INSTITUT
DE RECHERCHE
POUR L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES

n° 11

FEVRIER 1996

M : A.T.H.

MNEMOSYNE

UNIVERSITE DENIS DIDEROT

PARIS VII

Cette brochure est réalisée par l'IREM PARIS 7 DENIS DIDEROT avec le concours de la D.L.C, des MAFPEN de Paris, Créteil, Versailles.

Mnémosyne
personnification de la mémoire.
Elle s'unit à Zeus pendant 9 nuits de suite;
de cette union naquirent les neuf Muses.
(Dictionnaire Robert des noms propres)

Illustration de la couverture : **"La mémoire"**
gravure allégorique d'après Gravelot (XVIII ème)

n° 11

FEVRIER 1996

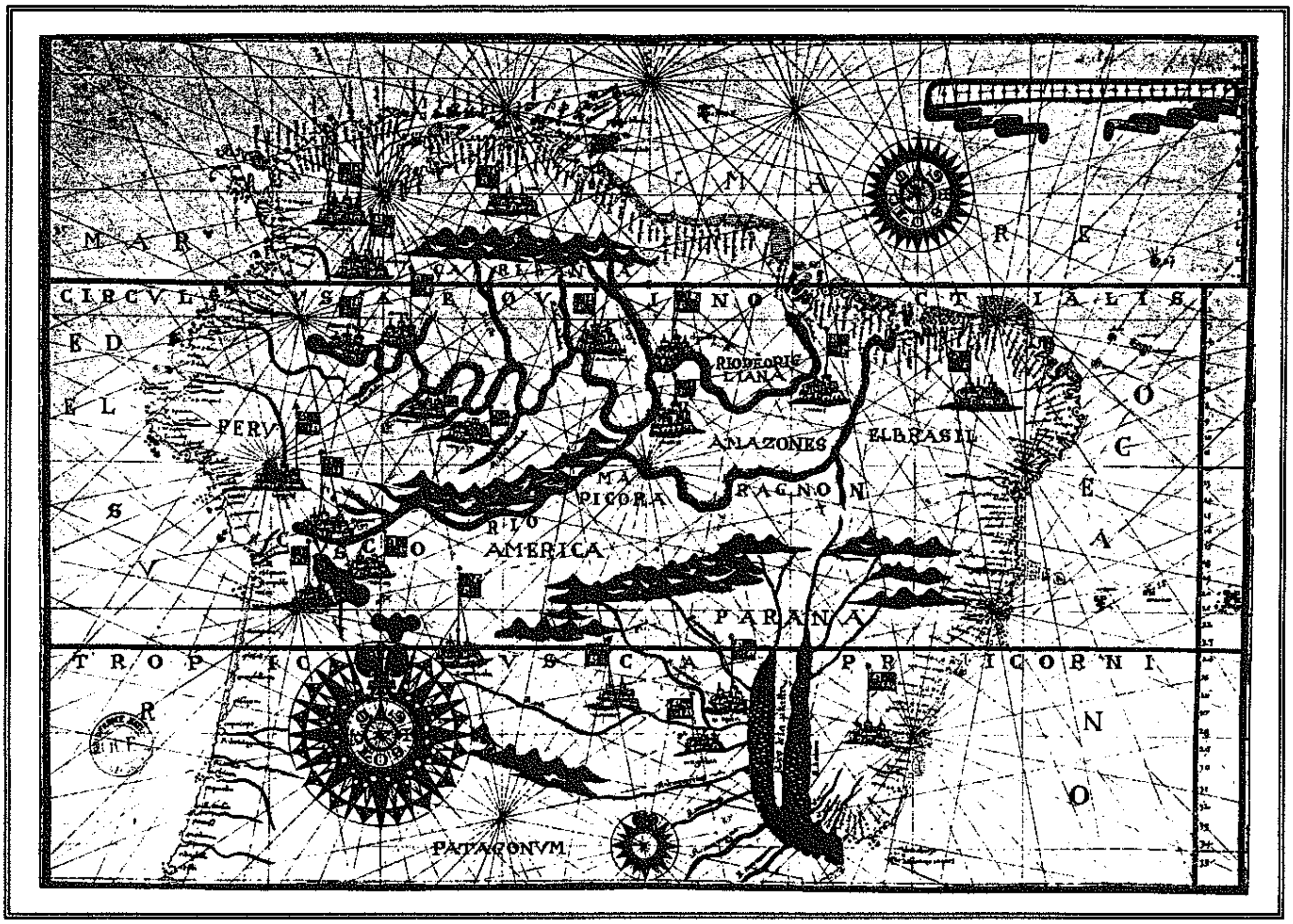
MNEMOSYNE

M: *Mathématiques*

A. *Approche par les*

T. *textes*

H. *historiques*



Carte espagnole du nouveau continent
1583

SOMMAIRE


INSULÆ
Indiæ Orientalis
PRÆCIPUÆ,
In quibus Moluccæ
celeberrimæ sunt.
SEPTENTRIO
MERIDIES
OCCIDENS
ORIENS
Cauchin al. Cauchinchina
LUCO
INSULÆ PHILIPPINÆ
ARCHIPELAGUS S. LAZARI
ISLAS DE LAS VELAS
MALACCA
INSULA BORNEO
MINDANAO
GILOLO
CEIRAM I.
NOVA GUINEA
IAVA quæ dicitur MAIOR
De situ Iavæ Minoris

EDITORIAL

Mnémosyne consacre ce numéro et le suivant à une approche de la cartographie. Ce numéro aborde des questions qui se sont posées au XVIème et au début du XVIIème siècle. Le numéro 12 traitera de méthodes de mesure et de représentation de la terre, qui se développèrent surtout à partir de la fin du XVIIème siècle.

Les portulans matérialisaient les *routes à cap constant* (dites rumbs), ou tentaient de le faire. Marie Thérèse Gambin, du département de Géographie, Histoire et Sciences de la Société de l'Université Paris-7, présente les grandes lignes de leur évolution et les techniques mathématiques qui ont permis de les améliorer. Elle s'attache particulièrement aux travaux d'un navigateur et mathématicien anglais, E. Wright, donne une traduction inédite d'extraits de son ouvrage *"Certaine errors in navigation .detected .."*.

En écho à cet article, les *Bonnes Vieilles Pages* présentent *De l'histiodromie, ou cours des navires,* le Quatrième livre de la Géographie de Stevin , ingénieur et mathématicien hollandais que nos lecteurs ont déjà rencontré au numéro 9. Stevin, sans aborder le problème des cartes, étudie celui de déterminer sur le globe terrestre les routes à cap constant.

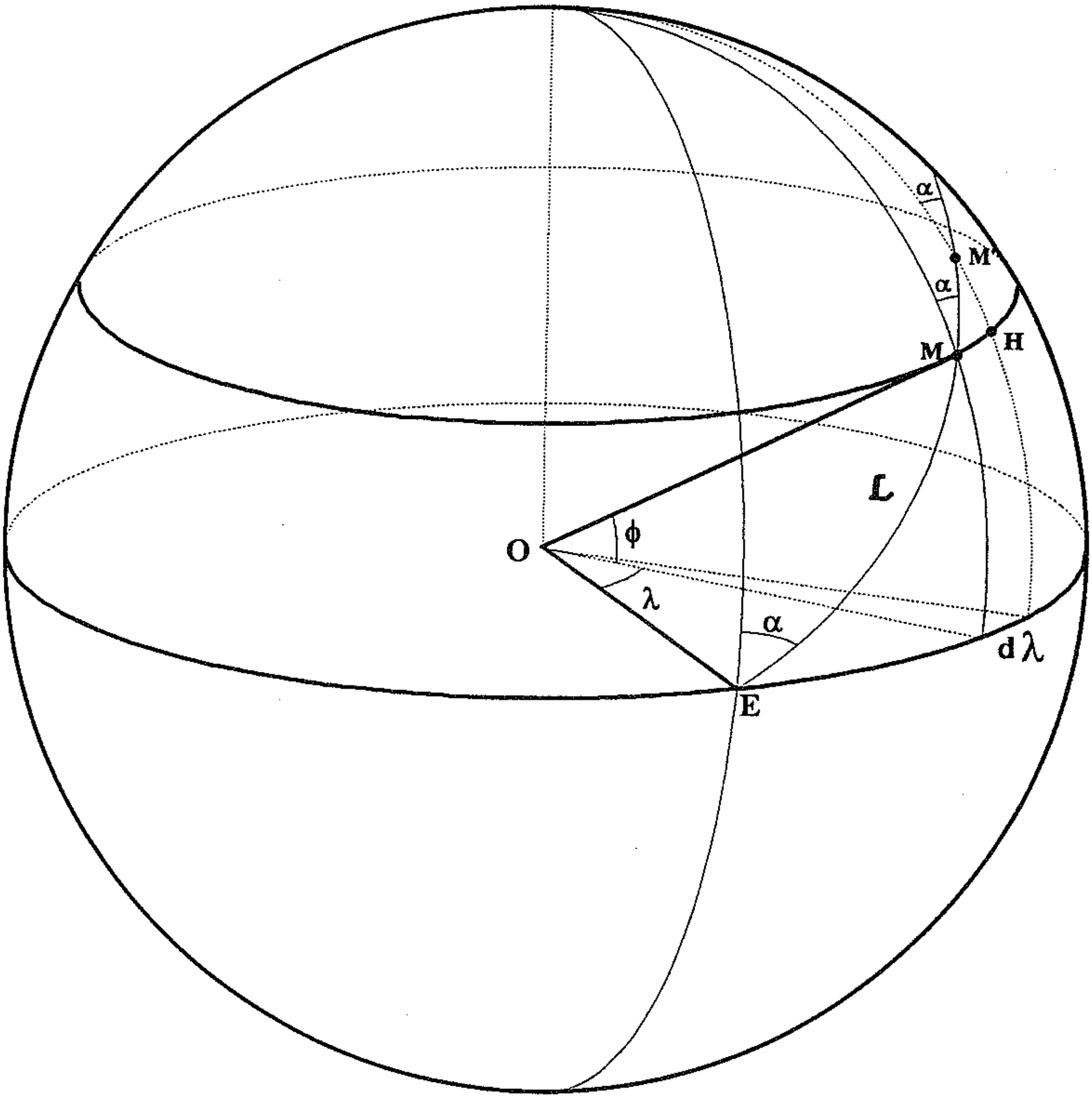
L'historien Gérard Vindt aborde le problème de la détermination des longitudes; il en évoque la dimension politique, relative à la délimitation des territoires des colonies portugaises et espagnoles.

Nos lecteurs retrouveront aussi les rubriques habituelles :

Une activité *Dans nos classes* , qui s'appuie sur un document d'étude du ciel, et non plus de la terre : la découverte par Galilée, vers 1610, des satellites de Jupiter.

Un compte-rendu d'une conférence de Roger Laurent sur l'histoire de la perspective, dans le fil de plusieurs de nos articles antérieurs...

Bonne lecture, rendez-vous à travers le courrier que ces articles pourront vous suggérer, et au plus tard au numéro 12, sur le même thème.



M a pour longitude λ et pour latitude ϕ.
M' a pour longitude λ+dλ et pour latitude ϕ+dϕ.

PRELUDE

Qu'est ce qu'un rumb ?

Michèle Grégoire

Une loxodromie est une route à cap constant par rapport au méridien, encore appelée rumb au XVI^{ème} et au début du XVII^{ème} siècle. Explicitons en langage moderne la relation entre longitude λ et latitude ϕ d'un point de la loxodromie $\mathcal{L}$ de cap α dont le point de départ E est sur l'équateur au méridien origine. On désigne par R le rayon de la terre. Considérons deux points très proches M, de longitude λ, et M', de longitude $\lambda + d\lambda$, de $\mathcal{L}$ et le point H de même latitude que M sur le méridien de M' ; le triangle MHM' peut être considéré comme un triangle rectangle plan et $\frac{MH}{M'H}$ est constant (égal à $\tan\alpha$). Le côté MH vaut la longueur d'un arc de mesure $d\lambda$ sur le parallèle de latitude ϕ dont le rayon r est tel que $r = R\cos\phi$. Donc $MH = r\,d\lambda = R\cos\phi\,d\lambda$. M'H est la longueur d'un arc de méridien de mesure $d\phi$, donc $M'H = R\,d\phi$ $\frac{MH}{M'H} = \tan\alpha = \frac{R\cos\phi\,d\lambda}{R\,d\phi} = \frac{\cos\phi\,d\lambda}{d\phi}$

d'où $d\lambda = \frac{\tan\alpha}{\cos\phi}d\phi$. Donc $\lambda = \int_0^{\phi} \tan\alpha \frac{1}{\cos t}\,dt = \tan\alpha \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\right)$

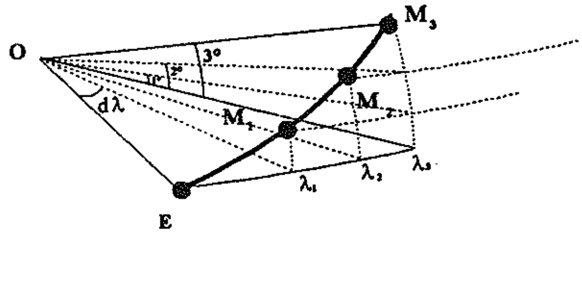
Cette formulation de la relation entre longitude et latitude d'un point de la loxodromie n'apparait qu'à la fin du XVII^{ème} siècle, comme on peut le suivre dans l'article de Bernard Leclerc, *Histoire de la loxodromie au XVII^{ème} siècle*, publié dans Scholies.[0] Autour de 1600, avant l'invention des logarithmes et du calcul intégral, le problème est résolu en prenant de petites variations de ϕ (par exemple de 10' en 10' ; soit $d\phi = 10'$) ; le cosinus n'est pas encore inventé, mais à cette époque apparaissent des tables de sécantes.[1] Pour approcher la longitude λ du point M de latitude ϕ, on décompose le trajet EM en n parties correspondant chacune à une petite variation de valeur $d\phi$; par exemple si M_3 a pour latitude $\phi = 3°$, si on choisit $d\phi = 1°$, si la longitude de M_i est λ_i et sa latitude i degrés :

$\lambda_3 = (\lambda_1 - 0) + (\lambda_2 - \lambda_1) + (\lambda_3 - \lambda_2) =$

$d\lambda_1 + d\lambda_2 + d\lambda_3 =$

$= \tan\alpha \frac{1}{\cos 1°} d\phi + \tan\alpha \frac{1}{\cos 2°} d\phi + \tan\alpha \frac{1}{\cos 3°} d\phi$

$= \tan\alpha \left(\frac{1}{\cos 1°} + \frac{1}{\cos 2°} + \frac{1}{\cos 3°}\right) \times 1°$



Ou bien dans le cas où $\phi = n \times 10'$, la longitude de M est $\lambda = \tan\alpha\,(S_n \times 10')$

où $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\cos k10'} = \sum_{k=1}^{n} \sec(k.10')$

S_n est appelé la somme des sécantes. Les notations utilisées ici ne sont bien sûr pas celles du XVI^{ème} siècle.

---

[0] Scholies, n° 13 Actes du séminaire d'histoire des sciences du lycée Malherbe, av A. Sorel 14052 Caen

[1] voir la définition de la sécante dans l'encadré p.8 ; rappelons que toutes les lignes trigonométriques utilisées aux XVIème et XVIIème siècles sont des longueurs, égales au produit de nos lignes trigonométriques par la valeur fixe du rayon souvent 10^7

Imaginons par exemple une route à 45° avec les méridiens reliant un point E de l'équateur à un point C de latitude 60°. Le réseau des méridiens et des parallèles de degré en degré est représenté sur une carte par le quadrillage régulier ci-dessous.

Un triangle DFE s'appuyant sur l'équateur est supposé assimilable à un triangle rectangle plan ,

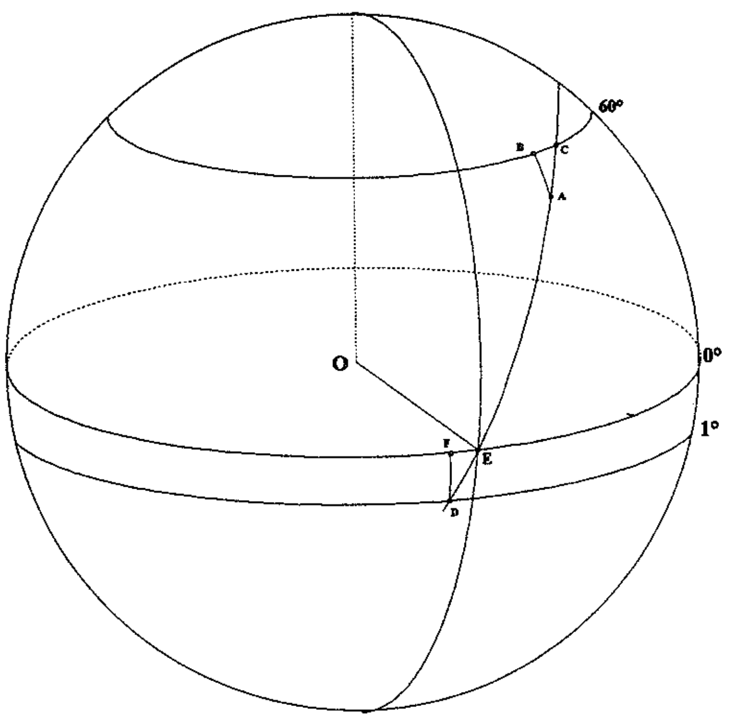
$$\tan(\mathbf{F\hat{D}E}) = \frac{FE}{FD} = \frac{\text{longueur d'un arc de 1° sur l'équateur}}{\text{longueur d'un arc de 1° de méridien}} = 1 \text{ donc } \mathbf{F\hat{D}E} = 45°.$$

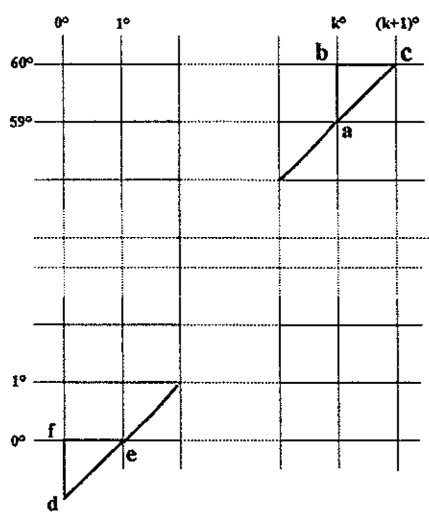
(équateur et méridien sont des grands cercles de même rayon)

Sur la carte , le triangle dfe est évidemment rectangle isocèle et $\mathbf{f\hat{d}e} = 45°$; c'est aussi le cas pour le triangle abc représentant sur la carte le triangle ABC s'appuyant sur le 60ème parallèle, $\mathbf{b\hat{a}c} = 45°$.
En assimilant le triangle ABC à un triangle rectangle plan on obtient

$$\tan(\mathbf{B\hat{A}C}) = \frac{BC}{BA} = \frac{\text{longueur d'un arc de 1° du 60ème parallèle}}{\text{longueur d'un arc de 1° de méridien}} = \frac{R\cos 60°}{R} = 0.5$$

Donc $\mathbf{B\hat{A}C} \cong 26°30'$
On est bien convaincu que les lignes droites de la carte ne représentent pas les loxodromies.





Dans ce numéro seront abordées diverses manières de poser le problème de la loxodromie. Comme l'explique M. T. Gambin, dans *"L'histoire des cartes à Rumbs"*, le mathématicien anglais Wright, pose le problème d'obtenir des cartes marines qui conservent les angles entre méridiens et loxodromies (le problème général sera d'ailleurs abordé dans le numéro suivant de Mnémosyne) : les méridiens et les parallèles y forment donc un réseau de perpendiculaires (puisque les parallèles sont des loxodromies à 90°). A l'époque de Wright, les cartes qui représentaient méridiens et parallèles le faisaient selon un quadrillage régulier. Mais sur une telle carte les loxodromies ne sont pas représentées par des droites (cf encadré ci-contre). Wright propose une solution qui repose sur l'usage d'une table de sommes de sécantes, pour des angles variant de degré en degré, puis, pour plus de précision, en 1599, pour des angles variant de 10' en 10' et enfin, en 1610, de 1' en 1'. Il construit également des tables de rumbs (pour certaines valeurs du cap α), qui donnent les latitudes des points de chaque rumb en fonction de sa longitude, variant par exemple de 1° en 1°.

Stevin, mathématicien flamand de la même époque étudie la façon de repérer sur le globe les points d'une loxodromie, dans le traité que nous reproduisons ici, édité en flamand en 1605 sous le titre *"Wisconstige Ghedechtenissen"*, dont une traduction en latin par Snell (ou Snellius) paraît en 1608 dans les *Hypomnemata mathematica* (c'est dans cette traduction qu'apparaît le mot "loxodromia"). Dans ce texte Stevin étudie brièvement la navigation selon un grand cercle du globe, qu'il appelle navigation selon un "cours droit" (cf proposition II, p. 145 - p.35 de ce numéro -) : c'est elle qui réalise le plus court chemin entre deux points donnés de la sphère. Notons que les grands cercles sont appelés arcs majeurs par Stevin.

Puis il étudie de façon plus développée la navigation à cap constant, selon une route qu'il nomme "cours oblique". Selon l'usage, il définit pour chaque point les 32 directions de la Rose des vents (qui figure à la fin du texte), et dans le quadrant Nord-Est, 8 directions de rumbs correspondant à 8 angles avec les méridiens à intervalles réguliers de 11° 15' (il considère donc les caps à 11°15', 22°30', 33°45', ..., 78°45'; le huitième rumb, qui fait un angle droit avec le méridien est un parallèle). Stevin propose d'abord un moyen mécanique : construire des instruments de cuivre à poser sur un globe terrestre pour y tracer les rumbs, puis deux méthodes "par les nombres". Il ne fait pas usage de la première méthode qu'il expose à la proposition IV (p.147), qui consiste à assimiler les arcs de loxodromie à des arcs de grands cercles, et à résoudre des triangles sphériques. Il met par contre en pratique une deuxième méthode qui utilise la table des sommes de sécantes de Wright, pour construire des tables de rumbs qui donnent pour chacun des 7 premiers rumbs, la latitude d'une suite de points situés sur le rumb, en fonction de leur longitude qui augmente de 10' en 10'. Stevin n'explicite pas sa démarche. On comprend qu'il utilise une relation analogue à celle établie plus haut entre la longitude λ, mesurée en degrés et minutes, et la latitude $\phi = n \times 10'$, d'un point M du rumb : $\lambda = \tan\alpha \sum_{k=1}^{n} \sec(k.10') \times 10' = (\tan\alpha)\, S_n \times 10'$.

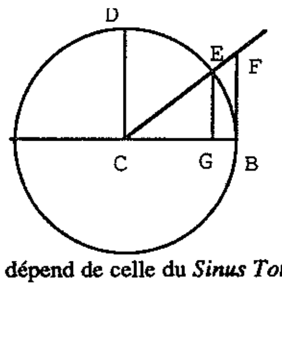
Nous n'avons reproduit que la première page des tables de rumbs, qui en remplissent une dizaine. Le coefficient $\tan\alpha$ (qui n'est ni désigné ni conçu ainsi) est calculé dans le premier triangle qui s'appuie sur l'équateur, EFK, assimilé à un triangle rectangle plan, dont on connait les angles, et dont le côté EF est égal à 10' d'arc de l'équateur (cf figure p. 167). La table des sommes de sécantes de Wright est utilisée "à l'envers", pour déterminer, à l'aide d'une interpolation complémentaire la valeur de $\phi = n \times 10'$, pour des longitudes variant à intervalles réguliers de 10' en 10'. Stevin calcule également quelques distances sur la loxodromie, fort peu, une trentaine en tout ; la dernière colonne est le plus souvent vide ; il ne paraît pas remarquer que la longueur de la loxodromie depuis un point de l'équateur est proportionnelle à la latitude du point extrémité. Pour le huitième rumb, perpendiculaire au méridien, la sécante de 90° n'existe pas et les tables de Wright ne peuvent plus être utilisées ; ce rumb est en fait un parallèle et Stevin reproduit une table de la *Cosmographie du livre de Pierre Appian* édité en 1529 par Gemma Frisius, qui donne la valeur d'un degré de parallèle pour toutes les latitudes prises de 30' en 30' (cf p. 160). Bernard Leclerc, dans l'article déjà cité, signale qu'au chapitre II de l'*Appendice des Rombs, Des fautes es nombres des rombs faits par P. Nonius* (cf p. 166), Stevin utilise de façon correcte la trigonométrie sphérique pour résoudre des triangles comme MBZ (cf figure, p. 147), assimilés à des triangles sphériques, mais qu'il a malencontreusement fait une erreur de calcul, et que la valeur obtenue par Nonius est plus proche de la valeur exacte que celle de Stevin. Au chapitre III, *Des fautes qui sont dans les tables des rombs d'Edwart Wright*, Stevin fait un mauvais procès à Wright sur certaines imprécisions de ses tables et les accusations de Stevin seront réfutées par Wright dans la seconde édition de *Certaine Errors in navigation*...(1610). Néanmoins ce chapitre contient le théorème qui établit la proportionalité entre les variations de longitudes sur le rumb et les sécantes des latitudes, que Stevin énonce ainsi: *"comme NO à OR, ainsi la sécante par O à la sécante par N."* (cf p. 167)

Extrait du Dictionnaire mathématique de M.OZANAM, paru en 1691 à Paris.

"*Le Sinus Droit d'un Arc ou d'un Angle* est une ligne droite tirée de l'une des extrémités de l'arc perpendiculairement au Diamètre qui passe par l'autre extrémité. Il est évident que le plus grand de tous ces Sinus est le Sinus Droit du quart de cercle, et c'est pour cela qu'on le nomme *Sinus Total;* On l'appelle aussi *Rayon,* parce qu'il tombe au centre du cercle, et qu'il est effectivement égal au rayon du même cercle.(....)

La Tangente d'un Arc ou d'un Angle est une ligne droite tirée de l'une des extrémités de l'arc perpendiculairement au diamètre qui passe par la même extrémité, et terminée à la rencontre d'une ligne droite tirée du centre par l'autre extrémité du même arc. Cette ligne est appelée *Tangente,* parce qu'elle touche l'arc de cercle en un point, et elle appartient aussi à deux arcs, lesquels pris ensemble font 180°.

La Sécante d'un Arc ou d'un Angle est la ligne droite tirée du centre de cet arc par l'extrémité du même arc jusqu'à ce qu'elle rencontre la Tangente tirée par l'autre extrémité (N.d R.: la sécante d'un angle β est égale à $R/\cos\beta$). Cette ligne est appelée *Sécante* , parce qu'elle coupe l'autre arc de cercle en un point, et elle appartient comme le Sinus et la Tangente, à deux arcs, dont la somme est un demi-cercle." (..)



Sur la figure ci-contre: CD est le Sinus Total ;

EG est le Sinus Droit de l'arc BE, dont

la Tangente est BF

et la Sécante est CF.

"La quantité des *Sinus*, des *Tangentes* et des *Sécantes* dépend de celle du *Sinus Total* ...Les Anciens l'ont supposé de 60 parties égales....;

Les Modernes supposent le rayon de beaucoup plus de parties, afin que l'erreur qui doit provenir des fractions négligées, et des nombres irrationnels que l'on ne saurait éviter, ne soit pas sensible dans un si grand nombre de parties, lequel est ordinairement 10000000, ou seulement 100000, ce qui suffit pour les supputations des Ingénieurs."

BONNES VIEILLES PAGES

Stevin

Nos lecteurs connaissent déjà Stevin et l'introduction à son traité d'*Arithmétique* proposée au numéro 9 de Mnémosyne. Redonnons brièvement quelques repères. Simon Stevin, né à Bruges en 1548, est d'abord comptable au service des finances de sa ville. Il voyage en Pologne, Prusse, Norvège puis s'établit à Leyde en 1581 où il étudie les mathématiques et la mécanique dans les grands textes grecs (Euclide, Archimède, Apollonius, Pappus...). Il prend connaissance du travail des algébristes italiens de son siècle, devient ingénieur et professeur de mathématiques.C'est en 1585 dans *De Thiende*, (en français *la Disme*), qu'il introduit les fractions décimales (un fac-similé est disponible à l'IREM de Paris-7). Il est, quelques années plus tard, le professeur personnel du Prince Maurice de Nassau, puis intendant des armées hollandaises. Pour le prince et pour l'école du génie de Leyde créée par le prince, il écrit des traités faisant le tour des connaissances mathématiques, mécaniques, des sciences de l'ingénieur de son temps ; ils sont publiés entre 1605 et 1608. Parmi ceux-ci un traité de navigation, publié en flamand en 1605 sous le titre "Wisconstige Ghedechtenissen". Stevin meurt en 1620. Ses oeuvres ont été traduites en français par Albert Girard, lui-même mathématicien flamand, et publiées à Leyde en 1634. C'est donc la traduction par Girard, du "Wisconstige Ghedechtenissen", *De l'histiodromie ou cours des navires* augmentée de quelques commentaires, que nous vous proposons ici.

QUATRIESME LIVRE

DE LA GEOGRAPHIE.

De l'Histiodromie, ou cours des Navires.

ARGUMENT DE L'HISTIODROMIE.

L'Hydrographie est une des causes principales qui a meu SON EXCELLENCE *à s'exercer aux Mathematiques, & ce d'autant plus que beaucoup s'addonnans à rechercher des inventions concernantes la Navigation venoyent quant & quant à en parler à* SON EXCELLENCE*, comme Admiral pour en juger: Tellement qu'il a visité tout ce qui est de plus subtil & necessaire en ceste matiere, comme j'estime. Or de ceste Hydrographie nous en avons compris une partie en ce quatrieme livre traitant de l'Histiodromie; en apres suivront le Trouve-port, & un traité du flux & reflux de la mer, d'autant que nous y avons quelque chose de particulier; touchant le reste de l'Hydrographie, les traitez des meilleurs Autheurs luy suffisoyent, sans en faire icy autre mention.*

Apres 5 definitions suivront 11 propositions, dont les deux premieres sont des cours droits, & les autres des cours obliques : puis finalement y sera adjoint une Appendice des cours obliques, ou des Rombs.

DEFINITION I.

Cours, ne sont rien autre chose que les traces & lignes qui sont descrites par les navires.

Quand un navire va de l'Oost vers le West, la ligne imaginaire par où il a passé s'appelle en general *Cours*, mais particulierement Cours d'Oost-en-West, & ainsi des autres.

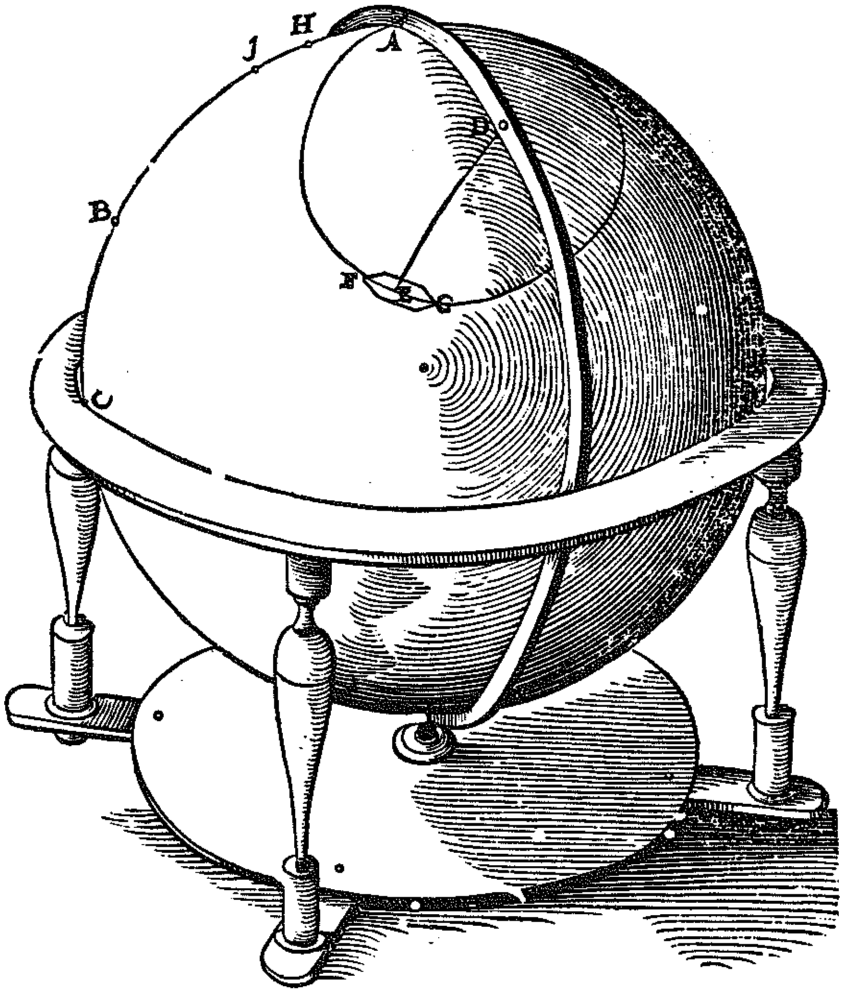
DEFI-

Definition II.

Cours droit, est l'arc descrit sur le globe terrestre, le plus court entre deux poincts.

Soit A B C la terre, sur laquelle soit mené entre les poincts A, B, l'arc A B, lequel soit le plus court entre iceux, alors l'arc A B sera un arc majeur : & de tels on en marque 32 en la boussole, lesquels sont produits par imagination jusques en l'horizon, & sont appelés les 32 vents ou cours. (*Voyez leurs noms à la fin de ce traité.*)

Touchant ce que quelqu'un pourroit dire qu'un arc majeur n'est pas droit, comme en effect il n'est pas, il est ainsi appellé, pource qu'il ne se destourne ny à droit, ny à gauche, comme font les cours obliques, dont la definition suit.



Definition III.

Romb, ou cours oblique, est une ligne qui fait tousiours des mesmes angles à tous les meridiens, & n'est ny l'equateur, ny un meridien.

Soit à la figure de la deuxiesme definition, D le pole de la terre, & E un navire, lequel de A est venu en E, tellement que l'arc E D mené du pole sur la carine du navire F E G, a fait tousiours un angle egal à F E D; ce qui advient ainsi lors que le navire tient tousiours un mesme cours de la boussole, supposé que la fleur de lis monstrast tousiours le vray Nort. Et alors la ligne, ou arc A F E, que le navire a fait, s'appelle Romb, ou Cours oblique. Que si l'angle F E D est droit, le navire aura tousiours allé vers l'Orient, ou vers l'Occident, & l'arc A F E sera partie du cercle mineur : ainsi que s'il poursuivoit de mesme il reviendroit où il auroit commencé, achevant le cercle. D'ou l'on peut conclurre que le droit cours oriental A B, & l'oblique A E different de beaucoup : car posé que C soit le vray poinct d'Orient de ceux qui sont en A (lequel sera l'intersection de l'horizon & l'equinoctial terrestre) & A soit le poinct vertical ou zenith de la position oblique du globe terrestre, comme en la figure, alors A B C sera un arc de cercle majeur; Soit A B egal à l'arc A F E, & prenant qu'un navire navige le long de A B C, il ira tousiours vers l'Orient au jugement de ceux qui sont en A, (s'ils ne le perdoyent pas de veuë) mas non pas au jugement de ceux qui seront dans le navire mesme, lesquels trouveront que la difference croist de plus en plus, voire si grande, que prenant le poinct A estre en la latitude de 50 degrez, le pilote arrivant environ C, se trouvera naviger aussi environ les 50 degrez d'Orient vers midy : (*Car notez que venant en C, qui est en l'equinoctial; il le croisera faisant un angle d'autant de degrez qu'est la latitude du poinct A.*) Derechef, combien que B soit droit Orient de A, toutesfois un navire navigant de A incessamment vers l'Orient; au juge-

jugement de ceux qui sont dedans, il n'arrivera pas en B, mais bien loing de là en E: Prenant, comme il a esté dit, que A B & A F E soyent arcs egaux.

Remarquez aussi, que combien que B soit oriental de A, toutesfois A n'est pas occidental de B; ce qui differe beaucoup és grands arcs. Par exemple que A soit de 45 degrez de latitude, & allant vers l'orient directement 90 degrez de voyage, il arrivera à C; alors C ne trouvera pas que A soit à son occident, mais d'autant plus septentrional qu'emporte la latitude de A, c'est 45 degrez d'occident vers le nort, qu'on appelle Nortvvest. Tellement qu'estant en A pour aller en C, il faut commencer directement vers l'Oost, mais estant en C pour rebrousser le chemin, il faut commencer directement vers le Nordvvest, si on veut aller le droit chemin: & si A eust esté en la latitude de 57 degrez, la difference eust aussi esté (pour rebrousser chemin) de 57 degrez, c'est plus que 5 Rombs communs.

Et tant plus on navige pres le pole, d'autant plus y a-il de difference, au faict de grands voyages, ce qui est tres-necessaire d'estre sceu de ceux qui vont faire de recerche par là, autrement ils se trouveront bien loing de leur but.

Jusqu'icy a esté parlé des Cours d'orient & d'occident, qui sont tousiours cercles, mais les autres cours sont des spirales, (excepté les meridiens & l'equateur) desquels la figure & qualité sera deduite és propositions suivantes.

Definition IV.

Premier Romb, est celuy qui à chacun quart de l'horizon est prochain du meridien: les autres suivans sont dits estre second, troisieme, &c. jusques au huictiesme qui est le dernier, & ou l'equinoctial, ou un de ses parallels.

Comme au quart de l'horizon du Nord, vers l'Oost, le Romb pres le meridien (qui est le nord là) est le premier Romb appellé Nord à l'oost, le second Romb Nord-nord-oost, le tiers Romb Nord-oost à nord, & ainsi consecutivement jusqu'au huictiesme Romb, qui est l'Oost, tousiours cercle, ou l'equateur, ou un parallel à iceluy, de mesme des autres trois quartiers de l'horizon.

La raison pourquoy les cours obliques, outre ce qu'ils ont leurs noms des vents, sont encor appellez premiers, seconds, &c. est pource que les 8 d'un quartier sont semblables aux 8 d'un autre, tellement qu'il y en a tousiours 4 semblables premiers Rombs, comme Nord ten oosten, Nord ten vvesten, Zud ten oosten, Zud ten vvesten, & ainsi 4 semblables Rombs seconds, &c.

De sorte que si l'on vouloit parler du premier Romb, par le nom des vens, il en faudroit nommer 4 comme dessus.

Definition V.

Angle de position d'un lieu, est un angle fait du meridien, & de la ligne qui passe par ledit lieu, ayant son sommet où se fait l'observation.

Alb. Girard.

Comme en la figure de la premiere proposition suivante A pole, F le lieu de l'observateur, alors A F E est angle de position de E. Stevin ne met ceste definition, neantmoins elle est necessaire pour entendre les choses suivantes.

S'ensuivent les Propositions.

Ainsi comme Son Excellence en la lecture de la *Cosmographie de Pierre Appian & Gemma Frison*, estoit parvenu au chap. 15 de la premiere partie: & en apres au 7 chap. au livre de la maniere de faire la description des lieux; là où il y avoit comment par le moyen des nombres on pouvoit recognoistre l'angle de position, c'est à dire de quel costé & Romb, un lieu estoit au regard de l'autre; il passa ces choses sans les lire, pour deux raisons: l'une que le fondement, duquel l'operation estoit tirée n'y estoit pas; & l'autre, qu'il ne s'estoit pas encor exercé en la Trigonometrie. Ce qu'ayant fait puis apres, & se ressouvenant de ce qu'il avoit obmis és chapitres mentionnez, il les a voulu revoir, & à mesme fin voulu operer par d'autres manieres, faites par la cognoissance des causes; & ce non seulement touchant l'invention de l'angle de position, mais aussi de tous les termes incognus, & necessaires à la proposition suivante.

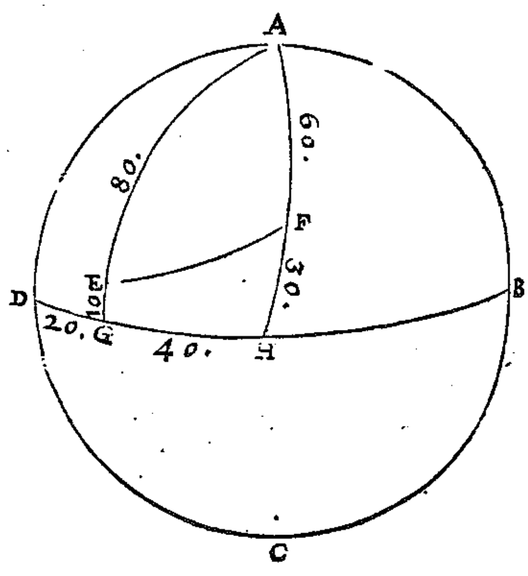
Proposition I.

Estans donnez trois termes de deux lieux, assavoir trois termes des 6 suivans: comme,

I. *Angle de position direct du premier lieu, au second.*
II. *Angle de position direct du second lieu, au premier.*
III. *Difference des longitudes.*
IV. *Latitude du premier lieu.*
V. *Latitude du second lieu.*
VI. *Distance des deux lieux.*

Trouver les trois autres termes.

Le donné. Soit A B C D le globe terrestre, & B D l'equateur, & D commencement des longitudes, A pole, E premier lieu, F second, E F arc de cercle majeur, comme distance: E G 10 degrez, & F H 30 degrez, les latitudes des deux lieux, dont les complemens seront A E 80, & A F 60 degrez, & G H la difference



des longitudes pour l'angle G A H, 40 degrez; tellement que des 6 termes, trois sont donnez, assavoir E A, A F, complemens des latitudes, & l'angle E A F, difference des longitudes.

Le requis. Il faut trouver les trois autres termes incognus, comme l'angle de position direct du premier lieu,

lieu A E F, du second lieu A F E, & la distance des lieux, c'est la grandeur de l'arc E F.

Notez que les 6 termes susdits, sont les 6 termes d'un triangle spherique, ou d'iceux on les peut inferer.

