

BONNES VIEILLES PAGES

GUILLAUME GOSSELIN, ALGEBRISTE DE LA RENAISSANCE

« L'équation seconde, que l'on nomme composée »

Henry Plane

Odile Kouteynikoff

GVIELMI

GOSSELINI CADOMEN-

SIS BELLOCASSII DE ARTE

magna, seu de occulta parte nume-
rorum, quæ & Algebra, & Almuca-
bala vulgo dicitur,

LIBRI QVATVOR.

*In quibus explicantur equationes Diophanti, Regu-
la Quantitatis simplicis, & Quantitatis surdæ.*

Ad Reuerendissimum in Christo Patrem
REGINALDVM BEALNAEVVM,
Mandensem Episcopum, Illustrissimi
Ducis Alenconij Cancellarium, Comi-
tem Geuodanum, atque in sanctiori &
interiori consilio Consiliarium.



PARISIIS

Apud Aegidium Beys, via Iacobæ,

ad insigne Lilij albi.

M. D. LXXVII.

Nous ignorons tout de la vie de Guillaume GOSSELIN, mais nous connaissons de lui deux ouvrages, une traduction éditée en 1613 de l'*Arithmétique* de Niccolo Tartaglia (1499–1557), et le traité d'Algèbre *De arte magna, seu de occulta parte numerorum, quae & Algebra, & Almucabala vulgo dicitur*¹, (Paris, 1577), dont la page de titre est reproduite en introduction de la rubrique. Des commentaires sur ce traité sont parus sous la plume de H. Bosmans dans *Bibliotheca Mathematica*, (1906).

Le *De arte magna* est, comme d'autres ouvrages marquants du XVI^e siècle, un ensemble de « canons », règles et algorithmes, pour ce qui deviendra le calcul algébrique. Après l'apparition en Europe au XV^e siècle des traductions en latin des *Eléments* d'Euclide, la tradition mathématique grecque qui s'était développée grâce aux mathématiciens arabes, s'est trouvée renforcée ; aussi, au moment où l'algèbre commence à évoluer du fait du passage progressif de l'expression rhétorique à l'expression symbolique, au moment où les nombres négatifs font leur apparition, la référence obligée à Euclide prend des formes différentes selon les auteurs. Gosselin est à ce titre tout à fait intéressant.

Nous présentons en « Bonnes vieilles pages » une traduction, volontairement proche du texte original, du chapitre III du Livre III du *De arte magna* que Gosselin consacre à la résolution des « équations secondes », les équations du second degré à une inconnue à trois termes.

Gosselin, qui n'admet pas encore dans les équations d'autres coefficients que positifs, distingue, à la manière des Arabes, trois types d'équations secondes, respectivement, en écriture symbolique actuelle,

$$x^2 + dx = p \quad (I)$$

$$x^2 = dx + p \quad (II)$$

$$x^2 + p = sx \quad (III)$$

où p, s et d sont des nombres positifs. Il en cherche les racines positives.

Pour chaque type d'équation, il fait une étude qui comporte trois parties :

1– la description de l'algorithme, générale d'abord, puis reprise sur un exemple

Bien qu'il s'agisse d'une technique calculatoire étudiée et utilisée régulièrement depuis la haute époque babylonienne (2000 à 1600 avant J.–C.), Gosselin la détaille à nouveau. Les équations de type I et II ont une unique racine positive ; les équations de type III ont deux racines positives, ou exceptionnellement une seule, Gosselin expliquant la racine double mais ne parlant pas du cas impossible.

2– une « démonstration arithmétique » de l'algorithme

Gosselin la conduit en faisant référence à des propositions du Livre II des *Eléments* d'Euclide qui sont géométriques, dans leur forme au moins. C'est un travail original dans lequel Gosselin apparaît tout à fait emblématique de son époque, à la fois dépendant de l'héritage euclidien et sachant le mettre au service de sa démarche algébrique.

