

CAHIER DE DIDIREM

Comment, en didactique des mathématiques,
prendre en compte les pratiques effectives, en classe,
des enseignants de mathématiques du lycée ?

Une approche à travers des analyses de pratiques de
quelques enseignants de mathématiques dans des séances
d'introduction aux vecteurs en classe de seconde

Par C. HACHE et A. ROBERT

**Comment, en didactique des mathématiques,
prendre en compte les pratiques effectives, en classe,
des enseignants de mathématiques du lycée ?**

**Une approche à travers des analyses de pratiques de
quelques enseignants de mathématiques dans des séances
d'introduction aux vecteurs en classe de seconde**

Par C. HACHE et A. ROBERT

Ce document n'aurait pas été réalisé

- * sans l'aide apportée par l'appel d'offres 95 de ITUFM de Versailles, qui nous a permis en particulier de réaliser nos video,
- * sans les opérateurs professionnels de Marly et St Germain qui nous ont livré un matériel de qualité,
- * sans la participation à cet appel d'offres de 15 de nos collègues, chacun à sa façon,
- * et sans l'accord de nos 5 collègues enseignants en seconde qui ont accepté de se faire filmer "sans filet"... Et ce n'est pas facile !

Nous remercions très vivement tout le monde et espérons que nos analyses croisées permettront de faire apprendre plus d'élèves !

Comment, en didactique des mathématiques, prendre en compte les pratiques effectives, en classe, des enseignants de mathématiques du lycée ?

Une approche à travers des analyses de pratiques de quelques enseignants de mathématiques dans des séances d'introduction aux vecteurs en classe de seconde (C. Hache, A. Robert).

Comprendre le rapport entre l'enseignement et l'apprentissage d'un contenu donné, pour des élèves donnés, nécessite une analyse approfondie des situations proposées aux élèves en classe (en prenant situations au sens large, contrat compris).

Mais dans quelle mesure les pratiques mêmes de l'enseignant en classe renforcent, ou perturbent, ou compensent les différences entre les mises en scène prévues ? De manière schématique, dans quelle mesure un même scénario pourrait-il avoir des effets différents sur les élèves selon les interventions de l'enseignant dans les phases didactiques, selon les aides, les explications, les éclaircissements qu'il donne, en un mot selon les médiations qu'il construit dans sa classe entre les élèves et le savoir visé ?

La question intéresse bien la didactique des mathématiques, nous semble-t-il : il s'agit d'avoir une idée de l'impact potentiel sur les élèves des pratiques effectives, regardées de manière locale, de l'enseignant en classe ; en conséquence il s'agit de décider s'il y a lieu ou non d'en tenir compte, comme d'une variable... Sinon, c'est que les informations sur le seul déroulement, plus global, en termes de tâches et d'activités (pour les élèves et pour l'enseignant), telles qu'elles peuvent être perçues et analysées à travers des chroniques de séances, suffisent à interpréter ce qui nous concerne dans les rapports enseignement /apprentissage...

Nous nous intéressons ainsi dans ce travail aux rapports entre ce que les élèves ont à faire en classe, en termes de contenus (tâches prescrites, activités cognitives attendues) et le déroulement "fin" de la séance tel qu'il est orchestré par l'enseignant ; nous avons tout particulièrement étudié ce que véhicule, phrase à phrase, le discours de l'enseignant, du moins tel qu'il est reconstitué par notre lecture a posteriori, pour le mettre en correspondance avec ce que les élèves sont censés faire au même moment. Il s'agit en somme de cerner à un niveau local "l'univers" que l'enseignant fait fréquenter à ses élèves, la manière fine dont il organise les contacts entre eux et les contenus (nous revenons plus loin sur ce point).

Tout de suite un absent, de taille : tout ce qui concerne le reste de la prestation de l'enseignant, dont l'étude prendrait tout son sens à ce niveau très local d'analyse, gestes, déplacements, sourires, non verbal en somme... A d'autres !

Dans la première partie de ce travail, nous précisons notre questionnement, par rapport à la didactique et à la formation des enseignants. dans la deuxième partie, nous revenons sur nos positions et nos cadrages théoriques et nous fixons le vocabulaire que nous utilisons.

C'est dans la troisième partie, qu'après avoir décrit le matériel que nous analysons, nous donnons les grandes lignes de notre méthodologie.

Une partie des résultats des analyses de 3 séances retenues (séances d'introduction des vecteurs en seconde) sont exposés dans la quatrième partie.

En conclusion nous revenons sur cette notion d'univers, en essayant d'en dégager quelques

éléments pertinents.

Plan du travail

I Des questionnements à l'origine de ces recherches

- 1) des questionnements internes à la didactique des mathématiques
- 2) des questionnements plus conjoncturels, liés aux nouvelles institutions de formation initiale des enseignants

II Positions et cadrages théoriques, précisions sur le vocabulaire

- 1) Analyses a posteriori en didactique des mathématiques
- 2) Les pratiques, comme engagées dans un travail social, le point de vue de l'ergonomie cognitive
- 3) Propositions

III Méthodologie de la recherche : le matériel, les analyses.

- 1) Le matériel video
- 2) Les analyses des transcriptions : analyses locales (teneur du discours, objet du discours, fonction du discours)
- 3) Les analyses de tâches
- 4) Ethnométhodologie

IV Des résultats sur 3 séances d'introduction des vecteurs en seconde

- 1) Les vecteurs en seconde : les programmes (avant, pendant et après), une réflexion sur la notion et les activités
- 2) L'analyse des 3 séances : scénarios et discours globaux.
- 3) Les analyses locales des 3 séances
- 4) Diverses comparaisons

Conclusion : quelques pistes de réflexion

Bibliographie

Annexes

Le cahier des charges d'un responsable video

Exemples de document d'accompagnement

Tableaux de données

Exemples de transcriptions

I Des questionnements à l'origine de ces recherches

Plusieurs types de questionnements sont à l'origine de cette démarche :

1) *Des questionnements internes à la didactique des mathématiques*

A l'origine des démarches adoptées en didactique des mathématiques se trouve l'hypothèse fondamentale suivante : pour comprendre des apprentissages, il faut analyser les situations auxquelles sont confrontés les élèves, dans toute leur complexité, ce sont elles qui permettent aux élèves de donner du sens, de construire, de s'approprier ce que l'enseignant expose. C'est cette hypothèse qui fonde notamment les découpages de la réalité choisis par les chercheurs, ainsi que les régularités qui les intéressent.

L'analyse qui est faite de ces situations mobilise les spécificités épistémologiques de la discipline "mathématique", que ce soit en termes d'outil/objet/cadres (analyse mathématique) ou en termes d'action, formulation et validation (analyse plus cognitive). Dans cette perspective, nous entendons ici par "action des élèves" les résolutions de problèmes bien organisées, avant et après le cours, bien dévolues, avec un contrat maîtrisé, avec des dialectiques de la formulation et de la validation mises en place, ou des dialectiques outil/objet selon la dimension de description choisie (tâches ou activités).

Bien sûr ce sont plusieurs situations qui contribuent à élaborer les connaissances des élèves, un temps long est nécessaire, des réseaux doivent se mettre en place.

Bien sûr l'enseignant a une place fondamentale, pour choisir et gérer ces situations, notamment pour y faire entrer les élèves, et pour institutionnaliser des savoirs qu'il a déterminés, en tenant compte de ce qui s'est passé en classe.

Or, pour schématiser, plusieurs travaux de recherche amènent à penser que la conceptualisation attendue chez les élèves ne résulte pas toujours aussi directement qu'on peut l'attendre de ces situations où l'élève doit (pré)construire ses connaissances (les situations étant comprises dans leur durée, compte tenu des restrictions, des contraintes, du contrat et avec les phases d'institutionnalisation).

Certes, les recherches didactiques développent d'abord des analyses, permettant des diagnostics (au sens large), et les théories didactiques (ne) sont (que) des modèles, pour accéder à une réalité trop complexe pour être abordée sans modélisation : cependant les mises en fonctionnement effectives dans l'enseignement de certaines séquences didactiques, même à des fins expérimentales, doivent retenir notre attention, nous semble-t-il, ne serait-ce que pour évaluer la portée des modèles proposés.

On a donc pu constater dans diverses recherches, des dysfonctionnements dans les mises en acte de scénarios didactiques, qui ne mettent pas en jeu les seules représentations des enseignants, ceux-ci étant prêts à en jouer l'esprit et non la lettre (cf. Robert et Robinet (1991)).

Ce peut être lié à la classe, qui rend impossible la réalisation par l'enseignant du scénario, qui est "dénaturé" (cf. Perrin (1991), la question étant de se demander si les contraintes qui pèsent sur les classes concernées permettraient d'autres pratiques. Comment concevoir des scénarios adaptés à la réalité des classes difficiles (adaptés aux enseignants et aux élèves) ?

Nous n'aborderons pas directement ce type de questions ici, encore que l'analyse des pratiques des enseignants peut peut-être contribuer à éclaircir certaines spécificités de ces classes.

Nos recherches sur l'enseignement de l'algèbre linéaire ou de la convergence des suites en DEUG (cf. Dorier et al (1997)) nous ont amenés à nous interroger d'autre part sur certains contenus, pour lesquels nous avons du mal à trouver des bons problèmes initiaux, certains diraient des situations fondamentales, et donc pour lesquels les situations que l'on peut proposer aux étudiants doivent être modifiées, adaptées à ces contenus particuliers. Citons le passage de Q à R, du discret au continu, du fini à l'infini et l'utilisation de structures algébriques formalisées.

L'analyse des "Activités" proposées systématiquement en seconde pour introduire toutes les notions du programme nous a amené à des interrogations analogues, lorsque nous constatons que les activités proposées aux élèves ne préparent pas (ou pas assez par rapport aux attentes, nous semble-t-il) les notions visées. D'autres travaux sont consacrés à ces questions (cf. Hache (thèse en cours)).

Mais il est une troisième source de questionnement : peut-on penser que l'intériorisation individuelle recherchée, qui accompagne la conceptualisation, est, pour suffisamment d'élèves, dans une continuité suffisante avec l'action des élèves (actions au sens large, rappelé ci-dessus) et l'institutionnalisation de l'enseignant, quelles qu'en soient les formes ?

Ces interrogations, comme les premières, amènent en fait à réintroduire une dimension supplémentaire, centrée sur les sujets (élèves et/ou enseignants).

On peut se demander par exemple si les situations d'enseignement ne sont pas trop artificielles, même si ce sont de vrais problèmes pour les élèves, si l'apprentissage n'est pas trop "gratuit" pour qu'on puisse négliger, même en première analyse, et pour certains élèves, des éléments d'ordre social et/ou affectif qui jouent aussi sur le cognitif pour aider ou freiner les acquisitions (cf. Rochex (1994)).

On peut aussi se demander si toutes les institutionnalisations sont "équivalentes". Autrement dit, se demander s'il y a des variables pour les élèves dans ce que l'enseignant choisit de dire au moment où il a la parole, et si cela peut être déterminant. Avec le paradoxe apparent que plus l'enseignant dit de choses, y compris pour aider à la compréhension, plus il aide éventuellement l'élève (si celui-ci entend) au moment où c'est dit, plus il le prive d'une réflexion autonome, plus il l'empêche de se poser tout seul les problèmes que lui enseignant a pris en charge...

Précisons davantage.

Si on distingue les tâches prescrites, décrites dans le vocabulaire de la discipline envisagée, les tâches attendues par l'enseignant (qui mobilisent des activités de l'élève préjugées grâce à des analyses cognitives des tâches prescrites), les tâches effectives, à savoir celles que résout l'élève, celles qui le mettent donc en activité, on peut dire que l'enseignant conçoit des tâches (en termes de contenus, d'organisation du travail des élèves et de contrat) qui déclenchent, espère-t-il, des activités chez les élèves ; et il fait le pari que, moyennant ses propres interventions bien conçues, elles auront un impact positif sur les apprentissages visés.

Mais autant on a une petite idée de conditions suffisantes à respecter sur la flèche **globale** tâches prescrites ---> tâches attendues ---> apprentissage, autant il est difficile de préjuger des

flèches locales : tâches prescrites ---> tâches effectives ---> activités, puis activités ---> apprentissage.

Or certains auteurs (cf. Bautier (1996)) estiment que précisément les tâches prescrites ne couvrent pas tout ce qui est en jeu dans les activités cognitives attendues. Pour eux, les bons élèves seraient ceux qui identifient (au moins en actes) les activités intellectuelles qui sont nécessaires à la tâche prescrite, mais nécessaires en termes d'apprentissage, pas en termes de simple effectuation de la tâche (qui est souvent contenue, elle, dans la consigne), et qui donc "débordent" la description.

On peut alors interpréter certaines observations en estimant que les tâches attendues par l'enseignant peuvent être très éloignées des activités des élèves, autrement dit que les tâches prescrites n'enclencheront peut être pas les activités prévues, ni a fortiori les apprentissages, pour certains élèves en tout cas.

Les résultats de Comiti, Grenier et Margolinas (1995) sur les dédoublements de situation pourraient s'apparenter d'une certaine manière à ce type de décalages.

Par ailleurs, les défauts majeurs des étudiants "moyens" sortant de licence (cf. Pian (travail en cours)) pourraient évoquer des diagnostics de ce type, même si l'on peut aussi "incriminer" plus fondamentalement le manque d'actions (au sens rappelé ci-dessus) proposées à ces étudiants... L'atomisation de leurs connaissances, le manque criant d'organisation interne de ces connaissances, la mémorisation exclusive de définitions, théorèmes ou propriétés à l'exclusion d'exemples ou de situations de référence, le manque de disponibilité des connaissances élémentaires, la grande difficulté à identifier dans un exercice autre chose que les outils ou les questions qui y figurent explicitement ne témoignent-ils pas, aussi, de décalages entre des tâches complexes et riches, et des activités réduites à leur plus simple expression de mises en fonctionnement d'outils isolés, qui suffisent à la réussite (sans garantir l'apprentissage...) ?

Une hypothèse avancée par les chercheurs comme Bautier est que les tâches ne se valent pas toutes par rapport à l'entrée dans une activité porteuse d'apprentissage, ce qui est bien l'hypothèse des didacticiens, mais ce qui diffère c'est que les tâches les plus "fécondes" de leur point de vue sont celles qui déclenchent une activité qui déborde justement la simple description, pour lesquelles il est nécessaire (ou facile ?) de se mettre au(x) bon(s) niveau(x) d'activités, et on ne retrouve pas là un critère de didacticien des mathématiques. Il s'agit bien de provoquer une dévolution, mais d'une autre nature.

Du coup, de ce point de vue, tout ce qui est dit en classe pourrait aussi contribuer à ce type de dévolution ; ce qu'on pourrait appeler la culture de la classe, l'univers mathématique construit au jour le jour par l'enseignant, le partage de la connaissance entre les élèves, et les médiations (explications, aides, éclaircissements) apportées par l'enseignant, auraient leur importance à la fois pour expliquer d'éventuels décalages, et pour les prévenir...

Résumons notre propos : lorsqu'on évoque le rôle éventuel (sur les apprentissages) du discours de l'enseignant en classe, on peut envisager plusieurs moments. Le moment de la dévolution, lorsqu'on se centre sur la situation proposée (notamment pour la gestion de

l'adidactique, et le choix des tâches). Le moment de l'exploitation de cette situation, lorsqu'on pense à la conceptualisation dont on espère qu'elle est facilitée par la situation. Déjà là, il peut y avoir des variables dans les institutionnalisations, comme nous le disions ci-dessus. Mais si on admet qu'il n'y a pas toujours une continuité suffisante entre les mises en situations et la conceptualisation des élèves, si on repense à nos conclusions sur les natures différentes de concepts, si on soupçonne qu'il y a des différences entre les élèves, notamment dans la dévolution même des situations, on peut aller jusqu'à se demander s'il n'y a pas des notions pour lesquelles le maître peut non seulement institutionnaliser avec profit mais doit aussi initialiser quelque chose. Alors nous retrouvons notre paradoxe : dans quelle mesure l'élève peut-il aussi apprendre après avoir écouté et entendu l'enseignant, suite à une imitation ? En fait, nous pensons que la bonne question n'est pas celle-ci, mais pour quelles connaissances et à quels moments de leur conceptualisation les (des) élèves peuvent-ils bénéficier du discours de l'enseignant, et y a-t-il des modalités de ce discours plus efficaces que d'autres ?

De toutes ces interrogations, nous avons retenu la question, plus globale, suivante : est-ce que l'analyse locale des pratiques en classe de l'enseignant, analyse évidemment conçue comme imbriquée dans l'analyse des situations proposées, peut enrichir certaines analyses didactiques ?

Encore faudra-t-il que nous définissions ce que nous entendons par pratiques en classe et par analyse locale - c'est l'objet des chapitres suivants. Mais, avant, nous devons signaler une autre source de questionnements.

2) Des questionnements plus conjoncturels, liés aux nouvelles institutions de formation initiale des enseignants.

Les renouvellements institutionnels des dispositifs de formation des enseignants amènent d'autres questions, qui concernent d'abord les formateurs, mais qui engagent à terme des investigations de chercheurs.

En premier lieu, le fait d'enseigner des éléments de didactique des mathématiques n'est pas du tout neutre : que devons-nous transmettre ? Est-ce un "savoir" ? Peut-il avoir une portée prescriptive, laquelle ?

Il y a, en tout état de cause, une demande forte, pressante, mais vague quant à la nature des contenus, des futurs enseignants en formation, et notamment une demande de prescriptions, immédiates ; ces "formés" peuvent en particulier être tentés d'effectuer une transformation (transposition) en termes d'actions en classe de ce qui ne se voudrait que savoir informatif, par exemple si le formateur est sans intentions explicitement prescriptives. Bien des dérives peuvent alors avoir lieu, pouvant aller jusqu'au rejet des théories en question...

Cela nous amène, nous semble-t-il, à devoir respecter plusieurs impératifs en tant que formateurs. Notamment cela nous engage à avoir une idée des difficultés éventuelles de l'adoption par "l'enseignant" de certains éléments de didactique qu'il chercherait à "appliquer", de leurs effets éventuels dans les classes, et, surtout, de ce qu'il nous suffit de transmettre en formation pour (au moins) être entendu comme nous le voulons. Or il nous apparaît encore bien des inconnues dans ce programme : des travaux de recherche pourront peut-être en éclaircir quelques-unes, ne serait-ce

que grâce aux changements de points de vue imposés par la démarche de recherche, qui permet de poser de véritables problèmes, indépendamment des contraintes conjoncturelles. Les premiers travaux sur l'adoption de séquences didactiques par des enseignants, en dehors même de tout contexte de formation révèlent pour le moins des difficultés de tous ordres (cf. Bolon (1996)).

D'autre part, et ce n'est pas sans rapport avec ce qui précède, nous avons aussi tous constaté, *a contrario*, que les transmissions (en formations initiales notamment) exclusivement "théoriques", par le seul discours, ne sont pas toujours efficaces : en particulier elles n'obtiennent pas d'ancrage suffisant (voire pas du tout d'ancrage) dans les pratiques effectives (cf. M.L. Peltier (1995) par exemple). Est-ce seulement lié aux contenus même de ces formations ou à d'autres facteurs liés aux pratiques et à leur formation ?

On peut se demander par exemple à ce sujet si le décalage entre les discours tenus en formation et leur transfert effectif tient à ce que ce qui est exprimé n'est pas suffisant, n'est pas au "bon" niveau, que ce ne sont pas les choses importantes qui sont dites, ou à la forme même de la transmission choisie (par le "dit", à un moment où les "formés" sont peu disponibles).

Le seul recours à une pensée "préparée", construite n'épuise sans doute pas ce qui est à l'œuvre dans le domaine des pratiques, l'appropriation nécessaire à nourrir, enrichir, modifier une activité comme celle d'enseigner passe peut-être par d'autres "mécanismes" que ceux qu'on sollicite dans l'enseignement "ordinaire"...

Enfin, et c'est une vraie question en formation, les classes que visitent les stagiaires ne montrent pas souvent des fonctionnements comme ceux qui sont évoqués en centre : comment analyser tout de même ces fonctionnements ?

Ainsi la question de la spécificité des pratiques en classe de mathématiques, de leur analyse (par rapport aux connaissances et savoirs de tous ordres), de leurs effets sur les apprentissages des élèves, comme élément pouvant être pris en compte dans l'enseignement, et enfin de leur formation, est posée aux chercheurs en didactique des mathématiques.

Cependant il ne s'agit pas d'analyser ces pratiques *in abstracto* mais bien en lien avec ce qui nous intéresse *in fine* - les apprentissages des élèves et leurs rapports avec les enseignements qu'ils ont reçus sur des contenus donnés. Nous allons donc décrire rapidement notre problématique.

II Positions et cadrages théoriques, précisions sur le vocabulaire.

Tout ce qui précède amène à préciser à la fois ce que nous entendons par pratiques et ce que nous allons faire comme analyses de pratiques. C'est à partir des analyses *a posteriori* qui existent déjà que nous allons introduire nos objectifs.

1) Analyses a posteriori en didactique des mathématiques et premières définitions de nos objectifs

Les analyses *a posteriori* de C. Margolinas (1993), ou de C. Comiti, D. Grenier et C. Margolinas (1995), constituent en effet des premiers exemples, très intéressants, d'analyses de pratiques dans la mesure où elles s'intéressent de manière fine aux échanges réels en classe : ce sont des analyses de protocoles (à partir de transcriptions). Elles mettent en jeu, en les adaptant, les analyses de G. Brousseau sur le milieu (cf. Margolinas (1993)) : il s'agit d'interpréter ces échanges à

différents niveaux, de plus en plus globaux, et notamment à des points de vue de plus en plus généraux qui peuvent être attribués à l'enseignant. Dans ces recherches en effet l'enseignant a comme rôle de gérer des régulations, et analyser ses pratiques consiste à mettre à jour à la fois les régulations et leur gestion. Autrement dit il s'agit de modéliser le jeu du professeur en classe en ces termes.

Mais dans ces recherches les pratiques ne sont pas prises comme des variables qui peuvent être en partie indépendantes des contenus et des scénarios, elles ne sont pas analysées en elles-mêmes. D'autre part les réponses des élèves sont analysées de manière très locale, dans le cadre de la séance, sans mises en rapport entre ces réponses hic et nunc et le reste des cours, ou les particularités de cet enseignant ou de ces élèves, et, du coup, les questions en termes d'effets différentiels sur les élèves ne sont pas posées.

Ce qui est reconstitué, "reconstruit", nous semble-t-il, c'est ainsi plutôt le parcours mathématique global de "la classe", vu de l'extérieur, compte tenu des ingrédients mathématiques apportés par l'enseignant et les élèves, grâce à la situation initiale, et au fur et à mesure du déroulement. Mais la façon dont l'accès des différents élèves à ce parcours est organisé par l'enseignant, l'opacité éventuelle entre les observables pendant une séance et les recompositions plus globales que fait nécessairement chaque élève sont moins abordées. Or ces questions nous concernent aussi, comme nous l'avons signalé.

Cependant se donner les moyens de percevoir les effets (différentiels) sur les élèves de telles ou telles pratiques effectives, puisque c'est en partie ce qui manque, est d'une complexité très grande, trop grande, et nous avons opté, nous aussi, pour un objectif intermédiaire, mieux adapté à ce que nous pouvons recueillir comme données expérimentales : nous essayons d'analyser les pratiques, dans un premier temps, pour détecter dans quel univers mathématique les enseignants font vivre leurs élèves, quelles mathématiques ils leur font fréquenter (et surtout comment ils "managent" cette fréquentation, au quotidien).

Autrement dit qu'est-ce qu'ils transmettent effectivement à leurs élèves, explicitement ou non, qu'est-ce qu'ils contrôlent (cf. analyses classiques), mais aussi, et pour mieux saisir ce qui précède, qu'est-ce qu'ils disent, qu'est-ce qu'ils sous-entendent, qu'est-ce qu'ils reprochent ou valorisent ou admettent "du bout des lèvres" (ou tolèrent), sur quoi ils insistent, qu'est-ce qu'ils ont l'air de juger "négligeable", qu'est-ce qu'ils expliquent et réexpliquent, qu'est-ce qui reste implicite ? Faire des mathématiques chez M. X, cela "veut dire" quoi, par delà ce qu'on peut en partie induire des préparations ? Comment se traduit au quotidien le projet d'apprentissage de M. X ? Comment réalise-t-il en classe ses ambitions de faire comprendre (tous) ses élèves ?

2) Les pratiques comme engagées dans un travail social, le point de vue de l'ergonomie cognitive.

Une des grosses difficultés de notre entreprise est justement cette "reconstruction" d'un certain global à partir du local, de la vie de la classe en instantané. C'est comme reconstituer un film à partir de photos : des images presque identiques peuvent traduire une passion effrénée ou un désespoir sans bornes, seul le contexte permet de trancher sans efforts, et c'est précisément ce qui nous manque et nous manquera toujours en partie. Nous cherchons donc ce que nous pouvons

utiliser pour la reconstitution, il ne pourra s'agir que d'observables, remplaçant les éclairages, les décors, la musique, les mimiques les gestes et les intonations que le film restitue aux spectateurs...

Ce n'est bien entendu réalisable que moyennant un cadre théorique adéquat, qui permet de placer les éléments disparates tirés de l'expérience, de l'observation et de les lire dans une certaine globalité, parmi des possibles déjà plus ou moins repérés. La didactique des mathématiques fournit beaucoup d'éléments de ce cadre théorique, même si nous avons été amenés à compléter par endroits.

En fait, nous avons questionné le cadre de la didactique des mathématiques, de l'ergonomie cognitive et de la didactique professionnelle, notamment quant aux variables à retenir ou à rajouter pour analyser les pratiques des enseignants en classe au lieu du rapport enseignement/apprentissage des élèves.

Or nos premières analyses de pratiques faites sur des enseignants débutants nous avaient amenés à distinguer les caractéristiques suivantes des pratiques enseignantes par rapport aux pratiques des élèves (cf. Robert (1995), (1996)) : elles sont sociales (collectives et commandées, rémunérées, vérifiées du point de vue l'institution, validées par les performances des élèves) ; elles sont inscrites dans le temps réel, l'engagement dans l'activité est autre, mais en même temps il y a décentration d'une acquisition personnelle à une acquisition à faire réaliser aux autres, aux élèves, il y a modification du rapport au savoir.

Par ailleurs dans les rapports des conseillers pédagogiques sur ces enseignants débutants, nous avons repéré l'importance du fait que la classe du stagiaire "tourne" : en fait dès que cette condition est remplie l'évaluation institutionnelle de la première année est positive, la réussite des élèves (qui est corrélée au fait que la classe tourne) venant en deuxième position, et leur apprentissage réel loin derrière, en dernière position, ou même pas évoqué... Les discussions que nous avons pu avoir avec des inspecteurs renforcent ce résultat.

Ainsi nous avons retenu comme essentiel pour rendre compte de ce que nous cherchons le fait que les pratiques relèvent d'un travail (social) et le fait que cela modifie le rapport au savoir concerné, en décentrant les objectifs des activités.

Cela nous a mené à choisir comme cadre théorique d'appoint auquel emprunter pour plonger dans le monde des pratiques le cadre de l'ergonomie cognitive (psychologie du travail).

Ajoutons que ceci amène à centrer les analyses sur le sujet (l'enseignant) et à un déplacement des régularités cherchées (la conjoncture rentre dans ce qui est observé).

Ainsi nous focalisons nos analyses sur les rapports **effectifs** de l'enseignant aux élèves et au savoir, qui conditionnent en grande partie ses pratiques ; ce ne sont plus seulement les situations globales dans lesquelles on met les élèves qui sont en jeu, mais aussi leur réalisation en temps réel, et les modifications éventuelles du projet qui ont lieu.

Nous réservons ainsi le mot "**pratiques d'enseignants en classe**" à tout ce que l'enseignant déploie en classe, de manière consciente, c'est à dire qu'il peut retrouver, voire justifier ; tout cela peut être perçu par les élèves, et c'est ce qui détermine notre définition, compte tenu des problèmes posés : cela concerne ce qu'il présente, compte tenu de ce qu'il a préparé, ce qu'il dit, ce

qu'il écrit, ce qu'il regarde, ses gestes, etc.

Autrement dit nous retenons tout ce que l'enseignant fait pendant le temps de la classe, mais compte tenu aussi bien de sa préparation de la séance (et de ses conceptions !) que des réactions des élèves, mais nous le retenons **pour étudier comment l'enseignant "manage" au moment du déroulement effectif cet interface "élèves/savoirs" qui est au coeur des apprentissages.**

Cette définition est encore en partie empirique, légitimée cependant par nos premières investigations du côté de l'ergonomie cognitive (cf. Robert (1996)) : une remarque, c'est le terme "activités de l'enseignant" qui nous semble le plus proche dans leur vocabulaire de ce que nous mettons sous le mot pratiques.

Pour résumer, voici ce que nous avons admis, en amont de nos recherches (on retrouvera des éléments déjà utilisés implicitement ci-dessus) (cf. Robert (1996)) :

- * Les pratiques des enseignants peuvent faire partie des variables à prendre en compte pour comprendre les apprentissages des élèves.
- * Ces pratiques ne relèvent pas seulement du domaine privé de chaque enseignant, il y a des régularités chez un enseignant donné, au niveau de la classe, qui peuvent être mises en évidences (invariants).
- * Les pratiques professionnelles des enseignants de mathématiques ont des composantes spécifiques liées à cette discipline ; cette dépendance à l'égard des contenus s'explique notamment par d'éventuelles différences d'ordre épistémologique : sur ce plan les concepts mathématiques ou le français, pour prendre un exemple, nous semblent différents, et ceci a des conséquences en terme de transposition et d'activités en classe.
- * La formation des pratiques des enseignants est complexe et ne relève pas d'une seule source ; activités, pensées issues de l'action et savoirs plus théoriques se recomposent selon diverses logiques, vraisemblablement un seul modèle ne suffisant pas à en rendre compte. C'est dans le cadre de la didactique professionnelle que ces problèmes de formation des pratiques sont abordés.

Notons pour finir qu'il existe bien d'autres cadres théoriques pour analyser les pratiques d'enseignants en classe, celui de Blanchard Laville par exemple (1996)).

3) Propositions

Enfin, nous avons proposé, à des fins d'analyse, de distinguer plusieurs "niveaux" qui interviennent lorsqu'on évoque les pratiques d'un enseignant, et qui sont accessibles séparément même s'ils sont loin d'être indépendants (c'est donc leur recombinaison qui sera visée) :

- * les lignes d'action, qui prennent en compte tout l'amont de la classe, notamment les connaissances et les conceptions de l'enseignant, et qui se révèlent par la préparation de la séance en cause,
- * les singularisations, qui caractérisent le déroulement en temps réel, et qui prennent en compte tout ce qui est conjoncturel ; l'hypothèse essentielle que nous adoptons, encore une fois, étant que le chercheur peut dégager aussi de ce conjoncturel-là du régulier, qui intervient dans l'enseignement dispensé aux élèves et peut modifier les apprentissages (favoriser, bloquer, accélérer, ...).

Nous avons utilisé comme supports de nos analyses des films de séances de classe, nous y reviendrons, commençant par préciser les grandes lignes de notre méthodologie.

Nous développons trois niveaux d'analyse complémentaires, non indépendants, sur nos séances en classe (à partir soit de video, soit des transcriptions correspondantes et des documents d'accompagnement joints aux video) :

- * les analyses des préparations (en termes de contenus et de gestion) permettant de reconstituer les lignes d'action pour une séance donnée - à partir des documents d'accompagnement et d'une analyse globale des séances. On retrouve ici les **analyses a priori**.

- * les **analyses du déroulement des séances** (en termes de contenus et de gestion), permettant de compléter les projets par les descriptions globales de leurs mises en oeuvre. C'est ce qui est donné à entendre aux élèves, film sans arrêt sur image.

Parmi les observables, les actes techniques comme la tenue du tableau, le recours aux cahiers et le cahier de texte, les déplacements et les regards sont accessibles.

Ces analyses, faites sur les video et leurs transcriptions, sont complétées par d'autres informations, indirectes, obtenues à partir des réactions d'autres collègues ou acteurs du système visualisant les séances (sur video).

C'est ce que nous avons appelé "ethnométhodologie" en référence à ce que fait Coulon (1987, 1993), lorsqu'il préconise d'interroger "naïvement" des acteurs de l'intérieur d'un système sur ce système (éducatif en l'occurrence).

Ces analyses nous donnent un premier accès aux singularisations, compte tenu des lignes d'action. Elles permettent aussi d'avoir accès à une certaine norme répandue dans le milieu au moment des analyses. Elles nous ont aussi amené à caractériser un type d'expertise de l'enseignant (croisées avec les analyses locales, que nous décrivons ci-dessous).

- * les **analyses locales des transcriptions** permettant de reconstituer ce que l'enseignant propose aux élèves au quotidien, à partir d'une étude "à la loupe" de ses propos.

Elles nous permettent de compléter les singularisations des pratiques d'un enseignant.

Nous pensons en particulier que ces analyses locales remplacent d'une certaine manière les observations sur un temps long, compensent même le manque d'informations de ce type, dans la mesure où, mettant à jour grâce à une étude de détail, qui n'est évidemment pas faite par les élèves, des façons de faire et de penser de l'enseignant, elles nous renseignent justement sur ce que les élèves perçoivent, eux, en terme d'habitudes, parce qu'ils y sont soumis sur une longue durée.

Ainsi nous allons développer dans ce travail des analyses de pratiques effectives en classe de seconde, concernant toutes l'introduction du chapitre sur les vecteurs.

Le choix de la seconde est délibéré : classe encore indifférenciée, mais où les connaissances abordées sont complexes et les problèmes de discipline moins présents. Le choix du thème est plus aléatoire, nous avons d'ailleurs d'autres video sur d'autres chapitres.

Ces analyses de trois séances de trois enseignants différents doivent servir à cerner le **monde mathématique que (re)construit au jour le jour ces enseignants dans leur classe**, essentiellement à partir des activités qu'ils proposent aux élèves et de ce qu'ils disent en classe à propos de ces contenus.

III Méthodologie de la recherche : le matériel, les analyses.

1) *Le matériel video*

C'est sur des films tournés en classe (de seconde donc), dont nous avons fait l'hypothèse qu'ils restituent une grande partie de l'information sur les pratiques effectives des enseignants en classe, que nos principales analyses se fondent. En fait ce sont les transcriptions de ces video que nous analysons, mais complétées par quelques visualisations.

Soulignons que les prises de vues ont été très soigneusement préparées par des collègues responsables de chaque séance, et qu'elles ont été réalisées par des professionnels (deux équipes ont été sollicitées, celle du centre audiovisuel de l'ITUFM de St Germain, celle du médiapole du lycée de Marly le Roy). Nous joignons en annexe le cahier des charges d'un "responsable video", c'est à dire du collègue chargé de tout organiser pour qu'un tournage se passe bien, depuis les contacts avec l'enseignant filmé jusqu'à la récupération de la bande video, en passant par l'organisation matérielle du tournage lui-même et la production d'un document sur la classe filmée.

Finalement nous disposons pour chaque séance analysée de deux bandes video (une centrée sur l'enseignant et l'autre sur les élèves) et d'un "document d'accompagnement", constitué et rédigé par le responsable video, qui permet de reconstituer le projet de l'enseignant filmé et le cas échéant qui joint ses remarques sur le déroulement de la séance ou des productions d'élèves, permettant une certaine évaluation (cf. annexe).

Dans la mesure du possible nous avons enregistré un même enseignant sur deux contenus différents, ou dans deux classes différentes, et plusieurs enseignants sur le même chapitre : en définitive nous disposons de 7 séries de bandes video, concernant 7 enseignants différents, filmés chacun, sauf une exception, pendant deux ou trois sur séances, dans deux classe différentes pour deux d'entre eux. Soit au total 14 séances différentes, sur les vecteurs, les fonctions et les homothéties, dont nous n'analysons ici que les 3 qui concernent les vecteurs (ou plutôt l'introduction des vecteurs).

2) *Les analyses des transcriptions : analyses locales (teneur du discours, objet du discours, fonction du discours)*

i) introduction : rappels des objectifs, première présentation des catégories utilisées, méthode de travail.

Ces analyses remplissent plusieurs fonctions : préciser les analyses a posteriori, et rajouter des indications fines sur le déroulement des séances (notamment à travers des détails du discours de l'enseignant, compte tenu de ses objectifs).

Rappelons en effet que nous cherchons à reconstituer l'univers mathématique dans lequel l'enseignant fait vivre ses élèves, au jour le jour, et que nous cherchons à travers les analyses locales à ajouter des renseignements, complémentaires à ceux des analyses a posteriori, permettant d'y avoir un accès.

