

"LES OEUFs"

**ENTRETIENS SUR LA MODELISATION ALGEBRIQUE
EN CLASSE DE SECONDE**

D.E.A de Didactique des Mathématiques
Université Paris VII
Septembre 1991

Par Elisabeth HEBERT

DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

UNIVERSITE-PARIS VII

D.E.A* DE DIDACTIQUE
DES MATHEMATIQUES
UNIVERSITE PARIS VII

SEPTEMBRE 1991

"LES OEUFS"

**ENTRETIENS SUR LA MODELISATION ALGEBRIQUE
EN CLASSE DE SECONDE.**

ELISABETH HEBERT

SOMMAIRE

Introduction

Question centrale et hypothèses	07
Le cadre théorique	08
Les différentes étapes de l'investigation	09
L'organisation de l'entretien	10
Le choix des exercices	12
Données préalables sur les oeufs	13
Analyse a priori sur le déroulement de l'entretien	14

Analyse de la transcription du premier groupe

L'entretien	19
La vérification	20
Les représentations du problème	21
La résolution algébrique	23
Le rapport au savoir	27

Analyse de la transcription du deuxième groupe

L'entretien	31
La vérification	33
La résolution algébrique	35
les pôles affectifs	40
Le rapport au savoir	42

Analyse de la transcription du troisième groupe

L'entretien	46
les modes relationnels	48
La vérification selon Sabah	51
La vérification selon Aziz	57
La vérification selon Saïd	64
La résolution algébrique	68
Le rapport au savoir	80

Conclusions

L'entretien	84
La vérification	87
La démarche algébrique	90
Le rapport au savoir	97
Retour au questionnement initial	101

Annexes

Annexe 1	Le test initial
Annexe 2	La convocation à l'entretien
Annexe 3	L'introduction de l'entretien
Annexe 4	Les consignes
Annexe 5	Les exercices de l'entretien
Annexe 6	Les feuilles de recherche
Annexe 7	Les scénarios de chacun des groupes
Annexe 8	Le rapport au savoir: quelques profils

INTRODUCTION

Question centrale et hypothèses

Le présent travail est certes une initiation à la recherche rentrant dans le cadre d'un DEA, mais il trouve sa justification dans un besoin personnel et une nécessité institutionnelle de trouver les moyens d'analyser les difficultés en mathématiques d'un nouveau public d'élèves que les lycées se doivent d'accueillir.

Notre analyse concerne les lycéens de seconde, globalement en difficultés, mais non désinvestis ni marginalisés par rapport aux exigences du système scolaire.

Faisant l'hypothèse que les difficultés de ces élèves ne sont pas uniquement de l'ordre du savoir, nous tenterons d'apporter un éclairage sur les difficultés de ceux-ci dans les activités de modélisation algébrique. Questionnaires et entretiens devraient permettre de les révéler.

Le présent travail s'appuiera essentiellement sur les entretiens de huit élèves répartis en trois groupes, à propos d'un exercice de modélisation algébrique : "Les oeufs".

Nous résumerons ainsi **la question centrale** de cette recherche :

Dans quelle mesure la méthodologie utilisée - l'entretien accompagné de questionnaires- permet-elle ou non d'avancer sur la question des difficultés de ces élèves, qui savent manipuler l'algèbre , à modéliser ?

Quelles difficultés prévoir dans une activité de modélisation algébrique ?

Nous formulons à cet égard quelques hypothèses.

Hypothèse 1 : Une bonne part des obstacles à la modélisation algébrique provient de la perturbation créée par une situation pseudo-concrète, non conforme à la **représentation** qu'ont les élèves de l'activité mathématique

Hypothèse 2 : Les paramètres susceptibles de ne pas rendre mobilisable le calcul algébrique se trouvent pour beaucoup dans le **rapport** que l'élève entretient avec le **savoir**.

Hypothèse 3 : Pour une même situation pseudo-concrète, les comportements et outils mis en oeuvre diffèrent suivant le **cadre disciplinaire** dans lequel le problème est posé.

Hypothèse 4 : La **modélisation** à partir de situations pseudo-concrètes comporte ses propres obstacles et est particulièrement pénalisante pour les élèves en difficultés .

Hypothèse 5 : Des difficultés propres à l'**algèbre** sont à prévoir.

Afin d'apporter des éléments qui permettent de mesurer la validité, ou du moins la portée, de ces hypothèses plusieurs outils ont été élaborés et utilisés. L'**entretien** est l'un de ceux-ci , des **questionnaires** le complètent, chacun devant apporter un éclairage particulier. Il est à noter que l'hypothèse 4, sur les différents cadres disciplinaires, ne pourra trouver aucune validation par l'entretien. En revanche, celui-ci devrait être une méthodologie performante à l'égard des hypothèses 1, 2 et 3

Pour plus de clarté, nous préciserons ce que nous entendons par modélisation algébrique et situation pseudo-concrète.

La **modélisation algébrique** se caractérise par l'utilisation de l'algèbre pour résoudre un problème qui s'énonce hors du cadre des mathématiques. La distance du modèle au réel peut être plus ou moins grande. Le modèle peut être établi par simplification du réel (physique, sociologie). Ici, dans les situations pseudo-concrètes rencontrées, il s'agit de la traduction du réel dans le langage mathématique de l'algèbre.

Une **situation pseudo-concrète** se caractérise par le fait que la situation ne correspond à aucune réalité vécue par l'élève, sa description renvoie cependant l'élève à une situation qu'il peut parfaitement concevoir dans la réalité quotidienne.

Le cadre théorique.

Le présent travail de recherche ne peut prétendre trouver sa validité dans une quelconque théorie didactique. Cependant il trouve ses racines dans un certain nombre d'analyses théoriques portant sur quelques concepts de la didactique. Des synthèses des travaux sur lesquels nous prenons appui, ont été rédigés pour les différents mémoires du D.E.A. Nous ne ferons ici que les mentionner :

En ce qui concerne les **représentations** :

L'approche des représentations métacognitives de A.ROBERT, J.ROBINET et l'approche psychanalytique des relations de l'élève à l'objet mathématique de J.NIMIER nous ont éclairée.

En ce qui concerne le **rapport au savoir** :

Le cadre théorique développé par Y.CHEVALLARD a été étudié , mais quelle opérationnalité ? Les travaux de B.CHARLOT et E.BAUTIER sur le rapport social au savoir, et l'approche psychanalytique de C.LAVILLE ont alimenté notre réflexion.

En ce qui concerne la **modélisation algébrique**:

Les travaux d'Y. CHEVALLARD et L.R BOOTH ont été la base de nos premières investigations dans ce domaine.

En ce qui concerne les **conceptions** des objets mathématiques (ici ceux qui constituent le cadre algébrique) :

Les synthèses de M.ARTIGUE et les actes du colloque de Montréal ont aidé à notre réflexion.

En ce qui concerne les **situations retenues** :

Nous avons pris appui sur les évaluations EVAPM et les analyses et travaux d'A.BODIN concernant l'évaluation.

En ce qui concerne le **contrat** propre à l'entretien :

Les apports de G.BROUSSEAU , N.BALACHEFF et M.L SHUBAUER-LEONI nous ont aidé à repérer la spécificité de l'entretien.

Les différentes étapes de l'investigation.

Les entretiens auprès de trois groupes de trois élèves sont la dernière étape d'un dispositif visant à cerner de manière de plus en plus ciblée des difficultés des élèves dans le domaine de la modélisation algébrique et à apporter un éclairage sur les hypothèses formulées ci-dessus.

Les différentes étapes de ce dispositif peuvent être ainsi décrites:

- Une **investigation** menée au cours des années 1988-1989 et 1989-1990 dans deux classes de seconde, composées d'élèves formant le nouveau recrutement des lycées. Cette investigation très axée sur l'analyse des productions des élèves a mené à des choix en matière d'enseignement.

- Des **tests mathématiques** élaborés essentiellement à partir de l'EVAPM 3ème. La plupart des items retenus concernent la modélisation algébrique. Ces tests ont été passés en septembre 1990, dans une vingtaine de lycées.

A partir de l'analyse de cette première série de tests, une deuxième série a été construite et passée en avril 1991 dans six classes de seconde : trois classes appartenant au premier échantillon , trois classes spécifiquement retenues pour cette recherche.

- Des **tests "maths-éco"** comportant des items avec une formulation de type "gestion", issus des tests mathématiques mentionnés ci-dessus et passés dans trois classes.

- Un **questionnaire** "réussir en mathématiques, réussir en français" pour l'une des classes retenues pour cette recherche et "réussir en mathématiques, réussir en histoire-géographie, réussir en sciences naturelles" pour l'autre classe sélectionnée.

Nous n'analyserons évidemment pas ici tout ce que fournissent ces matériaux, mais occasionnellement, nous y ferons référence.

Il faut préciser que ce travail préliminaire de recueil d'information a reçu un accueil plutôt favorable des collègues et de l'administration du lycée concerné. En revanche, les réactions des lycéens ont été plutôt réservées : beaucoup d'entre eux ont refusé d'écrire leur nom; l'un d'entre eux a rajouté sur le test de mathématiques *"vous n'êtes pas forcé de nous tutoyer"*.... Beaucoup de méfiance, et une interrogation de tous : *"à quoi ça sert?"*...

Une attention particulière a donc été portée à la construction des groupes pour les entretiens et à la présentation de ceux-ci.

L'organisation des entretiens.

Les entretiens concernent trois groupes de trois élèves et durent pour chacun deux fois deux heures.

La sélection des élèves.

Les groupes ont été construits avec la participation des professeurs de mathématiques des classes concernées. Les critères de sélection ont, dans un premier temps, été des critères d'**orientation**: pas d'orientation en BEP, pas d'orientation en 1ère S, plutôt une orientation en 1ère G, surtout pas d'orientation encore hésitante avec un risque d'interférence (certes imaginaire) sur la décision finale.

Puis un critère **psychologique** est intervenu :

Pour l'une des classes le critère de sélection du professeur a été "élève gentil", pour l'autre "ne dira rien", "ne voudra pas jouer le jeu", "supposera une machination"...

Après ces deux sélections, le choix s'est opéré sur un critère **mathématique** à partir des difficultés repérables dans le test mathématique préalable, et enfin un critère **relationnel** est intervenu: la possibilité pour les élèves de cohabiter et de ne pas "s'étouffer" au cours de l'entretien .

La composition des groupes:

Pour chacun des élèves nous mentionnerons les années de naissance (en principe 1975), la profession des parents, et la classe dans laquelle ils se trouvent à l'issue de cette année scolaire.

Premier groupe:	Antunes	1975 Père : boiseur Mère : au foyer En 1ère G
	Collange	1974 Père : décédé Mère : agent de service En 1ère G
	Valérie	1973 Père : maçon Mère : employée d'assurances En 1ère G
Deuxième groupe :	Fatiha	1975 Père : O.S. Mère : au foyer En 1ère A
	Nadia	1975 Père : cariste Mère : au foyer En 2nde
	Aïcha	1975 Père : O.S. Mère : au foyer En 1ère G
Troisième groupe:	Aziz	1974 Père : ferrailleur Mère : au foyer En 1ère G
	Saïd	1975 Père : contremaître Mère : sans profession En 2nde
	Sabah	1974 Père : retraité Mère : mère de famille (10 parts de bourse) En 2nde

La présentation de l'entretien aux élèves

Comme nous l'avons précisé auparavant, une attention très particulière a été portée à la présentation de cet entretien. On trouvera en annexe des documents ayant servi à la présentation :

- Les feuilles de convocation des élèves (annexe 2)
- Le discours de justification de l'entretien (annexe 3)
- Le contrat spécifique à l'entretien : mon rôle et celui des élèves, précisés par des consignes (annexe 4)

Précisons aussi que les entretiens se sont déroulés sur le temps de travail des élèves.

Le choix des exercices.

Tous les exercices retenus pour l'entretien se situent à la frontière du savoir et du non-savoir des élèves. Une analyse ultérieure spécifique de chacun précisera à quels objectifs chacun de ceux-ci se devait de répondre.

Nous donnons en annexe 5 les énoncés des exercices qui sont à la base de l'entretien . Précisons que "les oeufs" est le deuxième exercice de l'entretien, il fait suite aux "boules" qui, s'il est intéressant quant aux stratégies des élèves, est assurément réussi par tous, donc sécurisant . "Les boules" ont de plus l'avantage de ne privilégier aucun cadre de résolution préalablement aux "oeufs"

**Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'oeufs.
Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 oeufs de plus que l'autre.
Combien d'oeufs , chacune a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).**

Calculs:

.....
.....
.....
.....
.....

Réponse:

Consignes :

- Seul pendant trois minutes .
- Mettez-vous d'accord sur une solution.
- N'oubliez pas de vérifier votre résultat.

Données préalables sur "les oeufs".

Nous sommes avant l'entretien en possession de nombreuses informations quantitatives sur cet exercice:

- Proposé par A.Henry et A.Bodin comme épreuve d'instrumentation mentale au cours d'une évaluation sur les vecteurs (1987), il est réussi au taux de 45% pour un effectif d'environ quatre cents élèves.
- Proposé en 1988 à une seconde scientifique il est réussi à 58%, à une seconde profil G , il est réussi à 13%.
- Proposé enfin en 1989, à la suite d'un enseignement de méthodes sur la modélisation algébrique dans une classe de seconde profil G, il est réussi à 80%.

Cet exercice se situe donc à la **frontière du savoir et du non-savoir**, il est possible par une réflexion appropriée de le faire passer du côté du savoir.

Une analyse un peu plus fine peut être faite à partir du test mathématique passé dans six classes en avril 1991 (annexe 1). En voici les résultats:

Résultat exact, toutes démarches confondues : 35%

résultat exact par démarche algébrique : 18%

résultat exact par l'arithmétique : 17%

Résultat erroné (196,236) : 33%

Démarche algébrique, erreur sur les douzaines, notée dz: 7%

Si l'on s'intéresse aux élèves avec lesquels les entretiens ont lieu, **aucun** ne propose une solution correcte. Nous pouvons donc situer le public étudié sur le schéma suivant:

Démarche algébrique		Démarche arithmétique		Solution incomplète et/ou erronée
206	dz	206	196	23%
226		226	236	
18%	7%	17%	33%	

Public étudié

(Informations sur les oeufs obtenues à partir de six classes)

Notons que le résultat (196,236) est pour tous obtenu soit par l'opération $\frac{432}{2} \pm 20$, soit ses variantes $\frac{432}{2} + 20$ et $432 - 236$, ou $\frac{432}{2} - 20$ et $432 - 196$.
 Nous ne relevons aucune représentation sous la forme d'un schéma.

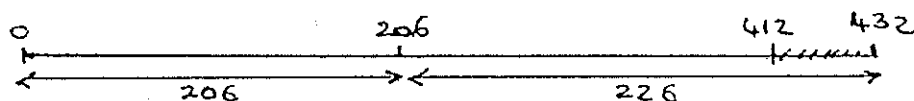
Analyse a priori sur le déroulement de l'entretien.

"Les oeufs" devraient, comme tous les exercices prévus dans l'entretien nous éclairer sur les difficultés qu'ont les élèves à modéliser, et en particulier nous faire avancer dans la validation des hypothèses formulées préalablement.

Nous formulons une **hypothèse de déroulement a priori** :

- La solution erronée classique (196,236) est probable, étant donné la sélection faite pour cet entretien.
- Le rejet de ce résultat aura lieu après vérification, à condition que celle-ci soit explicitement demandée dans les consignes.
- La solution correcte sera proposée, soit par l'arithmétique en ayant recours à des schémas du type de celui que nous proposons ci-après, soit par l'algèbre, après proposition de quelques équations cohérentes du point de vue de l'élève, pas de celui des mathématiques. Une demande de lecture réciproque devrait amener l'élève à rejeter ses propositions initiales et donner une équation valide. Avec une ou deux inconnues? Pas d'hypothèse à ce sujet.