Construction. Le triangle E A F a trois termes donnez, E A, A F, & l'angle E A F; par lesquels on trouvera les trois autres, selon la 40 proposition des triangles spheriques; assavoir les angles de position A E F 55 deg. 51 ①, du Nort vers l'Orient, & A F E 109 deg. 44 ① du Nort par l'Occident vers le Zud : ou bien 19 deg. 44 ① d'Occident vers le Zud, & la distance E F 42 degr. 15 ①.

Corollaire.

D'icy s'ensuit que trois termes donnez, on trouvera les trois autres; tellement qu'il ne sera besoing d'en faire une particuliere description.

Conclusion. Estant donc donnez trois termes, &c.

Proposition II.

Naviger à cours droit.

Apres que Son Excellence eust entendu la navigation par rombs, comme on les verra cy apres, & comparant les cours droicts à iceux, comme plus courts; il luy a semblé bon que j'en escrive quelque chose, puis que l'ordre mesme le requerroit, si on s'en vouloit servir, & ainsi j'en ay fait ces deux descriptions suivantes, l'une Mechanique, l'autre Mathematique.

1 *Exemple, Mechaniquement.*

Le donné. Soyent à la fig. de la 1 definition, A & B deux lieux sur la terre, A où est le navire, & B où il doit naviger.

Le requis. On veut naviger à cours droict de A jusques à B.

Construction. On marquera un arc de cercle majeur depuis A jusques à B, tel qu'il se puisse effacer, denotant le chemin que le navire doit tenir, puis A estant posé au Zenith, posant en apres le quadrant vertical (qui est ordinairement attaché au meridien du globe) sur B, & monstrant sur l'horizon que B est (je prens) occidental de A directement. Ce qui monstre qu'il faut commencer à faire voile vers l'occident, ce qu'on fera aussi 3 ou 4 degrez, comme de A en H, & marquant le poinct H, on le fera venir au Zenith (en le posant premierement sous le meridien, & abbaissant le pole) puis adaptant le quadrant vertical sur B, comme devant, je prens qu'il monstre que B est 3 degrez d'Occident vers midy à l'esgard de H; parquoy l'on prendra tel cours de nouveau 4 ou 5 degrez de long, & soit en I, d'où l'on procedera comme dessus, & trouvera-on qu'il faudra encor changer de cours tirant plus vers le midy pour venir vers B, & faisant tousiours ainsi jusques à ce qu'on y soit parvenu, on aura fait le cours A B droit; car combien que de A en H on ayt fait un cours oblique, neantmoins tant plus on prend tels arcs, comme A H, H I fort petits, & tant plus pres du droit sera le cours entier, ce qui ne peut alors beaucoup differer, combien qu'au lieu de A H, arc de cercle majeur, on ayt navigé une partie du cercle mineur, avançant trop d'Occident vers le Nort; & que H I soit partie d'une spirale, avançant pareillement trop de l'Occident vers le Nort, qui fait que la faute tournera de ce costé là.

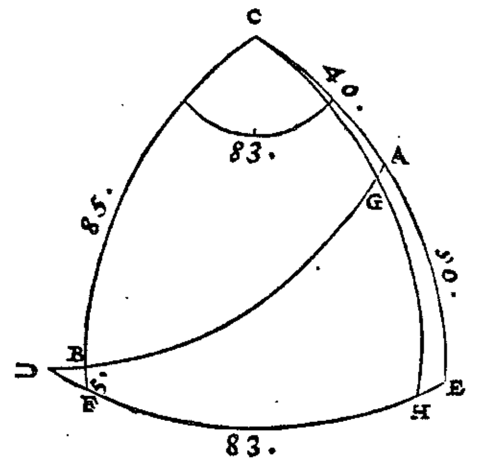
On fait bien quelque preuve; car estant en H, on verra si la latitude du lieu où l'on est, s'accorde avec celle de H, ce qu'estant ainsi ce sera signe qu'on a bien acheminé le tout, ce qui s'en ensuit, si on a bien conjecturé.

Corollaire.

Si la navigation se fait sur l'equateur, c'est une chose notoire qu'il faut tousiours diriger le navire vers l'Orient ou l'Occident; & sur le Meridien, vers le Nord ou le Zud.

2 *Exemple, Mathematiquement.*

Le donné. Soyent A & B deux lieux sur la terre, C pole, F E l'equateur, B F latitude de B, 5 degrez, A E 50 deg. latitude de A, & iceux produits se rencontreront



au pole C, ainsi que B C, C A seront les complemens des latitudes, & F E 83 deg. difference des longitudes, pour l'angle B C A.

Le requis. On veut faire un cours droit de A jusques en B, par voye Mathematique, assavoir par le moyen des triangles spheriques.

1 *Preparation.*

Je tire A B arc de cercle majeur, le produisant jusques à l'equateur en D.

1 *Partie de l'operation.*

Au triangle B C A, lequel a trois termes cognus, BC, CA, & l'angle BCA 83 deg. par lesquels on trouvera les 3 termes incognus, selon la 40 prop. des triangles spheriques, comme C A B 92 deg. 8 ① angle de position directe, & d'autant faut-il s'esloigner du Nort par l'Occident vers le Zud, c'est à dire 87 deg. 52 ① de Zud vers VVest, ce qu'on fera aussi environ 4 degrez de long, comme de A en G; & touchant les autres deux termes, l'angle C B A 39 deg. 45 ①, & A B la distance requise 81 deg. 41 ①.

2 *Preparation.*

D'autant que les triangles rectangles sont plus faciles, il seroit bon de calculer D B F, lequel ayant trois termes cognus, l'angle D B F egal à C B A 39 deg. 45 ① F droit, & B F 5 deg. par l'hypothese; alors cerchant l'angle D, qui se trouvera 50 deg. 26 ①, & D B 6 deg. 27 ①, lesquels adjoustez à B A 81, 41 ① viendra D A 88 deg. 8 ①.

2 *Partie de l'operation.*

Pour cognoistre quel cours on prendra de G vers B; je mene de C par G jusques à l'equateur EF, l'arc CGH, cóme meridien; puis par le moyen du triangle rectangle DGH, lequel a 3 termes cognus le costé DG 84 deg. 8 ① (ayant fait A G 4 deg.) l'angle D 50, 26 ①, & H droit, on cognoistra l'angle D G H 87, 45 ①, par la 34 prop.

n des

des triangles spheriques, pour le cours requis qui est 7 ① plus Meridional que tantost en A ; & tousiours ainsi jusques à B.

Notez premierement, que combien que les 7 ① cy dessus, soit une difference si petite, qu'elle ne puisse estre pratiquée avec un navire, toutefois on entend par là qu'on peut faire un plus grand arc, que n'est A G 4 deg. mais si on en eust pris une plus grande, ainsi que la difference eust esté plus remarquable, mesme qu'on en eust peu practiquer de moindre, c'eust esté un argument manifeste d'avoir pris A G trop grand pour la calculation. D'avantage il faut sçavoir qu'en arcs egaux, y a plus grande difference vers B, que non pas plus loing d'iceluy; car venant pres B, on doit prendre le cours seulement 39, 45 ① de Zud vers West (d'autant que l'angle D B F est autant) lequel est 48, 7 ① plus meridional, que non pas en A, car l'angle B A E estoit 87, 52 ①.

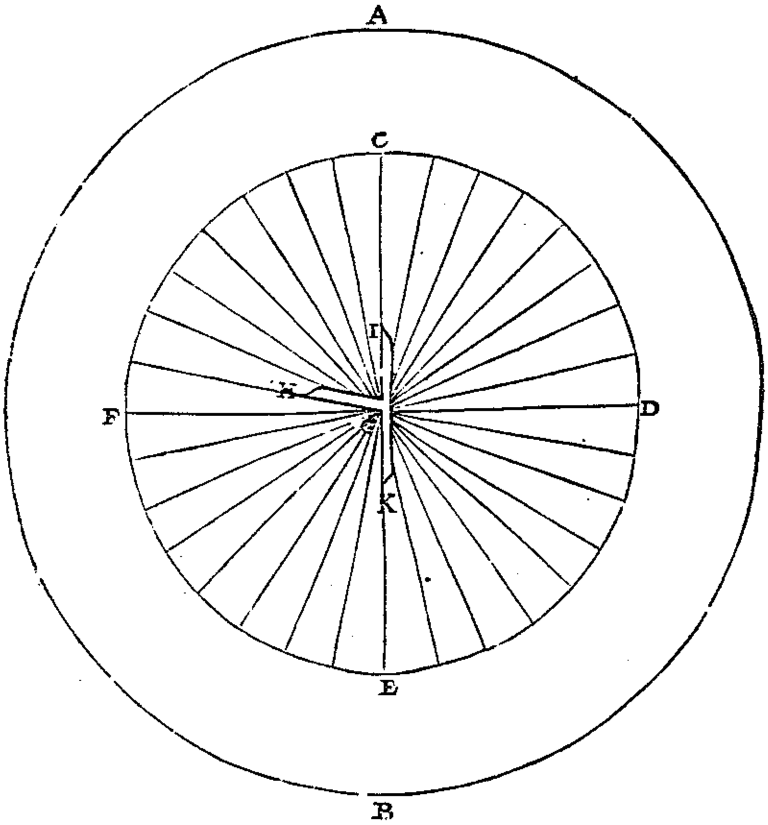
Notez secondement que si on requerroit d'avoir la latitude de G, pour esprouver si le navire, & le calcul s'accordent, il ne fraudroit que cercher G H, qui est la vraye latitude de G.

Conclusion. Nous avons donc navigé directement, selon le requis.

Proposition III.

Marquer les rombs Mechaniquement.

Ceux qui font les Globes terrestres, usent de divers moyens pour tracer les Rombs, un chacun selon la maniere qu'il estime la meilleure. Nous en declarerons icy une, non pas pour la suivre, mais pource qu'elle explique d'autant mieux le fondement de ce qu'on requiert, & qui doit estre mieux fait par apres. Soit A B un Globe, sur lequel soit un cercle mineur C D E F, dont G soit le centre, iceluy cercle divise en 32 parties

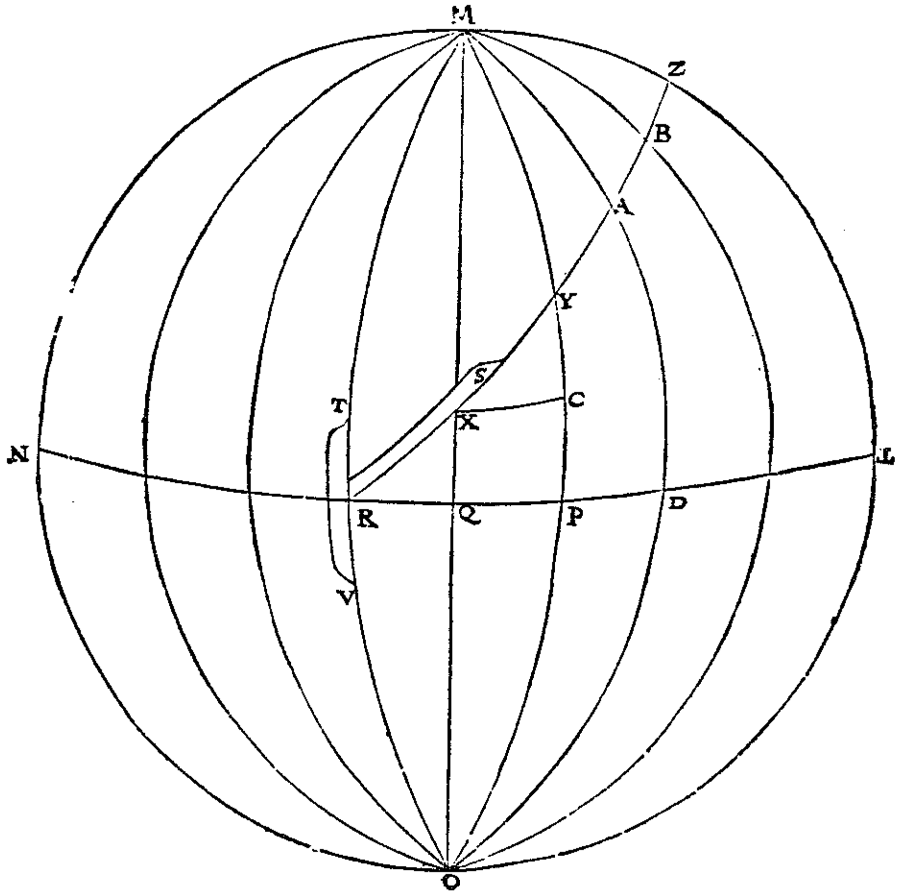


egales par des arcs passans par G, qui denotent les 32 vents communs, & soit C Nort, B Zud; FGD de West vers l'Oost, & fais un angle oblique de cuivre, comme H G I K, qui convienne sur la superfice du Globe, & ainsi des autres rombs; tellement qu'on en fera 7 de tels, pour les rombs d'entre F C; puis ayant achevé, on prend un autre Globe de mesme grandeur, comme L M N O, dont L N l'equateur, M pole arctique, O l'antarctique, puis marquant des meridiens M R O, M Q O, M P O, &c. de degrez en degrez, on vient à marquer les rombs dessus, posant un angle de cuivre susdit sur les meridiens. Par exemple on requiert le romb de Nordoost, je prens l'angle de cuivre qui a esté fait tel qu'a esté dit R S T V, posant T V sur l'un des meridiens M R O, & se sur l'equateur marquant une ligne au long de R S, jusques au meridien prochain, jusques à X : remettant donc l'angle de cuivre sur M Q O, au poinct X, comme on a fait sur R, & marqué X Y, puis Y A, &c. & ainsi tant qu'on voudra de degré en degré, voire jusques à venir assez pres du pole; or ces lignes spirales ne peuvent jamais parvenir dans le pole & se peuvent produire infiniment de part & d'autre à l'entour des poles, à parler de telle spirale Mathematiquement, mais mechaniquement un pole visible peut estre atteint.

D'icy se peut appercevoir comment on pourra faire les autres rombs, voire en commençant où l'on voudra en lieu quelconque sur le Globe.

Conclusion. Nous avons donc marqué Mechaniquement les rombs, selon le requis.

Dr



De l'incertitude de la precedente description.

Veu que par la pluralité des positions de l'angle de cuivre, il y a des defauts; il y a aussi de l'incertitude, si la chose est bien ou non, & de combien est la faute; mais nous l'avons descrit, pource que ceste maniere declare suffisamment la maniere d'y proceder par nombres, afin d'avoir le tout un peu mieux reglé, comme s'ensuit.

PROPOSITION IV.

Faire une Table des Rombs.

Le sommaire de ceste proposition est que nous devons trouver par nombres, de quelle longueur sont les arcs (de la fig. precedente) QX, PY, & autres de mesme; car tels nombres estant cognus, & les poincts X, Y, A, B, Z, marquez, puis conduisant une ligne de poinct en poinct, on aura le Romb requis; or la maniere de trouver tels arcs pourroit estre comme s'ensuit.

PREMIERE FACON DES TABLES DES ROMBS.

Soit R Z encor le quatriesme Romb, on veut trouver les arcs QX, P Y: à ceste fin, dis-je, que le triangle X Q R a trois termes cognus X R Q 45 degrez, X Q R droit, le costé R Q 1 degré: soit cerché QX, par la 36 prop. sera trouvée de 59 ①, 59 ②, puis pour avoir P Y, je mene l'arc X C parallele à Q P, alors P C sera aussi 59 ① 59 ②, comme QX: ainsi doncque du triangle Y C X on doit avoir C Y, pour l'adjouster à P C, afin d'avoir P Y: lequel a aussi 3 termes cognus, l'angle Y X C 45 deg. l'angle Y C X droit, & le costé X C 59 ① 58 ② autant fait-il par les Tables communes, qui seront aussi icy: parquoy cerchant C Y, sera trouvée de 59 ① 57 ②, lesquels adjoustez à P C 59 ① 59 ②, viendra pour P Y 1 deg. 59 ① 56 ②, & ainsi des autres.

SECONDE FACON DES TABLES DES ROMBS.

Veu que la maniere precedente seroit plus longue que le loisir que je pourrois avoir, je me serviray en sa place d'une autre ja faite par *Edvvart VVright*; & combien qu'elles ayent quelques imperfections, dequoy sera parlé en l'Appendice, toutesfois elles pourront servir à la declaration de nostre dessein.

Pour la construction des tables des rombs, on doit premierement faire une table de la somme des secantes, de 10 ① à 10 ①, ou moins, comme s'ensuit:

Secante de 10 ① fait 10000042.
A laquelle adjoustée la secante de 20 ①, 10000168, fait 20000210.
A laquelle somme adjoustée la secante de 30 ①, 10000381, fait 30000591.

Et ainsi consecutivement, puis ayant achevé, on coupera 5 lettres en queüe, & sera une table comme s'ensuit.

ALB. GIRARD.

De ces Tables-cy le docte Snellius *en a fait, avec d'autres, au livre intitulé* Tiphys Batavus, *en l'an 1624. & vont de minute en minute jusques à 70 degrez.*

n 2 TABLES

deg	Ⓘ	secant.	deg	Ⓘ	secant.	deg	Ⓘ	secant.	deg	Ⓘ	secant.	deg	Ⓘ	secant.	deg	Ⓘ	secant.
0	10	100	10	10	6132	20	10	12358	30	10	18999	40	10	26358	50	10	34902
0	20	200	10	20	6234	20	20	12464	30	20	19115	40	20	26489	50	20	35058
0	30	300	10	30	6335	20	30	12571	30	30	19231	40	30	26621	50	30	35215
0	40	400	10	40	6437	20	40	12678	30	40	19347	40	40	26752	50	40	35373
0	50	500	10	50	6539	20	50	12785	30	50	19464	40	50	26884	50	50	35531
1	0	600	11	0	6641	21	0	12892	31	0	19580	41	0	27017	51	0	35690
1	10	700	11	10	6743	21	10	12999	31	10	19697	41	10	27149	51	10	35849
1	20	800	11	20	6845	21	10	13106	31	20	19814	41	20	27282	51	20	36009
1	30	900	11	30	6947	21	30	13213	31	30	19931	41	30	27416	51	30	36169
1	40	1000	11	40	7049	21	40	13321	31	40	20048	41	40	27549	51	40	36330
1	50	1100	11	50	7151	21	50	13429	31	50	20166	41	50	27683	51	50	36491
2	0	1200	12	0	7253	22	0	13537	32	0	20284	42	0	27818	52	0	36654
2	10	1300	12	10	7355	22	10	13645	32	10	20402	42	10	27953	52	10	36816
2	20	1400	12	20	7458	22	20	13753	32	20	20520	42	20	28088	52	20	36980
2	30	1500	12	30	7560	22	30	13861	32	30	20639	42	30	28223	52	30	37144
2	40	1601	12	40	7662	22	40	13969	32	40	20757	42	40	28359	52	40	37308
2	50	1701	12	50	7765	22	50	14078	32	50	20876	42	50	28495	52	50	37473
3	0	1801	13	0	7868	23	0	14186	33	0	20995	43	0	28632	53	0	37639
3	10	1901	13	10	7970	23	10	14295	33	10	21115	43	10	28769	53	10	37806
3	20	2001	13	20	8073	23	20	14404	33	20	21234	43	20	28906	53	20	37973
3	30	2101	13	30	8176	23	30	14513	33	30	21354	43	30	29044	53	30	38141
3	40	2201	13	40	8279	23	40	14622	33	40	21474	43	40	29182	53	40	38309
3	50	2302	13	50	8382	23	50	14731	33	50	21594	43	50	29320	53	50	38478
4	0	2402	14	0	8485	24	0	14840	34	0	21715	44	0	29459	54	0	38648
4	10	2502	14	10	8588	24	10	14950	34	10	21836	44	10	29598	54	10	38819
4	20	2602	14	20	8691	24	20	15060	34	20	21957	44	20	29738	54	20	38990
4	30	2703	14	30	8794	24	30	15170	34	30	22078	44	30	29878	54	30	39161
4	40	2803	14	40	8897	24	40	15280	34	40	22199	44	40	30018	54	40	39334
4	50	2903	14	50	9001	24	50	15390	34	50	22321	44	50	30159	54	50	39508
5	0	3004	15	0	9104	25	0	15500	35	0	22443	45	0	30300	55	0	39682
5	10	31	15	10	9208	25	10	15610	35	10	22565	45	10	30442	55	10	39857
5	20	3205	15	20	9312	25	20	15721	35	20	22688	45	20	30584	55	20	40032
5	30	3305	15	30	9415	25	30	15832	35	30	22811	45	30	30726	55	30	40208
5	40	3405	15	40	9519	25	40	15942	35	40	22934	45	40	30869	55	40	40385
5	50	3506	15	50	9623	25	50	16053	35	50	23057	45	50	31013	55	50	40563
6	0	3606	16	0	9727	26	0	16165	36	0	23180	46	0	31156	56	0	40741
6	10	3707	16	10	9831	26	10	16276	36	10	23304	46	10	31301	56	10	40921
6	20	3808	16	20	9935	26	20	16388	36	20	23428	46	20	31445	56	20	41101
6	30	3908	16	30	10039	26	30	16499	36	30	23552	46	30	31590	56	30	41282
6	40	4009	16	40	10144	26	40	16611	36	40	23677	46	40	31736	56	40	41463
6	50	4110	16	50	10248	26	50	16723	36	50	23802	46	50	31882	56	50	41646
7	0	4210	17	0	10353	17	0	16835	37	0	23927	47	0	32028	57	0	41829
7	10	4311	17	10	10457	27	10	16947	37	10	24052	47	10	32175	57	10	42013
7	20	4412	17	20	10562	27	20	17060	37	20	24178	47	20	32322	57	20	42198
7	30	4513	17	30	10667	27	30	17173	37	30	24304	47	30	32470	57	30	42384
7	40	4614	17	40	10772	27	40	17285	37	40	24430	47	40	32618	57	40	42570
7	50	4715	17	50	10877	27	50	17398	37	50	24556	47	50	32767	57	50	42758
8	0	4815	18	0	10982	28	0	17512	38	0	24683	48	0	32916	58	0	42946
8	10	4916	18	10	11087	28	10	17625	38	10	24810	48	10	33066	58	10	43135
8	20	5018	18	20	11192	28	20	17738	38	20	24938	48	20	33216	58	20	43325
8	30	5119	18	30	11298	28	30	27852	38	30	25065	48	30	33367	58	30	43516
8	40	5220	18	40	11403	28	40	17966	38	40	25193	48	40	33518	58	40	43708
8	50	5321	18	50	11509	28	50	18080	38	50	25321	48	50	33670	58	50	43901
9	0	5422	19	0	11615	29	0	18194	39	0	25450	49	0	33822	59	0	44095
9	10	5523	19	10	11720	29	10	18309	39	10	25579	49	10	33975	59	10	44289
9	20	5625	19	20	11826	29	20	18423	39	20	25708	49	20	34128	59	20	44485
9	30	5726	19	30	11932	29	30	18538	39	30	25837	49	30	34282	59	30	44681
9	40	5827	19	40	12038	29	40	18653	39	40	25967	49	40	34436	59	40	44879
9	50	5929	19	50	12145	29	50	18768	39	50	26097	49	50	34591	59	50	45078
10	0	6030	20	0	12251	30	0	18884	40	0	26228	50	0	34746	60	0	45277

deg	①	secant.	deg	①	secant.	deg	①	secant.
60	10	45478	70	10	59960	80	10	84354
60	20	45679	70	20	60257	80	20	84945
60	30	45882	70	30	60555	80	30	85546
60	40	46085	70	40	60856	80	40	86158
60	50	46290	70	50	61159	80	50	86781
61	0	46496	71	0	61465	81	0	87415
61	10	46703	71	10	61774	81	10	88061
61	20	46911	71	20	62085	81	20	88719
61	30	47120	71	30	62399	81	30	89389
61	40	47330	71	40	62716	81	40	90073
61	50	47541	71	50	63035	81	50	90771
62	0	47754	72	0	63357	82	0	91483
62	10	47967	72	10	63682	82	10	92210
62	20	48182	72	20	64011	82	20	92952
62	30	48398	72	30	64342	82	30	93711
62	40	48616	72	40	64676	82	40	94486
62	50	48834	72	50	65014	82	50	95280
63	0	49054	73	0	65354	83	0	96091
63	10	49275	73	10	65698	83	10	96923
63	20	49497	73	20	66045	83	20	97775
63	30	49720	73	30	66396	83	30	98648
63	40	49945	73	40	66750	83	40	99544
63	50	50171	73	50	67107	83	50	100464
64	0	50399	74	0	67468	84	0	101409
64	10	50628	74	10	67833	84	10	102380
64	20	50858	74	20	68202	84	20	103380
64	30	51090	74	30	68574	84	30	104409
64	40	51323	74	40	68950	84	40	105471
64	50	51557	74	50	69331	84	50	106565
65	0	51793	75	0	69715	85	0	107696
65	10	52030	75	10	70104	85	10	108865
65	20	52269	75	20	70497	85	20	110075
65	30	52510	75	30	70894	85	30	111328
65	40	52752	75	40	71296	85	40	112630
65	50	52995	75	50	71703	85	50	113982
66	0	53241	76	0	72114	86	0	115389
66	10	53487	76	10	72530	86	10	116856
66	20	53736	76	20	72951	86	20	118389
66	30	53986	76	30	73377	86	30	119993
66	40	54237	76	40	73808	86	40	121675
66	50	54491	76	50	74245	86	50	123444
67	0	54746	77	0	74687	87	0	125209
67	10	55003	77	10	75134	87	10	127180
67	20	55262	77	20	75588	87	20	129272
67	30	55522	77	30	76047	87	30	131498
67	40	55784	77	40	76512	87	40	133879
67	50	56049	77	50	76984	87	50	136437
68	0	56315	78	0	77462	88	0	139200
68	10	56583	78	10	77947	88	40	142205
68	20	56853	78	20	78438	88	20	145497
68	30	57124	78	30	78937	88	30	149139
68	40	57398	78	40	79442	88	40	153213
68	50	57674	78	50	79955	88	50	157834
69	0	57953	79	0	80476	89	0	163176
69	10	58233	79	10	81004	89	10	169501
69	20	58515	79	20	81541	89	20	177259
69	30	58800	79	30	82085	89	30	187284
69	40	59086	79	40	82639	89	40	201513
69	50	59375	79	50	83201	89	50	226223
70	0	59667	80	0	83773	90	0	000000

Ceste preparation de table des secantes sommées, estant faite, nous viendrons à la construction des tables des rombs, & soit à la figure precedente R Z le premier romb, ainsi que l'angle X R Q du triangle X R Q fait 78 deg. 45 ①; or pour trouver l'arc Q X, je prens que le triangle X R Q soit plat, pour sa petitesse, & trouve iceluy avoir trois termes cognus, X Q R droit, X R Q 78, 45 ①, & le costé Q R 1 degré, par lesquels on trouvera que QX est 5 deg. 1 ①, lequel je mets à la table des rombs, au premier alendroit de 1 degré de longitude dans la colomne de latitude. Maintenant pour trouver les latitudes de ceste table par quelque briefveté, je cerche dans la somme des tables des secantes, quel nombre est alendroit des susdits 5 deg. 1 ①, & trouve 3014, car les 5 degrez ont 3004, auquel adjousté 10 pour la partie proportionnelle de 1 ①: viendra 3014, lequel me servira communement pour trouver les nombres de P Y, D A, & autres semblables: ainsi, A 3014 adjousté encor 3014, vient 6028, qui dans les tables des sommes des secantes est alendroit de 10 deg. qu'il faut mettre dans la table suivante du premier romb, dans les latitudes alendroit de la longitude de 2 degrez, comme pour P Y. De mesme à 6028 j'adjouste 3014, vient 9042, qui se rapporte dans la table precedente à 14 deg. 54 ①, lequel il faut poser à la table suivante joignant les 3 degr. de longitude, comme pour D A. Et ainsi des autres rombs.

Aux susdites longitudes & latitudes des rombs j'y ay adjoinct les distances, pour les arcs R X, R Y, R A, &c. afin que sans Globe terrestre, ou carte plane, on puisse par les nombres respondre & resoudre ce qui concerne les rombs, comme on verra és propositions suivantes; on trouve R X au triangle X Q R comme plat, de 5 deg. 6 ① 54 ②, qu'il faut mettre joignant la latitude alendroit de 1 degr. de longitude; on trouvera R Y ainsi comme la precedente ligne R X, car au triangle rectangle X C Y comme plat, l'angle X Y C est le nombre du premier romb, assavoir de 78 deg. 45 ① & le costé C Y 4 deg. 59 ①, comme on peut inferer de la table suivante; car ostant P C 5, 1 ① (egale à Q X) de P Y 10 deg. restera pour C Y, comme dit est: donc on trouvera X Y 5, 12 ① 54 ② qu'il faut adjouster avec R X 5, 6 ① 54 ② viendra pour R Y 10 deg. 19 ① 48 ②, lequel je mets dans la colomne des distances alendroit des 2 degrez de longitude dans la table du premier romb, & ainsi de R A, & tout le reste, combien qu'elles ne soyent és tables, à cause du peu de loisir, & de l'imperfection desdites tables.

PREMIER ROMB.

long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①	long. deg.	latit. deg. ①	distance deg. ①
1	5 1	5 7	31	82 27		61	89 27		91	87 31		121	89 17		152	89 45	
2	10 0	10 20	32	83 5		62	89 29		92	87 37		122	89 19		154	89 49	
3	14 54		33	83 39		63	89 32		93	87 43		123	89 21		156	89 49	
4	19 42		34	84 11		64	89 34		94	87 48		124	89 22		158	89 50	
5	24 22		35	84 40		65	89 36		95	87 54		125	89 24		160	89 51	
6	28 51		36	85 7		66	89 38		96	87 59		126	89 25		162	89 52	
7	33 10		37	85 32		67	89 40		97	88 4		127	89 27		164	89 52	
8	37 16		38	85 54		68	89 41		98	88 9		128	89 28		166	89 53	
9	41 9		39	86 15		69	89 43		99	88 13		129	89 29		168	89 53	
10	44 50		40	86 33		70	89 44		100	88 18		130	89 30		170	89 54	
11	48 17		41	86 51		71	89 46		101	88 22		131	89 32		172	89 54	
12	51 31		42	87 7		72	89 47		102	88 26		132	89 33		174	89 55	
13	54 32		43	87 21		73	89 48		103	88 30		133	89 34		176	89 55	
14	57 21		44	87 35		74	89 49		104	88 33		134	89 35		178	89 55	
15	59 58		45	87 47		75	89 50		105	88 37		135	89 36		180	89 56	
16	62 23		46	87 58		77	89 51		106	88 40		136	89 37		183	89 56	
17	64 38		47	88 8		79	89 52		107	88 44		137	89 38		186	89 56	
18	66 42		48	88 17		81	89 [illegible]		108	88 47		138	89 39		189	89 57	
19	68 36		49	88 26		83	89 54		109	88 50		139	89 39		192	89 57	
20	70 22		50	88 34		85	89 55		110	88 52		140	89 40		195	89 57	
21	71 59		51	88 41		87	89 56		111	88 55		141	89 41		198	89 57	
22	73 29		52	88 47		90	89 56		112	88 58		142	89 42		201	89 58	
23	74 51		53	88 53		93	89 57		113	89 0		143	89 42		204	89 58	
24	76 6		54	88 59		96	89 58		114	89 3		144	89 43		207	89 58	
25	77 16		55	89 4		99	89 58		115	89 5		145	89 44		210	89 58	
26	78 19		56	89 9		102	89 58		116	89 7		146	89 44		213	89 58	
27	79 18		57	89 13		105	89 58		117	89 9		147	89 45		216	89 58	
28	80 11		58	89 17		108	89 59		118	89 12		148	89 46		219	89 58	
29	81 0		59	89 20		111	89 59		119	89 13		149	89 46		222	89 58	
30	81 46		60	89 24		114	89 59		120	89 15		150	89 47		225	89 59	

DEUXIESME ROMB.

1	2 24		31	59 41		61	81 14	
2	4 49		32	60 53		62	81 36	
3	7 13		33	62 2		63	81 56	
4	9 36		34	63 8		64	82 16	
5	11 58		35	64 13		65	82 35	
6	14 20		36	65 14		66	82 54	
7	16 39		37	66 14		67	83 11	
8	18 57		38	67 11		68	83 28	
9	21 13		39	68 6		69	83 44	
10	23 27		40	68 59		70	83 59	
11	25 39		41	69 50		71	84 14	
12	27 48		42	70 39		72	84 28	
13	29 55		43	71 26		73	84 42	
14	31 59		44	72 11		74	84 55	
15	34 1		45	72 55		75	85 8	
16	35 59		46	73 36		76	85 20	
17	37 55		47	74 16		77	85 31	
18	39 48		48	74 55		78	85 42	
19	41 37		49	75 32		79	85 53	
20	43 24		50	76 7		80	86 3	
21	45 8		51	76 41		81	86 13	
22	46 49		52	77 14		82	86 22	
23	48 26		53	77 45		83	86 31	
24	50 1		54	78 15		84	86 40	
25	51 32		55	78 44		85	86 48	
26	53 1		56	79 12		86	86 56	
27	54 27		57	79 38		87	87 4	
28	55 49		58	80 4		88	87 11	
29	57 9		59	80 28		89	87 18	
30	58 26		60	80 52		90	87 25	

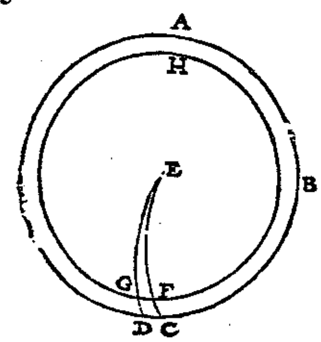
TROISIESME ROMB.

1	1 29		31	42 1		61	67 1	
2	2 59		32	43 7		62	67 35	
3	4 29		33	44 12		63	68 9	
4	5 58		34	45 16		64	68 42	
5	7 27		35	46 18		65	69 14	
6	8 56		36	47 20		66	69 46	
7	10 25		37	48 20		67	70 16	
8	11 53		38	49 17		68	70 46	
9	13 20		39	50 17		69	71 15	
10	14 47		40	51 14		70	71 44	
11	16 14		41	52 10		71	72 12	
12	17 40		42	53 4		72	72 30	
13	19 5		43	53 57		73	73 5	
14	20 30		44	54 50		74	73 31	
15	21 53		45	55 41		75	73 56	
16	23 16		46	56 31		76	74 21	
17	43 38		47	57 20		77	74 45	
18	25 59		48	58 8		78	75 8	
19	27 20		49	58 55		79	75 31	
20	28 39		50	59 40		80	75 53	
21	29 57		51	60 25		81	76 14	
22	31 14		52	61 9		82	76 35	
23	32 31		53	61 52		83	76 56	
24	33 46		54	62 34		84	77 16	
25	35 0		55	63 15		85	77 36	
26	36 13		56	63 55		86	77 55	
27	37 25		57	64 34		87	78 13	
28	38 36		58	65 12		88	78 31	
29	39 45		59	65 49		89	78 49	
30	40 55		60	66 23		90	79 6	

Jusques icy sont descrits les sept rombs, & non le huictiesme, d'autant qu'il est cercle parfait, parallel, ou l'equateur mesme ; desquels il n'est besoing que de la distance, à quoy la table suivante servira.

DE LA CONSTRUCTION DE LA table du huictiesme romb, ou bien des parallels.

Soit A B C D une sphere, A B C D equateur, E pole F G H parallel, CD un degré comme difference de longitude entre les poincts D, C : soyent menez les quadrans E D, E C, & soit G D ; je prens 10 degrez pour la latitude du parallel, parquoy G F sera moindre à D C, côbien que G F soit 1 degré de son cercle; mais le tout est de pouvoir reduire les arcs des parallels en degrez, & ①, ② de l'equateur, assavoir que les parties de l'equateur soyent mesures des autres, comme si on les vouloit tous remettre sur iceluy pour les mesurer.



Le donné. Soit donc 1 degré de longitude en un parallel qui a 10 degrez de latitude.

Le requis. Il faut trouver combien de ① & ② d'equateur, fait ce degré de parallel.

CONSTRVCTION.

Le raid 10000000.
Donne sinus de complement des 10 degrez 9848078.
Combien 1 degré de l'equateur faisant 60①
Viendra pour le requis 59 ① 5 ②.
Comme il est en la table suivante, & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

Comme le raid de l'equateur, au raid du parallel, ainsi la grandeur d'un arc de l'equateur à la grandeur d'un arc semblable sur le parallel ; soit de quelle mesure qu'on les vueille mesurer. Or on compare les arcs du parallel à l'arc mesuré de l'equateur, donc le nombre de solution sera la grandeur de l'arc requis : quant au sinus de G E, complement de D G 10 deg. c'est le raid du parallel.

La construction des tables ainsi declarée, nous y avons adjoinct les tables descrites en la Cosmographie de *Pierre Appian*, premiere partie, chap. 13. comme s'ensuit.

TABLE DU HUICTIESME ROMB, MONSTRANT combien fait 1 degré de chacun parallel, mesuré par ① & ② de l'equateur.

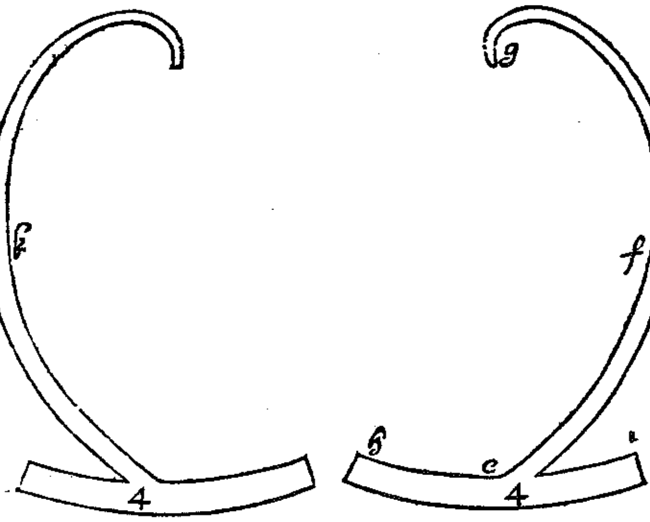
latitude du parallel, deg.	①	1 degré de longit. fait ①	②		latitude du parallel, deg.	①	1 degré de longit. fait ①	②		latitude du parallel, deg.	①	1 degré de longit. fait ①	②		latitude du parallel, deg.	①	1 degré de longit. fait ①	②		latitude du parallel, deg.	①	1 degré de longit. fait ①	②		latitude du parallel, deg.	①	1 degré de longit. fait ①	②	
0	30	59	59	0	16	0	57	40	9	31	0	51	25	16	46	0	41	40	23	61	0	29	5	28	76	0	14	30	30
1	0	59	59	1	16	30	57	31	9	31	30	51	9	17	46	30	41	18	23	61	30	28	37	28	76	30	14	0	31
1	30	59	58	1	17	0	57	22	9	32	0	50	52	17	47	0	40	55	23	62	0	28	10	28	77	0	13	29	31
2	0	59	57	1	17	30	57	13	10	32	20	50	36	17	47	30	40	32	23	62	30	27	42	28	77	30	12	59	31
2	30	59	56	1	18	0	57	3	10	33	0	50	19	17	48	0	40	8	23	63	0	27	14	28	78	0	12	28	31
3	0	59	55	2	18	30	56	53	10	33	30	50	2	18	48	30	39	43	24	63	30	26	46	28	78	30	11	57	31
3	30	59	53	2	19	0	56	43	10	34	0	49	44	18	49	0	39	21	24	64	0	26	18	28	79	0	11	26	31
4	0	59	51	2	19	30	56	33	11	34	30	49	6	18	49	30	38	58	24	64	30	25	49	28	79	30	10	56	31
4	30	59	48	2	20	0	56	22	11	35	0	49	8	18	50	0	38	34	24	65	0	25	21	29	80	0	10	25	31
5	0	59	46	8	20	30	56	11	11	35	30	48	50	18	50	30	38	9	24	65	30	24	52	29	80	30	9	54	31
5	30	59	43	3	21	0	56	0	12	36	0	48	32	18	51	0	37	45	24	66	0	24	24	29	81	0	9	23	31
6	0	59	40	3	21	30	55	49	12	36	30	48	14	19	51	30	37	21	25	66	30	23	55	29	81	30	8	52	31
6	30	59	36	3	22	0	55	37	12	37	0	47	55	19	52	0	36	56	25	67	0	23	26	29	82	0	8	21	31
7	0	59	33	4	22	30	55	25	12	37	30	47	36	19	52	30	36	31	25	67	30	22	57	29	82	30	7	49	31
7	30	59	29	4	23	0	55	13	13	38	0	47	16	19	53	0	36	6	25	68	0	22	28	29	83	0	7	18	31
8	0	59	24	4	23	30	55	1	13	38	30	46	57	20	53	30	35	41	25	68	30	21	59	29	83	30	6	47	31
8	30	59	20	5	24	0	54	48	13	39	0	46	37	20	54	0	35	16	26	69	0	21	30	29	84	0	6	16	31
9	0	59	15	5	24	30	54	35	13	39	30	46	17	20	54	30	34	50	26	69	30	21	30	30	84	30	5	45	31
9	30	59	10	5	25	0	54	22	14	40	0	45	57	20	55	0	34	24	26	70	0	20	31	30	85	0	5	13	31
10	0	59	5	6	25	30	54	9	14	40	30	45	37	21	55	30	34	59	26	70	30	20	1	30	85	30	4	42	31
10	30	58	59	6	26	0	53	55	14	41	0	45	16	21	56	0	33	33	26	71	0	19	32	30	86	0	4	11	31
11	0	58	53	6	26	30	53	41	14	41	30	44	56	21	56	30	33	6	26	71	30	19	2	30	86	30	3	39	31
11	30	58	47	6	27	0	53	27	15	42	0	44	35	22	57	0	32	40	27	72	0	18	32	30	87	0	3	8	31
12	0	58	41	7	27	30	53	13	15	42	30	44	14	22	57	30	32	14	27	72	30	18	2	30	87	30	2	37	31
12	30	58	34	7	28	0	52	58	15	43	0	43	52	22	58	0	31	47	27	73	0	17	32	30	88	0	2	5	31
13	0	58	27	7	28	30	52	43	15	43	30	43	31	22	58	30	31	21	27	73	30	17	2	30	88	30	1	34	31
13	30	58	20	7	29	0	52	28	16	44	0	43	9	22	59	0	30	54	27	74	0	16	32	30	89	0	1	2	31
14	0	58	13	8	29	30	52	13	16	44	30	42	47	22	59	30	30	27	27	74	30	16	2	30	89	30	0	31	31
14	30	58	5	8	30	0	51	57	16	45	0	42	25	23	60	0	30	0		75	0	15	31	30	90	0	0	0	31
15	0	57	57	8	30	30	51	41		45	30	42	3		60	30	29	32		75	30	15	1	30					
15	30	57	49																										

Ayant

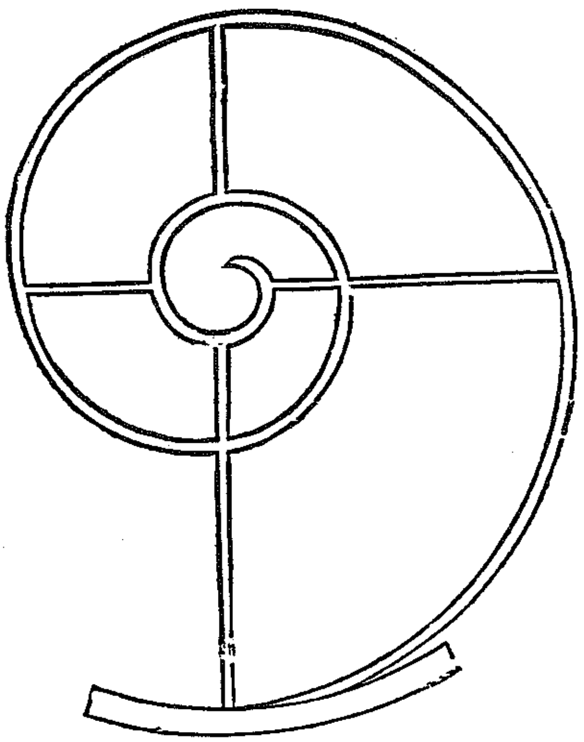
Ayant ainſi deſcrit les 7 rombs, de degré en degré de longitude, combien ils ont de latitude, d'où appert comment on les pourra deſcrire ſur les Globes terreſtres avec grand' certitude, avec des poincts, puis des lignes de l'un à l'autre, pour chacun romb : Les tables ſervent auſſi pour eſprouver ſi les rombs deſia faicts ſur les Globes qu'on rencontre ſont bien ou non.