3– un exemple d'utilisation pour la résolution d'un problème

Gosselin fait la mise en équation de problèmes plus ou moins inattendus, dont il calcule les racines en appliquant les règles énoncées. Nous avons choisi de donner, comme « vraie vieille page », face à sa traduction, le problème d'application du premier algorithme. Ce problème est au départ de la réflexion menée dans l'article

¹ « Le grand art, ou la partie cachée des nombres, que l'on appelle couramment Algèbre et Almucabale »

central de la brochure, « Recherche de deux grandeurs connaissant leur produit et leur somme ou leur différence ».



Pour faciliter l'accès au texte de Gosselin, nous signalons, dans les lignes qui suivent, quelques caractéristiques de sa forme, intermédiaire entre l'expression rhétorique et l'expression symbolique, puisqu'il use de symboles mais que les expressions de type algébrique qui en résultent restent intégrées au texte.

- Gosselin n'a recours à aucun symbole pour décrire les opérations sur des valeurs numériques **connues** ; il écrit en toutes lettres qu'il « ajoute », qu'il « retranche », qu'il « obtient », que « reste » ou que « restent », ... ; quand il retranche 9 de 9, il obtient « rien ». Même si l'absence du chiffre « 0 » n'est certes pas tout à fait indépendante des difficultés conceptuelles qui ont précédé puis accompagné le nombre zéro, il apparaît que Gosselin a le souci d'introduire des symboles pour les grandeurs **inconnues** spécifiquement ; l'algèbre symbolique est encore et toujours la science de l'inconnue qu'était déjà l'algèbre non encore symbolique pour les Arabes au IX^e siècle.

- Gosselin introduit donc des symboles pour désigner les termes inconnus de l'équation et il les emprunte au registre géométrique, ce qui le laisse encore loin d'une notation numérotée des puissances successives de l'inconnue : **Q** comme Quadratus, pour le carré inconnu,

L comme Latus, pour le côté inconnu (du carré inconnu).

Le géométrique est assez prégnant pour que les termes de « côté-Quarré » ou simplement « côté » soient utilisés pour désigner une racine carrée.

- Ce sont également des initiales, **P** (plus) et **M** (moins), que Gosselin introduit dans l'expression d'une somme ou d'une différence algébriques, comme précurseurs de nos signes opératoires + et -.

Mais il n'utilise pas de signe pour exprimer l'égalité de deux expressions algébriques : il a recours à des formes verbales conjuguées s'apparentant à « éгалer » ou « être égal à ».

Pas non plus de signe pour la multiplication : Gosselin parle de ce que « produit » un nombre « par » un autre.

L'esperlette « & » est très fréquemment utilisée,

- dans le texte, pour la conjonction de coordination « et »

- dans le texte, pour lier les deux termes d'une somme, à calculer ou déjà calculée :

« & bien sûr 49 & 5 font 54 »

« donc le produit du nombre A par 10 & A, c'est-à-dire dix fois le nombre A & le quarré de A sont égaux à 56 »

- exceptionnellement, dans l'expression algébrique d'une somme, à la place du symbole P :

« soient 40 égaux à 1Q & 6L »

- Les différents usages du mot **nombre** méritent aussi notre attention.

Une équation seconde complète comporte carrés, côtés et nombres. Le coefficient du terme carré est égal à 1 et est toujours écrit.

Prenons l'exemple d'une équation seconde de type I, « quand un nombre est égal à 1Q & des côtés » :

$$\ll 110 \text{ sont égaux à } 1Q \text{ P } 1L \gg$$

1 est le « nombre des côtés », le coefficient du monôme de degré un,

110 est le « nombre absolu et dépourvu de valeur », notre monôme de degré zéro. Le contexte de l'époque permet de comprendre que le nombre absolu est dépourvu de valeur <cossique>, au sens où il n'est pas attaché à une puissance de l'inconnue, la coss, désignée par un signe cossique ; Jacques Peletier du Mans (1517–1582), dans son *Algebre* (1554), en français, dit du nombre absolu qu'il est « sans signe adjoint ».