Ceci implique des hypothèses sur ce qui importe, ce qui est signifiant, pour reconstituer cet univers : nous considérons d'abord les tâches à effectuer par les élèves, y compris écoute d'un cours, avec les conditions de réalisation, les attendus et leur "portée" possible (analyses a priori) ; nous

analysons le déroulement effectif, avec la confrontation aux attendus et les modifications ou transformations imprévues, notamment de la part de l'enseignant (analyses a posteriori) ; cela renseigne sur les différentes situations rencontrées par l'élève avec une estimation de leurs effets potentiels (cela correspond à l'adoption d'hypothèses de type constructiviste et didactique : c'est la situation à laquelle est confrontée l'élève qui détermine son apprentissage, cette situation remplissant certaines caractéristiques du fait qu'il s'agit de mathématiques).

Mais nous avons ajouté à ces éléments un peu globaux des éléments plus singuliers, qui dépendent des pratiques des enseignants, et dont nous voulons tester l'hypothèse qu'ils influencent la fréquentation que les élèves ont des mathématiques dans leur classe (et à terme les apprentissages).

Si on se réfère en effet à Vygotski par exemple (et pour parler de manière schématique), l'apprentissage est aussi affaire d'échanges, de médiations et d'aides, d'environnement, la portée de ces médiations dépendant des contenus traités, des connaissances concernées. Or une partie de ce que perçoit l'élève résulte peut-être de cette accumulation de renseignements très fins, sans doute en partie implicites, de plusieurs ordres, qui diffusent à partir du discours (au sens large) de l'enseignant et qui peuvent être assimilées par les élèves suite à une écoute (même partielle) sans cesse renouvelée.

N'oublions pas que les élèves n'écoutent pas tout le temps, et que l'on peut penser par exemple que ce sont les fonctions majoritaires du discours qu'ils auront le plus de chance de percevoir !

Éléments de contrat par exemple, par répétition d'appréciations analogues associées à des causes analogues (le fameux "dépêchez-vous" associé aux tâches dévalorisées par exemple), mais aussi conception même des mathématiques, au moins "pour les élèves" : si l'enseignant réduit toujours ses bilans à des "recettes", s'il se contente d'affirmer sans justifier, s'il "triche" à certains moments clefs en passant par dessus la difficulté, cela peut très bien ne pas apparaître dans le scénario global et cela peut, peut-être, en modifier les effets...

Même conclusion avec ce qui est vraiment l'affaire des élèves pendant les séances ordinaires, par delà le scénario global : comment le déterminer sans une analyse locale non seulement des échanges mais de ce sur quoi portent les échanges par exemple ?

Dans cette perspective, nous avons fait l'hypothèse qu'il peut y avoir une différence intéressante à relever pour nos objectifs (ie pour repérer les mathématiques que l'enseignant fait fréquenter à ses élèves) entre un discours "brut", direct, où ce qui est à transmettre est simplement dit, et qui à la limite pourrait figurer dans un livre, et un discours où sont ajoutés des commentaires, quels qu'ils soient à propos du contenu en cause. Or ceci n'apparaît pas dans les analyses a posteriori, plus globales.

De plus les sollicitations qui sont faites aux élèves, et ce sur quoi elles portent, permettent elles aussi de compléter le rôle des élèves dans une séance, de saisir ce qui leur est réservé comme participation aux mathématiques en jeu, par delà les analyses a priori, et même les analyses a posteriori. Les analyses a priori permettent de saisir par exemple ce qui est réservé aux élèves tout seuls, et ce qui sera du ressort de l'enseignant, elles délimitent ainsi le champ des questions possibles ou même nécessaires. Les analyses a posteriori permettent d'avoir une idée de la prise en

compte des élèves par l'enseignant pendant le déroulement des séances, au niveau de reprises (ou non reprises) éventuelles de réponses, ou d'explications improvisées à des questions imprévues. Nos analyses, qui nous amènent à déterminer précisément sur quoi porte chaque question de l'enseignant selon ce qui est en jeu, pour donner un exemple, permettent de saisir à quel niveau les élèves sont sollicités.

Enfin, le discours, notamment le discours non strictement mathématique, comporte des (plus ou moins légères) transformations du discours brut, ou même des rajouts, très divers, dont on peut penser qu'ils peuvent ou aider les élèves, qui en sont soulagés, qui en profitent pour mieux bénéficier du message, ou qu'elles empêchent les élèves de s'y livrer seuls, les rendant moins autonomes... En tout cas un même scénario, un même déroulement peuvent différer sur ces accompagnements !

Nous analysons donc ces transformations, ces rajouts, et le discours brut de trois façons, complémentaires, en croisant à chaque fois avec les analyses plus globales, qui servent à découper le corpus (selon les activités des élèves) :

- *en indiquant précisément s'il y a question, ou si le discours n'est que mathématique, ou comporte autre chose (discours indirect) - c'est ce que nous appelons la teneur du discours,

- *en en cherchant la fonction dans le flot du discours, parmi les trois catégories suivantes : informations, sous diverses formes, structurations et aides diverses, ou argumentations (ouvertures, voire réflexions) - c'est ce que nous appelons la fonction du discours,

- *et en précisant enfin sur quelles mathématiques l'enseignant parle (mathématiques utilisées pour résoudre un exercice particulier, ou décontextualisées (y compris formalisation ou méthode), ou entre les deux, mathématiques décontextualisées mais qui servent pour résoudre l'exercice ou qui se déduisent de l'exercice) - c'est ce que nous appelons l'objet du discours.

Avant de préciser ces dimensions, il faut bien souligner que ces analyses sont faites sur chacun des épisodes qui correspondent à une tâche-élève bien définie et dont l'ensemble constitue la séance. Une restriction toutefois : nous ne nous intéressons qu'aux phrases ayant un rapport avec les contenus, nous avons enlevé (compte tenu de nos objectifs toute l'animation stricte, du genre "je viendrais à votre match demain", ou "tout le monde a bien compris ?" sauf dans une analyse, très globale, de toutes les questions de nos enseignants.

Chaque transcription est ainsi découpée, grâce aux analyses a priori et a posteriori, en une suite de "tâches" à réaliser par les élèves ; un épisode correspond à une tâche (il peut y avoir plusieurs questions analogues), et c'est au sein de chaque épisode que nous analysons chaque phrase de l'enseignant, en lui attribuant 4 codes : une longueur (nombre de demi-phrases, par excès), une teneur, un objet et une fonction.

Ces codes sont relevés dans un tableau : une case de ce tableau indique la longueur totale des phrases de l'épisode ayant une teneur donnée, une fonction donnée et portant sur un objet donné. L'analyse locale de la séance consiste à étudier systématiquement les répartitions des dimensions retenues (teneur, fonction objet) ainsi que leurs croisements deux à deux en fonction de la tâche (cf. tableaux en annexe).

ii) La teneur du discours : définitions et exemples.

La teneur du discours permet à la fois de déterminer les sollicitations aux élèves (tous les échanges entre le professeur et les élèves sont relevés et codés "questions"), et la répartition du discours restant (non interrogatif) entre mathématique (direct) et non mathématique (indirect).

Cette répartition dépend évidemment du contexte, mais on peut donner les principes généraux que nous avons suivis.

— LES QUESTIONS sont relevées systématiquement, et d'abord classées en "non mathématiques" (animation, acquiescement...) et mathématiques. Puis les questions mathématiques sont analysées comme le reste selon leur fonction et leur objet.

Les questions non spécifiquement mathématiques, qui n'apparaissent pas dans les analyses complètes de chaque épisode, ont été séparées en trois sous catégories : les questions d'*animation* (ex. : «Bastien ?» pour attirer l'attention de Bastien, «tout le monde est prêt ?», «C'est toi qui m'a interpellé ?», «voulez-vous me répéter ?» ...), les *demandes d'acquiescement* (ex. : «D'accord ?», «Tout le monde a bien compris ?», «ça va ?») et les *fausses questions* (questions pour lesquelles le professeur n'attend manifestement pas de réponse, ex. : «Qu'est-ce qu'il faut retenir ? C'est d'abord que...», «Alors... que nous reste-t-il à faire ?», «Qu'est-ce que j'ai dit ? non, c'est pas ça, c'est...»).

— On réserve le code "DISCOURS MATHÉMATIQUES" (ou plus souvent "discours direct") à des phrases qui énoncent un contenu mathématique strict, quel que soit le langage dans lequel il est exprimé (formel, familier, ordinaire, mixte). Il s'agit de descriptions d'opérations, ou de constructions, ou de figures, ou d'énoncés de théorèmes, ou de propriétés ou de définitions. Cependant, des mots non mathématiques (en petit nombre) peuvent accompagner des phrases étiquetées "discours direct", mots qui sont souvent des repères du contenu évoqué : «on a trouvé», «on en déduit», «implique», «dernier» ou «premier», «je dessine», «je calcule», «j'utilise», «je démontre»...

De plus, «oui», «non», «vrai», «faux» au sein d'un discours mathématique et sans commentaires est aussi assimilé à du discours mathématique.

— On étiquète "DISCOURS INDIRECT" tous les autres segments du discours : il s'agit de commentaires, plus ou moins élaborés, sur les mathématiques, sur les tâches à résoudre, sur les méthodes...

Par exemple : «il n'existe pas de ...», «on ne peut pas utiliser...», «il faut démontrer...», «vous devez démontrer...», introduit une idée qui dépasse le simple contenu mathématique ; alors que «on utilise la relation de Chasles» peut relever du discours mathématique si ça apparaît dans une démonstration, si la phrase est «la méthode pour démontrer ce type d'égalité est la relation de Chasles», on sort là encore, dans notre code, du strictement mathématique (idée explicite de méthode). Le fait de classer ou même de nommer en introduisant une idée un peu plus générale que ce qui est le strict énoncé mathématique fait rentrer une phrase dans cette catégorie.

EXEMPLES DE RÉPARTITIONS :

Voici un exemple de cette analyse : ce que nous avons classé comme “discours mathématique” est souligné, ce que nous avons considéré comme n’étant ni direct ni indirect (les questions essentiellement...) est rayé, le reste a été classé comme “discours indirect”. Quelques remarques relatives à la bonne marche ou à l’animation du cours sont signalées par des “(...)”. Les interventions des élèves sont en italique.

Séquence de cours :

C’est l’une des définitions les plus importantes, disons... dans le domaine du calcul vectoriel, vous verrez tout ce que l’on fait comme travail à partir de cette définition là. Alors, il s’agit de savoir ce que signifie l’expression “multiplier un vecteur par un nombre”. Donc il faut bien qu’on se donne un vecteur, il faut bien qu’on se donne un nombre. Alors, on se donne le vecteur représenté par les points A et B [il dessine le vecteur $\overrightarrow{AB}$]. Je vous rappelle que quelquefois je dis des choses et j’écris autre chose. Je répète, Marie, ce que je viens de dire : “on donne le vecteur représenté par les points A et B”, et tu vois ce que j’ai écrit... (...) Il nous faut un nombre réel quand même pour travailler, alors ce nombre réel dans la littérature on l’appelle (...) on l’appelle fréquemment k. Alors, petit k désigne un nombre réel (...) petit k désigne un nombre réel [il écrit “k désigne un nombre réel”]. Alors il s’agit dans cette définition de donner un statut légal à l’écriture “k fois vecteur $\overrightarrow{AB}$ ”. Qu’est-ce que ça veut dire tout ce qu’on a dit ? Alors euh... on va définir, on définit, le produit parce que quand euh... on effectue une multiplication, on obtient au bout un produit, et là encore on l’appellera produit... alors de k par le vecteur AB. Ceci ainsi : alors, quand je dis “on” bien sûr c’est la communauté mathématique internationale qui donne cette définition. Alors il se trouve que, euh..., il y a deux situations différentes et là encore on va mettre à part le vecteur... vous le savez qui est quand même un petit peu, euh... l’élément perturbateur de la classe, c’est à dire le vecteur nul. Le vecteur nul il est un petit peu perturbant en ce sens que on a dit qu’il avait une infinité de directions, et comme il a une infinité de directions il entre un petit peu à part dans la définition. Donc on va donner ça en deux étapes. Alors, premièrement, le cas où $\overrightarrow{AB}$, le vecteur, n’est pas nul et le nombre k non plus. Donc on commence par se mettre dans une situation où on ne sera pas gêné par le, l’élément... oh, on ne l’appelle pas perturbateur, faut pas exagérer quand même, enfin, disons le vecteur nul. Alors, lorsque l’on juxtapose le nombre k réel, le vecteur $\overrightarrow{AB}$, dans cet ordre là et que l’on sépare par un point, et on lit k fois vecteur $\overrightarrow{AB}$, [il écrit “k. $\overrightarrow{AB}$ ”] alors cette écriture là re... enfin disons représente un vecteur. Donc k fois vecteur $\overrightarrow{AB}$ représente un vecteur, lui. Donc déjà bien se persuader que quand on multiplie un nombre réel par un vecteur, c’est évidemment un mariage qui se fait entre deux éléments mathématiques de nature différente, un nombre d’un côté, un vecteur de l’autre. Donc il faut savoir au bout ce qu’on obtient. On pourrait obtenir une fonction, pourquoi pas ?... Ben oui, c’est un vecteur. Bon. Si c’est un vecteur, il faut nous dire comment, il faut nous dire comment il est défini ce vecteur : quelle est sa direction, quel est son sens, quelle est sa longueur. Ben, il faut dire les trois choses. Pour le dire, euh... on peut le représenter par deux points, hein ? On peut le représenter si on veut par deux points A et C. Alors, “est un vecteur représenté par les points A et C” [il écrit à la suite de “k. $\overrightarrow{AB}$ ”].

On remarque que sur cette séquence de cours que le discours mathématique paraît cohérent et linéaire, il est parsemé de remarques (structurations, explicitations, formulations, justifications...). Le discours indirect est par conséquent très décousu : les différents passages sont indépendants, ils commentent le passage mathématique précédent ou annoncent le ou les suivants.

Séquence d'exercice :

— (...) Si, Renan, je te demande où tu as placé le point K, qu'est-ce que tu me réponds ?

— *Un carreau en dessous de E*

— Un carreau en dessous de E. (...). Vous avez raison, il est un carreau en dessous, enfin... "en dessous", tout le monde comprend, hein ? Alors, comment tu as calculé la norme du vecteur $\vec{EK}$? Renan, norme de $\vec{EK}$?

(...)

— *un carreau.*

— oui, alors on va pas dire "un carreau", on, on, on sait de toute façon que le côté du carreau est

l'unité de longueur...

— *...un*

— donc, ça fait un, ça fait un. Tu continues, norme de $\vec{EF}$, vecteur $\vec{EF}$?

— *j'ai fait avec Pythagore...*

— "...Tu as fait avec Pythagore", tu veux nous dire les choses plus précisément ? Qu'est-ce que tu as fait avec Pythagore ? Tu t'es amusé ?

— *non*

— non. Oui et dans ce triangle rectangle, tu as utilisé, non pas Pythagore mais ?

— *Le théorème de Pythagore* [c'est un autre élève qui répond]

— "Le théorème de Pythagore", c'est quand même autre chose ! et tu as trouvé comme réponse ?

— $\sqrt{5}$ [de nouveau Renan]

— oui et tu as raison : $\sqrt{5}$ Qu'est-ce que tu as trouvé pour la norme de $\vec{GH}$?

— $GH=EF$ donc $\sqrt{5}$.

— Absolument, absolument. Et pour terminer, puisque tu es bien lancé, la norme de $\vec{IJ}$?

— *On voit que c'est 3.*

— On voit que c'est 3, c'est pas la peine d'aller chercher Pythagore là, on le laisse tranquille, bien. Alors euh... est-ce que l'on a l'égalité qui est en dessous ? C'est à dire, Julien, distance EK égale distance EF plus distance GH plus distance IJ ?

— *non*

— non, tu vois pourquoi j'ai posé cette question ?

— *oui*

— oui, et tu me réponds pourquoi ?

— *[réponse longue] (...)*

— Ça c'est vrai, il ne faut pas confondre la norme d'un vecteur et le vecteur lui-même, mais ça va plus loin la question, que de confondre la norme d'un vecteur et le vecteur, Julien ?

— [réponse longue] (...)

— Voilà, la norme, la norme d'une somme de vecteurs est différente de la somme des normes de chacun des vecteurs, on l'a vu avant-hier et lundi. Bien.

Ici le discours mathématique est de même nature que le discours indirect : ils sont hachés et sont construits autour de l'interaction professeur / élève.

Le discours indirect (explicitation, mise en garde, demande de réflexion) vient en fin de séquence, le discours mathématique est essentiellement un discours de validation des réponses et des méthodes utilisées.

iii) L'objet du discours : définition et exemples.

L'objet du discours est analysé dans la mesure où un des objectif (et un des moyens) de l'enseignement est justement le passage des exercices (des situations proposées aux élèves) à la conceptualisation, elle-même testée par les mises en applications, passage pour lequel la dialectique exercices/cours semble fondamentale.

Nous avons donc relevé les phrases portant sur des exercices (mathématiques contextualisées), codées "Ex" (et quelquefois "A"), des mathématiques décontextualisées, codées "Ma" (et quelquefois "M"), ou sur le passage exercice $\leftrightarrow$ mathématiques, codée "Lien" (et quelquefois "A $\leftrightarrow$...", ou "E $\leftrightarrow$..."). Nous avons aggloméré aux mathématiques décontextualisées ce qui concerne en toute généralité la formalisation et les notations, ainsi que les méthodes. Ceci vaut pour les mathématiques concernées par le passage exercice $\leftrightarrow$ mathématiques.

Nous devons préciser quelques règles que nous avons adoptées à ce propos.

D'abord l'objet d'une validation elliptique (typiquement «oui») est l'objet de ce qui est validé (qui apparaît donc avant).

Ensuite, nous appelons exercices tout ce que l'enseignant demande aux élèves de chercher (même très peu de temps, ou à la maison) et qui est plus ou moins contextualisé. Les tâches peuvent être particulières, ou plus générales : c'est la différence entre "soit le vecteur de composantes (4,5)" (cas particulier), "soit le vecteur $\overrightarrow{AB}$ dessiné ci-dessous", ou "soit un vecteur $\vec{u}$ " ou "un vecteur $\overrightarrow{UV}$ " (non dessinés).

Si pendant l'exposé des connaissances il y a un cas particulier traité comme un exercice, ou la reprise d'une activité déjà faite, nous les classerons comme exercice.

Dans tous ces cas différents où nous parlerons d'"exercice", ce sont les analyses de tâches qui seront différentes et qui témoigneront de ces différences, comme nous le verrons ci-dessous.

Enfin, les phrases du type A $\leftrightarrow$... sont de plusieurs types, relatives au contexte d'ailleurs. Il s'agit quelquefois de faire mettre un "quel que soit" après un exercice particulier ou d'introduire quelque autre généralisation ; ce peut être dans l'autre sens l'évocation ou l'utilisation explicites d'un théorème général, rappelé comme tel, comme nous le verrons ci-dessous.

Nous allons donner des exemples (pris sur des questions) de cette typologie.

— QUESTIONS CLASSÉES EN "MATHÉMATIQUES" :

Ce sont des questions qui ne portent plus sur l'exercice en cours mais sur les mathématiques en jeux. Elles comportent au moins un quantificateur "quelque soit" — implicite en général, éventuellement marqué par un "quelconque" ou par l'emploi d'une lettre générique (x ou M) — ou au moins une échappée de l'exercice.

Il peut s'agir de réfléchir sur (ex. : «a-t-on distance uv + distance vw égale distance uw à partir de la relation de Chasles ?», «tu connais le rôle des parenthèses ?»), de reconnaître (ex. : «soustraire un nombre c'est ajouter... ?», «c'est quoi $3/2$?» [un réel], «c'est l'application du théorème de Thalès, dans quel sens ?», «[la norme du vecteur $\overrightarrow{AE}$ est $3/2$] parce que le nombre $3/2$ est ?» [positif]), d'utiliser (ex. : «la symétrie conserve les longueurs, elle conserve aussi ?», «il me parle de la projection qui conserve?... ?», «Alors concernant les directions [respectives de u et ku] ?», «Parce que zéro fois le vecteur $u+v$, ça donne quel vecteur ?») une définition, une opération, un théorème un objet mathématique.

Ou bien de rechercher un cas particulier d'un théorème introduit par l'activité ou l'enseignant (ex. : «Alors k désigne un réel quelconque (...) on va éliminer euh, quel cas particulier tout de suite ?», «J'ai éliminé une situation particulière des vecteurs u et v qui est laquelle ?»).

Ou bien il s'agit de préciser ou de discuter les conditions d'application d'un théorème, d'une définition, d'une opération, les hypothèses nécessaires (ex. : «peut-on quand même avoir distance uv + distance vw égale distance uw ? (...) Dans quelles circonstances ?», «vous l'avez défini comment au collège ?», «Bon, ceci c'est vrai pour trois points particuliers ou c'est vrai chaque fois que j'ai trois points quelconques ?»).

Ce qui est en cause ici pour l'enseignant c'est le "texte du savoir", ce qui pourrait figurer dans un "cours", décontextualisé au moins partiellement.

Les questions suivantes portent sur les notation, le vocabulaire, la façon dont un élève exprime une idée et relèvent de la même catégorie... «si leur somme est nulle on a dit qu'ils étaient ?», «tu as utilisé non pas Pythagore, mais ?» [le théorème de Pythagore], «Alors... Fais moi une phrase complète...», «Dis moi les choses comme il faut», «Tu écris ça comment ?», «Bien! Tu l'appelle comment [ce point] ?», «Quelle est la notation qui caractérise un vecteur ?», «Comment est-ce que vous notez les translations ?», «Vous "faites deux fois"... c'est à dire ?».

— QUESTIONS CLASSÉES EN "EXERCICES<->MATHÉMATIQUES"

Les questions $A \leftrightarrow M$ portent sur le niveau mathématique et le niveau de l'action en cours. Nous en avons trouvé trois types.

Les demandes de justifications (d'une "action") du type "oui, pourquoi ?" ou "non, pourquoi ?", ex. : «Oui, ADBC est un parallélogramme. Pourquoi ?».

Les questions qui comportent une certaine mise à distance de l'exercice en cours, tout en gardant l'exercice à l'esprit. Soit par l'introduction d'un élément de généralisation au moins (des données ou autres) par rapport à la situation de l'exercice, autrement dit l'introduction, même implicite, d'un "quelque soit" (ex. : «quelle est l'égalité de vecteur que

j'ai derrière ?», «Donc, je suppose u non nul, comme ça je pourrai parler de la direction de u. Alors la direction de vecteur ku d'après ce qu'on a pu voir, ce sera quoi ?», «en utilisant le même résultat [la même construction] on démontrerait que les droites ?»). Soit par le rapprochement de deux résultats obtenus de manières distinctes et séparées dans l'exercice (ex. : «Bon... si on compare ? [$\vec{u} \otimes \vec{v}(M)$ construit d'une part et $\vec{u} + \vec{v}(M)$ construit d'autre part]»). Soit par la contextualisation, même limitée et artificielle, de questions mathématiques générales (ex. : «est-ce que j'aurais pu choisir un autre représentant du vecteur $\vec{u}$ que le vecteur $\vec{AB}$?»). Autres exemple portant plus sur la méthode : «Alors sans entrer dans les détails est-ce que tu m'indiquer les principes de la démonstration qu'on a utilisée hier ?», «Est-ce que tu peux maintenant me donner une indication me permettant de poursuivre le travail qu'on est en train de faire pour atteindre le but qu'on s'est fixé ?», «Vous procédez de quelle manière ?», «Dans ce cas là, $\vec{AB} + \vec{CD}$ devient $\vec{AB} + \vec{BE}$. Quel est l'intérêt ici ?», «Qu'est-ce qu'il faudrait retenir d'essentiel sur tout ce qu'on a vu ?», «Est-ce que tu vois pourquoi j'ai posé cette question ?», «Alors, c'est plus simple, pourquoi ?», «Quel est l'intérêt des vecteurs finalement ?».

— QUESTIONS CLASSÉES EN "EXERCICE".

Nous parlerons de ce type de questions lorsqu'elles porteront sur un exercice particulier (ou une activité), en cours de résolution, une situation contextualisée, la question n'ayant aucune prétention de généralité. Ce peut être une demande de résultats, ou une demande d'application immédiate de théorème, de définitions (dans la mesure où ce morceau de cours est relativement proche), etc. Le travail en cours peut porter sur : un calcul numérique ou littéral («sept quart, ça fait à peu près combien ?»), un travail sur une figure (nommer un élément : «Quelle est cette position ? [le milieu]», «Quelle position occupe-t-il ?» [c'est le symétrique de B par rapport au point E], reconnaître un élément : «Est-ce que les vecteurs AB et MN ont même direction ?», «est-ce que le vecteur dessiné correspond au vecteur $\vec{AB} + \vec{BC}$?», décrire un élément : «qu'est-ce qu'on peut constater ici sur les droites (US) et (VW)», construire quelque chose : «comment allez-vous procéder pour construire ce point ?», calculer des longueurs ou autres grandeurs numériques liées à la figure : «combien de graduations pour BD ?», «Qu'est-ce que tu as trouvé pour la norme de $\vec{GH}$?», trouver l'effet de transformation : «Qu'est-ce que je peux dire des points A, E et C par la translation de vecteur $\vec{AB}$?», relecture de la figure dans un autre cadre : «ABCE parallélogramme, quelle égalité [vectorielle] va traduire cette situation ?», « $[\vec{AB} = \vec{DC}]$ Si j'utilisais le mot translation qu'est-ce que je vais écrire ?»... etc.).

iv) La fonction du discours : définitions et exemples.

La fonction du discours est déterminée par rapport à trois grandes catégories de fonctions possibles (assez exhaustives) : l'*information* — qui correspond à donner des informations —, la *structuration* (sans justification) — qui correspond à organiser des informations et qui peut être conçue comme aide au suivi et à la mémorisation —, enfin les *argumentations* réflexions diverses (ouvertures) — qui sont des commentaires "intelligibles" des informations ou des aides à la compréhension (cf. ergonomie) —.

Parmi LES INFORMATIONS, nous avons distingué :

- les informations brutes (énoncés).
- les résultats (sans commentaires).
- les évaluations et validations (sans commentaires).

Et des informations un peu "truquées", sans explication toujours :

- les informations données par le professeur qui joue à l'élève, ou qui dicte à l'élève au tableau.
- les informations données de manière "ostentive" : soit «vous voyez que», soit «faites [ceci]» (par exemple, des transformations insidieuses des consignes données comme information, alors que tout un travail aurait pu être derrière)...

Parmi LES FONCTIONS DE STRUCTURATION (souvent exprimées dans des discours indirectes, de type "méta") nous avons distingué :

- les appréciations (sur la tâche), les mises en garde, souvent porteuses de renseignement sur le contrat.
- les structurations (des contenus, notamment par des titres, ou du déroulement dans le temps).
- les bilans et rappels.

Voici des exemples de discours de structuration, d'appréciations et de mise en garde :

• Exemple 1 •

Les mises en garde, les choses à retenir, le professeur attire l'attention, insiste.

De portée plus ou moins grande, elles sont ou non écrites (au tableau, sur les cahiers des élèves). Elles peuvent porter sur les erreurs des élèves, sur les méthodes, sur les actions... Elles peuvent intervenir avant que la chose se produise (anticipation de l'enseignant, occasion de prouver ses connaissances aux élèves...) ou après ("l'essentiel est..")

Exemple : «contrairement à ce qu'on pourrait croire...», «ne pas penser que c'est la seule méthode», «attention il ne s'agit pas de...», [à propos de la relation de Chasles] «Donc c'est le point d'arrivé qui est le même que le point de départ. Donc il faut faire attention lorsqu'on utilise la relation», [inscrit au tableau à propos de $uv+uw$:] «Ne pas confondre uv et vu , si on fait cette confusion, on pense à $vu+uw$ [et donc à la relation de Chasles]» [commentaire oral après la dictée :] «Donc vous voyez l'origine de l'erreur, ça c'est une erreur bon... que vous ne ferez peut être jamais, mais attention on a quand même tendance à le faire, «Il ne faut pas confondre la norme d'un vecteur et le vecteur lui-même mais ça va plus loin (...) la norme d'une somme de vecteurs est différente de la somme des normes de chacun des vecteurs», «Tu sais dans le domaine des vecteurs, il faut se méfier des distances parce que la distance est une toute petite disons euh... qualité d'un vecteur, tu sais : il y a une longueur, il y a une direction et un sens. Donc méfie-toi de commencer par les distance : terrain glissant», «c'est pas le TGV qu'on prend,

c'est pour l'instant un omnibus. Après, le TGV c'est quand, quand on a un petit peu plus de bouteille en mathématiques. Parce que sinon on risque de détailler».

• Exemple 2 •

Les appréciations interviennent plus à propos de questions qu'au milieu d'un discours exposant des connaissances.

Elles sont relativement peu variées dans un même cours, ce sont souvent des adjectifs («simple», «très simple», «très très simple», «facile», «difficile», «barbare», «naturel», «tout à fait naturel», «évident», «intéressant», «important», «puissant», «essentiel», «compliqué», «petites activités»...) ou des adverbes («simplement», «seulement», «rapidement», «en gros»...) ou de petites phrases («ça manque un petit peu d'intérêt», «sans entrer dans les détails», «ne cherchez pas de complications», «sans commentaires», «sans difficulté spéciale», «nécessite une réflexion un peu plus approfondie», «on va quand même regarder un petit peu de plus près cette figure quand même», «il y a pas un gros gros problème», «c'est un petit détail», «c'est pas grave», «il n'y a rien d'extraordinaire»...).

Elles ont un rôle important, car ce sont des indices par lesquels le professeur se «dévoile» : s'il demande une recherche et s'il ajoute que c'est facile, les élèves ne vont pas chercher de la même façon, la même chose que s'il indique que c'est difficile. Ainsi «il n'est peut être pas évident que ce soit facile» en dit long aux élèves... Ou encore «tout simplement, tout simplement, tout simplement» pour signaler aux élèves qu'il faut faire «comme on vient de faire». Si le professeur qualifie une propriété d'«essentielle», il y a fort à parier qu'elle figurera dans un de ses contrôles. De même lorsqu'il dit «j'aime mieux», ça n'est pas une parole en l'air.

En somme, les appréciations nous ont semblé figurer parmi les facteurs du contrat, contrat actuel comme ci-dessus, mais aussi représentation des mathématiques : par exemple lorsque le professeur indique qu'un résultat est «naturel», alors que se joue une analogie, ou une continuité avec d'autres domaines des mathématiques, ou lorsqu'il introduit une quantification en disant «on va quand même dire ce que représentent k , u et v » ou «vous notez une petite phrase pour commencer puis enfin je vous écrirai au tableau les propriétés» [la «petite phrase» est dictée : «étant donné deux vecteurs u et v quelconques et deux réels k et k' quelconques»].

• Exemple 3 •

Structuration du cours en train de dérouler, liée au temps : où en est-on ? où va-t-on ?

Plusieurs références sont utilisées pour transmettre aux élèves «où l'on est», «où l'on va», l'échelle du temps concernée étant une variable, ainsi que le degré de généralité sur laquelle porte la structuration.

Structuration de ce qui va être fait.

Ce peut être un strict rappel d'un numéro d'exercice ou de question (sorte d'index chronologique) ou encore de référence à un titre à , ou à un paragraphe.

Exemple : «C'est la question numéro 3», «On passe à la question 3», «Euh... grand cinq donc "produit d'un vecteur par un réel"», «Alors grand deux "Définition"», «Donc c'était les exercices 5, 6 et 7, hein ?», «dans le dernier dessin», «je vous distribue ça, c'est à mettre dans la partie activité»...

Ce peuvent être aussi des objectifs immédiats définis en référence soit aux connaissances visées (multiplication par exemple), soit au cours lui-même (définition, exercices, démonstrations, méthodes, figures...), ou bien encore aux activités des élèves en train de se dérouler (corrections, démonstrations, travail à la maison, en classe...).

Exemple : «Toute l'activité que l'on va avoir maintenant va consister à avoir un but précis : c'est d'essayer d'écrire ce vecteur sous la forme qui est ici, c'est à dire...», «N'oublions pas ce que l'on veut démontrer», «Alors, la deuxième somme dont on nous parle est un peu différente (...) quelle est la différence ?», «Vous prenez votre livre... 1 page 239. On va essayer de voir justement la différence entre $u+v$ et $u-v$ », «Alors, ça c'était ce que vous aviez à préparer»...

Ce peuvent être des références plus larges, évoquant des objectifs plus vastes (notamment au début du cours, d'un nouveau paragraphe), qui précèdent ce qui va être exposé pendant un certain temps (une demi heure, une heure, une semaine...), par exemple l'intérêt d'introduire une certaine notion, ou de faire une démonstration.

Exemple : «C'est cette propriété sur laquelle on va, à laquelle on va s'intéresser aujourd'hui [ce passage se situe au début de la séance, après que le professeur a réécrit au tableau, avec l'aide des élèves, la propriété vue en cours la veille]. Bien, alors euh..., j'y vois deux intérêts principaux, euh, mis à part le fait que, euh, l'intérêt primordial est d'apprendre des méthodes générales de démonstration. Ce qui est quand même l'un des buts poursuivis à partir du moment où l'on entre au lycée. Euh, deuxième intérêt c'est que la démonstration va reposer sur un autre principe que celui qu'on a utilisé hier en travaux dirigés. Et le dernier intérêt que j'y vois, c'est précisément de faire appel à un outil que vous avez vu au niveau du collège qui est, euh, l'outil "théorème de Thalès", et que ce théorème de Thalès est lié de manière assez précise, au niveau du lycée, à, au calcul vectoriel en ce sens qu'on reprend les énoncés de Thalès du collège pour leur donner une coloration vectorielle. Et le, cette démonstration constitue un excellent tremplin pour comprendre pourquoi le théorème de Thalès sous ses deux formes, directe et réciproque, peut être lié au calcul vectoriel. Ça va ? Bien. Alors, euh, on va dire ce qu'on va faire, euh, on va indiquer quel est le plan de l'étude que l'on va faire et on va se lancer au travail. Alors on y va. Donc il s'agit de justifier l'égalité...», «Alors, on commence par les vecteurs, on laisse tomber tout ce qu'on a fait de calculatoire pour l'instant. On reviendra après dessus. Et... vous en avez déjà entendu parler au collège, hein ? Vous avez entendu parler de la somme de deux vecteurs...»...

Des petits mots accompagnent et ponctuent souvent ces interventions («Allez on y va», «on continue», «on progresse...»), ils peuvent ajouter différentes indications aux élèves : on reprend son souffle, inutile de retenir ce qui précède, on se raccroche...

Structuration de ce qui a été fait

Il s'agit en général de bilan, étiquetages, souvent accompagnés de ce qui sera à retenir (et même précédés de la question fictive "qu'est-ce qu'il faut retenir").

Exemple : «Donc c'est une première chose à voir», cf. ci-dessus : «Et le dernier intérêt que j'y vois, c'est précisément de faire appel à un outil que vous avez vu au niveau du collège qui est, euh, l'outil "théorème de Thalès", et que ce théorème de Thalès est lié de manière assez précise, au niveau du lycée, à, au calcul vectoriel en ce sens qu'on reprend les énoncés de Thalès du collège pour leur donner une coloration vectorielle. Et le, cette démonstration constitue un excellent tremplin pour comprendre pourquoi le théorème de Thalès sous ses deux formes, directe et réciproque, peut être lié au calcul vectoriel.», «Et ça c'est une des propriétés de l'addition...» [découverte "au passage" de la commutativité de l'addition à propos de la construction de la somme $\vec{AB} + \vec{AC}$ avec "le parallélogramme ABDC" ou "le parallélogramme ACDB"], «Qu'est-ce qui faut retenir ? C'est d'abord...», «Alors, dans cette activité, quelles ont été les deux idées essentielles... à chaque fois ? (...) Qu'est-ce qui revient à chaque fois ?», «Qu'est-ce qu'il faudrait retenir d'essentiel sur tout ce qu'on, ce qu'on a vu ? Quelles sont les idées, l'idée qui est, enfin il y a deux idées, deux ou trois qui sont essentiellement revenues ?», «Alors bien entendu, euh, on avait fait ça un peu en tâtonnant, hein ? Dans un premier temps vous avez fait tracer $2\vec{u}$, ça fait un nombre très simple, bon, là voyez qu'on commence à tracer des nombres avec des virgules donc des nombres du style trois et demi, euh, sept quart, donc i' va sans dire qu'on va pouvoir généraliser ça au produit de n'importe quel vecteur par n'importe quel nombre réel», «Alors, bon cette activité, ça a fait découvrir les propriétés de ce produit d'un vecteur par un réel et puis on va maintenant le marquer dans le cours»...

Parmi LES FONCTIONS D'ARGUMENTATION ET DE RÉFLEXION (là encore correspondant plus au discours indirect qu'au discours direct) nous avons distingué :

- les mises en relation et autres structurations indirectes, voire implicites.
- les explications, justifications, explicitations.
- les généralisations ou réflexions.

