I R E M — R E I M S

L'Injectif

Bulletin de Liaison

de

l'IREM

de

REIMS

ÉLÉMENS D'ARITHMÉTIQUE, *D'ALGÈBRE* ET DE GÉOMÉTRIE.

DES MATHÉMATIQUES *en Général.*

LES Mathématiques sont une Science qui a pour objet la Grandeur en tant que mesurable.

2. On appelle *Grandeur* ou *Quantité*, tout ce qui est susceptible de plus ou de moins ; tout ce qui peut être augmenté ou diminué, *par exemple*, l'*Etendue*, le *Mouvement*, &c.

3. La Grandeur est ou *discrete*, ou *continue*. On appelle Grandeur ou Quantité discrete, un assemblage de parties désunies entr'elles, & qui forment plusieurs tous, plutôt que des parties d'un même tout ; *par ex :* un monceau de *bled*, de *sable*, &c.

A

Fonctionnement de l'IREM en 1979-1980 : p 1

Présentation des Centres et des activités : p 2-5

Quelques énoncés de géométrie élémentaire : p 6-8 (à suivre ...)

octobre 1979

N° 003

UNIVERSITÉ de REIMS - IREM
(UER Sciences)
B.P. 347 51062 REIMS CEDEX

I. R. E. M. de REIMS

FONCTIONNEMENT POUR L'ANNEE 79-80

Etant données les conditions de fonctionnement qui nous sont imposées à la rentrée de Septembre 1979, l'I.R.E.M. ne peut, parmi ses activités, maintenir les anciennes formules de stages de formation étalés sur l'année scolaire, dans les divers centres. La suppression des heures de décharge pour les stagiaires ne permet, en effet, plus que des actions ponctuelles, destinées à répondre aux besoins des Collègues enseignants.

Dans le cadre de cette mission d'information et d'aide à la formation continue, l'I.R.E.M., tout en poursuivant ses travaux de réflexion pédagogique et de recherche didactique, est à la disposition des Collègues de l'Académie pour organiser, sur leur demande, toute action (débats, conférences, expérimentations dans des classes,...) qu'un nombre suffisant d'intéressés demanderait ; ceci, bien entendu, dans les limites de notre potentiel-animateurs.

Les moyens dont dispose encore l'I.R.E.M. (bibliothèques, matériel de reproduction, matériel informatique) doivent permettre par ailleurs de maintenir, en dehors de toute préoccupation hiérarchique, le contact avec les enseignants de l'Académie.

Cette publication devrait permettre un échange d'informations entre nous. N'hésitez pas à nous écrire, et à nous exposer vos préoccupations et vos idées.

M. DAVID

Directeur de l'I.R.E.M. de REIMS

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Moulin de la Housse

B.P. 347 - 51062 REIMS - Cédex

Tél. : (26) 85 12 21
(26) 85 23 24 poste 208

Le Secrétariat, faute de moyens, ne fonctionne que les Lundi, Mardi et les Mercredi matin. Une permanence téléphonique fonctionne les autres jours.

Toute participation à une activité I.R.E.M., même ponctuelle, donne droit aux remboursements des frais de déplacement.

ORGANISATION DES DIVERS CENTRES DE L'I. R. E. M. de REIMS

Vous trouverez dans cette brochure la liste de nos Animateurs, avec indications de leurs secteurs d'activité et de leurs permanences.

Ils sont prêts à répondre, à mesure de leurs moyens, à toute demande que vous auriez à leur présenter, et à étudier toute action intéressant un nombre suffisant d'entre vous.

C H A L O N S

ANIMATEURS

Guy BERU - Certifié - E. N. Chalons/marne
33, Allée des Bosquets - 51000 SAINT MEMMIE - Tél. : 68 10 12

Claude RAJAIN - Certifié - E. N. Chalons/Marne
38, rue du Groupe Tritant - 51000 CHALONS/MARNE - Tél. :

Jean VINCENT - Certifié - E.N. Chalons/marne
6, rue Joseph Servas - 51000 CHALONS/MARNE - Tél. : 64 39 33

Secteurs d'activités

Recherches pédagogiques au sein du groupe académique des Professeurs de Mathématiques des Ecoles Normales.