- Nous noterons enfin une **démarche propre à Gosselin**, un détour qui ne peut être gratuit.

Après avoir expliqué le problème, après avoir fait sa mise en équation, c'est-à-dire choisi la grandeur du problème qui devient le côté inconnu L, et traduit la contrainte du problème par une égalité algébrique mettant en jeu L et Q, Gosselin n'opère pas avec les symboles introduits. Il note A le nombre valeur du côté inconnu 1L ; « A par A » devient alors la valeur du carré inconnu 1Q et Gosselin détaille de façon rhétorique et non symbolique les calculs qu'il fait avec le nombre A, donc avec les valeurs inconnues, comme si elles étaient connues. Ce qui semble remarquable, c'est donc l'écart que Gosselin maintient entre le symbole qui désigne la grandeur inconnue et la lettre qui en est la valeur numérique inconnue. S'agit-il d'une prudence ? Tout se passe comme si l'écriture symbolique, ressentie comme une nécessité, n'était pas encore opérationnelle, alors même que la démarche consistant à calculer sur des nombres inconnus comme sur les nombres connus était déjà construite.

Le grand art du Breton² de Caen GUILLAUME GOSSELIN

ou la partie cachée des nombres, que l'on appelle couramment

Algèbre, & Almucabale,

QUATRE LIVRES.

*où sont présentées les équations de Diophante,
les Règles de la Quantité simple, & de la Quantité sourde.*

Au très Révérend Père dans le Christ

RAYNAUD DE BEAUNE,

Evêque de Mende, Chancelier du très Illustre Duc d'Alençon,

Gouverneur du Gévaudan, et conseiller en questions sacrées et intimes.

A PARIS

chez Egidius Beys, rue Jacob,

à l'enseigne du Lis blanc.

1577.

LIVRE III.

L'Equation seconde, que l'on nomme composée. Chap. IIII³.

On parle d'équation seconde, quand de ces quantités, que sont quarrés, côtés, & nombres, l'une est finalement présentée égale aux deux autres, et comme cette équation peut prendre trois formes, nous donnerons aussi trois algorithmes, que nous démontrerons séparément.

Premier algorithme.

On parle du premier Algorithme de l'équation seconde, quand un nombre est égal à 1Q & des côtés⁴, alors nous prendrons le quarré de la moitié du nombre des côtés, que nous ajouterons au nombre absolu et dépourvu de valeur, nous chercherons le côté-Quarré de cette somme, de ce côté-Quarré nous retrancherons la moitié du nombre des côtés, le reste sera la valeur d'un côté, ainsi soient 40 égaux à 1Q & 6L, nous ajouterons 9 Quarré de 3 moitié du nombre des Côtés à 40, ils feront 49, somme dont le côté-quarré est 7, dont nous retrancherons 3 moitié du nombre des côtés, restera 4, et c'est la valeur d'un côté, et en effet le Quarré de 4 est le nombre 16, 6L, c'est-à-dire six fois 4, sont 24, qui avec 16 font 40.

Notre démonstration de cet algorithme

Arithmétique.

Soient 10L P 1Q égaux à 56, & soit le nombre A la valeur du côté, donc le produit du nombre A par 10 & A, c'est-à-dire dix fois le nombre A & le quarré de A sont égaux à 56, or le produit de A par 10 est égal au

² Nous signalons quelques hardiesses dans la traduction de la page de titre.

³ GOSSELIN G., *De arte magna*, Paris, 1577, p. 57 à 63. Traduction de l'extrait due à la collaboration de J. Boyé, O. Kouteynikoff et H. Plane. Nous avons choisi de rester très proches du texte latin, et d'en respecter la ponctuation même, bien qu'elle soit chaotique parfois.

