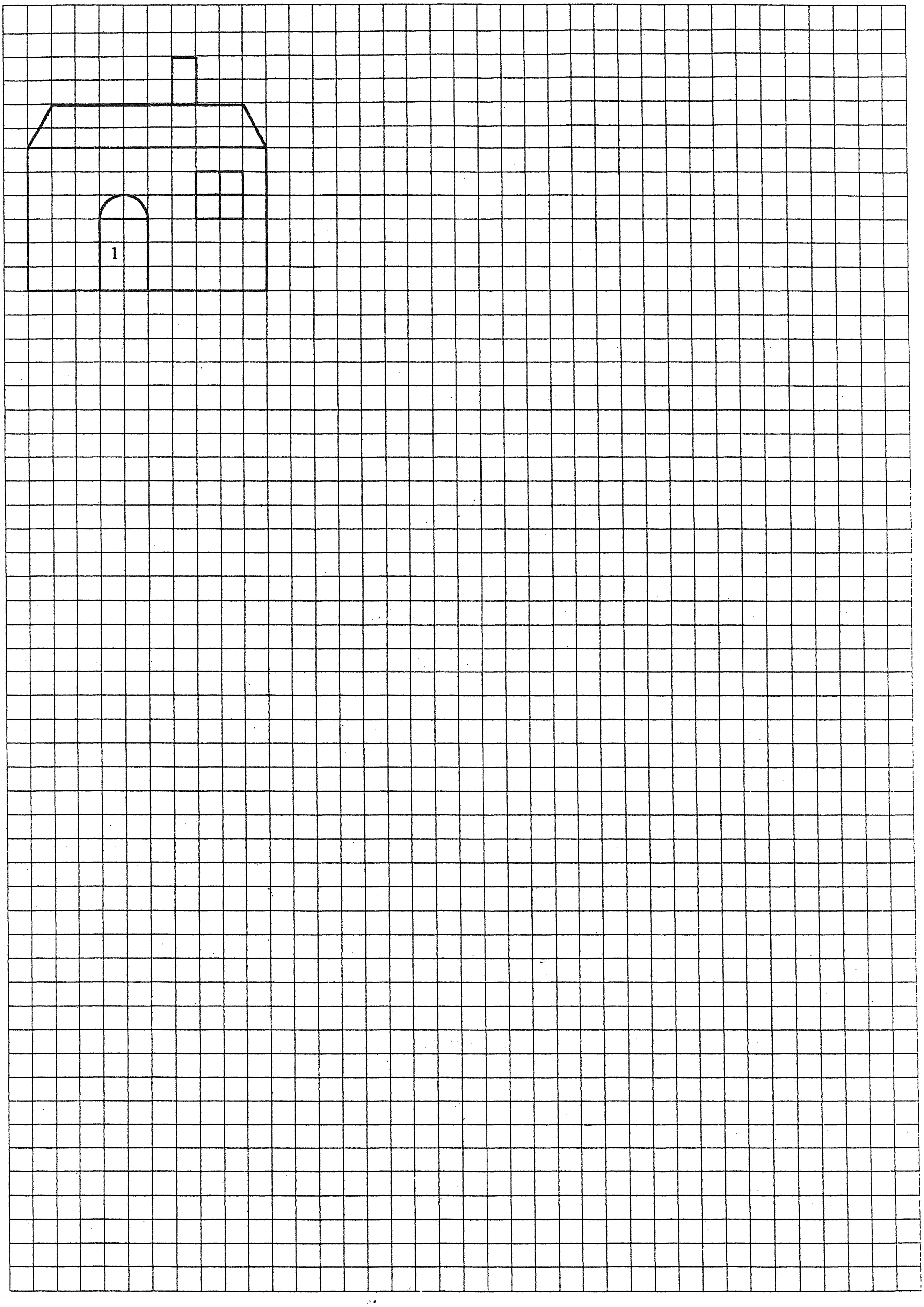


Commentaire

On peut poursuivre cette activité si on en a le temps, en faisant écrire les formules donnant ces trois fonctions.
La troisième est intéressante car elle est affine par morceaux.