Réflexion sur la géométrie du premier cycle

Permamence

Joindre Monsieur BERU

Des actions ponctuelles pourront être mises en place à la demande

CHARLEVILLE

I ANIMATEURS

Michel MARECHAL - Certifié - E.N. Charleville
15, Porte de Bourgogne - 08000 CHARLEVILLE-M. - Tél. : 36 72 75
Responsable de l'antenne de CHARLEVILLE

Jean-Pierre DUPONT - P. E. G. C. - Collège Nouvion/Meuse
Rue Louis Lenoir - Nouvion/Meuse 08160 FLIZE - Tél. : 34 04 68

Claude MATHIEU - Certifié - E.N. Charleville
18, rue des Tambours - 08000 CHARLEVILLE-M. - Tél. 36 75 99

Roger MILLIARD - Certifié - Lycée Mixte - Vouziers
TERRON/AISNE 08400 VOUZIERS - Tél. :

Jean-Serge THIRIET - P. E. G. C. - Lycée Monge Charleville
5, rue de la Demi-Lune - WARCQ 08000 CHARLEVILLE - Tél. :

Secteurs d'activités

Recherches Pédagogiques au sein du groupe académique des Professeurs de Mathématiques des Ecoles Normales

Recherche expérimentale sur les nouveaux programmes de quatrième (élaboration de séquences, expérimentation dans les classes)

Permanence

Joindre le Responsable à l'Ecole Normale - 34 rue J.B. Clément - CHARLEVILLE

Des actions ponctuelles pourront être mises en place certains vendredis après-midi.

II ANIMATEURS INFORMATIQUE

Amand JURION - P. E. G. C. - Collège Montherme
Rue de la 42e D.B.M.M. - 08800 MONTHERME - Tél. :

André SAYER - Certifié - Collège Bogny/Meuse
39 bis, rue Bernisseaux - 08120 BOGNY/MEUSE - Tél. :

Secteurs d'activités

Informatique et calculatrices programmables de poche

Clubs et jeux mathématique

Permanence

Joindre Monsieur JURION ou participer à la réunion du 24 octobre au CDDP de Charleville .

REIMS

I ANIMATEURS

Jean-Pierre GRANGE - Certifié - Lycée Roosevelt - Reims
35, Allée des Jonquilles - 51100 BETHENY - Tél. : 07 11 37

Bruno VINCENT - Certifié - Collège Brazzaville - Reims
33, rue Dr Schweitzer - 51370 SAINT BRICE - Tél. : 47 45 76

Secteurs d'activités

Concertation sur l'enseignement des Mathématiques au premier cycle.

Elaboration de documents de travail

Permanence

Vendredi après-midi, tous les 15 jours, à partir du 12 octobre, au Lycée Clémenceau, salle du 2ème étage.

II ANIMATEURS INFORMATIQUE

Yves ANDRIOT - Certifié - Collège Fismes
29, rue des Anémones - 51170 FISMES - Tél. : 48 16 63

Alain FAIVRE - Certifié - Collège les Bleuets Ay-Champagne
1, Square Lully, Appt. 26 - 51200 EPERNAY - Tél. : 51 00 67

Alain RIGAUT - Certifié - Collège Brazzaville Reims
15, rue de Nogent - 51100 REIMS - Tél. : 07 29 38

Secteurs d'activités

Utilisation des ordinateurs de l'IREM

Initiation au langage - Etablissement de programmes

Utilisation de tables traçantes.

Permanence

Certains vendredis après-midi, salle des ordinateurs de l'UER Sciences.

SAINT-DIZIER

ANIMATEURS

Louis-Marie BONNEVAL - Agrégé - Lycée St-Exupéry St-Dizier
5, avenue des 2 Pigeons - 52100 SAINT DIZIER

Christian PINTAT - Certifié - Collège Clos Mortier St-Dizier
146, Bt Les peupliers - Résidence de l'Eglantine - 52100 ST-Dizier

Daniel ZORN - P.E.G.C. - Collège Clos Mortier - St-Dizier
18bis, rue Buffon Bat. D n° 17 - 52100 SAINT-DIZIER

Secteurs d'activités

Groupe de réflexion sur le 1er et le 2d cycle

Liaison Mathématiques-Sciences Expérimentales

Exploitation des calculatrices de poche dans les classes du 1er cycle (contrôle programmé ?)