Voici divers exemples de ces types de phrases :

• Exemple 1 •

Structuration indirecte : mise en relation

Elles peuvent être faites par rapport au passé immédiat (on se rappelle un des exemple, qu'on a vu...), au passé plus lointain, au futur immédiat, au futur plus lointain. Ces interventions relèvent du méta (puisqu'elles enclenchent une réflexion sur ce qui se joue), tout en ayant un rôle de structuration.

Ce sont essentiellement des analogies ou des différences qui sont pointées ("c'est la même chose").

Remarquons qu'en se référant au futur le professeur assoit son autorité, sa légitimité.

Exemple : «Bon, vous deviez utiliser la relation de Chasles (...) Par rapport au deux méthodes que l'on a vu là, les deux méthodes...», «La différence de deux vecteurs ça va pas être compliqué non plus, c'est un peu comme la différence de deux réels, ça nous ramène à une somme en ajoutant l'opposé du vecteur», «Je mettais au même niveau addition et soustraction (...) au second niveau, je mettais au même

niveau multiplication et division (...) et le troisième niveau d'opération pour moi c'est les puissances», «On va essayer de voir justement la différence entre $u+v$ et $u-v$ », «Si tu prends conscience quand même de la différence fondamentale qu'il y a entre les deux propriétés [alors tu comprendras qu'on ne peut pas utiliser la même démonstration], «...ce que vous n'avez pas fait au collège», «C'est dans ce but que j'utilise cette méthode, pour lier, si vous voulez, les énoncés de Thalès et les vecteurs», «un petit peu comme ce qu'on a fait hier», «on va avoir besoin tout à l'heure d'une figure qui est un parallélogramme», «Ce qui explique pourquoi j'ai éliminé la possibilité tout à l'heure pour les vecteurs d'être colinéaires», «on y arrive, aie confiance en moi», «i' y a un mot que vous avez vu au collège»

• Exemple 2 •

Structuration implicite

Un autre type de structurations indirectes, mais implicites, a été trouvé : ce sont presque des justifications de la décision de l'enseignant de continuer le cours, plus exactement l'enseignant signifie aux élèves qu'il en a assez dit, et qu'ils doivent être convaincus ; c'est une sorte d'argumentaire du déroulement interne du cours, qui le ponctue.

En réalité, un problème, un choix, une idée ou un argument... a été présenté par l'enseignant, éventuellement partiellement justifié (éventuellement de son point de vue exclusif, c'est à dire dans sa propre logique de pensée), éventuellement par un argument d'autorité, et l'enseignant ferme ensuite tout débat à ce sujet en faisant comme si c'était suffisant, comme si une discussion supplémentaire était, "évidemment", inutile. Il est à noter que le professeur peut se voir dans l'obligation de "tricher" ainsi, faute de temps, d'argument, ou bien parce qu'il sait qu'une discussion sur tel ou tel point n'apporterait rien de plus ou l'emmènerait trop loin...

Il y a là recours à un procédé de style, bien connu des journalistes : d'une proposition hypothétique, on fait le prémisses d'une implication, l'attention est alors (dé)portée sur l'implication ou sur la seconde partie de l'implication, la première n'étant plus discutée. Waslawick explique aussi ce type de procédé en citant le changement subtil qu'on introduit dans une discussion avec un enfant lorsque l'on passe du conflictuel "veux-tu te laver les dents ?" à la recherche de consensus, bien plus habile, qui décale l'attention de l'enfant en faisant comme si la prémisses était déjà acquise ; "tu préfères la brosse à dent rouge ou verte pour te laver les dents ?".

Exemples : «on sait ce que cela veut dire», «puisqu'on s'est mis d'accord», «Il va sans dire», «Vous voyez aussi pourquoi», «Cette activité vous a fait découvrir...» [alors que cela n'a rien d'évident], «alors, on ne va pas insister plus», «ensuite vous pouvez dire "on démontrerait de la même façon", c'est pas la peine de recommencer», «le milieu de [AC], sans commentaire c'est la même chose»..

On peut aussi se demander si les questions d'acquiescement ne sont pas souvent à placer dans cette rubrique, le professeur ne demanderait alors «d'accord ?» que pour signifier que ce qui précède doit être clair pour tout le monde (cette démarche laisse théoriquement la possibilité aux élèves de dire non, en pratique sur plus de deux cent

questions de ce type relevées¹ nous n'avons observé aucune réponse orale, le professeur n'attend que rarement une éventuelle réponse pour continuer son discours, il jauge sans doute la réponse au comportement de sa classe...).

• Exemple 3 •

Étude des explications du professeur.

Définition et typologie a priori

Nous réservons l'étiquette *explication* aux moments où l'enseignant ajoute quelque chose à un discours déjà tenu, par exemple lorsqu'il répond à une question d'élève, ou lorsqu'il décèle, dans les visages ou l'attitude des élèves par exemple, une incompréhension sur ce qui précède et qu'il veut l'éclaircir. Selon cette définition une explication pourrait être supprimée sans que cela n'altère la cohérence et le contenu du discours.

Nous avons choisi de ne pas qualifier d'explication quelques phénomènes dont les caractéristiques se rapprochent de celles décrites ci-dessus. Par exemple certains commentaires diffus, sortes d'explications implicites ou même sorte de mode explicatif, émaillent le discours du professeur, accompagnant par exemple l'exposition des connaissances, et souvent suite à une anticipation sur les difficultés éventuelles des élèves. La structuration que donne l'enseignant, voire le découpage qu'il adopte ou l'enchaînement de ses questions peuvent participer à ce mode explicatif. Mais si cela ne correspond pas à une reprise, liée aux élèves présents et au déroulement actuel de la classe, nous le classerons dans la catégorie *méta*. Les explications sont donc pour nous fondamentalement liées à la vie de la classe, on ne les trouverait pas tel quel dans un livre ni, a priori, dans le même cours du même professeur à une autre classe.

Une fois de plus, le statut explicatif d'une phrase dépend du contexte et ne peut être décidé sans reconstituer l'environnement : en particulier, un "pourquoi ?" n'est pas une annonce systématique d'explication, et réciproquement, il y a des explications qui ne commencent pas par "parce que".

Classement des explications rencontrées

Nous avons trouvé peu de variétés dans les explications de nos enseignants dans les séquences analysées et proportionnellement au volume (en temps écoulé) du discours nous avons trouvé peu d'explication (grossièrement de 0% à 10% selon les professeurs et de l'ordre de 3% en moyenne).

Elles sont souvent marquées par l'utilisation du "je" ou du "on" (exemple : «...quand je prends l'opposé...», «...on ne peut parler de sens qu'une fois que...», «...on a vu que...», «...et je m'aperçois que...», «donc ça me fait...») et par l'utilisation d'un vocabulaire spécifique, de type justificatif («...effectivement si on compte ses gradations...», «...il est bien dans le même sens que...», «...donc le réel k i' sera positif, forcément...») ou de type législatif («on doit», «...il faut

¹ voir aussi le paragraphe étudiant les questions posées par le professeur.

alors ajouter...», «il ne faut pas les confondre», «...on dira que...», «Là, c'est quand on peut dire que...», «...on peut distribuer...», «...on écrit toujours...», «... donc je suis obligé de...», «...je ne peux pas utiliser directement...», «...qui est, disons, une obligation...»...)

Elles se terminent souvent par une demande d'acquiescement (en fin d'explication : «...ça fait CB [avec] la relation de Chasles. C'est tout, d'accord ?», «...donc ici on a le droit de (...) d'accord ?», «...par définition, c'est u-v... D'accord ? Oui ? Ça va ?»). Il est difficile à l'élève de dire non : cela voudrait dire que le professeur explique mal... (Nous n'avons observé qu'une fois un élève redemandant une explication).

- Une première catégorie d'explications regroupe les explications données dans les exercices qui tiennent à une reprise de ce qui vient d'être fait, en termes d'action ("j'ai fait ça, ça et ça" : «j'ai remplacé la soustraction, enfin la différence, $\overrightarrow{AB}$ moins $\overrightarrow{AC}$, j'utilise la même règle qu'ici, je remplace la soustraction par l'addition et je remplace $\overrightarrow{AC}$ par son opposé. Alors l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AC}$ c'est le vecteur $\overrightarrow{CA}$. Donc j'ai le droit de remplacer ça par ça. Ensuite...etc.», «...je ne peux pas faire la relation de Chasles directement ! (...) il faudrait que j'ai un B ici [$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$] (...) je crée un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AC}$ (...) à l'origine qui correspond à B (...) Donc ça me fait le vecteur $\overrightarrow{BD}$ (...) j'obtiens un parallélogramme (...) et je m'aperçois que...»). Cette catégorie correspond à une description de la contextualisation d'une technique ou d'un théorème ou d'une définition, dont le nom ou la teneur sont évoqués comme seule justification («...à chaque fois j'utilisais la relation de Chasles...», «...par définition une longueur de vecteur est un nombre positif...», «...du fait que c'est un parallélogramme»).

La raison pour laquelle l'argument mathématique s'applique bien ici n'est pas développée, pas plus que ne sont utilisés d'éventuels changement de registres, de cadres, de points de vue, voire de niveaux pour réfléchir à l'exercice et à ce qui pose problème. Le professeur redit.

Il n'y a pas d'argumentation autre qu'interne : les théorèmes, définitions, règles s'appliquent, ce n'est pas cela qui est à discuter, à valider, c'est légitime («on a le droit de»), c'est donc une affirmation, c'est souvent même présenté comme une obligation («on doit», «il faut»), et tout se passe comme si l'enseignant disait "je vous explique comment ça s'applique" (ou "je vous montre"). L'explication est alors une répétition détaillée, structurée, de la mise en fonctionnement de l'outil mathématique.

- D'autres explications tiennent au vocabulaire utilisé en mathématique, surtout lorsqu'il y a rupture avec l'usage courant (l'exemple typique étant celui du mot direction : «le mot "direction" en français et en math n'a pas du tout le même sens[!], «...Dans le langage familier (...) lorsque vous allez de Vanves à Clamart ce n'est pas la même direction que Clamart-Vanves. Alors que c'est la même direction au sens [!] mathématique»). Ce sont alors des explications qui s'appuient sur un changement de cadre (recours à la vie familière dans notre exemple ou à l'usage).

Mais on a encore à faire à des affirmations, pour lesquelles c'est une simple référence qui sert de justification. Cette référence est alors externe au lieu d'être interne.

Dans d'autres cas c'est le recours au dessin, une ostention donc, qui soutient l'affirmation répétée.

- Nous avons trouvé une explication utilisant un raisonnement par l'absurde («Alors vous êtes en train de me dire que (...), si c'était vrai la figure heu le quadrilatère là qu'on peut construire, ça serait quoi ?...») mais le fait que l'hypothèse est fausse est justifié par ostention sur le dessin («...un parallélogramme (...) hors là, c'est p't'êt pas un parallélogramme c' qu'on a ici... Non, alors qu'est-ce que vous en pensez ?»).

Remarques sur les explications

- Qu'est ce qui manque donc à l'élève pour l'enseignant ?

Premier constat : souvent le professeur n'essaye pas d'en savoir plus.

De plus, nous pouvons inférer à partir de ses réponses, qu'il n'imagine pas (ou fait semblant de ne pas imaginer) que ce soit la "chose" à utiliser qui pose problème mais uniquement son utilisation. La deuxième question étant plus facile à traiter.

Nous avons là un indice fort sur le monde mathématique dans lequel on place les élèves : il n'y a pas à chercher de raisons dans le choix de l'outil, c'est donc un donné, mais alors cela tient à l'intuition ? ou au professeur (par contrat) ?... En revanche il faut bien savoir "faire marcher".

Le professeur se comporte comme s'il avait oublié qu'il n'y avait pas transparence dans le choix de la démarche suivie.

- Rappelons que M. Mopondi a proposé une typologie des explications, que nous ne reprenons pas intégralement dans la mesure où les élèves concernés n'ont pas le même bagage mathématique, ce qui implique que les ressources auxquelles l'enseignant peut faire appel sont différentes, et dans la mesure où nos problématiques sont autres. Cet auteur distingue les explications selon :

- le type d'argumentation qui est proposé (ostention, dessin, reformulation et redescription de la suite des activités mathématiques, exemples, illustrations, commentaires, images, interprétations) — nous rajouterons théorèmes, définitions ou règles, et contre-exemple.

- la manière dont l'explication est donnée : explicite — logique ou rhétorique — ou implicite ; nous rajouterons dans la première catégorie l'utilisation d'un raisonnement par l'absurde.

- le destinataire (un élève, la classe).

- l'origine de la question, et ce sur quoi elle porte.

- sa portée.

• Exemple 4 •

Les explicitations

On trouve dans les cours un certain nombre d'explicitations (ce ne sont pas des "explications" car elles ne répondent pas à une interrogation²), ce peut être des éclaircissements, des illustrations. Ce sont souvent des répétitions par recours à un autre registre oral, et qui relèvent en le soulignant ce qui pourra ensuite être appliqué (dans les exercices).

Exemple d'expressions classiques : «C'est le signe de k qui vous donne...», «Donc on peut en fait déplacer les parenthèses...», «le point A il joue un rôle particulier quand même», «là, c'est quand on a deux vecteurs consécutifs (...) je pars de l'origine du premier et j'arrive à l'extrémité du second», ,

Autres exemples d'explicitation : «je crée un vecteur», «tu me téléphones la construction», «Dans le langage familial (...) lorsque vous allez de Vanves à Clamart ce n'est pas la même direction que Clamart-Vanves. Alors que c'est la même direction au sens [!] mathématique», [A propos de la relation de Chasles :] «Mais ceci est vrai quelque soient trois points, suffit.

• Exemple 5 •

Les justifications

Elles peuvent ou non suivre un "pourquoi" fictif, question posée par le seul professeur. Les structurations implicites déjà détaillées peuvent servir aussi de justifications a posteriori d'une définition par exemple, du coup pas réellement justifiée. Elles peuvent aussi accompagner un "il est bon" ou un "il est commode" qui transportent le problème réel, du coup non abordé, au niveau de l'action.

Recours à la loi

Elles précèdent un "il faut", ou un "c'est obligé", "indispensable", ou un "forcement", comme si l'enseignant justifiait une espèce d'obligation d'usage, plus qu'une nécessité scientifique. Un certain vocabulaire législatif peut même être utilisé. Ce sont souvent :

- Des recours à la communauté mathématique (là encore la légitimité du professeur s'en trouve renforcée). Exemple : «Alors, quand je dis "on" bien sûr c'est la communauté mathématique internationale qui donne cette définition», «certains mathématiciens acceptent cette notation»...

- Des recours au statut de certaines activités dans leur usage justement. Exemple : «on peut se permettre de mettre le point pour indiquer qu'on fait l'opération et dans la pratique on peut se permettre de l'enlever», «deux "fois" le vecteurs $\overrightarrow{MN}$. Ça risque d'être provisoire ça un petit peu mais enfin on verra plus tard»...

- Des recours à "la loi", ou encore des recours à "l'intérêt". Exemple : [en réponse à la question "pourquoi utilise-t-on les valeurs absolue" (dans la formule de la norme de k)] «Il y a une

² voir le paragraphe étudiant les explications.

réponse qui n'est pas une réponse mais qui est disons une obligation pour laquelle on écrit la valeur absolue. L'obligation est qu'on s'intéresse ici à des longueurs de vecteurs. Or par définition, une longueur de vecteur est un nombre positif..., «je suis obligé de supposer que...», «on est obligé de faire un paragraphe à part dans notre définition»...

Esquive du problème

Ces justifications précèdent un “faire”, un “vous pouvez faire ça” (et on ne va plus en parler). Il y a un réel problème de fond non abordé, non dévolue aux élèves.

Exemple : [premier cours sur les vecteurs en seconde, activité préparatoire] «La figure (...) nous a permis de savoir ce que cela voulait dire de la multiplication du vecteur $\vec{AB}$ par un demi. (...) Or cette situation là te donne une position particulière du point B' sur le segment $\overline{AB}$. Quelle est cette position ? [l'élève répond “le milieu”] Le milieu ! Tu peux pas faire quelque chose là [pour tracer $1/2 \cdot \vec{MN}$] ?», «c'est beaucoup plus facile de représenter un vecteurs par deux points, que de le représenter par une seule lettre. (...) [pour cette démonstration] tous les vecteurs on va les représenter par des points», et, sur un plan plus mathématique, «[$\vec{u}(A)=B$ car $\vec{u}=\vec{AB}$, $\vec{u}(C)=D$ car $\vec{u}=\vec{CD}$] Alors qu'est-ce qu'on vient de vérifier sur un exemple ? Que quand on fait la translation de vecteur $\vec{u}$, quel que soit le représentant choisi, pour représenter le vecteur $\vec{u}$, ça n'a pas d'influence sur l'endroit l'image du point», «Alors bien entendu, euh, on avait fait ça un peu en tâtonnant, hein ? Dans un premier temps vous avez fait tracer $2\vec{u}$, ça fait un nombre très simple, bon, là voyez qu'on commence à tracer des nombres avec des virgules donc des nombres du style trois et demi, euh, sept quart, donc il va sans dire qu'on va pouvoir généraliser ça au produit de n'importe quel vecteur par n'importe quel nombre réel», «mais tu as parfaitement raison : c'est à dire que, en l'absence de parenthèse, toute multiplication est prioritaire sur les autres opérations. Même si cette multiplication est la multiplication d'un vecteur par un nombre».

Justifications a posteriori

Exemple : «Alors là vous voyez aussi pourquoi j'ai supposé que k n'était pas nul. Parce que dans le cas où on a zéro, on serait bien ennuyé pour déterminer le sens [de $k \cdot \vec{u}$] (...) donc on est obligé d'en tenir compte dans la définition», «Alors vous voyez tout de suite qu'on a besoin d'un parallélogramme. Ce qui explique pourquoi j'ai éliminé la possibilité tout à l'heure pour les vecteurs d'être colinéaires», «vous voyez pourquoi je me suis prémuni au départ contre la nullité possible du vecteur $\vec{AB}$. Comme ça je suis sûr qu'il n'a qu'une direction».

• Exemple 7 •

Commentaires sur les méthodes, les techniques ou les moyens.

Ils peuvent porter sur un sujet précis, sur un domaine général, sur le travail... Ils peuvent être ou non explicités comme tels, avec le mot correspondant ou non. Le vocabulaire est variable (familier ou non, en terme d'action ou non...). Le commentaire peut répéter la méthode, ou expliquer ce sur quoi elle porte, ou pourquoi l'utiliser (indices souvent liés plus à l'action qu'aux notions en cause).

• Exemple 8 •

Les évaluations, les corrections et les indications

Ce sont les interventions directement liées au travail des élèves, à l'aide que l'on peut leur apporter.

• Exemple 9 •

Les réflexions sur les mathématiques

«Si on a en mathématiques à démontrer que deux expressions représentent la même chose (...) quelles techniques générales as-tu à ta disposition», «j'ai fait une figure particulière, 'fin "particulière", 'fin disons... forcément c'est "particulier" une figure», «c'est un peu la différence entre les math et la physique...», «Donc avant de vous lancer dans une démonstration, mettez bien précisément en place le principe que vous allez utiliser», «quand vous êtes dans une démonstration qui nécessite un certain nombre d'étapes, heu, à un moment donné il faut prendre de la hauteur, respirer et voir le chemin qu'on a parcouru, et voir ce qui reste à parcourir»

3) *Tâches prescrites (à travers les énoncés d'exercices), activités (mises en jeu par les élèves), quelles analyses ?*

i) Introduction : le problème de la complexité, nécessité d'analyses de la tâche particulières

Sans même faire appel à des théories compliquées, bien des dimensions peuvent intervenir, dans les analyses de tâches.

Ce sont évidemment, une fois encore, les hypothèses que l'on a sur le rapport enseignement/apprentissage et ce qu'on cherche qui permettent de choisir les axes d'analyse utilisés.

Or, classiquement, en didactique des mathématiques il est déterminant de connaître la situation proposée à l'élève (le problème ou l'exercice en l'occurrence), à la fois en termes d'activités à y déployer, de caractéristiques de contenus, notamment ancien/nouveau, outil/objet, cadres et procédures attendues (compte tenu des conceptions des élèves si on les connaît), et d'organisation du travail, à la fois pendant le problème et dans l'ensemble du déroulement de la classe.

Cela permet de préciser ce que le travail de l'élève peut l'amener à gagner, par rapport à ses connaissances actuelles, et à prévoir ainsi, globalement, des effets possibles sur l'apprentissage.

Cependant, une telle analyse peut être très difficile à faire telle quelle, dans la mesure où la combinatoire des tâches et des activités à déployer devient "explosive" à partir d'un certain degré de complexité des tâches, et dans la mesure où ces tâches sont complexes, au sens où n'importe quel découpage en petites tâches simples n'en restitue pas l'intégralité. Il peut être impossible de reconnaître dans une tâche, l'ancien et le nouveau qui se mélangent inextricablement, ou encore très délicat de déterminer à quoi peut servir telle ou telle résolution dans un apprentissage.

Il va s'agir alors de déterminer des axes, souvent un peu plus globaux, qui pourront jouer le même rôle que les précédents pour nos analyses de didactique des mathématiques.

Nous avons retenu les dimensions suivantes, mise à part la "socio-géographie" de la tâche, qui permet de la situer dans l'ensemble de ce qui est proposé aux élèves :

- * une dimension liée aux mathématiques que les élèves vont faire (resp. ont fait) intervenir, avec l'enjeu de la tâche (utilisation d'une méthode, obtention d'un résultat, adoption d'une démarche), sa longueur, le type de preuves attendues, la production attendue, le rapport avec les connaissances des élèves (ancien/nouveau, outil/objet),
- * une dimension liée aux activités attendues des élèves (en termes de mises en fonctionnement de connaissances disponibles, mobilisables, de transformations des outils à utiliser, de contrôles),
- * une dimension liée aux objectifs et aux prévisions de l'enseignant (en termes de transformations des connaissances des élèves et de degré de difficulté)

ii) Analyses de la tâche prescrite dans un exercice

Nous avons essayé de caractériser chaque tâche (élémentaire) analysée par les dimensions suivantes, en comparant les tâches entre elles grâce à cet outil :

a) *L'environnement de l'exercice, les attentes de l'enseignant*

- l'exercice est isolé, fait partie d'une série, il s'agit d'une question d'un énoncé plus long
- l'exercice a été préparé ou non
- il est proposé comme évaluation (après le cours), introduction (avant le cours), ou pendant le

cours

- les objectifs de l'enseignant pour cet exercice : révision, familiarisation, faire deviner,
- les prévisions de l'enseignant : facile, difficile, telle erreur peut arriver, telle procédure peut (doit) être utilisée, portée de l'exercice (important ou non, etc.), rôle dans l'apprentissage

b) La tâche (dans son contexte)

- l'enjeu : résultat (construction, calcul, propriété...) et/ou méthode et/ou démarche
- qu'est-ce qui porte sur de l'ancien ou du nouveau (ou les deux ?) (la question posée, la situation proposée, les méthodes à utiliser, les conclusions)
- le degré de généralité par rapport aux acquisitions en cours dans la situation, dans les mises en fonctionnement (cas particulier, cas quelconque, quel que soit)

c) *l'entrée dans la tâche* : y a-t-il nécessité de modélisation, les questions sont-elles ouvertes, les méthodes sont-elles indiquées ? y a-t-il conjecture, reconnaissance, identification ?

d) la résolution

- le nombre d'étapes, l'introduction d'intermédiaires
- quelles techniques ou théorèmes ou modes de raisonnement sont à utiliser, quels cadres et registres sont mobilisés, mobilisables, y a-t-il plusieurs méthodes possibles, des paramètres ?
- le degré de transformation des outils à utiliser par rapport aux utilisations antérieures (changements de points de vue (cadres, registres, etc.), mises en relation, adaptations, interprétations, sélection ou perte d'information)
- les types de preuve (perceptives, techniques, démonstrations, raisonnements par récurrence, par l'absurde, par condition suffisante, par équivalence, avec intervention de quantificateurs quel que soit ou il existe, existence et unicité...)
- les moyens de contrôles des élèves (internes ou externes)

e) la production

- figure et/ou formules et/ou raisonnements et/ou propriétés et/ou résultats numériques ou algébriques

f) activités cognitives supplémentaires préjugées

- faut-il des initiatives ?
- certaines connaissances sont-elles supposées disponibles ?

Les questions des variables didactiques qui apparaissent et qui ont été choisies et des activités effectives des élèves sont regardées dans les analyses a posteriori.

4) *Ethnométhodologie*

Nous faisons donc visualiser une bande vidéo par un public professionnel varié : formateurs en IUFM (responsables de la formation des enseignants débutants, qui sont stagiaires en deuxième année d'IUFM), inspecteurs pédagogiques régionaux (ceux qui vont dans les classes, et qui mettent des notes qui contribuent aux changements de postes et aux avancements), et, lorsque c'est possible, "simples" enseignants.

Nous utilisons simultanément les deux bandes prof et élèves, calées à quelques secondes l'une sur l'autre, en baissant le son de la bande élèves.

Le contrat qui est fixé est le suivant : les enseignants qui regardent réagissent "à chaud", comme ils le feraient (pour les deux premières catégories) dans l'exercice de leur fonction, en général en prenant des notes, puis ils écrivent pendant 15 minutes un résumé de leurs réactions, puis ils interviennent à tour de rôle pour raconter ce qu'ils ont envie de dire sur la séance, et éventuellement préciser ce qu'ils diraient au collègue concerné "en vraie grandeur".

Notre objectif est de percevoir ce que "voient" les acteurs du système lorsqu'ils observent un autre acteur, selon la place qu'ils occupent dans ce système, et ce qu'ils ne voient pas : autrement dit, qu'est-ce qu'ils retiennent pour décrire les éléments importants de la vie de la classe perçue à travers une simple observation, pour caractériser l'univers mathématique qui nous occupe ? A quoi sont-ils sensibles ? Sur quels éléments portent leurs jugements ? Y a-t-il accord entre ce qu'ils expliquent et leurs impressions générales ? Comment ont-ils, eux, reconstruit ce qu'ils décrivent, quels indices utilisent-ils ?

Cela nous permet à la fois de préciser ce qui se perçoit par simple observation, en temps réel, ce qui en est retenu, et de déterminer si, selon la place qu'on occupe dans le système éducatif, on s'arrête ou non aux mêmes choses.

Peut-on alors reconstruire une "norme", qui se dégagerait des jugements (dits et non dits) et qui permettrait d'approcher l'image de l'expertise qui traverse le milieu ? Qu'est-ce qui contribue par exemple à l'attribution à un enseignant du qualificatif "expérimenté" ?

Peut-on comparer cette norme à ce qui est explicité en formation, pour retrouver une de nos interrogations initiales ?

IV Des résultats

1) Les vecteurs en seconde

a) Quelques remarques sur les programmes.

Programmes et instructions utilisés : collège 1989, seconde 1990, première 1991 et terminale 1994.

i) Vecteurs au collège

— NOTIONS PROCHES À LA NOTION DE VECTEUR

Les *parallélogrammes* sont évoqués dans les programmes de sixième uniquement comme surface dont on peut calculer l'aire (à partir de celle du rectangle), leur étude systématique a lieu en cinquième (construction et caractérisation, aire, symétrie centrale). En quatrième ils sont considérés comme étant bien connus (c'est à dire qu'il n'est plus étudié pour lui mais comme outils pour l'étude d'autres notions).

Les élèves sont initiés en sixième à manipuler («lire, interpréter et utiliser») «des diagrammes, tableaux et graphiques» de situations, de fonctions. En cinquième ils apprennent à utiliser la notion d'abscisse sur une droite (lire l'abscisse, placer un point d'abscisse donnée, calculer une distance), le repérage du plan est évoqué (et utilisé pour représenter une relation de proportionnalité, ou des données en statistique). En quatrième, puis en troisième ces notions sont simplement revues et réutilisées (toujours d'après les programmes uniquement dans le cadre de l'analyse, le contexte d'utilisation s'enrichissant avec les connaissances des élèves). En troisième, les élèves doivent de plus apprendre à calculer les coordonnées d'un vecteur à partir de celles des extrémités d'un de ses représentant, d'une somme de deux vecteurs, de l'image d'un point par un translation (et «on évitera de donner une place excessive au calcul de coordonnées»).

Les *translations* sont plus qu'une notion proche : elles sont le prétexte à l'introduction des vecteurs. Elles sont introduites «expérimentalement» en quatrième avec les rotations et les projections (sur une droite selon une direction), après les symétries centrales (cinquième) et les symétries axiales (sixième). En troisième, la composition de deux transformations est abordée quant à son action sur des figures (composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétrie par rapport à des droites parallèles ou orthogonales).

— VECTEURS ET TRANSLATIONS EN QUATRIÈME

Il s'agit d'une «initiation». Aucune étude systématique n'est faite.

Les propriétés de la translation sont dégagées «progressivement» et «expérimentalement» (inventaire de figures, conservation de propriété, construction de l'image d'un point, d'une droite...), elle est reliée au parallélogramme.

«Les vecteurs sont introduits «naïvement» par direction, sens et longueur. A toute translation on associe son vecteur. Si, dans une translation, A' est l'image de A et B' est l'image de B, on écrit : $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$ » (sans autres précisions).

— VECTEURS ET TRANSLATIONS EN TROISIÈME

Après l'«initiation» (classe de quatrième), l'élève doit être «familiarisé».

L'égalité vectorielle est reliée à la notion de parallélogramme.

L'élève doit savoir construire l'image d'un point par une translation, connaissant le vecteur de la translation (la seule méthode connue étant le tracé d'un parallélogramme).

L'addition vectorielle est reliée avec la composition de deux translations. La relation de Chasles est vue, ainsi que le lien avec le parallélogramme.

Les coordonnées de l'image d'un point par une translation sont vues, ainsi que les coordonnées d'un vecteur ou de la somme de deux vecteurs («en évitant de donner une place excessive [à ces calculs]»).

ii) Vecteurs au lycée

Dès la seconde la notion de vecteur est présentée comme un nouvel outil à exploiter. On enseigne de façon dialectique son utilisation et ses propriétés.

— SECONDE

Le point de vue “direction, sens, longueur” est conservé. «Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les relations entre le parallélogramme, la translation, l'égalité et l'addition». L'addition est revue ainsi que la translation.

Les notions suivantes sont introduites (sans commentaire particulier dans les programmes) : notation “ $\vec{u}$ ”, la norme (l'étude des propriétés de la norme est hors programme), l'opposé (et relation opposé/symétrie centrale), la mesure algébrique (en rapport avec le repérage d'une droite et uniquement pour la relation de Chasles).

Un des apports essentiel de la classe de seconde est la multiplication d'un vecteur par un réel. On étudie à ce propos la colinéarité et ses rapports avec le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points, l'appartenance d'un point à une droite... On utilise la multiplication des vecteurs par les réels pour revoir la configuration de Thalès (elle a été étudiée en troisième mais seulement dans un triangle et avec des distances) dans une interprétation vectorielle. L'homothétie et ses applications aux triangles sont étudiées. Quelques propriétés sont introduites visiblement pour préparer à l'introduction de la notion de barycentre en première (et «la notion générale de barycentre est hors programme») : caractérisation du milieu d'un segment, du centre d'un triangle.

L'angle orienté de deux vecteurs unitaires, les notions de vecteurs orthogonaux, de bases orthonormales, de repères orthonormaux sont définis. En ce qui concerne les angles, il s'agit essentiellement d'introduire le radian, les mesures et la mesure principale d'un angle et d'établir le lien avec les notions vues en troisième : les angles aigus, le degré et les relations trigonométriques dans le triangle rectangle. Les fonctions trigonométriques sont étudiées (définition, valeurs remarquables et cercle trigonométrique) comme des fonctions à variable réelle.

Toutes les notions ci-dessus sont aussi abordées du point de vue de la géométrie analytique, « coordonnées d'un point dans un repère, coordonnées d'un vecteur dans une base, coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$, de $k\vec{u}$, condition de colinéarité », « d'orthogonalité de deux vecteurs [le produit scalaire est hors programme], de deux droites », lien entre l'équation cartésienne d'une droite, son coefficient directeur, et son vecteur directeur, valeur de la norme d'un vecteur...

— PREMIÈRE SCIENTIFIQUE

Le produit scalaire et les barycentres entr'aperçus en seconde sont étudiés plus systématiquement (définitions, propriétés...). Le calcul vectoriel et les notions étudiées dans le plan sont prolongés à l'espace "par continuité" (en se limitant globalement à des énoncés simples ou concrets). Les notions d'orientation du plan et d'angle de deux vecteurs sont reprises et étudiées plus systématiquement (opération sur les angles orientés : somme, fonctions trigonométriques, influence de la position et du sens des deux vecteurs...)

Barycentre : définition (deux puis trois et quatre points), caractérisation, liaison sur des exemples avec les problèmes d'alignements, de concours, simplification de $a\vec{MA}+b\vec{MB}+c\vec{MC}+d\vec{MD}$...

Produit scalaire : rapport avec la norme et les distances, formule analytique, rapport avec le cosinus et les angles, symétrie, linéarité, projection orthogonale vectorielle (« d'un vecteur sur un axe »), coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée, équation " $\vec{n}.\vec{AM}=0$ " d'une droite, d'un cercle, lignes de niveaux de $\vec{n}.\vec{AM}$, de $\vec{MA}.\vec{MB}$, de $\vec{MA}^2 \pm \vec{MB}^2$...

Angles : définition vectorielle de la rotation du plan.

— TERMINALE SCIENTIFIQUE

Barycentre de n points, caractérisation d'une droite à l'aide des barycentres, produit scalaire dans l'espace, orthogonalité, équation " $\vec{n}.\vec{AM}=0$ " d'un plan, équation d'une sphère, produit vectoriel.

En spécialité les élèves abordent les lignes de niveaux de $\sum \alpha_i \vec{MA}_i$, de MA/MB , de l'angle orienté $(\vec{MA}, \vec{MB})$ ("modulo π " ou "modulo 2π ").

b) *A propos des vecteurs et des activités pour préparer la multiplication d'un vecteur par un nombre en seconde.*

i) Notre analyse a priori, générale, est que cette loi externe est partie prenante de la notion d'espace vectoriel, que nous classons comme concept généralisateur, unificateur et formalisateur, dont l'emploi dans le plan et l'espace "ordinaires" peut se justifier, alors même qu'il n'est pas indispensable, par une certaine économie d'écriture et de démonstrations (cf. Dorier [1997]).

Seulement en classe de seconde ce n'est pas du tout cette notion d'espace vectoriel qu'on introduit en toute généralité, même implicitement. En fait on **rajoute** à ce que les élèves savaient déjà sur les vecteurs d'autres propriétés. Et ces propriétés ne prennent effectivement tout leur sens que si on considère que le plan ou l'espace peuvent être modélisés comme des espaces affines sur des espaces vectoriels $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, qui correspondent (presque) aux vecteurs du collège. Mais alors on change de point de vue, il s'agit d'une autre introduction des vecteurs (axiomatique algébrique) et du plan d'ailleurs, et on n'aurait plus besoin de l'introduction du collège ; or ce n'est pas du tout le parti pris actuel...

Précisons.

Au collège, on associe à deux points A et B la direction de la droite (AB), un sens (choisi sur la droite) et une longueur (la distance AB), et on parle du vecteur $\overrightarrow{AB}$. C'est sur ces objets, qu'on pourrait appeler "vecteurs géométriques" qu'on fait travailler les élèves en définissant une égalité et une somme (dans les programmes actuels avec les translations).

On reconnaît là-dessous l'introduction implicite des vecteurs comme classe d'équivalence de bipoints dans l'espace euclidien.

Deux difficultés nous semblent inhérentes à cette présentation : le caractère euclidien attaché d'emblée à la notion de vecteur, la confusion quasi obligatoire entre vecteur et représentants.

La première difficulté se manifesterait plus tard, lorsqu'on dégagerait la notion d'espace affine, et qu'on chercherait à distinguer les notions strictement affines des notions métriques (voire projectives).

La deuxième difficulté en revanche amène inéluctablement n'importe quel enseignant à des tours de passe-passe de vocabulaire, peut-être au demeurant plus gênants pour les enseignants que pour les élèves. Deux vecteurs peuvent être à la fois égaux et le même, un seul... Un vecteur n'a pas d'extrémité ni d'origine mais le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est d'origine A et d'extrémité B...

Au lycée, en seconde, on rappelle les définitions du collège. Puis on **rajoute** à ce que les élèves ont déjà vu sur les vecteurs géométriques ce que nous appellerions la loi externe de l'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ (et quelques-unes de ses propriétés), ainsi que le caractère bijectif de l'application qui à tout M du plan associe le vecteur $\overrightarrow{OM}$, O étant fixé (deuxième axiome des espaces affines). Ceci implique qu'on travaille sur les vecteurs et non sur leurs représentants. Mais la confusion demeure en fait, même si l'égalité toute formelle $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \dots$ peut rassurer les enseignants.

