LE BREVET BIEN TEMPERE

Dominique WOILLEZ
Collège Emile Combes, Bordeaux
Annie BERTE
Lycée Magendie, Bordeaux

Le brevet des collèges, bien que jugé avec condescendance par les acteurs du système scolaire, révèle chaque année la diversité des attentes des professeurs vis-à-vis de leurs élèves. Elaboré par un groupe d'enseignants, il est lui-même la résultante de leurs attentes privées, cette résultante n'étant pas nécessairement en accord avec celles des correcteurs. L'institution le sait, puisqu'elle leur fournit un corrigé trop détaillé pour n'être que de simples indications.

Cautionné par l'Inspection Académique, le brevet représente une sorte de test sur l'enseignement prodigué au travers du contrôle de certaines acquisitions des élèves. Il concrétise un certain nombre d'objectifs officieux complémentaires des programmes officiels et peut conduire à des ajustements de l'enseignement pour mieux le réussir[1].

C'est de ce point de vue que nous allons examiner le brevet 1993 de l'académie de Bordeaux (le texte complet est en annexe).

Au premier abord, le texte est clair, concis, sans fioriture pourrait-on dire ; les mathématiques qui sont en jeu sont de routine ; les règles du brevet - qui veulent que les deux premières parties soient constituées de questions indépendantes - bien que non notifiées au candidat - sont respectées[2] et même au-delà, puisque les questions du problème sont elles-mêmes indépendantes les unes des autres. Or le décalage entre ce qui peut apparaître comme une copie modèle (le corrigé officiel) et les productions des élèves dément cette première impression de limpidité.

I. La polysémie des verbes d'action

1. L'injonction «constructive» apparaît trois fois dans le texte avec des sens différents

«Construire la droite (D) *d'équation* y = 2x + 3».

Corrigé officiel :

2) Construire (D) : $y = -2x + 5$
pour $x = 0$, $y = 5$

x	0	2
y	5	1

(1,5)

D'après le corrigé officiel, on attend de l'élève qu'il montre comment il sait trouver les coordonnées de deux points de (D) et non comment il tire un trait reliant ces deux points !

[1] Les évaluations de la classe de seconde vont peut-être jouer un rôle analogue comme cela a été le cas pour les évaluations en sixième.

[2] Une petite entorse à cette règle est quand même faite dans le 2ème problème de géométrie, cf. question 3-b qui dépend de 2-b.

Il ne s'agit donc pas là, pour l'élève, à proprement parler, d'un problème de construction ni même de traçage, mais de montrer au correcteur ses connaissances en matière de points d'une droite définie par son équation.

L'élève qui trace la droite sans coup férir par une tout autre méthode (en utilisant le point (0 ; 3) et la pente par exemple, sans description) risque fort d'être pénalisé. C'est donc probablement une **explication** de la construction qui est demandée ici, plutôt que la construction elle-même.

«Construire le triangle ABC *tel que, en cm,* AB = 10,2 AC = 9 et BC = 4,8 *(on indiquera les détails de la construction)».*

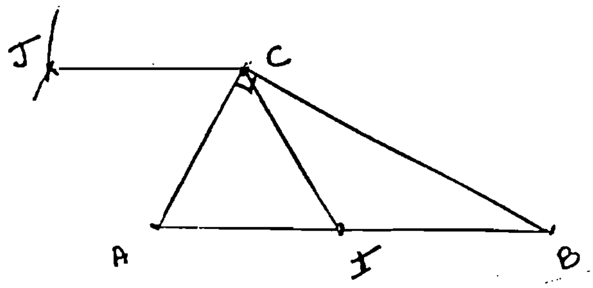
Le consensus est ici que le correcteur doit «voir» les deux petits arcs de cercle, ce sont là les *détails* qui révéleront que l'élève a utilisé son compas. Ajoutons que le correcteur n'a aucun calque pour vérifier quoi que ce soit et qu'il juge «à vue» ! Cette vue est par ailleurs interdite à l'élève par la suite, mais nous y reviendrons.