Permanence

Lycée d'Etat Mixte de Saint-Dizier

Joindre Monsieur BONNEVAL

Des actions ponctuelles pourront être mises en place à la demande.

EPERNAY

ANIMATEURS

Mme Jeanne GALMICHE - Certifiée - Lycée L. Bourgeois Epernay
1, rue Joseph de Venoge - 51200 EPERNAY - Tél. : 51 40 55

Mme Anne MANDRILLE - Certifiée - Lycée L. Bourgeois Epernay
7, rue Bel Air CHAMPILLON - 51160 AY CHAMPAGNE - Tél. : 51 54 30

Jean MANDRILLE - Certifié - Lycée L. Bourgeois Epernay
7, rue Bel Air CHAMPILLON - 51160 AY CHAMPAGNE - Tel. : 51 54 30

Secteurs d'activités

Poursuite d'une enquête sur les enseignants de Mathématiques

Réflexion sur les problèmes psycho-pédagogiques posés par les Mathématiques

Permanence

Lycée Nationale Mixte d'Epernay - Joindre M. MANDRILLE

Des actions ponctuelles pourront être mises en place dans toute l'académie, à la demande, dans le domaine psychopédagogique (formation à l'entretien en particulier

TROYES

ANIMATEURS

Melle Danielle HABERT - Certifiée - E.N. Sainte-Savine
70 C, rue Thiers - 10120 St-André-les-Vergers - Tél. :

Jean-Philippe CORTIER - Agrégé - Lycée M. de Champagne Troyes
60 bis, rue de la Paix - 10000 TROYES - Tél. :

Robert GARCIN - Agrégé - Lycée M. de Champagne Troyes
90 E, Avenue Chomedey - 10000 TROYES - Tél. : 43 67 14

Daniel HALAIS - Certifié - Lycée Curie Romilly/Seine
206, rue G. Péri - 10100 ROMILLY/SEINE - Tél. : 24 91 07

Yves HAUBRY - Certifié - Lycée Technique Troyes
36, rue des Cyclamens - 10150 PONT-SAINTE-MARIE - Tél. : 81 21 91

Robert LEDE - Agrégé - E.N.G. Troyes
118, Avenue du Gal Leclerc - 10300 SAINTE-SAVINE - Tél. : 79 04 43
Responsable de l'antenne de TROYES

Secteurs d'activités

Recherches Pédagogiques au sein du groupe académique des Professeurs de Mathématiques des Ecoles Normales

Réflexions pédagogiques et didactiques sur les connaissances du 1er et du 2d cycle. (programmes de 4ème, liaison 3ème - 2de, étude du programme de 2de)

Permanences

1. Ecole Normale de Garçons de TROYES - Première réunion le 12 octobre
Joindre éventuellement M. LEDE
2. Antenne au Lycée de Romilly (joindre M. HALAIS)

Des actions ponctuelles pourront être mises en place à la demande.

CHAUMONT

ANIMATEURS

Melle M-José GODON - Certifiée - Lycée Chaumont
8, rue de Lorraine - 520000 CHAUMONT - Tél. :

J-Claude DANIEL - Certifié - Lycée Chaumont
242, Village Lafayette - 52000 CHAUMONT - Tél. : 03 21 70

J-Marie MUNIER - Certifié - E.N. Chaumont
10, Rozian Sud Chamarandes - 52000 CHAUMONT - Tél. : 03 28 42
Responsable de l'antenne de Chaumont

Basile SIRCOGLOU - Certifié - E.N. Chaumont
31/73 rue Ampère - 52000 CHAUMONT - Tél. : 03 56 05

Secteurs d'activités

Recherches pédagogiques au sein du groupe académique des Professeurs de Mathématiques des Ecoles Normales

Problèmes de didactique ou de contenus d'enseignement

Constitution d'une bibliothèque de programmes pour mini calculatrices

Documentation administrative concernant les Mathématiques dans l'enseignement.