En réalité la seule nouveauté (en rupture avec les connaissances du collège) est la définition de la multiplication d'un vecteur par un réel (et pas seulement un rationnel) : on ne peut pas obtenir cette définition en continuité avec ce que les élèves savent du collège (sauf par des arguments qualitatifs,

d'analogie par exemple).

De tout ce qui précède ressort, nous semble-t-il, que le statut de ces rajouts est encore plus difficile à préciser que s'il était clair qu'on proposait une nouvelle axiomatique, algébrique, du plan ou de l'espace. Et du même coup les problèmes d'introduction de ce qui est ajouté sont ardues, surtout si on veut appliquer à la lettre les instructions sur les activités préparatoires....

Ainsi, on ne peut pas expliquer aux élèves le caractère généralisateur de ce qu'on rajoute, dans la mesure où

- * ce caractère est perdu car on ne considère qu'un seul espace vectoriel,
- * les élèves ne connaissent pas du tout (par ailleurs) ce qui est généralisé
- * l'ambiguïté vecteur/représentant cache le nouveau - pour les élèves on avait déjà presque la même chose au collège.

On ne peut pas exploiter, a fortiori, le caractère unificateur de la notion.

Reste donc le formalisme et l'économie, qu'on peut trouver dans les écritures et les démonstrations.

Par exemple I est le milieu de $[AB]$ se traduit par une seule égalité vectorielle, et par deux idées ponctuelles (alignement et égalité de longueurs). Du coup le théorème des milieux et sa réciproque sont plus simples à énoncer dans le cadre vectoriel. De même l'introduction des homothéties est grandement facilitée par l'utilisation des vecteurs. Plus généralement, les compositions d'applications "affines" sont nettement simplifiées si on utilise les applications linéaires associées, qui ont disparu des programmes récemment. Un certain nombre de démonstrations géométriques de propriétés d'incidence sont simplifiées par l'emploi des vecteurs (au moins avant d'avoir l'outil transformation qui leur fait "concurrence").

Seulement les élèves sont peu friands d'économie s'il y a un effort à fournir pour adopter du nouveau, et rebutés par le formalisme. D'où un réel problème didactique.

ii) Qu'est-ce que nos analyses des séquences en classe nous ont montré ?

Le schéma de beaucoup d'introductions est plus ou moins du type suivant : au début on fait "deviner" la notation $2\vec{u}$ (ou plutôt $2\vec{AB}$), avec force indications, par analogie et application implicite d'un principe de continuité avec les réels dont on souffle qu'il est valide ("c'est naturel"). On fait ainsi construire un vecteur $\vec{AC}$, à partir de $\vec{AB} + \vec{AB}$, et on en fait deviner un "nom" possible, en comparant $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$. Plus que l'opération, c'est le résultat de l'opération sur lequel on travaille, k étant conçu comme un nombre permettant d'exprimer la comparaison de deux vecteurs colinéaires (c'est à dire de deux représentants). On compare bien sûr les longueurs et les sens.

Mais la devinette nous semble un peu truquée, d'abord pourquoi les élèves se poseraient-ils la question, ensuite pourquoi deviner que le formalisme algébrique qui s'applique dans $\mathbb{R}$ s'applique ici, à partir des longueurs, alors même qu'on a tant insisté sur la différence entre la somme des normes et la somme des vecteurs ?

L'enseignant fait ensuite jouer cette formulation comme une méthode, en donnant à k des valeurs entières positives, négatives, puis des petites fractions. A chaque fois on "dégage" sans aucune base mathématique réelle (ce serait sinon la définition même, qu'ils ne peuvent deviner) - ou

on fait dégager par un élève - la direction, le sens et la longueur des deux vecteurs ($\vec{u}$ et $k\vec{u}$).

On fait fonctionner ensuite sur des cas particuliers simples sur k la "méthode" déduite par analogie du cas multiplication par 2, on "exemplifie" dans tous les sens possibles la triple traduction
 $A \times \quad B \times \quad C \times \quad \vec{AB} = k\vec{AC}$ et " les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ont même direction, même sens ou sens contraire selon le signe de k , longueur de AB égale longueur de AC multipliée par $|k|$...". Tout se passe comme si on établissait une page de dictionnaire...

Rien n'indique à coup sûr que les élèves sont vraiment dans le vectoriel et pas toujours dans les représentants des vecteurs, dessinés sur leur figure, les élèves jouant simplement avec une traduction, sans changement d'objet mathématique (bipoint orienté ou vecteur géométrique).

Enfin on fait le "cours", c'est à dire qu'on institutionnalise la méthode précédente, en mettant un quantificateur universel devant le réel k (tous les réels sont-ils des généralisations des petites fractions?) et devant le vecteur. La légitimité de la définition pour k non seulement rationnel mais réel n'est bien sûr pas soulignée, elle est tout à fait hors du champ des connaissances des élèves et n'est même pas dans la continuité de leurs préoccupations mathématiques.

Qu'est-ce qui est donc dévolu à l'élève dans tout ça ?

Le travail d'analogie formelle, algébrique, entre $2x$ et $2\vec{u}$: on retrouve bien le seul endroit où on peut "jouer", le formalisme, mais cela nous semble très difficile de laisser aux élèves cette dévolution !

Mais le seul "nouveau", la généralisation effectuée sur les valeurs de k (et éventuellement le passage des représentants aux vecteurs) ne sort pas du tout de l'activité. On ne travaille avec les élèves que sur des valeurs rationnelles de k et que sur des représentants dessinés (bipoints), même si l'enseignant parle de vecteurs. Où les élèves travaillent-ils, eux ? Encore une fois, on peut se demander s'ils ont vraiment changé d'objet de travail, changé de cadre : le passage $A, M \rightarrow$ vecteur $\vec{AM} \rightarrow \vec{u}$ ne nous semble pas du tout transparent.

Enfin, la nécessité, ou au moins l'utilité de ce que l'on introduit sont limitées au niveau de la notation, et pas du tout liées à un quelconque problème... Et c'est une des difficultés importantes de cette notion, incontournable, comme nous ne le suggérons dans nos analyses a priori.

iii) Un essai de synthèse

Il n'y a donc aucun problème réel à résoudre pour les élèves dans tout cela (constat), et pour cause (analyse a priori) : il ne peut pas y en avoir, vu la nature particulière des concepts sous-jacents (espaces vectoriels et espaces affines, notions généralisatrices) et les conditions de leur introduction (limitée à un espace particulier, et non dégagée des introductions antérieures, déjà presque suffisantes).

Nos deux analyses des activités proposées et de la nature de ce qui est en jeu se rencontrent donc. Mais en plus, ce que notre analyse a priori du "nouveau" à introduire montre, c'est qu'il pourrait difficilement en être autrement !

Autrement dit, là où on "triche", c'est quand on fait croire aux enseignants qu'on peut introduire ce type de notion par des activités réellement efficaces pour ménager les apprentissages des élèves. En effet réellement efficaces signifie en général que ces activités (sous réserve d'une

gestion convenable) permettent d'amener les élèves au "nouveau" de manière continue, au moins partiellement, à partir de problèmes qu'ils auraient résolus avec leurs connaissances déjà présentes, même implicites ; l'enseignant extirpe alors le "nouveau" à retenir de ce que les élèves ont fait et l'apprentissage en est facilité.

Plusieurs arguments d'ordre différent, mais très liés, peuvent être évoqués pour nuancer cette recommandation, peut-être trop générale, et trop uniforme, d'activités d'introduction, comprises au sens limité précédent.

*des raisons d'ordre épistémologique - il est très difficile de concevoir des activités adéquates, à cause de la nature même de la notion, de sa genèse historique, de sa fonction en mathématiques et des restrictions imposées par les programmes ; il est très difficile notamment de trouver un vrai problème où les connaissances des élèves leur servent d'outil implicite pour résoudre un problème les conduisant à la définition de $(k, \vec{U})$.

* des raisons plus cognitives - l'acquisition de ce type de notion généralisatrice, pour lesquelles le saut entre elle et les connaissances actuelles des élèves est trop grand pour être suffisamment préparé par un problème, doit peut-être se concevoir en plusieurs temps.

Certes on doit ménager dès que possible des résolutions de problèmes, permettant aux élèves de donner du sens à leurs nouvelles connaissances. Mais si c'est impossible, pour l'introduction, peut-être préparée par des révisions mais qui ne prétendent pas aborder la chose nouvelle, on peut concevoir de donner la définition d'emblée de manière magistrale, puis de l'expliquer, ou de proposer certaines tâches, qui ne sont pas de vrais problèmes d'introduction, mais dont l'enjeu, partiel, démarche d'analogie par exemple, est explicité.

Dans ce schéma, on suppose que les élèves sont tout de même assez près de ce que l'on cherche à leur faire construire pour qu'ils puissent s'approprier la notion grâce à l'aide, initiale, de l'enseignant, et grâce aux activités ultérieures qu'on leur proposera (cf. Vygotski).

Dans ces conditions comment nos enseignants vont-ils gérer cette introduction ?

Quels scénarios ont-ils choisi, comment leurs discours les font vivre de manière locale ?

C'est ce que nous allons découvrir maintenant.

2) Premières analyses des trois séances

Il s'agit donc de trois séances sur l'introduction des vecteurs en seconde, faites par trois enseignants différents de la banlieue parisienne (dans deux lycées ne présentant pas de problèmes particuliers). Rappelons que nous avons travaillé sur les transcriptions des vidéos de ces séances (ayant visualisé les bandes un certain nombre de fois).

Les trois enseignants sont nommés B2, B1 et R, l'épisode numéro 3 de la séance de R sera étiqueté RV3 (V comme vecteurs).

Plusieurs analyses particulières sont menées : nous regardons d'abord les répartitions globales des diverses dimensions des discours, pendant les cours et les exercices, recherchant ce qui est régulier et dégagant certaines variables, qui tiennent soit à la nature de ce qui est en train d'être fait, soit aux enseignants. Ces répartitions sont mises en relation avec les scénarios globaux mis en oeuvre par les trois enseignants, scénarios que nous exposons en premier lieu. Nous n'avons pas joint à ce travail les analyses a posteriori détaillées (objet d'une autre publication).

Nous donnons ensuite la répartition des échanges avec les élèves, échanges de toute nature (mathématiques ou non).

Puis nous étudions séparément chaque enseignant, introduisant ainsi la chronologie et la place des tâches les unes par rapport aux autres, l'analyse précise des tâches (cf. ci-dessus), avec notamment la prévision de l'enseignant sur la tâche et éventuellement le comportement des élèves pendant le déroulement.

Enfin nous faisons quelques analyses comparatives entre enseignants différents.

C'est l'étude des scénarios qui donne lieu à un découpage de la séance en cours (exposé de connaissances décontextualisées, par l'enseignant) et exercices (corrections et/ou résolutions). L'analyse plus précise des exercices nous permet de déterminer les tâches que l'enseignant propose aux élèves dans ces exercices. L'analyse des tâches est jointe aux scénarios.

Pour la commodité de la présentation, nous parlerons d'épisode pour désigner un moment de la séance homogène par rapport aux activités des élèves : épisode de cours, sur un seul point du cours, ou exercices, sur une même tâche.

Nous ne joignons pas ici les résultats des séances dites d'"ethnométhodologie", dont nous signalons simplement qu'elles révèlent un accord assez grand entre les divers observateurs.

a) Les trois scénarios

i) La classe B2

Cette séance n'est pas la première séance de travail avec les élèves sur le thème, mais aucun cours sur les vecteurs n'a encore été fait. A l'issue de la séance précédente, l'enseignant a donné aux élèves à chercher des exercices du manuel.

L'objectif global de la séance est d'arriver à l'introduction formalisée du vecteur $k\vec{U}$ (k réel, $\vec{U}$ vecteur donné).

En fait, dans les exercices qu'il leur a proposés, l'enseignant B2 fait déjà travailler les élèves sur le nombre k : ce nombre est conçu comme permettant de comparer des représentants de différents vecteurs. Ces vecteurs sont d'abord colinéaires (dans 14 cas sur 15) puis dans le dernier cas du dernier exercice non colinéaires, la réponse devant alors être k n'existe pas.

Autrement dit les élèves travaillent sur le résultat de l'opération $(k, \vec{U})$, et ils doivent adopter un point de vue opérationnel : k se calcule, en comparant les longueurs des représentants donnés pour obtenir la valeur absolue, en comparant les sens pour le signe.

Le statut de l'écriture n'est pas abordé, pas plus que l'aspect "opération externe" de la chose.

Tout se passe comme si le problème n'était pas que tout vecteur colinéaire à un autre s'écrit k fois cet autre, ceci n'est pas discuté, l'enjeu est de savoir trouver la valeur de k à partir de représentants des deux vecteurs en question.

La séance est divisée en 7 épisodes, correspondant à 5 tâches différentes cherchées en exercices et deux épisodes de cours.

Les 4 premiers exercices, supposés avoir été préparés, sont corrigés (deux élèves sont envoyés au tableau sur le premier exercice). Le tableau récapitulatif des analyses de tâche pour les cinq exercices est joint.

Il s'agit dans chaque cas de travailler sur des produits $k\vec{U}$ (les élèves doivent savoir interpréter cette notation "en actes").

Première tâche : on donne 2 points sur une droite, M et N , il faut dessiner 4 nouveaux points définis comme extrémité de vecteurs d'origine M , définis à partir de $\vec{MN}$ par une égalité du type $k\vec{MN}$, k prend des valeurs simples positives puis négatives (3,5, etc).

Deuxième, et troisième tâches : il s'agit de trouver k cette fois-ci, en comparant deux représentants $\vec{AE}$ et $\vec{AB}$ de vecteurs donnés d'abord directement sur une droite graduée (épisode 2), ensuite le deuxième vecteur étant obtenu à partir d'une somme de représentants, toujours portés par la même droite (épisode 3).

Quatrième tâche : il s'agit d'exprimer en français l'influence du signe de k sur la position relative d'un point P tel que $\vec{MP} = k\vec{MN}$ (où tous les points sont toujours sur une même droite).

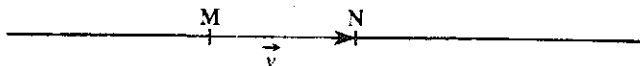
Suivent deux épisodes de cours sur la définition de $\lambda\vec{U}$ et ses premières propriétés (nous dirions de distributivité).

Un dernier exercice est proposé, qui consiste de nouveau à trouver k à partir de représentants de vecteurs obtenus cette fois-ci à partir de points dessinés sur un quadrillage et non sur une droite. Dans le dernier cas, k n'existe pas, les vecteurs étant libres (les élèves n'arrivent pas jusque là).

Activités

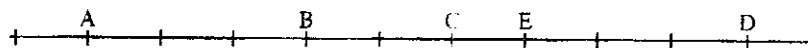
■ C. Tracé de points

On donne deux points distincts M et N, et on pose $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$

VB₂ 1

Construire les points P, Q, R, S tels que $\overrightarrow{MP} = 3,5 \vec{v}$; $\overrightarrow{MQ} = -\frac{3}{4} \vec{v}$;
 $\overrightarrow{MR} = \frac{7}{4} \vec{v}$; $\overrightarrow{MS} = -2,5 \overrightarrow{MN}$.

■ D. Relations vectorielles sur une droite

VB₂ 2

1° Compléter les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{AE} = \dots \overrightarrow{AB}; \quad \overrightarrow{AC} = \dots \overrightarrow{AE};$$

$$\overrightarrow{DE} = \dots \overrightarrow{BD}; \quad \overrightarrow{CE} = \dots \overrightarrow{BA}.$$

VB₂ 3

2° Exprimer en fonction du vecteur $\overrightarrow{CE}$ les sommes vectorielles suivantes :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$. b) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DE}$.

VB₂ 4

3° Trois points alignés M, N et P sont tels que $\overrightarrow{MP} = k \overrightarrow{MN}$.

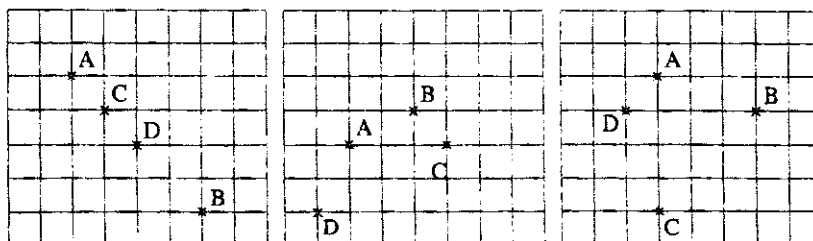
Comment voit-on, sur le dessin, le signe du nombre réel k ?

T.P. Objectif : reconnaître des vecteurs colinéaires.

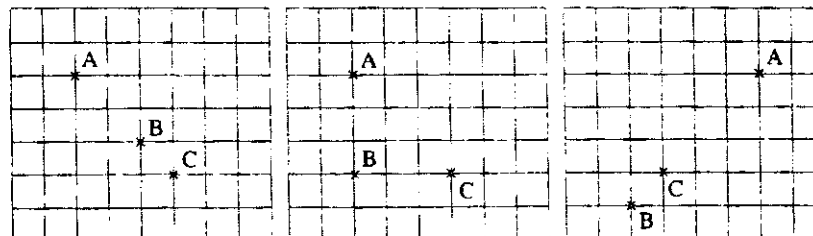
■ A. Avec un quadrillage

Pour chacune des figures ci-dessous, existe-t-il un nombre réel k vérifiant la relation indiquée ?

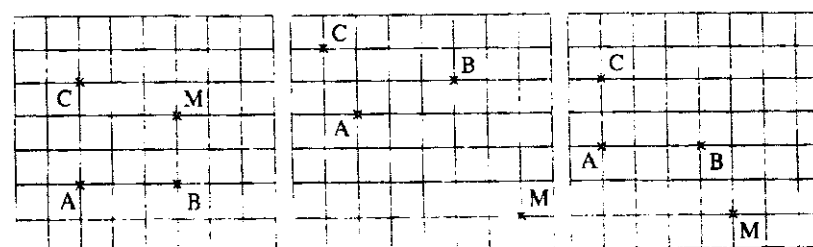
1° $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{CD}$.

VB₇ 2

2° $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{BC}$.



3° $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + k \overrightarrow{AC}$.



analyse de tâche

ceus ceus

32

	VB2.1	VB2	VB3	VB4	VB5	VB6	VB7
ENVIRONS, ATTENTES							
Isolé	18	x	Somme + VB2	quite			
Préparé	Oui	Oui	Oui	Oui			non
Intro, éval, autre	Intro	I	I	I			après cours
noté	non	non	non	non			non
obj. prof.	Intro k ¹ avec k donné simple u = r ¹	Intro k ² avec u ¹ et k ² donné	Somme + m k ² (u ¹ k ² non)	Signe de k f pour tous BILAN			résumé k ¹ Intro, bilimétrie
prév. prof.							
CONTEXTE							
enjeu	démarche	démarche	méthode	utilisateur			méthode
nouv/ancien	nouveau/ ceus	nouveau/ ceus	nouveau/ ceus	nouveau			nouveau
généralité							
cas qcque				x			
cas partic	x 4	x 4	x 4				x (8)
ENTRÉE							
modélisation	non	non	non	non			non
question	Oui	Oui	Oui	Oui			Oui
méthodes	non	non	non	non			non
reconnaissance							
RÉSOLUTION				app. de j ¹ sur données			
étapes, interméd.	non	3 distances diverses	2 + exemple 2	non			comme 2 fois et repés. 1 E. 2 I. 2 A. 3 E. 1 A. 1 C. 1 D. faire fonctionner des choses ensemble
techniques	comme si distance non < 0	comme si distance + diverses + fig.	comme 2 exemples + exemple final	non			x pour 63° (#)
transfo							
adaptations			x				
chgt							
relations							
interprétations	x	x		x			
sélection info							
PREUVES							
perceptive	x	x	x				x
démo		x	x	x			x
récurrence							
absurde							
logique							
CONTRÔLE int.	non	non	non	non			non
ext.	non	non	non	non			non
PRODUCTION	figure	écriture k	écriture k	français			écriture ou -th
ACTIVITÉ PRÉJUGÉE							
initiatives							
disponibles							
VARIABLES DIDA							
ACTIV. élève							

P, Q, R, S
 $\vec{PA} = 3, 5 \vec{b}$
 $\vec{b} = \vec{PA}$

$\vec{AE} = ? \vec{AB}$
 A, E, donné
 B, sur
 d¹ donnée
 on l'oc

pour
 $\vec{AB} + \vec{CD} =$
 $2 \vec{CE}$
 A, B, C, D
 E sur d¹

Influence
 des signes de
 k in $\vec{AP} = k \vec{AB}$ def.
 ne peut être
 respectée R, N, P

plus
 $\lambda \vec{u}$

$\vec{AB} = k \vec{CD}$
 A, B, C, D
 sur ou quand l'ape

ii) Classe B1

Cette séance est antérieure à la précédente dans l'ensemble des séances sur l'introduction des vecteurs (même progression pour les deux enseignants qui travaillent ensemble).

Son enjeu est d'introduire la différence de deux vecteurs, sous forme $\vec{u} - \vec{v}$, après avoir rappelé les méthodes pour obtenir la somme de deux vecteurs et avoir fait travailler sur divers représentants d'un même vecteur.

En fait, il s'agit surtout de comparer des représentants de vecteurs, obtenus de manière diverse : l'enseignant B1 fait travailler ici surtout l'égalité des vecteurs, dans des situations variées. Ce peut être sur des représentants dessinés, sur des représentants obtenus comme somme de deux autres représentants de vecteurs dessinés (la somme devant être faite de plusieurs façons). Au passage il y a aussi un travail sur le changement de représentant.

Seul le dernier exercice fait travailler sur cette différence $\vec{u} - \vec{v}$ introduite dans l'épisode précédent.

Nous avons distingué 10 épisodes dans la séance, trois de cours et 7 tâches proposées en exercices (cf. tableau d'analyses des tâches joint).

Le premier épisode est un cours très général, rappel de ce qui a été vu au collège et intérêt des vecteurs.

Dans les quatre épisodes suivants, l'enseignant corrige des exercices préparés à la maison (il envoie au tableau ou non selon les cas).

Il s'agit d'exercices du manuel, où il faut repérer si des vecteurs, donnés par des représentants sur un quadrillage, sont ou non égaux (et cocher la case oui ou la case non selon la réponse).

On donne d'abord directement les extrémités des représentants à comparer, puis l'un des représentants est donné comme somme de deux autres (somme du type $\vec{AB} + \vec{BC}$, puis $\vec{AB} + \vec{AC}$, puis $\vec{AB} + \vec{CD}$).

L'épisode suivant est un épisode de cours, bilan des méthodes pour faire la somme de deux vecteurs et introduction implicite de la notation $\vec{u}$ pour un vecteur.

L'exercice qui suit (épisode n°7), toujours préparé, consiste à trouver tous les représentants de vecteurs égaux à partir d'une figure donnée (parallélogrammes ayant un sommet commun).

Ensuite les élèves corrigent le dernier exercice préparé de la liste, pour lequel la tâche consiste à faire la somme de vecteurs donnés par leur représentant sur la figure précédente et à donner un représentant de la somme éventuellement différent du représentant obtenu directement (origine imposée).

Le cours qui suit (épisode n°9) introduit la différence de deux vecteurs comme la somme $\vec{u} + (-\vec{v})$, et le dernier exercice (épisode 10) permet aux élèves de tracer des représentants de $\vec{u} + \vec{v}$, et $\vec{u} - \vec{v}$.

ACTIVITÉ 2

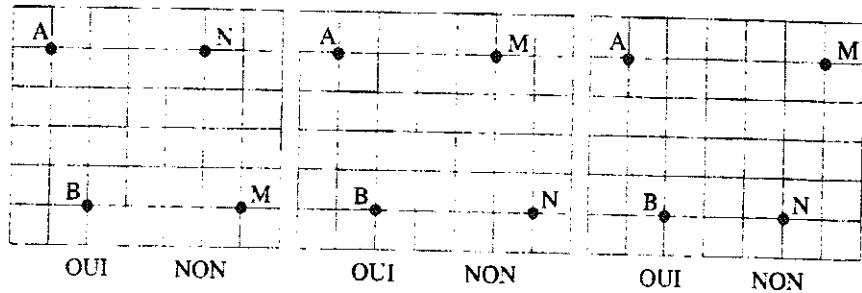
Avec un quadrillage

Objectif : réviser la somme vectorielle.

Dans chacun des cas ci-dessous, indiquer la bonne réponse.

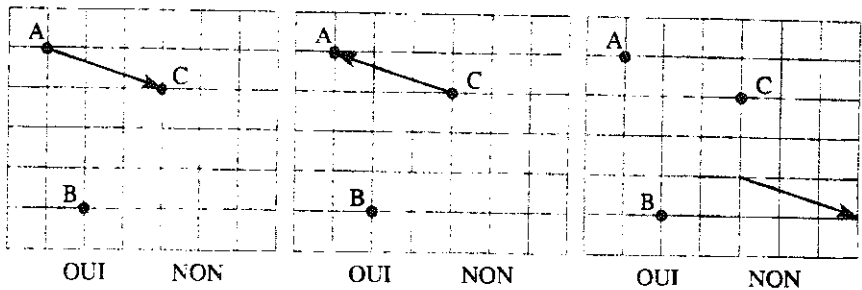
1° Pour chacune des figures ci-dessous, l'égalité $\vec{AB} = \vec{MN}$ est-elle vraie ?

VB₁ 2



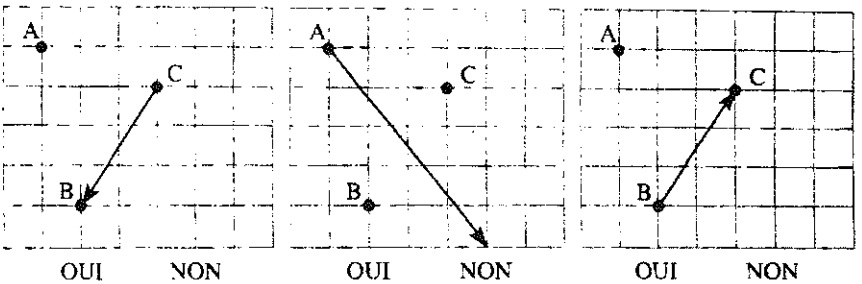
2° Le vecteur tracé représente-t-il $\vec{AB} + \vec{BC}$?

VB₁ 3



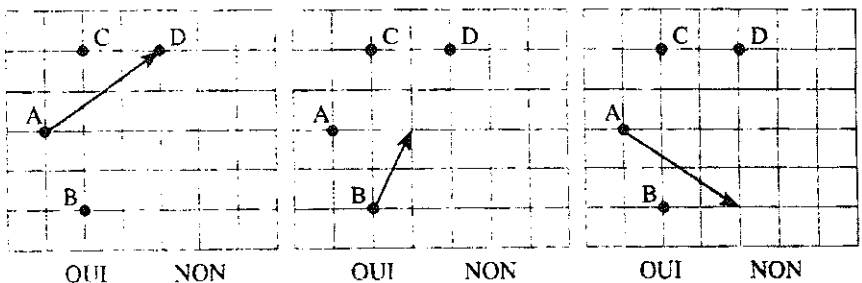
3° Le vecteur tracé représente-t-il $\vec{AB} + \vec{AC}$?

VB₁ 4



4° Le vecteur tracé représente-t-il $\vec{AB} + \vec{CD}$?

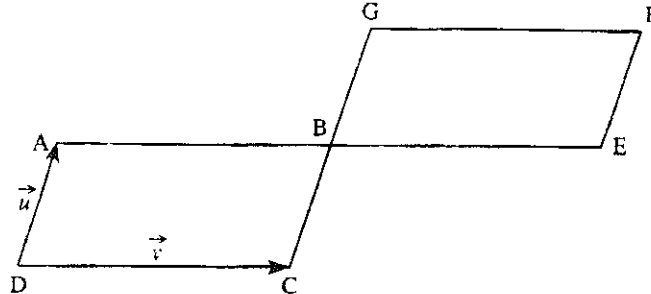
VB₁ 5



ACTIVITÉ 3**Relation de Chasles**

Objectif : utiliser la relation de Chasles et introduire une nouvelle notation d'un vecteur.

ABCD est un parallélogramme. Les points G, F et E sont les symétriques respectifs des points C, D, A par rapport au point B.

VB₁ 7

1° On pose $\overrightarrow{DA} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{DC} = \vec{v}$.

Trouver les vecteurs de la figure égaux au vecteur $\vec{u}$, puis ceux égaux au vecteur $\vec{v}$.

2° Compléter les égalités vectorielles :

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{D...}$$

$$\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{A...}$$

$$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B...}$$

$$\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{E...}$$

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{C...}$$

$$\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{C...}$$

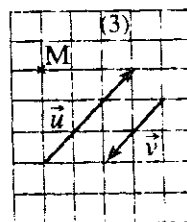
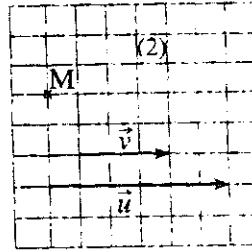
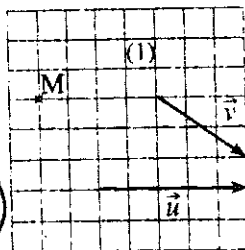
VB₁ 8

3° Justifier l'égalité $\overrightarrow{DB} = \vec{u} + \vec{v}$, puis exprimer en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{BF}$.

TP

Égalité vectorielle, somme de vecteurs

- 1 Dans chacun des cas suivants :
- tracer le point A défini par $\overrightarrow{MA} = \vec{u} + \vec{v}$ et le point B défini par $\overrightarrow{MB} = \vec{u} - \vec{v}$.
 - exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

(1)
VB₁ 10

analyse de tâche

B1

(limit case)

(ccuuu)

4

B1	VB 1	VB 2	VB 3	VB 4	VB 5	VB 6	VB 7
ENVIRONS, ATTENTES							
Isolé	1 ^{er}	1 ^{er} 2 ^o	indépend.	indépend.	q. 354		4.2
Préparé	non	Oui	Oui	Oui	Oui		Oui
Intro, éval, autre	I	Intro	Intro	I	I		I
noté	Non	Non	Non	Non	Non		Non
obj. prof.	faire des connaissances intérêt des lecteurs	W sur égalité de lecture révision	Charles + répétition révision	répé # mais 2 révision	souvenir de 2 lectures révision		W ne s'agit pas de réviser un livre de 2
prév. prof.	difficile à franchir	non longue = difficile	facile	facile (+ Charles par répétition)	facile	dur (répétition) + Charles est mi-cup	+ difficile - portée
CONTEXTE							
enjeu							
Reis / méthode / démarche		méthode	méthode	méthode	méthode		résumé
nouv/ancien							
ancien							
méthode		A	A	A	A		A
situation			N (répétition)	A	A		A
généralité							
cas qcque							
cas partic		X (3)	X (3)	X (3)	X (3)		X (2)
ENTRÉE							
modélisation		non	non	non	non		non
question (ouvert/fermé)		ouvert (1/2)	ouvert (1/2)	ouvert (1/2)	(1/4) ouvert		ouvert
méthodes (méthodes)		non	non	non	non		non
reconnaissance		non	non	non	non		non
RÉSOLUTION			appl.	appl. avec	appl. avec		appl. diff.
étapes, interméd.		non	-2	non	2 (définition CB)		non
techniques		Ø	Ø	Ø	Ø		Ø
transfo		non	non	non	non		Oui / peut-être (plus ou moins)
adaptations		non	non X (1/2)	non	X		non
chgt		non	non	non	non		change de cadre GE → VE
relations		non	non	non	non		non
interprétations		non	non	non	non		non
sélection info		X	non	non	non		Oui à priori
PREUVES							
perceptive		Oui	Oui	Oui	Oui		Oui
démo		X	X (1/2)	non	X		X pas démontrable
récurrence							
absurde							
logique							
CONTRÔLE int.		non	non	non	non		non
ext.		non	non	non	non		non
PRODUCTION							
une œuvre		une œuvre	une œuvre	une œuvre	une œuvre		œuvre en démarche
ACTIVITÉ PRÉJUGÉE							
initiatives		non	non	non	défense CB		non
disponibles		époche de lecture	lecture + répétition	répé #	répé		synthèse + répétition
VARIABLES DIDA							
Quels points ?		Quels points ?	Quels pts ?	Quels pts	Oui		Oui (11 minutes)
ACTIV. élève							
révision		révision	révision	révision	révision		révision

beten $\frac{1}{2}$ beten, hal-
ne gewillige ne gewill-
eigane? $\frac{1}{2}$ =
[Char?]
(Ans + B)

$\hat{m}$ $\hat{n}$
 collinéaire collinéaire
 =
 Somme $\vec{AB} + \vec{AC}$ $\vec{AB} + \vec{CD}$

de 3, 4, 5 $\Rightarrow$ somme $\Rightarrow$ 2 méthodes $\Rightarrow$ à ↑ puis $\rightarrow$

B1

	VB8	VB9	VB10				
ENVIRONS, ATTENTES							
Isolé	cf. 6472						
Préparé	oui		non				
Intro, éval, autre	Intro		après				
noté	non		non				
obj. prof.	somme repus. réunion		faire fonction $\vec{u}$, $\vec{u}-\vec{b}$ $\vec{u}+\vec{b}$ et repus				
prév. prof.							
CONTEXTE							
enjeu	résumé		résumé				
nouv./ancien	A A A		not. nouvelle et de différences (un récap)				
généralité							
cas qcque							
cas partic	X (6)		X (3)				
ENTRÉE							
modélisation	non		non				
question ouant /	0		0				
méthodes	non		non				
reconnaissance	non		non				
RÉSOLUTION	appl. répl. E - repus.		appl. équip. de - b				
étapes, interméd.	2 (repus)		3 de plus de repus				
techniques	$\emptyset$						
transfo	non		non				
adaptations	X (repus)		X (repus)				
chgts	non		non				
relations	non		non				
interprétations	non		non				
sélection info	non		non				
PREUVES							
perceptive	X		X				
démo	non oui		oui				
récurrence							
absurde							
logique							
CONTRÔLE int.	non		non				
ext.	non		non				
PRODUCTION	écrire 1 lettre + figures		Trois des points				
ACTIVITÉ PRÉJUGÉE							
initiatives	non						
disponibles	ce qui précède						
VARIABLES DIDA	oui		oui				
ACTIV. élève	résumé		pas fini				

- 6 files aff. de la 1^{ère} à la 6^{ème}
- somme des termes de $\vec{u}-\vec{b}$ = $\vec{u}-\vec{b}$
une seule figure $\vec{u}+(-\vec{b})$ (une repus.)
repus X de cette somme des termes $\vec{u}$

iii) Classe R

La séance analysée n'est pas la première sur les vecteurs mais elle a *comme objectif d'introduire la multiplication $k \vec{U}$* .

L'enseignant R annonce d'ailleurs cet objectif dans ces termes mêmes : il va introduire une nouvelle opération, une multiplication "réel par vecteur".

Après avoir fait réviser somme de vecteurs et représentants, il essaie de faire élaborer par les élèves la notation $k\vec{U}$ dans des cas très particuliers ($k = 2, 1/2, 3/2, 2/3$, k entier négatif) par analogie avec la notation sur les réels, puis par développement de cette analogie de manière interne, sur les vecteurs eux-mêmes, sans que cette analogie puisse être alors justifiée autrement que sur des représentants pour la longueur et le sens.

Ainsi si c'est une nouvelle opération qui est annoncée (généralisation), ce que les élèves ont à faire consiste à élaborer une notation à propos de somme de vecteurs (k est entier ou rationnel simple) mobilisant un transfert de définition entre réels et vecteurs (analogie).

Ce n'est pas ici une comparaison de représentants dessinés qui est mobilisée, mais bien une réflexion sur le statut de ce qui est nouveau, dans des cas très particuliers où le moteur de ce qui est demandé aux élèves est l'analogie avec le produit des réels.

Il y a 12 épisodes, dont seul le dernier de cours proprement dit (introduction de $\lambda \vec{U}$) (cf. tableau joint).

Les quatre premiers épisodes concernent des exercices préparés à la maison et corrigés en classe, l'enseignant interroge à chaque fois des élèves, mais qui restent à leur place. Les textes des exercices sont indiqués sur une feuille polycopiée qui a été distribuée par l'enseignant.

Les tâches des trois premiers exercices sont assez proches, il s'agit de faire fonctionner diverses constructions de somme de vecteurs (sur des représentants), relation de Chasles et règle du parallélogramme, en attirant l'attention des élèves sur la différence entre segment $[AB]$ et vecteur $\vec{AB}$, notamment en ce qui concerne les longueurs et les normes.