DE LA FABRIQVE DES ROMBS DE CUIVRE.

Ce ne ſeroit pas choſe mal à propos de faire 7 Rombs de cuivre à droit, & 7 à gauche, avec un reglet H I pour poſer ſur l'equateur, afin que le romb ſoit bien poſé ſur le Globe, qu'ils ſoient auſſi concaves pour convenir ſur



la ſuperfice du Globe; & les marquer 1, 1, 2, 2, &c. comme cy deſſous, pour denoter le quantieſme romb eſt un chacun, & s'il y a beaucoup de tours, qu'ils ſoyent retenus comme le ſuivant, d'autant qu'eſtant autrement trop foible, il ſeroit inutile; mais ceux qui ne font pas de tours de ſuffiſante longueur, pourront eſtre faits un peu plus



larges ſans retinacle, comme les quatrieſmes icy de Noord-ooſt & Zud-weſt, ils pourroyent apporter beaucoup de facilité; car de tracer ſur les Globes à tous momens, cela eſt faſcheux, ils ſeront propres pour les choſes ſuivantes auſſi; touchant les parallels on n'a que faire d'en faire de cuivre.

Concluſion. Nous avons donc marqué des rombs, ſelon le requis.

PROPOSITION V.

Estant donnée la difference des longitudes, de deux lieux de mesme latitude, aussi leur latitude; trouver leur romb & distance.

NOTEZ.

Nous resoudrons les propositions suivantes en trois manieres, assavoir par les rombs de cuivre, & par le Globe où les rombs sont marquez, ce qui est Mechaniquement, puis Mathematiquement par les nombres.

Or ceste-cy ny la suivante n'ont besoing des rombs de cuivre, d'autant qu'il est necessaire seulement du huictiesme.

Le donné. La difference de longitude soit 30 degrez, & la latitude commune soit 24 degrez.

Le requis. Il faut trouver leur romb & distance.

1 Operation, avec le Globe marqué.

Puis que les deux lieux sont de mesme latitude, il est certain que leur romb est le huictiesme, Occidental ou Oriental.

Pour la distance, si les deux lieux donnés, se rencontroyent sur un parallel marqué, il ne faudroit que prendre la longueur dudit parallel avec le compas, l'ouvrant si peu que la difference entre la ligne droite imaginée entre ses deux pointes & la courbe du Globe, soit imperceptible, comme l'ouverture soit de 1 degré de l'equateur, alors on auroit assez pres la distance requise: toutefois tant plus que c'est pres du pole, & tant moins y auroit-il de certitude ainsi, au contraire le plus pres de l'equateur, seroit avec moindre erreur: & finalement on trouvera que la distance requise sera 27 deg. 24 (1).

Que si le parallel n'est marqué sur le Globe, on ensuivra par discretion son arc le mieux qu'on pourra: ce qui pourra servir de guide, maniant le cours du compas parallel au prochain cercle parallel.

NOTEZ.

On pourroit requerir combien de lieuës feroyent les susdits 27 deg. 24 (1), ce qui ne pourroit pas bien estre defini en general, veu que chaque pays fait les lieuës selon que bon luy semble. Et partant doresenavant nous conterons les distances par degrez seulement, laissant les lieuës à la volonté de ceux qui les voudront adapter, chacun à la maniere de son pays. On conte ordinairement qu'un degré est 18 heures de chemin, comme on marche communement: Et chacune heure de 8000 pas, ou 1500 verges de Rinlande, tellement que le pas revient à $2\frac{1}{4}$ pieds de Rinlande. Mais toutefois il seroit à desirer que les Mariniers usassent de degrez & (1) pour s'entendre l'un l'autre d'autant mieux.

ALB. GIRARD.

Le docte Snellius *a mesuré la grandeur d'un degré, & l'a trouvé estre de 28500 verges de Rinlande, & en a fait un traité particulier, intitulé* Eratosthenes Batavus: *Or chacune verge contient 12 pieds de Rinlande, lesquels s'accordent avec les pieds Romains; le mesme Autheur prend 19 heures de chemin pour un degré; chacune de 18000 pieds de Rinlande; mais on souloit tousiours conter 15 lieuës d'Alemaigne pour un degré, tellement qu'au mesme compte chacune feroit 22800 pieds. Touchant les Tables des Rombs il en a fait aussi un livre particulier, intitulé* Tiphys Batavus, *duquel il me souvient m'avoir dit autrefois que la maniere de calculation qu'il monstre là, est plus facile & plus exacte de beaucoup que l'ordinaire: finalement à ce compte-là seroit, comme* Snellius *escrit,*

Le diametre de la terre 3265860 verges de Rinlande.
Le circuit d'icelle 10260000 verges.
La superfice 33507717774840 verges quarrees.
Et la solidité 18238592203779153264 verges cubiques.

Le pied de Rinlande, ou de Rome, estant de 1000 parties:

Le pied d'Amsterdam sera de	904.
Dort	1050.
La Brille	1060.
Midelbourg en Zeelande	960.
Anvers, aussi Louvain	909.
Malines	890.
Londres & par toute l'Angleterre	968.
Breme, aussi Hafniensis en Danemarc	934.
Paris, selon Buteon le pied de Roy, environ	1055.
Venise, environ (selon Bonaj. Lorini.)	1120.
Tolette	867.
Noremberg	974.
Straesburg	891.
Bavierre	924.
Grece antique	1042.
Babylone	1172.
Samien	1100.
Antiochien	1360.

2 Operation, par les nombres.

Pource que les deux latitudes sont egales, le romb sera le huictiesme: Et alors cerchant dans la table d'iceluy en la quatriesme proposition, la latitude donnée 24 deg. on trouvera qu'un degré de longitude sera 54 (1), 48 (2): Disant donc, si 1 degré de longitude fait 54 (1), 48 (2), combien les 30 degrez donnés de longitude? viendra 27 deg. 24 (1) pour la distance requise, dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc données les differences de longitude, &c.

PROPOSITION VI.

Estant donnée la distance, aussi la latitude de deux poincts sur la terre, de mesme latitude: trouver leur romb, & la difference de longitude.

Le donné. Soyent deux poincts distans de 27 deg. 24 (1), & leur latitude 24 degrez.

Le requis. Il faut trouver leur romb, & la difference de longitude.

1 Operation, par le Globe marqué.

Premierement le romb sera le huictiesme, à cause qu'ils sont de mesme latitude.

Puis il ne faut que marquer les deux poincts sur le Globe, prenant 1 degré de l'equateur avec le compas, & faire une distance de 27 deg. 24 (1) sur le Globe, faisant tourner les extremitez sous le meridien, alors on aura sur l'equateur la difference de longitude, assavoir de 30 deg.

2 Operation, par les nombres.

D'autant que les deux latitudes données sont egales, le romb requis sera le huictiesme.

Pour trouver la difference des longitudes, il faut cercher (en la table du huictiesme Romb descrite à la quatriesme proposition) la latitude de 24 degrez, où se rencontre 54 (1) 48 (2) pour la difference de longitude de 1 degré; disant puis apres 54 (1) 48 (2) donne 1 degré

1 degré, combiem 27 deg. 24 ①: viendra 30 degrez pour la difference de longitude requise.

Conclusion. Estant donc donnée la distance, aussi la latitude, nous avons trouvé leur romb, & la difference des longitudes, selon le requis.

Proposition VII.

Le romb & latitudes de deux poincts estant donnés: Trouver la difference des longitudes & leurs distances (lors que les latitudes sont inegales.)

On sçait que si les latitudes estoyent inegales, que le romb requis seroit le huictiesme; & si c'estoit le huictiesme que les latitudes seroyent egales; & puis que la difference des longitudes, & la distance, se trouvent icy par diverses latitudes, & qu'à ce que dessus il n'y en a point; on ne pourroit par ce moyen trouver la difference des latitudes, ny la distance: c'est donc à ceste fin que la parenthese est inserée en la proposition, d'où s'ensuit que quand les latitudes sont presques egales, assavoir que le romb est fort pres du huictiesme, qu'alors la solution en sera d'autant moins exacte.

Le donné. Soit des deux poincts proposés l'une latitude Occidentale 5 deg. 59 ①, & l'autre latitude 28 deg. 42 ①, & leur romb soit le quatriesme.

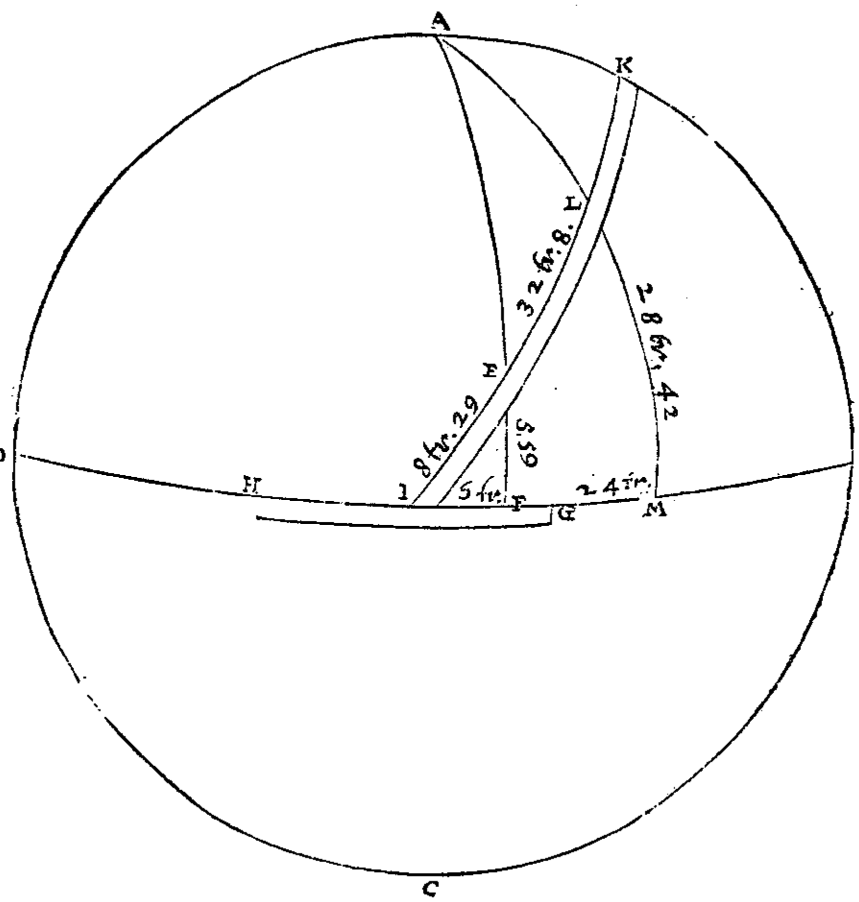
Le requis. Il faut trouver la difference de leurs longitudes, & leur distance.

1 Operation, par le romb de cuivre.

Soit A B C D un Globe terrestre, A pole, B D l'equateur, sur lequel soit marqué un poinct occulte E, ainsi que sa latitude F E soit 5 deg. 59 ① pour celle du poinct Occidental; & adapte le quatriesme romb de cuivre H G I K (selon l'hypothese) sur le Globe, tellement que sa reigle H G soit sur l'equateur, & le romb I K passe par le poinct E: D'avantage tournant le Globe vers l'Occident (pource que l'autre poinct est vers l'Orient) jusques à ce que le romb coupe le meridien en la latitude donnée de 28 deg. 42 ①, comme en L, alors on trouvera que F M la difference des longitudes sera 24 degrez; & E L la distance de 32 deg. 8 ①, laquelle on mesurera selon qu'il a esté monstre en la premiere operation de la cinquiesme proposition.

2 Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.

Ayant trouvé le quatriesme Romb marqué sur le Globe, je le tourne sous le meridien jusques à ce qu'il coupe le romb en la latitude de 5 deg. 59 ①, pour le poinct E Occidental, & tournant le Globe sous le meridien vers l'occident (pource que l'autre poinct est Oriental) jusques à ce que le meridien coupe le romb en la latitude de 28 deg. 42 ①, puis mesurant la distan-



ce E L selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, qu'on trouvera de 32 deg. 8 ①; quant à la difference des longitudes F M, on la trouvera marquée sur le Globe de 24 degrez.

3 Operation, par les nombres.

Cherchant à la table de la quatriesme proposition, le quatriesme romb donné, regarde quelle longitude

o 4 & distan-

& distance se rencontrent alendroit des deux latitudes données, & trouve alendroit de la moindre latitude de 5, 59 ① longit. 6 deg. dist. 8, 29 ①.
Et de l'autre, qui est de 28, 42 ① longit. 30 deg. dist. 40, 37 ①.
Desquels soustraits les premiers en l'ordre, restera pour le requis longit. 24 deg. dist. 32, 8 ①.
Dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Le romb donc & latitudes de deux poincts estant donnez, nous avons trouvé la difference des longitudes, & leur distance (lors que leurs latitudes sont inegales) selon le requis.

Proposition VIII.

Estant données les latitudes, & la difference des longitudes de deux poincts : trouver leur romb, & leur distance.

Le donné. Soit la latitude du poinct occidental de 5 deg. 59 ①; l'autre de 28 deg. 42 ①; la difference des longitudes 24 deg.

Le requis. Il faut trouver leur romb, & leur distance.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Si ces poincts n'estoyent marqués sur le Globe, on les y marquera, suivant l'hypothese, & soyent E, L en la figure precedente, puis on choisira un romb, d'entre les 7 de cuivre, lequel estant adapté sur l'equateur, quant à sa regle HG, puisse d'autre costé passer par E, L, on trouvera que c'est le quatriesme romb; dont la distance se mesurera le long d'iceluy entre les poincts E, L, selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, & se trouvera de 32 deg. 8 ①.

2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.*

Si les deux poincts estoyent marqués sur le Globe, & qui plus est sur un mesme romb, il s'ensuit qu'on auroit les requis; autrement on choisira un romb, sur lequel on fera un poinct, ayant la latitude donnée (par le moyen du meridien) & soit l'occidental; puis faisant tourner le Globe vers l'occident, en sorte que 24 degrez de l'equateur passent sous le meridien, alors si l'intersection du romb choisi, & du meridien, est selon l'autre latitude donnée, le romb choisi sera le requis : sinon, il en faut prendre un autre, jusques à ce qu'on aye ce qu'on cerche, & on trouvera que c'est le quatriesme romb; & pour avoir la distance, on la mesurera selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, qui sera de 32 deg. 8 ①.

3 *Operation, par les nombres.*

Cerchant en la table de la quatriesme proposition la moindre latitude donnée de 5 deg. 59 ①, en quelque romb, comme choisissant le quatriesme, & annotant la longitude trouvée de 6 deg.
De mesme cerchant dans le mesme romb la longitude de la latitude donnée, 28 deg. 42 ①, trouvant 30 deg.
La difference des deux longitudes de dedans les tables sera donc 24 deg.

Que si ce reste n'estoit egal, ou fort pres de la difference de longitude donnée, il faudroit choisir un autre romb, jusques à ce qu'on ayt ce qu'on cerche : parquoy le romb requis sera le quatriesme.

Et pour avoir la distance, on aura les deux distances dans le mesme quatriesme romb, alendroit des deux latitudes, assavoir 8 deg. 29 ①; & l'autre de 40 deg. 37 ①, dont leur difference est 32 deg. 8 ① pour la distance desirée, dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Estant donc données les latitudes, &c.

Proposition IX.

Estant données les Latitudes, & distance de deux poincts : Trouver leur romb, & la difference des longitudes.

Notez.

S'il advient que cognoissant les latitudes, & la distance de deux poincts, assavoir la distance par conjecture, en faisant le voyage, & desirant sçavoir le romb, & la difference des longitudes pour regler le second voyage mieux que le premier, ou pour les marquer sur le Globe; ou y estant marquez recognoistre si son compte revient à iceluy, ceste proposition servira à cela mesme.

Le donné. Soit la latitude du poinct occidental 5 deg. 59 ①, & de l'autre 28, 42 ①, & leur distance 32 deg. 8 ①.

Le requis. Il faut trouver leur romb & la difference des longitudes.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit un Globe terrestre, (voyez la figure de la septiesme proposition precedente) & pour trouver le romb, je marque E, le poinct occidental, qui est 5, 59 ① de latitude, (ou l'autre poinct n'importe) & ayant choisi l'un des rombs, & adapté, assavoir sa regle sur l'equateur, & la monstre par le poinct E, je mesure avec le compas le long d'iceluy ma distance cognuë, (selon la maniere descrite à la cinquiesme proposition en la premiere operation) de 32 deg. 8 ①, terminant en L; que si la latitude de L, est de 28 deg. 42 ①, le romb choisi sera le requis, autrement on en prendra un autre, & on fera comme dessus : finalement on trouvera que c'est le quatriesme, & la difference des longitudes sera FM de 24 degrez.

2 *Operation, par le Globe marqué.*

Choisissant un romb marqué on fera tout de mesme qu'en la premiere operation precedente.

3 *Operation, par les nombres.*

Pour trouver le romb, cerchez en la table de la quatriesme proposition l'une latitude 5 deg. 59 ①, en l'un des rombs qu'on choisira, & soit le quatriesme, trouve la distance 8 deg. 29 ①.
Auquel adjousté la distance cognuë (je dis adjousté, pource que j'ay pris la moindre latitude) 32 deg. 8 ①.
Viendra distance 40 deg. 37 ①.
Lequel (dans le mesme romb) se rapporte à la latitude 28 deg. 42 ①.

Et d'autant qu'elle se rapporte à la latitude donnée, on conclura que le romb choisi sera le requis : puis pour avoir la difference des longitudes, je cerche dans le mesme romb, la longitude alendroit d'une des latitudes 28 deg. 42 ①, & trouve 30 degrez.
Et de l'autre donnée de 5, 59 ① 6 degrez.
La difference des longitudes requise sera donc 24 degrez.
Dont la demonstration est notoire.

Conclusion. Estant donc données les latitudes & distance, &c.

Propo-

Proposition X.

A*Tant le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & latitude de l'un : Trouver l'autre Latitude, & la distance.*

Le donné. Soit le quatriesme romb, la difference des longitudes 24 deg. & la latitude mineure 5 deg. 59 ①, pour le poinct occidental.

Le requis. Il faut trouver la distance & la latitude de l'autre poinct.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la septiesme proposition marqué le poinct E, de la latitude donnée 5, 59 ① pour le poinct occidental, & ayant adapté le romb par iceluy, & sa regle sur l'equateur G H, marquant aussi par le moyen du meridien la diff. des longitudes, on trouvera l'autre latitude (du poinct oriental) de 28 deg. 42 ①, & la distance de 32 deg. 8 ①, selon la maniere descrite à la cinquiesme proposition, premiere operation.

2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marqués.*

On fera de mesme qu'en la premiere operation.

3 *Operation, par les nombres.*

Je cerche la latitude donnée 5 deg. 59 ① en la table de la quatriesme proposition au quatriesme romb donné, & trouve y convenir la distance 8 deg. 29.
La longitude 6 deg.
A laquelle adjoustée la difference des longitudes donnée (je dis adjoustée, d'autant que c'est la moindre latitude, si c'estoit la majeure, il faudroit soustraire) faisant 24 deg.
Viendra longitude 30 deg.
A laquelle correspond dans les tables pour l'autre latitude requise 28 deg. 42.
Aussi la distance 40 deg. 37.
Laquelle differe du 8, 29 premier en l'ordre de 32 deg. 8 ①.
Pour la distance requise, dont la demonstration est manifeste.

Conclusion. Ayant donc le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & la latitude de l'un, nous avons trouvé l'autre latitude, & la distance, selon le requis.

Proposition XI.

C*Ognoissant le romb de deux poincts, & la distance, aussi la latitude de l'un : Trouver la latitude de l'autre.*

Le donné. Soit donné le quatriesme romb; & la latitude du poinct occidental & la moindre, 5 deg. 59 ①, & la distance 32 deg. 8 ①.

Le requis. Il faut trouver la latitude de l'autre, & la difference des longitudes.

1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la septiesme proposition, marqué le poinct E sur un Globe, de la latitude donnée, par lequel faisant passer un romb, adapté comme il faut, & mesurant la distance le long d'iceluy vers l'orient, trouve le poinct L, & sa latitude 28 deg. 42 ①, & la diff. des longitudes 24 degrez.

2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.*

Ceste operation n'a quasi rien de different avec la precedente, qui ne soit tres-facile.

3 *Operation, par les nombres.*

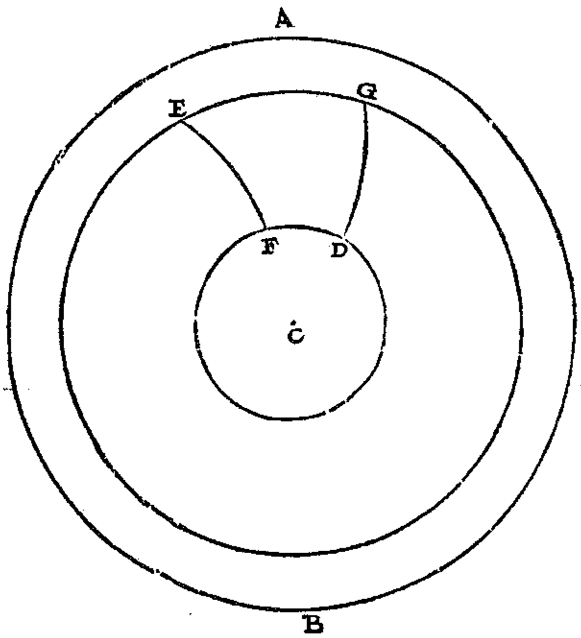
Je cerche dans la table du quatriesme romb, & trouve convenir à la latitude donnee, la longitude de 6 deg.
Et la distance 8 deg. 29 ①.
A laquelle adjoustée la distance donnée (je dis adjoustee, parce que la latitude donnée est la moindre, autrement si elle estoit la majeure, il faudroit soustraire) faisant 32 deg. 8 ①.
Viendra distance 40 deg. 37 ①.
Icelle cerchée dans la susdite table du quatriesme romb, on trouvera qu'elle convient avec la latitude requise du deuxiesme poinct 28 deg. 42 ①.
Et tout joignant y a la longitude de 30 deg.
Dont la difference d'avec 6 degrez premier en l'ordre, pour la difference de longitude requise, 24 deg.
Dequoy la demonstration est manifeste.

Conclusion. Cognoissant donc le romb de deux poincts, & la distance aussi la latitude de l'un ; nous avons trouvé la latitude de l'autre, selon le requis.

Notez.

Nous avons parlé cy-dessus du cours droit & oblique ; mais és grands voyages maritimes, on se sert (lors qu'il vient à poinct) d'un autre, qui est composé d'iceux, assavoir du huictiesme romb, & d'un meridien, duquel nous parlerons maintenant. Soit à la figure suivante A B le Globe terrestre, A B l'equateur, C le pole arctique, & D, E, sont deux poincts de diverses longitudes & latitudes, par lesquels passent les parallels D F, E G; Or pour naviguer de E vers D, non en cours droit ny oblique, comme dessus, mais bien le long d'un meridien, & huictiesme romb; On va premierement de E droit vers le Nort, sur le meridien E, F, jusques à ce qu'on vienne dans la latitude de D, c'est jusqu'à F, puis on tourne vers l'occident, demeurant tousiours sur la mesme latitude, c'est à dire sur le huctiesme romb, tant qu'on parvienne à D.

Notez qu'on pourroit bien premierement aller de E



vers l'occident, jusques à G, assavoir jusques à ce qu'on ayt la longitude de D, puis de G droit vers le nort en D; toutes-

toutesfois il seroit meilleur de tirer premierement vers F, & de F vers D, s'il n'avient qu'on soit empesché du vent, ou du courant de l'eau, pource qu'on est plus certain de F jusques à D mesme latitude, que de G vers D, mesme longitude; joinct que faillant alors on pourroit arriver trop orientalement ou trop occidentalement de D; voire D estant une petite Isle, il pourroit arriver (comme de fait il arrive souvent) qu'on ne sçauroit si D est vers l'orient ou l'occident, nonobstant qu'on ayt la vraye latitude. Mais venant de E vers F, soit qu'on faille quelque peu en se destournant vers l'orient, ou l'occident, il n'importe, car on ne laisse d'aller vers l'occident estant en F, pour recontrer D.

En ceste maniere on va bien seurement, & sans les calculations precedentes, mais c'est un plus long chemin, comme on l'apperçoit en la figure.

Alb. Girard.

C'est encor le plus long, & moins certain, d'aller par E G D, *que par* E F D, *d'autant que combien que* E F *soit egale à* G D, *neantmoins si* F D *est plus pres du pole, que* E G, *(ou ce qui est tout un, si* F D *est de moindre cercle, que non pas* E G*) alors* F D *sera plus courte que* E G.

APPENDICE des Rombs.

Chapitre I.

Sur l'ordre des rombs.

AUcuns, comme *Robert Hues*, comptent les rombs depuis le meridien vers l'equateur; prenant celuy de Nord à l'Oost le premier, puis Nord-nord-oost le second, &c. Autres, comme *Edwart Wright*, les comptent de l'equateur vers le meridien: prenant celuy de Oost à Nord le premier; puis Oost-nord-oost le second, &c. Mais afin d'eviter confusion, il seroit bon que tous les appellassent de mesme, & le mesme ordre: & quant à la maniere de *Robert Hues*, elle me semble meilleure, d'autant qu'ainsi les paralleles seront rombs, assavoir les huictiesmes; mais selon l'autre ils ne seroyent rombs, & toutefois ils ne sont directs, comme les cercles majeurs; aussi qu'il faudroit trop distinguer, disant le premier romb estre apres l'equateur, & autrefois apres un parallele.

Chapitre II.

Des fautes és nombres des rombs, faits par Petrus Nonius.

Apres que les Portugais & Espagnols, eurent entrepris de naviger sur la haute mer, & ayant fait grande diligence à remarquer plusieurs choses ils ont mis en memoire quelques qualitez & proprietez des rombs, desquels le fameux *Pierre Nugnez* voulant traiter, a escrit des nombres, pour descrire leur figure, mais non pas bien selon mon jugement: ce que je ne dis pas, pour le diffamer, car le fondement sur lequel il avoit basti son calcul, sembloit si certain d'abord, que les plus experimentez eussent peu faillir par l'apparence exterieure, tellement que s'il eust eu occasion de l'esprouver, comme il est arrivé aux autres, sans doute il eust aussi trouvé le defaut.

Donc au vingt-troisiesme chapitre de son deuxiesme livre *de Reg. & instr.* il conclud que les sinus des arcs entre le pole & le romb, sont en continuelle proportion: comme en la figure precedente de la troisiesme proposition, (où nous prenons R Z estre le quatriesme romb) que comme le sinus de M R au sinus de M X, ainsi le sinus du mesme M X au sinus de M Y, & de mesme des autres; assavoir, ainsi le sinus dudit M Y au sinus de M A, & de M A à celuy de M B, & de M B à celuy de M Z, &c. Et par consequent comme le sinus de M R au sinus de M X, ainsi sinus de M B au sinus de M Z: Or que cela soit faux il appert clairement que le triangle MRX, a trois termes cognus, comme M R 90 degrez, l'angle MRX 45 degrez, & l'angle RMX 1 deg. par lesquels on trouvera le costé M X de 89 degrés, son sinus 9998: ainsi que le sinus de M R a telle raison au sinus de MX, que comme 10000 à 9998. Soit maintenant le romb de R jusqu'à B, produit si pres du pole que M B face 10 degrez, son sinus est 1736. Cela ainsi posé, le sinus de M Z devroit faire 1736, car disant, sinus de M R 10000, donne sinus de M X 9998, combien sinus de M B 1736? viendra un sinus lequel devroit estre pour M Z, comme il a esté dit, de 1736: mais qu'iceluy ne le puisse pas estre, se peut demonstrer ainsi: Le triangle M B Z a 3 termes cognus, M B 10 degr. l'angle M B Z 45 deg. & l'angle B M Z 1 degré: par lesquels on trouvera le costé M Z (par la 42 proposition des triangles spheriques) de 8 degrez 33 ①, dont le sinus est 1487 bien differant du precedent 1736, lequel devroit estre ainsi, s'ils estoyent proportionnaux, comme il dit. Tellement qu'au lieu que l'arc n'est que 8 degrez 33 ①, elle seroit 10 degrez: qui differe 1 deg. 27 ①, & d'autant est elle trop. D'avantage telle faute se trouvant jà si grande sur une regle de trois, combien seroit-elle augmentée, si on eust fait toutes les regles de trois depuis un bout qui est quadrant, jusques à l'autre, qui approche de 10 degrez le pole.

Chapitre III.

Des fautes qui sont dans les tables des Rombs d'Edwart Wright.

Les Anglois suivent les Portugais, & Espagnols, au faict de la Navigation, lesquels regardans de pres la qualité des rombs, ont recogneu la faute de *Nonius*, & pour ramelioration ont esté nagueres mises en lumiere les tables des Rombs d'*Edwart Wright*, comme celles qui sont en la quatriesme proposition precedente, lesquelles approchent plus pres de la chose mesme: La preuve par où j'ay remarqué ceste proximité, est qu'en cerchant les latitudes du quatriesme romb selon la premiere maniere de la quatriesme proposition (en laquelle l'operation est facile par continuelles additions, sans multiplications ny divisions, d'autant que la tangente de 45 degrez & le sinus total sont egaux) jusques à la longitude de 78 degrez, là où je trouvay convenir 61 deg. 26 ①: Mais dans les tables de *Wright* on trouve 61 deg. 14 ①, seulement 12 ① de difference en si long interval: Et qui plus est que j'estois certain que le vray nombre devoit estre moindre que lesdits 61 deg. 26 ①, en fin je presumay pour lors que les tables approchoyent fort pres du vray: mais je n'ay pas recerché la mesme preuve des autres rombs, à cause d'autres empeschements. Toutefois le vray fondement n'y est pas, comme je declareray presentement.

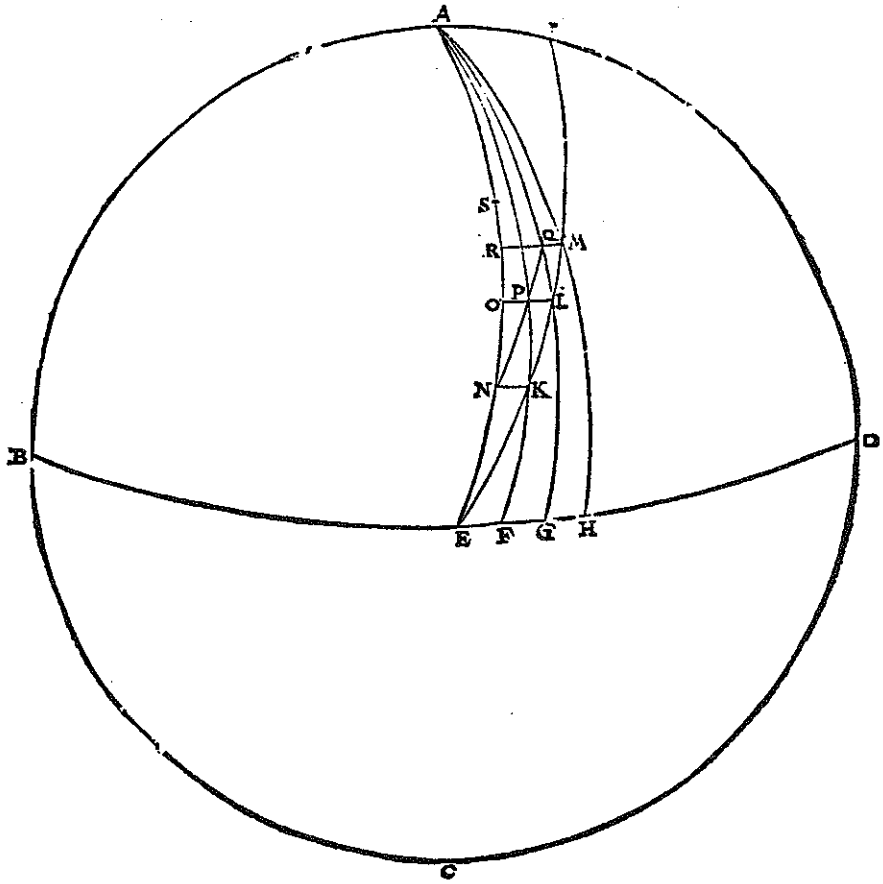
THEO-

THEOREME.

Comme la declinaison du romb de l'equateur progrediant d'un degré de longitude, à la declinaison suivante, d'un degré en longitude; ainsi fort pres la secante par le commencement du dernier progrés, à la secante par le commencement du premier progrés.

Le donné. Soit A B C D le Globe terrestre, A son pole, BED l'equateur, où sont marquez les 4 poincts E, F, G, H, distans 1 degré l'un de l'autre, & par où passent 4 meridiens, A E, &c. puis soit E I un romb (comme par exemple, le premier) coupant les meridiens és poincts K, L, M, par où l'on fait passer des paralleles N K, L O, M R coupans les meridiens en P, Q, puis soit un premier Romb, passant par les 3 poincts N, P, Q, qui doit estre de mesme, & egal à K L M.

Ce qu'estant ainsi, F K est la declinaison du romb, depuis l'equateur jusques à sa progression d'un degré de longitude: c'est assavoir que le romb ayant fait son progrés de E jusques à K, recevant du changement en sa longitude d'un degré E F, sa declinaison de l'equinoctial (qui est icy latitude) sera F K, ou bien E N de mesme en dira-on de N O, qui est declinaison du romb, ayant fait son progres de K en L d'un degré de surplus en longitude. Semblablement O R sera la declinaison d'un degré de surplus en longitude, faisant



progrez de L en M. Tellement que N Q, est la declinaison d'un degré de longitude, & O R declinaison d'un degré de progrés de surplus en longitude.

Le requis. Il faut demonstrer que comme N O à O R, ainsi fort pres la secante du centre du Globe par le poinct L commencement du dernier progrez L M, à la secante par K, commencement du premier progrés K L: mais la secante par N, est egale à celle de par K: & celle de par O egale à celle de par L, parquoy faut demonstrer que comme N O à O R, ainsi la secante par O, à la secante par N.

Pour dire à quelle fin cecy est fait, & declarer le desseing sommairement, c'est que les susdits nombres des tables seront demonstrez n'avoir ceste proprieté, & partant ne sont pas fort precis. D'avantage comment par tel fondement on pourroit faire des tables certaines, combien que ce soit par un moyen plus difficile.

DEMONSTRATION.

Soit à la premiere figure de la premiere definition de la construction des tables de sinus: là où le triangle A B I est semblable au triangle A F C, & partant,

Comme I A à A B ainsi, C A à A F;

Mais A B, A C sont egales, aussi G C, A F;

Donc, comme I A à A B, ainsi A B à G C.

Or I A est secante de B C; A B est le raid, & G C est sinus de complement: parquoy,

Comme la secante d'un arc, au raid;

Ainsi le raid, au sinus de complement.

Ce qu'estant ainsi, nous viendrons à la figure de ce Theoreme, & par ce qui a esté dit,

Comme la secante par N, (de l'arc N E) au raid:

Ainsi le raid, au sinus de complement de N E qui est sinus de A N, & pour le dire plus briefvement:

Com-

Comme la secante par N, au raid :
Ainsi le raid, au sinus de A N.

Puis derechef,

Comme secante par O, au raid :
Ainsi le raid, au sinus de A O.

Et d'autant qu'à chaque fois le raid est moyen proportionel, il s'ensuit, que,

Comme la secante par N, à la secante par O ;
Ainsi le sinus de A O, au sinus de A N.

Mais comme ce sinus de A O à celuy de A N, ainsi la circonf. sur le raid du sinus de A O, (c'est la circonf. d'où L P est partie) à la circonf. sur le raid de A N (c'est la circonf. d'où K N est partie) parquoy,

Comme secante par N, à secante par O, ainsi la circonf. totale de L P, à la totale de K N.

Et puis que L P & K N sont chacune un degré, il s'ensuit que,

Comme secante par N, à secante par O,
Ainsi L P à K N.

Mais L P & K N sont costez homologues des deux triangles Q L P, P K N, qui sont assez prés semblables, à cause de la parvité des costez & egalité d'angles: & pourtant a esté dit au Theoreme (fort pres) & par consequent :

Comme secante par N, à secante par O,
Ainsi Q L à P K : ou bien leurs egales R O à O N:

Et par raison renversée,

Comme N O à O R, ainsi secante par O, à secante par N.

Conclusion. Comme donc la declinaison, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

Ceste proportion estant ainsi demonstrée, nous viendrons à la manifestation des fautes des tables susdites.

Soit E I le premier romb, duquel nous devons trouver les deux latitudes F K, G L : Et pour trouver F K premierement : le triangle K F E (pris pour triangle plan, comme il a esté pris pour tel és tables) a 3 termes cognus, l'angle K E F, 78 deg. 45 ①, K F E droit, & F E 1 degré: cerchant donc K F, (selon le raid de 10000000, jusques aux ②) on le trouvera estre de 5, 1 ①, 38 ②; mais E N & F K sont egales, partant E N fait aussi 5 deg. 1 ①, 38 ②; cognoissant donc E N, & cognoistre N O par le moyen du Theoreme precedent. Secante par N, (c'est de N E 5, 1 ①, 38 ②) faisant 10038616 donne secante par E faisant 10000000 (que nous appellons secante pour la generalité du nom) combien N E arc de 5 deg. 1 ①, 38 ②? viendra pour l'arc N O 5 deg. 0 ①, 28 ②: lesquels adjoustez à N E 5, 1, 38 ② viendra E O, ou pour la requise G L 10 degr. 2 ①, 6 ② : Et autant vient-il suivant la premiere maniere de la construction des tables des rombs, en la quatriesme proposition, car N K comme base du triangle rectangle P K N fait 59 ①, 46 ②, par lesquels, suivant la regle de la Trigonometrie plane, on trouve K P, ou N O, 5 deg. 0 ①, 28 ②, & par consequent E O, en la perfection susdite. Mais non pas par la deuxiesme maniere, car tout compté jusques aux ②, G L sera 10 deg. 1 ①. Or pour declarer ceste seconde maniere ; cerchant aux tables des secantes adjoustées ce qui se rapporte à 5 deg. 1 ①, 38 ② de E N, on trouve 3020, où adjousté encor 3020, vient 6040, auquel convient és mesmes tables pour G L de E O, 10 deg. 1 ①, lesquels different de 1 ①, 6 ②, de 10, 2 ①, 6 ②, & partant n'est pas tant parfait, car peu à peu progrediant on aura la difference aussi plus grande.

Notez encor que la raison requiert, qu'à la recerche de K F du triangle K F E, que ce triangle ne doit pas estre pris pour plat, veu que les deux costez avec lesquels se fait la calculation E F, F K, sont arcs, ainsi que F K cerché par les triangles spheriques, se trouve estre 5 degrés 0 ①, 51 ②, differant des 5 deg. 1 ①, 38 ② de 47 ②: car combien qu'ils soyent petits d'eux-mesmes, neantmoins la faute devient grande estant produite.

Chapitre IV.

Comment on pourroit faire des tables de rombs, certaines selon l'opinion de l'Autheur.

Comme N O, est trouvée, selon le Theoreme du troisiesme chapitre de cest Appendice, ainsi trouvera-on O R ; disant, secante de C E donne secante de N E, combien l'arc N O ? viendra l'arc O R, lequel adjousté à O E, on aura E R, ou H M latitude des 3 degrez de longitude. Et pour trouver la latitude d'un degré plus avant en longitude, lequel je prens estre R S ; je dis, secante de R E, donne secante de O E, combien l'arc O R ? viendra l'arc R S, & ainsi des autres.