Aucune description n'est demandée, aucune preuve de constructibilité non plus. Certains élèves ont pourtant tenté les deux, respectant certainement le contrat en vigueur dans leur classe, et perdant ainsi un temps précieux.

Les élèves qui procèdent par ajustements successifs avec la règle graduée et obtiennent pourtant un dessin conforme au triangle demandé[3] seront pénalisés d'un nombre de points laissé à l'appréciation du correcteur, et les mystificateurs signalés par Y. Chevallard, qui simulent les arcs de cercle, passeront inaperçus.

« Construire le point J tel que $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{CJ}$ *».*

Corrigé officiel :



Les deux petits arcs de cercle discrets du corrigé semblent indiquer que l'on attend de l'élève la construction du parallélogramme CBIJ par report des distances BI et BC.

Or la définition du parallélogramme comme quadrilatère à côtés opposés de mêmes longueurs n'existe pas officiellement au collège, et est même parfois combattue par certains enseignants - car des élèves l'emploient - au nom du contre-exemple croisé. Donc les élèves avaient deux possibilités.

- Utiliser l'égalité naïve de deux vecteurs (même direction, même sens, même longueur). Le dessin qui s'ensuit ne peut être jugé que très approximativement par le correcteur, puisqu'aucune explication, particulièrement sur la façon d'obtenir des segments parallèles, n'est redevable, puisqu'on ne demande pas de *détails*. Cette option a été massivement choisie par les élèves, d'autant plus que le candidat disposait de papier quadrillé, pour le dessin du problème. Il était censé ne pas s'en servir avant, ce que n'ont pas compris nombre d'entre eux.

- Tracer le parallélogramme (ce qui n'est pas fait dans le corrigé) complet CBIJ, par une méthode disponible, les diagonales par exemple.

[3] Y. Chevallard, Autour de l'enseignement de la géométrie - première partie, petit x n° 27, p. 75.

Or le choix de la première possibilité, celle de l'égalité naïve, court-circuitait la question suivante, puisque choisir le segment BI ou choisir le segment AI revenait au même dans la pratique.

Corrigé :

3°) a). $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CJ}$
et $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IA}$ (I milieu de [AB])
donc $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{IA}$
CJAI parallelogramme

L'égalité vectorielle qui démontre pour le professeur que CJAI est un parallélogramme, est pour l'élève une écriture compliquée pour quelque chose allant de soi, puisqu'il a très bien pu l'utiliser pour sa construction.

Le mot «construire» est donc utilisé successivement dans les sens suivants :
- expliquer sa méthode qui permet le traçage de (D),
- construire avec implicitement une contrainte sur les instruments pour ABC,
- et placer le point J, tout cela en ignorant le papier quadrillé disponible.

2. L'injonction «calculer» apparaît 5 fois dans le texte

«*Soit l'expression* $E = x^2 - 4x + 4$.
Calculer E *pour*
a) $x = 2\sqrt{3}$ b) $x = \frac{2}{3}$».

Corrigé officiel :

1) pour $x = 2\sqrt{3}$
$E = 12 - 4(2\sqrt{3}) + 4$
$E = 16 - 8\sqrt{3}$

pour $x = -\frac{2}{3}$
$E = \frac{4}{9} + \frac{8}{3} + 4$
$= \frac{4 + 24 + 36}{9}$
$= \frac{64}{9}$

On attend de l'élève :
1) qu'il n'utilise pas sa machine à calculer

2) qu'il effectue et laisse en évidence tous les calculs intermédiaires usuels

3) qu'il conserve la valeur exacte.

Or de nombreuses copies montrent des «calculs» attendus, plus les valeurs données par la machine, qui ont le mérite d'être des résultats bien plus achevés, du moins au sens du physicien[4], que $16 - 8\sqrt{3}$ et $\frac{64}{9}$. La question pour l'élève est : quand arrête-t-on le calcul et pourquoi ? Dans l'incertitude il donne tout au correcteur, celui-ci saura bien prendre ce qui l'intéresse ; cette tactique se révèlant excellente.