⁴ Nous gardons les notations latines de Gosselin : Q pour Quadratus, le carré inconnu, et L pour Latus, le côté inconnu (du carré inconnu).

produit de A par 5 & 5 parties de 10 d'après la première <proposition> du second <livre des *Eléments*> d'Euclide. C'est pourquoi nous séparerons 5 P A en 5 & A, ainsi d'après la quatrième <proposition> du second <livre> le Carré de 5 P A sera égal aux Carrés de 5 & de A & au double du produit de 5 par A, mais le double du produit de 5 par A & le Carré de A sont égaux à 56 par hypothèse, donc le carré de 5 P A est égal à 56 & au carré 25 de l'une des deux parties 5, ajoutons-les à 56, ils feront 81 évidemment Carré de 5 P A, ainsi le côté<carré> de 81, c'est-à-dire 9, est égal à 5 P A, de quantités égales retranchons des quantités égales, de l'une et l'autre 5, restera 4 égal à A, donc le nombre inconnu est 4, & 10L sont 40, 1Q est 16, lesquels ajoutés donnent 56.

Utilisation de cet Algorithme.

Problème.

Cherchons deux nombres, tels que ces nombres mêmes étant retranchés de leurs carrés, il reste 48, & que ceux-là mêmes étant ajoutés au résultat du produit de l'un par l'autre, il vienne 31.

Posons que les nombres ajoutés sont 1L, donc 48 P 1L seront égaux à leurs Carrés, & 31 M 1L seront égaux au produit de l'un par l'autre, & ainsi 62 M 2L le seront au double du produit, mais d'après la quatrième <proposition> du second <livre des *Eléments*> d'Euclide, les Carrés des parties avec le double du produit de l'une par l'autre sont égaux au Carré du tout, or on a posé que le tout était 1L, donc 48 P 1L P 62 M 2L sont égaux à 1Q, c'est-à-dire 110 M 1L sont égaux à 1Q, & en ajoutant de part et d'autre 1L qui manque à l'un des deux membres, 110 sont égaux à 1Q P 1L ; et ainsi l'équation relève de cet algorithme, la moitié du nombre des côtés 1 est $\frac{1}{2}$, le Carré $\frac{1}{4}$, ajoutons-le aux 110, ils feront $\frac{441}{4}$, dont le côté-Carré est $\frac{21}{2}$, enlevons la moitié de 1 c'est-à-dire $\frac{1}{2}$, resteront $\frac{20}{2}$, c'est-à-dire 10, & c'est la valeur du côté, donc la somme de ces nombres que nous avons posée être 1L est 10, ainsi le produit de l'un par l'autre est 31 M 10 c'est-à-dire 21, pour connaître ces nombres séparément, nous partagerons 10 en deux parties de sorte que le produit de l'une par l'autre soit 21 d'après le problème du chapitre 14 du livre premier <du *Grand Art*>, & ces parties seront les nombres 3 & 7 qu'il fallait trouver, & ce calcul est beaucoup plus facile que celui qui est transmis par Peletier à la question 5 de l'équation composée.

Second algorithme.

On parle du second algorithme de l'équation seconde, quand 1Q est égal à des côtés & des nombres, alors nous calculerons le Carré de la moitié du nombre des côtés, auquel nous ajouterons le nombre absolu ou dépourvu de valeur, nous extrairons le côté-Carré de cette somme, à laquelle nous ajouterons la moitié du nombre des côtés, cette dernière somme sera bien la valeur d'un côté, comme pour 1Q égal à 4L P 12, nous ajouterons 4 Carré de 2 moitié du nombre des côtés 4 au nombre dépourvu de valeur 12, ils feront 16, somme dont le côté-Carré est 4, auquel nous ajouterons 2 moitié du nombre des côtés, la somme 6 sera évidemment la valeur du côté, car 4L sont 24, qui ajoutés à 12 font 36 Carré du côté 6.