Exemple de schéma prévisible:



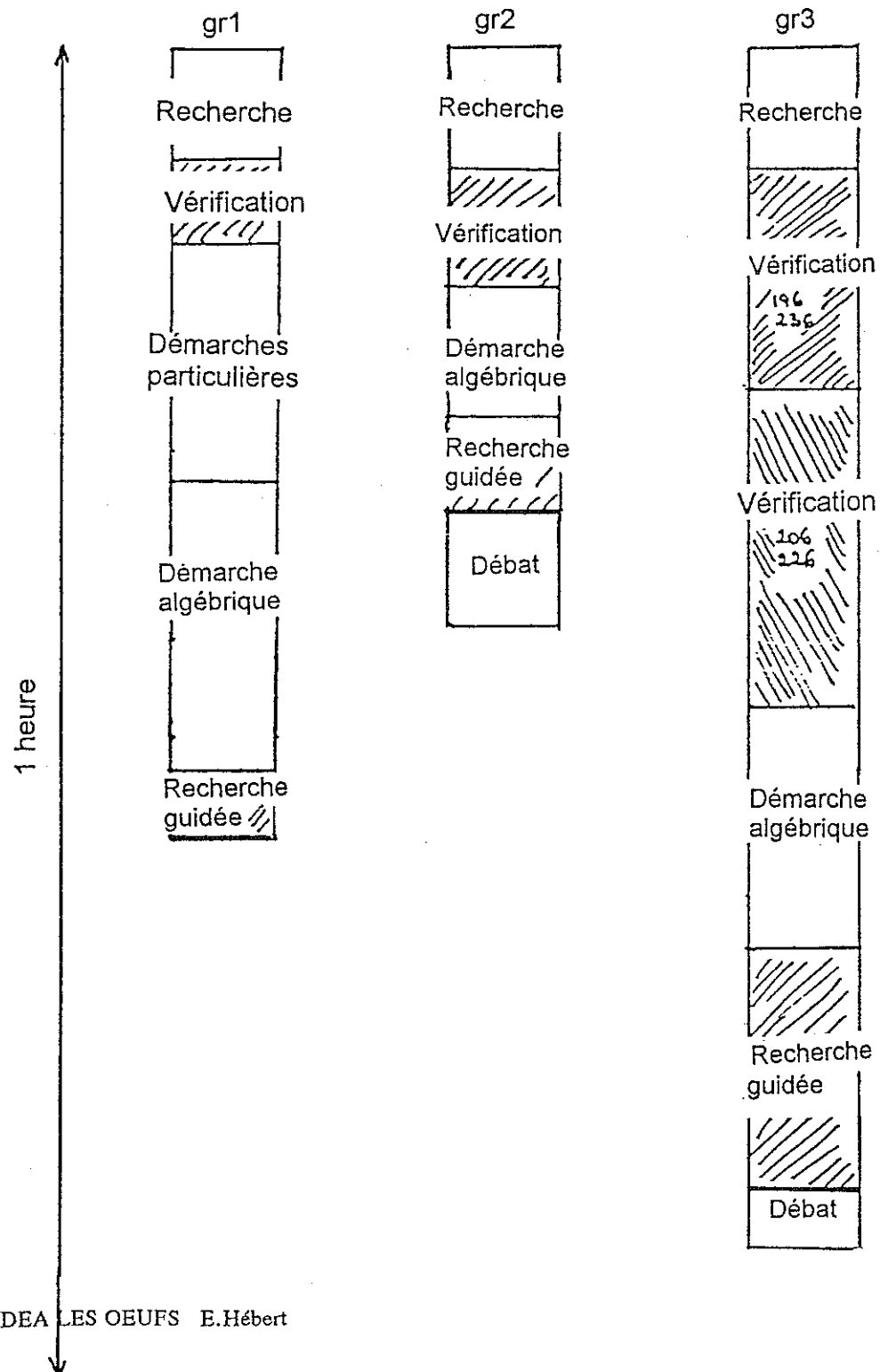
"Les oeufs" ont donc **a priori un intérêt** certain :

- La situation est auto-validante, grâce à la vérification.
- L'autonomie du groupe peut avoir lieu, du moins jusqu'au questionnement sur les équations produites.
- L'existence de deux types de démarches - arithmétique et algébrique- peut amener un débat intéressant sur la nature de la démarche algébrique.
- La demande d'une lecture réciproque doit permettre à l'élève de mener l'exercice à son terme.
- La réussite à cet exercice doit éviter à l'élève d'être en situation d'échec pour la suite de l'entretien.

Comme nous allons le montrer maintenant, ces hypothèses de déroulement a priori ne seront vérifiées que de manière très parcellaire pour les deux premiers groupes et absolument pas pour le troisième groupe.

Cependant la richesse des entretiens permettra d'avancer sur la validité des hypothèses formulées dans cette recherche.

On trouvera en annexe 7 le plan précis du déroulement de l'entretien sur "les oeufs" pour chacun des groupes. Nous donnons ici, sous la forme d'un schéma temporel le déroulement comparatif des 3 groupes.



ANALYSE DE LA TRANSCRIPTION DU PREMIER GROUPE

L'entretien

Pour ce premier entretien, le groupe ici étudié n'est formé que de deux élèves, le troisième étant exceptionnellement absent. Antunès et Collange appartiennent à la catégorie des élèves "sérieux": d'emblée, leur souci de bien remplir le document en témoigne.

Antunès est très émotive, elle parle peu, chuchote et tremble. Il m'apparaît donc très vite qu'il est illusoire que ce groupe se prenne en charge : les consignes prévues pour l'exercice deviennent donc caduques. L'animation de l'entretien se veut donc **sécurisante**, par une écoute attentive et une prise en compte des démarches proposées: "Oui" d'encouragement, d'écoute, n'ayant pas valeur de validation et rires dédramatisants face à l'échec.

L'animation de l'entretien est donc naturellement **directive**, ce qui produit évidemment, à la fois des effets positifs et des effets négatifs.

L'aspect positif essentiel tient au fait que ces deux élèves s'expriment, s'accrochent au problème, refusent de s'arrêter (020 B 163 B) et veulent parvenir à la solution. Il était en effet essentiel que les élèves ne se trouvent pas démobilisés dès le début des entretiens.

En contrepartie, certaines nuances de la pensée des élèves n'apparaissent pas ou sont court-circuitées, telle une éventuelle justification du résultat par l'action (336 A). Par ailleurs, je tente de "faire dire", donc de dire sans dire,... ce qui me mène parfois à une expression confuse, ainsi pour expliquer ce que veut dire "vérifier" (305 A); ou bien encore je pose des questions qui ne renvoient à rien pour l'élève, la demande de justification des équations en est un exemple (097 B).

Les **échanges** entre Antunès et Collange seront **pauvres**. Ils portent sur le contrôle des opérations, l'explication de l'erreur initiale par un phénomène de balance (364 A). Aucun débat, aucun conflit n'a lieu. Lorsque Collange propose comme équation $y = 432 + 20$, Antunès s'étonne mais accepte. Ce n'est pas la relation affective entre Antunès et Collange qui provoque cet évitement (elles "s'entendent bien" dit leur professeur) mais l'absence d'audace, de regard critique, de questionnement, de certitudes. Le rapport au savoir de chacune d'elle certes diffère, mais leur "association" donne lieu à une relation intellectuelle extrêmement pauvre.

Le rapport au savoir de ces deux élèves (précisé peu après) et la nature des échanges mènent à penser que l'idée initiale d'une prise en charge du groupe par lui-même était illusoire.

Avec une telle animation, peut-on estimer que ces élèves ont "su" faire l'exercice? L'assistance extérieure est beaucoup trop lourde pour pouvoir l'affirmer. Mais, rappelons que cet exercice comme tous ceux de l'entretien, ont intentionnellement été choisis pour être à la frontière du savoir et du non-savoir des élèves. C'est ici l'animateur qui permet de passer la frontière... Vers quel savoir ?

La vérification

La vérification était conçue, initialement, comme le levier naturel permettant une remise en cause du résultat erroné qui serait probablement donné. La difficulté d'un travail de vérification était prévisible, cela nous était apparu dans le questionnaire "Maths-Eco". Une attention particulière a donc été portée à cette question, dès le premier entretien de ce premier groupe.

Signalons l'ambiguïté du terme "vérifier" (305 A). Pour Collange, vérifier c'est refaire les calculs en corrigeant les fautes d'opérations, comme on peut corriger une dictée. Pour Antunès, vérifier c'est s'assurer qu'on a les mêmes réponses que le voisin.

Ces deux acceptions sont tout à fait recevables, mais c'est une autre acception qui est attendue ici.

La vérification demandée est un travail de **lecture réciproque**. Mais quel travail? et comment exprimer cette idée de réciprocité? La confusion avec laquelle je m'exprime à ce sujet nous éclaire sur la difficulté que je rencontre pour "révéler" aux élèves cette idée de réciprocité : j'aboutis à la formulation "*je relis l'énoncé et je regarde si ce que je trouve colle bien*". (330 A).

Collange trouve que son résultat convient "*parce que si on divise*", elle reprend la démarche initiale. Je précise à nouveau ma demande en formulant les "bonnes" questions (336 A):

El. : A toutes les deux, elles ont bien trente six douzaines d'oeufs ?

Col. : Ben oui . c'est-à-dire 432 oeufs.

El. : Est-ce qu'il y en a bien une qui en a 20 de plus que l'autre ?

Col. : Oui, parce que si on divise ..

El. : Est-ce que à l'arrivée, il y a bien 20 oeufs d'écart entre les deux?

Les réponses et la remise en cause sont alors immédiates. Et les élèves s'engagent aussitôt dans un "*on n'aurait pas dû*". (364 A). La **non-validation** du résultat initial par cette activité de lecture réciproque est donc ici parfaitement perçue.

Mais il semble que par ce questionnement, le problème ait **changé de nature**. En fait ce n'est pas le problème donné initialement et nécessitant une modélisation, que ces élèves résolvent. S'assurer que la somme fait 36×12 et la différence 20 constituait le travail de vérification. Ceci est devenu le problème lui-même.

Et réciproquement, la formulation des 2 étapes de la vérification contient le travail de modélisation.

Les représentations du problème.

Le problème de la balance.

L'équilibre de la balance est communément utilisé au collège pour introduire les règles de transposition des équations. Peut-être, Antunes et Collange ont-elles déjà travaillé avec une situation de ce type.

Dans un premier temps, il s'agit pour Antunes et Collange d'un problème de balance: où placer les 20, pour qu'en partant de 216 on obtienne une somme de 432 ?

Col : faut qu'ça marche pour les deux ...

'si t'en enlèves, que t'ajoutes 20 là, tu les retires là ...un des deux cotés..(389 A)

L'écriture $196 - 20 \quad 236 + 20$ proposée par Antunes traduit aussi cette idée qu'elle reprendra en $\begin{cases} x + 20 = 216 \\ y - 20 = 216 \end{cases}$

Collange reprendra cette idée de balance en conclusion des "oeufs" "Ca doit être bon puisqu'on a trouvé l'équilibre". La résolution algébrique n'aura donc pas fait abandonner à Collange cette représentation du problème.

Le compte est bon.

Collange fera cohabiter ce problème de balance avec le jeu "le compte est bon": avec les nombres 12, 20 et 36 fabriquer deux nombres dont la somme soit 432 et l'écart 20.

Rappelons que dans ce jeu télévisé, toute opération est permise et que le gagnant est celui qui se rapproche le plus du résultat visé. Le souci du "décalage" de Collange vient peut-être de là. Nous relevons ce type de représentation du problème à trois occasions :

- La démarche est de ce type dans les opérations qu'elle écrit en phase de recherche individuelle:

$$\begin{array}{r}
 432 - 20 = 412 \quad \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0.2 \end{array} \right. \\
 \hline
 26 \\
 \times 12 \\
 \hline
 32 \\
 26 \cdot \\
 \hline
 312
 \end{array}
 \quad \parallel \quad
 \begin{array}{r}
 35 \\
 \times 12 \\
 \hline
 70 \\
 35 \cdot \\
 \hline
 420
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 35 \times 12 = 420 \quad \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0.2 \end{array} \right. \\
 \hline
 210 + 8 = 218 \\
 \hline
 210 \\
 \hline
 428
 \end{array}$$

Collange nous explique pour ce deuxième calcul: $20=12+8$ et $36 = 35 + 1$
1 douzaine

*Col : ben moi quand j'ai trouvé 4 en moins...
j'ai essayé d'enlever comme vingt oeufs
Y'a une douzaine dedans
J'ai enlevé une douzaine à 36
Maintenant, il m'en manque 4".*

- Lorsque Collange cherche une équation elle propose à Antunès " $y=432+20$ ou $y=432-20$ ",...ce qui laisse Antunès perplexe !

- Faisant des erreurs de calcul dans la résolution du système Collange donne successivement et dit :

196 et 218 ... "y'en a encore 2 en trop, j'en ai 22 au lieu de 20 " (97 B)

196 et 238 ... "y'a encore plus de décalage" (135 B).

186 et 238... "y'a de plus en plus de décalage"

Il y a donc pour Collange **plusieurs représentations** de ce problème des "oeufs", représentations auxquelles elle se réfère suivant les nécessités.

La résolution algébrique.

La fonction de la démarche algébrique;

Comme nous venons de le voir, les pistes explorées par Antunès et Collange sont des impasses. Pour sortir de toutes ces errances, je leur demande de proposer une méthode **autre que le tâtonnement**. Ceci est sans écho, la fonction de la démarche algébrique est peut-être mal perçue. Il aurait été intéressant de l'étudier. En revanche, lorsque je demande quelle méthode est utilisée avec "**ce genre d'énoncé**", Antunès et Collange proposent la résolution algébrique. Et ceci n'est pas un déjà vu totalement vide de son sens. Les élèves justifient immédiatement leur "idée d'équations" par l'existence d'une (Collange) ou deux (Antunès) inconnues.

Les inconnues.

Ce que représentent ces inconnues se trouve précisé au fur et à mesure par elles-mêmes:

Au départ:

Col.: Une inconnue, la personne qui a pris

Ant.: il y en a deux, là

Col.: oui, deux inconnues (020 B)

Plus loin :

Col.: les deux inconnues, c'est les deux personnes (097 B)

Plus loin encore :

Eli: x et y, c'est quoi ?

Col.: les deux personnes

Ant.: non, c'est le nombre de ...d'oeufs que chacune a, quoi, que chaque personne a

On remarquera que la **signification des inconnues** n'est pas donnée avec le **même degré de précision** : le "flou" de Collange contrastant avec la rigueur d'Antunès.

Le sens des équations proposées.

Les équations que proposent Antunès et Collange sont porteuses de la manière dont se pose le problème pour chacune. Nous avons vu que le problème est initialement un problème de balance dont je propose des représentations.

Pour Antunès: $+ 20 \uparrow - 20$
216

Elle écrit :

$$\begin{cases} x + 20 = 216 \\ y - 20 = 216 \end{cases}$$

Pour Collange: $\begin{array}{c} |x| \\ \swarrow \\ +20 \end{array}$ $\begin{array}{c} |y| \\ \swarrow \\ -20 \end{array}$

Elle écrit :

$$\begin{cases} x + y = 432 \\ x + 20 = y - 20 \end{cases}$$

Le symbolisme algébrique se trouve utilisé alors qu'il est codé, sa codification n'est pas respectée. Il est pourtant porteur d'une signification fort proche des deux schémas que je propose, eux acceptables puisqu'ils me sont propres. Dans cet emploi d'un symbolisme par ailleurs codé, se trouve l'explication de multiples erreurs.

La lecture réciproque pour Antunes.

Il sera très difficile pour Antunès, qui cherche pourquoi ce qu'elle a écrit ne va pas, de le voir.

La résolution du système qu'elle propose, la mène à $x = x$. Motivée par le fait que "ça ne donne rien" (097 A), elle **tente un contrôle** de ce qu'elle a proposé. Antunès a écrit $x + 20 = y - 20$. Elle commente (171 B):

Ant.: c'est là qu'on dirait que ça va pas.

Ant.: non ça va pas. C'est là que ça va pas.

Ant.: ça peut pas être égal, quoi.

El.: toi qu'est-ce que tu écrirais ?

Ant.: justement, je cherche ce que j'écrirais à la place.

Ce travail ne peut aller plus loin. Antunes perçoit **trop globalement** les informations contenues dans l'écriture qu'elle propose, pour parvenir à les repérer.

La lecture réciproque pour Collange.

Le travail de lecture réciproque semble **complètement étranger** à Collange. Pourtant, je lui demande avec insistance de le faire.

Collange a proposé $x + y = 432$ et $x + 20 = y - 20$ (100 A)

El.: comparez au moins votre façon de partir

Col.: on sait que $x + y = 432$

et puis là, bon j'ai, j'avais fait comme ça au début, pis ça après

mais c'est pas bon non plus, parce que j'ai pas trouvé le bon résultat.

Je modifie l'objectif de l'explication, pensant obliger Collange à aller plus loin. Le contenu de la réponse est identique :

El.: Tu (Collange) vas lui (Antunès) expliquer celle (l'équation) que toi tu as voulu mettre.

Et toi (Antunès) tu vas surveiller si ce qu'elle (Collange) te dit au départ est bon.

Col.: bon. Moi j'ai repris ce que je savais au départ. Que comme on a deux inconnues, c'est les deux personnes, que les deux inconnues, c'est les deux personnes, $x+y=36$ douzaines, c'est-à-dire 432 oeufs.

"Au moment du partage l'une d'elles prend vingt oeufs", donc j'ai pris $x+20=y-20$, pis, bon, après j'ai fait mon équation, pis bon, le résultat ça me donne 2 oeufs de décalage. Donc je sais pas si c'est dans mes calculs ou si le départ est faux.

(blanc)

Mon départ était faux. J'ai oublié un zéro.

Pour Collange, la **validation** de ce qu'elle écrit se trouve totalement dans le **résultat numérique** proposé. Face à un résultat faux, elle se tourne vers les calculs, mais ne garantit pas sa mise en équation.

Le travail de lecture réciproque que je demande à Collange à plusieurs reprises n'aboutit donc pas.

Les étapes de la lecture réciproque.

En conclusion, le travail réciproque nécessiterait que Collange entame la première étape :

1) Vouloir contrôler ce qui a été produit.