Notez aussi qu'en prenant les arcs de longitude moindres, que l'operation en est plus certaine, que par les grands : Or pour estre asseuré qu'on prenne les arcs assez petits, on le pourra esprouver par une operation double ainsi : joignant l'invention des latitudes par l'assomption de degrez en degrez de longitude, on fera encor une autre operation de $\frac{1}{2}$ degré en $\frac{1}{2}$ degré, tant qu'ils n'auront de difference perceptible : Mais trouvant la difference perceptible, on delaissera la premiere operation de degré en degré, retenant celle des $\frac{1}{2}$ degrez, avec laquelle on en prendra un autre de $\frac{1}{4}$ de degré en $\frac{1}{4}$ de degré, assavoir de 15 ①. & si en poursuivant on trouve de difference perceptible, on delaissera le $\frac{1}{2}$ degré en retenant l'operation avec les 15 ①; à laquelle on y adjoindra une autre de 10 ① en 10 ①; par lesquelles choses on pourra parvenir en plus grande certitude, quoy que je confesse qu'elle soit beaucoup plus difficile: & tousiours procedant ainsi, commençant par degrez, puis par $\frac{1}{2}$ degrez, & poursuivant par moindre nombre pour eviter beaucoup de peine sans fruict.

Notez aussi que si on vouloit faire l'operation à la premiere maniere deduite à la quatriesme proposition, il seroit necessaire de faire une table de ce que 1 degré de difference de longitude fait hors l'equateur, en ①, ②, ③, comme en la table du huictiesme romb, & non pas de 30 à 30 ① de latitude, calculées jusques au ②, mais de ① à ① de latitude, & calculees jusqu'au ③.

Ayant achevé ce travail, il appert que de là en avant on n'auroit besoing que de multiplication seulement, sans division, là où en la maniere precedente, par les secantes, il falloit multiplier & diviser, toutefois il n'estoit pas necessaire de faire une autre table pour lors.

Voila la maniere plus certaine qui me soit en main presentement ; & combien que l'operation seroit difficile, toutefois estant unefois bien faite, on s'y pourroit fier. Nonobstant si quelqu'un trouvoit une maniere plus facile, il la faudroit plustost suivre.

Alb. Girard.

La maniere parfaite est plus facile que celle que Stevin a fait, & qu'on n'a trouvé jusques à present, mais où sont ceux qui payeroyent la peine de celuy qui feroit quelque chose d'excellent ? Tout va d'un si bon ordre entre les hommes, & la science si bien estimée, que c'est merveilles si on ne revient en un siecle plus barbare que celuy mesme de fer : Là dessus je feray ceste question à la veuë d'un chacun ;

Un

Un romb faiſant 89 degrez ſur chacun meridien, iceluy commençant en un poinct de l'equateur (ſoit au commencement des longitudes) & progrediant du coſté de ſeptentrion d'occident vers orient, on demande combien de longitude aura un poinct dans iceluy romb, lequel a 89 degrez de latitude; & combien de circuit un tel romb a fait; finalement combien il y a de diſtance d'un poinct à l'autre, le tout ſans tables.

On peut bien penſer que celuy qui fera cela en fera bien d'autres plus faciles: la ſolution ſe fera en temps opportun, ſi Dieu plaiſt. Or ſelon la maniere ordinaire, qui eſt difficile, & treſimparfaite, la vie d'un homme n'y ſuffiroit pas.

Chapitre V.

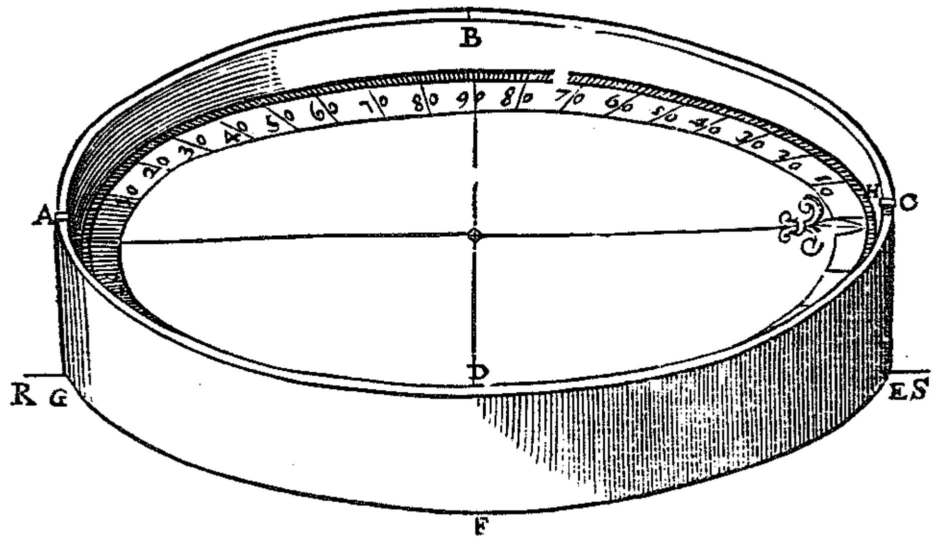
Comment c'eſt qu'on pourroit naviguer avec la Bouſſole plus correctement, que par la maniere ordinaire.

La Bouſſole, ne ſouloit eſtre diviſée qu'en 8 parties egales, & puis apres, lors qu'on a fait des plus grands voyages en 32: Et d'autres les coupant en 2, en 64; ce qu'aucuns eſtiment pour impoſſible, diſant que ſur un navire vogant, elles ne ſe pourroyent pas bien diſtinguer: Mais *Son Excellence*, y ayant recogneu la poſſibilité, non pas ſeulement en 64, mais de degré en degré en 360 parties egales, voire en plus, ſelon que la grandeur & la bonté de l'inſtrument le permettra: Joignant ceſte matiere dans l'Appendice preſent pour la convenance du ſubject, declarce par les deux exemples ſuivans.

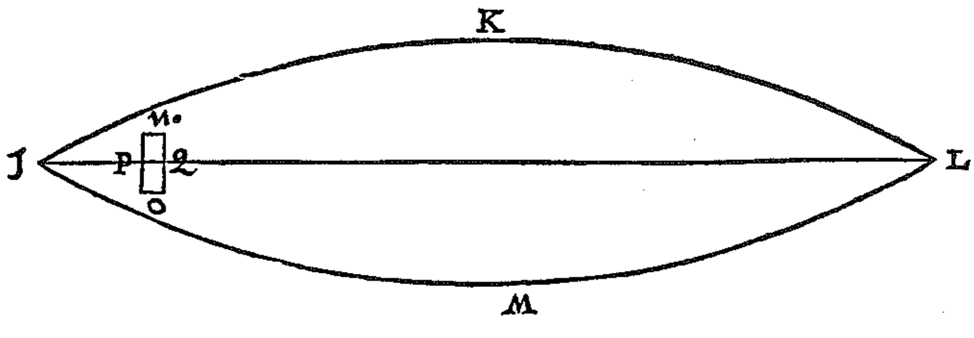
1 *Exemple, d'une bouſſolle avec la fleur de lis ſur un carton.*

Soit A B OD E F G une bouſſole, ayant un cercle de carton, non diviſé en 32 ſelon l'accouſtumé, mais en 360 parties egales, commençant le compte à chacun quartier depuis le meridien juſques à 90: Et au deſſous un autre rond de carton, où l'eſguille ſe puiſſe mettre, la pouvant remettre lors qu'il en ſera beſoing, à cauſe de la declinaiſon de l'eſguille.

Et ſur l'exterieur de la quaiſſe, ſoit menée une ligne droite CE, perpendicle à l'horizon, puis CH, de C vers



le centre de la bouſſole, & une autre de H vers le bas parallele à C E, puis A tellement que la ligne imaginée de C en A paſſe par le centre: puis A G, comme C E, ainſi que E G paſſe ſous le centre de la bouſſole: & ſoit IKLM la deſcription du fond d'un navire; NO le lieu de la bouſſole, ou ſoit P Q, parallele à la carine I L,

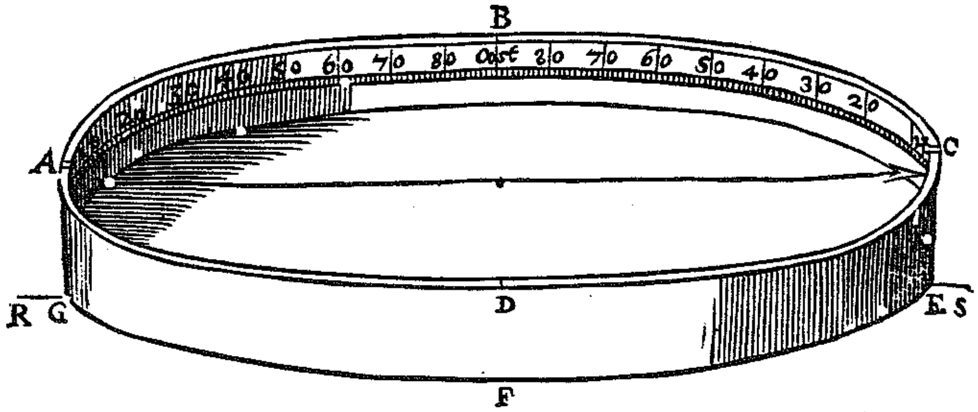


laquelle eſt une ligne d'un bout à l'autre du navire ſelon ſa droiture & longueur: & d'autant que P Q ſeroit icy trop petite, ſoit une autre plus longue R S, laquelle j'appelleray la carine, ſur laquelle ſoit poſée la bouſſole, en ſorte que les 2 poincts E, G ſoyent deſſus.

Pour donc naviger avec certitude de degré en degré ou bien de moindres parties; comme par exemple, voulant naviguer ſur le dixſeptieſme deg. d'occident vers midy; on gouvernera le navire tellement, que ledit dixſeptieſme degré ſoit convenant avec ladite ligne de H parallele à C E, car tant qu'ils conviennent, peuton dire qu'on va droitement, & s'il s'en faut $\frac{1}{2}$ degré, ou autrement, tous jugeront comme d'une bouche, qu'on ne va pas le droit chemin.

2 Exemple, avec une bouſſole qui a une eſguille.

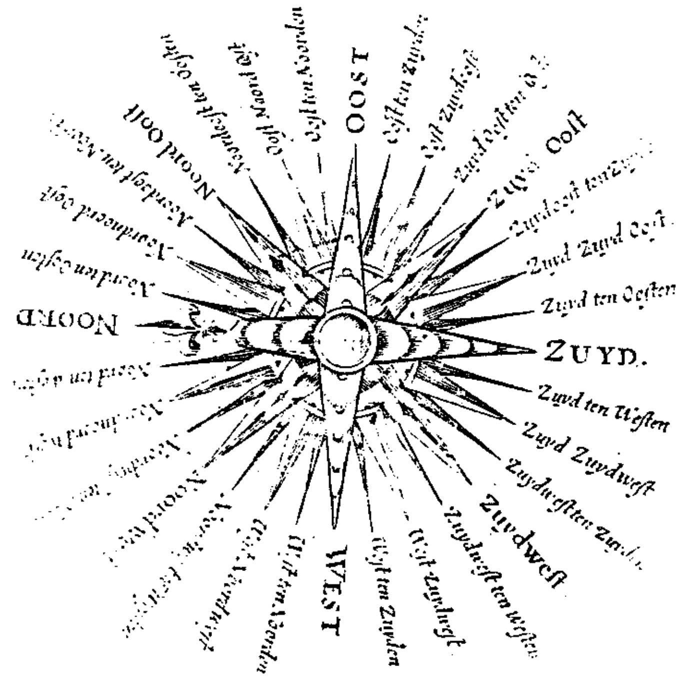
Mais d'autant qu'une eſguille ſans carton, eſt plus preciſe qu'autrement, & plus naturelle, que non pas deux fers recourbez à l'ordinaire en figure de rombe, & collez avec le carton : On pourra donc faire une eſguille ſimplement, avec plus de certitude ainſi. Que ABCD, FGHRS ſoit de meſme que deſſus, marquant le bord interieur avec ſes 360, commençant en la ligne à plomb H, le diviſant en 4 quadrans, chacun de 90 degrez, & les nombres de H vers B ; & de H vers D ; puis de A vers B & vers D, eſcrivant au poinct H Nord ; à A Zud : B qui devroit eſtre marqué



West (ou Occident) ſelon l'accouſtumé, & D, Ooſt (ou Orient) on y eſcrira le contraire, aſſavoir en B Ooſt, & en D West : Puis autant que l'eſguille decline en ce lieu où l'on eſt, en tel lieu ſe mettra le poinct E (qui eſt icy pres de S, car le poinct E eſt mal imprimé comme un F) le declinant d'autant de la carine RS. Exemple, la declinaiſon de l'eſguille eſtant 10 degrez de Nord vers Ooſt, on fera convenir le dixieſme degré de C vers B ſur la carine RS, car alors le poinct E ſera different d'autant de ladite carine. Cela eſtant ainſi, & voulant naviguer vers le dixſeptieſme degré, d'West vers le Zud, on gouvernera le navire en telle ſorte que la poincte de l'eſguille vienne ſur le dixſeptieſme degré, d'West vers le Zud de dedãs la quaiſſe, & appert qu'on aura le requis ainſi, avec plus grande certitude qu'en la premiere maniere.

Mais ſi on craint que ceſte inſcription contraire de dedans la quaiſſe puiſſe cauſer quelque erreur aux matelots qui ſont au gouvernail, & qui n'y ſont accouſtumez ; le pilote pourra mettre A, B, C, D, au lieu des quatre vents ; & au lieu de dire qu'ils dirigent le navire vers le dixſeptieſme degré de West vers le Zud, il leur commandera que ce ſoit dixſept degrez de D vers A.

D'avantage pour accommoder la quaiſſe ſur la carine ſelon la declinaiſon de l'eſguille, cela ſe peut faire en marquant quelque 40 ou 50 degrez de part & d'autre de la carine, & au centre une petite poincte qui conviendra en un petit pertuis fait à ceſte fin au centre de la quaiſſe, pour pouvoir adapter le tout plus facilement.



Les noms des vents ſont mieux exprimez par les Flamens que par aucune nation qui ſoit, parquoy nous les avons icy poſez comme on les pourra nommer tous 32, quand on n'en veut avoir d'avantage :

N	*ſignifie*	Nord, ou Septentrion,
Z		Zud, ou Midy,
O		Ooſt, ou Orient,
W		Weſt, ou Occident.

Fin du quatrieſme livre de la Geographie.


NATUS BRUGIS Anno 1548
DENATUS HAGÆ COMITIS Anno 1620
SIMON STEVIN.
MATHEMATICUS INSIGNIS
CONSILIAR. CELSISS. MAURITII PRINCIPIS ARAUSIONENSIUM

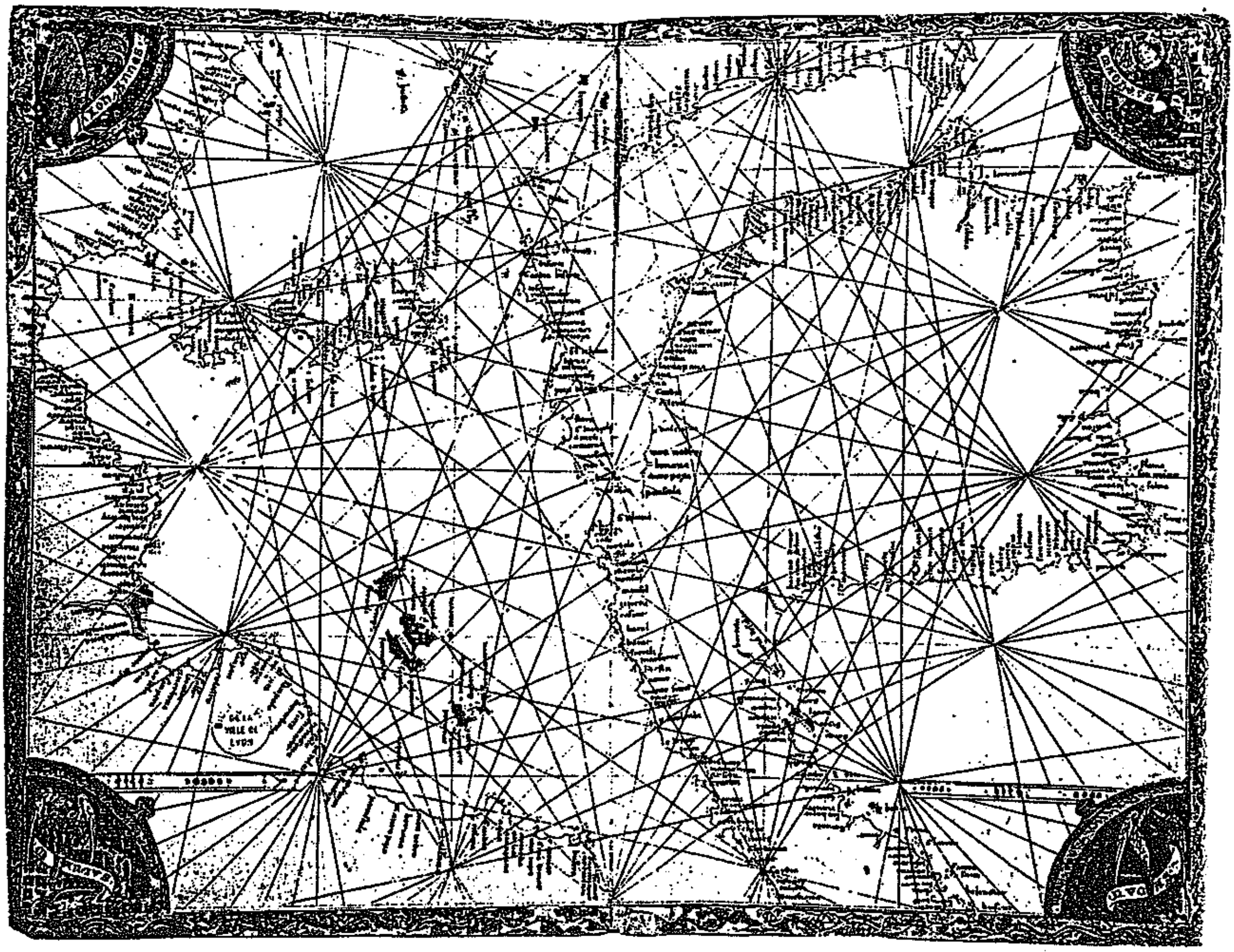


fig.1 : carte portulan du XIV^{è} siècle.
A gauche, le bassin de méditerranée occidentale avec Corse et Sardaigne (l'Est est en haut).
A droite l'Espagne (le Sud est en haut).

Les figures 1, 2, 5 et 9 sont extraites de l'ouvrage "les Portulans" de M. de la Roncière et M. Mollat du Jourdin (Nathan 1984).
Les figures 16 à 19 nous ont été aimablement prêtées par le Professeur W Randles de l'Université Bordeaux III.

Des Cartes-Portulans à la formule d'Edward WRIGHT : l'histoire des cartes à "rumbs"

Marie-Thérèse GAMBIN
Université de Paris VII

Parmi les cartes anciennes un ensemble de représentations se détache par son intérêt cartographique et sa grande qualité esthétique : il s'agit des cartes-portulans, souvent nommées aussi "cartes à rumbs". Elles se reconnaissent au semis plus ou moins dense de Roses des Vents qui rythme leur fond. Du centre de ces Roses partent des rayons formant de fines lignes de couleurs qui s'entrecroisent sur l'ensemble de la carte ; régulièrement espacés autour de chaque centre ils définissent des directions - huit à trente-deux directions selon les cartes - entre lesquelles s'étalent des "aires de vents".

Ces cartes sont nombreuses à nous être parvenues, pour avoir été exécutées sur des parchemins ou des vélins ; conservées dans les bibliothèques, beaucoup d'entre elles ont été publiées[1]. Elles ont été l'objet d'analyses[2], notamment pour l'organisation spatiale particulière qu'elles offrent au regard et pour les caractères originaux que crée leur maillage spécifique, On remarque à la fois l'universalité de leur réalisation sur fond de rayons entrecroisés, et la diversité de leur facture, cadres, traits, couleurs, écritures. La première connue est la carte dite "pisane" de 1290 ; d'origine génoise, elle doit son nom à la ville où elle fut achetée au XIXème siècle. Elle est aujourd'hui à la Bibliothèque Nationale de France. Au XIVème siècle des cartographes célèbres tels le Gênois PETRUS VESCONTE ou le Majorquin ANGELINO DULCERT, et d'autres, moins connus ou anonymes, réalisent des planches au dessin minutieux (fig.1). Deux points retiennent l'attention : dans une première période, les Roses des Vents sont souvent réduites au point de concours des rayons, qui forment le centre de la Rose ; et les directions Nord-Sud et Est-Ouest sont rarement marquées, la direction privilégiée des lignes semblant être Ouest-Nord-Ouest / Est-Sud-Est, ce qui donne une apparence basculée au canevas d'ensemble. Apparemment, le Nord ne fait pas encore partie des concepts autour desquels s'articule la pensée géographique. Au XVIè siècle, des cartes ottomanes de PIRI REIS aux planches du splendide Atlas MILLER, des documents nautiques sont réalisés dans tous les pays du bassin méditerranéen. L'exécution en est parfaitement maîtrisée, les Roses des Vents somptueusement ornées selon l'iconographie de l'époque. Transformation capitale, les tracés horizontaux de l'équateur et des tropiques sont souvent ajoutés au réseau des Roses des Vents (fig.2).

Ces cartes sont utilisées jusqu'au XVIIème siècle, mais en quatre siècles leur nature s'est transformée derrière leur apparente uniformité. Elles étaient faites pour la navigation côtière : elles deviennent insuffisantes quand la navigation se fait plus lointaine ; des anomalies se manifestent. On croit supprimer

[1] Par exemple : M. de la RONCIERE et M. MOLLAT du JOURDIN "Les Portulans" Paris, Nathan , 1984. Les cartes citées sont pour la plupart reproduites dans ce livre où elles sont commentées.
[2] cf. notamment C. JACOB "L'empire des cartes" Paris, Bibl. Albin Michel, 1992 - chap. 1, p.166-174

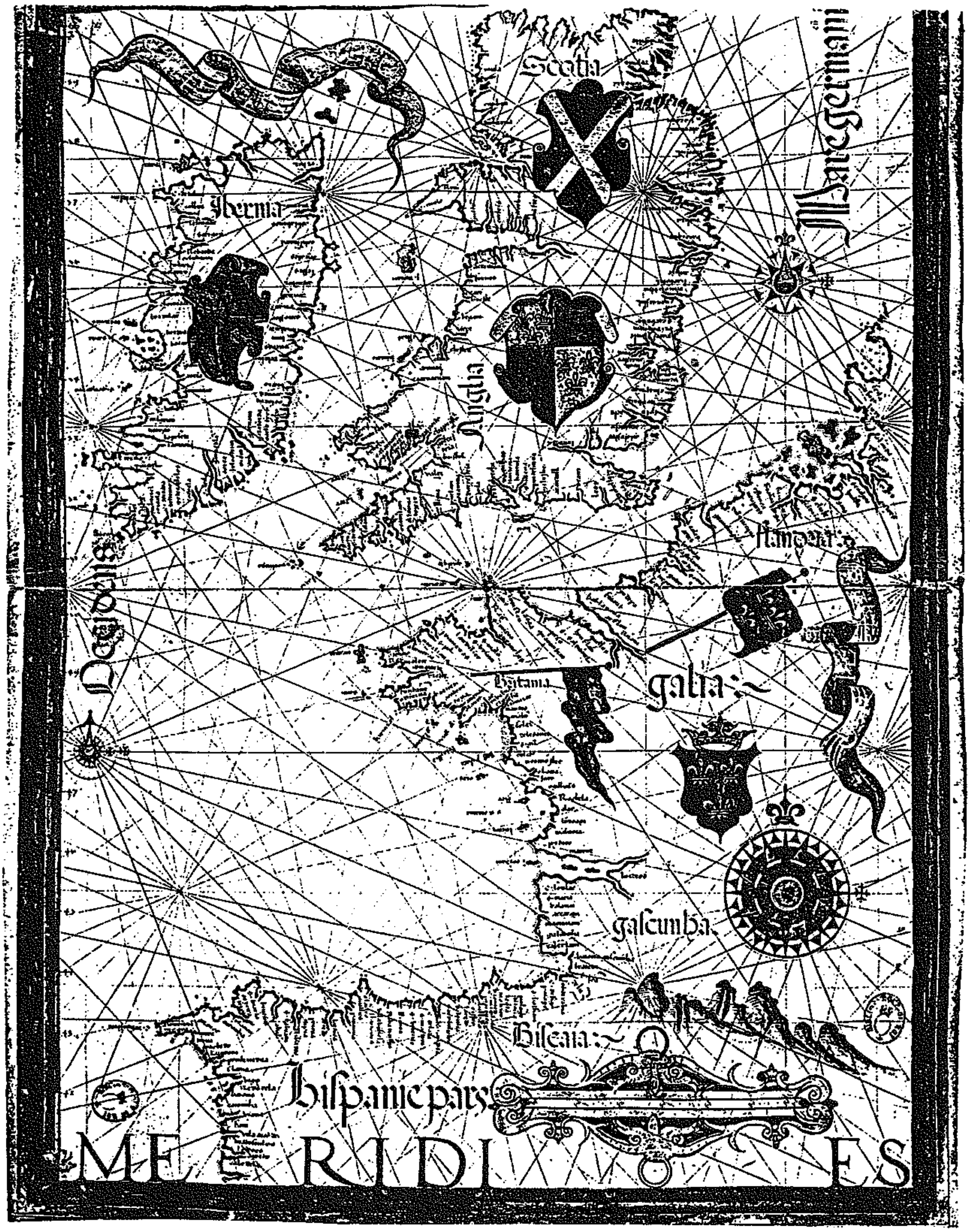


fig.2 : carte portulan du XVIè siècle -Diego Homem, 1559)
on voit la gradation des latitudes sur le bord du cadre, à droite

celles-ci en ajoutant le réseau des méridiens et des parallèles que les cosmographes ont adopté pour leurs cartes; le résultat est plus décevant encore. On s'interroge alors sur la nature rectiligne des rayons issus des Roses des Vents ; apparaît l'idée qu'ils pourraient être des courbes ! Cette recherche progresse au XVII^{ème} siècle en même temps qu'une branche des mathématiques, la trigonométrie. Les nouvelles appellations de ces lignes : "rumb", puis "loxodromie" témoignent de ces travaux grâce auxquels une formulation mathématique devient possible. La solution définitive ne sera trouvée qu'avec le calcul différentiel. Ces cartes et les erreurs qui les accompagnent permettent de montrer comment interfèrent dans l'histoire de la cartographie. l'art nautique, l'histoire du magnétisme, celle de la trigonométrie....Les conditions techniques, qui tiennent une grande place dans l'étude des rumbs, ne peuvent être dissociées du milieu culturel qui a permis une approche scientifique renouvelée des problèmes, et leur résolution en termes mathématiques. L'étude mathématique détaillée en a été faite par M. l'Ingénieur Général Géographe R. D'HOLLANDER[3]. Nous le remercions de nous avoir autorisée à reproduire en annexe les principaux développements de cette étude.

LES PREMIERES CARTES-PORTULANS

Ces cartes qui sont faites par des marins, pour servir à des marins créent une rupture avec la tradition médiévale de la cartographie. Celle-ci consistait depuis plusieurs siècles[4] en des mappemondes faites par les moines, destinées plutôt à l'éducation de l'homme en vue de son salut qu'à la représentation géographique des territoires connus. Dans ces mappemondes l'image de la terre offerte aux regards était souvent élaborée à partir des commentaires de la Sainte Bible et des textes médiévaux issus de traités sur la Figure de la Terre, la Description du Monde comme on la concevait alors dans l'isolement des monastères ; une géographie sacrée avec Jérusalem au centre et le Paradis Terrestre à l'Est, qui était située en haut de la carte (on dira que la carte est alors "orientée") ; des tracés topographiques d'itinéraires romains, des emplacements de pays de légendes y figuraient aussi.

Les cartes-portulans apportent une autre vision du Monde, que les progrès de la navigation grâce à la boussole[5] dès le XIII^{ème} siècle avaient rendue nécessaire. Les pays sont présentés dans leurs positions respectives, les contours des côtes sont dessinés avec soin et la position des villes portuaires, étapes d'une navigation qui ne s'éloigne jamais beaucoup des rivages, y est indiquée. Il existait alors des catalogues de ports et promontoires dressés lors des voyages ; ces livrets sont appelés des "portulans" ou "livres de pilotes" du mot italien "portolano" qui signifie "pilote". Les nouvelles cartes suivent le contenu de ces livrets, se limitant à leur

[3] R. D'HOLLANDER "Historique de la loxodromie" in Géographie du Monde au Moyen-Age. et à la Renaissance Paris, C.T.H.S. 1989 p.135-148 et in Mare Liberum n°1, Lisbonne, Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses, 1990

[4] Nous simplifions beaucoup et renvoyons le lecteur aux ouvrages et travaux suivants :

- "Géographie du Monde au Moyen-Age et à la Renaissance" Paris, C.T.H.S., 1989, 1ère partie
- D. LECOQ "La mappemonde du Liber Floridus ou la vision du Monde de LAMBERT DE SAINT OMER" in Imago Mundi Londres, Kings College, 1987
- M. DESTOMBES "Mappemondes (ad. 1200-1500) - catalogues" Amsterdam, N. Israël, 1964
- K. MILLER "Die altesten Weltkarten" Stuttgart, J. Roth'sche Verl. 1895

Parmi les auteurs médiévaux on peut citer : ISIDORE de SEVILLE et ses "Etymologiae" (7ème siècle), HONORIUS d'AUTUN et son "De Imagine Mundi" vers 1100, LAMBERT de SAINT OMER et son "Liber Floridus" également du début du XIIè siècle etc...

[5] Le rôle joué par la boussole dans l'apparition des portulans est minimisé par certains auteurs. Sur cette controverse, voir l'article de W.G.L.RANDLES "de la carte-portulan méditerranéenne à la carte marine du Monde des Grandes Découvertes : la crise de la cartographie au XVIè siècle" in Géographie du Monde au Moyen-Age et à la Renaissance Paris, C.T.H.S., 1989 p. 125-126

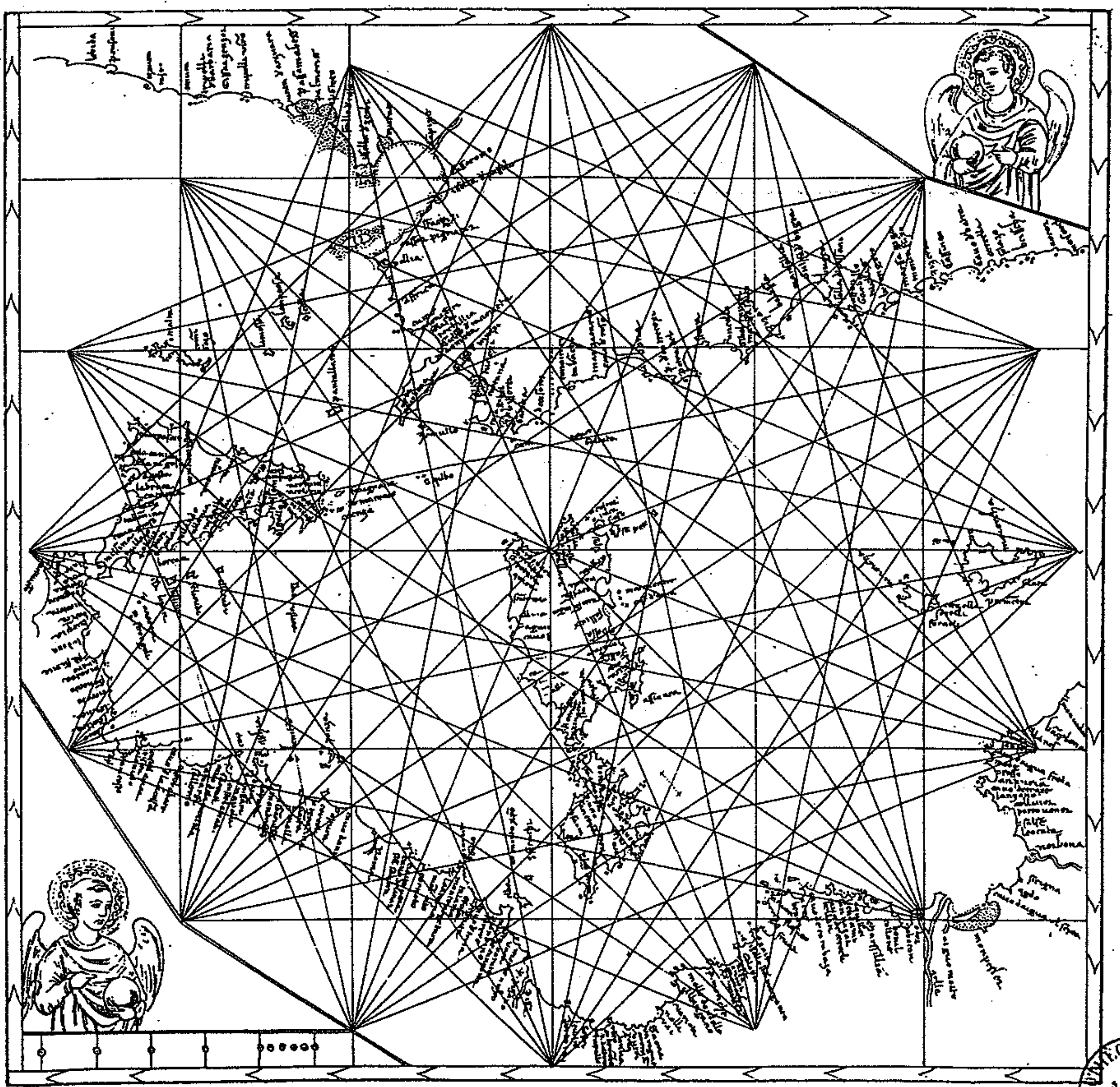


fig.3 : le "marteloire" - portulan de Petrus Vesconte, 1318 (extrait de l'Atlas de Santarem pl. n°3)

domaine d'extension, c'est à dire les pourtours de la Mer Méditerranée et de la Mer Noire. Pour cette raison elles ont reçu le nom de "cartes-portulans". On n'en connaît pas d'ébauches ni de modèle préexistant. D'après une étude récente sur la cartographie de MARIN de TYR[6], il est possible que les cartes dressées par celui-ci aient été transmises par les Arabes aux navigateurs catalans et gênois et utilisées par ceux-ci comme base de leurs portulans.

Aucun texte, aucun manuel n'indique comment elles étaient réalisées. On pense que les contours côtiers étaient tracés par des visées successives, reportées d'après les distances estimées, et assemblées de façon à reproduire le plus fidèlement possible l'articulation des bassins maritimes et de leurs régions littorales. Ces visées reposaient sur des estimations d'angles, que la boussole rendait possibles. Le dessin de ces contours est souvent remarquablement exact. Les Roses étaient dessinées ensuite ; l'une au centre, d'autres s'égrenant en cercles ou en semis à l'intérieur de la carte, indifféremment dans les mers et sur les terres, sans que l'on sache si ces positions étaient seulement dictées par la place dont disposait le dessinateur. On a dit que les rayons partaient du centre, séparés par des angles d'intervalles égaux, et que leurs lignes en s'entrecroisant constituaient un canevas ; sur les premières cartes ce canevas formait une sorte de polygone régulier bordé sur le pourtour par des Roses incomplètes disposées en cercle (fig.3), il est nommé à l'époque le "marteloire", sans doute d'après l'italien "mar-telaio" qui signifie "canevas marin" évoquant l'idée d'un tissage[7], et transcrit en latin par "martelogium". Ce dessin particulier avait une utilité pratique ; il matérialisait les angles de cap et permettait au marin de connaître le cap qu'il devait suivre pour aller d'un point à un autre ; il servait aussi à mesurer sur les rayons des Roses la distance approximative à parcourir en conservant ce cap.

Les noms des ports étaient inscrits le long de la côte et une échelle des distances complétait le tout. Au contraire des mappemondes qui étaient "orientées", elles avaient le Nord en haut ; cette direction du Nord était donnée par la boussole. On croyait alors qu'il n'existait qu'une seule direction du Nord - celle que donnait précisément la boussole - et elle était considérée comme toujours parallèle à elle-même ; lorsque cette direction était dessinée elle se répétait à partir de chaque rose, formant un balayage de lignes verticales. On a démontré que ces lignes étaient équivalentes à des méridiens magnétiques[8].

Naviguer consistait à tenir un cap magnétique constant, à l'aide de la boussole et du marteloire, celui-ci permettait d'obtenir d'un méridien à l'autre la distance parcourue en longitude. La direction était donnée par l'angle de cap. La distance parcourue servait à déterminer la position du navire en mer. Lorsqu'un cap n'avait pas été tenu, sous l'influence de vents ou de courants par exemple, on pouvait consulter les Tables "de martelogio"[9] qui donnaient les valeurs pour effectuer la rectification des trajets. Ces tables existent dés le début du XIV^ème^ siècle puisque RAYMOND LULLE écrit en 1305 : "Quand un navire chemine 8 milles vers le Sud-Est., ces 8 milles n'en valent que 6 vers l'Est.". Elles devaient être tenues secrètes par les pilotes, car on n'en connaît que peu d'exemples ; l'une d'elles figure dans l'Atlas d'ANDREA BIANCO de 1446. Elle contient des valeurs d'angles, donnant notamment pour chaque quart de vent (soit 22°1/2) le sinus et le cosinus de l'angle de

---

[6] R. D'HOLLANDER "Sciences Géographiques, connaissance du Monde et conception de l'Univers dans l'Antiquité" - (ch.13) in Revue de l'Association Française de Topographie, Paris, I.G.N. 1995 n°65

[7] Voir M. de la RONCIERE et M. MOLLAT du JOURDIN "Les Portulans", p.12

[8] A. CLOS ARCEDUC "L'énigme des portulans" Paris, imprimerie de l'I.G.N. 1962

[9] cf. G. BEAUJOUAN "Les origines de la navigation astronomique aux XIVè et XVè siècles" in Colloque d'Histoire Maritime, "Le Navire et l'Economie Maritime du XVè au XVIIIè siècles, Paris, S.E.V.P.E.N., 1957 . Dans cet article se trouve la citation qui suit, de RAYMOND LULLE.

cap et permet d'estimer les distances restant à parcourir selon le cap initialement choisi (fig.4)

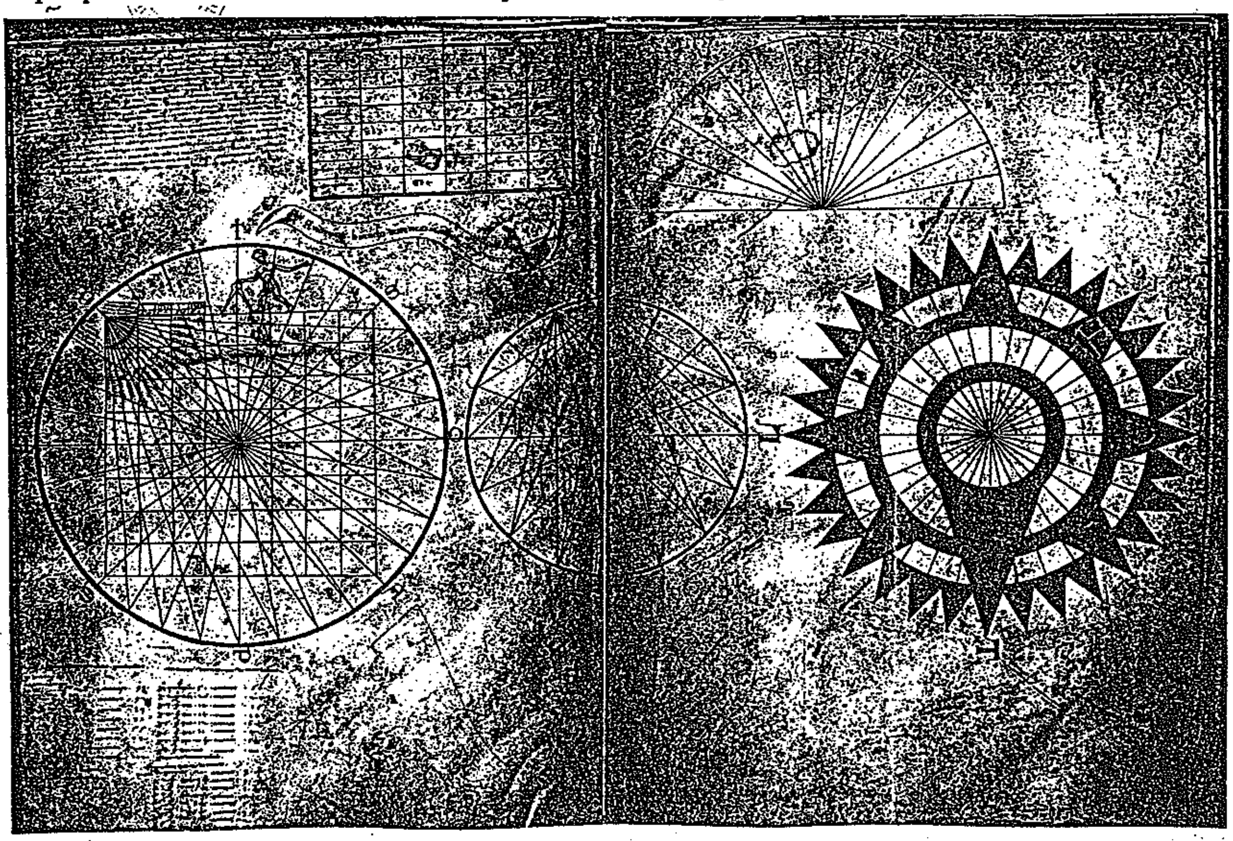


fig.4 : exemple d'une table de marteloire -: photocopie d'une ancienne reproduction d'une planche de l'Atlas d'ANDREA BIANCO (1436). Elle donne pour chaque aire de vent du quadrant la valeur du sinus et du cosinus. - à gauche, construction des lignes de cap dans un quadrant ; en haut, table détaillée ; à droite construction d'une rose des vents détaillée

LA QUESTION DU NORD ET DE L'AIMANT

Ces cartes-portulans avec leurs Tables complémentaires convenaient bien à un art nautique basé sur les directions et les distances, malgré tout très empirique puisque la précision reposait sur l'expérience des marins évaluant dérive et vitesse avec des instruments rudimentaires ; d'autant plus que les zones cartographiées, en Méditerranée et en Mer Noire, se trouvaient dans une région terrestre où la déviation de l'aiguille aimantée varie peu tant selon la longitude que selon la latitude. Les choses changent avec les progrès de l'art nautique ; la navigation ne tarde pas à déborder le cadre de la Méditerranée. Avec la traversée de l'Atlantique, avec l'exploration de la Côte Occidentale de l'Afrique, il faut désormais s'éloigner davantage des côtes ou des régions connues ; on transpose alors les cartes-portulans à ces nouveaux espaces. Mais les anomalies magnétiques deviennent sensibles, donnant des déviations importantes de la direction du Nord magnétique. CHRISTOPHE COLOMB fait l'expérience de ces anomalies. Voici ce qu'il écrit dans le récit de son 3ème voyage (1498) : "dans mes navigations d'Espagne aux Indes, au moment de dépasser une ligne située à une centaine de lieues à l'ouest des Açores, j'ai toujours observé un grand changement dans le ciel et dans les étoiles, dans l'état de l'atmosphère et dans l'eau de la mer. J'ai étudié attentivement ce phénomène. J'ai constaté qu'au delà d'une ligne allant du Nord au Sud à une centaine de lieux des dites îles, l'aiguille de la boussole qui auparavant déclinait au Nord-Est, décline au Nord-Ouest d'un quart entier..."[10]

CHRISTOPHE COLOMB avait sans le savoir traversé le méridien commun au pôle géographique et au pôle magnétique*, ce qui avait changé le sens de la déclinaison de l'aiguille. Ces anomalies constatées vont mettre les "problèmes de l'aimant" au premier plan de la réflexion scientifique. Au XIIIème siècle P. de MARICOURT avait esquissé une théorie de l'aimant montrant que celui-ci "porte la ressemblance du ciel". Il avait remarqué en effet l'analogie entre les cercles qu'il dessine sur son aimant sphérique en suivant la direction donnée par l'aiguille, et les cercles méridiens de la sphère du Monde. Le point d'intersection de chaque famille de cercles constitue un pôle et à l'imitation des Pôles célestes, il donne le nom de "pôle" à ce point de l'aimant. Sa "Lettre sur l'aimant" sera éditée trop tardivement (1558) pour éclairer les recherches. L'expérience ne tarde pas à montrer, on l'a vu avec le témoignage de CHRISTOPHE COLOMB, qu'il y a une "déclinaison" variable, tantôt orientale, tantôt occidentale et qu'elle varie dans l'espace sous l'effet d'une influence terrestre ; on constatera plus tard qu'elle varie aussi avec le temps. Les travaux sur le magnétisme progresseront avec l'Allemand G. HARTMANN (1544) qui découvre l'inclinaison magnétique et affirme que le pôle magnétique est un point terrestre. Le pôle du Monde, point où l'axe du Monde perce la sphère du Cosmos, reste localisé au ciel. En 1546, dans une lettre à l'Evêque d'Arras - son protecteur et mécène - MERCATOR informé de ces particularités, écrit: "...l'aiguille qui est frottée par l'aimant ne se tourne pas toujours vers le même point des terres, comme le croient les capitaines et les hydrographes mais à chaque changement de latitude ou de longitude elle donne une autre direction puis une autre, ce qui fait qu'une course, qui par exemple se dirige vers le Couchant ou vers le Levant tantôt dévie insensiblement et de plus en plus de son itinéraire réel vers le sud, ce qui fait les côtes plus septentrionales qu'elles ne devraient l'être, comme on peut le voir pour les côtes d'Afrique du détroit de Gadès jusqu'à Carthage, tantôt dévie vers le Nord, faisant que la côte s'écarte vers le sud plus /qu'il ne faudrait/, ce qui arrive aux navigateurs qui reviennent de Carthage à Gadès..". Il ajoute, au sujet d'une carte représentant le Canada : "comme l'hydrographe, - peu importe lequel - a représenté le Canada d'après les itinéraires effectués à partir de l'Europe, les degrés de latitude étant établis à proximité de l'Europe, il a été contraint d'ajouter pour son Canada une autre échelle de latitude, car l'aiguille de la boussole, ayant dévié du Nord vers le Couchant, les latitudes des lieux ont été majorées par rapport à l'expérience"[11]. La figure 5 donne un exemple de carte avec deux échelles de latitude pour l'Océan Atlantique Nord.