Permanence

Joindre Monsieur MUNIER ou Monsieur DANIEL

Une permanence fonctionne à l'Ecole Normale de Chaumont, avec possibilité de consulter ou d'emprunter des ouvrages de la bibliothèque, le mardi à 17 H 30.

Des actions ponctuelles pourront être mises en place à la demande des Collègues.

Enoncés pré-thalésiens

Le plan est un ensemble formé d'une infinité d'éléments appelés points, et comprenant une infinité de sous-ensembles propres appelés droites. Ces droites sont en bijection avec $\mathbb{R}$, grâce à la famille de leurs graduations.

Deux points distincts A et B du plan déterminent une droite et une seule telle que A et B lui appartiennent.
Toute droite peut ainsi être déterminée à partir de deux quelconques de ses points.

Une droite Δ détermine dans le plan deux demi-plans, limités chacun par Δ, qui leur appartient à tous les deux.
Si A et B sont deux points distincts d'un même demi-plan, le segment de droite $[AB]$ est entièrement dans ce demi-plan.
Si A et B sont deux points, non situés sur Δ, et situés dans des demi-plans différents, relativement à Δ, le segment $[AB]$ rencontre Δ.

Deux droites sécantes en A déterminent quatre secteurs plans, intersections respectives des deux demi-plans que chacune détermine.
Deux demi-droites Ax et Ay, non alignées, de même origine A, déterminent un secteur plan, intersection du demi-plan limité par la droite portant Ax, et contenant Ay, avec le demi-plan limité par la droite portant Ay, et contenant Ax.
Toute demi-droite joignant A à un point M de ce secteur, distinct de A, rencontre tout segment de droite $[BC]$ joignant un point B de Ax, autre que A, à un point C de Ay, autre que A.

Si A,B,C,D sont quatre points distincts, tels que trois quelconques d'entre eux ne soient pas alignés, et tels que les droites AB, BC, et CD ne rencontrent pas, respectivement, les segments $[CD]$, $[DA]$ et $[AB]$, alors la droite AD ne rencontre pas le segment $[BC]$.
Le quadrilatère ABCD est dit convexe et les segments $[AD]$ et $[BC]$, qui en sont les diagonales, se coupent.

Par un point A extérieur à une droite Δ, il passe une droite et une seule Δ', qui n'a aucun point commun avec Δ.
Δ et Δ' sont dites parallèles entre elles.

On appelle plus généralement droites parallèles deux droites dont l'intersection n'est pas formée d'un seul point. Elles sont donc soit confondues, soit à intersection vide. On notera $\Delta_1 // \Delta_2$.
Si deux droites sont parallèles, toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre ou, ce qui revient au même, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Enoncés thalésiens

E_8 Si trois parallèles découpent sur une sécante des segments égaux, elles découpent sur toute autre sécante des segments égaux.
Trois parallèles ainsi disposées seront dites équidistantes.

E_9 Dans un triangle ABC, les milieux respectifs B' et C' des côtés AB et AC déterminent une droite B'C' qui est parallèle à la droite BC.

E_{10} Si, sur une droite, quatre points A,B,C,D sont tels que $\overline{AB} = \overline{CD}$, quatre sécantes à cette droite, parallèles entre elles, menées par ces quatre points, déterminent sur toute autre sécante des points A',B', C', D' tels que $\overline{A'B'} = \overline{C'D'}$.

E_{11} Si, sur une droite, quatre points A,B,C,D sont tels que $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = k$, où k est un nombre réel, quatre sécantes à cette droite, parallèles entre elles, menées par ces quatre points, déterminent sur tout autre sécante des points A',B', C', D' tels que $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{C'D'}} = k$.

E_{12} Si quatre points A,B,C,D sont tels que la droite AB soit strictement parallèle à la droite CD, et que la droite AD soit strictement parallèle à la droite BC, (ceci sera notre définition du parallélogramme), les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu.

E_{13} Si, dans un quadrilatère ABCD, les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu, ABCD est un parallélogramme (c'est-à-dire AB//CD et AD//BC).