Notre démonstration du second algorithme

Arithmétique

Soient 6L P 16 égaux à 1Q. Il apparaît manifestement que le côté inconnu est plus grand que 6 le nombre des côtés : si en effet il était ou égal ou plus petit, alors la partie serait égale au tout, ce qui est absurde, puisque 36 P 16 seraient égaux à 36. Soit donc 6 P A le nombre inconnu, ainsi le Carré de ce nombre est égal au

Vestigemus duos numeros, vta Quadratis illorum subductis ipsis numeris, reliqua sint 48, & ipsis additis ad id quod fit ex ductu vnus in alterum, exurgant 31.

Faciamus illos numeros additos esse 1 L, ergo 48 P 1 L æqualia erunt illorū Quadratis, & 31 M 1 L æqualia facto ex vno in alterū, quare & 62 M 2 L duplum facti, sed ex quarto secundi Euclidis, Quadrata partiū cum duplo facti ex vna in alterā æqualia sunt Quadrato totius, totus autē numerus fictus est 1 L, ergo 48 P 1 L P 62 M 2 L sunt æqualia 1 Q, hoc est 110 M 1 L æqualia 1 Q, & addito vtrinque 1 L quod deficit in altera parte, 110 æqualia 1 Q P 1 L, sicq; stat æquatio super hoc canone, semissis 1 numeri laterū est $\frac{1}{2}$, Quadratum $\frac{1}{4}$, addamus ad 110, existēt $\frac{441}{4}$, quorum latus Quadratum est $\frac{21}{2}$ tollamus semissem 1 hoc est $\frac{1}{2}$, restabūt $\frac{20}{2}$ hoc est 10, & tantus est lateris valor, summa ergo horum numerorum quā fecimus esse 1 L est 10, quare factus ex vno in alterū 31 M 10 hoc est 21, vt cognoscamus hos separatim numeros, partiemur 10 in duas eiusmodi partes, vt factus ex vna in alteram sit 21 ex problemate ad 14 caput lib. primi, & hę partes erunt 3 & 7 numeri quos inuenisse oportuit, & hęc est facilius multo ratio, quā ea quę traditur a Pelletario quæst. 5 ad æquat. compositam.

produit de 6 par 6 P A & 16, mais le carré de ce nombre 6 P A est aussi égal au produit de 6 par 6 P A & de A par 6 P A d'après la première <proposition> du second <livre> d'Euclide, c'est pourquoi le produit de 6 par 6 P A & 16 sont égaux au produit de 6 par 6 P A et de A par 6 P A, de quantités égales retranchons des quantités égales de l'une et l'autre le produit de 6 par 6 P A, resteront 16 égaux au produit de A par 6 P A. Ceci étant ainsi établi, séparons 6 P 2A en A & 6 P A, la moitié de 6 P 2A est 3 P A, donc d'après le cinquième théorème du second <livre> d'Euclide, le produit de A par 6 P A avec le Carré de l'excédent de 6 P A sur 3 P A est égal au Carré de la moitié du tout, c'est-à-dire 3 P A, mais le produit de A par 6 P A est le nombre 16, comme cela a été démontré, l'excédent de 6 P A sur 3 P A est la moitié de 6 donc 3, car l'excédent de A sur A est 0, le Carré de cet excédent 3 est 9, ajoutons-les à 16 ils feront 25, qui sont égaux au Carré de la moitié de 6 P 2A donc de 3 P A, ainsi les côtés<carrés> seront aussi égaux, le côté<carré> de 25 est 5, nombre qui est finalement égal à 3 P A, de quantités égales enlevons des quantités égales, de l'une et l'autre 3, restera A égal à 2, donc le côté inconnu que nous avons posé être 6 P A était 6 P 2, c'est-à-dire 8, puisque aussi 6L seront 48, qui avec 16 donnent 64 Carré du côté 8, ce qu'il fallait démontrer.

Utilisation de cet algorithme.

Problème.