---

4 A. Berté, Mathématiques dynamiques, Nathan, à paraître.

Remarquons que rien n'interdit d'effectuer les calculs intermédiaires à la machine, ni de montrer au correcteur ces résultats partiels, ce qu'aucun candidat ne fait, contrat oblige. Dans le cas présent, seul le calcul de $4 \; 6 \; 2\sqrt{3}$ aurait été erroné[5].

Rien n'interdit non plus de vérifier à la calculatrice la concordance des résultats trouvés, mais là encore, aucun élève ne le fait.

«Calculer le prix du disque et le nombre des amis de Jean».

Corrigé officiel :

Soit n le nombre des amis de Jean

$$20 \times n + 12 = 25 \times n - 18$$
$$30 = 5 \times n$$
$$n = 6$$

Prix du disque $= 20 \times 6 + 12 = 132$ F

On attend de l'élève qu'il justifie son résultat, et la résolution par l'algèbre est ici «recommandée», en tant que trace de cette justification.

Or deux autres méthodes pouvaient être mobilisées par les élèves et l'ont été effectivement.

- L'arithmétique : l'écart de prix est de 30 F pour une différence de participation de 5 F ; donc Jean a 6 amis. Cette méthode apparaît si évidente pour l'élève virtuose de l'arithmétique - il en existe - qu'il ne se semble redevable d'aucune trace écrite[6]. Sur la copie risque d'apparaître : «Jean a 6 amis» et dans le meileur des cas « 30 : 5 = 6 ».

- La calculatrice : l'élève teste le nombre des amis de Jean, et comme ce nombre n'est pas trop grand, il arrive vite à la solution. Mais que mettre sur la copie ? D'autant plus que, peut-être conscient qu'on attend autre chose de lui, il est un peu honteux de sa retrouvaille. Il donne le résultat sans explication.

L'évaluation de ces procédures est laissée là encore à l'appréciation du correcteur.

«Calculer les coordonnées du point F *commun à* (AI) *et* (D)».

Corrigé officiel :

$F(x, y)$

3°) $F \in (AI)$ et $F \in (D)$

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - 1 = -2x + 5 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ici «calculer» veut dire «ne pas lire sur le graphique» que l'on a par ailleurs demandé de faire.

On attend la résolution d'un **système** avec accolades de rigueur.

On peut se demander ce que le correcteur accordera comme points :

---

[5] Avec une calculatrice qui sait calculer dans Ω.

[6] Cette absence est même un des attributs de l'arithmétique. Voir : Y. Chevallard, Le passage de l'arithmétique à l'algèbre en mathématiques au collège, petit x n° 19, p. 64.

- au candidat qui a lu les coordonnées (2 ; 1) du-dit point pour vérifier ensuite par le **calcul** que ce sont bien les solutions ;
- à celui qui écrit simplement l'équation donnant l'abscisse, la résout, et donne correctement les deux coordonnées.

«*Calculer l'aire de* (B) *arrondie au* cm^2».

aire de $\mathcal{B}$: $\pi \times 8^2 = 64\pi \approx 201\ cm^2$

Ici, il faut comprendre **calculer à la machine**, puis arrondir la valeur proposée par celle-ci. Le calcul intermédiaire exact 64π, qui apparaît dans le corrigé, est une utopie. Ainsi calculer veut dire successivement :
- montrer que l'on sait calculer à la main et que l'on sait s'arrêter à temps,
- justifier un résultat par une modélisation algébrique,
- calculer à la machine.

3. Enfin l'injonction «montrer» qui semble être dans ce texte la version édulcorée de «démontrer»

« *Montrer que la droite* (AI) *a pour équation* $y = x - 1$ ».