LA CARTOGRAPHIE DES COSMOGRAPHES

Les "cosmographes" de leur côté, ceux qui établissent la cartographie du Monde terrestre, confrontés au problème de la terre sphérique et à la figuration de territoires de plus en plus étendus à mesure qu'ils sont découverts, doivent trouver de nouveaux modes de représentation ; ils prennent pour modèle la

---

[10] Cette phrase est citée dans : P. RADELET DE GRAVE "Les lignes magnétiques du XIIIè au XVIIIè siècles, in Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences Paris, C.N.R.S., 1981 p. 53. Voir cette publication pour tout ce qui concerne l'histoire du magnétisme

* les mots soulignés sont expliqués dans le glossaire p. 62

[11] VAN DURME "Correspondance Mercatorienne" Anvers, De Nederlandsche Boekhandel 1959 - lettre à A. PERRENOT du 23 fév. 1546, p.32 à 34

cartographie grecque que les cartes de PTOLEMEE ont permis de redécouvrir[12]. Ces cartes sont faites à partir de listes de coordonnées ; certaines ont un réseau orthogonal de méridiens et de parallèles orienté vers le Nord géographique (fig.6) dessiné à l'imitation du réseau des méridiens et des parallèles célestes. En même temps s'impose l'idée qu'une représentation cartographique doit s'appuyer sur une représentation plane de la sphère dont la construction permettra l'établissement de ce réseau de base.

Avec les travaux de JOHANN WERNER (1468-1525), un nouveau pas est franchi dans le sens de la rigueur cartographique quand ce mathématicien, versé dans les problèmes de la géométrie grecque, énonce qu'il faut conserver sur la carte un rapport exact entre les parallèles et les méridiens, c'est à dire reproduire sur la carte le rapport que ces deux réseaux ont sur la sphère. En 1514 dans son "Libellus", traitant de quatre représentations planes du globe terrestre[13] il écrit : "Avec l'aide d'une table des sinus donner le rapport des longueurs à celle de n'importe quel parallèle dont on connaît la distance à l'équateur" c'est à dire la latitude (proposition 1). Il ajoute que pour l'équateur et les parallèles, le rapport des circonférences est comme celui de leurs diamètres, et il dresse la table qui servira à ses calculs.

Le besoin de nouvelles cartes est ressenti par tous. La nécessité d'avoir des mesures de directions précises pour naviguer, correspondant en topographie à la nécessité de distances exactes, la volonté de donner une image appropriée des mers et des terres du globe terrestre, convergent pour former une exigence commune.

Encore faut-il que les concepts mathématiques existent. Certes la Renaissance a permis la traduction et la diffusion des ouvrages d'EUCLIDE, APOLLONIUS, ARCHIMEDE, mais les livres de mathématiques ne sont encore que des livres de calcul ou d'abaques, en vue d'applications pratiques à l'usage des marchands. La science arabe qui avait reçu des sciences indienne et persane les bases d'une trigonométrie assez efficace reste peu connue. WERNER lui aussi est freiné dans ses recherches parce que le cosinus lui faisant défaut aussi, il prend dans ses tables le sinus du complément à 90° de ses angles, ce qui lui impose de longs calculs pour lesquels lui manque aussi le concept de "nombre décimal", les chiffres inférieur à 1 étant exprimés par des fractions.

D'AUTRES ERREURS SUR LES CARTES

Les cartes de navigation bénéficient des travaux sur la géométrie de la sphère ; en particulier, l'équateur et les tropiques, accompagnés d'une échelle des latitudes vont figurer sur toutes les cartes même les cartes marines. En outre est indiqué dans les planisphères réalisés par les Portugais dés le début du XVI^{ème}

---

[12] La "Géographie" de PTOLEMEE écrite en grec au 2ème siècle de notre ère donne trois méthodes pour représenter les méridiens et les parallèles de la sphère sur un plan, ainsi que les listes de coordonnées de 8000 points connus (villes, montagnes, embouchure et sources de fleurves etc...) Le manuscrit était ignoré du monde occidental jusqu'à ce qu'il soit apporté de Byzance à Florence au début du quinzième siècle.
Premières éditions avec les cartes : Ulm 1482 et 1486

Traduction française de l'Abbé HALMA, Paris, Henri Grand, 1822
voir aussi la traduction partielle de G. AUJAC dans : "CLAUDE PTOLEMEE astronome, astrologue, géographe" Paris, éd. du C.T.H.S., 1993

[13] WERNER "Libellus de quatuor terrarum orbis in plano figurationibus ab eodem IOANNE VERNERO novissime compertis et enarratis" Nüremberg, 1514
et : "Introductio Geographica PETRI APIANI in doctissimas VERNERI Annotationes continens plenum intellectum et judicium operationis, quae per sinus et chordas in Geographia confici potest, adjuncto Radio astronomico cum quadrante novo meteoroscopii loco longe utilissimo" Ingolstadt, 1533

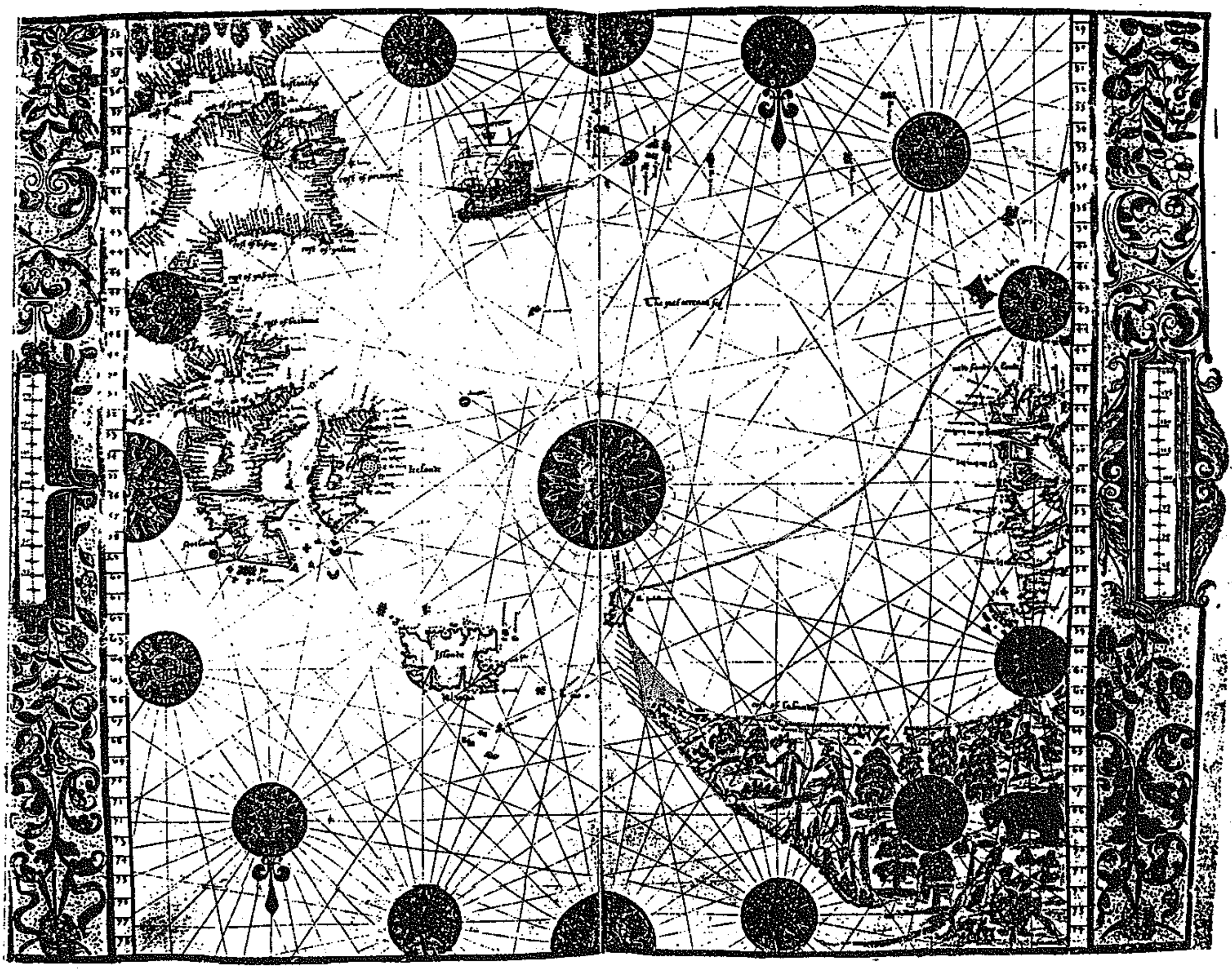


fig.5 : extrait d'une carte de l'Atlantique Nord de JEAN ROTZ (1542) montrant une double échelle de latitudes : 33° à 78° près de l'Europe et 29° à 76° près du pays de Labrador (la lecture de la carte se fait Sud en haut)

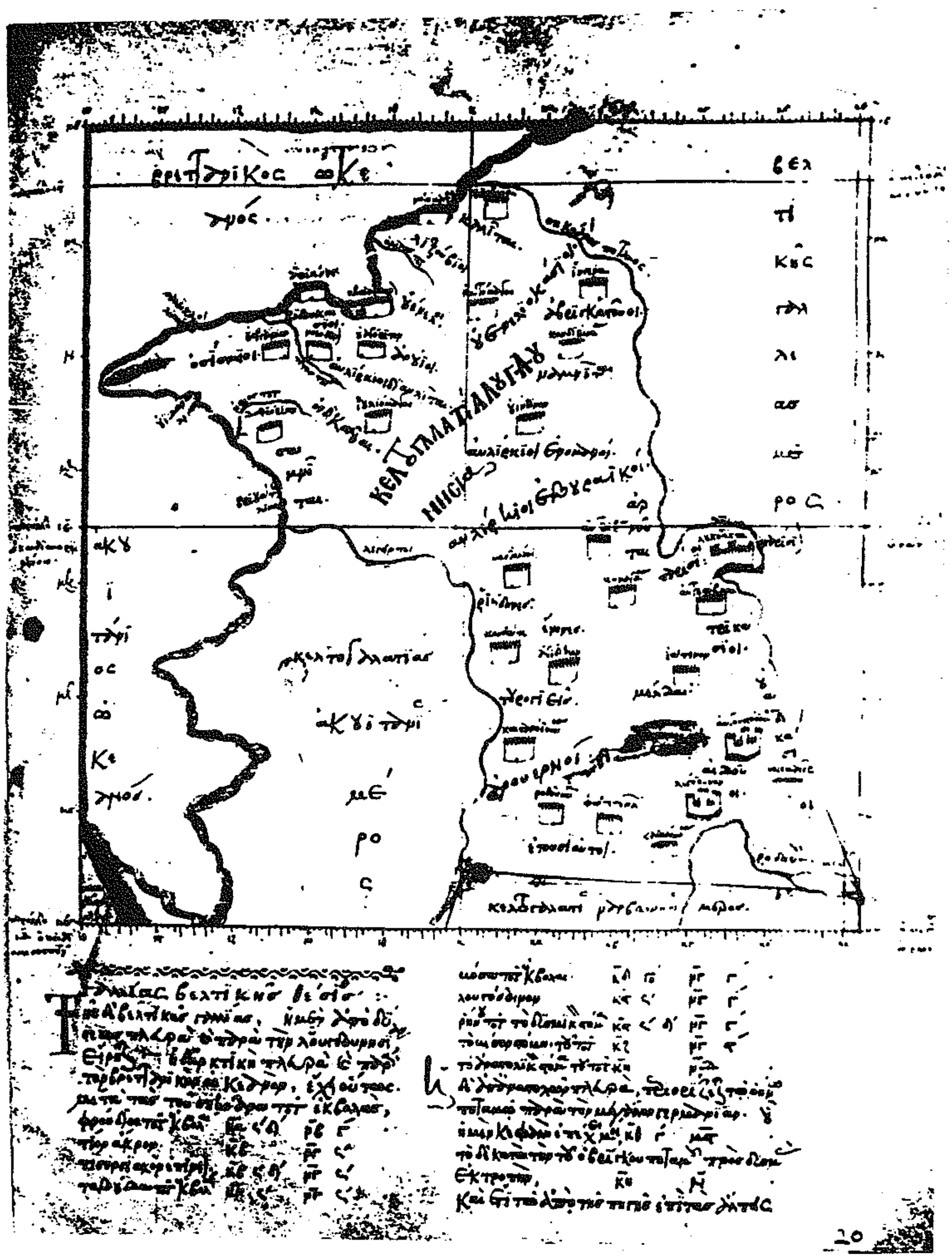


fig.6 : exemple de carte plate carrée, représentation plane utilisée par PTOLEMEE dans sa "Géographie" pour ses cartes des pays - ici la partie de la Gaule comprise entre la Seine et la Loire. (manuscrit grec du XIVè siècle, Bibliothèque Laurenciana de Florence)

siècle pour retracer leurs navigations et leurs découvertes notamment dans l'Océan Indien, le fameux méridien dit "de Tordesillas"[14] qui partage le monde en deux zones de domination espagnole et portugaise. Mais, ajouté sur le réseau de rumbs rectilignes dirigé vers le Nord magnétique, ce quadrillage de méridiens et parallèles établi à partir du Nord géographique crée un singulier mélange. La figure 7 montre une "orbis typus universalis" à petite échelle, la figure 9 une "tabula hydrographica...maris Balticae" à plus grande échelle. Certes, ces nouvelles cartes nommées "de type hydrographique" vont plaire, pour être bien en accord avec les idées du temps, où se mêlent l'esprit nouveau des conquêtes maritimes, les représentations traditionnelles, des survivances de la cartographie ptoléméenne...mais les navigateurs ne peuvent s'en servir.

En effet, si le canevas orthogonal de méridiens et parallèles qui constitue la "projection plate carrée" répond bien à la volonté de conserver un rapport d'égalité entre les degrés des parallèles et les degrés des méridiens à chaque latitude sur la carte, la longueur du degré de parallèle s'allongeant sur la carte à mesure que les cercles de latitudes s'éloignent de l'équateur, le rapport avec les longueurs qui représentent les méridiens n'est pas respecté. Il en résulte que sur ces cartes les directions sont faussées, à l'exception des directions N/S et E/W. PTOLEMEE dans sa critique des cartes marines de MARIN de TYR avait bien vu le défaut de cette projection qu'il réservait à ses cartes terrestres. Ces cartes ne peuvent donc pas être utilisées par les pilotes navigant sous un même direction de vent et coupant tous les méridiens sous un même angle. Le problème des cartes de navigation est toujours sans solution satisfaisante, et les cartes de "type hydrographique" ne serviront qu'aux "géographes de cabinet" et aux amateurs de jolies images (fig. 8).

RUMBS COURBES, RUMBS RECTILIGNES

Deux savants vont trouver, par deux approches différentes mais simultanées, la voie d'accès à la solution ; ils viennent de deux pays qui ont la navigation pour vocation, le Portugal et la Flandre maritime. Au Portugal le mathématicien PEDROS NUNES (1502-1578) étudie le problème en théoricien. En Flandre GERARD MERCATOR (1512-1594) cherche, lui, à inventer un autre modèle de carte pour les pilotes. Son approche est plus pragmatique : c'est celle d'un réalisateur d'instruments, d'un constructeur de globes, d'un dessinateur de cartes.

NUNES - connu également sous le nom de NONIUS - écrit un traité sur la sphère dans lequel il clarifie les données du problème : " la direction du cercle méridien est celle du Septentrion et de l'Auster ; la direction du cercle équinoxial est celle de l'Est et de l'Ouest. Les autres directions, que les Espagnols nomment "rumb" ne sont pas des cercles mais sont formées de petits segments de grands cercles,...[15] "Le mot "rumb" qui vient de l'espagnol "rumbo" signifie en effet "cap", "route" ; NUNEZ l'étudie et reconnaît la propriété qu'en chacun des points du rumb *la tangente* fait un angle invariable avec les méridiens. Il écrit : "les rumbs ne sont pas des cercles mais des lignes courbes irrégulières qui vont, faisant des angles égaux avec tous les méridiens

[14]Tordesillas, ville d'Espagne où fut signé le 7 juin 1494 entre les Rois Catholiques et Jean de Portugal un traité qui plaçait à 370 lieues à l'Ouest des Iles du Cap Vert la ligne de partage entre leurs possessions (traité confirmé par le Pape Jules II en 1506) cf dans ce numéro l'article "Latitude longitude et géopolitique"(G. VINDT)

[15] PETRI NONII Salaciensis de arte atque ratione navigandi (libri duo) - Conimbricae, 1573
cf. aussi R. D'HOLLANDER "Historique de la loxodromie" in Géographie du Monde au Moyen-Age.... p.135

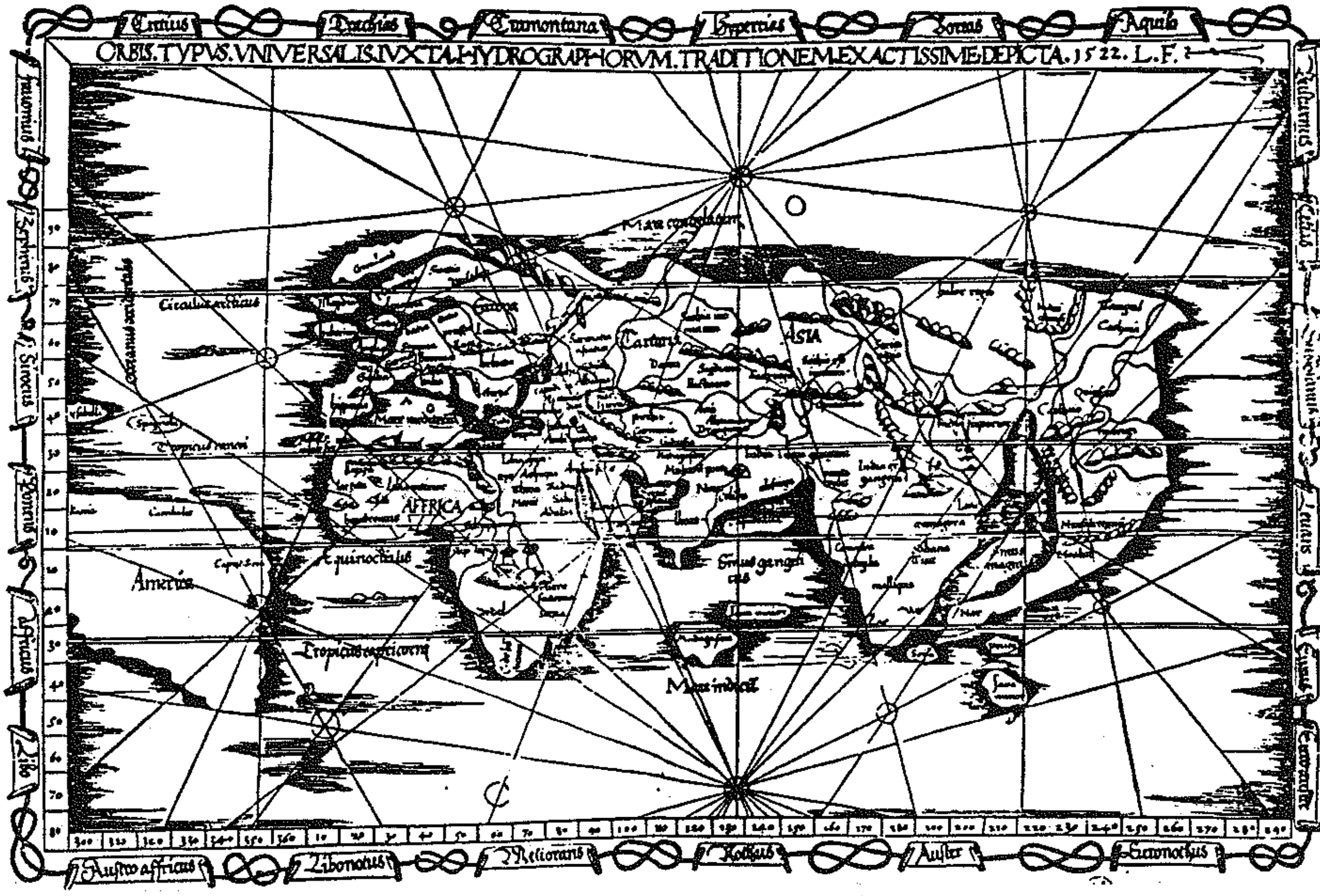


fig.7 : "Orbis Typus Universalis juxta hydrographorum traditionem ex actissime depicta" de Laurent Fries (1522) :
"carte hydrographique" à petite échelle au dessin assez approximatif, (comme c'est souvent le cas au XVIè s)
Des cartes de ce genre se trouvent souvent dans les éditions de "la Géographie" de C. PTOLEMEE
comme mise à jour de sa grande carte de l'oecoumène . -réseau de roses des vents et de rumbs, avec l'équateur, les tropiques
et un cadre gradué en longitude et latitude

fig.8 : Carte "Typus Orbis Terrarum" tirée de l'Atlas de la Duchesse de BERRY (1628)- rumbs rectilignes et équateur
gradué

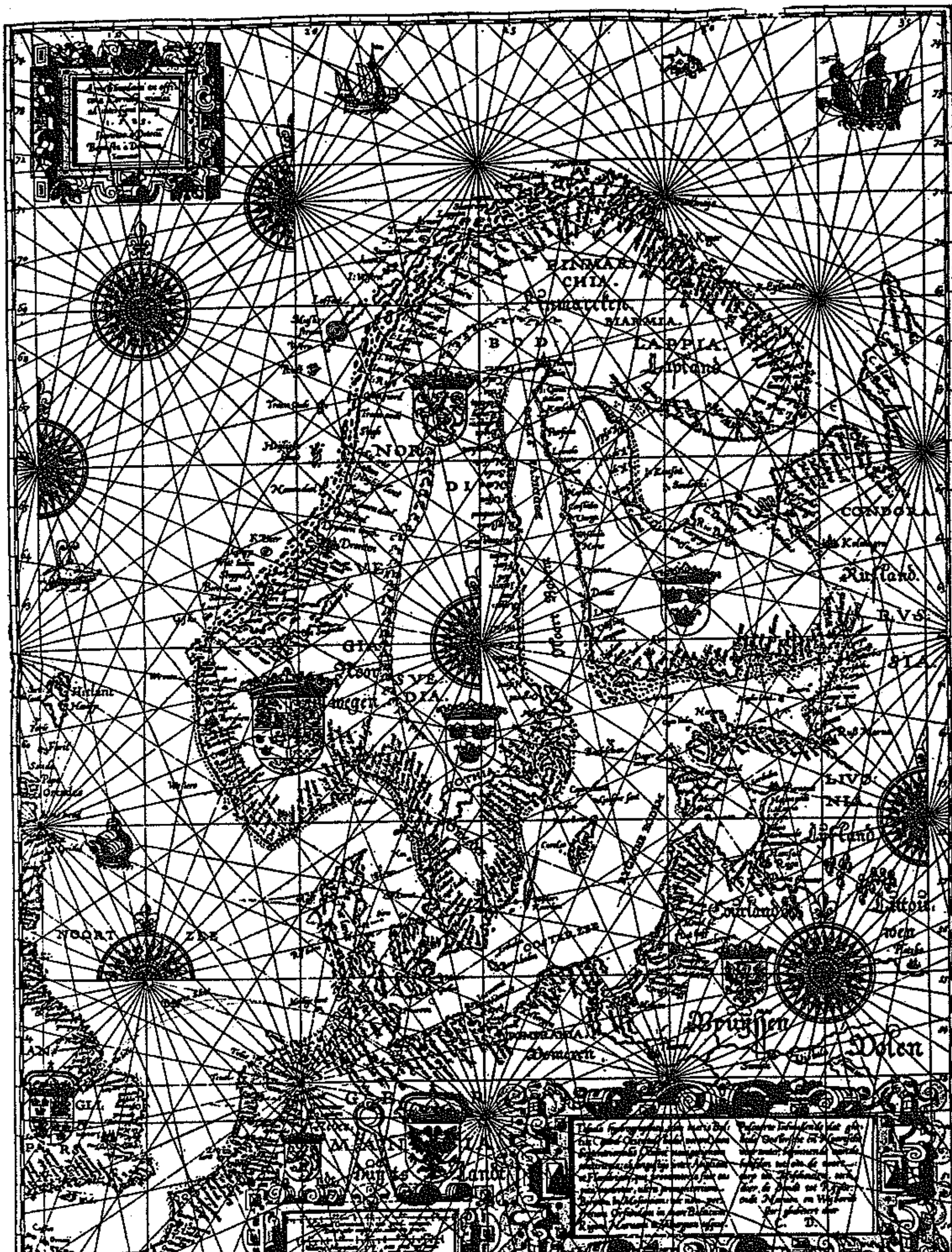


fig.9 : "Tabula hydrographica sive maris Baltici..." Carte de Scandinavie à moyenne échelle de CORNELIS DOEDTSZ - 1589 - on note la courbure de certains rumbs

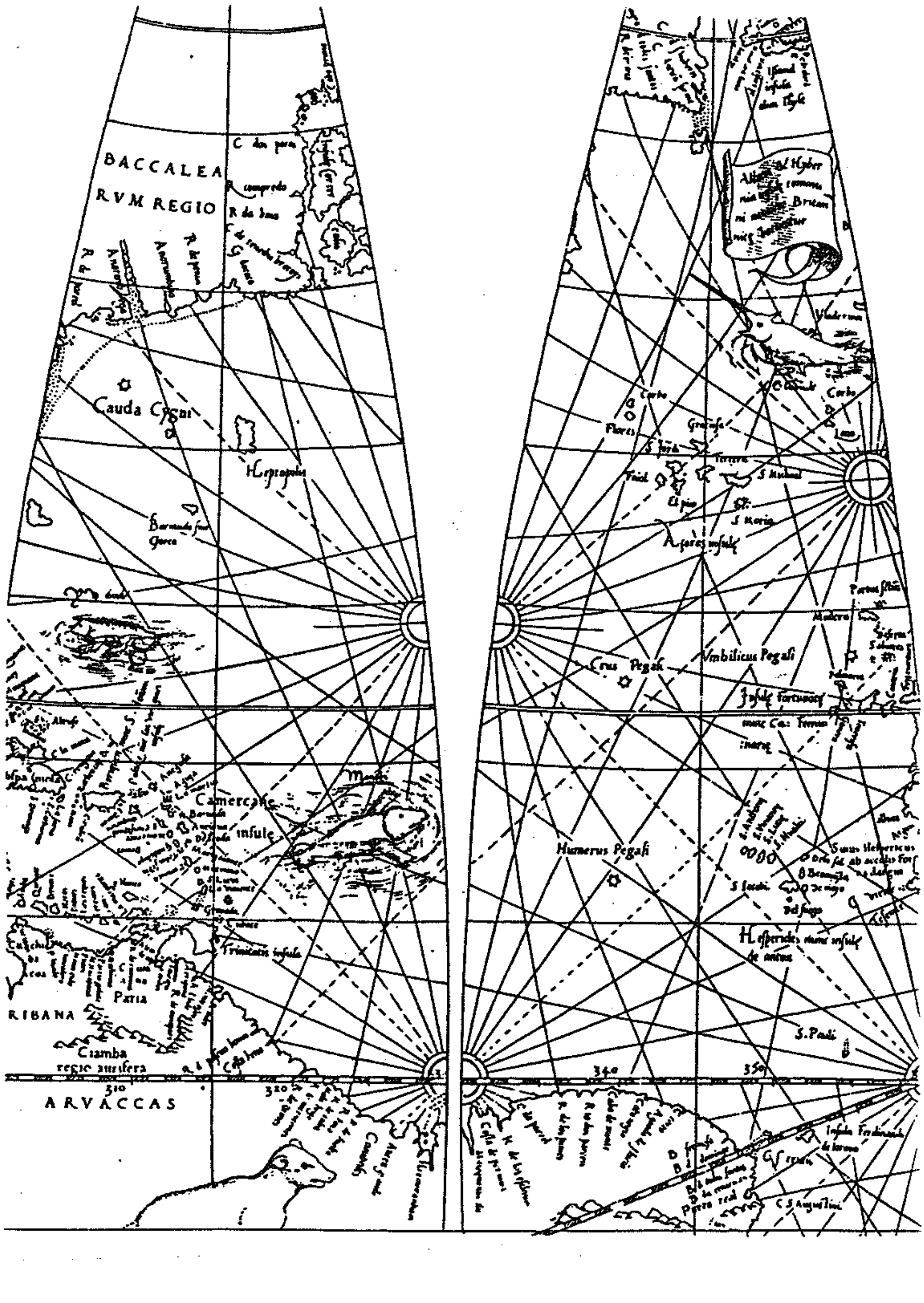


fig.10 : Globe de MERCATOR (1541) : partie de deux fuseaux représentant l'Atlantique Nord où figurent l'équateur, les tropiques et les rumbs en trait légèrement courbe

qu'ils traversent"[16]. Voila donc trouvée la nature de la courbe qui correspond sur le globe aux rayons de la Rose des Vents sur la carte-portulan ; sa forme est celle d'une sorte de spirale sur la sphère, une courbe à double courbure et il verra plus tard qu'elle s'approche du pôle sans l'atteindre. Il dessine ces rumbs courbes sur une carte en projection polaire de l'hémisphère Nord (1537). Puis il distingue les deux grandes modalités de l'art nautique : la navigation par arc de grand cercle (la plus courte distance entre deux points) où il faut changer sans cesse son angle de route, et la navigation par ces rumbs où l'on maintient toujours le même azimut.

En Europe du Nord, MERCATOR par son maître GEMMA FRISIUS n'ignore pas les travaux de NUNES. Lorsqu'il entreprend en 1541 la réalisation d'un globe terrestre, sur les 12 fuseaux de papier (fig.10) destinés à être collés sur le support en forme de sphère de son futur globe, il place avec l'équateur, les méridiens et des parallèles le réseau des rumbs courbes, accompagné de ces mots : "si un vaisseau se dirige constamment vers le même point du compas, ce point n'étant pas un des 4 cardinaux, il décrira sur le globe une courbe qui tourne en spirale à l'infini en s'approchant toujours du pôle sans jamais y arriver". MERCATOR distingue "plaga" et "directio" : la première est "la ligne de visée menée de notre lieu vers un autre, définie par l'inclinaison du grand cercle passant par les deux lieux....Nous appelons "direction" la ligne menée d'un lieu vers un autre de telle manière qu'elle fasse des angles égaux avec n'importe quel méridien....[17]". Notons que le mot "direction" est celui qu'employait REGIOMONTANUS au siècle précédent. Le changement de vocabulaire témoigne du changement qui a eu lieu dans le domaine conceptuel.

Comment dessiner ces courbes inhabituelles ? Au Portugal NUNES poursuit ses recherches en travaillant à l'établissement d'une table numérique permettant d'effectuer le dessin de point en point. MERCATOR de son côté, pour réaliser le tracé des rumbs sur son globe, adopte une solution qu'il n'explique pas mais qui semble être un procédé de construction graphique, lequel a été reconstitué ainsi : on utilise "une équerre métallique en métal souple dont les deux bras forment entre eux un angle égal à celui du rumb. On place le bras vertical de l'équerre le long du méridien du point de départ de l'équateur et on trace un élément de rumb le long de l'autre bras jusqu'au méridien suivant"[18]. Le tracé ainsi obtenu étonne par sa précision.

Après avoir résolu la question sur le globe, MERCATOR se penche sur le problème des cartes où ces "rumbs", ces "directions", doivent être rectilignes pour pouvoir servir à la navigation ; c'est donc le canevas géographique qu'il faut changer. Et il travaille à donner "une nouvelle proportion et une nouvelle disposition des méridiens par rapport aux parallèles." Il avoue, nous dit son biographe "qu'il manque d'une démonstration....mais qu'il a entendu parler de quelque chose[19]". En effet une idée circule, depuis ETZLAUB, qui la met en pratique sur le cadre d'un cadran solaire de poche[20], et PIRCKHEIMER, qui écrit en 1524 : "...j'ai le projet d'étudier un jour de nouvelles cartes avec méridiens parallèles....en telle façon qu'à chaque extrémité de la carte, la longitude fasse un angle droit avec la latitude ; je conserverai en outre un rapport exact non

16 "nam serem os rumos circulos ; mas linhas curvas irregulares : que vam fazendo com todolos meridianos que passamos angulos iguales" (cité par GERNEZ "Quel procédé MERCATOR employa pour tracer le canevas de sa carte de 1569 à l'usage des marins" Académie de Marine de Belgique, Communications 1936-1937, t. 1, p.10 note 3)

17 Texte et traduction des légendes de la mappemonde originale de G. MERCATOR, Bureau Hydrographique International, Monaco 1932. Le mot "directio" était utilisé par REGIOMONTANUS,

18 cf. R. D'HOLLANDER "Historique de la loxodromie" in Géographie du Monde au Moyen-Age.... p.135

19 Lettre à GHYMNIUS, cité par J. VAN RAEMDONCK, "GERARD MERCATOR - Sa vie et ses oeuvres" Saint Nicolas, Dalschaert, 1869

20 sur ETZLAUB voir notamment : F. SCHNELBÖGL "Life and work of the Nüremberger Cartographer ERHARD ETZLAUB" in Imago Mundi t.XX 1966 p.11

fig.11 : Extrait de la grande carte de MERCATOR dite "en latitudes croissantes" (1569) montrant l'espacement croissant des parallèles - côte orientale de l'Asie et Japon - en trait double, le tropique ; en trait épais (au bas de la page) l'équateur

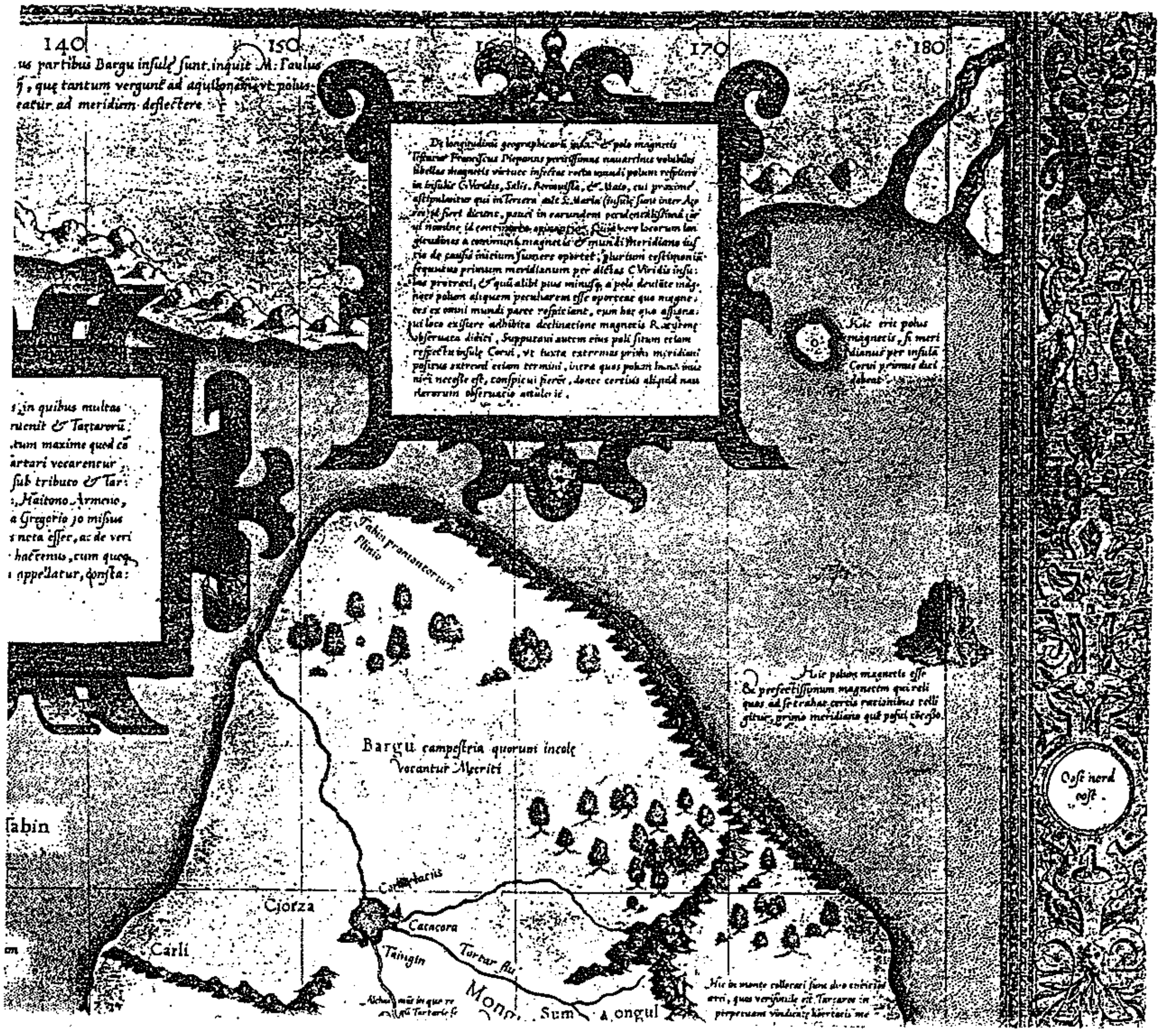


fig.12 : Extrait de la grande carte de MERCATOR dite "en latitudes croissantes" (1569) avec la représentation de deux pôles magnétiques

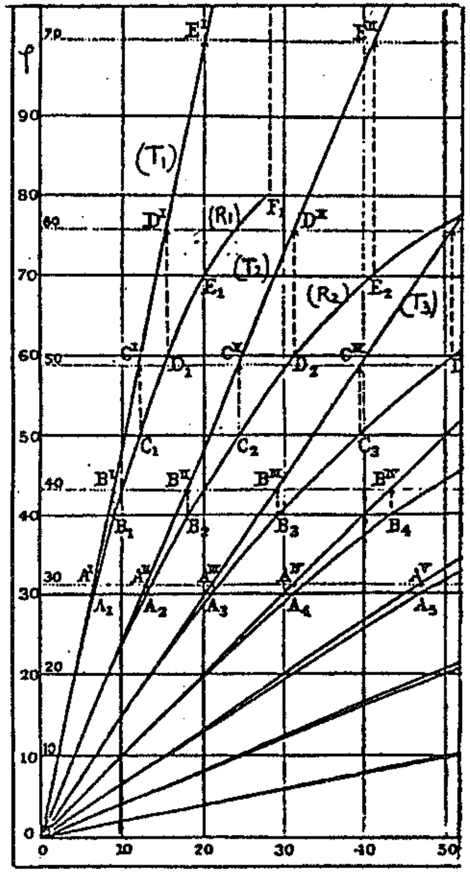


fig.13 : figure accompagnant l'hypothèse du Dr WAGNER /Mercator/: "après avoir construit ses rumbs sur une carte plate selon les courbes (R1) (R2)...aurait pris leurs intersections avec les parallèles en traits pleins de la figure /ci-dessus/ : E1 et E2 avec le parallèle 70°. Ayant tracé les rumbs rectilignes d'azimut 11° 25, 22° 50...tangents en 0 aux courbes (R1) (R2)...Mercator aurait procédé à une anamorphose pour passer des rumbs courbes aux rumbs rectilignes. Par E1 et E2 il aurait mené des parallèles aux méridiens rencontrant les rumbs rectilignes en EI, EII, dont l'alignement représente le parallèle 70° en projection de Mercator. Dans cette méthode, l'accumulation de 3 sortes d'erreurs : l'erreur de tracé sur le globe, l'erreur de report du globe sur la carte plate, l'erreur résultant de l'anamorphose, peut expliquer la faible précision du canevas" (R. D'HOLLANDER "Historique de la loxodromie..." p.143)

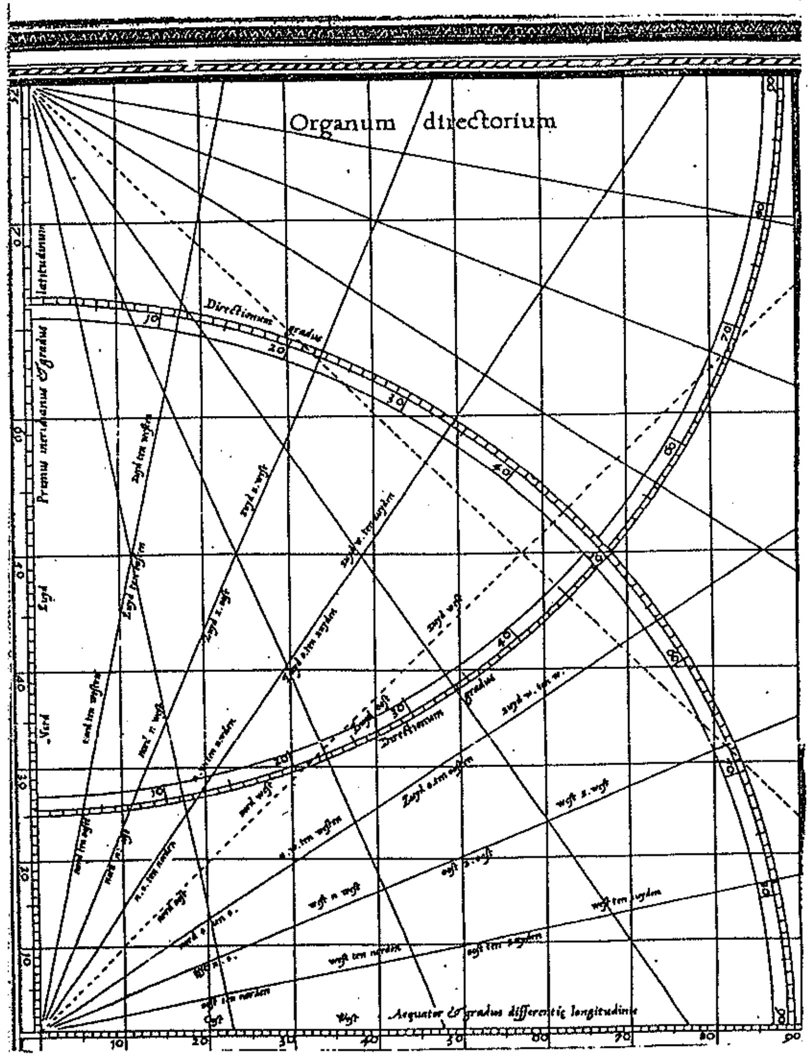


fig.14 : "organum directorium" ou abaque des distances pour la carte en latitudes croissantes de MERCATOR

seulement entre les parallèles et les méridiens, mais aussi entre les premiers et leur distance réelle à l'équateur..."[21]. Déjà dans la "Suma de Geographia" de ENCISO au début du XVIè siècle on trouvait cette phrase : "Les écartements des parallèles ne sont pas tous égaux sur une bonne carte marine mais doivent croître avec la latitude"[22].