Les étapes ultérieures étant :

2) percevoir le sens du symbolisme mathématique écrit

3) parvenir à l'exprimer en français.

En revanche, la première étape est pour Antunès naturelle, c'est lorsqu'elle contrôle l'étape 2 qu'elle s'aperçoit que "=" pose problème. Pour élaborer une autre équation, il faudrait que Antunès perçoive plus distinctement ce que comporte comme information "la balance". Remarquons qu'Antunès n'entame jamais l'étape 3.

La distance à parcourir pour chacune d'elles est grande. Un habile questionnement aurait-il pu leur permettre de parvenir au résultat? J'ai estimé qu'il serait vain.

La recherche guidée.

Décidant donc de faire entrer Collange et Antunes dans une autre démarche, je teste leurs résistances à l'assimilation de celle-ci.

Je **transforme** le problème en un problème purement numérique de **cases** à remplir en usant de la somme égale à 432 et la différence égale à 20. Je m'appuie sur l'encadré de leur feuille de recherche:

Réponse	x	y
L'une	236	L'autre

Cette approche **convient parfaitement** à Antunès qui formule aussitôt:

$$\begin{cases} x + y = 432 \\ x - y = 20 \end{cases} \quad \text{et trouve le résultat numérique qui convient.}$$

Mais le problème des "oeufs" est-il résolu pour autant pour Antunès ?
Le maillon initial de la chaîne n'est-il pas demeuré dans l'obscurité?

Par contre, il est certain que **Collange** **subit** cette approche sans en percevoir le sens.

Elle résout le système et se trouve face à l'opération $416 / 2$ sur laquelle elle a fait une erreur de calcul lors de sa démarche "le compte est bon". C'est l'erreur d'opération qui devient coupable et non le flou du raisonnement qui a produit l'opération (268 B).

Col.: Bah!... C'est parce que je m'étais trompée au départ. J'avais oublié un zéro..., ça m'a tout... /rires/ C'est c'que j'avais déjà fait.

Collange "**identifie**" les deux démarches, la résolution algébrique qu'achève Antunes, et "le compte est bon". Ce qui **persuade** Collange et Antunes que la démarche convient c'est qu'elle **produit** un résultat qui convient. En effet, alors que j'insiste en leur demandant pourquoi elles ne sont pas trop sûres du système, Collange répond:

Ca doit être bon puisqu'on a trouvé l'équilibre. On a trouvé le bon résultat. Quand on refait tout, ça donne bien comme dans l'énoncé.

Remarquons que Collange est revenue à son problème de départ à elle, celui de "la balance".

Notons aussi que l'idée de **contrôle du système par retour à l'énoncé**, mentionné ici par Collange, sera employé spontanément par elle-même et Antunes dans "les sucettes". Les vérifications qui sont proposées dans l'exercice des "sucettes" semblent ignorer l'acquis du raisonnement qui a mené au système. Ces deux élèves traitent la vérification comme un problème nouveau, portant sur un cas concret (prix de la sucette 0,30), par d'autres voies...oh combien tortueuses.

Mais revenons aux "oeufs". Il m'a semblé qu'il serait difficile de pouvoir aller au-delà. Le problème s'est donc arrêté là... Dans la brume.

Le rapport au savoir.

Il peut sembler prématuré de se poser la question du rapport au savoir sur la seule base des "oeufs". L'apport est cependant riche et l'écoute des exercices ultérieurs réalisés dans le cadre de ces entretiens ne font fait que confirmer l'analyse que nous pouvons faire à partir de ce seul exercice des "oeufs".

Le profil d'Antunes

Antunès écrit peu, dit peu. Elle cherche à comprendre, ici pourquoi les résultats ne peuvent convenir si l'équation qu'elle écrit est correcte... C'est la seule élève des deux classes concernées qui, à la question "que faut-il faire en mathématique pour réussir ?", répond "être rigoureux".

Mais, comme le prouvent les "oeufs", elle a peur de s'aventurer, d'explorer des pistes nouvelles, de dévoiler sa démarche. Elle le confirmera dans "les sucettes" : alors qu'elle est sur la bonne voie, elle s'arrête : "parceque je ne sais pas où ça va me mener" (240 C). Elle expliquera son attitude elle-même : "de toutes façons, je ne suis jamais sûre de ce que j'écris" (450 C).

Antunès voisine le savoir mathématique, mais est tellement peu confiante en la validité de ce qu'elle produit, qu'elle ne peut s'en emparer.

Le profil de Collange

Collange ne se fait guère plus confiance, mais son attitude est tout à fait différente.

Collange ouvre des portes, toutes les portes, sans trier, pour voir si ça mène où il faut. C'est la conséquence de l'action qui justifie l'action, ici ce n'est pas sa démarche qui lui importe, mais le résultat obtenu.

Collange travaille sans exigence de clarté : les démarches sont confuses, l'expression verbale également, l'équation proposée aussi. De cette confusion sort parfois une idée juste et même pertinente, d'autres fois des idées erronées. Elle le sait. Elle accepte facilement s'être trompée, mais ne tente pas pour autant de l'expliquer.

"Les x et les y ne sont pas réels"...(058 D)

L'erreur est le fruit du hasard...

La réussite aussi...

ANALYSE DE LA TRANSCRIPTION DU 2ème GROUPE

L'entretien.

Les personnalités d'Aïcha, ouverte et joviale, et de Fatiha, boudeuse et désabusée, déterminent le type de fonctionnement de cet entretien. Soucieuse de l'insertion de Fatiha, et de ne pas laisser Aïcha court-circuiter la réflexion du groupe par une solution arrivée trop rapidement, je structure cet entretien sans laisser à Nadia, manifestement intimidée, suffisamment d'espace pour s'exprimer véritablement.

Il m'apparaît d'emblée que les conditions ne sont pas remplies pour que ce groupe fonctionne d'une manière autonome. Je ne présente donc pas les consignes telles que prévues et j'assure une animation extrêmement directive.

Il est à noter que les échanges entre les élèves sont extrêmement limités, ils transitent quasiment tous par mon intermédiaire : chaque élève est dans sa démarche propre et écoute passivement celle de l'autre. Notons que cette situation, à peu près similaire pour d'autres exercices, sera radicalement différente pour "le jardin". Les élèves sont alors confrontés au même problème de compréhension de l'énoncé : où est la parterre ? où est le jardin ? Elles débattront seules, avec quasiment pas d'intervention de ma part. Sous quelles conditions un travail autonome de groupe peut-il se réaliser ? la question est à nouveau posée.

Ce deuxième entretien révèle plusieurs choix d'animation. Certains peuvent, à priori, être considérés comme des erreurs, mais tous sont témoins de la complexité de ce qui se déroule.

En premier lieu, je postule que les élèves répondent en "vérité". Le climat de l'entretien y incite, le rythme soutenu ne permet pas de stratégie de mensonge délibérée.

La vérité est cependant illusoire: les élèves hésitent à dire ce qu'ils considèrent comme non recevable par l'animateur-professeur. La rupture de contrat n'est pas évidente pour ces élèves peu provocateurs. Par exemple, je réaffirme leur droit à dire "je n'aime pas" haut et fort, alors que le désaccord se manifeste par des sourires ou rires gênés.

Par ailleurs, face à des questions pour lesquelles les élèves n'ont pas de réponses précises en tête, la première réaction est souvent un rire général ou une moue. Mais d'autres réactions sont repérables:

- Aïcha fabrique une réponse qui devrait pouvoir convenir à l'animateur et à elle-même : elle affirme préférer le décor de l'âge des personnes à celui des oeufs, car c'est "plus intéressant". La vraie réponse est sans doute ailleurs (591G).

- Nadia refuse d'affirmer qu'elle a "peur des x et des y"; elle n'a sans doute jamais analysé sa stratégie d'évitement. Peut-être n'est-il pas très admissible, pour elle-même, et à l'égard du professeur-animateur, de dire sa peur (636G).

- Fatiha joue à **me** faire croire, à **se** faire croire qu'elle arrive bien à faire ce type de mise en équation (636G), alors que manifestement elle peine, et peinera beaucoup dans les suivants. Avait-elle conscience de ses difficultés? Etait-ce un jeu délibéré?

Notons encore que la "vérité" est très temporaire:

- Fatiha affirme ici ne pas être gênée par ce problème d'oeufs et l'emploi des lettres. Elle abordera l'exercice suivant (les sucettes) par un "ça ou autre chose" et finira, après de multiples et graves faux pas, par dire qu'elle n'aime pas ce genre de problèmes et qu'elle n'a jamais réussi à les faire.

- A l'opposé, Nadia qui fuit l'emploi des lettres (430G), sera convaincue par la méthode que je propose dans "les sucettes", réinvestira brillamment celle-ci dans "l'autocar" et en conclura qu'elle aime ce type de mise en équation. Notons aussi que Nadia, l'une des rares à utiliser "des lettres" pour résoudre "les boules", s'en défendra : "*ce n'était que des repères*" dit-elle (430G).

Les déconvenues sont donc multiples lorsqu'on se hasarde à questionner l'élève sur un terrain qui le déconcerte. Les réponses se hasardent alors dans une vérité très relative. Quand celles-ci me paraissent stéréotypées, je coupe l'échange et passe à autre chose. Les réponses sur la peur de Nadia, l'autosatisfaction de Fatiha (636G) en sont l'occasion.

Relevons aussi que mon propre questionnement devient confus ou quasi-absent lorsque je me trouve à explorer un registre de pensée que je ne soupçonnais pas. Quelles questions aurait-il fallu poser sur les douzaines et les oeufs cassés ? (591G). Il aurait fallu que je soupçonne qu'il ne soit pas possible d'aimer ce décor spécialement et que j'en suppose quelques raisons. Pour la même raison, j'ai escamoté toutes les nuances de formulation possibles autour de "l'une d'elle à 20 oeufs de plus que l'autre". C'est au fur et à mesure que j'en ai perçu l'existence.

Enfin, notons une erreur de stratégie. Fixée sur l'objectif de la résolution algébrique, je n'ai pas permis l'analyse comparative des solutions initiales de Nadia $432/2 \pm 20$ et de Fatiha 432-236. Celle-ci aurait peut-être été riche. Quand je propose à Nadia d'y revenir, c'est trop tard: trop convaincue de la solution algébrique, elle ne cherche plus de solution arithmétique (636G).

La vérification.

Le travail de vérification ne semble pas étranger aux élèves de ce groupe. Dès les premiers instants de recherche individuelle, Nadia remarque que $231+191 = 422 \neq 432$ et corrige son erreur de calcul pour parvenir au résultat (196,236), qui, lui, vérifie $196+236 = 432$. Aïcha abandonne plusieurs pistes qui mènent à des aberrations (voir ses propositions peu après).

Au début de l'échange les propositions sont donc:

- Pour Nadia: (196,236) obtenu par le traditionnel calcul $432/2$ puis $216+20$ et $216-20$.

- Pour Fatiha: (196, 236). Elle a adopté le calcul $432-286 = 196$ et a donc intégré directement à sa démarche, l'exigence $S = 432$.

- Pour Aïcha un résultat obtenu par une démarche algébrique et portant sur les douzaines, résultat qu'elle rejette. Elle remet elle-même en cause sa solution $x = 18$ car dit-elle: *"comme 18 c'est la moitié de 36, pis qu'une personne a pris 20 oeufs de plus que l'autre, ça se peut pas."*

Aucun des résultats proposés après la phase de recherche individuelle n'est donc acceptable.

Fatiha et Nadia sont d'abord convaincues que leur résultat est bon. La vérification par confrontation à l'autre leur suffit. Il est vrai que c'est la moins coûteuse, elle est efficace et je l'impulse: *"Est ce que vous trouvez le même résultat ?"*

J'insiste donc lourdement pour obtenir une remise en cause des résultats proposés, celle-ci n'est pas immédiate:

- Face à mon insistance, Fatiha argumente la validité de son résultat par *"je pense que j'ai fait ce qu'il fallait"*. Puis elle décrit précisément sa démarche. Ce sera la seule fois.

- Nadia repère rapidement cette deuxième exigence dont je parle, mais se lance à nouveau dans une description de sa démarche initiale.

EI : Il y a 2 exigences au départ.

*Nadia : Comme il y a une qu'en a 20 de plus,
on les enlève, on lui enlève, celui là,
puis on les met à l'autre.*

- Aïcha a repris son calcul algébrique avec le nombre d'oeufs et non plus de douzaines, elle part donc de $x+y+20 = 432$ et étudie si le résultat de ses camarades convient. Elle envisage la vérification à l'intérieur de sa propre démarche: *"il faut remplacer"*, ce qui correspond à une activité répertoriée: *"vérifier qu'un nombre est solution d'une équation"*. Aïcha ici remplace, en réintégrant du sens à son calcul. Son équation est $x+y+20 = 432$ et elle calcule $196+236 = 432$.

J'insiste encore: "*Il y en a une qui en a 20 de plus ?*". Nadia et Fatiha prennent rapidement acte de leur erreur. Nadia est convaincue, Fatiha demeure interrogative. Fatiha ne s'explique pas que son résultat soit faux alors qu'elle "*a fait ce qu'il fallait*" (394 et 408G). Et Nadia? Pourquoi abandonne-t-elle si vite sa démarche ? Question de personnalité, ou Nadia sent-elle que "*à chaque moitié, j'ai enlevé puis ajouté*" n'est guère justifié ?

Aïcha perçoit vite que l'erreur est dans "*diviser par 2 rajouter 20*", c'est d'ailleurs cette phase qu'elle ne sait gérer en algèbre. Elle entraîne le groupe vers la méthode algébrique et je la suis. De toute évidence, c'est prématuré.

Fatiha n'a donc pas pu comprendre pourquoi elle n'avait pas "*fait comme il fallait*", faute de lui en avoir laissé l'espace. L'erreur n'était peut-être pas bien résistante; le troisième groupe résistera face à des agressions autrement plus conséquentes. A moins que Fatiha, pas assez combative, n'abandonne la partie pour suivre le mouvement qu'impulse Aïcha.

Les autres entretiens prouveront que Nadia et Aïcha utilisent fréquemment les vérifications, même si celles-ci sont parfois discutables et mal appropriées. Il semble que les calculs supplémentaires que nécessite cette étape, dissuade Fatiha d'y avoir recours.

La résolution algébrique.

Aïcha avait déjà, dans le test passé en classe, tenté ce type de démarche. Nous reproduisons ici ses productions initiales dans le test et l'entretien (recopiés ici pour la lisibilité, voir les originaux en annexe).

Les tentatives d'Aïcha.

Remarques	Production d'Aïcha <u>test</u>	Hypothèses de rejet
la même	Soit A la personne qui a le plus d'oeufs et B l'autre personne. $36 \times 12 = 432$ oeufs en tout. Je pose l'équation (1) $432 = (A+20) + B$ système : (2) $412 - A = B$. Je remplace (2) dans (1) $432 = (A+20) + 412 - A$ -> rejet	$A=A$
	Production d'Aïcha <u>entretien</u>	
x devient y=20 y=20 devient x	36 Soit si le nombre d'oeufs qu'a pris la 1ère personne et y/y+20 le nombre d'oeufs qu'a pris l'autre. Equation $x=y+20$ $36 = x+y+20 \Leftrightarrow 16 = x+y$ -> rejet $36 = y+20+y+20 \Leftrightarrow 36 = 2y+40$ -> rejet $36 = x+x \Leftrightarrow 2x=36 \Leftrightarrow x=18$ Réponse $x=18$ $y=$ -> rejet	2 inconnues $2y = -4$ $y = 18-20$ $= 38 > 36$

Réalisés à un mois d'écart, la similitude de ces deux productions est frappante. La différence de dénomination des variables donne à minimiser encore plus l'argument "mémoire visuelle" et à prouver la persistance de certains points d'appuis et certaines difficultés.

Le point d'appui essentiel pour Aïcha réside dans la situation de référence "l'âge des personnes", nous y reviendrons plus loin. Nous tentons ici d'analyser les difficultés de cette mise en équation.

L'erreur douzaine.

L'erreur "douzaine" que fait Aïcha semble peu persistante. Elle la corrigera sans difficulté... Elle nous dira qu'elle n'aime pas le décor des oeufs, à cause des oeufs qui se cassent et des douzaines... peut-être simplement parce qu'elle avait fait une erreur.

L'analyse globale du test a d'ailleurs montré que de nombreux élèves résolvant aisément ce problème ont fait cette erreur sur les douzaines.

La signification des inconnues.

L'approximation de vocabulaire sur ce que représentent les inconnues sera corrigée par Aïcha entre les deux productions. Dans l'entretien, Aïcha passera elle-même de: *"soit x, ce qu'a, combien d'oeufs a la première personne"* à la formule canonique *"y le nombre d'oeufs de la deuxième personne"* (425G).

Par contre, Fatiha et Nadia maintiennent une définition assez floue de ces inconnues:

Fatiha écrit : $x = \text{oeuf de la première personne et } y = \text{l'autre.}$

Nadia écrit : $x = 1^{\text{ère}} \text{ personne, } y = 2^{\text{è}} \text{ personne.}$

L'élève transfère la perception qu'il a du problème aux inconnues, ces propositions sont donc recevables au moment de leur production. Nous verrons ultérieurement qu'elles deviennent insuffisantes pour assurer la lecture réciproque.