Corrigé :

1) (D) : $y = x - 1$
$A(0,-1) \in (D)$ car $0 - 1 = -1$
$I(1,0) \in (D)$ car $1 - 1 = 0$
donc $(D) = (AI)$
donc $(AI) : y = x - 1$

Montrer veut dire «vérifier», d'après le corrigé.

L'élève qui «bâtit» l'équation de (AI), ne fait que respecter un des commandements du raisonnement déductif «Tu ne partiras point de la conclusion». Au moins on peut espérer que cet élève ne sera pénalisé qu'en temps.

Remarquons que la solution proposée par le corrigé passe sous silence, comme une évidence, le fait que deux points distincts d'une droite la définissent de façon unique ; cette évidence ne semble pas partagée par de nombreux élèves qui pour tracer la droite (D) de la question suivante utilisent trois points (mais on ne saurait tenir rigueur à l'élève de cette surabondance).

« *Montrer que* ABC *est un triangle rectangle* ».

Corrigé :

2°) a) $AB^2 = 104,04$
$AC^2 + CB^2 = 104,04$ (1,5)
D'après la réciproque du th. de Pythagore, ABC est rectangle en C

On attend ici la mention «réciproque du théorème de Pythagore».

La distinction que doit faire l'élève entre le théorème et sa réciproque est donc considérée ici comme importante.

Or, mis à part des candidats qui **montrent** l'angle droit sur la figure qui vient d'être demandée, la plupart hésitent entre «le théorème direct» et «le théorème indirect» (sic) (le même phénomène se reproduira pour le théorème-propriété-configuration de Thalès - la terminologie varie - à la page suivante). Sachant par expérience que son professeur est pointilleux sur cette distinction, l'élève choisit une position intermédiaire qui lui permet d'obtenir un nombre raisonnable de points sans trop s'avancer ; cela donne, par exemple, la phrase «$10{,}2^2 = 9^2 + 4{,}8^2$», (ici, luxe de détails de calculs qui paraissent importants à l'élève et dont l'enseignant n'a que faire), et la phrase «le triangle est rectangle» ; les deux phrases étant dans un ordre quelconque et, soit non liées, soit liées par «car» ou «donc ou «par Pythagore».

Ce n'est pas un hasard si ce sont les verbes «construire», «calculer», «montrer», qui semblent être atteints de polysémie. L'action qui n'a d'autre finalité que de se montrer a toute chance d'être aveugle et de s'éparpiller au gré de ce que l'élève pense être l'humeur du correcteur.

II. L'obscurité du langage mathématique

1. E désigne dans le premier exercice trois objets, une expression algébrique, et deux nombres différents :

1) $x^2 - 4x + 4$ 2) $(2\sqrt{3})^2 - 4\ 6\ 2\sqrt{3} + 4$ 3) $(\frac{2}{3})^2 - 4\ 6\ (\frac{2}{3}) + 4$

A l'instar du corrigé (cf.annexe), la notation et la rédaction obligent à écrire successivement, $E = 16 - 8\sqrt{3}$, puis $E = \frac{64}{9}$. Aussi des élèves ont-ils cherché à factoriser, pour répondre à la question qui suit, chacun des nombres trouvés au 2) et 3) ! L'effort louable de simplification du langage mathématique conduit dans ce cas à une totale incompréhension.

Cette incompréhension est accentuée par le fait que pour un certain nombre d'élèves remplacer x par un nombre n'est pas remplacer toutes les occurrences de x mais seulement certaines d'entre elles, montrant que la conception de l'égalité est bien floue pour certains, et ce n'est pas ce type de notations qui va la préciser.

Pourtant la notation fonctionnelle E(x) existe au collège, même si l'enseignant doit «l'introduire prudemment»[7]. Sa difficulté de compréhension a amené certains à l'occulter complètement - on peut lui prévoir le même sort que la valeur absolue et les mesures algébriques - au profit de notations telles que E, qui occasionne également des dérapages, comme on le voit.