E_{14} Si trois droites x'ox, y'oy, z'oz, concourantes en un point O, coupent une droite en A, B, C respectivement, elles coupent toute parallèle à cette droite ne passant pas par O, respectivement en des points A', B', C' tels que $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{C'A'}}{\overline{C'B'}}$.

E_{15} Si l'on projette, parallèlement à deux directions quelconques, un segment $[AB]$ d'une droite Δ sur une parallèle quelconque Δ' à Δ, les segments $[A_1B_1]$ et $[A_2B_2]$ obtenus vérifient $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2}$.
Ceci permet de <u>définir</u>, sur deux droites parallèles, l'égalité intrinsèque de deux segments orientés par l'équivalence $\overline{AB} = \overline{A'B'} \Leftrightarrow AA'//BB'$.
Avec cette définition, les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux.

E_{16} Si deux droites x'ox et y'oy, sécantes en O, sont coupées par deux droites parallèles respectivement en A, B et A', B', on a, avec la notation précédente $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}$ (donc $= \frac{\overline{OB}}{\overline{OB'}}$).

E_{17} Soit O un point du plan. La correspondance qui, à tout point M, associe le point M' tel que O soit le milieu de $[MM']$ est appelée symétrie de centre O (ou demi-tour autour de O). Cette application involutive du plan, donc bijective, transforme deux points quelconques A, B en A' et B' tels que A'B'//AB et $\overline{A'B'} = \overline{AB}$. Elle conserve alignements et parallélismes.

Ayant choisi une unité de longueur sur une droite du plan, on peut lui associer, sur toute autre droite du plan, une unité qui lui sera égale. Ceci permet alors de définir, pour tout couple (A,B) de points du plan, une distance d(A,B), qui est un nombre positif ou nul (inversement proportionnel à la longueur de l'unité choisie).

Cette distance vérifie les propriétés suivantes :

→ $d(A,B) \geq 0$ et $d(A,B) = 0$ si et seulement si A et B sont confondus.

18 → $d(A,B) = d(B,A)$.

→ Les points M d'un segment [AB] vérifient $d(A,B) = d(A,M) + d(M,B)$.

→ Les autres points P de la droite AB vérifient donc $d(A,B) = d(A,P) - d(B,P)$ si B est entre A et P, et $d(A,B) = d(B,P) - d(A,P)$ si A est entre P et B.

→ Quels que soient A, B, C, $d(A,B) \leq d(A,C) + d(C,B)$, cette inégalité étant stricte si A, B, C sont non alignés (inégalité triangulaire).

Une fois l'unité choisie, on écrira souvent AB à la place de d(A,B), dans les égalités ou inégalités de longueurs.

Etant donnés deux points A et B distincts du plan muni d'une distance, l'ensemble des points M du plan tels que MA = MB est une droite appelée médiatrice du segment [AB] - on dira aussi "médiatrice de AB". Cette médiatrice coupe donc la

9 droite AB au point O, milieu de [AB].

On dira qu'une droite Δ est perpendiculaire à une droite Δ_o, si Δ est médiatrice d'un segment [AB] porté par Δ_o.

La médiatrice Δ d'un segment [AB] sépare le plan en deux demi-plans : celui

20 qui contient A est caractérisé par MA < MB, pour ses points non situés sur Δ ; celui qui contient B est caractérisé par MA > MB, pour ses points non situés sur Δ.

Si Δ_1 est perpendiculaire à Δ_2, alors Δ_2 est perpendiculaire à Δ_1. Plus précisément, si Δ_1 est médiatrice d'un segment [AB] porté par Δ_2, alors Δ_2 est médiatrice de tout segment [CD], porté par Δ_1 et dont le milieu est confondu avec le milieu de [AB].

21 Δ_1 et Δ_2 sont alors dites perpendiculaires entre elles (on dit aussi orthogonales entre elles). Notations $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

Une équerre permet de tracer approximativement de telles perpendiculaires. Le pliage d'un plan autour d'une de ses droites le permet également.

E_{22} Si quatre points A, B, A', B' alignés sont tels que [AB] et [A'B'] aient même milieu, les segments [AB] et [A'B'] ont même médiatrice.