CALCULS, TRACES

NUNES publie à Bâle en 1566 le résultat de ses calculs : un traité dans lequel il indique le mode de calcul des tables cherchées par la résolution de triangles sphériques, qui donne la longitude et la latitude d'un certain nombre de points d'un rumb à partir d'un point de l'équateur[23]. Cependant sa table, composée de 7 colonnes reste vide, le soin étant laissé au lecteur de la remplir. (voir l'annexe n°1). Il ajoute à ses calculs deux méthodes de construction d'un rumb sur un globe, notamment en utilisant un quadrant sphérique dont les 2 côtés sont perpendiculaires et sur lequel sont matérialisés les directions intermédiaires correspondant à 7 rumbs d'une rose de 32 directions.

MERCATOR trois ans plus tard présente sa nouvelle projection cartographique pour sa "nouvelle et plus complète représentation du globe terrestre correctement adaptée à l'usage de la navigation". Il écrit : "nous avons augmenté progressivement les degrés des latitudes vers chaque pôle proportionnellement à l'augmentation des parallèles par rapport à l'équateur" (sur le méridien). Sur la carte le rumb devient alors rectiligne (fig.11) et la carte est dite "en latitudes croissantes."

En haut à droite de la carte MERCATOR a aussi dessiné (fig.12) le pôle magnétique sous forme d'un petit dôme à deux emplacements selon que le premier méridien est choisi situé à l'île Corvo, où il n'y a pas de déclinaison magnétique (en haut), ou aux Iles Canaries, les "Iles Fortunées" de PTOLEMEE (en bas).

Comme MERCATOR n'a pas de formule mathématique pour réaliser le dessin, il se sert de son expérience de tracé sur le globe mais il ne révèle pas son procédé. Huit hypothèses ont tenté de reconstituer celui-ci[24]; voici celle de l'historien H. WAGNER (fig.13) : MERCATOR aurait d'abord tracé sur un globe les rumbs, dont il aurait reporté sur une carte plate les intersections avec les méridiens selon les latitudes relevées sur le globe. Ayant pris les intersections de ces rumbs avec les parallèles, il les aurait tracés rectilignes. Puis il serait, par anamorphose, passé des rumbs rectilignes au rumbs courbes. La carte ne permettant plus de calculer directement des distances, il faut lui adjoindre un abaque de calcul des distances, l'"organum directionum" (fig.14) qu'un texte explicite : on détermine l'angle du rumb ainsi que la différence de latitude entre les deux points considérés, chercher sur une des roses des vents situées sur l'équateur une ligne du même angle que la ligne entre les 2 points fait avec les méridiens de chaque points, on compte autant de degrés de l'équateur qu'on a compté de degrés dans la différence des latitudes ; on fera avec les pointes d'un compas écartées de la différence de latitude autant de révolutions que le permet l'écartement des 2 lieux, sommant les degrés de

---

[21] cité par GERNEZ, op. cité, p.24

[22] Légende de la carte de 1569 qui commence ainsi : "Au lecteur de cette carte, salut !" La référence à ENCISO (en note) est de l'auteur des traductions des légendes par le Bureau Hydrographique International)

[23] R. D'HOLLANDER "Historique de la loxodromie" in Géographie du Monde ...p.138 à 141

[24] D'après R. D'HOLLANDER l'hypothèse du Docteur WAGNER explique le mieux les approximations du canevas établi par MERCATOR ("Historique de la loxodromie" in Géographie du Monde ..).

chacune et y ajoutant (éventuellement) la valeur d'une révolution incomplète que l'on aura déterminée.

L'EXPLOSION DES OUTILS DE LA TRIGONOMETRIE

La projection de la nouvelle carte passe à peu près inaperçue et c'est seulement un siècle plus tard que cette cartographie faite pour les marins réalisera son objectif dans un Atlas de cartes marines "le Neptune François". Mais l'étude de MERCATOR a trouvé un écho auprès d'un mathématicien anglais, Edward WRIGHT qui dénonce les erreurs des cartes nautiques ordinaires et présente dans un ouvrage de 1599[25] une notion de trigonométrie destinée à répondre au problème de MERCATOR : la notion de *sécante*. C'est que les trente années qui séparent la parution de son ouvrage de celle de la carte de MERCATOR ont vu l'édition de tout un ensemble de travaux concernant la trigonométrie[26]. Ces ouvrages précisent des notions d'usage jusque là limité : les sinus et les tangentes, les cosinus et les sécantes, enfin les cotangentes et les cosécantes. Grâce à ces outils le problème de l'espacement des parallèles sur le méridien allait être résolu, permettant le tracé rectiligne sur la carte, des rumbs courbes sur la sphère :

- en 1561 parait à Nüremberg la 2ème édition de l'ouvrages posthume de REGIOMONTANUS "De triangulis omnimodus libri quinque" (écrit en 1464). C'est un traité de trigonométrie plane et sphérique, que WERNER n'avait sans doute pas connu, la première édition étant parue en 1533. Les "Tabulae directionum" comprennent une "Tabula fecunda" (nommée ainsi parce qu'elle porte de nombreux fruits) où REGIOMONTANUS utilise la tangente

- en 1551 dans son "De canone doctrinae de triangulorum", RHETICUS (1514-1574), l'élève de COPERNIC, introduit l'usage de la sécante ; il parle d' "hypotenusa" et réalise une table des sécantes qu'il nomme "hypotenusarum tabula"

- en 1558 dans son "Geometricarum quaestionum", MAUROLYCUS (1494-1574) discute de la notion de sécante (question 61). Il se réfère à une "tabula benefica" qui est une table des sécantes

- en 1579 dans son "Canon mathematicus seu ad triangula" VIETE (1540-1603) revient sur la sécante "hypotenusa fecunda". Il emploie les mots de "transsinus" pour cette sécante, de "prosinus" pour la tangente

- THOMAS FINCK (1561-1656) propose deux autres mots : "tangent "et "sécant" dans sa "Geometria rotundi" de 1583 (livre XIV) disant que, si la chose n'est pas nouvelle, ces 2 nouvelles appellations lui paraissent bien appropriées.

LA SOLUTION D'EDWARD WRIGHT

E. WRIGHT (1561-1615) fait partie d'un groupe de savants qui comprend W. GILBERT (lequel reconnaît que le magnétisme est d'origine terrestre et que le pôle géographique n'est pas à considérer au ciel

[25] E. WRIGHT "Certaine Errors in Navigation, arising either of the ordinarie erroneous making or using fo the Sea Chart, Compasse, Crosse straffe, and Tables of declination of the Sunne, and fixed Starres detected and corrected" (Erreurs certaines provenant de la réalisation ordinairement erronée ou de l'utilisation de la carte marine, de la boussole, du bâton de Jacob, et des Tables de déclinaison du Soleil et des étoiles fixes, ici détectées et corrigées) Londres, Valentine Sims, 1599 - 2ème et 3ème éditions en 1610 et 1657

[26] nous suivons la thèse de M.C. ZELLER "The development of Trigonometry from REGIOMONTANUS to PITISCUS" Université du Michigan 1944

mais en un point terrestre), H. BRIGGS et J. NEPER, l'inventeur des logarithmes (dont WRIGHT traduira en anglais le "Mirifici logarithmorum canonis constructio" de 1614). Il s'intéresse à la navigation mathématique, pour avoir au cours d'une expédition de course (ou de corsaire) aux Açores en 1589 (fig.15) contre les Espagnols eu l'occasion de remarquer la "variation du compas" et d'expérimenter, lui aussi, les erreurs des cartes (annexe II chap.1 et fig.15). Dans sa Préface au lecteur il écrit : "l'art de la Navigation, bien qu'en usage depuis des milliers d'années, comme il est loin de la perfection souhaitée aujourd'hui ! nous pouvons à peine le croire.......Grâce à GERARD MERCATOR et sa carte universelle du Monde.... j'ai pensé à corriger les erreurs et absurdités des cartes marines communes en accroissant les distances des parallèles depuis l'équateur vers les pôles de sorte qu'à chaque lieu de latitude sur la carte un petit segment de méridien puisse avoir quasiment la même proportion que le même segment sur le globe. Mais la façon dont cela doit être fait je ne l'ai appris ni de MERCATOR ni d'aucune autre personne..."[27]. Puis il consacre tout le début de son ouvrage à l'analyse des "Fautes des Cartes Marines Communes avec les rumbs exprimés par des lignes droites et les degrés de latitude égaux" sur tous les parallèles (voir annexe II, chap.1, et fig.16).

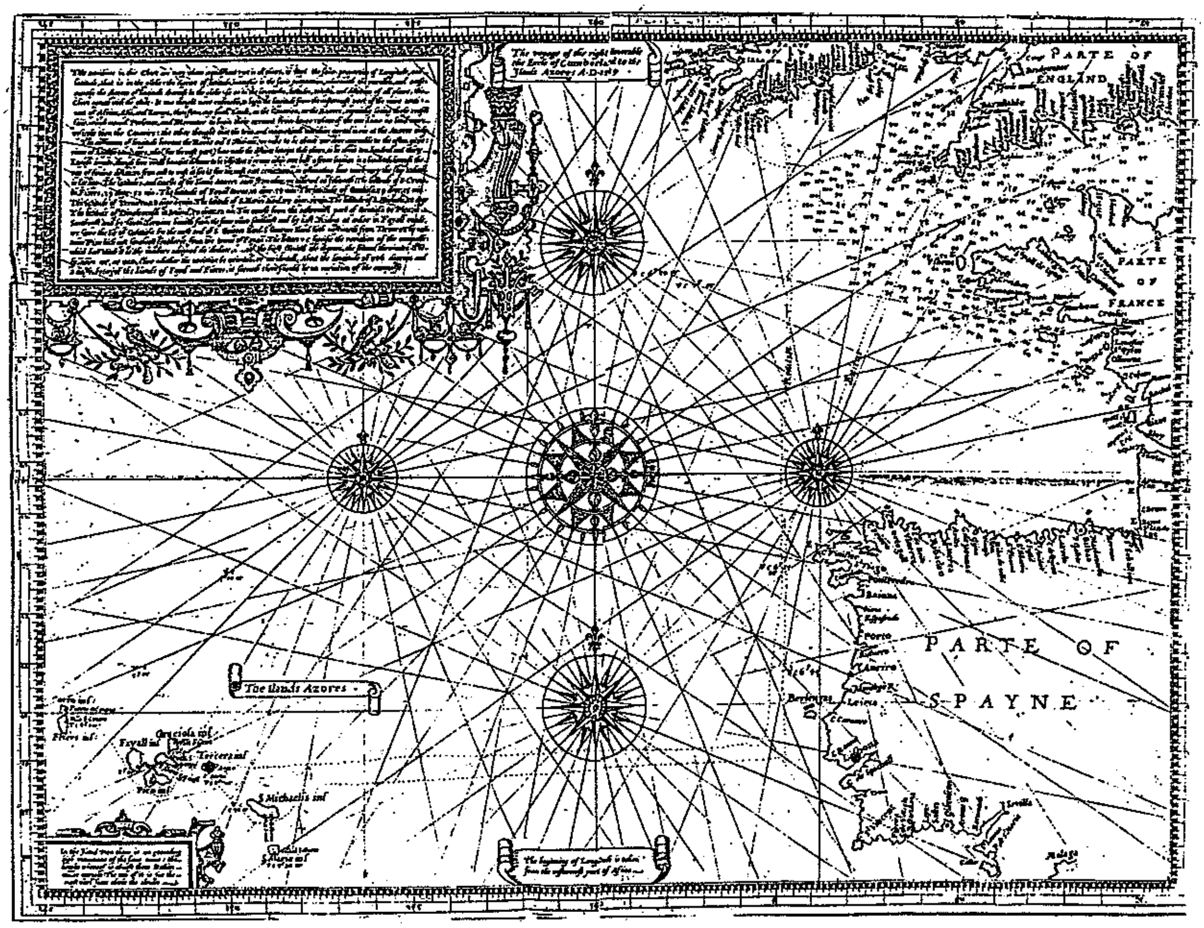


fig.15 : carte de WRIGHT en "latitudes croissantes" (1589) montrant les emplacements de Lisbonne et Tercera (marqués par deux pastilles noires.: Lisbonne à droite, Tercera à gauche. L'île de Madère est située sur le méridien équidistants de ces deux emplacements, à la latitude de 31°1/2 (voir annexe II chap.1)

[27]WRIGHT "Certaine Errors ..." Préface au lecteur.

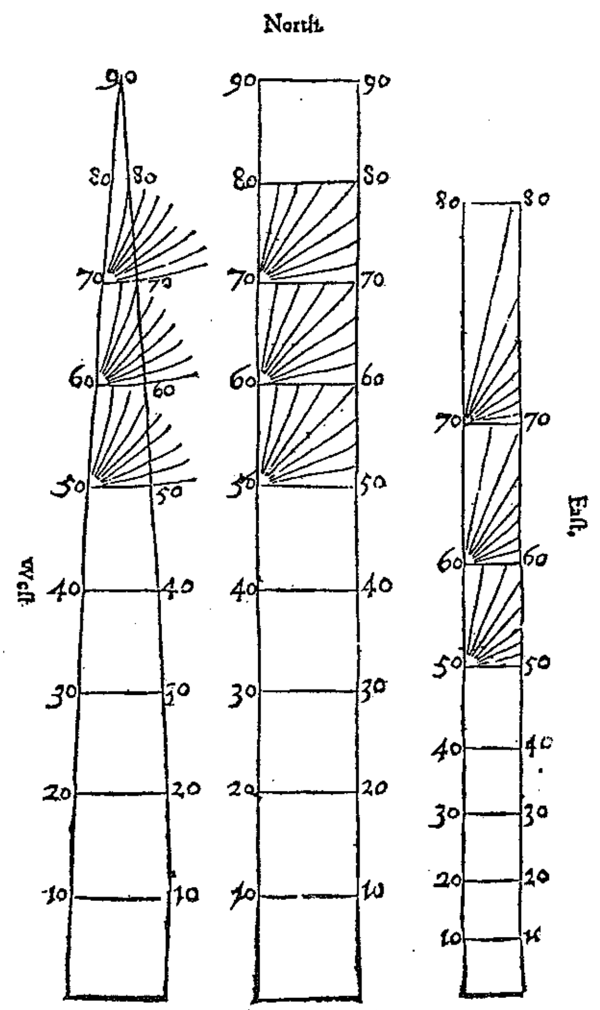


fig.16 : croquis de WRIGHT montrant que le rumb est courbe sur la sphère (à gauche), qu'il est courbe également dans le quadrillage de la carte plate carrée (au centre) et qu'il est rectiligne dans la carte dite en latitudes croissantes (à droite)

Pour expliquer dans quelles proportions les espacements des parallèles sur les méridiens doivent être augmentés, il réalise un "planisphère nautique" (annexe II chap.2 et fig.17). Sur ce planisphère nautique, puisque le demi diamètre du parallèle est proportionnel au cosinus de la latitude (qui est la distance du parallèle à l'Equateur) le demi diamètre du méridien doit être égal au demi-diamètre du parallèle, donc proportionnel à la sécante de chaque latitude. Ce qui revient à écrire[28] : $\dfrac{1\,\text{degré de parallèle}}{1\,\text{degré d'équateur}} = \dfrac{1}{\text{sécante de la latitude}}$

donc 1 degré de méridien = (1 degré de parallèle).(sécante de la latitude.)

et puisque WRIGHT calcule ses tables en minutes :

1 minute de méridien = (1 minute de parallèle).(sécante latitude).

Il faut donc écarter les parallèles selon la valeur calculée de la sécante à chaque latitude. WRIGHT établit sa table des latitudes pour un intervalle de 10 minutes (fig.19), qui sera ramené à 1 minute dans la 2è édition (dont nous donnons un extrait en annexe). Cette table lui sert à graduer les méridiens pour dessiner les latitudes croissantes. Enfin il calcule l'ensemble des tables des rumbs (fig.20) ; enfin, puisque sa carte ne peut donner directement les distances il présente un croquis de géométrie sphérique pour les établir. Comme le contenu des tables est aussitôt plagié, par HONDIUS (lequel aurait pris connaissance du manuscrit de WRIGHT lors d'un voyage en Angleterre), par HAYKLUT, par d'autres contemporains qu'il avait mis dans la confidence de ses travaux[29], WRIGHT se décide à les éditer.

[28] voir A. GERMAIN "Traité des projections" Paris, Arthus Bertrand, p. 205-206

[29] voir "WRIGHT, EDWARD" in Dictionary of Scientific Biography N-Y, Ch. Scribner's Sons, 1976, T.14, p.513-515

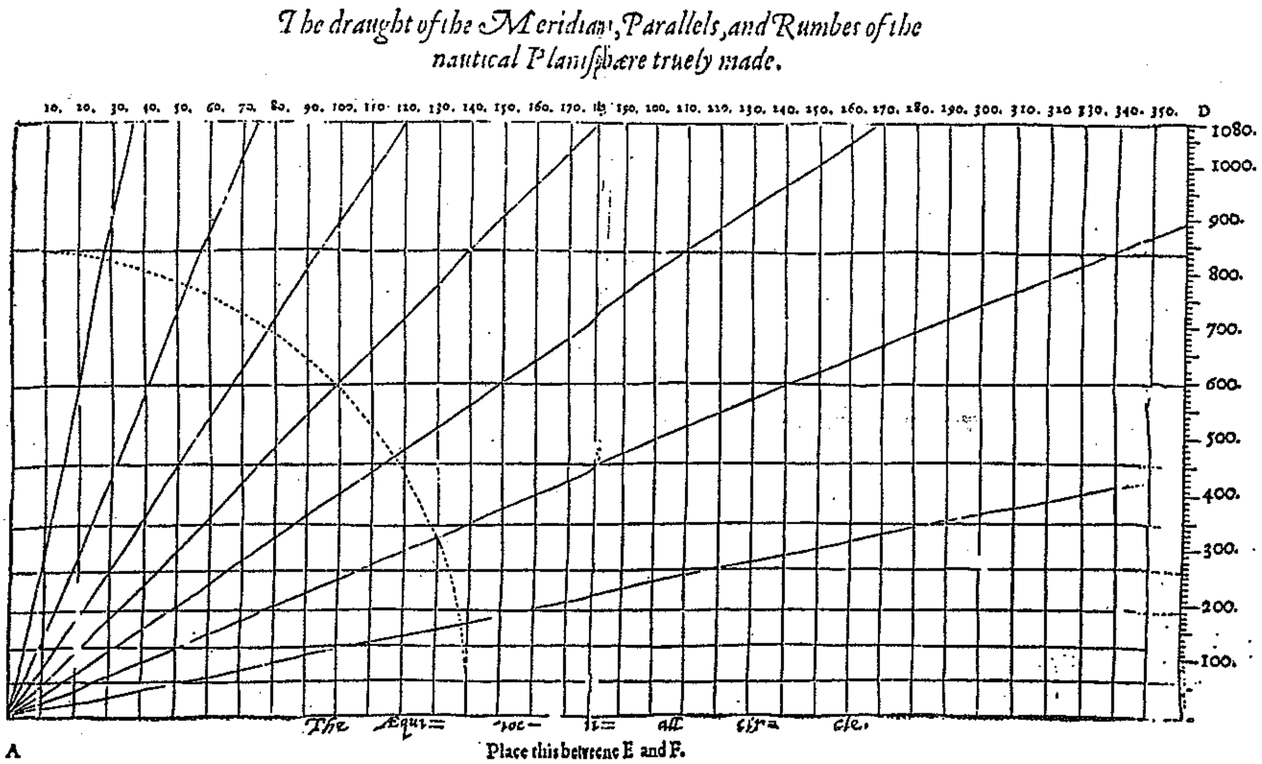


fig.17 : Mode de tracé du Planisphère Nautique de WRIGHT (voir annexe II chap. 2)

LES LOGARITHMES, LA SOLUTION DEFINITIVE

Au début du XVII$^{\text{ème}}$ siècle le flamand S. STEVIN dans ses "Hypomnemata mathematica" introduit le mot de "loxodromie" pour désigner la courbe que trace un navire navigant à cap constant ; il l'oppose à l'orthodromie, navigation par arc de grand cercle. Comme l'écrit M. d'HOLLANDER, "*les définitions mathématiques - de la loxodromie d'une part,, - du canevas des parallèles d'une projection cylindrique conforme d'autre part, se déduisent très aisément l'une de l'autre, faisant intervenir toutes les deux l'intégrale* $\lambda_C = \int \frac{d\varphi}{\cos\varphi}$ *(φ désignant la latitude et* λ_C *la latitude croissante). Alors que la loxodromie s'enroule indéfiniment autour du pôle, on pourrait croire que sa longueur à partir du point initial de l'équateur tende vers l'infini ; on montre que la longueur de la loxodromie tend vers une valeur finie lorsque la courbe s'enroule indéfiniment autour du pôle* [30]". Un bel exemple de cartographie de ces loxodromies figure dans la carte des terres arctiques en projection stéréographique polaire (fig.18) éditée par J. BLAEU (1598-1673).

Plus tard, le procédé de calcul de WRIGHT des accroissements des parties du méridien sera critiqué car l'arc d'une minute diffère de sa corde. En 1645 H. BOND montrera que les longueurs des méridiens de la projection croissent comme le logarithme de la tangente de la moitié du complément de la latitude. C'est le calcul intégral qui permettra d'avoir la solution exacte améliorée encore par BERNOULLI et HALLEY à la fin du XVIIè siècle. Aujourd'hui les tables des latitudes croissantes (en minutes d'arc) sont données par le Bureau Hydrographique International (fig .21).

[30] R. D'HOLLANDER "Historique de la loxodromie" in Géographie du Monde p;135

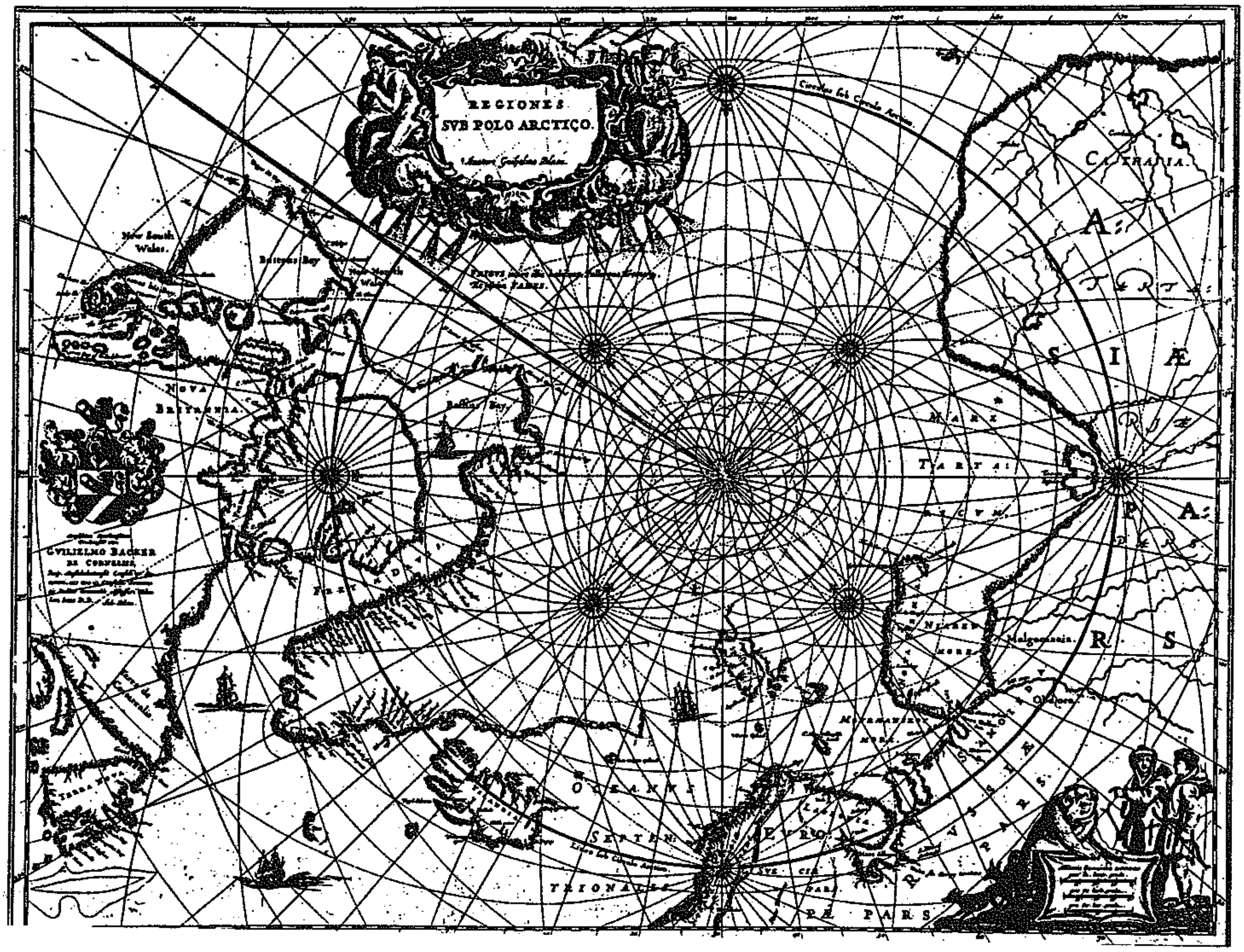


fig.18 : exemple de rumbs sur une carte des terres arctiques en projection stéréographique polaire, éditée par J. BLAEU montrant la forme en spirale des loxodromies au voisinage du Pôle

CONCLUSION

Des rayons des cartes-portulans aux formules établies à l'aide des logarithmes, on voit l'histoire d'un tracé, son cheminement à partir d'un dessin empirique jusqu'à la conceptualisation, la découverte de ses modalités de construction, à travers les générations de marins et de savants qui se sont succédés depuis le Moyen-Âge. On a ici, comme dans tant d'autres cas en cartographie, un exemple de l'interaction d'une pensée scientifique qui impose peu à peu une mise en forme rationnelle et d'un savoir-faire qui se traduit par une image d'une grande richesse d'interprétation, mais dont les dessins laissent peu paraître de la construction qui les sous-tend. L'image n'en est que plus précieuse si l'on peut évoquer derrière son élégance, à l'aide d'une lecture approfondie, les recherches et les débats d'idées auxquels elle a donné lieu.

A table for the true diuiding

1. Col. De	Mi	2 Col.	1 Col. De	Mi	2 Col.	1 Col. De	Mi	2 Col.
30	10	18999	35	10	22565	40	10	26358
30	20	19115	35	20	22688	40	20	26489
30	30	19231	35	30	22811	40	30	26621
30	40	19347	35	40	22934	40	40	26752
30	50	19464	35	50	23057	40	50	26884
31	0	19580	36	0	23180	41	0	27017
31	10	19697	36	10	23304	41	10	27149
31	20	19814	36	20	23428	41	20	27282
31	30	19931	36	30	23552	41	30	27416
31	40	20048	36	40	23677	41	40	27549
31	50	20166	36	50	23802	41	50	27683
32	0	20284	37	0	23927	42	0	27818
32	10	20402	37	10	24052	42	10	27953
32	20	20520	37	20	24178	42	20	28088
32	30	20639	37	30	24304	42	30	28223
32	40	20757	37	40	24430	42	40	28359
32	50	20876	37	50	24556	42	50	28495
33	0	20995	38	0	24683	43	0	28632
33	10	21115	38	10	24810	43	10	28769
33	20	21234	38	20	24938	43	20	28906
33	30	21354	38	30	25065	43	30	29044
33	40	21474	38	40	25193	43	40	29182
33	50	21594	38	50	25321	43	50	29320
34	0	21715	39	0	25450	44	0	29459
34	10	21836	39	10	25579	44	10	29598
34	20	21957	39	20	25708	44	20	29738
34	30	22078	39	30	25837	44	30	29878
34	40	22199	39	40	25967	44	40	30018
34	50	22321	39	50	26097	44	50	30159
35	0	22443	40	0	26228	45	0	30300

E 2

fig.19 : Extrait de 30° à 45° de la table de WRIGHT de la première édition, donnant les espacements des parallèles de 10 en 10' sur le méridien pour une carte exacte en" latitudes croissantes"

The first rumbe from the Equinoctiall.

The rumbe of { *East and by North, East and by South:* / *West and by North, West and by South.* }

Lon. Deg	Latitu. De.	Mi.	Lon. Deg	Latitu. De.	Mi.	Lon. Deg	Latitu. De.	Mi.	Lon. Deg	Latitu. De.	Mi.	Lon. Deg	Latitu. De.	Mi.	Lon. Deg	Latitu. De.	Mi.
1	0	11	31	6	9	61	12	2	91	17	48	121	23	23	151	28	44
2	0	23	32	6	21	62	12	14	92	17	59	122	23	34	152	28	55
3	0	35	33	6	33	63	12	25	93	18	11	123	23	45	153	29	5
4	0	47	34	6	44	64	12	37	94	18	22	124	23	56	154	29	16
5	1	0	35	6	56	65	12	49	95	18	33	125	24	7	155	29	26
6	1	12	36	7	8	66	13	0	96	18	44	126	24	18	156	29	36
7	1	23	37	7	20	67	13	12	97	18	56	127	24	28	157	29	47
8	1	35	38	7	32	68	13	24	98	19	7	128	24	39	158	29	57
9	1	47	39	7	44	69	13	35	99	19	19	129	24	50	159	30	8
10	1	59	40	7	55	70	13	47	100	19	30	130	25	1	160	30	18
11	2	11	41	8	7	71	13	58	101	19	41	131	25	12	161	30	28
12	2	23	42	8	19	72	14	10	102	19	52	132	25	22	162	30	38
13	2	35	43	8	31	73	14	22	103	20	3	133	25	33	163	30	49
14	2	47	44	8	43	74	14	33	104	20	15	134	25	44	164	30	59
15	2	59	45	8	54	75	14	45	105	20	26	135	25	55	165	31	9
16	3	11	46	9	6	76	14	56	106	20	37	136	26	5	166	31	19
17	3	22	47	9	18	77	15	8	107	20	48	137	26	16	167	31	29
18	3	34	48	9	30	78	15	19	108	20	59	138	26	27	168	31	40
19	3	46	49	9	42	79	15	31	109	21	10	139	26	38	169	31	50
20	3	58	50	9	53	80	15	42	110	21	22	140	26	48	170	32	0
21	4	10	51	10	5	81	15	54	111	21	33	141	26	59	171	32	10
22	4	22	52	10	17	82	16	5	112	21	44	142	27	9	172	32	20
23	4	34	53	10	29	83	16	17	113	21	55	143	27	20	173	32	30
24	4	46	54	10	40	84	16	28	114	22	6	144	27	31	174	32	40
25	4	58	55	10	52	85	16	40	115	22	17	145	27	41	175	32	50
26	5	9	56	11	4	86	16	51	116	22	28	146	27	52	176	33	0
27	5	21	57	11	15	87	17	2	117	22	39	147	28	2	177	33	10
28	5	33	58	11	27	88	17	14	118	22	50	148	28	13	178	33	20
29	5	45	59	11	39	89	17	25	119	23	1	149	28	23	179	33	30
30	5	57	60	11	50	90	17	37	120	23	12	150	28	34	180	33	40

F 3

fig.20 : Fac-similé de la table des coordonnées du 1er rumb (loxodromie de 11°15')

L	$\mathcal{L}$ sphère	$\mathcal{L}$ Ellipsoïde international	$\mathcal{L}$ Ellipsoïde de Clarke 1880	L	$\mathcal{L}$ sphère	$\mathcal{L}$ Ellipsoïde international	$\mathcal{L}$ Ellipsoïde de Clarke 1880	L	$\mathcal{L}$ sphère	$\mathcal{L}$ Ellipsoïde international	$\mathcal{L}$ Ellipsoïde de Clarke 1880
1°	60'0030	59'5997	59'5949	31°	1958'0124	1946'1024	1945'9591	61°	4649'2253	4628'9773	4628'7334
2°	120'0244	119'2178	119'2081	32°	2028'3837	2016'1291	2015'9816	62°	4774'9820	4754'5406	4754'2944
3°	180'0823	178'8728	178'8583	33°	2099'5266	2086'9312	2086'7796	63°	4904'9367	4884'3080	4884'0595
4°	240'1952	238'5830	238'5636	34°	2171'4807	2158'5482	2158'3926	64°	5039'4216	5018'6120	5018'3613
5°	300'3815	298'3672	298'3430	35°	2244'2868	2231'0212	2230'8616	65°	5178'8082	5157'8240	5157'5712
6°	360'6598	358'2440	358'2150	36°	2317'9883	2304'3936	2304'2300	66°	5323'5130	5302'3606	5302'1058
7°	421'0487	418'2322	418'1983	37°	2392'6305	2378'7107	2378'5432	67°	5474'0057	5452'6915	5452'4347
8°	481'5673	478'3507	478'3120	38°	2468'2609	2454'0204	2453'8490	68°	5630'8184	5609'3490	5609'0903
9°	542'2345	538'6189	538'5754	39°	2544'9298	2530'3728	2530'1976	69°	5794'5575	5772'9394	5772'6789
10°	603'0696	599'0562	599'0079	40°	2622'6902	2607'8210	2607'6420	70°	5965'9179	5944'1577	5943'8955
11°	664'0922	659'6821	659'6291	41°	2701'5979	2686'4212	2686'2385	71°	6145'7012	6123'8055	6123'5417
12°	725'3223	720'5168	720'4590	42°	2781'7120	2766'2323	2766'0460	72°	6334'8392	6312'8148	6312'5494
13°	786'7799	781'5805	781'5180	43°	2863'0953	2847'3173	2847'1274	73°	6534'4233	6512'2768	6512'0099
14°	848'4857	842'8939	842'8267	44°	2945'8141	2929'7426	2929'5491	74°	6745'7433	6723'4816	6723'2133
15°	910'4606	904'4782	904'4063	45°	3029'9392	3013'5790	3013'3820	75°	6970'3390	6947'9688	6947'6992
16°	972'7260	966'3547	966'2781	46°	3115'5456	3098'9018	3098'7014	76°	7210'0688	7187'5970	7187'3262
17°	1035'3039	1028'5456	1028'4643	47°	3202'7136	3185'7911	3185'5874	77°	7467'2048	7444'6382	7444'3662
18°	1098'2166	1091'0734	1090'9875	48°	3291'5286	3274'3326	3274'1256	78°	7744'5652	7721'9107	7721'6377
19°	1161'4871	1153'9612	1153'8707	49°	3382'0823	3364'6180	3364'4177	79°	8045'7049	8022'9695	8022'6955
20°	1225'1390	1217'2326	1217'1375	50°	3474'4729	3456'7456	3456'5321	80°	8375'197	8352'388	8352'113
21°	1289'1967	1280'9121	1280'8125	51°	3568'8056	3550'8207	3550'6041	81°	8739'063	8716'187	8715'911
22°	1353'6849	1345'0247	1344'9205	52°	3665'1940	3646'9570	3646'7374	82°	9145'459	9122'523	9122'247
23°	1418'6295	1409'5963	1409'4876	53°	3763'7603	3745'2767	3745'0541	83°	9605'818	9582'829	9582'552
24°	1484'0571	1474'6536	1474'5405	54°	3864'6366	3845'9120	3845'6865	84°	10136'885	10113'85	10113'57
25°	1549'9952	1540'2242	1540'1067	55°	3967'9661	3949'0063	3948'7780	85°	10764'621	10741'54	10741'26
26°	1616'4721	1606'3367	1606'2148	56°	4073'9042	4054'7148	4054'4837	86°	11532'518	11509'41	11509'13
27°	1683'5174	1673'0205	1672'8942	57°	4182'6199	4163'2069	4162'9731	87°	12522'107	12498'98	12498'70
28°	1751'1617	1740'3064	1740'1758	58°	4294'2979	4274'6671	4274'4307	88°	13916'431	13893'28	13893'00
29°	1819'4367	1808'2264	1808'0915	59°	4409'1399	4389'2974	4389'0584	89°	16299'556	16276'40	16276'12
30°	1888'3754	1876'8135	1876'6744	60°	4527'3678	4507'3194	4507'0779	90°	∞	∞	∞

fig.21 : Table des latitudes croissantes d'après les Tables du Bureau Hydrographique, en minutes d'arc (extrait de l'ouvrage de F. REIGNIER : "Les systèmes de projections et leurs applications "(Paris, Librairie de l'Enseignement Technique)

ANNEXE I

Méthode de calcul d'une table de rumb par Nunes

Le livre II des *Opera* intitulé « Petri Nonii Salaciensis de regulis et instrumentis » expose dans son chapitre 23 le mode de calcul d'une table de rumb : c'est une table permettant à partir d'un point de l'équateur de définir la longitude et la latitude d'un certain nombre de points du rumb. En fait Nunes est amené à résoudre une série de triangles sphériques ayant tous l'un de leur sommet au pôle : il conserve les longueurs des arcs de méridien des différents triangles, ce qui revient à définir les points par leur colatitude, il ne calcule pas les longitudes cumulées se contentant des différences de longitude entre deux points successifs, enfin — et ceci est important — il calcule les différents arcs de courbe entre deux points consécutifs. Il n'est pas possible dans l'étude que nous avons faite de conserver les notations de Nunes, a, b, c, d... indiquées entre parenthèses, à côté des notations que nous avons adoptées, pour pouvoir résoudre un nombre élevé de triangles (jusqu'à 178 pour le 7e rumb). Le rumb d'azimut V partant du point B_1 de l'équateur est décomposé en arcs de grand cercle $\widehat{B_1 B_2}$, $\widehat{B_2 B_3}$ de même azimut V, le premier arc issu de B_1 s'arrêtant au point B_2 tel qu'en ce point il ait un azimut $V + dV$, dV étant pris égal à un degré, un angle plus petit ne pouvant — selon Nunes — être apprécié par les timoniers. Mais sa méthode reste valable quelle que soit la valeur de dV. Soit A le pôle et considérons les triangles $AB_1 B_2$ (triangle 1), $AB_2 B_3$ (triangle 2), etc. ; dans chacun des triangles les angles à l'ouest sont égaux à V et les angles à l'est à : $\pi - (V + dV)$. Comme $\sin[\pi - (V + dV)] = \sin(V + dV)$, on peut écrire :

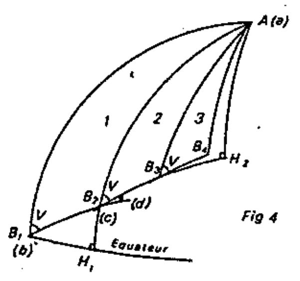


Fig 4

$$\frac{\sin \widehat{AB_2}}{\sin \widehat{AB_1}} = \frac{\sin \widehat{AB_3}}{\sin \widehat{AB_2}} = \dots \dots = \frac{\sin \widehat{AB_i}}{\sin \widehat{AB_{i-1}}} = \frac{\sin V}{\sin (V + dV)} = k$$

k étant une constante. L'arc de départ $\widehat{AB_1} = 90°$, de sorte qu'on calcule très aisément de proche en proche les arcs $\widehat{AB_2}$, $\widehat{AB_3}$, $\widehat{AB_4}$, etc., que l'on porte dans le 1er « espace » du tableau I. Nous n'écrirons pas les formules qu'utilise ensuite Nunes, mais nous nous contenterons d'indiquer les différentes étapes de son algorithme de calcul, en rappelant qu'un triangle sphérique est déterminé lorsqu'on connait trois de ses éléments.

a. Résolution du triangle $B_1 B_2 H_1$. Eléments connus : $\hat{B}_1 = 90° - V$, $\widehat{H_1 B_2} = 90° - \widehat{AB_2}$ où $\widehat{AB_2}$ est tiré de (1), $H_1 = 90°$. Sont calculés $\widehat{B_1 H_1} = \hat{A}_1$, première différence de longitude, portée dans le 3e espace du tableau I et $\widehat{B_1 B_2}$ porté dans le 2e espace du tableau I.

b. Résolution des triangles : 2, $AB_2 B_3$; 3, $AB_3 B_4$; ... i, $AB_i B_{i+1}$; ... par méthode répétitive, en ramenant la résolution de ces triangles à celle de deux triangles sphériques rectangles. Pour résoudre le triangle 2 : $AB_2 B_3$ Nunes construit le point H_2 tel que l'arc de grand cercle AH_2 soit perpendiculaire à l'arc $B_2 B_3$ prolongé et il résout les deux triangles sphériques rectangles $AB_2 H_2$ et $AB_3 H_2$.

b_1. Résolution du triangle $AB_2 H_2$. Eléments connus : $\widehat{AB_2}$ tiré de (1), $\hat{B}_2 = V$, $\hat{H}_2 = 90°$.
Nunes calcule : $\widehat{B_2 H_2}$, $\widehat{AH_2}$, mais on peut calculer aussi à titre de contrôle : $\widehat{B_2 AH_2}$.

b_2. Résolution du triangle $AB_3 H_2$. Eléments connus : $\widehat{AB_3}$ tiré de (1), $\widehat{AH_2}$ obtenu en b_1, $\hat{H} = 90°$.
Nunes calcule : $\widehat{B_3 H_2}$; on peut calculer aussi à titre de contrôle : $\widehat{B_3 AH_2}$.

c. Calcul de l'arc $\widehat{B_2 B_3} = \widehat{B_2 H_2} - \widehat{B_3 H_2}$, les valeurs de ces arcs sont tirées de b_1 et de b_2 ; $\widehat{B_2 B_3}$ est porté dans le 2e espace du tableau I.

d. Résolution du triangle $AB_2 B_3$. Eléments connus : $\widehat{B_2 B_3}$ tiré de c), $\widehat{AB_3}$ tiré de (1), $\hat{B}_2 = V$.
Nunes calcule $\hat{A}_2$, 2e différence de longitude, portée dans le 3e espace du tableau I.
Contrôle du calcul non effectué par Nunes : $\hat{A}_2 = \widehat{B_2 AH_2} - \widehat{B_3 AH_2}$, ces deux angles ayant été obtenus en b_1 et b_2.