2. La désignation (O, I, J) pour un repère est, d'après ce texte, une connaissance à avoir.

En effet, pour qui ne savait pas que I est le point de coordonnées (1 ; 0), la question 1 était bloquée. Or les programmes officiels sont muets sur ce sujet, cette notation relève d'une habitude de certains enseignants ; habitude qui peut être jugée préjudiciable pour la suite, lorsque le repère devra être choisi pour sa commodité dans une figure de géométrie complexe, par exemple.

[7] p. 66. Programmes officiels, Mathématiques 6ème, 5ème, 4ème, 3ème. Ministère de l'Education Nationale, 1989.

III. Les objectifs officieux et révisables

1. Un paradoxe. En principe, le brevet est destiné à fournir un diplôme à des élèves qui ont peu de chance d'en avoir d'autres, en un mot aux élèves en grande difficulté, ceux dont on dit qu'ils ne sont pas «scolaires», c'est-à-dire ne rentrent pas dans le jeu notamment mathématique. D'où les «constructions», les calculs, qui leur sont particulièrement destinés ; activités de dessin, algorithmes que l'on pense pouvoir, à coup de répétitions, enseigner à tous ; savoir-faire sans autre finalité que celle d'être facilement contrôlés. D'où le langage épuré jusqu'à la sécheresse, puisque l'on sait que ces mêmes élèves lisent mal.

Nous arrivons alors à un paradoxe, où l'élève en difficulté doit deviner les attentes de l'examinateur au travers d'un langage laconique aux multiples significations, cet élève pouvant être en difficulté parce qu'il ne comprend pas ou n'accepte pas le contrat didactique en vigueur dans sa classe[8].

Si l'enseignant veut la réussite de son élève, il devra l'entraîner à décrypter ce type de texte, au détriment d'apprentissages plus gratifiants[9].

2. La solitude dans laquelle se trouve le professeur de collège provoque «une multiplicité de décisions individuelles non coordonnées»[10]. Et chaque année le professeur de 3ème va réviser ses exigences en partie en fonction du brevet. Car les enjeux sociaux sont non négligeables (le pourcentage de réussite au brevet de chaque collège est du domaine public, même si le public ne sait pas comment cette réussite est obtenue), attestés par les écarts importants entre les résultats obtenus au contrôle continu et à l'examen (ces écarts ne sont pas, eux, du domaine public), mais bien connus des Inspections Académiques.

«Je m'en veux», soupir un professeur, «de ne pas avoir rappelé ce qu'était la notation scientifique !». Un autre réplique «et moi, de ne pas avoir systématisé la notation (O, I, J) pour un repère»...

Ces réflexions montrent bien la découverte pour les enseignants d'objectifs négligés qui leur sont rappelés ainsi par le brevet. Gageons que ceux-ci figureront dans leur enseignement l'année prochaine. Le corrigé officiel joue un rôle dans ce rappel annuel de l'institution. Car il n'est pas une anticipation des différentes stratégies des candidats, ni leurs différentes évaluations. Tout celà est laissé à l'initiative du correcteur, au nom d'une liberté qui l'autorise à toutes les interprétations possibles. Le corrigé se présente comme une copie modèle, de ce qui doit être la rédaction du bon élève. Le bon élève, c'est celui qui reconnaît certaines configurations clés (celle de Pythagore, celle de Thalès, celle du triangle rectangle) et certaines écritures (produits remarquables, produits nuls), celui qui doit pouvoir exhiber sa maîtrise du calcul sur les fractions et sur les radicaux et sait ce qu'on attend de lui. C'est sa capacité à reconnaître la ressemblance entre les exercices de l'examen et ceux qu'il a déjà fait, qui sera évaluée[11].

---

[8] G. Brousseau, Le cas de Gaël, IREM de Bordeaux, 1981.

[9] Les éditeurs et les auteurs des manuels de 3ème l'ont bien compris !

[10] Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques, S. Johsua et J.J. Dupin, PUF, 1993.