Le quatrième exercice amène à deviner la notation $u - v$, par analogie avec les réels.

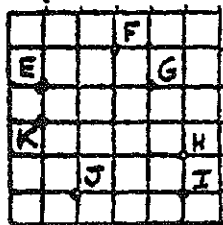
Les 5 exercices suivants, non préparés, consistent à préparer ce qui sera nouveau dans la séance, et d'abord $2\vec{u}$. Deux étapes (épisodes 5 et 5bis) : tracer $\vec{MN} + \vec{MN}$, en appliquant ce qui vient d'être révisé et en l'adaptant, deviner la notation $2\vec{AB}$. On passe alors à $(1/2)\vec{u}$, en renversant le sens de la comparaison, pour exprimer le nouveau vecteur par rapport au premier, et on demande de tracer $(\vec{MN} + (1/2)\vec{MN})$, comme précédemment (épisode n°6). Les deux épisodes suivants (6bis et 6 ter) consistent à deviner la notation $3/2\vec{u}$ et à faire fonctionner sur ce vecteur les caractéristiques "direction, sens longueur" habituelles.

Les tâches 7 et 8 font réutiliser systématiquement ce qui précède sur les vecteurs $(-1/2 \vec{AB})$ et $(2/3 \vec{AB})$, $(-2\vec{AB})$, $(-4/3 \vec{AB})$.

Arrive alors l'épisode de cours, qui institutionnalise la définition de $\lambda \vec{U}$, et où l'enseignant fait travailler sur des exemples génériques.

V. Relation de CHASLES : $\vec{UV} + \vec{VW} = \vec{UW}$

- VR₁ { 1. A-t-on $\vec{UV} + \vec{VW} = \vec{UW}$?
 2. Peut-on avoir $\vec{UV} + \vec{VW} = \vec{UW}$?
- VR₂ { 3. Que peut-on dire de la somme $\vec{UV} + \vec{VU}$?
 4. a) L'égalité $\vec{UV} + \vec{UW} = \vec{VW}$ est-elle vraie ?
 5. b) Figurez le point S tel que $\vec{UV} + \vec{UW} = \vec{US}$
 L> a) Sur le quadrillage ci-contre, figurez le point K tel que $\vec{EK} = \vec{EF} + \vec{GH} + \vec{IJ}$
 b) Calculer $\|\vec{EK}\|$, $\|\vec{EF}\|$, $\|\vec{GH}\|$ et $\|\vec{IJ}\|$
 L'unité de longueur étant le côté d'un carreau



A-t-on $\vec{EK} = \vec{EF} + \vec{GH} + \vec{IJ}$?

- VR₄ VI. 1. Comment peut-on définir la différence $\vec{AB} - \vec{CD}$?
 2. Représenter la différence $\vec{AB} - \vec{AC}$.

En résumé

- VR₅ Tracer $\vec{MN} + \vec{MN}$
- VR_{5bis} { L'écrire en fonction de $\vec{AB}$
 Ecrire $\vec{AB}$ en fonction de $\vec{MN}$
- VR₆ Tracer $\vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AB}$
- VR_{6bis} L'écrire en fonction de $\vec{AB}$
- VR_{6ter} Caractériser le vecteur $\frac{3}{2} \vec{AB}$
- VR₇ " $-\frac{1}{2} \vec{AB}$
- VR₈ " $\frac{2}{3} \vec{u}, -2\vec{u}, -\frac{2}{3} \vec{u}$

(enjeu)

analyse de tâche



R	VR1	2	3	4	5	5bis	6
ENVIRONS, ATTENTES							
Isolé	X	X	X	X	X	non	X
Préparé	X	X	X	X			
Intro, éval, autre	intro	intro	intro	intro	intro	intro	intro
noté	non						
obj. prof.	Réviser muscu grande	Réviser règle parallélisme	Réviser somme de vecteurs	décomposer $\vec{u} = \vec{v}$	traces $\vec{MN} + \vec{HN}$ appliquer	traces par analogie 2 AB	traces $\vec{u} + \frac{1}{2} \vec{u}$
prév. prof.	erreurs $\ \Sigma \ \neq \Sigma \ \ $		ne pas confondre Σ et $\Sigma \ \ $	analogie pour dessiner	appliquer	[enjeu]	appliquer, ce qui ne coûte
CONTEXTE							
enjeu	méthode	réviser et méthode	réviser	démarche	réviser	démarche	réviser et méthode
nouv./ancien	Situation N Ancien	Ancien	Ancien	Nouveau	Nouveau	Nouveau	Nouveau
généralité							
cas qqque	X	X		X			
cas partic			X		X	X	X
ENTRÉE				Ouv.		Ouv.	
modélisation							
question	Ouv.						
méthodes		Ouv.	Ouv.		1 seule		1 seule
reconnaissance							
RÉSOLUTION							
étapes, interméd.			X		X		X
techniques							
transfo	X						
adaptations	X				X		X
chgt							
relations							
interprétations							
sélection info							
PREUVES	non expl.		non expl.			Ø	
perceptive							
démo		X		X	X		X
récurrence							
absurde							
logique							
CONTRÔLE int.	figure		figure				
ext.							
PRODUCTION	réponse français	construction	dessin + calculs	français	construction	français	construction
ACTIVITÉ PRÉJUGÉE							
initiatives				X		X	
disponibles							
VARIABLES DIDA							
ACTIV. élève			(de l'élève) facile				

R	6 bis	6 ter	7	8	9		
ENVIRONS, ATTENTES							
Isolé	non	non	X	X			
Préparé							
Intro, éval, autre	utko	utko	utko	utko			
noté							
obj. prof.	Monner $\frac{3}{2} \vec{AB}$	préparer $\vec{u}$ ou les 3 propriétés	cf. 6 bis réult lier	monner et justifier			
prév. prof.	cf. 5 bis monner	$\lambda = \frac{3}{2}$	mon $-\frac{1}{2} \vec{AB}$	pour $\frac{2}{3} \vec{u}$ $-2\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{u}$			
CONTEXTE							
enjeu	démar. des	réultot + usé R.	réultot + usé R.	réultot + usé R.			
nouv/ancien	N	N	N	N			
généralité							
cas qcque							
cas partic	X	X	X	X			
ENTRÉE	ouvert						
modélisation							
question							
méthodes		X 1 seule	X	X			
reconnaissance							
RÉSOLUTION							
étapes, interméd.							
techniques							
transfo							
adaptations							
chgts							
relations							
interprétations							
sélection info							
PREUVES	$\emptyset$	?					
perceptive							
démo			X	X			
récurrence							
absurde							
logique							
CONTRÔLE int.							
ext.							
PRODUCTION	faux air	interprétati figura	construction	construction			
ACTIVITÉ PRÉJUGÉE							
initiatives	X						
disponibles							
VARIABLES DIDA							
ACTIV. ÉLÈVE	possible cf. 5 bis						

($\lambda \vec{u}$)

iv) Comparaisons aux analyses a priori, points communs et différences

Remarquons d'abord que ces séances sont trop isolées et ne permettent pas tout à fait de préjuger de l'ensemble de l'introduction aux vecteurs. Les documents d'accompagnement nous aident dans une certaine mesure à y remédier.

D'autre part ces trois séances sont construites sur le même modèle : correction d'exercices préparés à la maison, mais la préparation à la maison semble variable selon les classes, d'après les video notamment, corrections suivies ou non d'exercices supplémentaires complétant l'introduction et interventions du type cours (exposés de connaissances) en rapport immédiat avec ce qui vient d'être fait. Selon les classes il y a ou non un exercice d'application à la suite. Les exercices préparés ne portent que sur des révisions de collège ou anticipent déjà un peu sur le cours à venir selon les enseignants. Dans tous les cas, les enseignants ont fait révisé les vecteurs des collèges, notamment l'égalité et la somme (avec diverses constructions).

En ce qui concerne les contenus et l'enchaînement des exercices proposés aux élèves, on ne peut pas comparer strictement car les séances sont un peu décalées les unes par rapport aux autres. On retrouve cependant localement des éléments prévus par nos analyses a priori, notamment pas de problèmes mais des petits exercices, et, après les révisions, des exercices portant plus sur la formulation que sur l'existence de l'écriture d'un vecteur sous la forme "k fois un autre vecteur", avec mise en fonctionnement répétée un grand nombre de fois, sur ce nouveau vecteur ku , des trois caractéristiques des vecteurs (direction, sens, longueur).

Il y a, semble-t-il, une certaine différence dans l'institutionnalisation entre les trois séances (ce serait à vérifier en examinant plus de séances) : dans un des scénarios, le nombre k n'est pas introduit tout de suite pour comparer des vecteurs, l'enseignant introduit d'abord, lui-même, l'idée d'opération, avant de laisser les élèves appliquer une analogie avec les réels pour deviner la notation $2u$.

Autre différence qui n'apparaît que dans les analyses a posteriori (non jointes) : un des enseignants a beaucoup plus de préoccupations de rigueur d'expression que les autres. Par exemple, il ne veut entendre l'expression "on part de A" pour exprimer que le représentant sur lequel on travaille est d'origine A. Cependant on trouve dans son propre discours, plus loin, une expression relativement analogue, ce qui illustre à nos yeux la difficulté insurmontable à distinguer à tous moments représentants et vecteurs. On peut voir des traces de cette préoccupation particulière dans la répartition de toutes les questions détaillées (importance des questions de formulation chez cet enseignant).

b) Le discours de chaque enseignant pendant toute la séance (cours et exercices réunis puis analysés séparément)

1) Les fonctions (tableau ci-dessous)

L'analyse de la répartition des fonctions des 3 discours montre d'abord que la seule fonction majoritaire est l'information, quel que soit l'enseignant.

Enseigner ici c'est d'abord donner des informations, puis les organiser (autour de 30%) puis donner des argumentations (très uniforme entre 15 et 17%). N'oublions pas que dans tous les cas, les premiers exercices ont été cherchés à la maison et sont corrigés, vraisemblablement tous les élèves n'ont pas fait le travail, c'est même explicite dans la séance de B2, mais cela peut tout de même accentuer cette fonction "informations", notamment par l'intermédiaire des demandes résultats et des évaluations (sans commentaires). Cela pourrait aussi augmenter la part de l'argumentation, mais là intervient peut-être en sens inverse la nature particulière de ces activités d'introduction, évoquée ci-dessus, activités pour lesquelles il est quelquefois difficile de parler de démonstration à proprement parler (cf. analyses de tâches).

Ceci dit les enseignants ne parlent pas tous autant, en tout cas en ce qui concerne les phrases analysées - on verra sur les questions qui portent sur le discours total que c'est la même chose. Il y a des différences de rythme de parole que nous ne prenons pas en compte ici.

Si on étudie cette répartition en distinguant cours et exercices, on retrouve à peu près la même chose pour les exercices (qui sont majoritaires dans les séances analysées) ; en revanche les cours montrent des répartitions plus variables, paradoxalement il y a même moins de la moitié d'information chez un des enseignants, B2, qui compense par plus de structuration.

Autrement dit, pendant les activités qui portent sur cette introduction des vecteurs, dont nous avons fait l'hypothèse qu'elle était difficile à mener en laissant les élèves deviner (pas d'exercices adaptés), tout se passe comme si les enseignants compensaient cette difficulté en apportant déjà les informations pendant les exercices... On peut s'interroger encore plus sur le statut de telles activités.

Les argumentations ont une part très stable, moins de 20%, et cela tient peut-être à la nature de ces activités : il s'agit d'introduire une définition.

Tableaux des répartitions des fonctions des discours pendant les 3 séances

Les pourcentages sont calculés pour chaque enseignant sur le total des phrases analysées, puis sur le total des phrases qui portent sur les exercices (resp. sur les cours).

Fonction	B2 global	exercices	cours	B1 global	exercices	cours	R global	exercices	cours
Informations	54 %	62 %	39 %	64 %	64 %	65 %	54 %	54 %	48 %
structurations	31 %	24 %	43 %	21 %	20 %	25 %	30 %	29 %	32 %
argumentation et réflexions	15 %	14 %	17 %	15 %	16 %	10 %	17 %	16 %	21 %

2) La teneur des discours (tableau ci-dessous)

Les questions occupent selon les enseignants un quart du discours au plus (et au moins 10%). Il se marque là une différence : un enseignant sur trois questionne moins ses élèves, que ce soit en cours ou en exercices (pas plus de 13% du discours). Les deux autres interrogent les élèves plutôt plus en exercices qu'en cours proprement dit.

Les discours directs et indirects ont des répartitions globales différentes : pour deux des enseignants sur les trois, le discours direct est en première position (et même majoritaire dans tout le discours chez l'enseignant qui pose le moins de questions), alors que chez le troisième c'est exactement le contraire (discours indirect majoritaire).

Il y a donc là une différence notable dans la répartition globale des discours strictement mathématiques (ou presque) et des discours plus indirects selon les enseignants. D'autant plus qu'il s'agit toujours des moments où on fait des mathématiques (n'oublions pas que nous avons enlevé la stricte animation sans rapports avec les contenus).

Ces répartitions ne sont pas affectées par la nature de la tâche, sauf pour l'enseignant qui produit beaucoup de discours indirect : en cours la part de son discours direct remonte à la moitié du discours non interrogatif. On peut penser que les élèves ont ainsi un indice externe pour repérer la nature de ce qui est en train d'être raconté. On peut aussi penser que l'enseignant essaie d'aider les élèves par un discours plus indirect en exercices qu'en cours, ceci sera infirmé ou confirmé par les analyses des croisements.

Tableaux des répartitions des teneurs des discours pendant les 3 séances

Les pourcentages sont calculés pour chaque enseignant sur le total des phrases analysées, puis sur le total des phrases qui portent sur les exercices (resp. sur les cours).

Teneur	B2 global			B1 global			R global		
	exercices	cours		exercices	cours		exercices	cours	
Questions	11 %	13 %	8 %	24 %	24 %	21 %	23 %	26 %	7 %
discours direct	56 %	59 %	51 %	40 %	39 %	46 %	25 %	22 %	47 %
discours indirect	32 %	28 %	41 %	36 %	37 %	32 %	51 %	51 %	46 %

3) Les objets du discours (tableau ci-dessous)

Nous n'analysons ici que les répartitions séparées exercices/cours.

Deux profils apparaissent : les discours où même si les élèves travaillent sur des exercices, les phrases qui s'y rapportent directement ne sont pas majoritaires (un peu moins de la moitié du discours), un tiers étant réservé aux liens entre activités et mathématiques et un cinquième aux mathématiques hors contexte. Et le discours où la part des phrases sur l'activité dépasse les deux-tiers, avec un quart réservé aux liens, et moins de 10% aux mathématiques.

En réalité il y a deux différences : d'une part la somme des discours où interviennent les activités dépasse ou non 80%, **laissant ou non une petite place aux mathématiques**, et d'autre part, au sein de ces phrases sur les activités, **l'importance de celles où les mathématiques interviennent est variable**.

En cours, même différence : deux enseignants consacrent plus de 80% de leur discours aux seules mathématiques, le troisième occupe encore un bon quart de ses phrases à des activités.

Si on réunit ces deux constats, on arrive aux profils suivants : un des enseignants parle toujours très majoritairement de ce qu'il est en train de faire (cours ou activités) ; pour les autres, c'est plus mélangé, notamment en exercices.

Tableaux des répartitions des objets des discours pendant les 3 séances

Les pourcentages sont calculés pour chaque enseignant sur le total des phrases qui portent sur les exercices (resp. sur les cours).

Teneur	B2 exercices cours		B1 exercices cours		R exercices cours	
Exercices	67%	2%	42%	27%	46%	11%
Mathématiques décontextualisées	7%	87%	19%	48%	19%	81%
Lien entre exercices et mathématiques décontextualisées	25%	12%	39%	25%	34%	8%

4) Les croisements (tableaux croisés ci-contre)

Quelques régularités pendant les exercices (globalement) :

* **l'association privilégiée de la structuration et du discours indirect** (dans les deux sens). Autrement dit, pour la première régularité, il y a plus de structuration dans les phrases en discours indirect que dans les autres, et lorsque l'enseignant structure, il utilise plus de discours indirect que lorsqu'il informe ou argumente.

* **le fait que dans les moments où s'expriment les liens entre activités et mathématiques les argumentations sont plus développées qu'aux autres moments.**

* **le fait que les élèves sont peu sollicités sur la structuration, et selon les enseignants plus sur l'information ou plus sur l'argumentation.**

Cela semble cohérent avec nos catégories. Cela confirme aussi que c'est bien à l'enseignant d'organiser les connaissances, dans un discours indirect, ce qui pourrait être à rapprocher de notre constat sur l'atomisation des connaissances de nos étudiants.

Pendant les cours, c'est dans les moments où on parle de mathématiques qu'il y a plus **d'argumentation que dans les autres moments** (les démonstrations font partie des mathématiques) ; d'autre part, deux tableaux présentent les mêmes associations privilégiées : celui de la répartition des fonctions du discours en fonction de la teneur, et celui qui donne la répartition de la teneur en fonction des fonctions.

Ainsi, pendant les cours, c'est plus par les questions et par le discours direct que par le discours indirect que l'information est véhiculée ; les élèves sont plus sollicités sur l'information que sur le reste (est-ce que cela vient des activités préalables ?), et c'est plus en discours direct que l'enseignant la livre qu'en discours indirect. En particulier on retrouve que **la structuration échappe en grande partie aux questions**, c'est plus variable pour l'argumentation...

En revanche il y a plus de structuration et d'argumentation dans le discours indirect qu'ailleurs.

Le deuxième tableau permet de confirmer : la part du discours direct est plus importante lorsque l'enseignant informe que lorsqu'il structure ou argumente, où c'est la part du discours indirect qui est majorée. Autrement dit en cours l'information est donnée surtout par le **discours direct de l'enseignant**, et c'est surtout sur cette information que les élèves sont sollicités.

Tableaux croisés des discours pendant les 3 séances

Les pourcentages sont calculés pour chaque enseignant sur le total des phrases qui portent sur ce qui est indiqué en haut de la colonne (sur les exercices puis sur les cours).

Les croisements Fonction et objet, Fonction et teneur pendant les exercices et les cours

Tot	B2 Exos	Math.	Lien		Quest.	direct	indir	Exos	Math.	Lien		Quest.	direct	indir	Tot
62%	67%	50%	52%	info	93%	64%	41%	0	36%	71%	info	79%	64%	1%	39%
24%	28%	42%	10%	struc.	0%	22%	42%	100%	45%	24%	struc	7%	27%	70%	43%
14%	5%	8%	39%	arg.	7%	14%	18%	0	19%	50%	arg	14%	9%	29%	17%

Tot.	B1 Exos	Math.	Lien		Quest.	direct	indir	Exos	Math.	Lien		Quest.	direct	indir	Tot.
64%	75%	58%	55	info	69%	85%	39%	98%	45%	69%	info	91%	87%	16%	65%
20%	21%	18%	19%	struc	4%	10%	39%	0	35%	31%	struc	6%	13%	54%	25%
16%	4%	24%	26%	arg	28%	5%	21%	2%	20%	0	arg	3%	0	30%	10%

Tot.	R Exos	Math.	Lien		Quest.	direct	indir	Exos	Math.	Lien		Quest.	direct	indir	Tot.
54%	72%	27%	45%	info	62%	80%	40%	93%	45%	10%	info	89%	69%	19%	48%
29%	24%	47%	27%	struc	2%	8%	52%	7%	30%	80%	struc	11%	25%	41%	32%
6%	4%	26%	28%	arg	36%	12%	9%	0	25%	10%	arg	0	5%	40%	21%

Les croisements Teneur et fonction, Teneur et objet pendant les exercices et les cours

Tot.		B2	Info	Struc	Arg	Exo Math Lien			Info Struc Arg			Exo Math Lien			Tot	
13%		20%	0	7%	ques	15%	4%	12%	16%	1%	6%	Ques	0	6%	19%	8%
59%		62%	53%	59%	Math	65%	42%	47%	83%	32%	26%	math	33%	49%	71%	51%
28%		18%	48%	35%	indir	20%	54%	41%	1%	66%	68%	Indir	67%	45%	10%	41%

Tot.	B1	Info	Struc	Arg		Exo	Math	Lien		Info	Struc	Arg		E xo	Math	Lien	Tot.
24%		30%	5%	6%	Ques	39%	14%	18%		26%	4%	41%	Ques	27%	15%	26%	21%
33%		62%	24%	0	Math	59%	41%	44%		51%	21%	11%	Math	44%	42%	31%	46%
37%		8%	71%	94%	Indi	2%	46%	38%		23%	75%	48%	Indi	30%	43%	43%	32%

Tot	R	Info	Struc	Arg		Exo	Math	Lien		Info	Struc	Arg		Exo	Math	Lien	Tot
26%		29%	2%	56%	Ques	24%	19%	32%		13%	3%	0	Ques	7%	6%	20%	7%
22%		33%	6%	16%	Math	33%	13%	14%		68%	38%	12%	Math	93%	45%	0	47%
52%		38%	92%	28%	Indi	43%	69%	54%		18%	60%	88%	Indi	0	49%	80%	46%

les croisements Fonction et objet, Fonction et teneur pendant les exercices et les cours

Tot	B2	Ques	Math	Indir		Info	Struc	Arg		Ques	Math	Indir		Info	Struc	Arg	Tot
67%		75%	75%	48%	Exo	73%	78%	26%		0	1%	3%	Ques	0	4%	0	2%
7%		2%	5%	14%	Math	6%	13%	4%		71%	82%	95%	Math	79%	90%	97%	87%
25%		23%	20%	37%	Lien	21%	10%	70%		29%	16%	3%	Lien	21%	6%	3%	12%

Tot	B1	Ques	Math	Indir		Info	Struc	Arg		Ques	Math	Indir		Info	Struc	Arg	Tot
42%		46%	48%	33%	Exo	49%	45%	10%		48%	34%	2%	exo	40%	0	6%	27%
19%		12%	20%	22%	Math	17%	17%	28%		30%	42%	68%	Math	33%	68%	94%	48%
39%		42%	32%	45%	Lien	34%	38%	62%		21%	24%	30%	Lien	27%	32%	0	25%

Tot	R	Ques	Math	Indir		Info	Struc	Arg		Ques	Math	Indir		Info	Struc	Arg	Tot
46%		43%	68%	39%	Exo	62%	37%	12%		11%	22%	0	Exo	22%	3%	0	11%
19%		14%	11%	25%	Math	10%	31%	30%		67%	78%	86%	Math	77%	78%	96%	81%
34%		43%	21%	36%	Lien	29%	32%	58%		22%	0	14%	Lien	2%	20%	4%	8%

c) Les questions (tableau ci-dessous).

Rappelons que c'est la seule analyse qui porte sur l'ensemble des discours (animation comprise). Nous appelons "fausses questions" les phrases posées sur le mode interrogatif mais qui n'attendent manifestement pas de réponses, mises à part les demandes d'acquiescement (d'accord ? tout le monde a compris ?) - par exemple quel est l'intérêt des vecteurs ? l'enseignant n'attend d'ailleurs pas pour reprendre la parole.

Nous avons aussi relevé les questions qui viennent des élèves (notées élèves).

Nous avons enfin distingué les questions de mathématiques des questions de formulations (et notations) et de méthodes. Dans les autres tableaux ces deux dernières catégories sont regroupées avec les mathématiques.

Un premier constat, sur les régularités : il y a peu, très peu de questions venant des élèves dans les séances analysées. Il y a tout aussi peu de fausses questions. Les répartitions entre questions à propos de mathématiques et autres questions ne sont pas très différentes non plus.

En revanche, il y a de grandes différences : d'abord sur la quantité de questions (qui varient comme la quantité de phrases produites d'ailleurs). Ensuite sur les questions posées sur les mathématiques : de 19% à 25% à 40%. On voit que les questions sur les méthodes et les formulations sont variables, mais cela dépend tellement de ce qui est traité que nous avons renoncé à cette classification.

Nous pouvons constater d'autre part de grandes différences au niveau des demandes d'acquiescement : un des enseignants a recours à ce type de questions beaucoup plus que les autres. Cela fait un certain style de discours, mais nous n'en dirons pas plus ici. Remarquons toutefois que les autres enseignants compensent par une autre forme d'animation.

Tableau de répartition des questions posées par les enseignants

Les pourcentages sont calculés sur l'ensemble des questions du discours, le total est l'effectif des questions.

	Animation	Acquiescem.	Fausses qu.	Exerc.	Liens	Math	Formul.	Méth.	Elèves	Total
B2 global	21%	17%	3%	33%	4%	13%	3%	6%	1%	78
B1 global	3%	36%	1%	26%	7%	14%	0%	11%	1%	294
R global	15%	12%	1%	21%	7%	20%	14%	6%	3%	268

3) Les analyses locales de chaque séance (tableaux en annexe)

a) La séance B2

Un rappel : description rapide de la séance B2 "introduction de la multiplication réel vecteur".

Il y a 7 épisodes dont deux de cours (n°5 et 6).

Les premiers exercices (1, 2, 3, 4), préparés, consistent à faire comparer des représentants de vecteurs en utilisant la forme $k\vec{U}$, successivement

* en construisant des points sur une droite (définis à partir de $\vec{MP} = k\vec{MN}$),

* puis en évaluant k pour des représentants de vecteurs d'abord dessinés sur une même droite, puis définis indirectement (par une somme).

L'exercice 4 consiste à étudier l'influence du signe de k sur les positions respectives des points extrémités des vecteurs $\vec{MN}$ et $k\vec{MN}$.

Le dernier exercice, après le cours (n°7) refait évaluer k mais cette fois-ci les deux derniers vecteurs ne sont pas colinéaires (k n'existe pas).

A) Les analyses locales des exercices (tâches 1, 2, 3, 4 et 7).

I La répartition globale des diverses catégories analysées et les évolutions selon les tâches

1) Les fonctions

Les répartitions des fonctions sont assez proches, l'information occupant toujours plus de la moitié du discours (jusqu'aux deux-tiers), la structuration en occupant à peu près un quart (un peu plus ou un peu moins selon les exercices), et l'argumentation restant à la plus faible place (plus ou moins 12%, à une exception près). Précisons, en tenant compte de la nature des tâches.

L'information occupe de 66% à 53% de l'ensemble du discours. C'est dans la deuxième tâche qu'il y en a le moins (53%), au bénéfice de l'argumentation 24%, (contre, pour l'argumentation, entre 8% dans la première tâche, et jusqu'à 16% ensuite).

La structuration occupe en revanche 30% du discours dans la première tâche, et c'est là qu'il y en a le plus, et entre 22% et 24% ensuite.

Or dans la deuxième tâche l'enseignant introduit des éléments de démonstration, alors que dans la première tâche ce sont plus des méthodes qui sont rappelées avec seulement un début de démonstration, basée sur les seules longueurs et le sens, et plutôt perceptive. Il s'agit en effet dans la première tâche de placer sur une droite donnée des points définis par une égalité vectorielle du type $\vec{MP} = k\vec{MN}$ (M est dessiné initialement sur la droite), et dans la deuxième tâche, il s'agit de trouver k tel qu'un certain vecteur, représenté sur la figure donnée, s'écrive k fois un autre vecteur également représenté, et là l'enseignant veut et donnera des éléments de justification de cette valeur algébrique de k .

Les trois dernières tâches, relativement analogues en ce qui concerne la nature de la démonstration, présentent des répartitions des fonctions du discours très proches. On peut aussi se demander si, par delà la proximité des contenus, un certain style ne s'était pas établi à partir de la troisième tâche. Il s'agit d'abord de justifier la valeur du nombre algébrique k tel que un certain vecteur, qu'il y a à obtenir sur une figure, soit égal à k fois un autre, également représenté (tâche 3),

ensuite de réfléchir à l'influence sur la figure du signe de k (tâche 4), et enfin de trouver k , qui n'existe pas dans le dernier exercice proposé dans la dernière tâche.

L'association "démonstrations" et "discours d'argumentation" se trouve ainsi mise en évidence chez cet enseignant, au niveau des fonctions du discours, avec une majoration la première fois que cela se produit.

2) La teneur des discours

Il y a une certaine variabilité du pourcentage de questions posées : elles occupent de 3% à 23% du discours analysé.

En fait c'est sur deux tâches qu'il y a moins de sollicitations : la première et la quatrième, qui correspondent au début du cours et à un premier bilan, marqué notamment par le passage à un cas quelconque (l'enseignant occupe-t-il seul le terrain lorsqu'il fait un bilan ?).

En revanche dans la troisième tâche, peut-être jugée plus facile car analogue aux précédentes il y a presque un quart de questions, et c'est le maximum.

Le discours direct occupe toujours au moins la moitié du discours total analysé, entre 49% et 60%, sauf dans la deuxième tâche, où sa part monte à 80%, et où le discours indirect, simultanément, a la portion congrue (7%) : or c'est la première démonstration que veut l'enseignant, et l'argumentation, très développée comme on l'a vu, est entièrement faite en discours direct... Tout se passe comme si il n'y avait pas encore de place pour les commentaires.

Dans les tâches 1, 3, 4 en revanche, qui peuvent être jugées plus faciles parce qu'elles ressemblent à ce qui a déjà été fait (ce jour ou avant) le discours indirect occupe environ 40% du discours sans les questions. Enfin dans la dernière tâche, particulière puisqu'elle consiste à appliquer le cours qui vient d'être fait, ce discours n'occupe que 29% du discours sans les questions.

Tout se passe comme si quand l'enseignant développe quelque chose de nouveau (ou de difficile ?), il avait plus recours au discours direct, les commentaires venant dans un deuxième temps.

3) L'objet du discours

La part du discours qui porte sur ce qui se joue directement (noté Exo) est de 64% à 78% sauf dans la troisième tâche, plus facile, où l'enseignant force un peu sur le passage E<--- (35% au lieu de 19% à 28% ailleurs).

En revanche la part des mathématiques décontextualisées (Math) oscille très peu, entre 7 et 11%, sauf pour la deuxième tâche, où il n'y en a pas du tout (on en reste au discours sur l'activité et sur le lien avec les mathématiques - démonstration portant sur l'activité).

Tout se passe comme si, là encore, plus la tâche est facile, plus l'enseignant s'autorise à s'éloigner de ce qui se joue (en introduisant des phrases faisant le lien entre l'activité et les mathématiques, en introduisant des mathématiques décontextualisées, ce qu'elle fait peu).

II Les croisements

Première régularité "massive" : les questions portent très majoritairement, si ce n'est

exclusivement dans les tâches 1, 2 et 4, sur de l'information et sur les activités (en cours).

Dans les tâches 3 et 7, cette tendance existe, en particulier l'association privilégiée des questions sur la seule information est largement vérifiée, mais les questions portent aussi E<--- dans la tâche 3 (plus facile) et même sur tout (y compris les mathématiques, dont on vient de parler en cours) dans la tâche 7 (qui suit le cours, rappelons-le).

Autrement dit les élèves sont d'abord sollicités sur des résultats (nous avons vérifié que c'est cette partie de l'information qui intervient), et, si c'est avant le cours, les questions portent prioritairement sur les exercices en cours de correction, sauf peut-être si la tâche est suffisamment facile pour s'aventurer dans les justifications (lien entre exercices et mathématiques). Après le cours les sollicitations, encore sur les seuls résultats, portent aussi sur les mathématiques (dont on vient de parler) et leur lien avec l'exercice.

Autre régularité : les structurations relèvent majoritairement plus du discours indirect que les autres fonctions, sauf dans une tâche, celle du premier bilan. Mais leur objet de prédilection s'il y en a un, varie : E<--- d'abord, puis Exo, puis Math (tâches 3 et 4), et retour à Exo dans 7 (comme dans 2).

Les argumentations portent davantage sur le lien entre les activités et les math (E<---) dès la deuxième tâche, et ceci jusqu'à la fin (c'est même son seul objet dans la tâche 4). Cependant il n'y a pas d'association régulière avec un type de discours particulier : c'est exclusivement indirect dans la première tâche -démonstration perceptive, exclusivement direct dans la deuxième (première démonstration), et c'est variable ensuite. Autrement dit les argumentations peuvent être énoncées de manière strictement mathématique ou non, sans que cela semble avoir un rapport évident avec la tâche.

C'est général : les discours indirects et directs n'ont pas d'objets ni de fonctions privilégiés à véhiculer de manière régulière.

Bilan

Ainsi, les répartitions des fonctions du discours sont assez proches sur les 5 tâches analysées, que ce soit préparé ou non, avant le cours ou juste après, .

En particulier la tâche proposée après le cours ressemble à la deuxième proposée avant le cours, et les répartitions sont proches : l'influence de la tâche serait plus importante que la place du cours ...

On trouve aussi que si une tâche a l'air d'être plus "facile" (par exemple déjà faite de manière presque analogue, ici la troisième) il y a plus de questions, et plus de discours sur la transition (E <--- >...) : on peut s'éloigner de l'activité proprement dite.

Tout se passe comme si l'enseignant pensait que plus il y a une difficulté, plus il faut parler directement de ce qu'on est en train de faire.

B) Les analyses locales des cours

Il ya deux épisodes concernés (5 et 6).

Les répartitions de toutes nos catégories sont assez proches, en quelque sorte plus caricaturées dans le premier épisode (même tendance que ci-dessus ?).

L'enseignant réserve 40% de son discours à l'information (moins que pendant les exercices !), à peu près autant ou un peu plus à la structuration (de 38% à 50%), ce qui est plus important que pendant les activités. Ceci laisse une part d'argumentation équivalente à celle des activités (entre 13 et 20%).

Autrement dit, ici, tout se passe comme si le cours consistait moins que les activités à apporter de l'information mais plus à la structurer. Ceci signifie que les activités ont une part importante dans la donnée des informations (plus importante que les cours !), et ceci confirme à la fois la différence entre une gestion adidactique et une gestion didactique et peut-être la nature très particulière des activités sur le sujet abordé ici.

Peu de questions (moins de 11%), et un peu plus de discours direct que de discours indirect dans ce qui reste (56% de discours direct).

Cette répartition est très proche de celle des activités : il n'y a pas là de marqueur qui puisse indiquer aux élèves où on en est.

En revanche, comme dans les activités, le discours porte essentiellement sur les mathématiques (100% et 80%), les liens avec les activités sont très réduits : 17% au maximum, dans le premier épisode, ce qui relativise encore le statut des activités, dans une gestion non adidactique : on y donne beaucoup d'informations, et on les utilise peu dans le cours...

b) La séance B1 (tableaux joints en annexe)

Un rappel : description rapide de la séance B1 (introduction de la différence de deux vecteurs)

Cette séance est divisée en 10 épisodes, dont trois en cours (le début, sorte d'introduction générale, l'épisode n°6, bilan de ce qui précède, et l'épisode n°9 - introduction de la différence).

Les exercices sont tous préparés sauf le dernier, qui suit le cours (n°10).

Il s'agit de réviser l'égalité de vecteurs (tâche 2), et la somme de vecteurs, successivement par la relation de Chasles (tâche 3), la règle du parallélogramme (tâche 4), sans précision (tâche 5). C'est justement à un bialn sur les méthodes pour faire la somme de deux vecteurs qu'est consacré l'épisode de cours n°6. Les exercices 7 et 8 servent à introduire du travail sur les représentants d'un même vecteur, reprenant les révisions sur l'égalité de vecteurs (tâche 7), et faisant construire un vecteur égal à un vecteur donné d'origine imposée (tâche 8). L'exercice 10 fait fonctionner le cours sur différence.

Il y a presque toujours des étapes dans les exercices, mais c'est explicitement le cas dans les tâches 3, 5, 7 et 8 ; dans ces mêmes tâches il y a plus une adaptation des outils déjà utilisés dans le apssé que dans les autres exercices. Dans la tâche 7, il y a même une transformation à faire.

Les démonstrations sont relativement analogues, avec une part perceptive. Les productions varient entre faire une croix sur oui ou non, dessiner ou écrire.

A) Les analyses locales pendant les exercices (tâches 2, 3, 4, 5, 7, 8 et 10).

I La répartition globale des diverses catégories analysées et les évolutions selon les tâches

1) Les fonctions

Les répartitions des fonctions selon les tâches montrent d'importantes variations : au début l'information occupe la moitié du discours (50, 51%, 59%), mais après sa part augmente notablement (79%, 84%, 66%, 68%). La structuration occupe 30% du discours de la première tâche, puis reste autour de 16% (19, 18, 10, 17) et remonte à 24% dans la dernière tâche. L'argumentation varie de 33% (tâche 1) à moins de 8% (tâche 5, tâche 7 et tâche 10), avec trois tâches moyennes, autour de 20% (2, 4 et 8).

Or les tâches 2, 3 et 4 sont relativement faciles, alors que la tâche 5 est plus difficile, ainsi que la tâche 7, spécialement porteuse de l'enjeu de la séance. La tâche 8 reprend la 2 et la 6, et la tâche 10 est une application du cours qui vient d'être fait.