Dissocier pour associer.

Le vocabulaire d'Aïcha est précis. Ce qu'elle ne parvient pas à faire, c'est à gérer l'information: si l'on compare ce que produit Aïcha au test et sur sa feuille d'entretien, on peut constater que tout y est, mal géré. Essayons d'analyser ce qui fait obstacle.

La difficulté réside dans la décomposition de la pensée et sa recomposition, que la résolution se fasse par une équation à une inconnue ou de 2 équations à 2 inconnues. Il y a bien 2 idées à gérer : il convient de les dissocier pour les associer.

Décomposer.

La 1ère idée : "432 est égal au nombre d'oeufs de l'une plus le nombre d'oeufs de l'autre" est clairement perçue par les trois élèves de ce groupe, même si l'expression en français est confuse et l'équation proposée bancal. Cette idée est l'idée centrale. Elle n'a pas de même "poids" que la seconde.

La 2ème idée: "L'une en a 20 de plus que l'autre" se traduit pour chaque élève par il y a +20 quelque part. Mais où?

Observons ce que fait Aïcha pendant l'entretien (encadré ci-dessus) :

- Elle modifie y, le nombre d'oeufs qu'a pris l'autre, en $y+20$ et écrit $x = y+20$
- Elle écrit $432 = x+y+20$ mais, à propos de la vérification de (196, 236), elle propose de remplacer et vérifie $432 = 196+236$.

Aïcha n'arrive pas à stabiliser le lien de dépendance. Elle doit pour y parvenir, faire jouer aux quantités prises par chacune, des rôles asymétriques.

Il suffirait de dire: **Si l'une a x oeufs, alors l'autre en a $x+20$!**

Mais cette formulation nécessite une implication que n'utilisent pas les élèves. Nadia dit par exemple "pis comme x, celui qu'a x, l'autre il a 20 de plus". Elle juxtapose les informations. Elle ne peut donc parvenir à l'aspect fonctionnel : $x \rightarrow y = x+20$.

La poursuite d'une réflexion sur le rôle de l'implication dans ce type de situation fonctionnelle nous semblerait intéressante à mener ultérieurement.

... pour recomposer.

Le recomposition impose que soit perçu:

- soit l'autonomie des deux idées pour parvenir à un système qui permette mathématiquement de les articuler,
- soit la dépendance provisoire de l'une des quantités cherchées par rapport à l'autre pour parvenir à $x+(x+20) = 432$.

C'est dans cette phase que les élèves "s'embrouillent" comme ils le disent (Aïcha 400G, Fatiha 571G). Aïcha ne parvient pas à énoncer clairement les éléments constitutifs du système. Avec Fatiha, elle s'interroge sur la manière de les articuler.

Aïcha : L'équation, ça devrait faire /.../ 432 = x+y /.../.

Ensuite on fait, 432 moins, euh...

El : Je vois bien ce qui se passe. Tu oublies une idée.

Ton problème, il a 2 idées. C'est quoi l'autre idée du problème?

Aïcha : Bah, je crois que j'ai oublié que une à 20 oeufs de plus que l'autre.

Fatiha : Mais je crois qu'il vaut mieux le faire après, non ?

Aïcha : Bah, c'est pour ça, j'sais pas, euh.

La recomposition passe par la reconnaissance d'un système de 2 équations à 2 inconnues, ou une équation à une inconnue,... mais l'objet mathématique doit être perçu.

La reconnaissance de l'objet mathématique.

• **Aïcha**, dans le test reproduit au début de cette analyse a reconnu qu'il y avait 2 inconnues. Elle a écrit "système". Mais elle ne reconnaît pas pour autant les 2 équations puisqu'elle donne :

(1) $432 = (A+20)+B$

(2) $412-A = B$

Aïcha ne parvient pas à fixer l'objet cherché, elle semble cependant bien en percevoir la finalité. Lorsqu'elle rejette ce qu'elle vient d'écrire, c'est parce que le système n'apporte pas le type d'informations désirées.

• Par contre, c'est sans doute la finalité du système qui n'est pas perçue par **Fatiha**... organiser la pensée sur de l'inconnu, de manière à fabriquer un objet mathématique nommé système qui, lui, permette de passer à du connu :

Je viens d'écrire sous la dictée la relation $x = y + 20$ (646G):

El : *C'est ça que tu me dis? Et ça tu n'y avais pas pensé toute seule ?*

Fat : *Bah, y'a 432*

El : *Mais c'est 2 idées. Y'a cette idée, puis l'autre.*

Je complète :
$$\begin{cases} x = y + 20 \\ x + y = 432 \end{cases}$$

Nad: *C'est un système ? (chuchoté)*

El : *Y'a un système là.*

Fat : *J'y avais pas pensé.*

Fatiha ne cherche pas pour autant à le résoudre : c'est un système, c'est un calcul... elle sait qu'elle pourrait le faire si...

• **Nadia**, quant à elle, se heurte à la fonction de l'équation du 1er degré. Nadia a écrit, peut-être en profitant de ma discussion avec Fatiha :

$x = 1^{\text{ère}} \text{ pers.}, y = 2^{\text{ème}} \text{ pers.}$

$$432 = x + (x + 20)$$

et dit "j'ai fait $432 = x + y$, puis comme, comme x , celui qu'a x , l'autre a 20 de plus". Soit $432 = x + (x + 20)$.

Elle ajoute "puis j'en suis là". Nadia s'est arrêtée. Ma seule question: "Et ça fait quoi comme équation ?" lui permettra de reconnaître cet objet familier et de repartir.

Nadia reproduira ce même blocage, que mon intervention débloquera immédiatement, dans le problème "les sucettes". Bloquée devant son équation $10x = 12(x - 5)$, Nadia dit "il y a toujours des x dedans. Bais on a pas un prix" (343H).

Nadia n'a pas intégré ce que peut permettre la résolution algébrique : fabriquer du connu en jonglant avec l'inconnu.

Le choix de l'objet mathématique.

Choisir de travailler avec une ou deux inconnues est un problème de nature didactique. L'analyse plus fine des phénomènes de dépendance, décomposition-recomposition, reconnaissance devrait être menée plus avant pour se prononcer sur un choix dans une perspective d'apprentissage.

Pour ma part, les propositions que je fais aux élèves pour qu'ils aboutissent, partent de ce qu'ils produisent eux-mêmes. Elles sont donc d'un type ou de l'autre. Ou les deux à la fois : vite regardé, j'ai pensé que Nadia qui avait écrit $432 = x + y$, $432 = x + (x + 20)$ visait une équation à inconnue, en fait il s'agit d'une démarche à 2 inconnues gérée partiellement. C'est en fait le regard qui change.

On comprend alors pourquoi Nadia évite d'utiliser des lettres: "Bais faudrait que j'en mette, j'sais pas combien. Déjà, la moitié, ça fait x , l'autre ça fait y , l'autre ça fait z " (430G). Nadia dérape...

... mais le problème qui se pose est véritable.

Et pourtant c'est si simple !

Nadia et Aïcha parviennent après plusieurs essais à trouver seules (?) l'équation qui permet d'aboutir.

Pour la dynamique du groupe il me paraît essentiel que Fatiha mène le problème jusqu'au bout. Je lui propose successivement deux démarches, avec 2 inconnues puis avec une seule. Fatiha y adhère très vite.

Il est vrai que partant de la formulation que je donne :

<i>"Si une personne a x oeufs, alors l'autre en a $x+20$. Et a toutes les 2, elles ont 432 oeufs."</i>
--

presque tout le travail est réalisé : la dissociation des 2 idées, la relation de dépendance... et évidemment la définition de l'inconnue...

La résolution étant achevée, je propose de partir explorer la piste arithmétique que Nadia disait préférer. Mais la formulation que je viens d'énoncer lui paraît tellement satisfaisante, qu'elle s'y refuse.

Les pôles affectifs.

Nous étudions ici quelques ressorts et blocages qui apparaissent au cours de cet entretien. Nous entendons par là des pôles non directement porteurs d'un contenu mathématique. Est-ce à dire que l'analyse faite précédemment sur la vérification ne mettait pas en jeu l'affectif... loin de là. Tous ces éléments se trouveront réintégrés dans le profil de rapport au savoir que nous donnerons pour chaque élève.

Tous ces éléments se trouveront réintégrés dans le profil de rapport au savoir que nous donnerons pour chaque élève.

Situation de référence et décor.

Nous avons déjà signalé la stabilité, entre le test et l'entretien (416G), des propositions faites par Aïcha, elle s'en explique:

*Aïcha: J'ai fait par exemple comme en mathématiques,
on avait des problèmes qui étaient par exemple:
Une mère a deux fils, un a 20 ans de plus que l'autre,
puis il fallait faire une équation, fallait trouver.
Euh... puis j'ai essayé de faire comme ça.*

....

*Aïcha: Comme on faisait soit x l'âge de la 1ère personne, soit y ...
Bah, je voulais faire pareil.*

Aïcha fait une excellente transposition du problème qu'elle a à résoudre dans un cadre qui lui est familier. Le problème des âges tient véritablement le rôle de situation de référence: celle-ci lui permet d'agir. La fréquence du verbe faire témoigne de la capacité d'action que lui permet cette situation.

En contre partie de l'aisance que lui procure un cadre familier, Aïcha est troublée par le changement de décor (516G).

*Aïcha: On m'aurait dit ça (problème des âges), j'aurais mieux compris.
Je suis plus habituée à ce genre de commentaires tandis que là,
ça me fait drôle.*

Et plus loin :

*EI: Et pourquoi t'aimais bien sur les personnes ?
Aïcha: Je trouvais que c'était intéressant.*

Cette explication se rencontre fréquemment en situation scolaire, "c'est intéressant" est synonyme de "c'est habituel". L'élève peut ainsi rejeter le changement, non pas sur un critère affectif, "c'est pas comme d'habitude", mais sur un critère intellectuel, "c'est pas intéressant". C'est ce que fait ici Aïcha.

La suite des entretiens prouvera que les situations et les pratiques de référence jouent un rôle essentiel pour Aïcha : elle fait un usage abusif de la règle de trois dans "les pommes" (696H), elle dit aimer la géométrie lorsqu'elle y repère les théorèmes à utiliser (010H)... et... curieusement fuir les formules sur les aires (058H).

Le décor, par sa nouveauté, interroge Aïcha. Les oeufs qui se cassent, sont-ils véritablement un obstacle ? N'est-ce pas plutôt un clin d'oeil humoristique analogue à la réaction de gourmandise que déclenchent les sucettes chez Fatiha (0004) ?

Le véritable obstacle n'est-il pas le problème mathématique lui-même ? Aïcha l'aurait-elle fait sans errance sur l'âge des personnes ? A remarquer qu'elle ne précise pas ce qu'est y dans sa présentation : "*soit x l'âge de la 1ère personne, soit y ... bah, je voulais faire pareil*". Le maillon délicat n'était sans doute pas bien perçu dans la situation initiale.

Aimer et réussir.

Fatiha et Nadia se disent quant à elles, indifférentes au décor (591G). Par contre, ce qui importe à **Nadia**, c'est la présence du cadre algébrique "*j'essaie d'éviter les x et les y* " (430G). Nous avons déjà relevé que ce comportement évoluera au cours des entretiens vers plus de plaisir à faire ce type de travail, parallèlement à la réussite.

Le phénomène est inverse pour **Fatiha** qui échoue. Fatiha explique (517 et 57G) pourquoi elle s'est découragée dans sa recherche de solution "des oeufs" :

El : Qu'est ce qui fait que tu n'y arrives pas ?

(Blanc)

El : Tu te dis que tu ne vas pas y arriver ?

Fat : Non (convaincu)

Et plus loin:

Fat : Tout à l'heure, j'avais commencé à faire ça, puis ensuite je me disais : "Oh non, j'en ai marre, je m'arrête".

Fat : ca, ça se mobilisait plus dans ma tête. Puis je me suis dit "ça peut pas être ça" (petits rires)

El : Ca faisait quoi dans ta tête ?

Fat : Non mais, mais ça s'embrouillait.

El : Quand tu dis que ça s'embrouille, ça veut dire quoi ?

Fat : Bah, je me suis dit, ça peut pas être ça étant donné que... Bah, avant, quand je faisais des problèmes de maths comme ça, j'aimais bien, puis j'y arrivais bien. Puis là, j'aime pas. Alors ça veut dire pour moi, ça veut dire que j'y arrivais pas.

El : Parce que celui-là tu l'aimes pas.

Fat : Ouais

Fatiha nous dit:

c'est compliqué => j'aime pas => j'arrête.

C'est le non-plaisir qui est le frein de son travail.

Une autre logique aurait été:

c'est compliqué => je vais pas y arriver => j'arrête.

Le frein en aurait été l'angoisse. Mais ce n'est pas celui de Fatiha.

Remarquons que Fatiha exprime elle-même -certes, très confusément- le lien qu'elle établit entre sa réussite et son plaisir: j'aime bien => j'y arrive

et

j'aime pas => j'y arrive pas.

Cela ne veut-il pas dire, en toute bonne logique : j'aime bien <=> j'y arrive ?

Le rapport au savoir.

Dans la même logique que pour le premier groupe, nous proposons ici un profil de rapport au savoir pour chaque élève de ce second groupe.

Le profil de Fatiha

Fatiha semble fonctionner à l'économie: le minimum de travail pour le maximum de satisfaction.

Fatiha perçoit aisément si elle a compris: elle le fait sentir (463G) ou dit simplement "je ne comprends plus". Elle ne s'use pas dans la confusion, lorsque c'est compliqué elle s'arrête (572G). Elle ne s'use pas non plus dans les tâches d'exécution, lorsque l'activité devient routinière, elle s'en dispense (calculs, résolution de systèmes...).

Entre les difficultés que rencontre Fatiha, ce que ne démentira pas, au contraire, la suite de l'entretien, et l'affirmation de son aisance dans la résolution de problèmes de ce type, l'écart est grand. Comment l'expliquer ? Percevant l'essentiel, Fatiha reçoit sans doute aisément les explications données, elle peut donc suivre le professeur en situation de classe. Alors que l'autonomie qui lui est laissée ici, lui impose de gérer par elle-même une complexité qui lui révèle des difficultés insoupçonnées... aussi les fuit-elle. Elle n'y arrive plus, elle n'aime plus; la logique de l'échec joue fortement pour Fatiha.

Fatiha est ici peu investie. Le rapport au savoir ici décrit semble très spécifique à un savoir scolaire peu impliquant pour elle-même. C'est sur un tout autre registre que fonctionne Fatiha en français où son investissement est maximum. La suite de l'entretien et le questionnaire "réussir" en témoignent.

Le profil de Nadia

Nadia est partante pour s'embarquer là où on lui propose d'aller : "on le fait ?" demande-t-elle en recevant la fiche "énoncé". Il y a 40 d'écart... La remise en cause est immédiate. Elle évite de mettre des x et des y, mais ne le refuse pas ; elle s'y embarque et en est ravie.

Cet intérêt ira croissant tout au long des exercices de l'entretien, elle réinvestit au fur et à mesure les acquis précédents (entre les "sucettes" et les "autocars")... et elle en est évidemment satisfaite.

Mais des verrous bloquent sans doute cette dynamique. Nous avons repéré ici celui du sens de l'équation, comme objet capable de fabriquer du connu à partir de l'inconnu. Il y en a sans doute d'autres n'apparaissant pas ici.

Peut-être tout simplement, Nadia n'a-t-elle pas eu suffisamment l'occasion d'être embarquée ?

Le profil de Aïcha

Aïcha prend ses appuis sur les situations et les pratiques de référence. Prendre appui, avoir des références Aïcha dira au cours de l'entretien le rôle des livres par rapport à sa famille et écrira à propos de la réussite en maths qu'il faut "feuilleter plusieurs livres de maths sur le point étudié. On peut aussi faire quelques exercices mais seulement s'il y a une correction"...

Des livres, non pas pour découvrir mais pour s'appuyer. Aïcha n'aime pas que les "personnes" deviennent des "oeufs", que le décor change. Elle n'aime pas changer sa pratique : elle ne peut abandonner son "produit en croix":

$x * 90 = 15 * y$ pour réfléchir au sens de $y = 6 * x$ dans les "pommes". Aïcha ne réussit pas bien en français, elle le dit : pour réussir , "il faut beaucoup d'imagination".

Cependant , à l'intérieur de sa situation "aimée", Aïcha repère aisément les moments où "ça s'embrouille" et avance d'un pas assuré dans cet univers.

ANALYSE DE LA TRANSCRIPTION DU 3E GROUPE

L'entretien

J'étais prévenue, le trio constituant le troisième groupe pouvait fournir le meilleur comme le pire. Ce jour de l'entretien, ils arrivent avec 20 minutes de retard pour ne pas avoir trouvé la salle (clairement numérotée!) mais heureux de pouvoir "sécher" les cours.

La participation "aux boules" est tonique. J'imagine un instant que ce groupe puisse être autonome pour la 1ère phase du travail. Je présente donc les consignes prévues : 3 mn de recherche, se mettre d'accord, ne pas oublier de vérifier. Elles sont écrites sur chacune des feuilles qui leur ont été remises.