[11] Qui mène à ce que G. Brousseau appelle : L'usage abusif de l'analogie dans son analyse des dérivés du contrat didactique, dans Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, RDM n° 7-2, p. 44.

PREMIERE PARTIE (12 points)

ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1 :

Soit l'expression $E = x^2 - 4x + 4$

1°) Calculer E pour a) $x = 2\sqrt{3}$

b) $x = (-\frac{2}{3})$

2°) Factoriser E

3°) Résoudre l'équation $E = 4$

Exercice 2 :

Le chiffre d'affaires de Mac Donald a été en 1990 de 20 milliards de dollars. Il correspond environ à 10 % du budget de la France.

Calculer le montant du budget de la France en dollars puis en francs : (on donnera l'écriture scientifique des résultats ; on prendra 5,44 F pour valeur du dollar).

Exercice 3 :

Plusieurs amis veulent offrir un disque à Jean pour son anniversaire.

Si chacun verse 20 F, il manquera 12 F

Si chacun verse 25 F, il y a 18 F de trop.

Calculer le prix du disque et le nombre des amis de Jean.

DEUXIEME PARTIE (12 points)

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1 :

Dans un repère orthonormal (O, I, J), soit le point A de coordonnées (O, - 1)

1°) Montrer que la droite (AI) a pour équation $y = x - 1$

2°) Construire la droite (D) d'équation $y = -2x + 5$

3°) Calculer les coordonnées du point F commun à (AI) et (D).

Exercice 2 :

1°) Construire un triangle ABC tel que, en cm, AB = 10,2 AC = 9 et BC = 4,8 *(on indiquera les détails de la construction)*

2°) a) Montrer que ABC est un triangle rectangle

b) Soit I le milieu de [AB]. Quelle est la longueur de CI ? Justifier.

3°) a) Construire le point J tel que $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CJ}$

b) Montrer que AICJ est un losange.

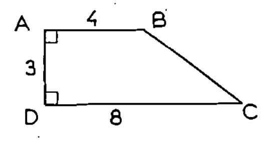
.../...

Académie de Bordeaux	DDIPLOME NATIONAL DU BREVET SERIE COLLEGE	Session 1993
Durée : 2 H		
Coefficient :	Epreuve : MATHEMATIQUES	RECTO/VERSO

TROISIEME PARTIE (12 points)

PROBLEME

I -



ABCD est un trapèze rectangle de bases [AB] et [CD] tel que, en cm, AB = 4 DC = 8 et AD = 3

* Faire un dessin en vraie grandeur et compléter au fur et à mesure.

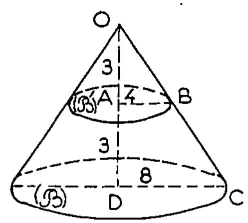
1°) Les diagonales du trapèze se coupent en G.

Montrer que $\frac{GA}{GC} = \frac{GB}{GD} = \frac{1}{2}$

2°) Les demi droites [DA) et [CB) se coupent en O. Montrer que A est le milieu de [OD] et B celui de [OC]

3°) Montrer que la droite (OG) coupe le segment [DC] en son milieu.

II - Dans l'espace, en tournant autour de la droite (OD), le triangle ODC rectangle en D engendre un cône de révolution $(\mathcal{C})$.Son sommet est le point O et sa base le disque $(\mathcal{B})$ de centre D et de rayon DC.



1°) Calculer l'aire de $(\mathcal{B})$ *arrondie au* cm^2 et le volume de $(\mathcal{C})$ *arrondi au* cm^3

2°) Le triangle OAB engendre le cône $(\mathcal{C}')$ de sommet O et de base, le disque $(\mathcal{B}')$

On admet que le plan de $(\mathcal{B}')$ est parallèle à celui de $(\mathcal{B})$

a) Par quel nombre faut-il multiplier l'aire de $(\mathcal{B})$ pour obtenir l'aire de $(\mathcal{B}')$?

b) Par quel nombre faut-il multiplier le volume de $(\mathcal{C})$ pour obtenir le volume de $(\mathcal{C}')$?