Donc il semble fonctionner l'association "tâche plus facile, moins d'information de l'enseignant", la structuration pouvant être développée dans les tâches où on applique pour al première fois quelque chose, et l'argumentation dans les tâches où on peut donner aux élève sune part du travail.

2) La teneur du discours

Les questions occupent une part non négligeable mais très variable du discours analysé : atteignant 40% dans les tâches 2, 7 (35%), et 8, ce pourcentage oscille autour de 20% dans les tâches 3, 4, 5, 10 (tâches relativement analogues, qui portent sur la somme de vecteurs. On peut

remarquer cependant que la tâche 10 suit un petit morceau de cours, sans que cela modifie le questionnement (au total).

Le discours direct a aussi une place variable : de 53% dans la tâche 2, il plafonne autour de 40% ensuite et il descend à 24% dans la dernière tâche, au bénéfice du discours indirect. Plusieurs corrélations sont possibles - la dernière tâche est à la fin de l'heure, c'est la seule qui a été préparée par un cours...

Quant au discours indirect, il passe de 8% à 60%. Ce sont les épisodes 4 et 10 qui présentent le plus de discours indirect - ce sont des tâches parmi les moins réussies (effectivement). Dans les autres épisodes, ce type de discours occupe de la moitié à un quart du discours non interrogatif.

3) L'objet du discours

Encore plus variable : au début le discours concernant l'activité en cours occupe 70% des phrases ; dans les trois tâches analogues suivantes, cette part diminue de 46% à 27%, au bénéfice de plus en plus marqué des phrases sur le lien entre activité et mathématiques. Peut-être là est-ce là corrélé à la chronologie : l'enseignant s'autorise à faire de plus en plus de lien au fur et à mesure que la tâche se répète ? Dans les tâches 7 et 8, on retrouve d'abord 65% du discours sur l'activité (nouvelle) et moins sur la seconde, plus classique, encore au bénéfice des liens. Cette part remonte dans l'activité nouvelle 10.

Quant au discours qui concerne sur les mathématiques décontextualisées, il occupe moins de 20% des phrases analysées sauf dans la tâche 3 - celle où il y a une situation nouvelle (autour de la notion de représentant).

II Les croisements

Deux régularités se marquent : d'abord lorsque l'enseignant structure il utilise plus de discours indirect qu'en moyenne, ce qui est tout à fait cohérent avec la nature même de la structuration (organisation de l'information). Il y a même trois tâches où c'est le seul discours utilisé pendant la structuration : les tâches 5, 7 et 10.

Ensuite les questions ne portent que peu ou pas du tout sur la structuration (il n'y a aucune question de ce type dans les tâches 2, 3, 5, 7, 10). Les élèves ne sont pas du tout ici sollicités sur l'organisation des connaissances.

Les autres croisements sont variables.

Regardons d'abord les questions. Dans les premiers épisodes et le dernier, elles portent plus sur l'argumentation (2, 3, 10) : les élèves sont sollicités sur les démonstrations au début (premières révisions) et à la fin, après le cours. Ailleurs il n'y a pas de phénomène notable, en particulier selon les tâches il y a plus de questions qu'en moyenne sur l'exercice (4), les mathématiques (7,10) ou le lien entre math et activités (2, 3).

Lorsque l'enseignant développe les liens entre activités et mathématiques, il argumente plus que la moyenne dans les tâches 2, 3, 4, 7, 8, et c'est exactement le contraire dans le discours qui porte sur les activités. Dans la tâche 10, il structure plus dans les phrases qui font le lien.

Deux profils particuliers pour le discours qui porte sur les mathématiques : ou l'enseignant y donne

plus d'information (tâches 2, 4, 7) ou plus d'argumentation (tâches 3 et 10).

B) Les analyses locales pendant les cours (épisodes n°1, 6 et 9)

1) Les fonctions, la teneur et l'objet du discours

L'information occupe les deux tiers du discours, la structuration est plus variable, entre un petit quart et un gros tiers mais toujours plus importante que l'argumentation (entre 0 et 17%).

Les questions ne dépassent pas un quart du discours, plus réduites au début (au tout début et dans le premier épisode de cours). Le discours direct est plus important que le discours indirect et sa part est assez stable (autour de 56% du discours non interrogatif).

En revanche les répartitions selon l'objet du discours sont très variables : au début, il n'y a rien dans la catégorie "activités", ce qui se comprend par la place de cet épisode, en tout début de chapitre. Ensuite en revanche, celles-ci occupent un quart du discours, les phrases sur les mathématiques ne devenant majoritaires que dans le dernier épisode (introduction de la différence de deux vecteurs). Si on rappelle que l'épisode n°6 est un bilan, ces constats sont très cohérents.

2) Les croisements

Les régularités globales se retrouvent dans chaque épisode : l'information passe par le discours direct, et les élèves sont plus sollicités sur l'information que sur les autres fonctions. Même chose avec les associations privilégiées de la structuration et de l'argumentation et du discours indirect qui demeurent, si cela a un sens (catégories non vides), dans les deux sens. On peut rajouter que ces deux dernières fonctions s'appliquent plus aux mathématiques qu'aux activités.

On constate que l'enseignant réserve à la seule information soit les moments de lien activités /math soit pendant ce qui concerne des activités, les mathématiques lui permettant de véhiculer aussi les autres fonctions (mais de manière variable). Plus de structuration dans un moment de bilan plus d'argumentation s'il y a des démonstrations.

Les élèves sont plus sollicités sur ce qui correspond à des activités (quand il y en a) ou aux liens entre elles et les mathématiques que sur les mathématiques.

Bilan

En plus des régularités globales, qui se retrouvent inchangées dans chaque épisode, on trouve que les élèves sont plus sollicités sur l'information et moins sur les mathématiques. Tout se passe comme si en cours l'enseignant se réservait structuration et argumentation, et mathématiques décontextualisées.

c) La séance R (tableaux joints en annexe)

Un rappel : description rapide de la séance RV "introduction de la multiplication d'un vecteur par un réel"

Cette séance est découpée en 12 épisodes, dont seul le dernier est du cours (l'introduction du produit d'un réel par un scalaire).

Les 3 premiers exercices sont préparés, et portent sur des révisions à propos de la somme de vecteurs, de la différence entre vecteurs et norme de vecteurs, et de constructions (tâches 1, 2 et 3).

L'épisode n°4 est intermédiaire entre cours et exercices : il permet d'introduire quelque chose qui peu être nouveau, la différence entre deux vecteurs, à propos d'un exercice préparé. C'est la démarche de l'analogie entre réels et vecteurs qui est invoquée pour résoudre la devinette.

Les exercices suivants ne sont plus préparés et portent sur du nouveau : c'est ce qu'on cherche à introduire en cours à la fin.

Il s'agit de tracer la somme de deux vecteurs identiques, d'en une expression formelle du type $2\vec{U}$, par la même analogie que précédemment, d'étendre le procédé à $(1/2)\vec{U}$, puis d'appliquer à un vecteur $(3/2)\vec{U}$ puis $(-1/2)\vec{U}$ le descriptif des vecteurs en termes de direction, sens, longueur, avant de donner la définition recherchée.

Les tâches 3, 5 et 6, correspondant à des constructions, nécessitent une étape. Les tâches 3 puis de 5 à la fin traitent de cas particuliers. Les tâches 5bis et 6bis, très proches, ne comportent pas de démonstrations puisqu'il s'agit de deviner une définition. Toutes les autres démonstrations reposent soit sur la relation de Chasles, soit sur la définition de la somme de deux vecteurs soit sur la mise en fonctionnement de l'égalité de deux vecteurs (ou la définition anticipée du produit par un scalaire).

A) Les analyses locales pendant les exercices (tâches 1, 2, 3, 4, 5, 5bis, 6, 6bis, 6ter, 7 et 8).

I La répartition globale des diverses catégories analysées et les évolutions selon les tâches

1) Les fonctions

L'information occupe une place très variable du discours, de 22% à 82%. Il en est presque de même de la structuration, qui passe de 3% du discours à 52%. Enfin, même l'argumentation est ici variable, de 7% à 45% du discours.

En fait il y a d'abord deux grands types de répartitions selon les tâches : celles où la somme de l'information et de la structuration dépasse 85% du discours, majoritaires (7 tâches sur 11), et les autres (tâches 4, 5bis, 6bis, 6ter) pour les quelles cette somme ne dépasse pas 76%.

Examinons déjà ces deux groupes : le deuxième groupe est formé exactement des 4 tâches dont nous avons estimé que l'enjeu est une démarche (découverte de la différence de deux vecteurs, devinette de la notation $2\vec{u}$, puis $3/2\vec{u}$, et enfin, par analogie, caractérisation de $k\vec{U}$ pour $k = 3/2$ - cas limite de démarche).

Les autres tâches ont comme enjeu des rappels de méthodes et/ou les résultats correspondants.

Ainsi, tout se passe comme si l'enseignant forçait les argumentations lorsqu'il y a l'enjeu maximal, notamment pour cette séance, l'enjeu de la découverte (par analogie) de la multiplication k fois $\vec{U}$.

Dans le premier groupe, on peut mettre en corrélation les différences de répartition entre information et structuration et la nature de la tâche (apparente, pour nous et l'enseignant) : ainsi toutes les tâches où la part du discours d'information dépasse celle de la structuration sont les tâches de construction sur des cas particuliers (2, 3, 5, 6, 7, 8). La seule où c'est le contraire est la première tâche, où la réponse est une phrase en français (comme d'ailleurs dans les tâches du deuxième groupe sauf la dernière). Dans ces tâches il s'agit d'appliquer des méthodes pour obtenir des représentants particuliers de vecteurs ; l'analyse du détail des informations montre que ce sont beaucoup d'informations directes, de demandes de résultats ou de validation. Ceci devra être affiné par l'étude de la teneur et de l'objet du discours.

2) La teneur du discours

Les questions ne sont pas plus régulièrement réparties que ce qui précède.

Leur part varie de 11% à 60%.

Détaillons : il y a d'abord deux tâches où la part des questions dépasse la moitié des interventions analysées : la tâche 3, et la tâche 6bis, les deux tâches "faciles", au sens où elles reprennent des choses déjà revues récemment (ou juste avant). L'enseignant d'ailleurs dit que c'est facile pour la première de ces tâches, et va vite. Il y aurait donc corrélation entre le fait que l'enseignant pense que c'est facile et le fait d'interroger massivement les élèves.

Pour les autres, les questions occupent entre 11% et 37% du discours - les tâches 1, 2, 4, 5, 6, 5bis, 6, 7 et 8.

Regardons la répartition des discours direct et indirect : le premier occupe de 14% à 30% des interventions qui ne sont pas des questions sauf pour les tâches 3, 7 et 8, où il occupe de 46% à 80%, tâches que nous avons déjà trouvées parmi celles où il y a beaucoup d'informations.

Le discours indirect est majoritaire en revanche dans les tâches 1, 2, 4, 5, 5bis, 6, 6bis et 6ter (au moins 64%, sans les questions). Ce groupe englobe les tâches où le discours d'argumentation est le plus important et celles où le discours de structuration est important, seule la tâche 2 fait exception.

3) L'objet du discours

La part du discours qui porte sur les activités (en cours) varie encore beaucoup : entre 40 et 50% pour les tâches 1, 2, 3, 5, 8, 6ter, elle descend entre 10 et 20% pour les trois tâches 4, 5bis et 6bis et dépasse les deux-tiers pour les tâches 6 et 7.

Les mathématiques décontextualisées occupent entre un quart et un tiers du discours pour les tâches 1, 3, 4, 5, mais se rapprochent de la moitié (43%) pour la tâche 6ter et restent en dessous de 14% pour les tâches 2, 5bis, 6, 6bis, 7 et 8.

Le lien entre activités et mathématiques est plus travaillé explicitement dans les tâches 2, 4, 5bis, 6bis et 8 (entre 42% et 80%) : or les trois tâches du milieu ont un enjeu certain dans la séance, s'appuyant toutes les trois sur l'analogie avec les réels (différence et produit) et il est presque "normal" d'y trouver la préparation des mathématiques à venir dans la rubrique E<--- ; la tâche 2 et la tâche 8 représentent peut-être pour l'enseignant des tâches relativement faciles où il peut

introduire ce lien ?

Ce lien est en revanche très peu évoqué dans les tâches 6ter et 7 (10% à 18%) et occupe entre un quart et un tiers des interventions dans le reste (tâches 1, 3, 5, 6).

II Les croisements

Première régularité : les questions portent plus, à partir de la deuxième tâche, sur l'argumentation que sur les autres fonctions, et plus dans les moments où se traite le lien A<--- que dans les autres moments. Les élèves sont donc assez vite sollicités sur les démonstrations dans les exercices en cours.

Autre régularité : il y a une association privilégiée dans le discours entre le fait de parler des activités, le fait d'informer et le discours direct. Autrement dit l'enseignant informe plus pendant qu'il parle des activités, et ceci directement.

En revanche il structure en utilisant toujours plutôt le discours indirect, soit en mathématiques soit en parlant du lien entre activités et mathématiques.

B Le cours

Un seul épisode dans le quel on constate que les mathématiques décontextualisées occupent 81% du discours, qui comprend la moitié d'informations, un tiers de structuration, peu de questions (moins de 10%), et autant de discours direct et indirect.

Il n'y a aucune activité présentant ce style de répartition (sauf pour les fonctions, la tâche 6bis).

4) Diverses comparaisons

Nous nous sommes livrés à trois types de comparaisons : comparaisons de tâches proches pour un même enseignant, comparaison de tâches proches pour deux enseignants différents, et, à l'envers, recherches de tâches présentant des répartitions de discours proches, avec essai d'interprétation.

a) Deux tâches analogues successives pour un même enseignant.

Le cas se produit deux fois dans la séance de R.

La première fois il s'agit de deviner, après une construction de représentants particuliers, la notation $2u$ et la deuxième fois c'est sur $1/2\vec{u}$ que le problème se pose. Mais nous n'avons pas voulu comparer les deux épisodes car le premier est très court, et les répartitions correspondantes de ce fait moins fiables (effectifs trop petits).

Du coup nous avons comparé les épisodes 7 et 8, construction de $(-1/2)\vec{AB}$ et $(2/3)\vec{AB}$, caractérisation en termes de direction, sens et longueur des vecteurs obtenus.

L'analyse des tableaux (cf. ci-dessous) permet de constater les évolutions suivantes :

- * la part de l'information diminue au bénéfice de celle de la structuration
- * La part du discours direct diminue au bénéfice de celle du discours indirect
- * La part du discours qui porte sur l'exercice en cours diminue au bénéfice de ce qui porte sur les liens "exercices<--->mathématiques".

L'analyse des croisements (tableaux en annexe) montre que, dans les deux épisodes, l'association habituelle de la structuration et du discours indirect fonctionne, ainsi que le "manque" de questions sur la structuration. Si dans les deux épisodes les mathématiques sont plus exprimées en discours indirect, c'est aussi le cas pour le lien entre math et exercices dans le premier épisode et seulement là. Les questions ne portent que sur l'activité en cours dans le premier épisode, elles sont plus diversifiées dans le second, enfin les phrases d'argumentation et de réflexion portent exclusivement sur l'exercice d'abord et exclusivement sur le lien entre exercices et mathématiques ensuite, alors que c'était dans la structuration qu'était privilégié ce lien dans le premier épisode...

Tout se passe comme si la répétition permettait de "s'éloigner" un peu de l'exercice, tant pour les questions, que pour le discours et son objet, ce qui présuppose que cette évolution est possible pour les élèves, qu'ils ont un peu retenu ce qui précède.

Tableaux de répartition des fonctions, teneurs et objets du discours dans les épisodes 7 et 8
les pourcentages sont calculés sur le total des phrases analysées de chaque épisode.

	Information	Structuration	Argumentation	Questions	Direct	Indirect	exercices	math	lien	total(eff)
7	76%	9%	15%	22%	43%	35%	87%	3%	10%	79
8	70%	19%	11%	24%	35%	41%	45%	4%	51%	100

b) Deux tâches voisines, deux enseignants différents

Il s'agit de tracer des sommes de vecteurs donnés par leurs représentants sur un quadrillage et de travailler sur un représentant particulier de cette somme. Cette tâche (en partie de révision) est réussie dans les deux classes.

Les répartitions des différentes catégories analysées (tableaux ci-dessous) montrent des différences, notamment sur les fonctions (plus ou moins de structuration), les questions, et la part de ce qui porte sur les mathématiques décontextualisées. Cependant le résultat précédent, qui montre des évolutions entre les discours du même enseignant sur deux tâches analogues mais successives, amène à nuancer ces différences, en fonction de la place respective de chaque tâche dans l'ensemble de la séance.

Ceci nous amène à être très prudent sur ce type de comparaisons.

Ceci dit, les croisements indiquent plutôt des différences, mises à part l'association structuration et discours indirect et le peu de questions sur la structuration. Tous les liens entre exercices et mathématiques se passent en information chez R, contrairement à ce qui se passe chez B1. Structuration et argumentation concernent presque exclusivement les mathématiques chez R (c'est logique), alors que chez B l'argumentation porte plus que les liens et la structuration sur les exercices. Les questions portent plus sur l'argumentation chez R, cette dernière fonction n'étant même remplie qu'avec des questions, c'est beaucoup plus diversifié chez B. Le discours indirect porte de manière privilégiée sur les liens chez R, ce n'est pas le cas chez B.

Tableaux de répartition des fonctions, teneurs et objets du discours dans les épisodes VR3 et VB1 8

les pourcentages sont calculés sur le total des phrases analysées de chaque épisode.

	Information	Structuration	Argumentation	Questions	Direct	Indirect	exercices math	lien	total(eff)
R3	82%	3%	15%	53%	38%	9%	44%	26%	29 34
B1 8	66%	17%	17%	42%	41%	17%	49%	2%	49% 100

c) Des répartitions proches : trois tâches différentes, trois enseignants différents, mais trois situations dans la séance analogues, au sens où ces trois exercices sont proposés aux élèves tout de suite après un épisode où l'enseignant a donné des éléments nouveaux, qui sont justement à appliquer ici. On retrouve cette idée que tout se passe comme si les enseignants pensaient que ce qui vient d'être fait est en partie retenu.

Donnons tout de suite le **tableau de répartition des fonctions, teneurs et objets du discours dans les épisodes VR6, B1V 10 et B2V 7.**

les pourcentages sont calculés sur le total des phrases analysées de chaque épisode.

	Information	Structuration	Argumentation	Questions	Direct	Indirect	exercices math	lien	total(eff)	
VR6	69%	24%	7%	11%	29%	60%	66%	0%	34%	91
B110	68%	24%	8%	15%	24%	60%	69%	4%	27%	78
B27	64%	24%	11%	15%	60%	25%	72%	9%	19%	96

Nous constatons que les différences les plus notables portent sur les discours direct et indirect, et correspondent à des différences générales qui ne sont pas réservées à ces seuls épisodes, et semblent caractériser plus ou moins les enseignants.

C'est la somme des phrases sur les math et sur le lien math et exercices qui est ici à peu près constante.

Enfin les croisements, sans être analogues, présentent aussi des points communs. Le fait qu'un des enseignants ne se place jamais en mathématiques rend la comparaison un peu plus délicate. Les tableaux les plus comparables concernent le croisement des fonctions et de la teneur des discours : outre l'association privilégiée de la structuration et du discours indirect, et le manque de questions sur la structuration, il apparaît dans les trois cas une minoration du discours indirect dans les phrases portant sur l'argumentation, l'argumentation étant ici sans doute facile à faire puisqu'on rappelle ce qui vient d'être dit.

L'information utilise, elle, un peu plus le discours direct, ce qui n'est pas rare, notamment lors d'une tâche nouvelle, supposée non immédiate.

Autre point commun : l'argumentation porte massivement (plus que les autres fonctions) sur le lien entre les exercices et les mathématiques. Ceci est sans doute à mettre en rapport avec la place commune de ces trois épisodes, et avec l'enjeu commun que l'enseignant peut y mettre : illustrer ce qui vient d'être fait.

Des pistes, en guise de conclusion

1) Des scénarios, des gestions et des discours qui traduisent bien les difficultés prévues

Nous avons dégagé au préalable des difficultés pour concevoir des activités préparant "suffisamment" les nouveautés sur les vecteurs.

Nous constatons que les enseignants ressentent bien ces difficultés, tant au niveau des activités proposées, qui ne sont pas tout à fait des activités d'introduction comme on aimerait en présenter, qu'au niveau de la gestion et des discours : on ne laisse pas les élèves travailler seuls, sauf à la maison, et c'est lié à la nature des tâches, et, pour la même raison sans doute, on est amené à donner beaucoup d'informations pendant les exercices.

Un mot sur les analyses a posteriori que nous n'avons pas jointes ici : elles confirment encore ces constats, en montrant notamment que l'enseignant est vraiment obligé par la situation même de "tricher" à certains moments, en particulier en passant sous silence un point trop délicat pour être abordé avec les élèves.

Ce peut se faire par une stratégie que nous avons appelé "du journaliste", où une proposition, en fait hypothétique, est prise comme prémisse d'une implication, ce qui fait oublier son caractère non certain et déplacer les interrogations (sur la partie impliquée). Nous en avons évoqué des exemples dans les analyses de discours indirect (structuration indirecte).

Ce peut se faire par l'introduction implicite, non relevée par l'enseignant, d'éléments en fait essentiels, soit pendant les questions, discrètement transformées, voire fermées par l'enseignant, et du coup rendues abordables mais vidées de leur vrai contenu, soit dans le cours lui-même, en "catimini", sans en avoir l'air.

Ce peut se faire en évitant un problème, soit délibérément a priori, par omission, soit en ignorant des questions ou une partie des questions posées par les élèves. Un des moyens pour ce faire que nous avons rencontrés est le fait de répondre systématiquement aux questions des élèves sur le mode du "comment" au lieu du mode du "pourquoi", voire même d'intervenir en dehors des questions plus souvent sur le mode du faire que sur le mode de l'argumentation.

La relativement faible part de l'argumentation dans les discours analysés tient peut-être justement à la nature particulière des activités qui entraîne ce type de stratégies.

Il faudrait maintenant comparer à d'autres séances, notamment sur des notions tout à fait différentes, pour confirmer ces corrélations.

2) Quelques tendances régulières dans les analyses locales.

Reprenons les résultats qui se sont présentés au fil de ces analyses.

D'abord le fait que la structuration, toujours plus représentée en discours indirect, n'est que peu objet de questions : tout se passe comme si structurer était l'affaire exclusive de l'enseignant, et du discours indirect d'ailleurs.

Serait-ce à mettre en rapport avec l'atomisation des connaissances que nous avons constatée et déplorée chez les étudiants préparant le capes ?

En revanche il existe des différences assez constantes entre les enseignants dans une séance

donnée, quelles que soient les activités en cours : certains posent moins de questions, voire parlent moins (dans le même temps), ou encore utilisent plus volontiers le discours direct.

Autre régularité possible : nous avons constaté à deux reprises que tout se passe comme si l'enseignant pensait que ce qui vient d'être fait peut avoir une influence sur la suite, est déjà en partie retenu par les élèves. Or si c'est certainement le cas pour les bons élèves, on sait que les élèves en difficulté ont du mal à retenir ce qui est fait, à concevoir que cela peut servir ailleurs que dans l'activité immédiate.

Autre conclusion encore hâtive, généralisant d'ailleurs ce qui précède : une donnée importante pour interpréter les variations du discours de l'enseignant selon les différentes tâches semblerait être la prévision que l'enseignant fait sur la tâche prescrite (par rapport aux tâches effectuées par les élèves), ce qu'il attend de cette tâche (l'enjeu qu'il y attache, ou la difficulté qu'il prévoit pour les élèves), plus que le déroulement réel (tâches effectuées). On a vu que, souvent, plus une tâche est considérée comme facile, plus l'enseignant se permet de s'en "éloigner" (plus de questions, plus de discours indirect, plus de lien entre exercices et mathématiques, plus d'argumentation...).

Dans ces conditions, il y a intérêt à bien prévoir ! Si par hasard il y a une trop grande distance entre ce qui est attendu par l'enseignant, et ce qui est effectif, on peut penser que le discours de l'enseignant va tomber à plat, encore plus que d'habitude (compte tenu de la non écoute permanente des élèves).

Autrement dit, dans les gestions didactiques, si on admet qu'il s'agit de rester dans la zone des connaissances où écouter l'enseignant, l'imiter peut être porteur d'apprentissage pour les élèves, il faut optimiser justement les prévisions, pour avoir le plus de chances possibles de parler sur ces connaissances-là.

Autre constat : une conclusion hâtive pourrait être que, si on ne se donne pas des moyens draconiens (se taire) pour gérer une activité, on ne pourra pas lui restituer ses qualités adidactiques, vu la part d'information qui y est donnée... Mais ce résultat est à nuancer grandement par la nature des activités en cours, et notamment la nature des notions introduites, qui peuvent amener à "dénaturer" les activités. Il y a là des suites à mener.

3) Comment parler de l'univers que les enseignants réservent à leurs élèves ?

Plusieurs niveaux peuvent être dégagés, nous semble-t-il, pour comprendre cet univers, et dont nous avons montré que nos analyses y donnent un accès : au premier niveau, existe-t-il des moments où l'enseignant laisse chercher les élèves seuls ? Sur quels types de tâches ?

Deuxième niveau : quel type de dialogue s'instaure entre les enseignants et les élèves ? En particulier dans quelle mesure et sur quoi les élèves sont sollicités, ou même sollicitent eux-mêmes les enseignants ? Sont-ils par exemple interrogés sur les argumentations, toujours, jamais ou pendant quelles tâches ?

Enfin, sur telle tâche, avec tel enjeu et telle place dans la séance, quelle est la répartition entre les différents objets du discours, autrement dit comment l'enseignant organise-t-il son projet de dialectique entre les exercices et les mathématiques plus décontextualisées ?

Quelle est la répartition entre les fonctions - quand l'enseignant se contente-t-il d'informer, quand pense-t-il aider en structurant ses informations, ou quand intervient-il sur la compréhension ?

Nous devons, pour terminer, répondre à la question que nous avons posée nous-même dans le titre. Y a-t-il lieu de tenir compte de ces analyses locales dans certaines recherches en didactique ?

Notre réponse n'est pas encore définitive, il manque des analyses analogues sur d'autres notions, d'autres élèves et peut-être encore d'autres enseignants.

Cependant nous avons constaté d'une part que ces analyses locales nous facilitaient les analyses a posteriori, notamment en ajoutant des points de vue qui pouvaient éclaircir les attentes des enseignants, leurs choix d'intervention et du coup déterminer mieux quoi regarder.

D'autre part les renseignements particuliers sur les discours, en termes de fonctions, teneurs et objets, croisés à la nature des tâches proposées, nous semblent enrichir à la fois la nature des enseignements, et la manière dont les élèves sont mis en contact avec ces enseignements, de manière complémentaire avec les seules descriptions en termes de situations (au sens large).

Admettons que le rapport au savoir des élèves est une des variables de leur apprentissage, en amont des strictes situations qui leur sont proposées ; admettons que ce que dit ou ne dit pas l'enseignant et la manière dont il le dit, notamment dans les moments didactiques, peut intervenir à la fois sur ces rapports au savoir et, compte-tenu de ces rapports au savoir, comme aides à l'apprentissage.

Alors on peut effectivement tenir compte de cet univers que nous reconstituons en partie avec nos renseignements pour interpréter ce qui nous intéresse en premier lieu, les rapports enseignement/apprentissage d'un contenu donné pour des élèves donnés, dans une classe donnée.

Bibliographie

- Bautier (1995) Pratiques langagières, pratiques sociales, L'Harmattan
- Blanchard Laville (1996) Dans Pour une clinique du rapport au savoir, l'Harmattan
- Bolon (1996) Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège Thèse de doctorat de l'Université Paris 5
- Brousseau (1995) L'enseignant dans les théories didactiques, Actes de la 8ème Ecole d'été
- Charlot B., Bautier E. et Rochex J.Y. (1992) Ecole et savoir dans les banlieues et ailleurs Armand Colin
- Chevallard Y. (1995) La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique, Actes de la 8ème Ecole d'été
- Clot Y. (1995) Le travail sans l'homme ? Editions la découverte
- C. Comiti, D. Grenier, C. Margolinas (1995) Niveaux de connaissance en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques, Différents types de savoirs et leur articulation, Ed. Arsac, Gréa, grenier et Tiberghien, La pensée sauvage.
- Coulon (1987) L'ethnométhodologie PUF
- Coulon (1993) Ethnométhodologie et éducation PUF
- Dorier J.L. ed (1997) L'enseignement de l'algèbre linéaire en question, La pensée sauvage
- Margolinas (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations in Les débats en didactique des mathématiques, ed. C. Margolinas, la pensée sauvage
- Noirfalise A et R (1995) Visibilité et intelligibilité de l'action du professeur, Actes de la 8ème Ecole d'été
- Pastré P., Samurçay R. et Bouthier D. (1995) Le développement des compétences, analyse du travail et didactique professionnelle, Education permanente n°123
- Peltier M.L. (1995) La formation initiale en mathématiques des professeurs d'école : entre conjoncture et éternité, Thèse de doctorat , Université Paris 7.
- Perrin MJ (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles, RDM vol 13, 1.2
- Perrin M.J. (1995) Gestion didactique des moments didactiques (enseignement de la valeur absolue en classe de seconde) Actes de la 8ème Ecole d'été
- Robert A. et Robinet J. (1992) Représentations des enseignants et des élèves, repères IREM n°7
- Robert A. (1995) Professeurs de mathématiques de lycée et collège : formation professionnelle initiale ou comment désaltérer qui n'a pas soif ? Document de travail pour la formation des enseignants n°14, Irem Paris 7
- Robert A. (1995) Formation professionnelle initiale des futurs professeurs de mathématiques : les opinions des intéressés et de leurs tuteurs (formateurs sur le terrain). Document reproduit par la MAFPEN de Versailles.
- Robert A. (1996) Une approche de la formation professionnelle initiale des futurs enseignants de lycée et collège en mathématiques, un essai de didactique professionnelle, Cahier de DIDIREM

n°26, Irem Paris 7.

Robert A. (1996) IUFM : Réflexion sur la formation professionnelle initiale des professeurs de mathématiques des lycées et collèges, Repères IREM n°23.

Rochex JY (1994) L'expérience scolaire entre subjectivité et objectivité PUF

Rogalski et Samurçay (1992) Formation aux activités de gestion d'environnements dynamiques : concepts et méthodes, Education permanente n°111

Vergnaud G. (1992) Qu'est-ce que la didactique ? En quoi peut-elle intéresser la formation d'adultes peu qualifiés ? Education permanente n°111

Vergnaud G. (1994) Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel, Vingt ans de didactique des mathématiques en France, La pensée sauvage

ANNEXES

Le cahier des charges des responsables video

Un exemple de document d'accompagnement

Exemples de transcriptions

Les tableaux croisés sur chaque tâche

Responsable video (RV) - un planning indicatif des tâches...

Nous avons retenu pour nos observations 4 pôles

Sur chaque pôle, un ou deux responsables video sont chargés de l'ensemble du recueil des données, c'est à dire du tournage et du document d'accompagnement pour toutes les séances retenues. *Nous donnons aux responsables video les coordonnées des professeurs volontaires sur l'établissement dont il a la charge.*

En seconde, les chapitres à filmer sont à choisir si possible parmi les suivants : vectoriel, fonctions, homothéties. En collège au choix.

Pour chaque professeur, et pour une notion retenue, il nous semble intéressant de filmer plus particulièrement un des types de séances suivants (voire les trois) :

- * introduction de la notion (avec "activités")
- * cours (exposition des connaissances) avec une démonstration, ou un raisonnement
- * correction d'exercices ou de devoirs sur la notion.

Toutefois, le choix des séances à filmer, le choix des traces élèves sont à l'initiative des responsables video, ainsi que toute autre chose oubliée dans nos prévisions et demandant une prise de décision.

Les trois premiers actes doivent se faire très rapidement, si possible la première ou la deuxième semaine de septembre :

Premier acte : le RV et le professeur déterminent les chapitres sur lesquels se feront les tournages.

Deuxième acte : le RV et le professeur déterminent les (premières) séances filmées et leurs dates précises.

Troisième acte : le RV prévient définitivement l'opérateur video (ou MC ou A) de ces dates.

Les actes suivants se passent au moment des tournages.

Quatrième acte : le RV prend rendez vous et rencontre le professeur avant le tournage et l'interroge sur ses intentions (cf. méthodologie de l'appel d'offres) - objectifs, place dans le cours, caractéristiques de la classe (et de l'établissement) pour le prof..

Cinquième acte : le RV vérifie la venue de l'opérateur.

Sixième acte : le tournage (si possible le RV assiste).

Septième acte : l'entrevue après la séance et les traces élèves éventuelles.

Dernier acte : *le RV confectionne un document d'accompagnement pour chaque séance filmée (en regroupant l'entrevue avant, ses notes sur la séance s'il y a été, et l'entrevue après).*

Il nous semble que pour deux ou trois heures de tournage (d'affilée), il faut compter une dizaine d'heures de travail pour le RV.

**DOSSIER D'ACCOMPAGNEMENT
DES
ENREGISTREMENTS
AU
LYCEE RICHELIEU
DE
RUEIL - MALMAISON**

SEANCES DES

JEUDI 9 NOVEMBRE 1995

ET

MARDI 21 NOVEMBRE 1995

Nadine GERALD

SOMMAIRE

I INTRODUCTION GENERALE

I A - L'ETABLISSEMENT

I B - LA CLASSE ENREGISTREE

I C - LA PROGRESSION ADOPTEE PAR LE PROFESSEUR

II SUR LES VECTEURS

II A - LA PROGRESSION SUIVIE

II B - L'INTRODUCTION DES VECTEURS

II B 1 - Sous forme d'un devoir à la maison

II B 2 - Sous forme d'un polycopié distribué aux élèves

II C - L'ENREGISTREMENT DU JEUDI 9 NOVEMBRE 1995

II C 1 - Introduction

II C 2 - Description de la séance

II C 3 - Ambiance

II C 4 - Remarques

II D - L'APRES-SEANCE DU 9 NOVEMBRE 1995

II D 1 - Cours suivants

II D 2 - Contrôle n°8 du 16 novembre 1995

II E - L'ENREGISTREMENT DU MARDI 21 NOVEMBRE 1995

II E 1 - Introduction

II E 2 - Description des 2 séances

II E 3 - Commentaires sur les différences

entre les 2 séances

II E 4 - Ambiance des séances

II E 5 - Remarques

II F - L'APRES-SEANCE DU 21 NOVEMBRE 1995

II F 1 - Cours suivant

II F 2 - Devoirs à la maison n°9 & n°10

II F 3 - Contrôle n°11 du 7 décembre 1995

III SUR LES FONCTIONS (rédaction réservée)

** ** *

I INTRODUCTION GENERALE

I A - L'ETABLISSEMENT

Le lycée RICHELIEU de Rueil-Malmaison se trouve dans une cité scolaire comportant:

- le collège Jules VERNE: environ 800 élèves;
- le lycée RICHELIEU comportant des classes préparatoires: environ 1800 élèves;
- le lycée professionnel George SAND: environ 350 élèves.

I B - LA CLASSE ENREGISTREE

La classe enregistrée est une classe de seconde de 32 élèves, allemand première langue, anglais seconde langue, comportant un tiers d'élèves latinistes et ayant choisi l'option informatique appliquée aux sciences physiques.

Mis à part un redoublant, né en 1979, tous les élèves sont nés en 1980. De même, hormis trois élèves, tous ont fait leur scolarité de premier cycle dans des collèges de RUEIL-MALMAISON. La classe est d'un bon niveau, motivée, vive, agréable et sérieuse; les élèves montrent une certaine curiosité intellectuelle.

I C - LA PROGRESSION ADOPTEE PAR LE PROFESSEUR

Pour son cours le professeur a adopté la progression suivante:

- rappels sur les puissances, sous forme de catalogue, avec des démonstrations;
- inégalités, propriétés; inéquations; signe de $ax+b$; encadrements;
- valeurs absolues, définition, opérations et intervalles; approximations, valeurs approchées, arrondis, troncatures, incertitudes.

Remarque:

Le professeur n'a pas encore fait de cours sur les fonctions, toutefois à l'occasion des devoirs les élèves sont amenés à construire des représentations graphiques point par point de fonctions inverses, de fonctions affines par intervalles, de paraboles et s'initient à des recherches d'extremum.

II SUR LES VECTEURS

II A - LA PROGRESSION SUIVIE

Dans ce cours sur les vecteurs la progression suivie par le professeur est:

- multiplication d'un vecteur par un nombre réel;
- énoncé vectoriel du théorème de Thalès;
- colinéarité de deux vecteurs; alignement de points;
- géométrie analytique; équation cartésienne d'une droite.

