

Du Nombre

Maryvonne Hallez

Ce conte a juxtaposé deux histoires, deux chemins :

1. un chemin vers un concept de nombre cardinal.
2. un chemin vers un "dévoilement" de "l'essence de la continuité."

Je vais expliciter un peu le premier chemin et donner ensuite la liste des textes étudiés.

J'ai d'abord privilégié deux moteurs des recherches sur la notion de nombre entier:

- inventer un chemin de production du "un" dégagé de tout lien avec l'empirisme.
- laver le nombre entier de toute tache du sensible sans le rendre dépourvu de contenu.

Nous avons d'abord lu les premières définitions du livre VII des Eléments d' EUCLIDE.

définition 1

"L'unité est selon quoi chacune des choses existantes est dite une."

définition 2

"Un nombre est un assemblage composé d'unités."

Ces énoncés qui donnent une définition de l'unité lient le principe d'individuation des "choses existantes", perceptions du monde sensible, et le principe de génération des entiers, constructions du monde intelligible. D'autre part la deuxième définition oppose le un et le multiple. Cette opposition a conduit nombre de mathématiciens et de philosophes à considérer que "un n'est pas un nombre". Nous retrouvons cette affirmation jusqu'au XVIème siècle, par exemple dans l'Arithmétique de Jean TRENCHANT, publiée en 1561.

Simon STEVIN effectua une première étape de notre premier chemin : faire rentrer le "un" rebelle dans une définition de nombre et conjointement dégager l'unité de l'analogie avec le point.¹

Dans l'introduction de son Arithmétique publiée en 1585², STEVIN met en scène une lutte de deux prétendants au trône de principe des nombres entiers: le "zéro" et le "un" ; dans ce texte, il affirme "*un est nombre*", "*zéro n'est pas un nombre*", il fait du zéro l'analogie du point et il résorbe l'opposition un-multiple en donnant la définition du nombre suivante :

¹Le nombre est-il composé d'unités comme la droite de points? Cette question fut soulevée par les philosophes grecs citons par exemple ARISTOTE qui écrit dans Métaphysique M9 1085 a
"le point paraît être non pas l'Un mais un analogue de l'Un"

² Texte à paraître dans les bonnes vieilles pages du prochain Mnémosyne n°9

"Nombre entier est ou unité ou composée de multitude d'unités"

On peut qualifier cette définition de partiellement nominaliste¹.

Notons qu'après 1585 la phrase *"un n'est pas un nombre"* n'est plus écrite dans les livres de mathématiques. Cependant elle continue à être l'objet de discussions dans les commentaires philosophiques. STEVIN en faisant ainsi perdre au "un" mathématique une partie de son rôle, inaugure une série de définitions du nombre dans laquelle un est considéré comme l'idée la plus simple et donc comme n'ayant pas besoin d'être défini. Citons par exemple LOCKE et LEIBNIZ dans leurs essais respectifs sur l'entendement humain.

Les tentatives de définir le un mathématique ne vont pas s'arrêter pour autant, comme nous le verrons dans la suite.

La deuxième étape de ce premier chemin du conte fut mise en scène par Gottlob Frege dans ses *Fondements de l'Arithmétique* publiés en 1888 dont nous avons lu les extraits donnant ses concepts de zéro, de un et de nombre cardinal.

Le deuxième chemin conduisit des définitions du livre V d'Euclide à la construction du nombre réel de Dedekind.

Bibliographie:

textes lus

EUCLIDE	Eléments	livre VII définitions 1 et livre V définitions 1 à 6 ed. Peyrard Blanchard 1966
Simon STEVIN	Arithmétique	Introduction et définitions 1 à 7 dans <i>The principal works</i> vol III ed. D.J. Struik Swetz & Zeitlinger 1988
Arnauld et Nicole	La logique ou l'art de penser	4ème partie ch. 5 Flammarion ed.
John LOCKE	An essay concerning human understanding	ch XVI § 1 Collins Fount Paperbacks 1964
Wilhelm G. LEIBNIZ	Nouveaux essais sur l'entendement humain	livre IV ch. VII § 10 GF 1966
Gottlob FREGE	Les fondements de l'arithmétique	§ 54-55-74 trad. C. Imbert Seuil 1969
Richard DEDEKIND	Continuity and irrational numbers	trad. anglaise Beman Dover 1963

traduction française des passages lus : Maryvonne Hallez

¹ y est privilégiée par rapport à une définition de chose exprimant une partie de l'essence de la chose en question, définition ayant un contenu, une définition de nom autoréférente, et donc qui ne peut être contestée du point de vue logique comme le disent ARNAULD et NICOLE dans leur analyse du texte de STEVIN.