REDACTION ET PRESENTATION 4 POINTS

Académie de Bordeaux Durée : 2 H Coefficient :	DDIPLOME NATIONAL DU BREVET SERIE COLLEGE	Session 1993
Epreuve : MATHEMATIQUES		

Sujet n°1 — Activités numériques — (CORRIGÉ)

Ex 1 1) pour $x = 2\sqrt{3}$ $\quad E = 12 - 4(2\sqrt{3}) + 4$

$E = 16 - 8\sqrt{3}$. $\quad$ 1,5

pour $x = \frac{-2}{3}$ $\quad E = \frac{4}{9} + \frac{8}{3} + 4$

$= \frac{4 + 24 + 36}{9}$

$= \frac{64}{9}$ $\quad$ 1,5

2) $E = (x-2)^2$. $\quad$ 1

3) $E = 4$ $\quad x^2 - 4x + 4 = 4$

$x(x-4) = 0$

$x = 0$ ou $x = 4$ $\quad$ 2

Ex 2

Chiffre d'affaire de la France $= 2 \times 10^{10} \times 10$ dollars.

$= 2 \times 10^{11}$ dollars.

$= 2 \times 5,44 \times 10^{11}$ Francs $\quad$ 2

$= 10,88 \times 10^{11}$ Francs

$= 1,088 \times 10^{12}$ Francs. $\quad$ 1

Ex 3 Soit n le nombre des amis de Jean.

$20 \times n + 12 = 25 \times n - 18$ $\quad$ 1

$30 = 5 \times n$ $\quad$ 1

$n = 6$.

Prix du disque $= 20 \times 6 + 12 = 132^F$ $\quad$ 1

CORRIGÉ

Académie de Bordeaux	Diplôme National du Brevet Collège	Session 1993 1/2
Durée : 2h		
Coefficient :	Epreuve : Mathématiques	Recto/Verso

Volume $\frac{1}{3} \times 6 \times 64\pi = 128\pi \approx 402\ cm^3$ $\quad$ (1,5)

2) Le disque $\mathcal{B}'$ est une réduction de $\mathcal{B}$

Le cône $\mathcal{C}'$ est une réduction du cône $\mathcal{C}$

L'échelle de la réduction est $\frac{OA}{OD} = \frac{1}{2}$

Dans une réduction à l'échelle k, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3

Donc $\quad$ aire de $\mathcal{B}' = \frac{1}{4} \times$ aire de $\mathcal{B}$

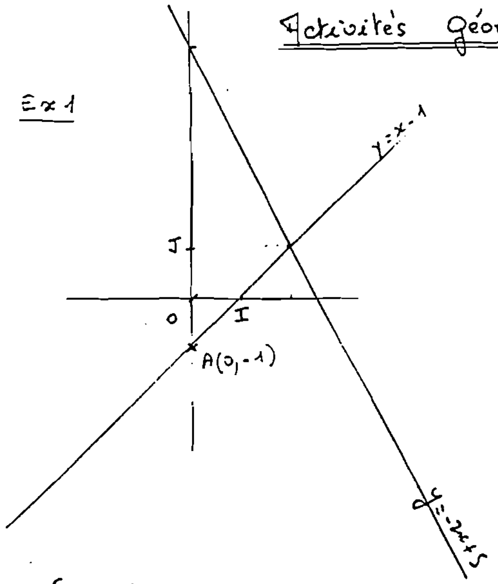
Volume de $\mathcal{C}' = \frac{1}{8} \times$ volume de $\mathcal{C}$

$\frac{\text{aire de } \mathcal{B}'}{\text{aire de } \mathcal{B}} = \frac{1}{4}$ et $\frac{\text{volume de } \mathcal{C}'}{\text{volume de } \mathcal{C}} = \frac{1}{8}$ $\quad$ (1) (1)

Activités géométriques :

0,5 (unité + pt A)

Ex 1



1) (D) : $y = x - 1$.