La recherche individuelle durera 5 mn 1/2, je l'arrêterai moi-même. Le respect des consignes n'appartient pas au contrat ordinaire. Chercher seul et se conformer à la question posée dans l'exercice sont des activités connues et respectées. Pour le reste, ce qui est demandé n'est pas la coutume. Savent-ils que travailler collectivement d'une manière autonome peut être un contrat? Ils diront au cours de l'entretien que le travail de groupe ne leur est pas familier. La coutume c'est que l'adulte, présent, peu importe son statut, veille à ce que les choses "tournent" correctement.

Fournir la matière au débat, trouver la solution fait parti du contrat scolaire reconnu, ... mais la coutume pour ces élèves est d'attendre que les choses se passent, comme en témoignent leurs réactions quand il s'agit de ce qui se passe en cours de mathématiques - voir à ce sujet la fin "des oeufs" - nous n'analyserons pas cet aspect des choses dans le présent mémoire.

Ce qui change pour eux, en une telle circonstance, c'est leur implication. Il y a un changement de dynamique par rapport à la classe. Ils sont moteurs de ce qui se passe.

Leur investissement est lourd, et leurs difficultés aussi. Chacun des exercices composant l'entretien durera particulièrement longtemps. Le débat acharné sur les oeufs presque une heure, ceux sur "la croix", "les pommes" et "les nombres" durent chacun 1/2 heure. En conséquence ni "les sucettes", "l'autocar" et "le jardin" ne seront abordés.

Cet acharnement au travail est remarquable pour ce type d'élèves de qui on dit ordinairement qu'ils n'arrivent pas à se concentrer. Ils prouvent dans ces entretiens qu'ils le peuvent.

Il y aura donc avec ce groupe de véritables débats. Hélas les réflexions sont souvent vaines : ils errent dans le brouillard, se heurtent mais ne peuvent avancer tant les choses sont opaques. Je prends donc souvent l'initiative de les lancer dans une nouvelle direction. C'est ainsi que la succession des équations proposées, ou la succession des critiques formulées à l'encontre de $412x = 2$, peut avoir lieu.

Par ailleurs, je multiplie les questions sur ce qui est dit, hélas pas toujours judicieusement.

Certaines questions jouent un rôle moteur:

- Des questions relancent la réflexion, par exemple (660 P):
"Alors tu crois que les deux résultats conviennent ?"
- Certaines questions permettent aux élèves de préciser leur pensée (070 Q):
"x c'est quoi, les oeufs ou les personnes ?"
- Certaines questions me fournissent des informations (008 Q) :
"Aziz ! tu dis "faut pas chercher à comprendre". Ca veut dire quoi ?"

A contrario, **certaines questions sont mal venues**, me semble-t-il a posteriori.

- Certaines questions mettent un terme à la réflexion, parce ce que je bloque l'élève sur une idée qui aurait pu être intéressante: Face à $x + 20 y = 432$ y (140 Q)

Sab : $x + 20 y$, c'est à dire la personne qui a ? 20 oeufs, c'est égal à

EI : Donc y c'est les oeufs ?

Sans cette question malencontreuse, Sabah aurait pu évoluer seule en s'exprimant sur " $= 423 y$ ".

- Certaines questions qui se voulaient des incisives, détournent le débat et l'opacifient. Alors que je me propose de les faire entrer dans la cohérence de $x+(x+20)=432$, je fais un retour sur le signe égal et le débat se perd à nouveau sur $412 x=2$. (185 Q).
- Certaines questions ne permettent aucune avancée, l'objet que je vise étant absent ou encore trop enfoui. Il en est ainsi pour la série de questions sur l'inconnue dans la recherche guidée de la phase finale.
- Un questionnement trop extérieur peut n'avoir aucun impact sur la réflexion. Ainsi, je transfère le problème des oeufs sur l'argent de poche. Les réponses sont parfaites, mais sur un autre registre. Mes questions ne perturbent donc nullement le problème des oeufs.

Quels **objectifs**, y a-t-il derrière toutes ces questions ?

Ceux-ci sont doubles quant à la finalité du travail proposé, et double quant aux personnes qui ont intérêt à celui-ci.

Dans la phase de vérification avec 196 et 236, et durant l'exploration des équations proposées, l'objectif est me permettre de relever les obstacles qui surviennent spontanément face à ce problème et de leur permettre de produire du savoir - même si celui-ci est bancal - et de le questionner.

Dans les phases guidées - la vérification avec 206 et 226 et la mise en place de $x + (x + 20) = 432$ - l'objectif est de me permettre de relever les obstacles à l'accueil d'un apport mathématique extérieur à eux-mêmes, et de leur permettre de rester motivés par ce travail pour le plaisir d'apprendre ou la rage de vaincre.

La nature des questions posées dépend donc de l'objectif poursuivi.

Les modes relationnels.

Soulignons ici quelques traits des relations qui se sont établis au cours de l'entretien sur "les oeufs".

Le débat entre les 3 élèves.

Le débat qui s'instaure avec ce groupe est particulièrement riche, la durée en est la preuve première. Plus précisément, caractérisons celui-ci.

L'échange est **spontané**:

Saïd à Aziz (550 P): *"Je comprends pas c'que t'as dit"*

Sabah répond: *"Attends, moi j'ai compris"*

Sabah explique alors à Saïd l'idée d'Aziz.

En d'autres lieux les rôles seront inversés.

L'échange est **sans retenue**:

Sabah à Aziz (042Q): *"Hein, mais n'importe quoi, toi !"*

On trouvera ailleurs une réplique similaire de Saïd à Sabah (544 R).

L'échange est **convivial**:

Citons l'une des 12 fois, où Saïd, Sabah et Aziz savourent ensemble leur découverte. Ici la 9e (596 P) :

Aziz: *Attends pour vérifier, je vais faire comme ça. Tu vas voir.*

Sabah: *Vas y, vérifie. Vas y*

Aziz: *On va faire 432, euh ...*

Toi, t'as trouvé combien comme ça, là ?

Sabah: *106*

Saïd: *432-20*

Aziz: *Ouais, pis 412 divisé par 2 ?*

Saïd: *Ca fait 412, ça fait 206*

L'échange se déroule avec **humour**:

Lorsque leurs difficultés sont telles qu'elles en deviennent cocasses, la réaction est le rire.

Ces qualités de l'échange ne doivent pas gommer qu'existent, entre ces 3 élèves qui se connaissent bien, des relations spécifiques deux à deux.

Le rapport de force Saïd-Sabah

Aziz vit les 2 grands temps de l'entretien, la vérification et la mise en place de $x + (x + 20)$, avec sa propre problématique. Il intervient souvent mais c'est sous l'influence de Saïd et Sabah que le débat évolue.

Sabah intervient avec assurance. Au terme d'un désaccord, c'est toujours Saïd qui s'aligne sur ce que propose Sabah:

- Alors que Saïd est convaincu que le résultat (196, 236) est juste (355 P):

Sab : Qu'est-ce qui te dit qu'-t'as pas faux ?

Saïd : Ouais, on a un petit doute.

- Alors que Saïd affirme qu'il a deux résultats:

Sab : Y'en a qu'un résultat juste.

Saïd : Un, d'accord, mais bof ...

On trouvera des situations similaires en (208 Q, 240 Q, 247 Q, 075 Q).

Saïd attend de Sabah la vérité. Il le dit, alors que Sabah soupire en faisant des calculs à la recherche d'une équation (098 Q):

"Pourtant, tu y arrives bien à ces trucs là, Sabah."

Saïd se soumet au propos de Sabah, mais cela ne change pas profondément sa logique interne. Contrairement, d'ailleurs, à ce que peut traduire l'atmosphère, c'est Saïd qui apporte à Sabah les idées nouvelles qui feront basculer le débat: il existe un calcul qui permet de trouver 206 (516 P), il faut respecter l'exigence des 20 oeufs d'écart (633 P).

Les relations d'Aziz avec Sabah et Saïd

Aziz et Sabah collaborent, semble-t-il, à égalité lorsqu'il s'agit du contenu mathématique. Mais Sabah connaît parfaitement les ressorts du "baratin" d'Aziz. Elle ne manque jamais d'en rire. (232 Q).

*Aziz : J'en ai fait ce genre de problèmes,
faut trouver plusieurs solutions (résultats).*

El : Où est ce que t'en as fait des problèmes comme ça? cette année ?

Aziz : Non, c'était dans un livre.

Sab : [rires]

C'est effectivement peu vraisemblable: Aziz expliquera en fin d'entretien comment il travaille!

Sabah et Saïd réagissent violemment lorsque Aziz se place "au dessus". Deux situations en témoignent.

- La première lorsque Sabah dit ne pas parvenir à trouver l'équation qu'elle cherche (720 P):

Sabah : Mais, là j'y arrive pas.

El : Les autres, nous avez envie de lui chercher une petite équation?

Aziz : Ouais c'est facile!

Saïd : Fais le alors!

Sabah : Bah, vas-y, fais la....

Saïd : si c'est facile.

- La deuxième à propos de la confiance, qui vaut ici pour valeur morale. Alors que Saïd et Sabah doutent du résultat (196, 236) (460 P):

Aziz : Ils se font pas confiance à eux-mêmes, c'est pour ça.

Sabah : C'est pas question, c'est ...

Saïd : C'est bon.

Aziz exerce un rapport de pouvoir envers Saïd. Saïd est son assistant technique, il exécute les opérations que lui dicte Aziz (en conséquence, c'est Saïd qui dominera le problème !).

En maths, Aziz sait et Saïd ne sait pas. Ils le disent dans la suite de l'entretien. Ce rapport de pouvoir s'exerce aussi, très probablement, en dehors du champ mathématique. Nous en relevons ici 2 aspects :

- Si Saïd gagne la partie, Aziz minimise la réussite de Saïd:

Aziz vient de comprendre le calcul qui permet de trouver 206 et dit "*Je comprends comment il a fait, mais lui, il faut bien suivre avec lui*" (585 Q).

- Et lorsque Saïd a une occasion de revanche, il ne la loupe pas:

Aziz convient que le bon résultat n'est pas celui qu'il avait annoncé et Saïd insiste: "*Bais là, heureusement que tu disais au début, ouais il est bon, il est bon celui-là.*" (680 P)

Les relations établies par moi-même

Je suis ici observateur mais aussi acteur-professeur. Cependant, il ne me semble pas que j'instaure dans ce groupe des rapports de pouvoir. Quand Sabah semble céder à ma pression à propos d'un + qui ne serait pas symbole d'addition, ce n'est qu'illusoire, elle maintient sa stratégie initiale de changement de membres:

El: Alors pourquoi t-as mis + si tu peux pas le faire?

Sab: Bon, je l'enlève, si vous voulez!

El: (rires)

Sab: J'sais pas moi, j'ai mis +, parce que j'ai mis +!

Mais sinon, de l'autre côté

Je joue plutôt sur le ressort affectif: Je joue la complicité par le vocabulaire "casser les pieds", "bon truc" ... Je joue la complicité du raisonnement en m'impliquant dans leurs démarches propres. Ils l'entendent bien ainsi: à aucun moment une contre-vérité, dite par complicité, n'est transformée en parole de vérité.

Je ménage les uns et les autres, en particulier l'honneur d'Aziz qui suit ainsi avec un temps de retard ce qui se passe. Rappelons qu'Aziz voulait faire une 1eS ... Cependant je ne peux m'empêcher une remarque acerbe, lorsque son aveuglement me semble une contre-vérité flagrante!

La vérification selon Sabah

Après la phase de recherche individuelles, les 3 élèves de ce groupe ont obtenu les 3 mêmes résultats (196 , 236) par les mêmes calculs. Je leur demande avec insistance de vérifier ceux-ci (312 P).

Mais la vérification ne recouvre pour aucun de ces 3 élèves la même tâche, la même fonction. L'analyse que nous proposons est donc spécifique à chacun. Elle sera reprise dans sa globalité lors de la synthèse. Nous étudions dans un premier temps la démarche de Sabah.

Sabah avait, au test préalable, donné comme solution :

$36 \times 12 = 432$ $432 : 2 = 216$ $216 + 20 = 236$ 236 oeufs l'une et l'autre 196 oeufs.
--

Elle nous dira à propos de cette solution (350 P): *"J'avais demandé au prof, il m'avait dit comment j'avais fait quoi, il m'a dit : c'est pas bon quoi"*.

On ne peut distinguer ici si l'enseignant parlait du résultat qui était faux, ou de la méthode qui ne lui convenait pas (la liberté de méthode n'est pas toujours respectée !) ou les deux à la fois. Mais ceci justifie sans doute que Sabah parte dans la préparation écrite de l'entretien vers la recherche d'une solution algébrique ... et que, n'aboutissant pas elle en revienne au même calcul que celui du test.

De cette démarche de type arithmétique, Sabah dira a plusieurs reprises **"C'est logique"**, signifiant par cette expression "ceci vient à l'esprit comme allant de soi". Le sens donné à cette expression est repérable dans l'analyse que fait Sabah, en fin d'entretien, de leurs difficultés: (341 Q):

On a trop paniqué.

On faisait trop logique.

On s'est pas pris la tête.

On a pas cherché bien.

Le rejet de ce résultat si logique sera très difficile. Pour mieux mesurer les résistances et cerner le comportement de Sabah face à cette exclusion, nous proposons ici une analyse chronologique.

1er temps : il faut vérifier (342 P à 357 P)

Sabah estime qu'il faut vérifier pour "voir si c'est bon". Elle dit successivement :

- *"Je crois que c'est bon"*

- *"parce que on en a 20 de plus là, ... ça fait 432, ... 36×12 ça fait 432" donc c'est bon"*

- Puis je reprends les éléments de la vérification qu'elle vient de donner. Elle en conclut : *"ça peut être bon"*

A ce niveau de l'analyse nous ne tiendrons pas compte de calcul sur l'écart. Néanmoins, on peut remarquer que Sabah n'est pas persuadée que sa vérification, qui comporte pourtant tous les éléments qui conviennent, permette de valider le résultat. Le doute existait, la vérification qui semble valider son résultat, ne le fait pas évoluer. Sabah alimente sa méfiance de 2 arguments contradictoires :

- "C'est logique" (ça va de soi) donc juste.

- "C'est trop facile pour qu'il soit juste" donc faux.

En résumé pour Sabah:

$\left(\begin{array}{l} \text{j'ai fait logique} \\ \text{la vérification marche} \\ \text{c'est trop simple} \\ \text{le prof m'a dit} \end{array} \right\}$	$\Rightarrow$ c'est peut être bon
--	-----------------------------------

2ème temps: l'écart n'est pas de 20. (357 P à 391 P)

Je pousse à une remise en cause:

El : 196 plus 20, ça fait combien ?"

Sab : 216

C'est exact! Elle en persuade Saïd. Mais la conséquence logique, l'exclusion de 236, n'apparaît pas.

Au contraire, sans faire le lien avec ce calcul, alors qu'Aziz réaffirme que sa méthode est bonne, Sabah reprend :

Moi aussi c'est ce que j'ai fait.

C'est logique, c'est logique!

En résumé pour Sabah:

$\left. \begin{array}{l} 196 + 20 = 216 \\ \text{j'ai fait logique} \end{array} \right\}$	$\Rightarrow$ c'est bon
---	-------------------------

Cependant, Sabah propose de regarder sous d'autres angles:

- *On pourrait faire avec une équation.*

- *On peut les mettre en douzaines, c'est peut être ça.*

Alors que Saïd s'étonne que $196 + 20$ ne fasse pas 236, Sabah relève l'étrangeté de la situation: "Bizarre", "Bizarre" remarque t-elle.

En résumé pour Sabah:

$\left. \begin{array}{l} 196 + 20 \neq 236 \\ \text{j'ai fait logique} \end{array} \right\}$	$\Rightarrow$ bizarre
--	-----------------------

Sous l'influence d'Aziz qui justifie le résultat en affirmant qu'il faut regarder en gros et pas dans les détails (l'écart), Sabah reprend de l'assurance:.

Sab: "Pour moi le résultat il a l'air bon, mais pour moi c'est, ça peut être que ça, l'autre fois, j'ai fait pareil".

On retrouve ici une attitude élémentaire du comportement humain pour se justifier : "c'est comme ça qu'il faut faire, car on peut pas faire autrement et qu'on a toujours fait comme ça !".

En résumé pour Sabah:

Il y a 236.	}	$\Rightarrow$ c'est bon
Aziz dit c'est bon.		
La dernière fois pareil.		
On peut pas faire autrement.		

J'insiste encore: "*Y a t-il les 20 de plus?*" La réflexion reprend donc. Sabah tente l'idée de 20 douzaines, Aziz réaffirme qu'on ne peut faire que ça même si $196 + 20 = 236$, et Saïd rappelle sa méthode de calcul.

Sabah reprend alors la méthode indiscutable: "*Non, mais c'est bon 216, on enlève, puis, puis on rajoute 20*".

En résumé pour Sabah:

Il y a 236.	}	$\Rightarrow$ c'est bon
La méthode de calcul.		