Annexe 3




1

Annexe 4

Compte-rendu de deux séances d'A.I. portant sur la reprise des exercices de calcul algébrique du cahier d'évaluation. (Septembre 1999).

<u>Séance du 15/10</u> J'ai choisi 7 élèves en croisant 3 critères.
Mauvaise réussite aux exercices 1 et 3 de l'évaluation 1999.
____________ sur l'ensemble ____________
____________ sur le 1er contrôle fait en classe.

Dans la réalité les deux premiers critères ont été prépondérants dans mon choix. Ces sept élèves à qui j'ai proposé l'A.I. en leur expliquant rapidement le but (comprendre et corriger leurs erreurs aux exercices 1 et 3 de l'évaluation puis en faire une correction devant la classe) ont accepté sans réticence apparente.

La séance se déroule en présence de Jean JULO.

Les élèves se sont spontanément répartis en deux groupes : l'un de trois (Maud, Edwige et Ophélie) que Jean a plus spécialement observé, l'autre de quatre (Delphine, Laëtitia, Pascal et Jean-Charles) que j'ai suivi.

La consigne est de repérer, comprendre et corriger leurs erreurs aux sept premiers items (voir page 21) de l'exercice 1 de l'évaluation. J'essaie de les laisser trouver tout seul, je réponds à certaines questions posées mais sans leur dire s'ils ont « juste » ou « faux » (ce n'est pas facile). J'ai apporté quelques livres de 2nde en leur proposant de les consulter. Ce que certains ont fait, avec recherche pertinente des chapitres, des exercices ou exemples traités qui pourraient ressembler aux leurs.

Les élèves sont dans l'ensemble actifs, se posent plein de questions, essaient de se convaincre les uns les autres ; l'un deux (Pascal) va même, à un moment donné, naturellement au tableau pour exposer son idée.

L'une des difficultés de ce premier exercice de l'évaluation est que les résultats s'enchaînent : pour répondre à une question il faut se servir de ce que l'on a obtenu à la question précédente. Et cela les élèves ne le perçoivent pas d'emblée, d'autant que dans l'énoncé rien ne le suggère.

A ce propos, c'est Laëtitia, une des élèves ayant sans doute les plus grosses difficultés et de plus très réservée, qui a assez « rapidement » utilisé le développement de $36 - (x-6)^2$ pour factoriser (probablement parce que l'identité $a^2 - b^2$ ne lui saute pas aux yeux, mais alors pas du tout).

Une élève, Ophélie, ne joue pas vraiment le jeu et se laisse guider par les autres sans réellement s'investir elle-même.

Au bout d'une heure, tout le monde est arrivé à peu près au même endroit. Il reste, c'est selon, les deux ou trois derniers items (mais ce ne sont pas les plus difficiles).

Impression plutôt positive du déroulement de cette séance. Cependant, un bémol : Edwige sait qu'elle et ses camarades auront à présenter une correction devant la classe et supporte difficilement l'idée de ne pas savoir si ce qu'elle a écrit est correct ou non, et elle s'énerve un peu.

J'enregistre sa revendication et décide donc pour la séance suivante de ne pas les laisser dans le doute.

Séance du 22/10

Laëtitia est absente aujourd'hui, il n'y a plus que six élèves.

On reprend le travail de la semaine précédente, il s'agit cette fois de mettre en commun tout ce qu'ils ont fait. Je demande, pour chaque item, à un élève d'aller au tableau et d'en faire la correction. Tous passent au tableau mais ce sont eux qui se portent volontaires pour tel ou tel item. Ophélie, qui semblait peut s'investir à la première séance, démarre avec le développement de (x-6)

, elle écrit :

$$\begin{aligned} & (x-6)^2 \\ = \ & (x-6)(x+6) \\ = \ & x^2 - 12x + 36 \end{aligned}$$

Tollé des autres élèves :

* Maud lui dit « d'enlever le + » à la deuxième ligne tandis que Jean-Charles lui dit de supprimer carrément la deuxième ligne. Ophélie ne semble pas très convaincue mais se plie aux injonctions de ses camarades. Je lui rappelle que a^2 c'est a x a, un nombre multiplié par lui-même. Elle paraît alors plus sûre (peut être pour me faire plaisir ou pour avoir la paix...).