$A(0,-1) \in (D)$ car $0 - 1 = -1$.

$I(1,0) \in (D)$ car $1 - 1 = 0$.

donc $(D) = (AI)$

donc $(AI) : y = x - 1$. (1,5)

2) Construire $(D) : y = -2x + 5$

pour $x = 0$, $y = 5$.

x	0	2
y	5	1

(1,5)

3°) $F(x,y)$

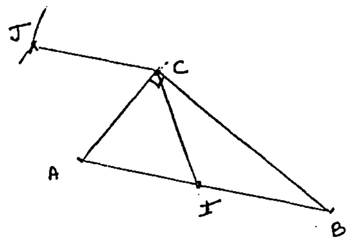
$F \in (AI)$ et $F \in (D)$.

$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 1 = -2x + 5 \\ y = x - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ (1,5)

(5 points)

Ex 2



(7 points)

(1) pour construction du triangle rectangle

2°) a) $AB^2 = 104{,}04$

$AC^2 + CB^2 = 104{,}04$. (1,5)

D'après la réciproque du th. de Pythagore, ABC est rectangle en C

b) $CI = \frac{AB}{2} = 5{,}1$. (1,5)

(1) construction du point J

3°) a). $\vec{BI} = \vec{CJ}$

et $\vec{BI} = \vec{IA}$ (I milieu de [AB])

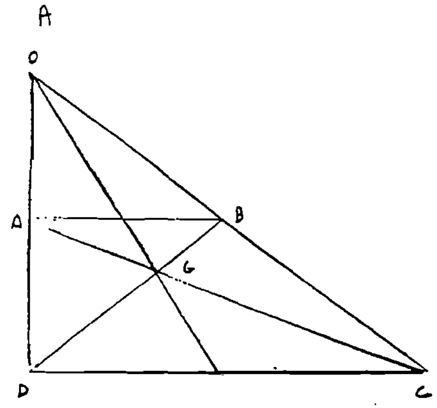
donc $\vec{CJ} = \vec{IA}$

CJAI parallélogramme

AICJ parallélogramme et $CI = IA$

donc AICJ losange. (2)

Troisième



dessin (1)

1) ABCD trapèze de bases [AB] et [CD]

donc (AB) // (CD)

$G \in [AC]$ et $G \in [BD]$

D'après le théorème de Thalès

$\frac{GA}{GC} = \frac{GB}{GD} = \frac{AB}{DC}$

AB = 4 cm et DC = 8 cm

$\frac{GA}{GC} = \frac{GB}{GD} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (2)

2) $A \in [OD]$, $B \in [OC]$ et (AB) // (DC)

D'après le théorème de Thalès

$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$

comme $\frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$, $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{2}$ donc $OA = \frac{1}{2} OD$ et $OB = \frac{1}{2} OC$

$OA = \frac{1}{2} OD$ et $A \in [OD]$ donc A milieu de [OD]

$OB = \frac{1}{2} OC$ et $B \in [OC]$ donc B milieu de [OC]. (2)

3) Dans le triangle ODC ; A est le milieu de [OD] et B celui de [OC] donc [CA] et [DB] sont deux médianes.

De plus G est l'intersection de [CA] et de [BD]

Or dans un triangle les médianes sont concourantes.

Donc (OG) est la troisième médiane du triangle ODC.

On en déduit que (OG) coupe le côté [DC] en son milieu. (2)

3 A) aire de $\mathcal{B}$: $\pi \times 8^2 = 64\pi \approx 201$ cm² (1,5)

Volume de $\mathcal{C}$; hauteur de $\mathcal{C}$ OD = 2 AD = 6 cm

CORRIGÉ

Académie de Bordeaux	Diplôme National du Brevet " Collège "	Session 1993
Durée :		2/2
Coefficient :	Épreuve : Mathématiques	Recto/Verso