C'est alors qu'Aziz accuse le problème d'être ambigu. Saïd lui accuse la phrase "20 oeufs de plus que l'autre". Aussi, je tente un changement de décor sur l'argent de poche. Tous trois répondent correctement : un coup d'épée dans l'eau !

Nouvelle piste. Aziz envisage avec Saïd le résultat (216, 196) qui a le mérite de respecter l'écart de 20. Mais puisque $196 + 216 \neq 432$, ils le rejettent prouvant ainsi qu'on ne peut vraiment pas faire autrement. Fort de sa certitude, Aziz accuse Sabah de ne pas se faire confiance. Sa réponse est immédiate: "*c'est pas question, c'est ...*" et peu après: "*Le résultat, pour moi, c'est logique, c'est bon*".

En résumé pour Sabah:

Il y a 236.	}	$\Rightarrow$ c'est bon
Je me fais confiance.		
C'est logique.		

La conclusion est la même pour tous: alors qu'ils ne perdent pas de vue que $196 + 20 = 216$ et non 236, ils négligent ce détail gênant au regard de l'argument choc: **on a fait logique.**

En conclusion

La démarche initiale est donc, pour tous trois, plus persuasive que la vérification. Ce sont les arguments qui concernent l'action qui l'emportent sur l'argument de recul intellectuel objectif.

La variété et la quantité d'arguments ici employés par Sabah pour "parvenir à une conclusion" est remarquable. Mais on ne peut parler ici en termes de raisonnement déductif. Il y a plutôt juxtaposition

d'arguments et sélection de certains d'entre eux pour parvenir à un choix.

3e temps: le rejet de 206 et 226 (474 P à 516 P)

Devant l'impossibilité de rejeter le résultat (196 , 236), je propose de vérifier si le résultat (206 , 226) peut convenir. Aziz lance aussitôt $206 + 226$ et Sabah rétorque: *"ça fait 432, d'accord mais..."*. Puis elle réexplique la démarche justifiant le premier résultat. La démarche est tellement justifiante que tous refusent d'envisager un autre résultat.

En résumé pour Sabah:

$$\left. \begin{array}{l} 206 + 226 = 432 \\ \text{La démarche du 1er calcul} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{rejet du 2e calcul}$$

Je reprends le questionnement: La somme vaut-elle 432 ? Et l'écart ?

Sabah demeure imperturbable: *"20, ouais d'accord mais c'est pas ça, on a [blanc] au départ c'est"* ... puis revient la démarche justifiant le 1er résultat.

Cependant, Sabah reconnaît que ce résultat satisfait aux exigences du problème, mais elle le refuse au nom de la démarche. J'insiste et Sabah rit, elle se rend compte du cocasse de la situation.

En résumé pour Sabah:

$$\left. \begin{array}{l} 206 + 226 = 432 \\ 226 - 206 = 20 \\ \text{La démarche du 1er calcul} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{rejet du 2e} + \text{rires}$$

4e temps : la reconnaissance de 206 et 226 (516 P à 633 P)

Saïd exploitant une idée d'Aziz (calculer $432 - 20$) s'aperçoit que le 2e résultat provient de $206 + 20$. Sabah s'étonne, puis interroge Saïd:

"Au départ t'en enlèves 20 ? pour les donner à l'autre ?"

Mais Sabah ne poursuit pas cette démarche de nature arithmétique. Elle poursuit:

"C'est pas possible de toutes manières, on peut pas trouver ça et pis ça".

Puisqu'il ne peut pas y avoir deux solutions, il faut choisir.

En résumé pour Sabah:

1ère démarche --> 1er résultat
2ème démarche --> 2ème résultat $\Rightarrow$ Faire un choix

Quatre fois de suite, Sabah, Saïd et Aziz reprennent cette nouvelle démarche pour se la justifier mutuellement. Je leur demande de choisir (erreur d'animation peut-être !)

Sabah : *"ça peut pas être les 2, parce que regarde, y a une différence quand même" ... "ça peut pas être les deux".*

Sabah utilise ici un théorème-élève : un problème de maths ne peut produire plusieurs résultats.

Aziz reprend la 2e démarche, Aziz est prêt à accepter les 2 résultats, mais Sabah insiste : il faut choisir.

En résumé pour Sabah:

1ère démarche --> 1er résultat	}	⇒ Faire un choix
2ème démarche --> 2ème résultat		

5e temps: la prise en compte de l'écart (633 P à 712 P)

Enfin, sous l'influence de Saïd la situation se débloque:

Saïd : il est faux à mon avis celui là.

Sab : pourquoi ?

Saïd : 236 - 196, ça fait 40.

Sab : Et alors ?

Sabah est immédiatement intéressée par une remise en cause, mais l'argument n'est pas convaincant.

En résumé pour Sabah:

Il faut choisir	}	⇒ il faut choisir
236 - 196 = 40		

Saïd et Aziz insistent, ça ne fait pas 20. Je renouvelle ma demande de choix, Aziz et Saïd choisissent donc le 2e résultat. Sabah hésite puis ...refuse le 1er: *"Moi de toutes manières, celui là il me semble bizarre".*

Elle accepte le 2e ... en fait, la 2ème démarche.

El : Et le 2e il te plaît ?

Sab : Comment il a fait Saïd ?

El : Le mien oui ... ou comment il a fait Saïd.

Sab : Comment il a calculé ?

El : Oui.

Sab : Ça peut être possible aussi.

El : Ça peut...

Sab : Ça peut être possible parce qu'il retire 20, il rajoute 20.

Notons que Sabah ne parle pas du 2e résultat (celui que j'ai proposé) mais de la 2e démarche (celle de Saïd) ... nuance sur laquelle je n'insiste pas. Sabah accepte le résultat parce qu'il y a une démarche qui permet de le justifier. Mais sa conclusion "ça peut être possible aussi" montre que rien n'est véritablement réglé.

En résumé pour Sabah:

1er résultat : bizarre

2e démarche : peut être possible

Aziz et Saïd réaffirment leur choix pour le 2e à cause des 20 d'écart.

Aziz essaie de justifier son assurance initiale, Sabah en rit. Ce rire marque le moment où Sabah cède.

En résumé pour Sabah:

Il faut choisir
passion ?
lassitude ?
40 d'écart ?
? ? ?

} $\Rightarrow$ c'est le 2e

La conclusion de cette phase de vérification se fait malgré elle, poussée par ma demande pressante de choix, l'unanimité de Saïd et Aziz, ou encore ... ?.

En conclusion

Sabah semble avec la présence de ce deuxième résultat totalement perdue. Elle n'avance plus. L'existence de deux démarches semblent obscurcir totalement le paysage et ne plus lui permettre d'envisager les différents arguments en jeu, encore moins de les articuler.

Précisons enfin les points acquis par tous au terme de cette longue étape de vérification. Tous trois ont:

- rejeté le résultat initial,
- accepté le 2e résultat,
- trouvé avec quelles opérations on obtient celui-ci.

Mais ils n'ont pas repéré la démarche arithmétique qui permet de valider celui-ci et de refuser le 1er.

La vérification selon Aziz

Nous avons précédemment mis en évidence les conclusions identiques auxquelles arrivent les trois élèves de ce groupe au terme de la vérification. Nous ne reprenons pas le déroulement chronologique mais cherchons à repérer ici, les constantes dans l'argumentation d'Aziz au cours des différentes phases.

Les certitudes d'Aziz

La vérification est pour Aziz inutile:

Alors que je leur demande de vérifier leurs résultats (certes identiques), il dit (316 P):

- *Quand c'est des contrôles comme ça, pas besoin.*
- *Comme c'est des problèmes assez simples...*
- *Pour ces genres de problèmes, c'est inutile.*

Et si vérification il y a, elle consiste à rechercher des erreurs de calcul aisément apparentes:

D'emblée Sabah énumère les points utiles à la vérification (dont elle ne tire pas les conséquences, d'ailleurs). Aziz interfère dans son explication qu'il ne reçoit pas: il entend 36×12 et embraye sur son propre calcul (330 P):

Sab : on a 20 de plus là, et pis ça fait 432, pis 36×12

Az : 432

Sab : ça fait 432, donc c'est bon, mais

Az : divisé par 2

Sab + El : échange - reprise de la vérification

Az : 36×12 et puis divisé par 2, pour les 2 personnes.

Quoi, ça fait 216, plus les 20 qu'y en a une qui a pris en plus,

ça fait 236 pour une, donc on retire 20 pour l'autre, ça fait 196.

Ce type de vérification revient à dépister une éventuelle faute d'étourderie, ce n'est pas une remise en cause du travail effectué et donc de soi-même.

En effet, Aziz fonctionne sans avoir la possibilité de véritablement s'interroger:

- Je lui demande de relire l'énoncé (340 P):

Et tes résultats, si tu les relies avec l'énoncé, ça marche?

Relis toutes les phrases de l'énoncé.

Aziz relit l'énoncé, mais ceci n'aboutit nulle part. Mon intervention est sans effet, elle est exécutée mais pas intériorisée.

- Plus loin, face à Sabah qui se méfie, Aziz dit (352 P):

- Y'a qu'ça à faire.

- Qu'est ce que tu veux faire d'autre ?

- On fait le calcul. C'est tout.

Aziz sous trois formes différentes dit ici la même chose: l'impossibilité de faire autrement.

- Lorsqu'Aziz propose (044 P) d'étudier si (216, 196) convient, il ne fait pas autre chose: il cherche à prouver que dans la liste (216, 196, 236) c'est bien (196, 236) qu'il faut exclure.

Aziz n'imagine pas qu'on puisse faire autre chose. Aziz fonctionne sur le registre, "**c'est comme ça, c'est tout, tu fais, faut pas chercher à comprendre**" (475 R et 740 P). En dehors de ce champ cela devient du domaine de l'imagination. Il l'exprimera en fin d'exercice lors d'un échange sur leurs difficultés (310 Q):

Az : Le problème, c'est un peu dur d'imaginer.

El : Qu'est ce qu'il faut imaginer ?

Az : La situation.

...

Az : C'est ça qu'est imaginable, faut trouver un résultat qui ...

Les résistances d'Aziz

La certitude d'Aziz est telle qu'il n'y a pas de place pour la **remise en cause du résultat**, aussi inéluctable soit-elle. C'est ce dont témoignent les 3 extraits qui suivent.

- Je demande aux élèves de vérifier qu'avec (196, 236) il y a bien 432 oeufs en tout puis (357 P):

El : Est-ce que effectivement y en a une qu'en a 20 de plus que l'autre ?

Sab : Oh oui.

Az : Ben oui, $196 + 20$, ça fait 236.

Signalons au passage que ce n'est pas la phrase qui fait obstacle. Aziz en perçoit la nature additive. Poursuivons :

Sab : Non, 216.

Az : Ça fait 236.

El : 196 plus 20, ça fait ?

Az : Ah ! non, non, non!

Az + Saïd : Non, mais non !

Sab : Ça fait 216

Saïd : Ouais.

Sab : 196 plus 20

Saïd : Ouais ça fait 216.

Sab : 216, non

El : Aziz là, il a un moment de panique!

Az : Non, je suis pas sur la même longueur d'onde, moi.

Aziz ne dira pas "ça fait 216" ou "ça ne fait pas 236", il repartira sur "*moi, j'ai fait*". Il n'est effectivement pas sur la même longueur d'onde.

- Je propose d'étudier une autre solution (206 , 226).

El : Est-ce que vous croyez que ça c'est un résultat qui peut aller ?

Az : Attendez ! 226 plus ... 206 ... 226 plus 206, ça fait 4 ...

Sab : Bah non !

Saïd : 432

Aziz : 432, c'est impossible

Sab : Ah ! bais, non

El : Pourquoi c'est impossible ?

...

Aziz : Ça correspond pas au problème 36 douzaines... ça fera pas ça.

Aziz : Parce que c'est 432 normalement le total.
Pour le problème "qui fait 432", c'est l'autre solution, donc avec celle-là, ça ne peut pas faire 432!

Puis, je reprends (495 P):

El : Pourquoi tu veux pas de mes chiffres?

Moi je te dis que la somme elle fait bien 432.

Aziz : Non. C'est pas la somme, hein 4 ... ?

Saïd : Ben oui, ça fait 432.

Aziz : Ouais, 432.

En fait, Aziz n'avait pas encore accepté de faire l'opération tant il était persuadé qu'elle ne ferait pas 432.

- Je poursuis alors sur (206, 226) :

El : Combien y'a d'écart entre chaque personne?

Sab : 20

Az : 20, d'accord ...

Saïd : ouais d'accord ! mais c'est pas ça.

Puis, suit un échange entre Sabah et Saïd qui les mène à un rejet ferme.

El : Aziz, mon résultat ?

Az : Attendez

Voilà la 1ère brèche. Aziz envisage d'autres pistes qu'il ne mène pas à terme, pas plus que Sabah d'ailleurs.

Az : Non c'est impossible.

El : Pourquoi il ne va pas mon résultat, Aziz ?

Az : D'après ... euh ... la méthode de l'autre exercice.

Les rires qui s'en suivent montre que le groupe prend du recul sur le comique de la situation. Aziz "a craqué".

Avec de telles certitudes la remise en cause est très difficile pour Aziz. Et celle-ci entamée, la résistance se poursuit : après avoir résisté à l'accueil de nouveaux résultats, Aziz résiste à l'accueil de la démarche que propose Saïd.

Retraçons le chemin parcouru pour accepter la **nouvelle démarche**.

- Aziz reste d'abord imperméable aux découvertes de Saïd, il entend, participe aux calculs avec Sabah, mais n'en perçoit pas le sens ...

- Puis subitement Aziz intègre, avec sa logique propre, l'idée déjà développée (550 P):

*Je vois que si on commence par diviser par 2,
on peut pas trouver le même résultat que si ...*

Aziz ici, vérifie l'un de ses "théorème-élèves":

|| Avec des suites d'opérations différentes, on ne peut pas trouver des résultats
|| identiques.

- Aziz, Saïd, Sabah répètent 8 fois le même calcul avant qu'Aziz ne dise (585P):

Je comprends comment il fait, mais lui, il faut bien suivre avec lui.

Il est alors prêt à accepter une autre solution.

- Enfin il se l'approprie (596 P): "*Attends, pour vérifier ...*" et il reprend le calcul, le 9^{ème} du genre. Saïd lui réexplique. Alors Aziz refait le calcul et écrit :

$$\frac{432}{2} = 216 - 20 = 196 \qquad 432 - 20 = \frac{412}{2} = 206$$

C'est donc la 10^{ème} version de $\frac{432 - 20}{2}$!!

Au terme de ce calcul Aziz a deux solutions à son problème.

- Saïd fait alors la deuxième découverte: il y a 40 d'écart entre 196 et 236. "*Et alors ?*" lui répond Aziz. Puis aussitôt Aziz accepte (651 P):
Oh ! on vient juste de trouver, regardez là.....

Terminé? La conclusion de chacun est encore bien incertaine lorsque je clos, au terme de 30 minutes, cette vérification supposée élémentaire.

La résistance d'Aziz s'appuie sur une certitude absolue en sa démarche. Quand il perçoit des indices de remise en cause, il se forge des défenses.

Les défenses d'Aziz

Pour se défendre des arguments qui pourraient attaquer ses certitudes, Aziz a, comme tout à chacun des ressorts psychologiques. Particulièrement forts, nous les analyserons ici.

Relevons d'abord un argument qui prend allure de **justification intellectuelle**. Puisqu'il n'y a pas 20 d'écart entre 196 et 236, Aziz propose de regarder le problème autrement (391 P):

*C'est quand tu relis, que tu regardes que les 2 chiffres,
pis on s'aperçoit que on a fait une petite erreur,
mais en fin de compte, quand, quand tu regardes bien le problème
les 36 douzaines d'oeufs, c'est là. qu'il faut voir, faut voir le résultat avec ...*

Puis plus loin:

*Y'en a plus de 20, mais en fin de compte il faut voir le problème en gros,
le résultat total.*

36 douzaines d'oeufs ça fait 432 donc le résultat possible, c'est simplement ça.

L'idée de base d'Aziz c'est que toute autre solution que la sienne est exclue. Ce qu'il présente comme une cause est la conséquence: Pour que 196 et 236 soit une solution acceptable, il suffit de dire que le problème consiste à trouver 2 nombres dont la somme est 432.

Aziz reparlera souvent dans cet entretien du "*problème 432*". Il en viendra à considérer, en fin de vérification, les 20 d'écarts comme n'appartenant pas au problème, mais comme une aide à la solution (660 P):

Parce que là, ils te donnent la solution à la 2e ligne, ils te disent y a 20 oeufs de plus que l'autre, au total".

En ce début d'entretien, pour rendre acceptable la solution (196, 236) Aziz propose de ne considérer qu'un aspect des choses. Aziz parle de *regarder* (2 fois), de *voir* (4 fois), et *apercevoir* (1 fois). Il est passé sur un autre

registre que celui des mathématiques, il a adapté un comportement de la vie quotidienne. Aziz regarde le problème comme on regarde un paysage ou la télévision, il suffit de **"regarder en gros"** (le 432) et il ne convient pas de regarder le détail qui pourrait déranger le sens global (ici la "petite erreur" de 20...). Il faut se placer au niveau global, ce qu'il exprime 2 fois: *"en fin de compte, il faut voir"*.