II B - L'INTRODUCTION DES VECTEURS

II B 1 - Sous forme d'un devoir à la maison

(voir annexe 1)

Pour ce devoir, le professeur avait d'une part remis en mémoire aux élèves la définition "naïve" des vecteurs et d'autre part introduit la signification et la notation de la norme. Cependant pour la norme du vecteur AB le professeur préfère l'emploi de l'expression "la distance de A à B" et de la notation AB.

Le premier exercice avait été retenu parce qu'il mettait en jeu la différence entre la somme des normes de vecteurs et la norme de la somme des vecteurs.

Le deuxième exercice était plus un exercice de recherche personnelle et de réflexion, il avait été tout particulièrement choisi pour ses aspects d'enchaînement des questions et de quantification.

Le jour de l'enregistrement, ce devoir avait été donné, corrigé et rendu aux élèves quelques séances auparavant.

II B 2 - Sous forme d'un polycopié distribué aux élèves

(voir annexe 2)

Les questions du polycopié notées: A, B (I II III IV) avaient été étudiées au cours précédent la séance d'enregistrement. Ces questions avaient permis aux élèves de revoir la notion de vecteurs vue en collège et en particulier d'insister sur la notion d'égalité vectorielle. En outre, elles introduisaient quelques nouveautés à savoir:

- le mot "représente",
- le vecteur "nul".

II C - L'ENREGISTREMENT DU JEUDI 9 NOVEMBRE 1995

II C 1 - Introduction

La séance d'une heure trente réunit la classe complète. Le sujet traité est "Multiplication d'un vecteur par un réel".

Cette leçon constitue pour le professeur le véritable premier cours du chapitre sur les vecteurs en classe de seconde, alors que les séances précédentes sont vues comme des activités de révisions et surtout de mises au point.

Le plan adopté est le suivant:

Première partie:

Correction des exercices partie B (V et VI) du polycopié;

Deuxième partie:

Activité préparatoire pour introduire la définition de la multiplication d'un vecteur par un réel;

Troisième partie:

Définition de la multiplication d'un vecteur par un réel.

II C 2 - Description de la séance

Première partie:

Les questions posées dans le polycopié visent:

(i) à étudier, dans la relation de Chasles, des nouveautés par rapport à la classe de troisième:

- la somme de vecteurs opposés,
- la somme de trois vecteurs;

(ii) à éviter, dans la relation de Chasles, certaines confusions:

- avec les distances en révisant (sans prononcer l'expression) l'inégalité triangulaire,
- avec des vecteurs de même "origine";

(iii) à introduire la différence de deux vecteurs.

Deuxième partie:

Le professeur:

- (i) insiste bien sur la nouveauté dans cette leçon:
l'association des mots multiplication et vecteur,
- (ii) a choisi de donner comme titre à la leçon:
"Multiplication d'un nombre réel par un vecteur" pour
bien marquer que le réel prend place devant le
vecteur.

Dans l'activité préparatoire le professeur emploie le mot "figurer". C'est une convention entre lui et les élèves, un langage conventionnel précis qu'il a établi avec eux depuis le début de l'année: "figurer" veut dire dessiner sans justification, tandis que "construire" signifie faire la figure avec justification.

Or, dès le premier exercice, lorsque le professeur qui avait demandé simplement de figurer le point B tel que $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{MN}$ et A étant donnés, est passé dans les rangs, il s'est aperçu que deux élèves n'avaient pas su tracer le point B. Il a alors demandé que l'on justifie la construction de B, puis des autres points à construire dans la suite de l'activité, ce qu'il n'avait pas prévu de faire au départ.

C'est le seul moment où le professeur a improvisé. Il considère que cette nécessité de justification qu'il n'avait pas prévue sera finalement très utile pour la suite, en particulier lors de l'introduction de la notion de colinéarité.

A la question de savoir à quel moment la notation de la multiplication d'un vecteur par un réel avec un point sera abandonnée, le professeur répond: "Très vite, dès la prochaine leçon". Et à celle de savoir pourquoi avoir introduit cette notation uniquement pour la première leçon, le professeur répond: "Pour marquer le coup!. Cette opération nécessite un signe distinctif afin de bien attirer l'attention sur la différence avec la multiplication des nombres".

Troisième partie:

Les exercices de l'activité préparatoire amènent progressivement à la définition de la multiplication d'un vecteur par un réel, définition qui s'énonce alors de façon naturelle. Elle a été donnée dans la cas général ($k \neq 0$ et $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$), les autres cas seront étudiés au cours suivant. Le professeur termine rapidement par deux figures.

La cloche sonne, les élèves quittent le cours, en sachant que, puisque le professeur ne leur a pas donné de travail particulier, ils ont, par convention, à apprendre leur leçon pour le prochain cours.

II C 3 - Ambiance

Pour cet enregistrement nous disposons de deux caméras et de deux opérateurs vidéo, ce qui ne pouvait que perturber les élèves.

Cependant le professeur a su dès le début détendre l'atmosphère de la classe, il a su rester naturel et faciliter la participation des élèves.

II C 4 - Remarques

(i) Au deuxième exercice, le professeur a commis un lapsus, en confondant les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{MN}$, un moment après, un élève l'a signalé, ce fut rectifié et l'incident fut clos.

(ii) De temps en temps le professeur emploie encore l'expression du collège: "longueur d'un vecteur". Son souci est, d'une manière générale, de ne pas bouleverser brutalement les habitudes des élèves, mais au contraire de graduer leur acquisition des connaissances mathématiques du lycée.

(iii) Au cours de cette séance, le professeur n'envoie aucun élève au tableau, même pour corriger un exercice. A cela il avance plusieurs raisons:

- en premier, il n'est pas persuadé que cette démarche présente un réel intérêt pour le "groupe classe";
- en deuxième, l'élève du second cycle se trouvant en pleine adolescence, le fait d'"être au tableau" peut le conduire à une certaine gêne vis-à-vis du "groupe classe";
- en troisième, si dialogue il y a, entre l'élève au tableau et son professeur, ce dialogue leur reste souvent circonscrit, or il y a tout aussi bien dialogue entre le professeur et l'élève à sa place, et cela sans en exclure la classe;
- enfin, dernière raison, de sa place l'élève est obligé de s'exprimer à haute voix et de préciser sa pensée dans un français correct avec un vocabulaire mathématique adéquat.

II D - L'APRES-SEANCE DU 9 NOVEMBRE 1995

II D 1 - Cours suivants

- Que compte faire le professeur au prochain cours?
- Un "tuilage", plus précisément les constructions d'un vecteur multiplié par les réels: -3 , $-1/2$, $-3/4$.
- L'étude du cas où l'on n'a pas:

$$k \neq 0 \text{ et } \vec{AB} \neq \vec{0} \quad (1).$$

Ici, le professeur en profitera pour introduire un peu de logique, sans le dire explicitement, avec une étude du "et" et du "ou", en faisant réfléchir les élèves sur la négation de l'expression (1).

- Puis l'introduction de la notation du type $\vec{u} = \vec{AB}$.
- Enfin la présentation des règles essentielles de calcul

$$(k+1) \vec{u} = k \vec{u} + 1 \vec{u}$$

démontrée en TRAVAUX DIRIGES le samedi 18 novembre par disjonction des cas:

$$(k \neq 1) \vec{u} = k (1 \vec{u}),$$

relation admise en cours, et:

$$k (\vec{u} + \vec{v}) = k \vec{u} + k \vec{v},$$

relation démontrée en module à l'aide du théorème de Thalès, voir enregistrement du 21.11.95. En effet, si "au collège" il n'y a pas de connexion entre les vecteurs et le théorème de Thalès, cette connexion se fait au lycée, en classe de seconde.

II D 2 - Contrôle n°8 du 16 novembre 1995

(voir annexes 3A à 3E)

Premier exercice:

Objet: Exercice sur les distances et les valeurs absolues, comportant une approche des fonctions.

Commentaire: les élèves ont fait surtout des fautes d'étourderie.

Deuxième exercice:

Objet: Utilisation du cours " multiplication d'un vecteur par un réel", en vue de l'approche du barycentre de trois points affectés des coefficients 1,1 & 2, et calcul de distances.

Commentaire: les élèves ont eu des difficultés pour déterminer D, plus généralement ils ont eu des difficultés pour appliquer le cours et prendre de la distance par rapport au problème; aucun élève n'a pensé à montrer que l'on obtenait le même point D par les deux méthodes.

Pour conclure:

Tous les élèves ont eu la moyenne, sauf six élèves qui ont eu entre 7 et 9, donc pas de notes catastrophiques! Le professeur a demandé à ces six élèves de refaire la correction complète chez eux.

Remarques:

(i) Les deux versions successives (annexes 3A et 3B) du deuxième exercice de ce contrôle permettent de voir la simplification que le professeur lui a finalement apportée pour tenir compte des difficultés rencontrées par les élèves lors d'une séance de module sur ce sujet.

(ii) Dans sa correction orale, d'une quarantaine de minutes, le professeur a privilégié la méthode.

(iii) La correction du contrôle, donnée par le professeur, est en annexes 3C & 3D, le barème ainsi que quelques commentaires sont en annexe 3E.

II E - L'ENREGISTREMENT DU MARDI 21 NOVEMBRE 1995

II E 1 - Introduction

Cet enregistrement couvre deux séances de travaux dirigés d'une heure chacune, réunissant 15 élèves pour la première heure et 12 élèves pour la seconde (les élèves absents participaient à une manifestation d'étudiants).

L'objectif de ces travaux dirigés est la démonstration de:

$$k (\vec{u} + \vec{v}) = k \vec{u} + k \vec{v}$$

en utilisant l'un des deux énoncés du théorème de Thalès étudiés au collège et en se plaçant dans le cas où k prend une valeur particulière, à savoir $3/2$.

Dans cette séance les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires. Le cas particulier de la colinéarité sera toutefois évoqué mais non étudié, le professeur considérant que ceci ferait double emploi avec la séance précédente pendant laquelle il a déjà manipulé avec les élèves des vecteurs colinéaires à propos de la démonstration de $(k + 1) \vec{u} = k \vec{u} + 1 \vec{u}$.

La démonstration de la relation:

$$3/2 (\vec{u} + \vec{v}) = 3/2 \vec{u} + 3/2 \vec{v}$$

s'effectue en deux étapes.

Première étape:

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant des vecteurs donnés, représenter le vecteur

$$\vec{AT} = 3/2 (\vec{u} + \vec{v});$$

Deuxième étape:

prouver que ce vecteur $\vec{AT}$ peut s'écrire $3/2 \vec{u} + 3/2 \vec{v}$.

Ici l'intention du professeur est de faire des projections puis d'utiliser l'énoncé direct du théorème de Thalès, tel qu'il est appris au collège.

II E 2 - Description des 2 séances

Lors de la première séance, à la deuxième étape de la démonstration, une élève a trouvé une solution différente de la solution attendue. Cette élève, d'après le professeur, progresse régulièrement depuis le début de l'année. Elle a proposé de construire deux vecteurs par multiplication par 3/2 des vecteurs donnés, puis d'utiliser non pas le théorème direct, mais le théorème réciproque de Thalès.

Lors de la seconde séance, le professeur, tenant compte de cette proposition a choisi de guider les élèves vers cette solution.

A la fin de chacune des deux séances le professeur a donné aux élèves la démonstration étudiée à travailler à la maison dans le cas général. Cela ne devrait pas leur poser de problème particulier, puisqu'ils ont déjà rencontré dans un cours précédent une démonstration par disjonction de cas à propos de l'étude de: $(k + 1) \vec{u} = k \vec{u} + 1 \vec{u}$.

II E 3 - Commentaires sur les différences entre les 2 séances

(i) Quel est l'avis du professeur sur les raisons ayant conduit l'élève à proposer une démonstration s'appuyant sur l'énoncé du théorème réciproque de Thalès?

Selon le professeur, cette construction a pu être proposée:

- ou bien, parce qu'elle réinvestit directement la leçon "multiplication d'un vecteur par un réel" qui vient d'être étudiée en classe;

- ou bien, parce que la pratique de la configuration de Thalès reste sans doute insuffisante au collège, en particulier pour ce qui concerne son application au tracé des points qui divisent un segment dans un rapport donné;

- ou bien enfin, parce que les projections sont toujours pour les élèves quelque chose de difficile à manipuler.

(ii) Pourquoi avoir changé d'intention et proposé aux élèves de la deuxième séance de suivre la démarche suggérée par une élève lors de la première séance?

A la seconde séance le professeur a adopté la démarche proposée par une élève lors de la première séance parce que, cette solution étant venue spontanément, il a pensé qu'elle devait être plus naturelle et donc plus facile à comprendre par les élèves.

(iii) Au sujet de cette affaire le professeur remarque que bien souvent il ne différencie pas l'énoncé direct de l'énoncé réciproque du théorème de Thalès, faisant simplement référence au "Théorème de Thalès".

II E 4 - Ambiance des séances

L'enregistrement a eu lieu entre 15 h et 17 h, en novembre, dans une salle peu éclairée.

Pour cet enregistrement nous disposions de deux caméras mais d'un seul opérateur vidéo. Les élèves ont été pris par une caméra fixe, l'autre caméra, guidée par l'opérateur suivait le professeur et se trouvait au fond de la classe.

Les deux séances de travaux dirigés se sont passées dans une ambiance plutôt détendue.

II E 5 - Remarques

Pour le professeur cette séance de travaux dirigés a permis:

- d'introduire une démonstration différente de celles déjà rencontrées;
- de faire de la méthodologie à propos de cette démonstration;
- de jeter, une fois encore, un pont entre les acquis du collège et les apprentissages du lycée dans le souci constant de ne pas laisser un sentiment de discontinuité entre les deux.

II F - L'APRES-SEANCE DU 21 NOVEMBRE 1995

II F 1 - Cours suivant

Le cours suivant est annoncé par le professeur à la fin de chacune des deux séances, il s'agit de l'"énoncé vectoriel du théorème de Thalès".

II F 2 - Devoirs à la maison n°9 & n°10

(i) Devoir à la maison n°9 pour le 23 novembre

(voir annexe 4)

A la fin de la deuxième séance d'enregistrement, le professeur donne quelques explications et la solution ($x=2$) de l'exercice 71, mais il ne donne pas la méthode pour y parvenir.

(ii) Devoir à la maison n°10 pour le 30 novembre

(voir annexe 5)

Un problème de synthèse: calcul vectoriel, calcul d'aire et approche de fonctions.

II F 3 - Contrôle n°11 du 7 décembre 1995

(voir annexe 6)

Ce contrôle a été donné après la leçon sur l'"énoncé vectoriel du théorème de Thalès".

Premier exercice:

Partie A : Approche de la colinéarité en vue de la leçon suivante.

Partie B : Exercice de géométrie pure, niveau collège.
Commentaire: seulement 2 élèves sur 32 ont traité cette partie B, l'un complètement, l'autre n'en a eu que l'idée.

Deuxième exercice:

Question 1: Utilisation du théorème de Thalès.

Commentaire: une moitié des élèves a utilisé l'énoncé du théorème de Thalès sous la forme vectorielle, l'autre sous celle du cours de troisième; le professeur a accepté les deux, toutefois nombre d'élèves sont passés à côté de la difficulté que constituait le signe de $\times$ dans le passage de:

$$\overrightarrow{MN} = \times \overrightarrow{CB} \quad \text{à} \quad MN = \times CB.$$

Question 2a: Utilisation de la relation de Chasles et de la multiplication d'un vecteur par un réel.

Commentaire: la réponse à cette question n'a posé aucun problème aux élèves.

Question 2b: Calculs.

Commentaire:

Pour le premier calcul, un seul élève a pensé à utiliser celui du sinus d'un même angle dans deux triangles rectangles différents, les autres élèves n'ont pas su répondre à cette question, en particulier aucun n'a pensé à calculer l'aire du triangle rectangle ABC de deux manières différentes;

Pour le second calcul, même commentaire qu'à la question 1 avec $\times < 1$.

Question 3a: Exprimer...

Commentaire: la réponse à cette question n'a posé aucun problème aux élèves.

Question 3b: Conclure...

Commentaire: très peu d'élèves ont répondu correctement à cette question délicate.

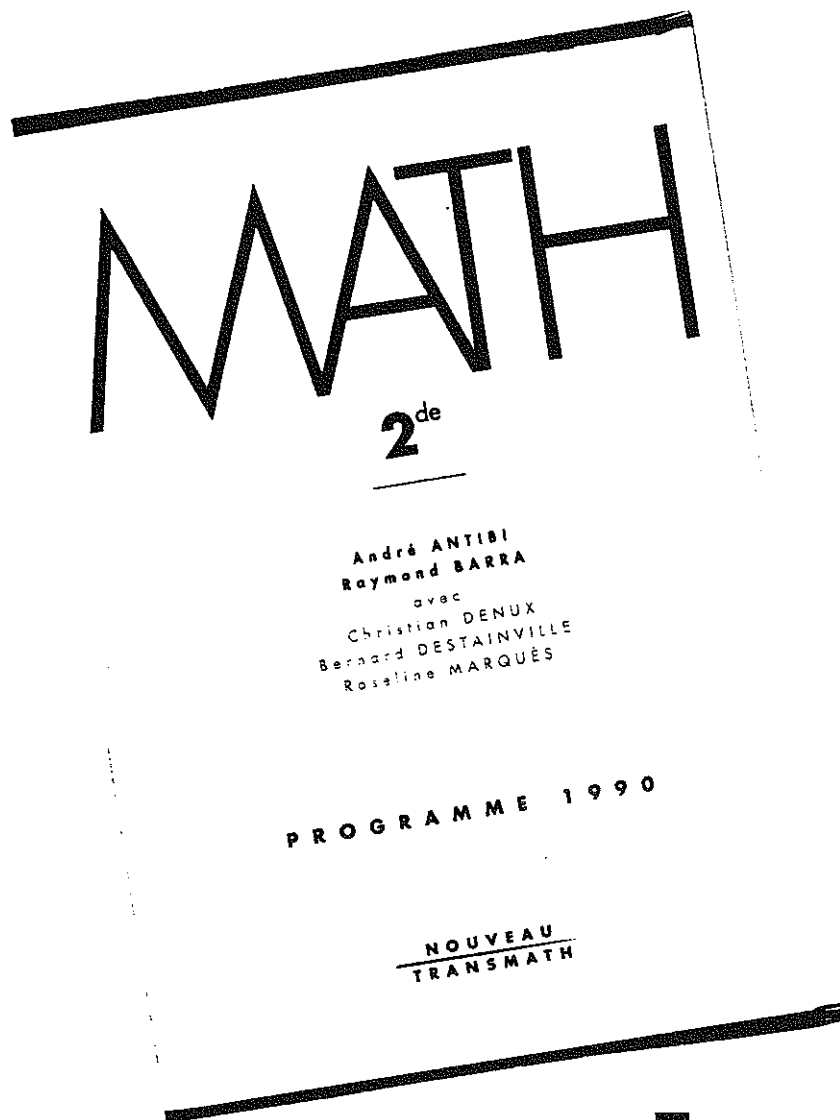
Pour conclure:

Un contrôle difficile pour lequel les notes vont de 6 à 18 avec une moyenne de 11 sur 20 et un écart type de 3,2.

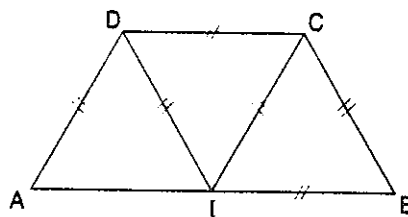
Remarques:

(i) Le professeur a utilisé la question A du premier exercice comme activité d'introduction à la colinéarité, en assurant ainsi une continuité dans son cours.

(ii) Le deuxième exercice constitue une contribution supplémentaire implicite à l'introduction des fonctions.



- 10** Sur la figure, le point I est le milieu de [AB].
Les triangles BIC, ICD et AID sont équilatéraux de côté 3 cm. Calculez la norme de chacun des vecteurs suivants :
 $\vec{AI} + \vec{IB}$; $\vec{AI} + \vec{AD}$; $\vec{AI} + \vec{BC}$.



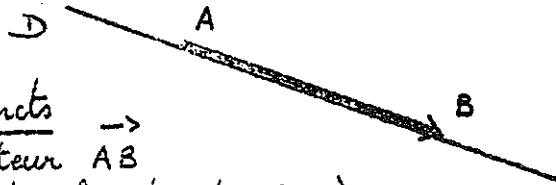
- 19*** ABC est un triangle, on note O le symétrique de B par rapport à A.

- Montrez que pour tout point M du plan, $\vec{AB} + \vec{AM} = \vec{OM}$.
- Déduisez-en l'ensemble des points M tels que :
 $\|\vec{AB} + \vec{AM}\| = \|\vec{AB} + \vec{AC}\|$.
- Déterminez les points P de la droite (AC) tels que :
 $\|\vec{AB} + \vec{AP}\| = \|\vec{AB} + \vec{AC}\|$.

Prendre contact avec les vecteurs.
Pour aller plus loin

Annexe 2

A Remise en place



A et B désignent deux points distincts $\rightarrow$
A et B représentent le vecteur $\vec{AB}$

- La **DIRECTION** de $\vec{AB}$ est celle de la droite (AB)
- Le **SENS** de $\vec{AB}$ est celui de A vers B sur la droite D
- La **NORME** de $\vec{AB}$ est la distance AB

B Réponses et justifications BREVES

I. 1. Quand dit-on qu'un vecteur est nul ?

2. Le vecteur nul a-t-il une direction ? un sens ? une norme ?

II. Peut-on comparer les sens de deux vecteurs non nuls ayant des directions différentes ?

III. On suppose que A, B, C, D sont distincts et que $\vec{AB} = \vec{CD}$

1. Sachant que A, B, C, D ne sont pas alignés, faire une figure

2. (AB) et (CD) sont-elles confondues ?

3. (AB) et (DC) ont-elles même direction ?

4. [AB] et [CD] sont-ils égaux ?

5. [AB] et [CD] ont-ils la même longueur ?

6. [AB] et [DC] ont-ils la même longueur ?

7. Qualifier le quadrilatère ABDC

8. $\vec{AC}$ et $\vec{DB}$ sont-ils égaux ?

9. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{DB}$?

IV. 1. Que signifie : $\vec{MN}$ et $\vec{XY}$ sont égaux ?

2. Que signifie : $\vec{IJ}$ et $\vec{KL}$ sont opposés ?

V. Relation de CHALES : $\vec{UV} + \vec{VW} = \vec{UW}$

1. A-t-on $\vec{UV} + \vec{VW} = \vec{UW}$?

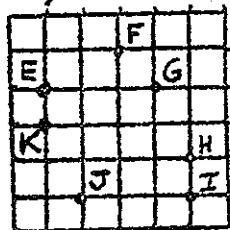
2. Peut-on avoir $\vec{UV} + \vec{VW} = \vec{UW}$? U, V, W alignés dans cet ordre

3. Que peut-on dire de la somme $\vec{UV} + \vec{VU}$: vecteur nul

4. a) L'égalité $\vec{UV} + \vec{UW} = \vec{VW}$ est-elle vraie ? non

b) Figurez le point S tel que $\vec{UV} + \vec{UW} = \vec{US}$

L a) Sur le quadrillage ci-contre, figurez le point



K tel que $\vec{EK} = \vec{EF} + \vec{GH} + \vec{IJ}$

b) Calculer $\|\vec{EK}\|$, $\|\vec{EF}\|$, $\|\vec{GH}\|$ et $\|\vec{IJ}\|$
L'unité de longueur est tant le côté d'un carreau

A-t-on $\vec{EK} = \vec{EF} + \vec{GH} + \vec{IJ}$? non

VI. 1. Comment peut-on définir la différence $\vec{AB} - \vec{CD}$? $\vec{AB} + \vec{DC}$

2. Représenter la différence $\vec{AB} - \vec{AC}$. $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$

Premier exercice. Sur un axe de repère (O, U) on donne les points

A, B et C d'abscisses respectives -4 , 2 et 7

M est un point de l'axe d'abscisse x .

On pose $s = AM + BM + CM$

Le but de l'exercice est la détermination du point M tel que s ait sa valeur minimale.

1. Exprimer s en fonction de x en utilisant le symbole de valeur absolue.

2. En distinguant quatre intervalles exprimer s en fonction de x sans utiliser ce symbole

3. Choisir un repère (Ω, I, J) orthogonal tel que $\Omega I = 1 \text{ cm}$ et $\Omega J = 0,5 \text{ cm}$

pour représenter graphiquement la variation de s quand x décrit l'ensemble $\mathbb{R}$.

4. Applications du dessin graphique

a) Atteindre le but de l'exercice

b) Déterminer les deux positions de M telles que $s = 14$

Deuxième exercice.

ABC est un triangle rectangle de sommet C tel que $CA = 4$ et $CB = 8$
L'exercice propose de construire le point D tel que

$$\vec{DC} = 3\vec{DA} + 2\vec{DB} \quad (e)$$

par deux méthodes imposées.

I Première méthode

1. Construire le point G tel que $3\vec{GA} + 2\vec{GB} = \vec{0}$

2. Démontrer que $3\vec{DA} + 2\vec{DB} = 5\vec{DG}$

et en déduire la construction du point D qui vérifie l'égalité (e)

II Deuxième méthode (Faire une deuxième figure)

1. En utilisant l'égalité (e) démontrer que

$$\vec{CD} = \frac{3}{4}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$$

2. Figures X et Y tels que $\vec{CX} = \frac{3}{4}\vec{CA}$ et $\vec{CY} = \frac{1}{2}\vec{CB}$

puis construire D

III Application (Facultative)

Calculer la distance GC

première "idée"
modifiée après une séance
de module sur ce thème

Deuxième exercice : d'unité de longueur est 1 cm

ABC est un triangle rectangle de sommet C tel que

$$CA = 4 \text{ et } CB = 8$$

L'exercice propose de construire le point D tel que

$$\vec{DA} + \vec{DB} + 2\vec{DC} = \vec{0} \quad (e)$$

par deux méthodes imposées

① Première méthode

a) Déterminer le point E tel que $\vec{EA} + \vec{EB} = \vec{0}$

b) Démontrer que $\vec{DA} + \vec{DB} = 2\vec{DE}$

On déduire la construction du point D qui vérifie l'égalité (e)

② Deuxième méthode (Faire une deuxième figure)

a) On utilisant l'égalité (e) démontrer que

$$\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

b) Figurer les points X et Y tels que

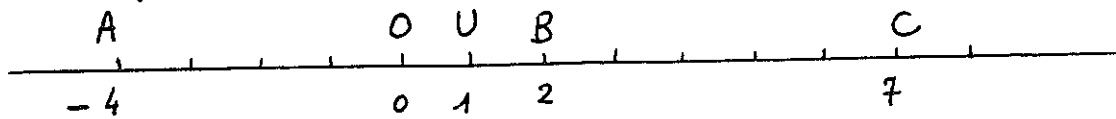
$$\vec{AX} = \frac{1}{4}\vec{AB} \text{ et } \vec{AY} = \frac{1}{2}\vec{AC}$$

puis construire D

③ Application (Facultative)

Calculer les distances DA, DB et DC

(I) 1. Expression de Δ $\Delta = AM + BM + CM$



$$\Delta = |x + 4| + |x - 2| + |x - 7|$$

2. Autre expression de Δ

Si $x \in]-\infty, -4]$; $\Delta = -x - 4 - x + 2 - x + 7$

$$\Delta = -3x + 5$$

Si $x \in [-4, 2]$; $\Delta = x + 4 - x + 2 - x + 7$

$$\Delta = -x + 13$$

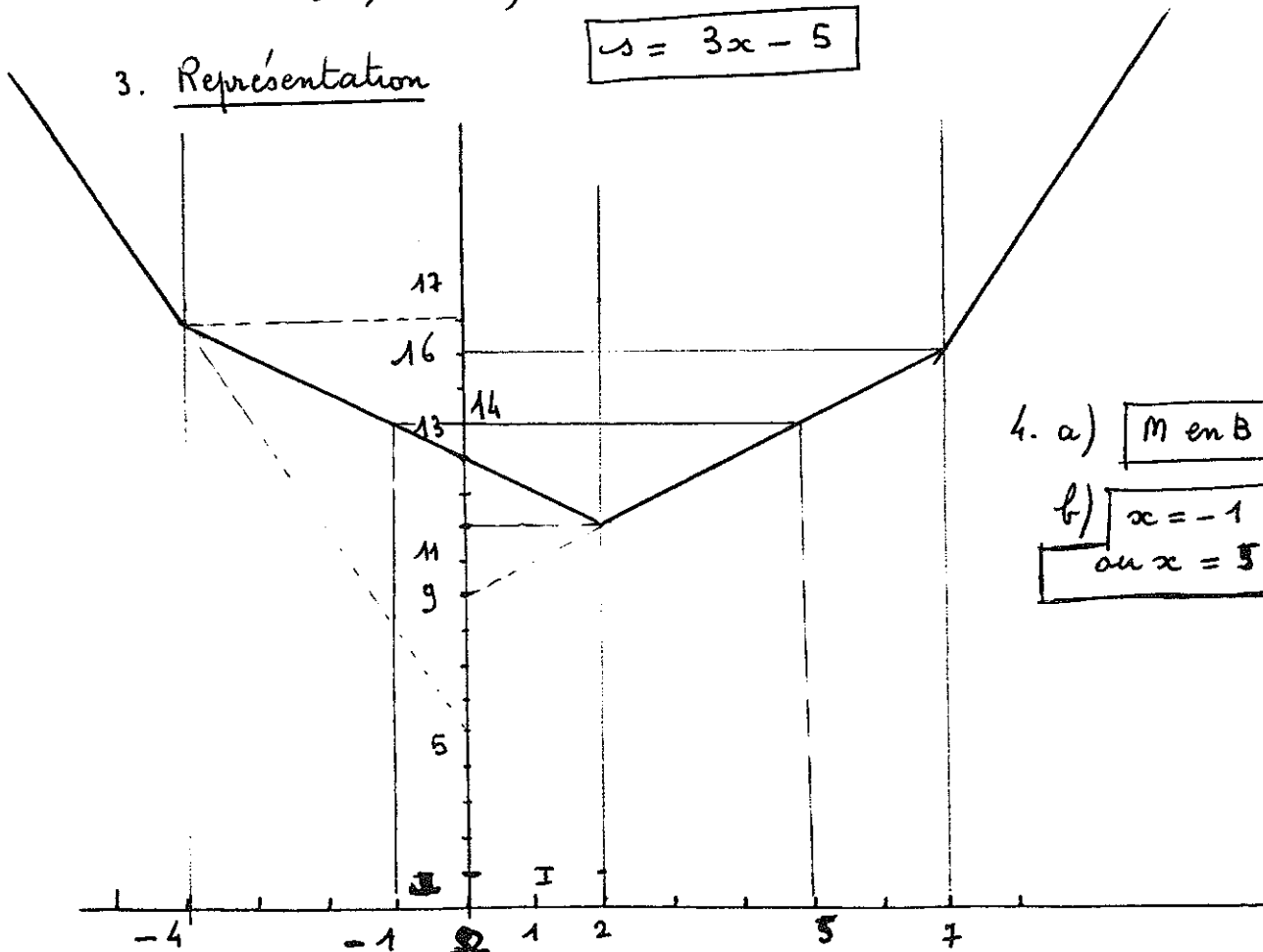
Si $x \in [2, 7]$; $\Delta = x + 4 + x - 2 - x + 7$

$$\Delta = x + 9$$

Si $x \in [7, +\infty[$; $\Delta = x + 4 + x - 2 + x - 7$

$$\Delta = 3x - 5$$

3. Représentation



4. a) M en B

b) $x = -1$
ou $x = 5$

Deuxième exercice

Annexe 3D

① Première méthode

a) E est le milieu de $[AB]$

$$\begin{aligned} b) \quad \vec{DA} + \vec{DB} &= \vec{DE} + \vec{EA} + \vec{DE} + \vec{EB} \\ &= 2\vec{DE} + \underbrace{\vec{EA} + \vec{EB}}_{\vec{0}} \end{aligned}$$

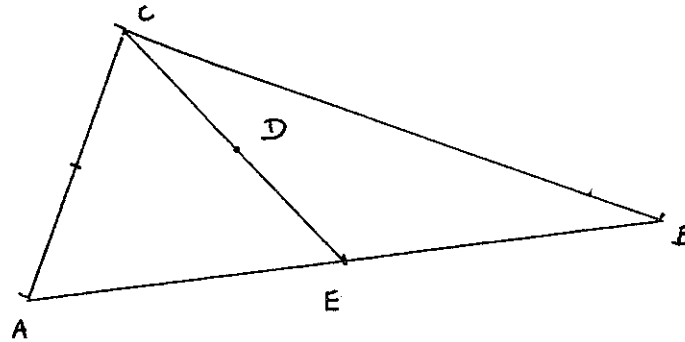
donc $\boxed{\vec{DA} + \vec{DB} = 2\vec{DE}}$

On en déduit $2\vec{DE} + 2\vec{DC} = \vec{0}$

$$2(\vec{DE} + \vec{DC}) = \vec{0}$$

$$\vec{DE} + \vec{DC} = \vec{0}$$

$\boxed{D \text{ est milieu de } [EC]}$



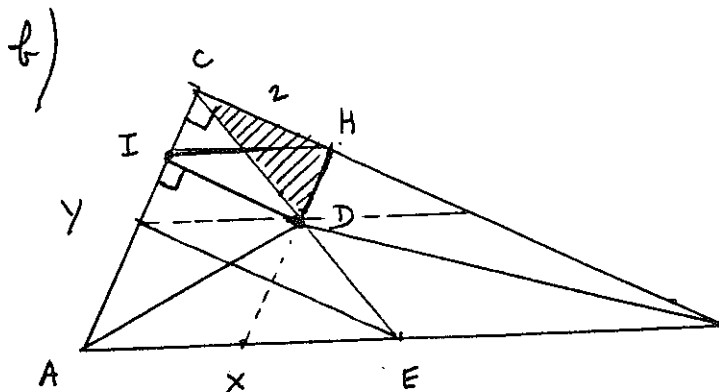
② Deuxième méthode

a) $\vec{DA} + (\vec{DA} + \vec{AB}) + 2(\vec{DA} + \vec{AC}) = \vec{0}$

$$4\vec{DA} + \vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{0}$$

$$4\vec{AD} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$$

$\boxed{\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}}$



3. Distances

$$DC = \frac{1}{2} CE$$

$$DC = \frac{1}{4} AB$$

$\boxed{DC = \sqrt{5}}$

on en déduit $DH = 1$

donc $\boxed{DB = \sqrt{37}}$

$$DA^2 = DI^2 + IA^2$$

$\boxed{DA = \sqrt{13}}$

I

1. $s = |x+4| + |x-2| + |x-7|$ 1

2. Sur $] -\infty, -4]$; $s = -3x+5$ 1

Sur $[-4, 2]$; $s = -x+13$ 1

Sur $[2, 7]$; $s = x+9$ 1

Sur $[7, +\infty[$; $s = 3x-5$ 1

3. Représentation graphique 4

4. a) s est minimale lorsque s est en B ($x=2$)
Cette valeur est 11 1

b) $s = 14$ lorsque $x = -1$ ou $x = 5$ 2

Si $x \leq -4$ alors $|x+4| \leq 0$
lapsus fréquent
dans la rédaction

12

II

1. a) E est le milieu de [AB] 1

b) $\vec{DA} + \vec{DB} = 2\vec{DE}$ 1

Construction de D avec $\vec{DE} + \vec{DC} = \vec{0}$ 2

2. a) $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ 2

b) figuration de X et Y 1

Construction de D 1

3. Application

$DA = \sqrt{13}$

$DB = \sqrt{37}$

$DC = \sqrt{5}$

$\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

réinvestir l'inégalité
triangulaire

Très peu ont écrit
 $\vec{DE} + \vec{DC} = \vec{0}$

Anne BÉGOT a comparé
ici, direction, sens longueur
en écrivant $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$

8

MATH

2^{de}

André ANTISI
Raymond BARRA
avec
Christian DENUX
Bernard DESTAINVILLE
Roger LE MARQUÉS

PROGRAMME 1990

NOUVEAU
TRANSMATH

68 [AB] est un segment de longueur 10 cm.

1. Placez le point G tel que $2\vec{GA} + 3\vec{GB} = \vec{0}$.
2. M est un point non situé sur la droite (AB). Construisez le point S tel que $\vec{MS} = 2\vec{MA} + 3\vec{MB}$.
3. Prouvez que les points M, S et G sont alignés.

71 1. ABCD est un quadrilatère quelconque. Les points I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [CD].

Prouvez que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.