Partageons 12 en deux parties de sorte que le Carré de l'une avec l'autre fasse 54, Soit 1L l'une des parties, l'autre sera donc 12 M 1L, ajoutons le Carré de 1L, c'est-à-dire 1Q, à 12 M 1L, ils feront 1Q P 12 M 1L égaux à 54, ajoutons 1L de part et d'autre, ils feront 1Q P 12 égaux à 54 P 1L, enlevons 12 de part et d'autre, resteront 42 P 1L égaux à 1Q, et ainsi l'équation relève de cet algorithme : nous ajouterons donc le carré de la moitié de 1 c'est-à-dire $\frac{1}{4}$ à 42, viendront $\frac{169}{4}$, dont le côté<carré> sera $\frac{13}{2}$, ajoutons $\frac{1}{2}$ moitié de 1 nombre des côtés, ils feront $\frac{14}{2}$, c'est-à-dire 7, et c'est la valeur du côté, c'est pourquoi la partie de 12 que nous avons posée être 1L était 7, donc l'autre était 5, ou 12 M 7 c'est-à-dire 5, & bien sûr 49 & 5 font 54.

Troisième algorithme.

Il s'agit enfin du troisième Algorithme de l'équation seconde quand des côtés sont égaux à 1Q & un nombre, alors nous calculerons le Carré de la moitié du nombre des côtés, dont nous retrancherons le nombre dépourvu de valeur, nous chercherons le côté-Carré du reste, et ou bien nous l'ajouterons à la moitié du nombre des côtés, ou bien nous l'en retrancherons si c'est ce qu'il convient de faire, ce sera la valeur d'un côté, ainsi soient 6L égaux à 1Q P 8, nous retrancherons 8 de 9 Carré de 3 moitié de 6 nombre des côtés, restera 1, reste dont le côté-Carré est 1, nous ajouterons 1 à 3 moitié de 6 nombre des côtés, ils feront 4, ou bien nous retrancherons 1 de ce 3, il restera 2, c'est pourquoi nous dirons que soit 4 soit 2 est la valeur d'un côté, 4 assurément, parce que six côtés sont 24, 1Q est le nombre 16, ce nombre 16 avec 8 donnent le même 24, et il est tout aussi vrai que le côté soit 2, son Carré est 4, si on l'ajoute à 8, la somme est 12, et six côtés font autant, soit 12.

Or s'il arrive que le nombre proposé soit égal au carré de la moitié du nombre des côtés, alors la moitié du nombre des côtés sera la valeur d'un côté, ainsi soient 6L égaux à 1Q P 9, je dis que 3 est la valeur d'un côté, car d'après l'algorithme ci-dessus, nous retrancherons le Carré de 3 c'est-à-dire 9 de 9, et il restera rien, dont le côté-Carré est rien, et parce que rien ne peut ni être ajouté ni être retranché de 3 puisqu'il est rien, 3 sera de l'une et l'autre manière la valeur d'un côté.

Notre démonstration du troisième algorithme

Arithmétique

Soient 32 P 1Q égaux à 18L, ou bien le côté inconnu est plus grand que 18, ou égal, ou plus petit, on démontre qu'il n'est ni plus grand, ni égal, assurément pas plus grand, parce que s'il est plus grand il est précisément égal à 18 P A, & ainsi 18 P A multipliés par 18 seront égaux à 18 P A multipliés par 18 P A, c'est-à-dire la partie au tout, ce qui serait contraire à la raison, il n'est certainement pas non plus égal, car s'il était égal, 18 multipliés par 18 seraient égaux à 18 multipliés par 18 & 32, ce qui est absurde : il reste donc que le côté inconnu est plus petit que 18, soit précisément le nombre B & ainsi le nombre B multiplié par 18 sera égal au Carré du nombre B, c'est-à-dire à B multiplié par B, & 32, & puisque le nombre B est plus petit que 18, comme cela a été démontré, qu'on le retranche de 18, resteront 18 M B, ainsi d'après la première <proposition> du second <livre> d'Euclide, le produit de B par 18 sera égal au produit du même B par les parties de 18 c'est-à-dire le nombre B & 18 M B, mais alors le produit de B par B, c'est-à-dire le Carré du nombre B, & 32 sont égaux au produit du nombre B par 18, donc le produit du nombre B par B, c'est-à-dire le Carré de B, & 32 sont égaux au produit de B par B & au produit de B par 18 M B, retranchons de part et d'autre le Carré de B, c'est-à-dire le produit de B par B, resteront 32 égaux au produit de B par 18 M B, or parce que le nombre 18 a été séparé en B & 18 M B, il s'ensuit que 32 est le nombre produit d'une partie de 18 par l'autre. Maintenant donc nous séparerons 18 en deux parties de sorte que le produit de l'une par l'autre soit 32 d'après le problème du chapitre 14 du livre premier <du *Grand Art*>, et les parties seront 2 & 16, & l'une et l'autre sont la valeur du côté inconnu.