Aziz s'est donc forgé un argument pour défendre sa solution - en dehors du cadre mathématique, certes. L'argument énoncé dans le registre intellectuel vient au secours du besoin de défense d'Aziz.

D'autres **mécanismes de défense**, affectifs et intellectuels, interfèrent fortement.

Pour se défendre, tout d'abord il faut **se faire confiance**. Manquer de confiance en soi est manifestement perçu comme une accusation par Sabah et Saïd. Il y a là un comportement qui a des origines culturelles: se faire confiance, sauver l'honneur, ne pas perdre la face, ceci est essentiel pour ce garçon maghrébin.

Lorsqu'Aziz sent qu'il doit changer de cap, il s'emploie à trouver un **argument socialement ou intellectuellement justificateur**:

- Le problème est ambigu (427 P):
Ouais, c'est le genre de problèmes qui sont ambigus, à cause de la phrase.
- L'explication n'est pas claire (585 P):
Je comprends comment il fait, mais lui, il faut bien suivre avec lui.
- Sa solution était la plus rapide (708 P):
Nous on est parti par la solution la plus rapide.
- C'est presque la même chose (680 P):
El : Alors le bon résultat c'est
Saïd : Ouais pour moi, je crois que c'est le deuxième
Az : C'est le vôtre.
Saïd : Ouais, heureusement que tu disais au début, ouais, il est bon, il est bon celui-là.
Az : Ouais, parce que nous, regarde, regarde, en fin de compte
quand tu regardes, c'est presque la même chose, sauf que
t'as pas divisé, t'as pas multiplié ni divisé ... la même chose que ...
- C'est ce que j'avais dit.

Lorsque je leur propose de tirer une leçon de leur entretien, Aziz réplique (708P):

Ben oui, c'est ce que j'avais dit tout à l'heure, 40 ...

Les justifications d'Aziz - d'un genre que j'ai souvent rencontré - outre qu'elles contrarient mon sens de l'objectivité, sont porteuses d'une absence de regard critique sur ce qui est produit par lui même.

Cet entretien a contraint Aziz à reculer. Peut être cela n'aura-t-il pas été vain sur son comportement ultérieur ...

Les mathématiques, domaine de certitude

C'est en fait, la représentation des mathématiques pour Aziz qui a été atteinte par cet exercice: "**C'est plus des maths**". Il l'exprime à deux reprises.

- Alors que la vérification a établi qu'un seul résultat convenait, Aziz récuse une proposition de Saïd en revenant sur sa difficulté initiale(084 Q):

Az : Il est parti trop vite, en essayant de retrouver un de ses résultats

Moi j'aurais dit, ... boh, on recommence le problème.

C'est comme si on faisait un petit ... exercice de maths.

El : Pourquoi, Aziz ? C'est pas un exercice de maths ?

*Az : On croirait qu'y a plusieurs réponses,
parce que y'a différentes façons de calculer.*

El : Parce que tu trouves que 236 et 196, ça marche quand même ?

Az : C'est faux, c'est faux

... C'est quand même des maths [se marre]

Aziz a admis que 196 et 236 ne convenait pas. La bonne solution $412 / 2$ est la solution apparue par mystère. Aziz est sorti du cadre de ce qu'est l'activité mathématique pour lui: **linéaire, mécanique, indiscutable, sans nuance**. Il est tant perturbé qu'il propose de reprendre tout à zéro pour sortir de ce malaise.

- Une situation similaire se reproduit, alors que je les mène à parvenir à une équation qui justifie le résultat (229 Q):

El : La pauvre, elle en a ...

Saïd : Elle en a 206.

Sab : [rires]

Saïd : [?] C'est dingue !

Aziz : C'est pour ça c'est pas un exercice de maths, presque ...

.....

*Aziz : Parce que des maths, même si on a plusieurs méthodes pour trouver le résultat,
mais là c'est le genre de problèmes, j'en ai fait de ce genre de problèmes,*

.....faut trouver plusieurs solutions.

En maths, on peut trouver une même solution par l'algèbre ou par l'arithmétique, ceci est acquis par Aziz. Mais ici, contrairement à ses certitudes, pour une même méthode, l'arithmétique, on a pu faire 2 calculs différents, le deuxième étant du domaine de l'imagination nous a-t-il dit. Et s'il y a 2 calculs possibles, il y a 2 solutions acceptables.

Cette idée des mathématiques **lieu de certitude absolue, d'unicité** se retrouve dans ce que nous pourrions appeler le théorème d'Aziz, "théorème-élève" par excellence :

|| Quand on fait des suites d'opérations différentes, on ne peut trouver des
|| résultats identiques.

ou formulé par Aziz (600 P):

Si tu divises d'abord ou tu soustrais d'abord, ça fait, tu trouves pas le même résultat. Les 2 résultats y seront bons, mais c'est pas les mêmes.

Aziz s'emploie à vérifier que les 2 calculs, donnent 2 résultats différents. Durant 40 secondes (entre 550 P et 560 P), il refait le même calcul

trois fois de suite. En d'autres lieux, Aziz insiste sur "*ça fait pas la même chose*".

La représentation des mathématiques d'Aziz a été déstabilisée par cette vérification. Il l'exprimera à plusieurs reprises au cours de l'entretien :

- Par exemple, alors qu'Aziz cherche une équation qui puisse convenir (736P):

El : Aziz : tu dis "faut pas chercher à comprendre", ça veut dire quoi ?.

Az : Ouais, y'a pas 36 solutions pour faire une équation ... Je crois, hein.

Sab : tu crois ! [rires]

Az : [rires] C'est comme tout à l'heure !

- Cette remise en cause réapparaît dans les "pommes". Aziz propose la bonne solution $y = 6x$, ce que Sabah récuse violemment (600 R et Aziz attend que je lui prouve que celle-ci est "*fausse ...comme la semaine dernière*".

La vérification selon Saïd

Saïd joue dans ce scénario, un rôle central, qui contraste avec la discrétion de ses interventions. Il reprend l'argument qui passe sans s'y accrocher, contrôle les opérations qui se font, et enfin de compte propose de nouvelles pistes.

L'attitude réceptive de Saïd.

L'attitude réceptive de Saïd apparaît dès le début de l'entretien (310P):

El : Vous avez - ce qu'on appelle - vérifié votre résultat ?

Sab : Non. (faible)

Az : Ben oui, on a

Sab : Ben oui, on peut faire 236 plus

Saïd : Moi, je l'ai pas fait.

Il dit tranquillement qu'il ne l'a pas fait. Avec Aziz, il conviendra que c'est inutile de vérifier (345 P) :

Saïd : Quand c'est des genres de problèmes assez simples comme ça, euh ...

El : Pas besoin de vérifier?

Saïd : Ouais, ce serait plus dur, d'accord j'arriverai à le faire.

J'arriverai à le faire, je le ferai, j'aurai le courage de le faire. Saïd a trouvé une démarche qu'il jugera "**facile**", il s'y tient. La vérification nécessiterait un travail nouveau qu'il se refuse à faire, principe d'économie ou de sécurité?

Saïd n'est pas bardé de certitudes, mais la facilité avec laquelle il a pu obtenir son résultat le satisfait, il le dit à plusieurs reprises (après 360 P):

- C'est obligé, y'a ses petits passages intermédiaires qu'il faut passer par là, c'est tout.

- Y a qu'ça à faire.

- C'est facile, regardez comment j'ai fait.

- C'est logique, c'est simple.

Cependant l'agression de Sabah, le pousse très rapidement à introduire la doute dans sa réflexion (350 P):

Sab : Qu'est-ce t'en sait, qu't'as pas faux ?

Saïd : Ouais, on a un p'tit doute, on a un p'tit doute.

Le doute est possible. Ce premier calcul est "présentable". Saïd découvre un deuxième calcul tout aussi "présentable" pour obtenir le résultat que je leur propose (206 et 226). Il acceptera donc longtemps les 2 résultats comme justes.

Comment Saïd trouve-t-il?

Saïd suit au cours de cette phase de vérification tous les calculs, sans jamais écrire. Il en refuse certains, corrige éventuellement des erreurs (les miennes!) (444 P et 170 Q), mémorise les résultats, exécute ceux qu'on lui demande, de tête ou avec sa calculatrice. Il est l'assistant technique d'Aziz. En

témoigne, ce passage, ou la rapidité ne permet pas d'envisager l'usage de la calculatrice. Aziz, subitement, envisage un calcul inattendu (444 P)

Az : Si on fait 216, 216 + 196 ça fait combien ?

El : Ça fait 432, ça.

Saïd : Non, non!

El : Ah ! 216. Pardon!

Saïd : Ça fait 20 de moins /.../ ça fait 412.

Saïd sait-il pour autant de quels **sens** sont porteurs ces calculs?

Le délai d'une minute entre le moment où celui-ci reconnaît que $196+20 = 216$ et que $196+20 = 236$ est surprenant (368 P puis 382 P):

Sab : 196 + 20, ça fait

Saïd : Ça fait 216.

.....

Saïd : C'est faux., ça en fait

El : Qu'est ce qu'il y a ?

*Saïd : Y'en a une qu'en a 20 de plus,
196 pis 236 c'est pas bien.*

El : Pourquoi?

Saïd : 196 plus 20, ça fait 216.

L'oeil fixé sur le calcul, Saïd perd régulièrement de vue le problème qu'il résout, mais aussi **il trouve**.

Saïd, plongé dans son univers de calculs, a attrapé au passage le discret calcul $432-20$ d'Aziz. Il découvre qu'il peut trouver 206 en faisant $\frac{432-20}{2}$ (516 P).

Saïd : Bais, c'est bon. C'est quand on prend les, les 206.

*J'l'ai trouvé ! Là, quand on prend les 20 tout au départ, quoi,
j'sais pas moi, j'ai fait ...*

.....

Saïd : Bah, attendez, pour moi, oh ! la la ...

Saïd est stupéfait de sa découverte. Pour lui, ou pour les autres, il répète 7 fois son calcul (530 P à 619 P). A la suite de quoi Aziz prendra le relais. Un total de 11 déclamations pour ce calcul miraculeux !

La conséquence de cette découverte est magique: s'il y a **2 calculs**, il y a **2 résultats**. Ma demande de choix entre les 2 solutions - demande peut-être discutable - pose la question du nombre de solutions d'un problème, ce qui fait l'objet d'un débat. Puis la "formule miracle" revient, et subitement Saïd réalise (633 P):

Saïd : Attends, regarde, regarde.

Là, il est faux à mon avis celui-là.

Sab : Pourquoi ?

Saïd : 236 - 196 ça fait 40.

....y'en a 20 d'écart.

....mais là y'en a 40 d'écart

.....

El : Alors tu crois que les 2 résultats conviennent ?

*Saïd : Moi je sais pas, je trouve que celui là il est **bizarre**.*

Il faudra encore que je repose le problème du choix, pour que Saïd se décide à évacuer le premier résultat. Rayon de soleil, dans la brume ! En effet,

Saïd obtient le bon résultat, comme pour "le compte est bon" par manipulation des nombres fournis.

La démarche arithmétique.

Peut-on penser que Saïd fait ici une démarche arithmétique?
Je ne le pense pas. Il est cependant à souligner que Saïd cherche à présenter sa solution dans le décor proposé, les personnes et les oeufs.
Voici les différentes lectures que fait Saïd de ses opérations.

- 1ère fois

$432 - 20 = 412$ *"L'autre il a pris 20 par exemple au début, il reste 412"*

$\frac{412}{2} = 206$ *412 divisé par 2, ça fait 206*

$206 + 20 = 226$ *plus l'autre les 20 qu'il a pris ça fait 226"*

- 4ème fois

$432 - 20 = 412$ *"tu les enlèves d'abord"*

$\frac{412}{2} = 206$ *après tu divises le reste, donc ils ont 206 chacun,*

$206 + 20 = 226$ *puis l'autre par exemple, il les rajoute ça fait 226"*

- 6ème fois

$432 - 20 = 412$ *"j'ai fait 432, c'est 36 douzaines, puis y'en a un qu'a 20 oeufs de plus, par exemple là, je les ai enlevé les 20, faut voir."*

$\frac{412}{2} = 206$ *"y'en a donc une qu'a 206"*

$206 + 20 = 226$ *puis l'autre, quand il rajoute les 20, ça fait 226"*

En résumé, Saïd donne la formulation:

*Tu les enlèves dès le début, mais y'en a un qu'en a 20 de plus,
tu les rajoutes à ceux qui les avaient pris.*

La difficulté d'expression que rencontre Saïd, va de paire, avec l'approfondissement du raisonnement arithmétique. Saïd y est ... presque. Mais suffit-il de faire un effort pour le comprendre? Je ne le crois pas:

Que se passe-t-il avec les 20 oeufs du départ? quelqu'un les prend-il? qui les récupère? pourquoi divise t-on? A aucun moment, la distinction entre l'une et l'autre ne s'opère. A quelle activité correspond les nombreux "par exemple" qu'emploient Saïd?

Avec une telle confusion, l'explication faite auparavant par Saïd pour justifier (196, 236) fonctionne tout aussi bien (426 P):

$\frac{432}{2} = 216$ *"432 divisé par 2"*

$216 + 20 = 236$ *puis quand on rajoute, 236*

$216 - 20 = 196$ *puis si on ajoute 20, on est obligé de déduire 20 à l'autre, donc ça fait 196."*

C'est a posteriori que Saïd donne du sens à son calcul. Il ne dit pas "écoute mon raisonnement" mais "regarde ce que j'ai fait". Ce n'est pas le **raisonnement** qui produit le calcul, mais le calcul qui cherche son expression dans le décor qui convient, en termes d'**actions**. En cela Saïd, ainsi que Sabah et Aziz sont loin de l'arithmétique.

Saïd mesure t-il la distance qui lui reste à parcourir? (618 P)

Az : Donc toi t'as trouvé 206 et 226 ?

Saïd : C'est pas moi qu'ait trouvé ça.

Saïd n'a effectivement pas résolu le problème, il a trouvé le résultat que je proposais. Sa remarque signifie t-elle qu'il est lucide sur les failles de son raisonnement? Je ne le crois pas, il en est trop loin. Il s'agit sans doute du manque de reconnaissance de ce qu'il produit d'intéressant.

La résolution algébrique

Travailler avec des équations

Sabah cherche, depuis le début de l'entretien, à écrire une équation. C'est parce qu'elle avait échoué qu'elle en était venue au calcul numérique. (312 P):

Ben ouais, un p'tit problème comme ça, c'est avec une équation qu'tu peux la résoudre, mais là j'y arrive pas.

La réaction d'Aziz et Saïd face à ce travail est conforme à ce que nous avons relevé dans les paragraphes précédents. Avant même de commencer, Saïd est en situation d'échec, Aziz de réussite (712 P):

El : Les autres, vous avez envie de lui chercher une petite équation qui

Az : Ouais, c'est facile !

Sab : Ben, vas-y fais la !

Saïd : Fais le alors, si c'est facile ...

Trouver une petite équation qui convienne! Ce sera très laborieux. Il faudra mon intervention lourde pour y parvenir. Les difficultés que rencontrent ces trois élèves à mettre "les oeufs" en équation seront confirmées dans "les pommes" ... Elles ne sont hélas pas circonstancielles.

Quel regard ont ces élèves sur leurs difficultés ?

Sabah confiante ne démissionne pas. D'habitude elle sait (98 Q):

Saïd : Pourtant toi tu y arrives bien à ces trucs là, Sabah?

Sab : Oui mais celui là, j'te jure, j'y arrive pas, il me prend la tête.

El : D'habitude tu y arrives bien toi Sabah ?

Sab : Oh oui, j'y arrive aux équations.

Mais celui là, j'sais pas, j'y arrive pas, j'vais essayer.

Saïd résigné, joue le jeu - sans espoir (098 Q):

El : Et toi Saïd, tu y arrives jamais ?

Saïd : Ca dépend. Faut que je le sente.

Dans la terminologie adolescente, "faut que je le sente" à plusieurs acceptations, mais toutes traduisent la nécessité d'un bon climat relationnel à l'objet.

Cependant, en fin d'exercice, Saïd exprimera la permanence de ses difficultés à propos de la mise en équation (316 Q):

La première ligne, ça j'arrive jamais à trouver.

Ce qu'il redira, d'une manière plus globale, au cours de la deuxième séance (140 R): *En maths, j'ai toujours eu du mal.*

Aziz se rassure sur ses difficultés en invoquant son savoir-faire technique.

A propos de la résolution algébrique (098 R):

El : Aziz, t'aime ou pas ce genre de trucs ?

Az : Moi ça dépend. Y'en a qui me prennent la tête parce que je connais pas si, s'il faut soustraire ou des conneries comme ça.

Et plus loin, alors que je leur demande où sont leurs difficultés (316 Q):

Az : Mettre le problème en équation.

Saïd : Moi, à faire la 1ère ligne.

Az : C'est ça, tu mets le problème en mise en équation, tu mets des x, tu remplaces les x ...