Soit [AB] un segment de milieu H et soit Δ_o la médiatrice de [AB].

E_{23} Pour tout point M de Δ_o autre que H, on a AM > AH. De plus, on a $AM_1 = AM_2$ si $HM_1 = HM_2$ et $AM_1 > AM_2$ si $HM_1 > HM_2$ (M_1 et M_2 étant des points de Δ_o).

Il ne peut exister trois points A, B, C, alignés distincts tels qu'un point M

E_{24} du plan vérifie MA = MB = MC.

Si A, B, C sont distincts et alignés, les médiatrices de [AB], de [BC] et de [AC] sont deux à deux strictement parallèles.

E_{25} Etant donnés quatre points A, B, C, D distincts et alignés, les médiatrices de [AB] et [CD] sont parallèles.

E_{26} Deux perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

E_{28} Etant donné un point O d'une droite Δ, il existe une et une seule droite D, passant par O, et telle que Δ soit perpendiculaire à D (c'est-à-dire telle que Δ soit médiatrice d'un segment [AB] de D).

E_{28} Si $\Delta \perp \Delta_1$ et $\Delta_2 // \Delta_1$, alors $\Delta \perp \Delta_2$.

E_{29} Par un point A du plan passe une perpendiculaire et une seule à une droite Δ donnée.

E_{30} Etant donnés une droite Δ et un point A extérieur à Δ, il existe un et un seul point A' tel que Δ soit médiatrice de [AA']. On dit que A' est le symétrique de A par rapport à Δ.

E_{30} Etant donnés une droite Δ_o et un point A extérieur à Δ_o, il existe un point H et un seul, de Δ_o, tel que AH = d soit le minimum des distances de A aux divers points M de la droite. Pour tout point M de Δ_p autre que H, on a AM > AH. De plus, on a $AM_1 = AM_2$ si $HM_1 = HM_2$ et $AM_1 > AM_2$ si $HM_1 > HM_2$ (propriété des perpendiculaires et obliques). d s'appelle distance de A à Δ_o.

Soit A un point situé à une distance d > 0 d'une droite Δ_o.

E_{32} Quel que soit r > d, il existe deux points, et deux seulement, de la droite Δ_o, soient M_1 et M_2, tels que $AM_1 = AM_2 = r$.

Si H est le pied de la perpendiculaire menée de A à Δ_o, on a $HM_1 = HM_2$.

Enoncés métrico-thalésien

E_{33} La distance définie en E_{18} se conserve par projection parallèle entre des droites parallèles.

Enoncés du bloc orthogono-thalésien

E_{34} Dans un demi-plan limité par une droite Δ, l'ensemble des points M dont la distance à Δ a une valeur donnée d est une parallèle à Δ.

E_{35} Soit Δ une droite du plan. La correspondance qui, à tout point M, associe son symétrique A' par rapport à Δ est appelée symétrie axiale , d'axe Δ. Cette application involutive du plan, donc bijective, conserve alignements et distances.

E_{36} La symétrie axiale conserve le parallélisme.

E_{37} La symétrie axiale conserve l'orthogonalité.

E_{38} Etant donné un secteur plan, de sommet A, limité par les deux demi-droites [Ax) et [Ay), il existe une droite Δ, et une seule, telle que la symétrie axiale d'axe Δ transforme [Ax) en [Ay) - donc [Ay) en [Ax).
Δ, qui passe par A, est appelée bissectrice du secteur [Ax,Ay]
(on dira, plus simplement, que Δ est bissectrice de xAy).

Enoncés du bloc vectoriel

(à suivre......)

Je soumets les énoncés ci-dessus à l'étude de mes Collègues de l'Académie. C'est parmi eux — et parmi ceux qui suivront — qu'un nombre minimum d'axiomes pourra être pris, en classes de 4ème et 3ème, pour ceux qui aiment l'axiomatique.
E_8 à E_{14} sont d'ailleurs équivalents, mais le fait que E_{14} pris comme axiome entraine les six énoncés précédents n'est pas évident. Qui peut m'en donner une démonstration simple? Merci d'avance