Nous venons de résumer la méthode de construction d'une table de rumb exposée par Nunes en latin, sans aucune symbolisation mathématique, avec des figures peu suggestives, où l'on trouve une interversion de lettres, avec des notations ambiguës. Tout cela a du rebuter les lecteurs des « Opera », en particulier Stevin , de sorte que la méthode de Nunes, pourtant ingénieuse et même assez performante, comme nous allons le montrer, ne semble pas avoir eu d'écho au milieu du XVIe siècle.

Arrivé à la fin du chapitre 24 que nous venons d'étudier, quelle n'est pas la surprise du lecteur de voir Nunes donner une table de rumbs avec 7 colonnes vides, précédée de ces mots : « suit la disposition de la table en sept parties distinctes, les nombres à écrire à l'intérieur de cette table, que les adolescents studieux les calculent selon les précédentes démonstrations et les prolongent autant qu'il leur plaira ». Il s'agit vraisemblablement d'aller au-delà des 19 lignes de la table ; ce n'est qu'au chapitre 26 que Nunes conseille de calculer les tables de rumb jusqu'à la latitude 60°.

Chaque colonne de rumb comprend 3 « espaces » :

— le 1er réservé à la longueur de l'arc de méridien $\widehat{AB_i}$
— le 2e réservé à la longueur de chaque arc $\widehat{B_1 B_2}$, $\widehat{B_2 B_3}$ ... $\widehat{B_{i-1} B_i}$
— le 3e réservé à la différence de longitude entre 2 points consécutifs : A_1, A_2, A_3 ...

ANNEXE II

EDWARD WRIGHT :

"Erreurs certaines provenant de la réalisation ordinairement erronée ou de l'utilisation de la Carte Marine, de la boussole, du Bâton de Jacob, et des Tables de déclinaison du soleil et des étoiles fixes, ici détectées et corrigées" Londres, 2me édition 1610 - en vieil anglais (traduction M.T. et M. GAMBIN)

CHAPITRE 1
" Erreurs des Cartes Marines Communes où les rumbs sont des lignes droites et les degrés de latitude égaux /le long du méridien/ "
§2 :
"...Erreur dans le calcul de la longitude entre deux lieux sur la Carte Marine commune
La façon de trouver la différence de longitude sur la carte marine commune n'est valable qu'à l'équateur, et à peu près correcte dans la zone qui lui est proche, parce que c'est seulement là que les /degrés/ des méridiens et des parallèles sont égaux. Au delà ou en de çà l'erreur est proportionnelle à la différence de /longueur/ du méridien et du parallèle ; c'est à dire que cette différence, qui est la différence de longitude trouvée sur la carte est dans le même rapport vis à vis de la différence de longitude réelle, que le parallèle vis à vis du méridien....Cette erreur concernant la différence de longitude apparaît bien dans l'exemple donné par PETRUS NONIUS : Dans la Carte Marine la distance entre Lisbonne et Tercera est de 262 lieues espagnoles (dont 17 et 1/2 représentent un degré d'équateur ou de n'importe quel autre grand cercle) ; les marins trouvent cette distance non seulement en l'estimant d'après le trajet du navire quand il vogue de l'Est vers l'Ouest jusqu'à cette île, mais d'une autre manière qui est bien plus exacte ; voyons comment.

En navigant de Lisbonne à Madère, on garde le cap Sud-Ouest, et de cette île à Tercera, on va vers le Nord-Ouest. Puisque Lisbonne et Tercera ont à peu près la même latitude de 39°, en navigant du Nord-Est vers le Sud-Ouest, et de même du Sud-Est vers le Nord-Ouest, on modifie les longitudes de la même grandeur que les latitudes (puisque dans les deux itinéraires l'angle que fait la course du navire avec le méridien égale un demi angle droit : et que l'île de Madère étant à 31°30' de latitude Nord, la différence de latitude entre Lisbonne et Madère comme entre Madère et Tercera est d'environ 7°1/2). Donc la différence de longitude entre Lisbonne et Madère comme entre Madère et Tercera est de 7°1/2, des mêmes degrés de méridien qui, ajoutés ensemble, font toute la différence de longitude entre Lisbonne et Tercera soit 15°, représentant 262 lieues espagnoles. Mais sur le parallèle qui passe par la latitude 39°, où sont à peu près situées Lisbonne et Tercera, il y a davantage de degrés dans le même espace, suivant cette proportion selon laquelle le méridien est plus grand que le parallèle ; donc la vraie différence de longitude entre Lisbonne et Tercera, c'est à dire l'arc de parallèle ou d'équateur contenu entre le méridien de ces lieux doit être trouvé ainsi :

C'est une règle en Géométrie que les diamètres et les circonférences et donc les demi-diamètres et les arcs de cercle sont dans un même rapport. Ainsi, il est manifeste que le sinus du complément de la distance de n'importe quel parallèle, à l'équateur, égale le demi-diamètre de ce parallèle. Maintenant, la distance du parallèle de Lisbonne et Tercera à l'équateur étant de 39°, le complément /à 90°/ est 51°, dont le sinus vaut 777... Par la règle des proportions inverses, si 262 lieues font 15° sur le méridien dont le demi-diamètre vaut mille parties, alors sur le parallèle dont le demi-diamètre vaut 777 des mêmes parties, ces 262 lieues devront faire 19° et 237 / 777 parties d'un degré, c'est à dire un peu plus de 18 minutes, /ces 19°18'/ (s'il est vrai que le trajet entre Lisbonne et Madère va vers le Sud-Ouest, que la latitude de Madère est de 31°30' et celle de Lisbonne et Tercera de 39°) seront la différence de longitude entre Lisbonne et Tercera ; alors que ORTELIUS et MERCATOR, suivant, selon toute apparence, leur cartes marines non corrigées dans leur Carte Universelle, leur donnent pour différence de longitude à peine 15° sur leur parallèle, comme si cette différence égalait celle que l'on trouverait sur l'équateur"......

CHAPITRE 2
"comment les précédentes erreurs peuvent être évitées
...Supposons la surface d'une sphère avec les méridiens, les parallèles et les rumbs, et le dessin de toute l'Hydrographie, destinée à être placée à l'intérieur d'un cylindre concave, leurs axes étant confondus. Faisons, en la gonflant, se dilater cette sphère comme une vessie de manière égale dans chaque direction,(c'est à dire autant dans le sens de la longitude que de la latitude), jusqu'à ce qu'elle s'applique et colle elle-même (sur tout le pourtour et toute la longueur, en allant vers chaque pôle) à toute la surface concave du cylindre, chaque parallèle de la surface sphérique augmentant successivement depuis l'équateur vers l'un et l'autre pôle jusqu'à ce

qu'il soit de diamètre égal à celui du cylindre et, par conséquent, les méridiens s'écartant eux-mêmes jusqu'à devenir aussi espacés les uns par rapport aux autres qu'ils le sont à l'équateur.

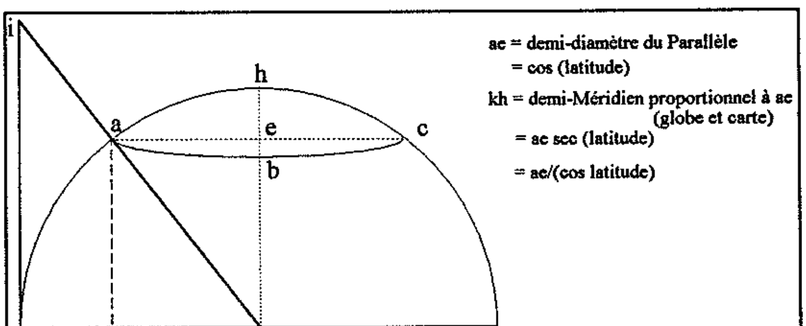
On peut plus facilement comprendre ainsi comment une surface sphérique peut (en se dilatant) devenir une surface de cylindre et par conséquent /former/ la surface d'un simple parallélogramme ; parce que la surface d'un cylindre n'est rien d'autre qu'un simple parallélogramme enroulé autour de deux cercles équidistants égaux ayant un axe commun perpendiculaire aux deux cercles, et que la circonférence de chacun d'eux est égale à la longueur du parallélogramme comme la distance entre ces deux cercles, ou hauteur du cylindre, est égale à la largeur du parallélogramme....

Si nous réalisons de la sorte le Planisphère Nautique, tous les lieux doivent être situés à la même longitude, la même latitude, dans les mêmes directions ou sur les mêmes itinéraires, et sur les mêmes méridiens, parallèles et rumbs que ceux qu'ils avaient sur le globe..

.Il ne fait donc aucun doute que nous aurons une cartographie exacte de l'Hydrographie de tous les lieux selon leur longitude, latitude, directions ou dans leurs situations respectives les uns par rapport aux autres, en accord avec les directions de la boussole et en correspondance avec tous les points du globe, et cela sans erreur perceptible ou explicable. Premièrement, parce que dans ce Planisphère, comme les parallèles sont partout égaux les uns par rapport aux autres (car chacun est égal à l'équateur ou à la circonférence du cylindre circonscrit) les méridiens doivent être des lignes parallèles et droites; en conséquence les rumbs (qui font des angles égaux avec chaque méridien) doivent de la même façon être des droites. Deuxièmement, parce que la surface sphérique, dans notre conception du Planisphère, s'est dilatée en toutes parts de façon égale, c'est à dire aussi bien en latitude qu'en longitude jusqu'à s'appliquer parfaitement sur la concavité du cylindre ; donc en chaque point de latitude dans le planisphère un segment de méridien garde la même proportion que le même segment du parallèle, /proportion/ que les mêmes segments du méridien et du parallèle ont sur le globe l'un par rapport à l'autre sans aucune erreur explicable.

....Par exemple, puisque le méridien à 60° est le double /en longueur/ du parallèle, 1° de méridien a /une longueur/ double /de celle/ d'1 degré de parallèle ; même chose pour 1 minute de l'un par rapport à 1' de l'autre, etc... ; et cette proportion du parallèle vis à vis du méridien est la même pour leurs diamètres et demi-diamètres[32]*. Mais le sinus du complément de la latitude du parallèle, ou sa distance à l'équateur, est le demi-diamètre du parallèle. Comme on le voit ici, ae est le sinus de ah, le complément de la latitude ou la distance du parallèle abcd à l'équateur et c'est aussi le demi diamètre du même parallèle abcd.*

Le rapport du demi-diamètre du méridien (ou du sinus entier [33]*) au demi-diamètre du parallèle est égal à la valeur de la sécante ou à celle du rapport de l'hypoténuse de la latitude du parallèle au demi-diamètre du méridien ou au sinus entier., soit fk ou ak par rapport à ae, soit gk, c'est à dire /le même rapport que/ ik à kf* [34]



De la sorte dans notre Planisphère Nautique le demi-diamètre de chaque parallèle étant égal au demi-diamètre de l'équateur c'est à dire au sinus entier, les segments de méridien en chaque point de latitude doivent être augmentés dans la même proportion qu'augmente la sécante de l'arc contenu entre ces points de latitude et l'équateur.

---

32 Ici, WRIGHT renvoie aux travaux d'un célèbre mathématicien et humaniste de l'époque, PIERRE de la RAMEE (nommé aussi RAMUS) 1515-1572

33 Rappelons que dans le cercle trigonométrique le sinus entier vaut 1 ou une puissance de 10 ; c'est la valeur du demi-diamètre de l'équateur et de tous les méridiens sur la sphère

34 Sur le cercle trigonométrique, c'est la définition géométrique de la sécante

Nous avons maintenant une façon simple pour faire une table (avec l'aide des propriétés des triangles) dans laquelle les méridiens de la Carte Nautique peuvent aisément et fidèlement être divisés en segments selon la bonne proportion de l'équateur jusqu'au pôle. Car (en supposant que chaque distance de chaque point de latitude ou de chaque parallèle à l'autre contient autant de parties que la sécante de la latitude de chaque point ou du parallèle considéré en contient) par addition continue des sécantes correspondant aux latitudes de chaque point ou de chaque parallèle jusqu'à obtenir la somme cumulée de toutes les sécantes précédentes - en commençant avec la sécante de la latitude du premier parallèle, en ajoutant la sécante de la latitude du second parallèle, et en ajoutant à cette somme la sécante de la latitude du troisième parallèle et ainsi de suite pour les parallèles restants - nous pouvons faire une table qui montrera réellement les divisions et les points de latitude sur les méridiens du Planisphère Nautique : divisions par lesquelles on peut tracer ces parallèles.

Comme nous prenons, dans la table suivante, la distance entre chaque parallèle de 1 minute[35] *et comme nous supposons que l'espacement entre 2 parallèles adjacents quelconques, sur le Planisphère, contient autant de segments que les sécantes correspondant à la distance du parallèle le plus éloigné de l'équateur de ce couple de parallèles, ainsi je fais toute la table par addition successive des sécantes de chaque minute à la somme des sécantes déjà calculées. Par exemple, /posons/ la sécante d'une minute égale à 10 000 000*[36] *qui donne aussi la division d'une minute sur le méridien à partir de l'équateur sur le Planisphère Nautique. Quand on ajoute la sécante de 2 minutes c'est à dire 10 000 002 la somme est de 20 000 002 qui donne la division de la deuxième minute du méridien à partir de l'équateur sur le Planisphère. A cette somme ajoutons la sécante de 3 minutes qui est 10 000 004, la somme devient 30 000 006 qui donne la division de la troisième minute, et ainsi de suite ; à cette réserve près que dans cette table nous avons délibérément omis pour chaque sécante les trois premiers chiffres à droite....Cette table (servant principalement pour la "vraie division" des méridiens de la Carte Nautique de telle manière qu'en tout point de celle-ci une minute de méridien devra avoir la même proportion qu'une minute de parallèle qui lui est contigüe, comme sur le globe) peut être commodément appelée une "Table des Latitudes"...*
Cette table est divisée en trois colonnes :

la première colonne indique en tête le degré, puis les minutes d'un méridien du Planisphère Nautique, en commençant à l'équateur

la deuxième contient les parties égales d'un même méridien, comptées à partir de l'équateur (chaque minute d'équateur est supposée contenir 10 000 de ces parties), montrant de combien de ces parties de méridien chaque minute de latitude doit être distante de l'équateur

la troisième donne la différence des valeurs des nombres contenus dans la 2ème colonne /c'est à dire les valeurs non cumulées des sécantes qui ont servi à établir la 2ème colonne/"

CHAPITRE 9
" Usage de la Table des Latitudes pour faire la Table des Rumbs

On réalise très aisément cette table des rumbs par addition, en s'aidant seulement de la table des latitudes précédente, de cette façon: multiplier la tangente de l'angle que ce rumb fait avec l'équateur par 60 (parce que chaque degré d'équateur dans cette table est compris comme contenant 60 fois 10 000 parties, chaque minute étant supposée contenir 10 000 parts); le produit devra être le 1er nombre au début de la table de chaque rumb, pour être comparé à un degré de longitude, et tous les autres sont obtenus par addition successive de nombre, d'abord avec lui-même (le nombre de la somme correspond à 2 degrés de longitude) puis à cette somme (le produit correspond à 3 degrés de longitude) et ainsi de suite. Ces valeurs trouvées dans la table des latitudes montrent en quel point de latitude chaque rumb devra couper le méridien de chaque degré de longitude jusqu'à arriver à une minute du pôle. On n'a pas estimé que ces valeurs devaient nécessairement figurer dans la table, puisqu'elles ne servent qu'à trouver la latitude de l'intersection par laquelle doit passer le dessin du rumb pour chaque degré de longitude. Quand la latitude est trouvée, ces nombres n'ont plus d'utilisation.
Prenez par exemple le premier rumb qui fait un angle de 11°15 avec l'équateur, et sa tangente de 1 989 122 (le sinus entier / pour 90°/ étant de 10 000 000) et sa multiplication par 60, ce qui donne 119 347 320; supprimez les trois derniers chiffres à droites; cherchant le reste dans la table des latitudes, vous trouverez le chiffre de 12' pour la latitude de ce rumb à 1° de longitude. Le même nombre, doublé, (ce qui donne 238 694) correspond dans la dite table à presque 24', latitude du même rumb pour 2° de longitude; et ainsi de suite..."

[35] Dans la première édition (Londres, 1599) la distance prise est de 10 minutes (table donnée fig.19)
[36] Dans la première édition, la valeur de la sécante est posée comme égale à 100 (cf la table donnée fig.19 où le nombre de chiffres significatifs a été ramené à 3, par élision de 3 chiffres à droite dans les nombres obtenus)

/Extrait de la TABLE POUR DIVISER EXACTEMENT LES MERIDIENS de la 2ème édition/

degré	minute	nombre de parties égales du méridien[37]	différence des valeurs[38]	degré	minute	nombre de parties égales du méridien	différence des valeurs
0	0	00 000					10 013
			10 000	3	0	1 800 749	
0	1	10 000		.			10 013
			10 000	.			
0	2	20 000		.			10 024
			10 000	4	0	2 401 854	
0	3	30 000		.			10 024
.			10 000	.			
.				.			10 038
.			10 000	5	0	3 003 694	
0	48	480 000		.			10 038
			10 001	.			
0	49	490 001		.			10 154
			10 001	10	0	6 030 475	
0	50	500 002		.			10 154
.			10 001	.			
.				.			10 641
.				20	0	12 251 292	
0	59	590 011		.			10 642
			10 001	.			
1	0	600 012		.			11 547
			10 001	30	0	18 883 708	
1	1	610 013		.			11 548
.			10 001	.			
.				.			13 054
.			10 001	40	0	26 227 559	
1	7	670 019		.			13 057
			10 001	.			
1	8	680 020		.			15 557
			10 002	50	0	34 746 045	
1	9	690 022		.			15 562
			10 002	.			
1	10	700 024		.			20 000
.			10 002	60	0	45 277 105	
.				.			20 010
.			10 003	.			
1	25	850 055		.			27 904
.			10 003	70	0	59 660 811	
.				.			27 925
.				.			
1	38	980 095		.			57 587
.			10 004	80	0	83 773 416	
.				.			57 682
.			10 006	.			
2	0	1 200 196		.			34 377 468
.			10 006	89	0	323 485 279	
.							infini

[37] C'est à dire les valeurs cumulées des sécantes
[38] C'est à dire les sécantes de la latitude

Glossaire

Azimut:

angle d'un plan vertical avec un autre plan vertical choisi pour plan origine

Inclinaison magnétique:

angle formé par la direction du champ magnétique terrestre avec la plan horizontal en un point quelconque de la terre. Cette direction peut être obtenue en tenant une aiguille aimantée libre autour d'un axe horizontal dans le plan du méridien magnétique (au pôle magnétique, l'inclinaison magnétique est de 90°).

déclinaison magnétique:

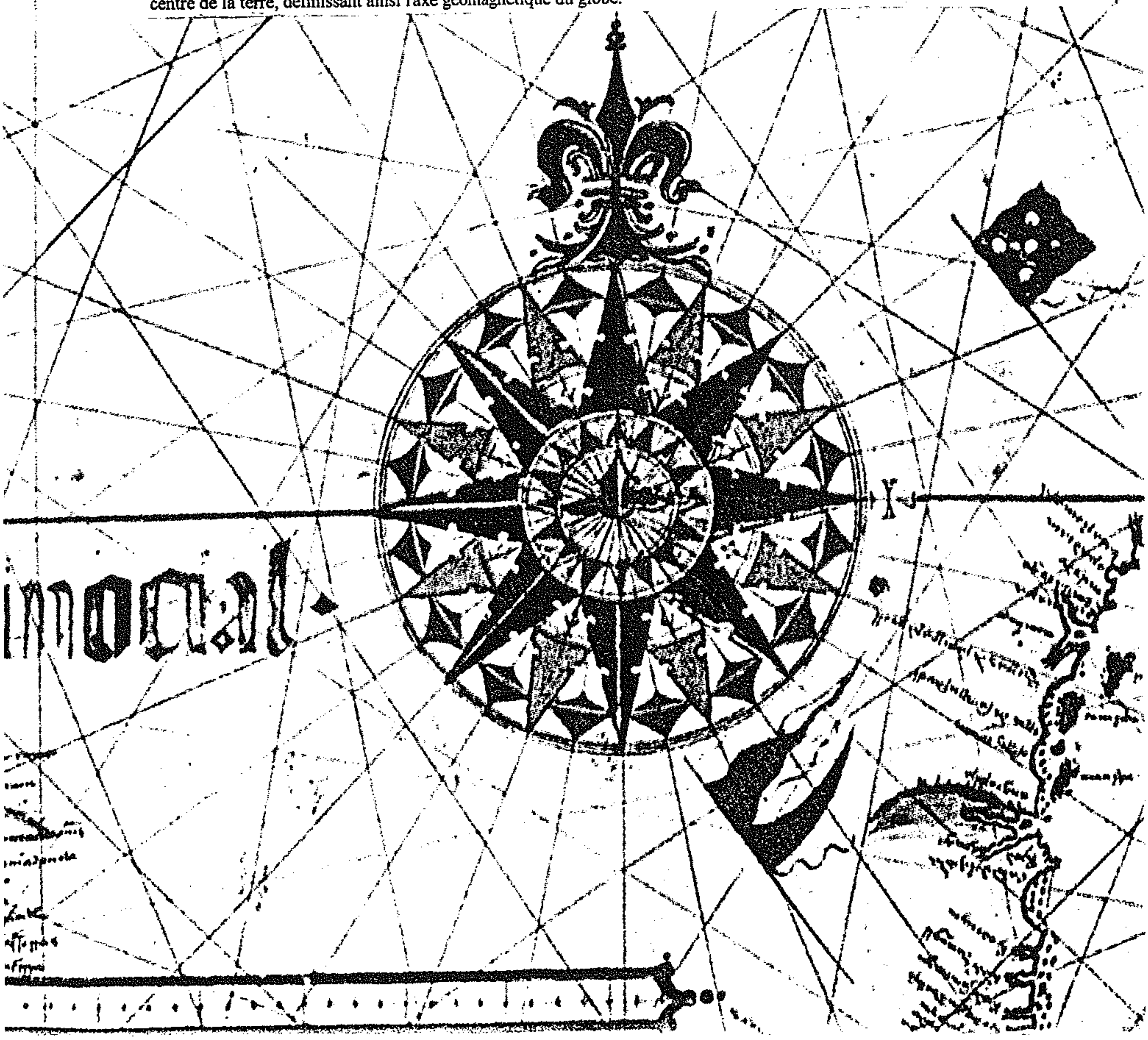
angle formé par le méridien magnétique et le méridien géographique en un point de la surface de la terre.

méridien magnétique:

en tout lieu, plan vertical contenant l'axe magnétique d'une aiguille aimantée suspendue librement. Si le magnétisme terrestre n'était pas l'objet de multiples anomalies locales, ce plan vertical devrait passer par les pôles magnétiques.

pôles magnétiques.

on distingue les pôles magnétiques et géomagnétiques qui sont ceux où l'inclinaison magnétique serait rigoureusement de 90° pour le globe terrestre supposé régulièrement aimanté. Les premiers, que l'on peut considérer comme des pôles expérimentaux, sont assez mal définis et peuvent être trouvés en plusieurs points de chacune des zones polaires correspondantes. Les seconds sont uniques pour chaque hémisphère et diamétralement opposés par rapport au centre de la terre, définissant ainsi l'axe géomagnétique du globe.



LATITUDE, LONGITUDE ET GEOPOLITIQUE

L'exemple des cartes d'Amérique ibérique au XVI^{e} siècle

Gérard Vindt
Professeur d'histoire Lycée Lavoisier

Les grands planisphères et atlas iconographiés de la première moitié du XVI^{ème} siècle, confectionnés le plus souvent dans les ports ibériques, sont "les cartes-phares qui illuminent une époque..., les cartes auxquelles les historiens attachent aujourd'hui le plus de prix pour leur intérêt scientifique..., documents dont on ne connaît que des exemplaires uniques : unique la carte de Cantino (1502), uniques les mappemondes de Diego Ribeiro (1529) et de Sébastien Cabot (1544), uniques les atlas des Reinel et des Homen..."[1]

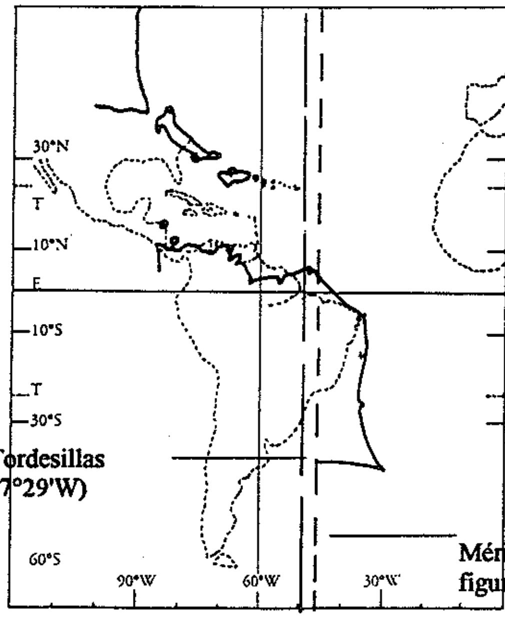
De fait, ce sont les grands cartographes officiels des rois du Portugal et d'Espagne qui traduisent sur le parchemin les dernières découvertes avec les coordonnées fournies par les marins. Plus aisément que les savants humanistes que sont les cartographes de cabinet, ils se libèrent du carcan de la vision ptoléméenne du monde qui fait alors autorité. C'est chez les cartographes de Lisbonne, Séville ou chez leurs émules de Dieppe qu'il faut rechercher l'avancement des connaissances, les progrès de l'expérience sur la tradition et la spéculation.
Et c'est la représentation de l'Amérique ibérique, première terre nouvellement découverte, qui est la plus révélatrice : l'inconnu permet en effet toutes les fantaisies ou impose au contraire la plus grande rigueur, selon le but que l'on poursuit.

Or le relevé de la latitude des côtes montre le souci d'exactitude qui anime nos cartographes. Il faut dire que les marins ont les moyens techniques de leur fournir des relevés astronomiques assez précis, perfectionnés par les Portugais pendant le demi-siècle que dura la longue descente vers le sud le long des côtes d'Afrique. Le souci d'exactitude, le besoin de vérifier, animait le souverain et ses cartographes, comme en témoigna Christophe Colomb : "Le roi du Portugal envoya en l'an du Seigneur 1485 Maître Joseph, son médecin et astrologue, pour prendre la hauteur du soleil dans toute la Guinée", c'est-à-dire l'Afrique. Cette expérience se révéla indispensable en Amérique et les relevés furent rapidement d'une grande précision. Au milieu du XVIè siècle, la plupart des grandes cartes donnent avec précision la latitude de l'actuelle Recife (côte nord-est du Brésil) comme de Punta del Este (nord-est de l'embouchure du rio de la Plata)[2].

La situation est toute différente concernant les relevés en longitude. Ceux-ci exigeaient en effet

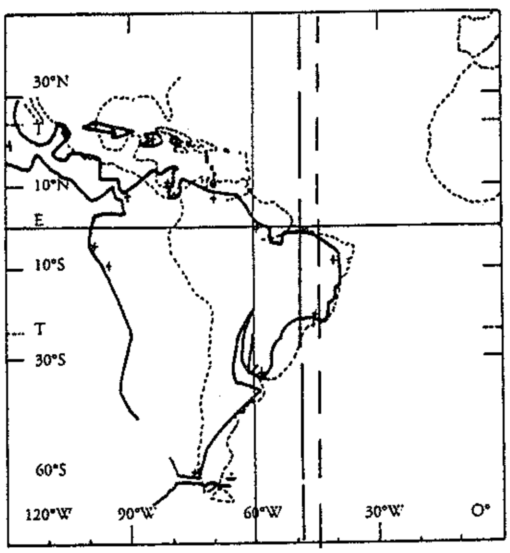
[1] Numa Broc : *La géographie de la Renaissance* p 43-44 - Paris, CHTS 1986-
[2] Gérard Vindt : "L'Amérique ibérique dans les cartes du XVIè siècle : le souci de l'exactitude" dans *Neptunia (revue des amis du Musée de la Marine)* - N°194, juin 1994-

Les trois superpositions ci-dessous sont empruntées à mon article cité en note 2. Que la revue Neptunia en soit remerciée.



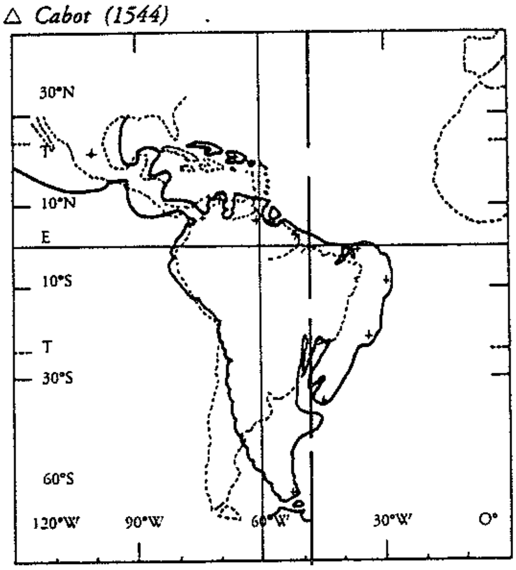
Superposition 1 : Planisphère portugais dit "de Cantino" (1502) superposé à une carte actuelle (projection de Mercator).

Le Brésil est nettement incurvé vers l'est, en zone portugaise.



△ *Cabot (1544)*

Superposition 2 : Planisphère espagnol de Sébastien Cabot :
net décalage vers l'ouest (zone espagnole) de l'Amérique ibérique.



Superposition 3 : Planisphère français de Desceliers (1546) :
d'inspiration portugaise, il est décalé vers l'est.

un garde-temps, un chronomètre de marine qui ne sera mis au point qu'au XVIIIè siècle. Identifier méridiens et lignes isogones[3]comme cela était souvent admis menait plus souvent à des erreurs qu'à d'heureuses coïncidences. Aussi les cartographes font-ils preuve d'une grande imprécision dans ce domaine, imprécision et même fantaisie qui ne pouvaient qu'être encouragées par des facteurs géopolitiques.

Ces facteurs, en effet, existent. Portugal et Espagne s'étaient partagé le monde lors du Traité de Tordesillas de 1494 qui traçait un méridien séparant les possessions espagnoles à l'ouest, portugaises à l'est, découvertes et à découvrir. Ce méridien était fixé à 370 lieues à l'ouest de l'île San Anton du Cap Vert (archipel portugais à l'ouest du Sénégal), ce qui le situe à 46°37' Ouest, si l'on prend la valeur de 17,5 lieues pour un degré à l'équateur comme il était d'usage à l'époque, ou 47°29' si l'on prend 16,74 lieues pour un degré, valeur à la latitude de l'île San Anton[4]. Mais quoiqu'il en soit, cette incertitude ne trouble guère l'analyse de nos cartes.

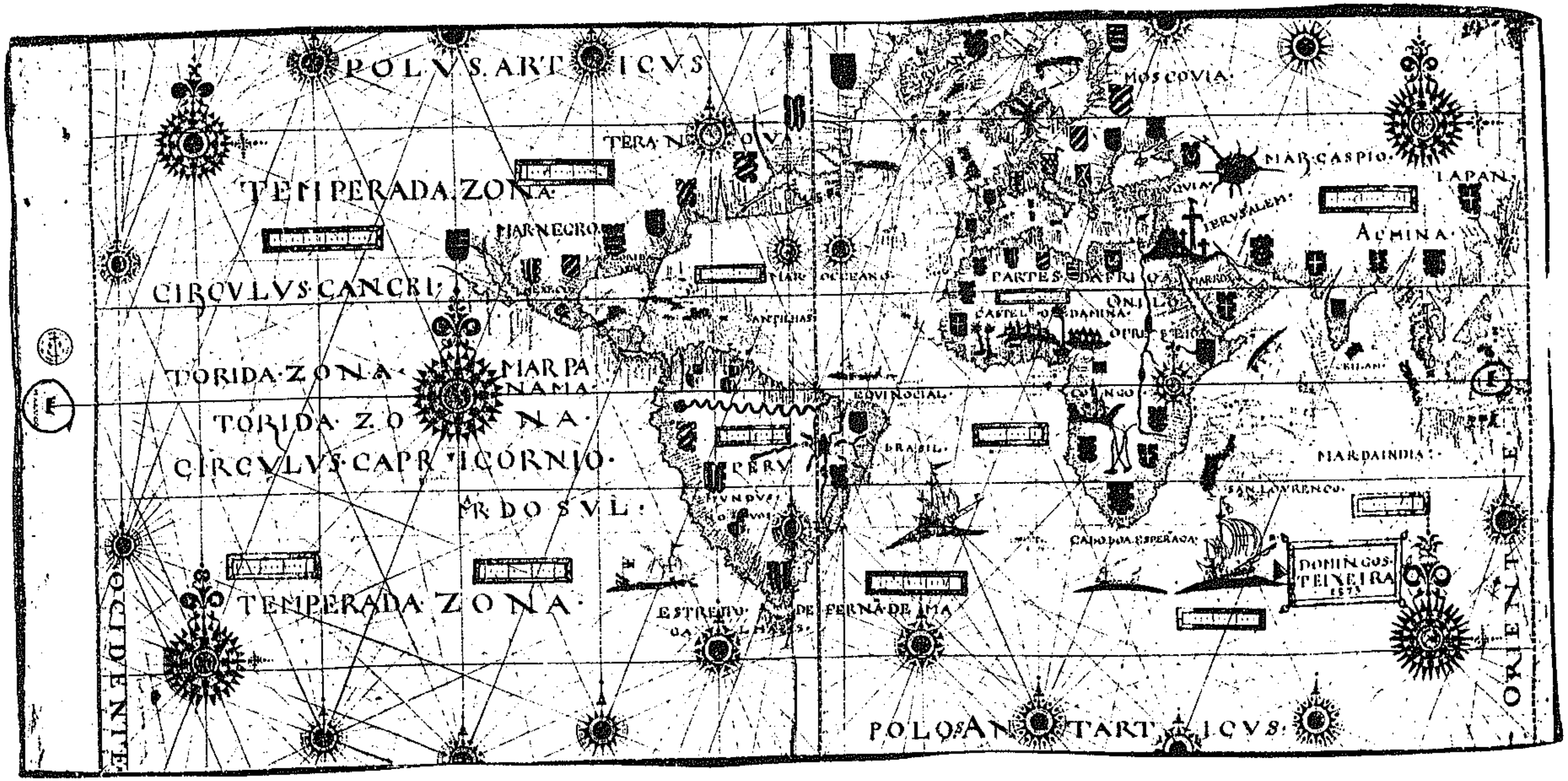
Le méridien de Tordesillas est tracé sur certaines cartes : la plus célèbre est sans doute celle de Cantino (1502), une des toutes premières représentations cartographiques du nouveau continent. Le mystérieux cartographe[5] qui l'a réalisée incurve bizarrement la côte sud du Brésil vers l'est, comme pour la maintenir en zone portugaise. Erreur volontaire ? Ou volonté de suggérer l'amorce d'un continent austral qui, s'étirant au sud de l'Afrique, rejoint l'Asie comme dans la vision ptoléméenne du monde ? Rappelons qu'en 1502, la découverte du Brésil par le Portugais Cabral n'a que deux ans et la côte n'a été explorée que dans sa partie nord. Mais la plupart des cartes d'inspiration portugaises que j'ai étudiées, telles celle de l'atlas de Diogo Homen (1559) ou celles de Desceliers (1546 et 1550) dessinent aussi une Amérique latine s'incurvant au sud vers la zone portugaise. Ainsi Punta del Este située à 54°57' ouest figure-t-elle sur la première carte à 40°, sur les deux autres à 44°10' et 45°50... donc en zone portugaise.

La carte de Sébastien Cabot (1544) quant à elle, réalisée pour le souverain espagnol, trace le méridien de Tordesillas nettement trop à l'est, tout le continent étant nettement décalé en zone espagnole.

Il est difficile de faire la part de l'erreur de mesure et du calcul politique. Remarquons que ce décalage en longitude est loin d'être aussi marqué sur toutes les cartes. Il ne semble pas qu'il y ait de la part de l'Espagne ou du Portugal de réelle revendication territoriale : il n'y a pas de conflit en Amérique du sud, les Portugais surtout préoccupés par leur expansion en Afrique et aux Indes se cantonnant à la côte brésilienne, les Espagnols aux Antilles, à l'Amérique centrale puis au Pérou, loin de la limite floue de Tordesillas. Sur aucune carte par exemple les uns ou les autres ne cherchent à se réapproprier ces zones, en changeant la toponymie par exemple. Bien au contraire, l'étude des noms des îles des Antilles ou des points de la côte brésilienne démontre la grande stabilité des toponymes d'une carte à l'autre, qu'elle ait été confectionnée à Lisbonne ou Séville[6].

---

[3]isogone : de même déclinaison magnétique, c'est-à-dire de même écart entre le nord magnétique et le nord géographique.
[4]Cette dernière valeur est défendue par Françoise Naude : Etude de "l'*Isolario General de todas las islas del Mundo" d'Alonso Santa Cruz* -Thèse de IIIè cycle, Paris VIII 1980- p CXVII contre celle de Roberto Levillier : *America la bien llamada* -Buenos Aires 1948- TII, p27
[5]En effet, Alberto Cantino était un agent d'Ercole d'Este, duc de Ferrare, qui paya douze ducats d'or, somme considérable, pour obtenir (de qui ?) cette carte où figurent les secrets jalousement gardés des découvertes portugaises.
[6]Voir note 2



Planisphère de Domingo Teixeiras, 1573 *(Photo Bibl. nat.)*

qu'elle ait été confectionnée à Lisbonne ou Séville[6].