Utilisation du troisième Algorithme.

Problème.

Cherchons deux nombres dont la différence soit 7, & tels que leurs Carrés ajoutés soient égaux au Carré de 13 c'est-à-dire à 169.

Posons que l'un des nombres est 1L, l'autre sera donc 1L P 7, leurs Carrés sont 1Q, & 1Q P 14L P 49, leur somme est 2Q P 14L P 49 égale à 169, retranchons 49 de part et d'autre, resteront 2Q P 14L égaux à 120, donc la moitié sera égale à la moitié, évidemment 1Q P 7L égaux à 60, et ainsi l'équation relève du premier algorithme, procède selon celui-ci & tu trouveras que la valeur du côté est 5, & l'autre nombre 7 P 5 évidemment 12, cela va sans dire.

Partageons 17 en deux parties de sorte que la somme des Carrés soit 169.

Nous aurons alors posé que l'une des parties est 1L, donc l'autre 17 M 1L, la somme des Carrés est 2Q M 34L P 289 égale à 169, de part et d'autre retranchons 169 & ajoutons 34L, ils feront 34L égaux à 2Q P 120 et de plus la moitié sera égale à la moitié, c'est-à-dire 17L égaux à 1Q P 60, et ainsi l'équation relève de ce dernier algorithme, la moitié de 17 est $\frac{17}{2}$ de Carré $\frac{289}{4}$, dont je retranche 60, restent $\frac{49}{4}$ dont le côté<carré> est $\frac{7}{2}$, ou bien je l'ajoute, ou bien je le retranche de $\frac{17}{2}$, il en résulte les parties 5 & 12 comme précédemment⁵.

⁵ à la place du « 5 & 7 » nécessairement erroné que comporte l'édition dont nous disposons.

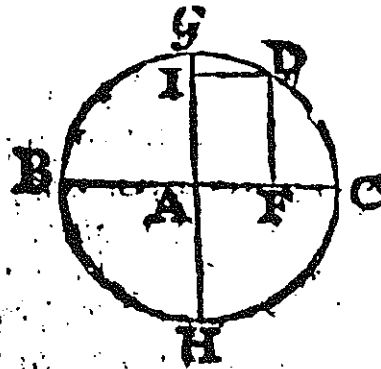
Prop. 13.

Estant donnée la moyenne des trois proportionnelles, & l'aggrégé des extremes trouver les extremes.

Mechanique du plan nié du quarré sous le costé.

Soit donnée E la moyenne des trois proportionnelles.

Et BC l'aggrégé des extremes.



mes, il faut trouver les extremes. Soit coupée BC en deux également en A. Et du centre A, de l'intervalle AB ou AC soit décrit un cercle. Mais qu'un autre diamètre GAH coupe le diamètre BAC à angles droits, & de AG, soit retranché AI, égale à la ligne donnée E. Et par I, soit menée la droite ID parallèle à BC, coupant la circonférence au point D, duquel soit abaissée la ligne DF perpendiculaire à BC, égale & parallèle à IA.

Le dy qu'on a fait ce qui a esté requis. Car les extremes requises sont BF, FC, dont la composée est BC, donnée. Et se fait DF ou IA moyenne entre les proportionnelles.