* Edwige traite correctement le deuxième item, le développement de $36 - (x-6)^2$.

* Pascal se propose pour le troisième item, la factorisation de $36 - (x-6)^2$.
  Il tient absolument à utiliser l'identité $a^2 - b^2$ mais s'embrouille complètement.
  [Il faut dire qu'au début de la séance, il m'a apporté, très heureux, les fiches qu'il a recherchées dans ses cours de collège. Il avait une feuille pour chacune des identités remarquables (j'ai alors constaté que de très nombreux exercices avaient été faits sur cette notion), une feuille sur les factorisations, une autre sur les équations, et dans la foulée il a aussi apporté une feuille sur les fonctions affines ! (plus en rapport avec ce que nous faisons en classe entière sur les fonctions)]. Il finit par réaliser la factorisation mais sous la « dictée » des autres élèves.

* Les autres items sont corrigés assez aisément par Maud, Delphine et Jean-Charles.

Cette mise en commun a duré plus longtemps que ce que j'avais imaginé. Certains ayant refait les mêmes erreurs (Ophélie – Pascal) il a fallu à nouveau discuter, échanger, etc...

Ensuite, je leur rappelle qu'ils présenteront leur corrigé devant la classe le vendredi suivant (29/10) mais que c'est moi qui les désignerai pour chaque item. Je leur demande d'être capable de faire cette correction, si possible, sans avoir de « papier » avec eux.

Puis je leur expose la suite de leur travail : chercher des exercices du même type dans le but de faire une interrogation au reste de la classe (le lundi 8/11 vraisemblablement) et ce seront eux qui corrigeront les copies.

Grands sourires de satisfaction et « sadisme » de certains : « il faut trouver quelque chose de dur ».

Imprimé et édité
Par l'I.R.E.M. de RENNES
Dépôt Légal : Premier trimestre 2001
N° de publication : 00/05

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – Bâtiment 32 B
35042 RENNES CEDEX
Tél : 02 99 28 26 34
Fax : 02 99 28 16 38
Site WEB : http://www.univ-rennes1.fr/irem

Commande :
Tél : 02 99 28 26 08
e.mail : Daniele.Quentin@univ-rennes1.fr

FICHE DUBLIREM

TITRE : MATHEMATIQUES EN SECONDE : COMMENT AIDER LES ELEVES EN DIFFICULTE ? *De la recherche d'activités différenciées à l'aide individualisée.*

I.R.E.M. : RENNES

AUTEURS : GALARD A. – GUIMIER F. – JULO J. – MEUNIER M. – MICHEL B. – ROUYER P. - TOSCER Y. -

DATE : DECEMBRE 2000

NIVEAU : Seconde

MOTS-CLES :

Aide individualisée – Activités différenciées.

RESUME :

Les travaux dont rend compte ce document se sont déroulés sur deux années mais avec un changement assez radical de perspective à la fin de la première année. C'est la réforme des lycées avec la mise en place de l'aide individualisée en classe de seconde qui a modifié, à la rentrée 1999/2000, la direction dans laquelle le groupe de recherche s'était engagé pour aider les élèves en difficulté. Les travaux réalisés au cours de chacune des périodes sont présentés mais l'accent est surtout mis sur les voies explorées pour définir le contenu des séances d'A.I., la manière de travailler lors de ces séances et le type de relation à établir avec les élèves qui y participent. Le document rend compte de plusieurs tentatives et présente plus en détails une modalité particulière : l'utilisation de « fichiers de travail autonome avec aide individualisée ». L'élaboration et l'expérimentation de deux fichiers (correspondant aux difficultés en calcul algébrique et en géométrie analytique) ont été démarrées mais la démarche elle–même n'a pu être mise à l'épreuve au cours de cette première année de l'A.I.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 x 29,7	73	2 €	250 Ex.

ISBN 2-85728-053-X