Par contre, la contestation sera plus vive à l'autre bout du monde jusqu'en 1529. Où situer l'antiméridien ? L'expédition espagnole de Magellan aborda les Philippines au printemps 1921. Pigafetta, qui en fit partie -et en revint- affirme dans sa relation du voyage que cet archipel se situe "à 161 degrés de longitude de la ligne de Répartition", donc largement en zone espagnole. En fait, il se trouve nettement au-delà de 180°, donc en zone portugaise. La discussion sera serrée surtout à propos des Moluques[7] (archipel le plus à l'est de l'actuelle Indonésie), les îles aux épices, aux clous de girofle, qui sont dans le même cas. La carte espagnole de Diego Ribeiro de 1529 place clairement les fameuses îles en zone espagnole. Mais la même année Charles Quint vide rapidement la querelle en continuant certes à revendiquer la région et en conservant les Philippines mais en vendant les Moluques au Portugal au traité de Saragosse pour 350 000 ducats. Les Portugais firent contre mauvaise fortune bon coeur mais leurs cartes revendiquèrent les Moluques au nom de la légitimité : le planisphère portugais de Domingo Texeira (1573) qui trace par deux fois l'antiméridien inscrit aussi par deux fois l'île des Moluques "Gilolo", aujourd'hui Halmahera, sur l'équateur, en zone portugaise.

En 1575, François de Belleforest avait donc quelques raisons de noter dans sa Cosmographie que chacun "tasche...d'imaginer les degrez pour les faire servir à sa cause". Mais si les relevés en longitude sont ainsi fortement sujet à caution pour des raisons géopolitiques, d'autant plus que les connaissances et les moyens techniques font défaut, par contre les relevés en latitude renseignent sur les progrès de la mesure et de l'expérience. De ce point de vue, la cartographie du XVIè siècle annonce clairement la cartographie scientifique développée bientôt en Europe du nord.

BIBLIOGRAPHIE

L.de Albuquerque/A ; Marques dos Santos : "Les cartographes portugais" dans Lisbonne hors les murs -Paris, Autrement 1990-

F. Lestringant : "La crise de la cosmographie à la fin de la Renaissance" dans Annales ESC -Paris, mars-avril 1991-

V. Magalhaes Godinho : Les Découvertes XVè-XVIè siècle : une révolution des mentalités -Paris, Autrement 1990-

F. Minelle : Représenter le monde -Paris, Press pocket/Explora 1992-

W.G.L. Randles : De la terre plate au globe terrestre, une mutation epistémologique rapide (1480-1520 -Paris, Armand Colin 1980-

Et quelques beaux livres accessibles où retrouver une présentation de ces cartes :

G.Kish : La carte image des civilisations -Paris, Seuil 1980-

M. Leinkugel Le Cocq : Premières images de la terre -Paris, Cuénot 1977-

M. Mollat/M. de la Roncière : Les portulans -Fribourg (Suisse), Office du Livre 1984-

K. Nebenzahl : Atlas de Christophe Colomb et des grandes découvertes -Paris, Bordas 1992-

M. Pastoureau : Voies océanes - Paris, Hervas 1990- Ce livre donne un tableau assez complet de ce qui est conservé à la Bibliothèque Nationale au Département des Cartes et Plans.

---

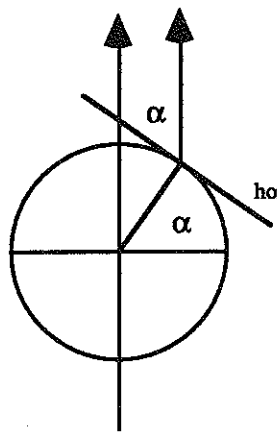
[6] Voir note 2

[7] H. Ozanne : "La découverte cartographique des Moluques" dans M.Pelletier (dir.) : *Géographie du Monde au Moyen Age et à la Renaissance* -Paris, CTHS 1989-

Le calcul des longitudes

La longitude d'un lieu fut longtemps beaucoup plus délicate à déterminer que sa latitude. Voici quelques éclaircissements :

La détermination de la latitude d'un lieu ne présente pas de difficultés. La figure ci-dessous montre que l'angle α est à la fois la latitude du lieu et la hauteur angulaire de l'étoile Polaire au-dessus de l'horizon (du moins dans l'hémisphère Nord), hauteur mesurable par l'observateur.



La terre est comme un point en regard des espaces célestes, ce qui explique que la direction de l'étoile Polaire ou de tout autre astre soit la même de tout point de la Terre.

En fait, pour obtenir la latitude d'un lieu, il suffit de mesurer la hauteur de n'importe quelle étoile connue à son passage au méridien ou de celle du Soleil à midi, cette hauteur dépendant de la latitude et du jour de l'année où est faite l'observation.

Par contre, ce type de mesures astronomiques simples ne permet pas d'obtenir la longitude du lieu d'observation : deux observateurs placés sur le même parallèle à des longitudes différentes observent les mêmes astres à la même hauteur, mais à des instants différents ; la différence de longitude est précisément cette différence de temps (1 heure correspond à $\frac{360°}{24} = 15°$). Autrement dit, la différence de longitude est liée à la différence des "heures locales" des deux lieux. Or, sur un navire, on peut connaître facilement l'heure locale en observant le Soleil le jour ou les étoiles la nuit, mais comment connaître l'heure locale au même instant sur le méridien d'origine (ou tout autre lieu fixe) ? La question, bien que cruciale, ne trouve pas de solution au XVI$^{\text{ème}}$ siècle. Les recherches sur la détermination des longitudes au XVII$^{\text{ème}}$ siècle portèrent sur deux méthodes : la méthode astronomique et la méthode du "garde-temps".

La méthode astronomique consiste à observer un phénomène astronomique prévisible en notant l'heure locale (qu'on sait mesurer) à laquelle il se produit : par exemple, si l'observateur note qu'une éclipse de Lune se produit à 22H. alors qu'il sait qu'elle a lieu à 20H. à Paris, sa longitude est 30° Est (si on prend comme méridien-origine le méridien de Paris). Malheureusement, les éclipses de Lune ou de Soleil sont rares ! La position de la Lune par rapport aux étoiles fournirait également une "horloge" possible, mais au XVII^{eme} siècle, les tables de la Lune (la "prédiction" de la position de la Lune par rapport aux étoiles) sont très imprécises. On encourage donc les astronomes à trouver un phénomène astronomique observable facilement dont ils sachent calculer les "tables" avec suffisamment de précision.[1]

L'autre méthode consiste à inventer des "garde-temps", qui indiquent l'heure du lieu de départ et la gardent avec précision, même soumis au roulis et au tangage d'un navire aux prises avec l'Océan !

Le problème est si important pour les États que des prix sont offerts : l'Espagne d'abord, puis la Hollande, la France et l'Angleterre annoncent de fortes récompenses au "découvreur de la longitude". Galilée, Pascal, Newton,...s'intéressent au problème. Huygens surtout consacre son temps à l'invention d'une horloge à balancier qui garderait fidèlement le temps en toutes circonstances. Huygens reprend les travaux de Galilée sur l'isochronisme des oscillations d'un pendule et s'aperçoit que les oscillations ne sont isochrones que pour de faibles amplitudes. Huygens essaie alors de réduire la longueur du fil lorsque l'angle d'oscillation augmente, à l'aide de "joues" sur lesquelles s'enroule le fil ; il cherche une courbe isochrone : une bille lâchée le long d'un "toboggan" ayant la forme de cette courbe met le même temps à arriver au bas du toboggan, quelle que soit la hauteur du point de départ. Huygens découvre que la cycloïde est isochrone. Reste à trouver la forme de la joue à utiliser pour que l'extrémité du fil décrive une cycloïde: c'est également une cycloïde ! Huygens publie ses résultats en 1673 dans l' *Horlogium Oscillatorum* Cependant, l'horloge à balancier ne convient pas pour un navire en mer.

C'est finalement l'horloge marine à ressort qui a remporté la victoire. Un horloger autodidacte, John Harrison, obtint le Grand Prix du Parlement de Londres pour son horloge marine en 1765 (la quatrième qu'il construisit et qui ne prit que 15 secondes de retard en 5 mois, permettant de mesurer la longitude de la Barbade avec moins de 10' d'erreur, le Grand Prix exigeant une erreur inférieure à 30'). Cependant, l'établissement de tables de la Lune permit à Mayer, un astronome allemand, d'obtenir le Second Prix.

Martine Bühler

Sur ce sujet, on pourra consulter :

Simon Gindikin *Horloges, pendules et mécanique céleste* DIDEROT EDITEUR

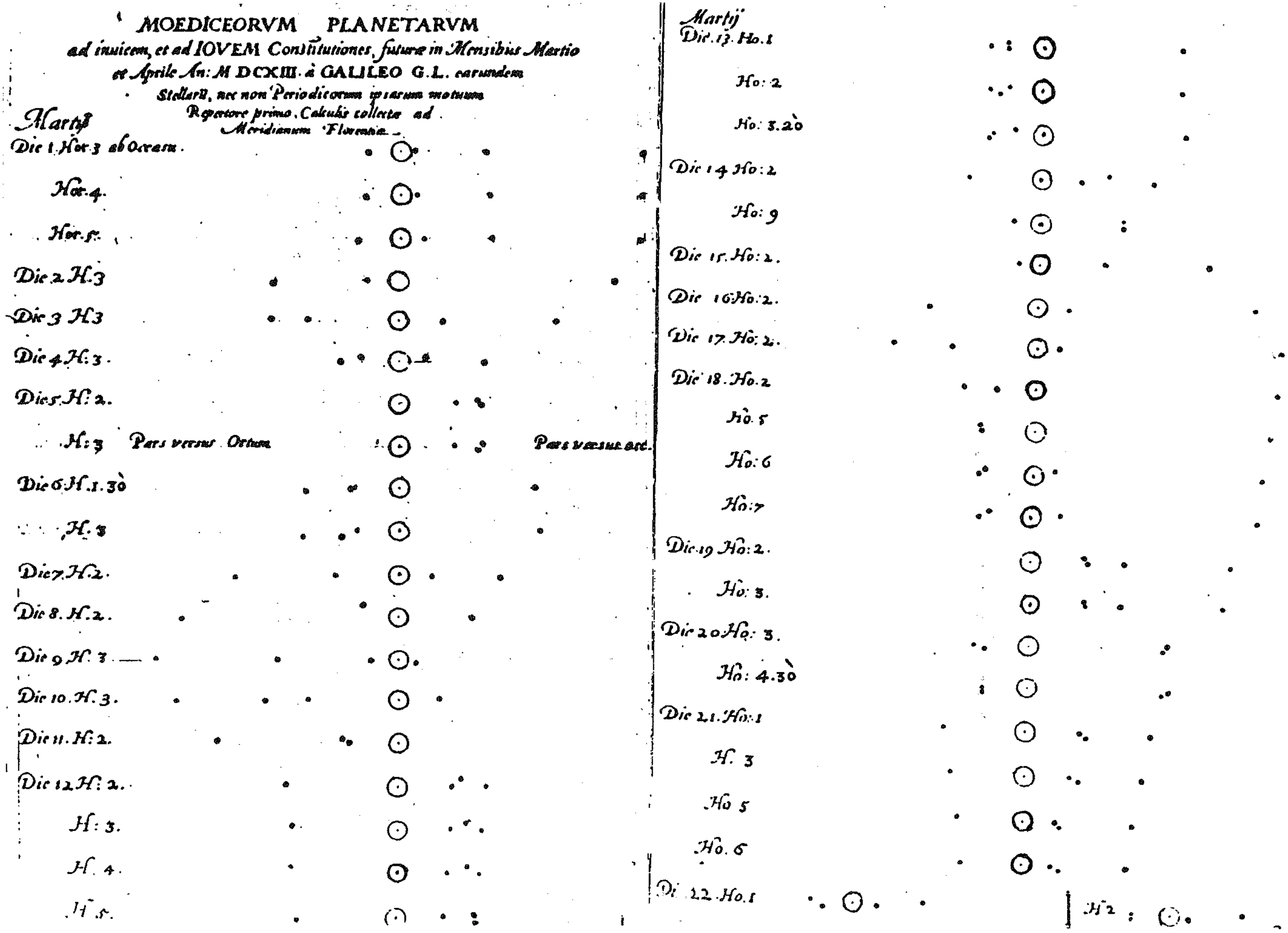
David S. Landes *L'heure qu'il est* GALLIMARD

---

[1] Le problème de la longitude se pose donc pour un navire en mer cherchant à connaître sa position. Pour un lieu terrestre, il suffit d'envoyer un astronome observer un phénomène astronomique en ce lieu à une date donnée, et, à son retour, de comparer l'heure locale de son observation à celle qu'a mesuré un autre astronome resté au méridien d'origine.

MOEDICEORVM PLANETARVM

ad inuicem, et ad IOVEM Constitutiones, futuræ in Mensibus Martio et Aprile An: M DCXIII. à GALILEO G.L. earundem Stellarũ, nec non Periodicorum ipsarum motuum Repertore primo. Calculis collectæ ad Meridianum Florentiæ.



GALILEE : LES SATELLITES DE JUPITER

M. Bühler, H. Plane

Nous vous reproduisons ci-contre une page de Galilée dont Henry Plane propose une lecture guidée et que Martine Bühler a utilisée en classe de seconde pour une activité d'introduction au cours sur les fonctions.

Lecture du document

Dans "*Istoria e demonstrazioni interno alle machine solari*" publié à Rome en 1613, GALILEE reproduit avec précision les observations qu'il vient de faire, en mars, sur les positions des quatre satellites de Jupiter qu'il a découverts trois ans auparavant, et qu'il a nommés "planètes médicéennes" en hommage à son mécène Cosme de Médicis. Sue le document, le rond figure Jupiter et les points en ligne les quatre satellites actuellement nommés Callisto, Ganymède, Europe et Io. Certains jours il n'en figure que trois par suite d'occultation par Jupiter.

Construisons un graphique : en abscisse les temps (1cm par journée), en ordonnée les distances à la planète telles que relevées sur le dessin (on utilisera chaque jour l'observation la plus voisine de 3h.)

1°) Etude de CALLISTO. C'est le satellite ayant la plus grande orbite, l'éloignement maximal apparait être de 5,2cm. Notons $d_1 = 5,2$. Les points ainsi relevés suggèrent sur le graphique une sinusoïde. De fait, si on considère l'orbite comme un cercle décrit par un point d'un mouvement uniforme,ce qu'on observe est le projeté de ce point sur un diamètre de l'orbite, projeté dont le mouvement est sinusoïdal. La période de cette sinusoïde se révèle être de 16 jours ($T_1 = 16$). Elle correspond donc à la durée d'une révolution de Callisto autour de Jupiter.

2°) Etude de GANYMEDE. Procédons de même. Lorsqu'on a éliminé les relevés concernant Callisto, les plus grandes élongations correspondent à Ganymède. On a $d_2 = 3$. Une autre sinusoïde apparait de période $T_2 = 7$. Se méfier : le 1er mars Ganymède n'est pas en deuxième position. La suite des observations révélera que, ce jour, le satellite figure à gauche de Jupiter.

3°) Et la 3ème loi de KEPLER ?

On calculera : $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 = \left(\frac{5,2}{3}\right)^3 \approx 5,21$ et $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{16}{7}\right)^2 \approx 5,22$ Pouvait-on espérer mieux !

4°) Etude d'EUROPE. Les points restant sont plus difficiles à utiliser. Les élongations les plus importantes paraissent être de 1,9cm. Cherchons à suivre ce point ($d_3 = 1,9$). Demandons donc à cette 3ème loi de Kepler la période de la sinusoïde espérée. $\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{d_3}{d_1}\right)^3$ donne $T_3 \approx 3,5$ Une période de 3 jours et demi convient bien pour une sinusoïde rassemblant les observations sur ce satellite. (On notera qu'en faisant jouer la loi de Kepler avec Ganymède, c'est-à-dire en écrivant $\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{d_3}{d_2}\right)^3$, on arrive au même résultat pour T_3).

5°)Etude de IO. Une étude similaire pour le quatrième satellite offre bien moins de précision.
Il semble toutefois que l'amplitude maximale se situe vers 1,2cm. ($d_4 = 1,2$). On aurait alors :

$$\left(\frac{T_4}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{d_4}{d_1}\right)^3 \quad \text{donc} \quad T_4 \approx 1,8$$

Si on trace une sinusoïde de période 1,8 et d'amplitude 1,2 peut-on y placer ce qui correspond aux observations restantes? On retiendra les extrema d'amplitudes opposées les 5 et 11 mars correspondant à 3 périodes et demi. Il faut aussi tenir compte qu'une heure de décalage dans l'observation correspond à un arc de 8 degrés sur l'orbite (En 1,8 jour, c'est-à-dire en environ 43 heures, Io parcourt 360° sur son orbite ; donc en 1 heure, il parcourt 360° : 43 ≈ 8,3°). Il semble que l'ensemble des points relevés ne s'accorde pas trop mal avec la sinusoïde.

6° Et les résultats du XX^è siècle? Les données utilisées actuellement sont :

	T	D exprimé en rayon R de Jupiter	d échelle : 1cm. pour 5R
CALLISTO	16j. 0h. 16mn. soit 16,01j.	26,2	5,2
GANYMEDE	7j. 3h. 42mn. soit 7,15j.	14,9	3
EUROPE	3j. 13h. 13mn. soit 13,55j.	9,4	1,9
IO	1j. 18h. 28mn. soit 1,77j.	5,9	1,2

On ne peut que reconnaître les qualités d'observateur de GALILEE.

Activité en Travaux Dirigés en classe de seconde

Les remarques précédentes permettent de construire en seconde une activité d'introduction au cours sur les fonctions. Cette activité a été menée en 1 heure de Travaux Dirigés. Elle permet de faire découvrir une fonction qui n'est donnée ni algébriquement, ni numériquement, ni par un procédé géométrique. Cette fonction (qu'on peut reconnaître plus tard comme une fonction trigonométrique) est un exemple "naturel" de fonction périodique et le tracé de la courbe permet aux élèves d'obtenir certaines données astronomiques (période de Callisto, vérification de la troisième loi de Kepler, prédiction de la position de Callisto à une date donnée).

Le document donné aux élèves comprend la page de Galilée, en latin et l'encadré ci-dessous. Il présente des observations faites en mars. J'ai adopté avec les élèves la convention que "Dies 1", "Dies 2", etc. correspondaient au "1er Mars", 2 Mars", etc.

GALILEE : LES SATELLITES DE JUPITER

La page jointe est une photocopie d'un livre de Galilée paru en 1613. Galilée a reproduit avec précision les observations qu'il vient de faire sur les satellites de Jupiter. Le rond figure Jupiter et les points en ligne les satellites Callisto, Ganymède, Europe et Io. Certains jours, il n'en figure que trois par suite d'occultation par Jupiter(un satellite passe devant ou derrière Jupiter et n'est donc pas visible). Nous allons étudier plus particulièrement le mouvement de Callisto : il s'agit du satellite ayant la plus grande orbite. A chaque instant t, on peut associer la distance "algébrique" Jupiter-Callisto : ceci définit une fonction dont nous allons tracer la courbe représentative.

L'échelle choisie pour le graphique est la suivante : en abscisses, 1cm représente une journée. En ordonnées, nous prendrons la même échelle que Galilée, donc nous porterons les distances mesurées sur le dessin (en comptant positivement les distances lorsque Callisto est à droite de Jupiter et négativement lorsqu'il est à gauche). Vous porterez sur le graphique les points pour lesquels des indications sont données ci-dessous, puis vous tracerez la courbe.

Des remarques pour vous aider à faire le graphique :

1°) Chaque jour, choisir l'observation la plus proche de 3h.

2°) Jours 1 à 4 : Callisto est le satellite le plus éloigné à droite de Jupiter.

3°) Jour 5 : Callisto est occulté par Jupiter.

Jours 7 à 12 : Callisto est le satellite le plus éloigné à gauche de Jupiter.

Jour 13 : occultation.

Jours 15 à 20 : Callisto est le satellite le plus éloigné à droite de Jupiter.

Questions :

Les observations sont faites au mois de mars. Dies 1 est le premier mars, dies 2 le 2 mars, etc.

1°) Quelle est la durée T_1 (au jour près) d'une révolution de Callisto autour de Jupiter ?

2°) a) Quelle est la durée minimum d'observation nécessaire pour pouvoir prédire la position de Callisto à une date donnée ?

b) Quelle est, à l'échelle du graphique, la distance de Callisto à Jupiter le 5 avril ?

3°) Quelle est l'élongation maximale d_1 de Callisto (i.e. la distance maximale Callisto-Jupiter) ?

4°) Le même travail mené avec Ganymède donne l'élongation maximale $d_2 = 3$ et la période $T_2 = 7$ jours. Calculer $(d_1/d_2)^3$ et $(T_1/T_2)^3$. Que constate-t-on ?

NOTE DE LECTURE

Faire des mathématiques à partir de leur histoire tome I
IREM de Rennes

Cette brochure de nos collègues de Rennes présente une dizaine d'activités pour des classes de lycées ou de collèges. Les thèmes abordés sont variés.

La géométrie y a une belle part: une activité très fouillée sur la construction du pentagone étoilé dans les Eléments d'Euclide, des petits problèmes de calcul dans les triangles suivant le Liber Abaci de Fibonacci, pour des classes de secondes, une mise en place de l'équation d'une hyperbole définie comme un lieu géométrique d'après la Géométrie de Descartes, une activité très originale sur des problèmes de division de champs en parties égales sur des textes tirés de traités d'arpentage d'Ozanam et de J.C. Garnier (XVIIIème siècle).

Les activités algébriques s'inspirent des méthodes babyloniennes, des méthodes d'Al Khwarizmi (sans pour ces activités faire lire les textes aux élèves), des résolutions d'équations du second et du troisième degré par Viète et Girard. Les élèves sont invités à lire un texte de Viète où il introduit des écritures algébriques.
On trouve enfin quelques activités sur les numérations antiques.

L'exposé de chaque thème est très approfondi; il débute en général par une fiche technique, indiquant de façon précise le niveau de la classe concernée, l'organisation et la durée du travail, les connaissances requises, les objectifs pédagogiques. Le contexte historique est développé et de nombreux commentaires faits autour du texte, de son intérêt mathématique et pédagogique; des remarques sont faites sur les réactions des élèves, sur les prolongements possibles. Chaque activité est accompagnée d'une bibliographie.
Procurez-vous cette brochure, elle vous donnera envie d'essayer ces activités avec vos classes.

Elle peut être commandée (pour 50 francs sans le port) :
Université de Rennes IREM Campus de Beaulieu 35042 Rennes cedex (tel 99 28 63 42)

Les Mathématiques ne se sont pas faites en un jour.
Promenades historiques
Première promenade : Sumer, Babylone, le nombre comptable et les débuts de la pensée algorithmique. IREM de Nantes

Encore une brochure d'activités inspirées de textes ou de documents babyloniens autour des nombres, de la numération sexagésimale, des tables de carrés, des approximations de racines carrées, des tables de triplets pythagoriciens, de résolutions d'équations du second degré. De nombreuses pistes de travail pour exciter l'intérêt et la curiosité des élèves de divers niveaux.

Elle peut être commandée (pour 40 francs sans le port) :
IREM de Nantes 2chemin de la Houssinière BP 1044 44037 Nantes cedex

NOTES D'ECOUTE

G. Monge (1746-1818), J.H. Lambert (1728-1777)
Géométrie pratique, géométrie spéculative.

Roger Laurent

Roger Laurent a eu la gentillesse de nous adresser ce compte rendu d'une conférence qu'il a prononcée à l'Institut Henri Poincaré

La pratique des représentations de l'espace par les hommes de l'art, architectes, peintres, tailleurs de pierre, charpentiers ou géomètres a conduit à deux modes de représentation privilégiés. Il fallait d'une part représenter rigoureusement l'espace afin de construire et communiquer des données par l'ichnographie (projection sur un plan horizontal) et l'orthographie (projection frontale), pour reprendre une expression de Vitruve[1]; ce mode de représentation conduira à la géométrie descriptive. D'autre part donner une perception globale de l'espace par la scénographie ou perspective, comme aujourd'hui le permet la photographie, pour soulager l'effort de conceptualisation qu'exigeait le mode descriptif, conduira à la géométrie projective.

A partir de cette double tradition de la représentation s'élaboreront les traités de *Géométrie Descriptive* et de *Géométrie Projective* . Une foule de propriétés nouvelles se dégageront de ces géométries.

Représenter l'espace.

Le traitement de ce problème des représentations de l'espace a souvent conduit à l'élaboration de techniques sans liens, développées pour résoudre au coup à coup divers projets de constructions. On va alors assister à une inflation de traités de perspective parmi lesquels certains contiennent en germes les éléments fondateurs de ce qu'on appellera au XIX^{ème} siècle la nouvelle géométrie. Piero della Francesca (1418-1492) par exemple, aprés Alberti (1404-1472), met en place de manière rigoureuse la technique de construction d'une perspective par points de fuite. Il y a déjà chez Guidobaldo del Monte (1600), la mise en place des ingrédients qui permettront de fonder la

[1] Vitruve M.P.-*Les dix livres d'architecture*, d'aprés la traduction de Claude Perrault de 1673, reprise par André Delmas en 1979, éd. Balland, livre 1, chap. 2, p. 30.

géométrie projective, comme par exemple le concept de point de fuite associé à une direction de droites. Il s'agit d'un traité dans lequel Guidobaldo s'attache à dégager les concepts de base indépendamment de problèmes particuliers. Chez Girard Desargues (1591-1661), un pas décisif sera fait vers cette géométrie spéculative, par l'utilisation de la perspective et des transversales dans ses publications de 1636 et de 1639 et où apparaît pour la première fois la recherche des invariants dans une transformation par une perspective, ce qui fera dire à Michel Chasles à propos du fameux théorème sur l'involution de six points[2] que " *...le premier inventeur est M. Desargues, un des plus grands esprits de ce temps, et des plus versés aux mathématiques, et entre autres aux coniques* ".

La nouvelle géométrie.

Cette nouvelle géométrie ou géométrie moderne, comme la nommait Michel Chasles[3], se caractérise par une autre approche que celle héritée de la géométrie euclidienne et de Descartes. C'est d'abord son caractère général. Quelques principes se dégagent des procédés de construction apparemment différents et les généralisent. C'est ensuite l'économie des calculs algébriques qui disparaissent au profit du raisonnement sur les propriétés des figures[4]. Voilà comment Michel Chasles résume son analyse[5] sur les travaux de Pascal et de Desargues, membres correspondants de l'Académia Intelligentia animée par le père Marin Mersenne à Paris, avant la fondation de l'Académie des Sciences par Colbert en 1666: "*...écrits où devaient briller le génie inventeur de ce profond géomètre (Pascal), et l'art admirable avec lequel il savait généraliser une première découverte, et en tirer toutes les vérités qu'elle renfermait. Desargues, que Pascal avait pris pour guide, et qui était digne en effet d'un tel disciple, avait aussi écrit sur les coniques, un an auparavant, d'une manière neuve et originale. Sa méthode reposait, comme celle de Pascal, sur les principes de la perspective, et sur quelques théorèmes de la théorie des transversales*". Le caractère spéculatif et le choix de généraliser s'imposent à cette assemblée de gens savants. On sait par contre le conflit qui opposera le fervent disciple de Desargues, Abraham Bosse, nommé à l'Académie de peinture au moment de sa création en 1648 pour y enseigner la perspective, et qui en sera exclu en 1661 pour avoir voulu imposer les principes de géométrie de la perspective aux praticiens qui les refusaient. Cette divergence de points de vue à une époque où le statut de peintre, architecte, tailleur de pierre ou mathématicien est mal défini, fait apparaître la fracture entre théoriciens et praticiens. Souvent sous-jacente dans les écoles, elle sera réduite par la création de corps spécialisés.

On peut se poser la question sur la manière dont s'élabore une science. Deux exemples choisis parmi bien d'autres peuvent servir de support à notre essai pour comprendre la constitution en corps de doctrine d'une discipline. Il y a bien sûr la personnalité, l'équation personnelle des savants mais aussi la structure sociale. Gaspard Monge et Jean-Henri Lambert nous serviront de modèles. Dans ces deux cas, il y a d'abord le pédagogue, l'enseignant soucieux de simplifier et de clarifier mais aussi le chercheur académicien spéculatif qui essaie de

---

[2]Michel Chasles .- Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie 1837, p.72.

[3]Michel Chasles, Aperçu Historique, p.66, 90.

[4]Bkouche R.- Desargues au XIXè siècle, l'influence d'un livre non lu, Article IREM de Lille, 1994.

[5]Michel Chasles, Aperçu Historique, p.74.

généraliser, de dégager l'essentiel d'une pratique, avec plus ou moins de génie ou de chance. Les traités qui jalonnent cette histoire de la perspective, leur préface, mettent en évidence d'une part l'exposé des techniques, leurs présentations plus ou moins pédagogiques et d'autre part l'effort de synthèse dans le but de dégager les principes essentiels qui vont concourir à constituer ce que nous appelons une théorie ou discipline. Piero della Francesca, Guidobaldo del Monte, Simon Stevin de Bruges, Girard Desargues, Brook Taylor, Monge et Lambert sont plutôt à classer dans la deuxième catégorie.

Les traités. Écoles et Académies. Monge, le professeur, le politique.

Monge enseigne à l'Ecole Royale du Génie de Mézières de 1764 à 1784. C'est après 1765 qu'il résout le problème du défilement, pour les fortifications en particulier. Son cours de Géométrie Descriptive[6] naît à ce moment là mais restera secret dans cette école militaire. On sait aussi que, sollicité par de nombreuses fonctions publiques et politiques, examinateur de la marine en 1783, puis Ministre de la Marine de 1792 à 1793, il ne consacrera pas beaucoup de temps à l'édition de ses travaux. Professeur à l'École Normale de l'An III de la République de janvier à mai 1795, dont il fut un des membres fondateurs, il aura l'occasion de publier, comme ses collègues, son cours de Géométrie Descriptive. Ce cours qui est la synthèse rigoureuse de ce que nous avons appelé la première tradition dans un article précédent[7] se voulait rigoureux et suivi de travaux pratiques, quoique riche en applications à caractère théorique, en particulier pour la démonstration de théorèmes de géométrie plane à partir de figures de l'espace, comme le précise Michel Chasles dans son *Aperçu Historique...* de 1837[8],"...*Le caractère principal des écrits de Desargues était une grande généralité dans ses principes théoriques et dans ses applications, telle que celle qui fait la beauté et le grand mérite de la Géométrie Descriptive de Monge*". Chasles cite Bosse qui dans ses *Pratiques géométrales et perspectives* " fait remarquer que *"M. Desargues démontrait universellement, par les solides, ce qui n'est pas l'usage ordinaire de ceux qui se disent géomètres ou mathématiciens"* et Chasles de conclure: *"Ces mots de Bosse, par les solides, ne signifieraient-ils pas que Desargues employait dans ses démonstrations la considération des figures à trois dimensions, pour parvenir aux propriétés des figures planes? ce qui est aujourd'hui le caractère de l'école de Monge, en géométrie spéculative"*. Un propos de Chasles qui fera l'objet de discussions[9], *"C'est cet art infiniment utile de déduire d'un seul principe un grand nombre de vérités, dont les Anciens ne nous offrent point d'exemples, qui fait l'avantage de nos méthodes sur les leurs"*. Nous avons présenté dans l'article cité supra[10] la démonstration du théorème généralisé de Desargues (relatif aux triangles perspectifs de 1648) par cette méthode fondée sur la Géométrie Descriptive de Monge. On est ici en présence d'un mathématicien qui à partir d'une pratique dans une école (École Royale du Génie de Mézières) où sont formés des ingénieurs et des architectes, généralise et présente des mémoires à l'Académie des sciences, en 1771 sur les équations aux dérivées partielles pour traiter des surfaces développables,

---

[6]Monge G.- *Géométrie descriptive*, cf. 3è éd., 1811, *Des plans tangents et des normales aux surfaces courbes*, p. 49.
[7] Roger Laurent *La double tradition de la perspective*, Actes Institut suisse, Rome, 1994.
[8]Chasles M.- *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* , 1837, p. 87.
[9]Ibid., p.73.
[10]Roger LAURENT *La double tradition de la perspective*, Actes Institut suisse, Rome, 1994, fig. 12.

en 1775, un huitième mémoire sur la *"Théorie des ombres et des pénombres et des surfaces développables "* qui constitue un complément des méthodes de géométrie et de géométrie analytique, en 1776, un mémoire sur la *"Théorie des remblais et des déblais "* qui complète la théorie eulérienne de la courbure des surfaces. Autant de problèmes concrets qui trouvent ici des solutions au caractère général dans ces publications à l'Académie des Sciences. Cet état d'esprit de Monge sera présent dans ses vues politiques dès 1993 et prendra forme en mars 1994 à la Commission des Travaux Publics dont il fait partie. Cette commission prépare la création d'une Ecole unique d'ingénieurs civils et militaires. Monge propose des cours plus théoriques à l'École Normale de l'an III où l'on forme des professeurs pour les Écoles centrales (les lycées de nos jours) ou encore à l'École Polytechnique.

L'Académicien de Berlin.

Dans un autre cadre, Lambert n'agira pas différemment. On sait que jeune précepteur des enfants de la riche famille Von Salis à Coire en Suisse, il imaginait une machine à perspective, décrite dans une publication de 1752[11], véritable outil conceptuel d'aide à la création. Dans ses *Notes et Additions à la Perspective Affranchie de l'embarras du plan géométral* de 1759, les *Anmerkungen und zuzäte*, publiées en 1774, il décrira douze perspectographes, qui, s'ils représentent théoriquement une économie de travail pour dessiner des perspectives, n'en sont pas moins une contribution importante à la géométrie spéculative. Les propriétés utilisées pour ces constructions sont en effet celles de la géométrie des invariants, des transversales, propriétés conservées par projection conique centrale ou par rabattements. Outre ces perspectographes, Lambert publie quinze problèmes de géométrie de la règle qui retiendront entre autre toute l'attention de Michel Chasles dans son *Aperçu Historique* [12]: quand il dit: *"Le célèbre Lambert, autre Leibnitz par l'universalité et la profondeur de ses connaissances, doit être placé au nombre des mathématiciens qui, dans un temps où les prodiges de l'analyse occupaient tous les esprits, ont su conservé la connaissance et le goût de la Géométrie et en faire les plus savantes applications"*. Nous avons souvent décrit ces quinze problèmes de géométrie de la règle[13] comme éléments importants du passage au projectif. La publication en annexe d'une traduction française de ces problèmes de la géométrie de la règle peut être utile pour les étudiants des Lycées ou des Universités et constituer des éléments de motivation comme ça a été le cas pour les anciens élèves de l'École Polytechnique. Hachette publie en effet en 18O7, dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique* , un article où des solutions sont données à ces types de problèmes. Si Lambert, dès 1759 dans son traité de perspective[14] au titre significatif *La Perspective Affranchie de l'embarras du plan géométral*, essaie de dégager les éléments essentiels des pratiques anciennes de la perspective pour résoudre efficacement les problèmes de représentation par des procédés rapides, le transporteur pour les échelles d'angles, les échelles des profondeurs, la méthode d'égales resections pour construire des perspectives au point de l'œil très éloigné, les méthodes fondées sur la géométrie élémentaire pour résoudre les problèmes de restitutions géométrales à partir

---

[11]Roger Laurent, *Essai sur la perspective* , avec trad. Jeanne Peiffer de *Anlage zur Perspektive* de Lambert de 1752, Librairie scientifique A. Blanchard, Paris,1981.
[12] Chasles M.- *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* , 1837, p.185.
[13]Cf. note 6.
[14] Jean-Henri Lambert.-*La Perspective Affranchie de l'embarras du plan géométral*, 1759, rééd. Paris, Alain Brieux,1977.

d'une perspective, il va, en 1774 dans ses *Anmerkungen und zuzäte*, mettre en évidence des propriétés de type projectif à partir de la pratique de la perspective. L'Académicien de Berlin, trois ans avant sa mort et comme une synthèse de ses recherches dans ce domaine, dégage avec une joyeuse alacrité ces problèmes de géométrie de la règle[15] à caractère spéculatif Quelques années plus tard, en 1813, prisonnier des Russes à Saratov sur les bords de la Volga, Jean-Victor Poncelet profitera de cette captivité et du temps de loisir dont il disposera pour reprendre toutes ces questions dont il publiera plus tard en 1822 les résultats dans son son fameux *Traité des propriétés projectives des figures*, ouvrage utile à tous ceux qui s'occupent des applications de la géométrie descriptive et d'opérations géométriques sur le terrain et qui sera la conclusion, spéculative, avant le colloque d'Erlangen de Félix Klein en 1872, de cette longue histoire des modes de représentations de l'espace.

Que reste-t-il de cette longue pratique?

Des traités, certains pratiques, d'autres plus théoriques, une synthèse concise d'une longue expérience professionnelle, l'exemple passionnant et qui passionne des générations de chercheurs, étudiants ou professeurs, du passage d'une technique des hommes de l'art à une théorie mathématique sans doute obsolète mais riche par ses applications en informatique, en photogrammétrie et en pédagogie de la formation professionnelle.

Roger Laurent ainsi que la rédaction de Mnémosyne tiennent à la disposition du lecteur intéressé une importante bibliographie sur le sujet.

Ecrivez-nous.

Au SOMMAIRE du Numéro 12

Etude — Histoire de quelques projections cartographiques — Marie Benedittini

Bonnes vieilles pages — Traité de Topographie de L. Puissant

Dans nos classes — La mesure du Méridien

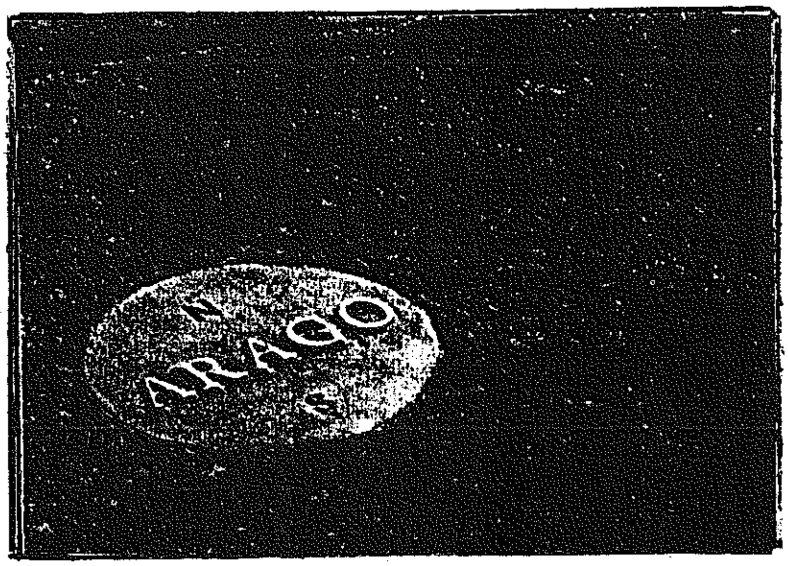
[15] Laurent R.- *La place de Jean-Henri Lambert dans l'histoire de la perspective*, avec en annexe une traduction des *Ammerkungen und zuzäte*, ou *Notes et additions*, traduction de J. Peiffer, commentaires de R. Laurent.

Les LUNDIS du groupe M : A.T.H.

Le premier lundi de chaque mois
de 14h 15 à 16h 30, à l'IREM Paris-7,
Université D. Diderot, tour 55-56, 3ème étage salle 8

Les dernières séances de l'année 95-96 auront lieu les

<u>1er Avril</u> : *L'Algèbre* de Wallis (Jean Luc Verley)
<u>6 mai</u> : L'algèbre babylonienne (Joëlle Proust)
<u>3 juin</u> : La démonstrastion par Bolzano du théorème des valeurs intermédiaires. (Martine Bühler)



Enigme

Maintes curiosités existent à travers les rues de Paris qui peuvent sortir de sa rêverie le promeneur solitaire qui les arpente : stèles en l'Eglise Saint-Sulpice et à l'Hôtel de la Monnaie, mires au Parc Montsouris et au Moulin de la Galette, "canon" du Palais Royal, et, depuis peu, au sol, médaillons de Jan Dibetts des jardins de la Cité Universitaire à la Porte Montmartre.

Quelles lignes imaginaires ces signes dessinent-ils dans Paris ?

Nous nous promènerons ensemble une prochaine fois.

Comité de rédaction:

Philippe BRIN	Lycée Technique E.Branly Créteil Animateur à l' IREM Paris VII
Martine BÜHLER	Lycée Flora Tristan Noisy le Grand Animatrice à l' IREM Paris VII
Michèle GREGOIRE	Lycée Lavoisier Paris Animatrice à l' IREM Paris VII
Maryvonne HALLEZ	Collège P. Bert Paris Animatrice à l' IREM Paris VII
Marie Françoise JOZEAU	Lycée G. de Nerval Luzarches Animatrice à l' IREM Paris VII
Odile KOUTEYNIKOFF	Collège Descartes Antony Animatrice à l' IREM Paris VII
Michèle LACOMBE	CNED Institut de Vanves Animatrice à l' IREM Paris VII
Anne MICHEL-PAJUS	Lycée C. Bernard Paris Animatrice à l' IREM Paris VII
Jean Luc VERLEY	Université Paris VII IREM Paris VII

avec la collaboration

de M. T. GAMBIN (Paris-7), R. LAURENT, G. VINDT

Courrier à adresser à : Groupe M: A.T.H.
IREM Université Denis DIDEROT
Paris VII Case 7018
Tour 55-56 3ème étage
75005 PARIS

Pour échanger expériences et réflexions à propos de

l'histoire et l'enseignement des mathématiques

M.: *Mathématiques*
A. *Approche par les*
T. *Textes*
H. *Historiques*

SOMMAIRE

En vente au prix de 5,00 Euros

Editeur : IREM
Directeur responsable de la publication : M. ARTIGUE
Dépôt légal : Février 1996
ISBN : 2-86612-092-2
IREM Université Paris VII Denis Diderot
Case 7018
2, place Jussieu 75 251 Paris Cedex 05
Tel : 01 44 27 53 83