2. On suppose maintenant que ABCD est un trapèze tel que $\vec{BC} = x\vec{AD}$, où x est un nombre réel non nul.

K et L sont les milieux respectifs de [AC] et de [BD].

a. Prouvez que $\vec{IL} = \vec{KJ} = \frac{1}{2}\vec{AD}$.

b. En utilisant le résultat du 1., prouvez que $\vec{IJ} = \frac{x+1}{2}\vec{AD}$.

c. Déterminez x pour que $\vec{IL} = \vec{LK} = \vec{KJ}$.

MATH

2^{de}

André ANTISI
Raymond BARRA
avec
Christian DENUX
Bernard DESTANVILLE
Roland MARQUÈS

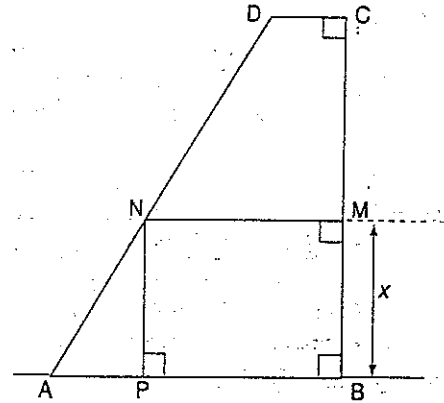
PROGRAMME 1990

NOUVEAU
TRANSMATH

PROBLÈME DE SYNTHÈSE

77 THÈMES : Théorème de Thalès. Calculs d'aires. Construction de courbes. Lectures graphiques. Étude d'un maximum.

ABCD est un trapèze rectangle de bases [AB] et [CD]. Les mesures, en dm, de AB, BC et CD sont respectivement 4, 5 et 1. Les points M, N et P sont des points des côtés [BC], [AD] et [AB] respectivement, tels que le quadrilatère BMNP est un rectangle. On note x la longueur, en dm, du segment [BM]. On se propose d'étudier, en fonction de x , l'aire du rectangle BMNP.



A. Calculs vectoriels

On appelle E le projeté orthogonal de D sur la droite (AB).

1.a. Montrez que $\vec{BM} = \frac{x}{5} \vec{BC}$.

b. Déduisez-en que $\vec{AN} = \frac{x}{5} \vec{AD}$, puis que $\vec{AP} = \frac{x}{5} \vec{AE}$.

2.a. Montrez que $\vec{AE} = \frac{3}{4} \vec{AB}$.

b. Déduisez-en que $\vec{BP} = \left(1 - \frac{3x}{20}\right) \vec{BA}$, puis que :

$$BP = 4 - \frac{3x}{5}.$$

B. De l'aire

On note $S(x)$ l'aire en dm^2 du rectangle BMNP.

1. Montrez que $S(x) = 4x - \frac{3}{5}x^2$.

Sur quel intervalle la fonction S est-elle définie ?

2.a. Recopiez et complétez le tableau suivant :

x	0	1	2	...	5
$y = S(x)$					

b. Placez, dans un repère orthonormal, les points $M(x; y)$ pour $x = 0, x = 1, \dots, x = 5$ (unité : 1 cm).

c. Tracez une courbe continue et régulière passant par ces six points.

C. Une étude de maximum

1. Montrez graphiquement que la fonction S admet un maximum $S(x_0)$ sur $[0; 5]$ et donnez une valeur approchée de x_0 .

2. a. Montrez que pour tout x de $[0; 5]$:

$$S(x) = -\frac{3}{5} \left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \frac{20}{3}.$$

b. Déduisez-en que le maximum de $S(x)$ est $S(x_0) = \frac{20}{3}$ et que $x_0 = \frac{10}{3}$.

Premier exercice.

ABCD est un parallélogramme. E est le milieu de [AB].
F est le point défini par $\vec{EF} = \frac{1}{3} \vec{ED}$
Le but de l'exercice est de justifier l'alignement de A, F et C.

(A) Méthode vectorielle. On pose $\vec{AB} = \vec{u}$ et $\vec{AD} = \vec{v}$

1. Exprimer $\vec{ED}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$
2. Exprimer $\vec{EF}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$
3. Exprimer $\vec{AF}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$

Conclure

(B) Méthode non vectorielle (~~Faire le triangle~~)

On désigne par O le centre du parallélogramme.

Utiliser le point O pour retrouver l'alignement de A, F, C

Deuxième exercice. L'unité de longueur est 1 cm

ABC est un triangle rectangle en A et tel que AB=6 et AC=8

x désigne un nombre réel de l'intervalle]0, 1[

M est le point de [AC] tel que $\vec{AM} = x \cdot \vec{AC}$

La droite passant par M et parallèle à (BC) coupe (AB) en N

P, H et Q sont les projetés orthogonaux de N, A et M sur (BC).

Le but de l'exercice est de prouver que l'aire du rectangle

MNPQ est maximale quand M est le milieu de [AC]

1. Démontrer que $MN = 10x$
2. a) Exprimer $\vec{BN}$ en fonction de x et de $\vec{BA}$
b) Démontrer que $AH = 4,8$ et en déduire
que $NP = 4,8(1-x)$

3. On désigne par a l'aire de MNPQ

- a) Exprimer $12 - a$ en fonction de x et
écrire cette expression sous la forme $12 - b$
où b désigne le carré d'un nombre de
la forme $\alpha x + \beta$.

b) Conclure en atteignant le but de l'exercice

Adossé au bureau, regardant la classe avec une feuille de papier sans lunettes.

Les derniers exercices de la fiche que je vous avais proposée concernant les rappels ou tout au moins les choses essentielles sur les vecteurs vues au niveau du collège, donc c'était les exercices 5, 6 et 7 hein, ou 5 et 6, 5 et 6 bon.

les élèves sortent leur cahier et s'installent (bonne page)

Bon on va voir ça rapidement.

Ensuite, heu, on est sûr et vous êtes sûrs pour aborder le chapitre, alors qui est un chapitre où le mot vecteur intervient mais où, heu, un autre mot intervient le mot multiplication et c'est la conjonction des deux que vous ne connaissez pas c'est à dire multiplication d'un vecteur par un nombre, c'est quelque chose que en principe vous n'avez pas abordé au niveau du collège d'accord ? bien allez on regarde ça rapidement oralement.

le prof prend une feuille met ses lunettes, les élèves ont l'air prêts, ils ont ouvert leur classeur et relu vaguement

Les petites questions qui étaient proposées dans les exercices 5 et 6. Alors, chacun son tour, j'avais déjà commencé à vous regarder un petit peu quand même travailler la dessus, hein, mardi donc ça va aller assez vite. heu Alors il est question de la relation de Chasles première question alors a-t-on heu Blaise (8) distance $uv + \text{distance } vw = \text{distance } uw$ (**regarde Blaise, les élèves aussi**) à partir de la relation de Chasles qui est écrite au-dessus ?

non (0)

non d'accord. Heu est-ce qu'on peut quand même l'avoir (3)

heu ben oui

oui (**échange de regards**)

alors j'aimerais bien que tu me dises (**pose la feuille sur le bureau, enlève les lunettes, regarde à sa droite puis re regarde l'élève**) dans quelles circonstances on peut avoir distance $uv + \text{distance } vw = \text{distance } uw$?

(0) Si la distance uv est égale à la distance uw (**regarde son cahier**)

tu répètes (**monte sur l'estrade du côté de l'élève**) (**deux doigts se lèvent**)

Si la distance uv est égale à la distance uw

si la distance uv est égale à la distance uw , tout le monde est d'accord avec sa réponse (**cinq doigts levés**) ?

non

non eh attendez chacun son tour (continue jusqu'au mur et se remet face à la classe) Mathieu

inaudible

non non, attends, bouge pas, Blaise a fait une réponse il s'agit de voir si tu es d'accord avec pour quoi, si tu n'es pas d'accord pourquoi.

alors blaise nous a dit $uv + vw = uw$ si les distances sont égales en gros. C'est bien ce que tu nous a dit si les distances uv et vw sont égales (mouvement des mains) C'est bien ce que j'ai compris (c'est bien ce que j'ai compris)

tu n'es pas d'accord, tu n'es plus d'accord avec toi

alors on ne va pas insister plus. Alors quelle est la bonne réponse Mathieu

si les points u, v, w sont alignés

deux doigts se lèvent dans le bon ordre

d'accord

ils sont alignés d'accord, et on te conteste sur ta droite

et Marie

faut qu'ils soient dans un certain ordre

et quel ordre

dans l'ordre où ils sont écrits

C'est à dire l'ordre u, v, w . Et pourquoi est-ce que la relation n'est pas vraie lorsque les points sont alignés mais dans un autre ordre ? donne moi un autre ordre par exemple (**se dirige à grands pas chercher de la craie derrière le bureau et trace une droite au tableau**) un autre, n'importe quel ordre (12) u, w et v (**répète et trace sous la dictée**) bon alors je reviens à mathieu dans cet ordre là pourquoi la relation que tu m'as donnée sur les distances n'est pas vraie ? (**se déplace vers mathieu et revient au tableau**)

qu'est ce que tu peux dire ici de la distance uv plus la distance vw par rapport à la distance uw ? (il écrit $uv + vw = uw$)

quelle est la bonne relation à écrire Mathieu (**montre l'espace entre les deux expressions**) ?

dans cet exemple là, dans cet exemple là (**retourne vers mathieu et montre le tableau du doigt**) quelle est ici (**au tableau le doigt sur l'espace**) la relation à écrire entre cette somme là et cette distance là (**le doigt dessus**)

supérieure

elle est supérieure, elle est supérieure (il écrit $>$ au bon endroit) dans ce cas là elle est supérieure (il pose la craie). Bien (**soulagé il reprend sa feuille**). On en avait assez parlé quand même lundi hein (il contourne le bureau).

Alors bien troisième question heu (**regarde arnette**) Arnette qu'est-ce que tu peux dire (**retour à la position initiale, adossé au bureau**) qu'est-ce que tu as dit de la somme vecteur uv plus vecteur vu (**s'adresse à arnette, regardée par les autres**) ?

lorsqu'il attend il s'avance

uu

(3) oui tu as eu parfaitement raison (**retour au bureau**) heu heu quel un

tu sais ce qu'on a dit

vecteur uu

et le vecteur uu tu le qualifies de

vecteur nul

vecteur nul d'accord

donc on peut dire que la somme vecteur UV plus vecteur VU est le vecteur nul d'accord

Exemple de retranscription (10 premières minutes de la séance R)

heu Chloé alors on passe à la quatrième question heu

a) l'égalité vecteur $UV +$ vecteur $UW =$ vecteur VW est-elle vraie (4)? Tu la vois la dernière question ?

Non

Pardon ?

Non

J'ai pas entendu

Non, ce n'est pas vrai. Est-ce que tu vois pourquoi j'ai posé cette question ?

Heu

C'est un peu curieux. UV , vecteur UV plus vecteur UW égal vecteur VW (écrit en même temps **tableau** $uv + uw = uv + la\ place\ de\ vw$) alors on va mettre faux (écrit faux) j'ai mis UW (corrige remplace uw par vw) d'accord c'est faux. Alors est-ce que tu vois pourquoi j'ai posé cette question ?

ou alors est-ce que quelqu'un voit pourquoi j'ai posé cette question ? (s'éloigne du tableau) Bastien

Pour voir si on confondait pas vecteur UV et vecteur VW

Bien, (revient au tableau) effectivement. Attention. (dessine le panneau) Ne pas confondre alors mettez le petit commentaire (il écrit un panneau avec un point d'exclamation et ne pas confondre alors vecteur uv et vecteur vu) alors effectivement normalement on n'a pas à les confondre, on n'a pas à les confondre étant donné qu'on a dit avant, Alexandre, que ces deux vecteurs étaient, ces deux vecteurs-là il ne faut pas les confondre parce que ils sont

ils sont vecteurs nuls

non non leur somme est nulle et si leur somme est nulle on a dit qu'ils étaient (3)

...

il y a un qualificatif pour ces deux vecteurs puisque leur somme est nulle (5). Lucie (a levé le doigt)?

opposés

opposés, ils sont opposés, donc il faut pas les confondre. De même qu'il ne faut pas confondre le nombre 4 et le nombre -4, ce sont des nombres opposés, d'accord ? Alors Bastien tu précises ta réponse comme il ne faut pas confondre ces deux vecteurs, qui sont malgré tout représentés par les mêmes points, mais dans l'ordre inverse, alors comme quelquefois on lit trop vite on confond les deux vecteurs, comme on confond les deux vecteurs, on remplace le vecteur UV par le vecteur VU , comme ça en ne faisant pas attention, et le vecteur VU plus le vecteur UW est bien égal au vecteur VW . Autrement dit ça c'est une erreur qu'on rencontre assez fréquemment. Alors si on... si on fait cette confusion, si on fait cette confusion (notez bien ce commentaire) (écrit) on écrit, ben disons on pense à, on pense à vecteur vu plus vecteur uw . Effectivement si on remplace le vecteur UV mentalement par le vecteur VU on pense à ça, et si on pense à ça, ensuite on pense à la relation de Chasles et comme on pense à la relation de Chasles on écrit au bout VW . Donc vous voyez l'origine de l'erreur, ça c'est une erreur, bon que vous ne ferez peut-être jamais, mais attention on a quand même tendance à la faire. c'est à dire VW . Enfin vous voyez pourquoi j'ai posé la question (2) ? Isabelle, tu vois bien pourquoi ? ça va ? Bien on continue. Alors heu question b) heu figurez le point S tel que le vecteur UV plus

vecteur UW égal vecteur US . Alors Caroline si tu me téléphones ça sans que je te vois qu'est-ce que tu me réponds ? oui

[Bonjour qu'est-ce qui t'arrive...(25)]

Alors Caroline, donc je ne te vois pas et je te demande au téléphone, comment tu me dis que tu dois ou que je dois figurer le point S qui vérifie vecteur UW plus vecteur UV égal vecteur US .

A toi Caroline

le point S est tel que $UVSW$ soit un parallélogramme

Alors $UVSW$ soit un parallélogramme. Alors je vais écrire ça donc il est question donc de UV plus UW vecteur égal US . Alors Caroline nous répond, tu me réponds dans quel ordre

Le point S est tel que (oui) le parallélogramme $U (U) UVSW$

est un parallélogramme. Voilà sa réponse. Alors est-ce que quelqu'un peut me dire si je suis toujours capable avec sa réponse de construire le point S ? Sachant que je ne vois pas Caroline, elle me téléphone. Alors si je pose la question c'est que je mets un petit peu en doute, je serais un peu gêné dans un certain cas.

Quais si les points sont alignés

alors quels points sont alignés ?

...

Bon si les points U, V et U, W ne sont pas alignés, c'est à dire qu'on a cette figure là, pas de problème je sais construire parce que je suis fort le parallélogramme $UVSW$, ça ça ne pose pas de problème je sais le construire mais si les points U, V et W sont alignés (5), comment je vais faire mon parallélogramme ? ah problème !

Le point U et le point S sont confondus

le point U et le point S sont confondus.

Alors je je j'écris ce que Bastien me téléphone est-ce que tout le monde est d'accord

non (quelques bras levés)

non chacun son tour. Paul (leve le doigt)

C'est le point W qui est confondu avec S .

non attends, attends, attends

Bastien m'a dit je mets S en U alors je lui conteste sa réponse pourquoi

parce que US ne peut pas être nul parce que c'est d'après la relation de Chasles c'est UV plus US

Oui, on est bien d'accord mais si Bastien tu mets S en U ton vecteur US , il est, il a quelle qualité

il est nul

Il est nul. Or est-ce que le vecteur US est nul ? Est-ce qu'on sait que UV et UW sont opposés ?

...

non donc il n'y a aucune raison que S soit là. Alors Paul tu le mettras où toi ?

W et S sont confondus

W et S ! Tu mettras S ici c'est ça ? Nicolas

je le mettrai plus à droite

Non, mais alors non pourquoi (5)? (rire) **5 doigts se lèvent**

Lui, Nicolas il le met tout à droite, alors tout à droite je ne sais pas où c'est, la barre toute à droite, bref Paul nous a dit ici, alors Nicolas conteste d'abord le fait que Paul mette S ici (6)

xxx 4 doigts levés

ben, heu regarde simplement, dans la fig, attends attends Nicolas, regarde simplement d'un point de vue, d'un point de vue longueur de vecteur, regarde, d'un point de vue longueur

US est égal à UV heu UW (trois doigts levés)

voilà,

ben US n'est pas égal à UW parce que si US était égal à UW qu'est-ce qu'on pourrait dire du vecteur

UV il serait nul (10 voix) or il est pas nul. Alors tu m'as dit Nicolas je mets S tout à droite, explique

moi ce que tu veux dire tout à droite

...

à droite ça veut dire quoi d'abord ?

US

non, mais d'abord d'abord le point S il est où par rapport aux trois points qui sont là ?

à leur droite

sur la droite, d'accord. Donc tu mets le point S sur la droite. OK. et où

ben à droite

A droite mais où de manière précise ? Alors je prends le compas et tu me dis avec mon compas ce que

je dois faire (5) (4 doigts levés).

on prend la di... heu

C'est une question de distance. Alors Julien (levait le doigt parmi 6 autres)

telles que WS soit égale à UV

alors la distance (question du prof, Julien acquiesce), la distance WS égale distance UV, distance

WS égale distance UV, donc WS égale distance UV, donc distance UV égale distance WS (écrit en

même temps). Tu peux justifier un petit peu quand même pourquoi ? C'est vrai. c'est juste

alors j'ai aligné les points dans cet ordre si c'est dans un autre ordre alors pourquoi a-t-on effectivement ici vecteur US égal vecteur UV plus vecteur UW ?

oui

bon c'est en gros c'est vrai, c'est à dire que pour dire que la distance US, la distance WS est égale à la distance UV, il suffit de partir, bon je dis un petit peu ce qu'il m'a dit en catimini, de la distance UW bon la distance UW il suffit de l'ajouter à la distance UV pour obtenir la distance US or la distance UW ben elle est ici donc je reporte la distance UV à partir de W pour avoir US d'accord toute façon cette

position là est un peu particulière alors est-ce que certains d'entre vous au collège ont entendu parler de parallélogramme aplati ?

oui oui tu as entendu parler heu vous levez le doigt ceux qui ont entendu parler de parallélogramme aplati ?

un petit sondage rapide comme ça un deux trois quatre cinq six bon alors c'est

c'est vrai que ça n'est pas interdit de dire que cette figure là est une certaine forme de parallélogramme on dit qu'il est aplati moi j'aurais plutôt tendance à dire qu'il est dégénéré pourquoi parce que dans un

parallélogramme il y a quand même une propriété essentielle sur ce qu'on appelle les diagonales c'est à dire les droites US et VW qui se coupent au centre du parallélogramme là or qu'est-ce qu'on peut

constater ici concernant les droites US et VW

elles sont confondues et est-ce qu'on peut dire que deux droites confondues se rencontrent en un point

non c'est à dire que ce parallélogramme là, il a un peu tendance à avoir un centre qui est un petit peu

qui est même complètement mal défini mal défini tant et si bien que certains disent que effectivement

ici on a un parallélogramme aplati on ne le dira pas ensemble cette année

c'est une figure un peu particulière hein à cause du fait que c'est une figure qui n'a pas de centre quoi,

on y reviendra de toute façon (on y reviendra de toute façon) bien

bien alors question heu 6

a) alors sur le quadrillage que je vous donnais sur la figure il s'agissait de placer le point K heu c'était 5

a)

si Renan je te demande où tu as placé le point K qu'est-ce que tu me réponds

un carreau en dessous de E tout le monde est d'accord ? personne, si, non, n'a de difficultés personne eh bien ça va très bien pas de problème, pas de problème, vous avez raison, il est un carreau en dessous, enfin, en dessous tout le monde comprend hein. b) alors comment tu as calculé la norme du vecteur EK Renan norme de EK

oui

oui alors on va pas dire un carreau on on sait de toute façon que le côté du carreau est l'unité de longueur

donc ça fait 1 ça fait 1 tu continues norme de EF vecteur EF

tu as fait avec Pythagore tu veux nous dire les choses plus précisément qu'est-ce que tu as fait avec Pythagore tu t'es amusé

non

non

Tableaux croisés pour la séance B1 (6 premiers)

vb1,1 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	61	39	14	8	0	47	14	8	29	24

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	7	27	5	0	25	14
Struc.	0	2	12	0	14	0
Argu.	1	0	7	0	8	0
Exo	0	0	0			
Math	4	19	24			
Lien	4	10	0			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
###	53%	100%	Info	64%	Info	88%
###	30%	0%	Struc.	23%	Struc.	0%
###	17%	0%	Argu.	13%	Argu.	0%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
18%	0%	13%	Quest.	13%	Quest.	###
69%	14%	0%	Direct	48%	Direct	40%
13%	86%	88%	Indir.	39%	Indir.	51%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
0%	0%	0%	Exo	0%	Exo	0%
50%	66%	100%	Math	77%	Math	64%
50%	34%	0%	Lien	23%	Lien	36%

vb1,3 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	69	35	11	23	32	23	14	15	27	27

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	8	19	8	22	6	7
Struc.	0	4	7	9	2	0
Argu.	7	4	12	1	15	7
Exo	6	12	14			
Math	4	6	13			
Lien	5	9	0			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
69%	26%	50%	Info	51%	Info	53%
28%	9%	0%	Struc.	16%	Struc.	0%
3%	65%	50%	Argu.	33%	Argu.	47%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
23%	0%	30%	Quest.	22%	Quest.	19%
54%	36%	17%	Direct	39%	Direct	38%
23%	64%	52%	Indir.	39%	Indir.	44%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
40%	44%	52%	Exo	46%	Exo	63%
27%	22%	48%	Math	33%	Math	17%
33%	33%	0%	Lien	20%	Lien	20%

vb1,5 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	68	54	12	2	23	0	45	15	29	24

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	13	29	12	17	0	37
Struc.	0	0	12	5	0	7
Argu.	2	0	0	1	0	1
Exo	6	10	7			
Math	0	0	0			
Lien	9	19	17			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
74%	###	82%	Info	79%	Info	87%
22%	###	16%	Struc.	18%	Struc.	0%
4%	###	2%	Argu.	3%	Argu.	13%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
24%	0%	100%	Quest.	22%	Quest.	26%
54%	0%	0%	Direct	43%	Direct	43%
22%	100%	0%	Indir.	35%	Indir.	30%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
40%	34%	29%	Exo	34%	Exo	31%
0%	0%	0%	Math	0%	Math	0%
60%	66%	71%	Lien	66%	Lien	69%

vb1,2 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	40	20	12	8	28	6	6	16	21	3

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	8	12	0	14	5	1
Struc.	0	9	3	9	1	2
Argu.	8	0	0	5	0	3
Exo	12	16	0			
Math	0	5	1			
Lien	4	0	2			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
50%	83%	17%	Info	50%	Info	50%
32%	17%	33%	Struc.	30%	Struc.	0%
18%	0%	50%	Argu.	20%	Argu.	50%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
40%	0%	100%	Quest.	40%	Quest.	43%
60%	75%	0%	Direct	53%	Direct	57%
0%	25%	0%	Indir.	8%	Indir.	0%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
75%	76%	0%	Exo	70%	Exo	70%
0%	24%	33%	Math	15%	Math	25%
25%	0%	67%	Lien	15%	Lien	5%

vb1,4 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	124	73	24	27	34	20	70	19	39	66

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	14	34	25	28	19	26
Struc.	2	4	18	5	1	18
Argu.	3	1	23	1	0	26
Exo	12	18	4			
Math	1	12	7			
Lien	6	9	55			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
82%	95%	37%	Info	59%	Info	74%
15%	5%	26%	Struc.	19%	Struc.	11%
3%	0%	37%	Argu.	22%	Argu.	16%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
19%	8%	11%	Quest.	15%	Quest.	35%
47%	17%	4%	Direct	31%	Direct	53%
34%	75%	85%	Indir.	53%	Indir.	12%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
63%	46%	6%	Exo	27%	Exo	38%
5%	31%	11%	Math	16%	Math	26%
32%	23%	83%	Lien	56%	Lien	36%

vb1,6 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	59	37	22	0	16	20	23	8	30	21

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	8	23	6	16	8	13
Struc.	0	7	15	0	12	10
Argu.	0	0	0	0	0	0
Exo	5	10	1			
Math	0	11	9			
Lien	3	9	11			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
100%	40%	57%	Info	63%	Info	100%
0%	60%	43%	Struc.	37%	Struc.	0%
0%	0%	0%	Argu.	0%	Argu.	0%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
22%	0%	###	Quest.	14%	Quest.	31%
62%	32%	###	Direct	51%	Direct	63%
16%	68%	###	Indir.	36%	Indir.	6%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
63%	33%	5%	Exo	27%	Exo	43%
0%	37%	43%	Math	34%	Math	22%
38%	30%	52%	Lien	39%	Lien	35%

Tableaux croisés pour la séance B2 (6 premières)

VB2.1 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	61	38	18	5	39	5	17	3	33	25

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	3	24	11	26	3	9
Struc.	0	9	9	10	0	8
Argu.	0	0	5	3	2	0
Exo	3	31	5			
Math	0	0	5			
Lien	0	2	15			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
67%	60%	53%	Info	62%	Info	100%
26%	0%	47%	Struc.	30%	Struc.	0%
8%	40%	0%	Argu.	8%	Argu.	0%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
8%	0%	0%	Quest.	5%	Quest.	8%
63%	50%	0%	Direct	54%	Direct	79%
29%	50%	100%	Indir.	41%	Indir.	13%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
100%	94%	20%	Exo	64%	Exo	68%
0%	0%	20%	Math	8%	Math	8%
0%	6%	60%	Lien	28%	Lien	24%

VB2.2 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	55	29	13	13	43	0	12	7	44	4

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	7	20	2	25	0	4
Struc.	0	11	2	13	0	0
Argu.	0	13	0	5	0	8
Exo	7	32	4			
Math	0	0	0			
Lien	0	12	0			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
58%	###	33%	Info	53%	Info	100%
30%	###	0%	Struc.	24%	Struc.	0%
12%	###	67%	Argu.	24%	Argu.	0%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
24%	0%	0%	Quest.	13%	Quest.	16%
69%	85%	100%	Direct	80%	Direct	74%
7%	15%	0%	Indir.	7%	Indir.	9%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
100%	73%	100%	Exo	78%	Exo	86%
0%	0%	0%	Math	0%	Math	0%
0%	27%	0%	Lien	22%	Lien	14%

VB2.3 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	82	51	18	13	47	6	29	19	40	23

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	18	24	9	33	0	18
Struc.	0	9	9	12	6	0
Argu.	1	7	5	2	0	11
Exo	11	23	7			
Math	0	0	6			
Lien	8	11	10			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
70%	0%	62%	Info	62%	Info	95%
26%	100%	0%	Struc.	22%	Struc.	0%
4%	0%	38%	Argu.	16%	Argu.	5%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
35%	0%	8%	Quest.	23%	Quest.	23%
47%	50%	54%	Direct	49%	Direct	62%
18%	50%	38%	Indir.	28%	Indir.	15%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
58%	73%	30%	Exo	57%	Exo	65%
0%	0%	26%	Math	7%	Math	0%
42%	28%	43%	Lien	35%	Lien	35%

VB2.4 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	35	23	8	4	24	4	7	1	19	15

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	1	12	10	20	0	3
Struc.	0	5	3	4	4	0
Argu.	0	2	2	0	0	4
Exo	1	13	10			
Math	0	2	2			
Lien	0	4	3			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
83%	0%	43%	Info	66%	Info	100%
17%	100%	0%	Struc.	23%	Struc.	0%
0%	0%	57%	Argu.	11%	Argu.	0%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
4%	0%	0%	Quest.	3%	Quest.	4%
52%	63%	50%	Direct	54%	Direct	54%
43%	38%	50%	Indir.	43%	Indir.	50%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
100%	68%	67%	Exo	69%	Exo	87%
0%	11%	13%	Math	11%	Math	0%
0%	21%	20%	Lien	20%	Lien	13%

VB2.5 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	122	49	49	24	3	98	21	13	60	49

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	10	39	0	0	34	15
Struc.	1	13	35	3	41	5
Argu.	2	8	14	0	23	1
Exo	0	1	2			
Math	9	44	45			
Lien	4	15	2			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
0%	35%	71%	Info	40%	Info	77%
100%	42%	24%	Struc.	40%	Struc.	8%
0%	23%	5%	Argu.	15%	Argu.	13%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
20%	2%	8%	Quest.	11%	Quest.	0%
80%	27%	33%	Direct	49%	Direct	33%
0%	71%	58%	Indir.	40%	Indir.	67%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
0%	2%	4%	Exo	2%	Exo	6%
69%	73%	92%	Math	80%	Math	69%
31%	25%	4%	Lien	17%	Lien	31%

VB2.6 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	56	21	28	7	0	56	0	1	31	24

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	1	19	1	0	21	0
Struc.	0	12	16	0	28	0
Argu.	0	0	7	0	7	0
Exo	0	0	0			
Math	1	31	24			
Lien	0	0	0			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
###	38%	###	Info	38%	Info	100%
###	50%	###	Struc.	50%	Struc.	0%
###	13%	###	Argu.	13%	Argu.	0%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
5%	0%	0%	Quest.	2%	Quest.	###
90%	43%	0%	Direct	55%	Direct	###
5%	57%	100%	Indir.	43%	Indir.	###

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
0%	0%	0%	Exo	0%	Exo	0%
100%	100%	100%	Math	100%	Math	100%
0%	0%	0%	Lien	0%	Lien	0%

Tableaux croisés pour la séance R (6 premiers)

vr,1 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	104	36	54	14	49	28	27	31	21	52

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	19	16	1	27	1	8
Struc.	0	5	49	21	27	6
Argu.	12	0	2	1	0	13
Exo	16	15	18			
Math	0	2	26			
Lien	15	4	8			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
55%	4%	30%	Info 35%	Info 61%	76%	2%
43%	96%	22%	Struc. 52%	Struc. 0%	24%	94%
2%	0%	48%	Argu. 13%	Argu. 39%	0%	4%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
53%	0%	66%	Quest. 30%	Quest. 33%	0%	56%
44%	9%	0%	Direct 20%	Direct 31%	7%	15%
3%	91%	14%	Indir. 50%	Indir. 37%	93%	30%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
52%	71%	35%	Exo 47%	Exo 75%	39%	7%
0%	10%	50%	Math 27%	Math 3%	50%	0%
48%	19%	15%	Lien 26%	Lien 22%	11%	93%

vr,2 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	98	64	18	16	44	13	41	36	19	43

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	26	16	22	35	13	16
Struc.	2	2	14	8	0	10
Argu.	8	1	7	1	0	15
Exo	14	17	13			
Math	3	0	10			
Lien	19	2	20			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
80%	100%	39%	Info 65%	Info 72%	84%	51%
18%	0%	24%	Struc. 18%	Struc. 6%	11%	33%
2%	0%	37%	Argu. 16%	Argu. 22%	5%	16%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
41%	11%	50%	Quest. 37%	Quest. 32%	23%	46%
25%	11%	6%	Direct 19%	Direct 39%	0%	5%
34%	78%	44%	Indir. 44%	Indir. 30%	77%	49%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
39%	89%	30%	Exo 45%	Exo 55%	44%	6%
8%	0%	23%	Math 13%	Math 20%	0%	0%
53%	11%	47%	Lien 42%	Lien 25%	56%	94%

vr,3 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	34	28	1	5	15	9	10	18	13	3

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	13	13	2	14	4	10
Struc.	0	0	1	0	1	0
Argu.	5	0	0	1	4	0
Exo	9	6	0			
Math	5	3	1			
Lien	4	4	2			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
93%	44%	100%	Info 82%	Info 72%	100%	67%
0%	11%	0%	Struc. 3%	Struc. 0%	0%	33%
7%	44%	0%	Argu. 15%	Argu. 28%	0%	0%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
46%	0%	100%	Quest. 53%	Quest. 60%	56%	40%
46%	0%	0%	Direct 38%	Direct 40%	33%	40%
7%	100%	0%	Indir. 9%	Indir. 0%	11%	20%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
50%	46%	0%	Exo 44%	Exo 50%	0%	20%
28%	23%	33%	Math 26%	Math 14%	100%	80%
22%	31%	67%	Lien 29%	Lien 36%	0%	0%

vr,4 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	76	34	20	22	11	26	39	23	19	34

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	12	11	11	8	14	12
Struc.	1	3	16	2	4	14
Argu.	10	5	7	1	8	13
Exo	4	6	1			
Math	10	8	8			
Lien	9	5	25			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
73%	54%	31%	Info 45%	Info 52%	58%	32%
18%	15%	36%	Struc. 26%	Struc. 4%	16%	47%
9%	31%	33%	Argu. 29%	Argu. 43%	26%	21%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
35%	5%	45%	Quest. 30%	Quest. 36%	38%	23%
32%	15%	23%	Direct 25%	Direct 55%	31%	13%
32%	80%	32%	Indir. 45%	Indir. 9%	31%	64%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
17%	32%	3%	Exo 14%	Exo 24%	10%	5%
43%	42%	24%	Math 34%	Math 41%	20%	36%
39%	26%	74%	Lien 51%	Lien 35%	70%	59%

vr,5 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	137	72	56	9	73	33	31	22	16	99

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	15	16	41	56	0	16
Struc.	0	0	56	17	33	6
Argu.	7	0	2	0	0	9
Exo	14	11	48			
Math	0	0	33			
Lien	8	5	18			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
77%	0%	52%	Info 53%	Info 68%	100%	41%
23%	100%	19%	Struc. 41%	Struc. 0%	0%	57%
0%	0%	29%	Argu. 7%	Argu. 32%	0%	2%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
21%	0%	78%	Quest. 16%	Quest. 19%	0%	26%
22%	0%	0%	Direct 12%	Direct 15%	0%	16%
57%	100%	22%	Indir. 72%	Indir. 66%	100%	58%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
64%	69%	48%	Exo 53%	Exo 78%	30%	0%
0%	0%	33%	Math 24%	Math 0%	59%	0%
36%	31%	18%	Lien 23%	Lien 22%	11%	100%

vr,6 Totaux, tableaux croisés

	global	Info	Struc.	Argu.	Exo	Math	Lien	Quest.	Direct	Indir.
effectif	91	63	22	6	60	0	31	10	26	55

	Quest.	Direct	Indir.	Exo	Math	Lien
Info	5	26	32	46	0	17
Struc.	1	0	21	12	0	10
Argu.	4	0	2	2	0	4
Exo	8	26	26			
Math	0	0	0			
Lien	2	0	29			

Pourcentages, tableaux croisés

Exo	Math	Lien	Global	Quest.	Direct	Indir.
77%	###	55%	Info 69%	Info 50%	100%	58%
20%	###	32%	Struc. 2%	Struc. 10%	0%	38%
3%	###	13%	Argu. 7%	Argu. 40%	0%	4%

Info	Struc.	Argu.	Global	Exo	Math	Lien
8%	5%	67%	Quest. 11%	Quest. 13%	###	6%
41%	0%	0%	Direct 29%	Direct 43%	###	0%
51%	95%	33%	Indir. 60%	Indir. 43%	###	94%

Quest.	Direct	Indir.	Global	Info	Struc.	Argu.
80%	100%	47%	Exo 66%	Exo 73%	55%	33%
0%	0%	0%	Math 0%	Math 0%	0%	0%
20%	0%	53%	Lien 34%	Lien 27%	45%	67%

Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM

Vous pouvez soit :

- Consulter notre site WEB

<http://www.irem-paris7.fr.st/>

- Demander notre catalogue en écrivant à

**IREM Université Paris 7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05**

TITRE :

Comment, en didactique des mathématiques, prendre en compte les pratiques effectives, en classe, des enseignants de mathématiques du lycée ?

Une approche à travers des analyses de pratiques de quelques enseignants de mathématiques dans des séances d'introduction aux vecteurs en classe de seconde.

AUTEUR (S) :

Hache. Christophe

Robert. Aline

RESUME :

Les auteurs montrent comment, en s'appuyant, entre autre, sur les hypothèses et les résultats de la didactique des mathématiques, il est possible d'étudier les pratiques des professeurs de mathématiques en classe, ou plutôt comment il est possible de caractériser " l'univers mathématiques que fait fréquenter le professeur à ses élèves ". A partir, en autre, d'une " analyse locale " du discours de quatre professeurs de seconde introduisant la notion de multiplication d'un vecteur par un nombre réel, les auteurs dégagent différents type d'univers possibles

MOTS CLES :

Didactique des mathématiques - pratiques professionnelles - professeur – vecteurs - seconde-lycée – vidéo – univers - analyse locale – tâche – activité - discours

Editeur : IREM

Université PARIS 7-Denis Diderot

Directeur responsable de la

publication : R. CORI

Case 7018 - 2 Place Jussieu

75251 PARIS Cedex 05

Dépôt légal : 1997

ISBN : 2-86612-127-9