Aziz et Sabah pensent que s'ils ont des difficultés, elles ne sont que passagères:

Alors que j'annonce la fin de l'exercice qui vient de les faire "souffrir" - à mon sens - pendant une heure (361 Q):

El : Le prochain ne sera pas exactement pareil, sinon je crois que vous explosez!

Sab : En plus facile, oui !

Az : C'est une question d'habitude ça aussi.

Si tu t'habitues à en faire 5 ou 6, par là

puis après, ça y'est, c'est vite fait.

Sab : Oui c'est bon, hein.

El : Tu crois que c'est une question d'habitude?

Az : Ouais, sauf qu'en maths on en fait pas de ce genre là.

Signalons que la partie récente de leur cours portait sur l'écriture de relations fonctionnelles à partir des classiques problèmes de seconde (voir les manuels). Aziz ne repère pas la similitude de démarche.

Ce que produisent Sabah, Saïd et Aziz tient du patchwork ... **Des parcelles de sens** qu'ils rassemblent, parfois harmonieusement ... ce qui maintient l'espoir. Nous analysons maintenant ces parcelles de sens que livrent les multiples équations qu'ils fournissent.

Pour comprendre la **cohérence** dans laquelle sont élaborées des équations apparemment démunies de sens, je m'emploierai à fournir pour chaque équation une phrase ayant pu servir à la production de celle-ci. Celle-ci sera soulignée pour plus de clarté.

La cohérence des expressions numériques

Précisons d'abord que la production d'un symbolisme non conforme aux usages mathématiques n'est pas propre au cadre algébrique. Donnons-en pour exemple, ce qu'écrivent Sabah et Saïd dans la partie de recherche individuelle "des oeufs".

Saïd écrit :

"1 = 236 oeufs

l'autre = 196"

Ce que l'on peut comprendre:

Une personne a 236 oeufs,

L'autre en a 196.

Aziz écrit :
 "2 pers = 36 x 12 oeufs
 1 = 20x
 donc $1 = \frac{36 \times 12}{2}$
 normalement pour chacun"

Ce que pense certainement Aziz:
Les 2 personnes ont 36 x 12 oeufs.
L'une a 20 oeufs de plus.
Donc chacune en a normalement
 $\frac{36 \times 12}{2}$.

C'est ce type de difficultés provoquées par la **double signification** du symbolisme que nous retrouvons dans toutes les propositions d'équations qui sont faites.

L'équation d'Aziz: $432 = 20x + \frac{20x+x}{x}$

Dès le début de la phase algébrique, les 2 idées clés du problème sont immédiatement exploitées (712 P):

Az : comme c'est 20 de plus que l'autre, donc tu fais

Saïd : $y + 20$

Aziz : $20y$

Saïd écrit $x = 432 \dots y + 20$ et Aziz écrit $432 = 20y$

Il y a donc 2 idées qui se juxtaposent ou s'articulent:

- Pour Saïd: Le total est de 432, l'une en a 20 de plus que l'autre

$$x = 432 \quad y + 20$$

- Pour Aziz: Ca doit faire 432, puisque c'est 20 oeufs de plus que l'autre

$$432 = 20y$$

On aura ici remarquer, pourquoi l'un aboutit à $y + 20$ et l'autre à $20y$.

Puis Aziz modifie son équation en articulant des informations provenant de deux niveaux:

- ce qui provient de l'énoncé, c'est à dire le total, aussi il rajoute +

- ce qui provient de la démarche, c'est à dire $\frac{432}{2}$, aussi il divise par 2.

Par suite il écrit sur sa feuille: $432 = 20x + \frac{20x}{2}$ et dit:

Az : 432 [?] ça fait 20 donc le total ça fait 20x +.

Non ! qu'est ce que je fais moi!

C'est 20x. Faut pas chercher à comprendre, hein?

20x divisé par 2.

Sab : Non, c'est pas ça, non !

Saïd : Non, mais arrête !

Sab : Y a 2 inconnues déjà, y'a

Az : Non, non, moi je crois que c'est comme ça moi.

El : Aziz, tu dis "faut pas chercher à comprendre" ça veut dire quoi ça ?

Az : Ouais, y a pas 36 solutions pour faire une équation.

On peut pointer ici de multiples aspects du comportement d'Aziz, qui confirment la représentation des mathématiques étudiée antérieurement.

L'équation d'Aziz est construite comme un patchwork, chaque parcelle étant elle même porteuse de sens. Ce qui lui donne sa validité, c'est la possibilité de résoudre une équation.

Aziz poursuit, non sans modifier $20x$ en $20x + x$ plus souhaitable. Il dit et il écrit en utilisant le symbole $\Leftrightarrow$ (012 Q):

$$432 = \frac{20 + x}{2} \quad 432 = 10 + \frac{x}{2} \Leftrightarrow 412 = \frac{x}{2}.$$

Je lui demande de m'expliquer le raisonnement qui permet d'écrire $432 = \frac{20 + x}{2}$.

Il reconnaît que c'est peut être osé ! (025 Q):

Là cette équation, je suis pas très sûr.

L'équation de Saïd: $412x = 2$

Saïd propose $412x = 2$. Son idée est sans doute la suivante:

On en met 20 de côté. Alors il y a 412 oeufs à partager à 2 personnes.

Ce qui est en abrégé peut s'écrire: $412 \text{ oeufs} \rightarrow 2$

ou encore: $412x = 2$ où x désigne les oeufs.

En effet Saïd dit (026 Q):

El : $412x$ ça représente quoi ?

Saïd : moins les 20

El : $412x$ ça veut dire quoi ?

Saïd : bah, les oeufs

El : 412 oeufs ?

Saïd : Ouais.

El : D'accord !

*Saïd : Donc ils sont à 2 dessus, quoi,
donc c'est égal à 412 ...*

Saïd plaque ici le calcul numérique qu'il a découvert pendant la vérification. Il écrit donc naturellement $x = \frac{412}{2}$, alors que $412x = 2$ donne $x = \frac{2}{412}$!

Puis il note ce qui concerne l'autre quantité. Il écrit $x = \frac{412}{2} = 206 + 20$ probablement au fur et à mesure que se déroule la discussion (033 Q):

Az : Faut calculer l'autre.

El : Parce que x c'est quoi ?

...

Saïd : y c'est les oeufs en plus

... C'est celui qu'en a 20 de plus.

.... Puis après tu fais ça.

Saïd est parvenu à ses fins: la solution algébrique s'est pliée à la solution numérique, non sans provoquer des critiques ou des questions.

•1ère critique.

Sous l'effet de mon questionnement sur **ce que représentent x et y** s'instaure un vif débat, où l'on trouve (026 Q):

- Pour Saïd x : les oeufs et y : les oeufs en plus
puis x/y les personnes.
- Pour Sabah x : le 1er qui a et y : le 2e
- pour Aziz x : pour le premier
puis x/y la personne avec les oeufs
puis x/y la personne qu'a plus que l'autre
avec pour précision: "la personne c'est compris qu'il y a les oeufs avec"

Face à ces désaccords, qu'ils ne parviennent pas à régler, Sabah attaque sous un autre angle.

• 2e critique

Il y a une erreur de calcul dit Sabah, ce n'est pas $412x = 2$ puis $x = \frac{412}{2}$,

mais $x = \frac{2}{412}$.

Dans quel sens faire l'opération? Saïd refait le calcul sur une situation de référence: $- 3x = 6$ $x = \frac{6}{3}$ et Aziz réaffirme $\frac{412}{2}$ il faut trouver 206 !

• 3e critique

Je relance le débat, sur le sens de l'équation.

El : Mais au départ, il faut écrire $412x = 2$

Vous êtes d'accord avec cette idée là?

Az : Non, parce que 2 égal à 412, déjà c'est impossible, à moins qu'on multiplie par une fraction.

L'argument n'est pas du tout sur le registre que j'attendais, mais il est recevable d'un point de vue numérique. Je poursuis espérant obtenir "x est un nombre entier" : *Oui, mais est-ce que ça peut être une fraction? x, c'est quoi ?*

Question qui relance le débat sur ce que représentent x et y mais pas sur le fait qu'il ne peut être une fraction.

• 4e critique

Le débat sur **ce que représentent x et y** aboutit pour chacun a:

- pour Aziz : les personnes.

Moi j'aurai dit les personnes, mais c'est compris les oeufs en fin de compte.....parce que à la fin ils disent les personnes.

On retrouve ici l'idée qu'il faut regarder là où il faut, comme pour le "problème 432" et la "petite erreur".

- pour Saïd : les oeufs

Pour moi c'est les oeufs, parce que on rajoute 20.

Saïd maintient ses arguments numériques, il faut pouvoir faire $206 + 20$.

Puis se rallie (075 Q):

412 personnes, si elle dit qu'il y a des personnes

- pour Sabah : ça ne veut plus rien dire

• 5e critique :

Aziz rejoint Sabah: le problème n'aurait pas dû **partir de 412 mais de 432** (077Q):

Az : Non parce que lui, il est parti un peu trop vite.

Sab : Il est parti direct.

Az : Non parce que comme il a trouvé son résultat, il a mis 412 tout de suite, mais en fin de compte, si tu essaies de réfléchir sur l'équation des 2 lignes là, comme il connaît le résultat, il est parti vite fait en essayant de trouver un de ses résultats. C'est pour ça, c'est trop rapide.

Remarquons que toutes les critiques formulées ici sont pertinentes mais qu'elles sont extrêmement parcellaires et loin du travail de lecture réciproque qui permettrait la remise en cause au niveau du sens.

La demande d'une phrase en français exprimant l'équation produite avait été un échec pour les groupes (1) et (2), je ne tente donc pas ce travail avec ce groupe.

L'équation d'Aziz: $432 = 20x + y$

Aziz propose, après de brefs temps de recherche: $432 = 20x + y$.
Cette équation pourrait être obtenue à partir de la formulation:
Pour obtenir 432, il ne faut pas oublier de mettre 20 oeufs à une personne,
puis ajouter ceux de l'autre personne.

C'est à peu près ainsi que pense Aziz. Il dit (118 Q):

*Az : 20x, ça c'est pour une personne
puis y c'est pour une autre personne*

El : Pourquoi 20x ?

Az : C'est parce que c'est 20 oeufs pour une personne.

Vu sous cet angle, x désigne les oeufs. De là, le traditionnel débat sur ce que représentent x et y.

Puis Aziz modifie légèrement sa pensée. Je la schématise par:

$$\begin{array}{ccc} 432 & \rightarrow & x \quad y \\ & & + 20 \end{array}$$

En effet, Aziz dit (123 Q):

*x et y ce sont les 2 personnes
parce qu'y a une personne qui a 20
donc c'est celle là. C'est x, elle a 20 oeufs, puis l'autre ...*

La nature de x et y change donc. Mais l'opération aussi (128 Q)

El : Bon, 20x ça veut dire quoi ?

Az : Bah, c'est à dire que ...

Saïd : 20 oeufs, mais non 20x c'est les oeufs

Az : Mais non, entre parenthèses 20 plus x.

El : Attends c'est 20x ou 20 + x ? T'es d'accord que c'est pas pareil !

Saïd : Ouais, 20 fois x ou plus x

Az : Donc on peut trouver 20x ou 20 + x, enfin

Saïd : Bah c'est plus, elle a que 20 oeufs de plus, quoi.

Az : Donc c'est plus ?

Saïd : A mon avis, oui.

*Az : C'est comme une **augmentation**, on multiplie hein.*

Dans une augmentation, chaque fois je me goure.

Aziz et Saïd sortent un instant de leur **symbolisme** personnel pour retourner à celui qui est usité en mathématique. Les 20 oeufs, passent à 20x, qui passent à $20 \times x$ qui passent à $20 + x$ car ...

On croit qu'il faut mettre + et il faut mettre x !

Le "théorème-élève" utilisé par Aziz, appuyé vivement par Sabah et Saïd correspond très certainement à un apprentissage récent et collectif:

| Pour une augmentation, on ajoute une quantité mais il faut multiplier.

Aziz et Saïd trouvent là une justification mathématique à leur désaccord sur 20x et $20 + x$.

L'équation de Sabah: $x + 20y = 432y$

Jusqu'à lors Sabah refusait de proposer une équation *que je crois juste?*
Bah justement y'en a pas trop.(118 Q) Elle en vient à faire une proposition:
Moi, je crois que j'ai trouvé un petit peu.(137 Q)
Elle signifie là que l'équation $x + 20y = 432y$ est plus cohérente à ses yeux que les précédentes écrites sur sa feuille de recherche à savoir $236x + 206y$ ou $2(x+y) = 432 + y$.

Sabah tente de justifier son écriture, elle ne semble pas faire une lecture réciproque, mais elle cherche à se souvenir de sa démarche initiale:

Alors moi j'ai mis x une personne /.../ y les oeufs.

Alors j'ai fait x, comment j'ai fait?

Puis, elle justifie le sens donné à $x + 20y$:

$x + 20y$ c'est à dire la personne qui a 20 oeufs de plus

L'écriture symbolique de Sabah correspond donc parfaitement à l'expression française qu'elle donne.

Ce n'est pas une lecture réciproque qui a lieu, Sabah ne peut donc repérer le problème du sens de son équation. Je lui propose donc moi-même un regard réciproque (140 Q):

El : "C'est normal, tu additionnes des personnes et puis des oeufs.

Sab : C'est pas possible ça, non mais

Saïd : Oui, mais après on passe là.

Sab : J'additionnes pas de toutes manières, je vais /.../ changer de camp.

Une fois de plus, face à un problème de sens la technique vient au secours. Aussi, j'insiste très lourdement sur l'étrangeté de la situation. Sabah maintient la contradiction, puis abandonne (154 Q):

El : Pourquoi tu m'as mis + si tu peux pas le faire ?

Sab : Bon je l'enlève, si vous voulez

El : [rires]

Sab : J'sais pas quoi, j'ai mis plus parce que j'ai mis plus.

Mais sinon, de l'autre côté, j'ai mis

Sabah fait semblant de céder, en fait elle poursuit son calcul qui, lui, justifie totalement sa démarche. Elle écrit

$$x = 432y - 20y \qquad x = 412y$$

Je relance à nouveau sur un regard réciproque (157 Q):

El : Alors si je résume, la 1ère personne égale 412 oeufs.

Sab : Ouais, c'est pas bon !

...

Sab : Il aurait fallu dire que les 2 personnes ont 412 oeufs.

En effet! Ce n'est pas **une** personne qui a 412 oeufs, mais **deux** personnes qui ont 412 oeufs. Le rejet est parfaitement cohérent avec le sens que Sabah a donné à son équation initiale.

Je retenterai un peu plus tard, un regard réciproque, mais en vain (185 Q):

*El : Est-ce que ça te gêne qu'une personne **égale** des oeufs?*

*Le **signe égal**?*

Sab : Bah oui, c'est, c'est plusieurs ... oh, ça me prend la tête ce signe.

Il n'y aura pas d'autres équations. Il y a trop de cohérence dans toutes ces erreurs pour que je puisse les faire basculer. Je leur propose donc de rentrer dans ma cohérence.

La recherche guidée

L'objectif de l'entretien est pour cette partie d'en finir avant que le découragement ne gagne. J'alterne donc indications et questions, essayant d'embarquer chacun dans la cohérence de la solution que **je** propose. Beaucoup de questions ouvertes me mèneront à donner des indications.

Le premier temps se déroule avec Sabah et Saïd, Aziz cherchant sa propre solution. Nous étudions les différentes étapes de cette phase en suivant **chronologiquement** l'argumentation et les errances qui mènent au résultat.

- Je relève une des toutes dernières phrases de Sabah et tente de l'exploiter, en omettant moi-même de modifier 412 en 432, ce que fera Saïd pour moi. J'écris donc: *les 2 personnes ont 412 oeufs.*

Ce que je relis en précisant le vocabulaire mathématique correct. Le nombre d'oeufs et non pas les oeufs est un détail qui satisfait ma bonne conscience!(170 Q):

El : Le nombre d'oeufs de la première, plus le nombre d'oeufs de la deuxième, ça fait 432

Sab : Bah ! voilà

El : T'es bien d'accord avec ce que j'ai écrit ?

Sab : C'est ça, c'est ça.

El : C'est limpide?

Sab : Ouais, ouais, c'est bon ça.

Certitude, clarté apparaissent dans les réponses de Sabah. Ce n'est plus: je crois, peut-être, ça peut pas être autre chose, bais, euh, si vous voulez

- Pour faire préciser les **inconnues**, je tente (195 Q):

El : Combien tu dis qu'elle en prend la 1ère ?

Sab : Elle n'en prend

Saïd : 20 de moins que

Sab : Elle n'en prend 20 de plus.

Saïd : On sait pas si c'est la 1ère ou la 2ème

Alors que j'attendais, "on ne sait pas justement, c'est une inconnue."

Fixer une dépendance artificielle de l'une par rapport à l'autre ne se fait pas spontanément.

- Cette séquence se répète. En vain. Je propose donc d'avancer. Que faut-il choisir pour inconnue? J'attends comme réponse, le nombre d'oeufs de la première personne, par exemple.

El : Bien, alors, j'ai une inconnue là dedans. C'est quoi l'inconnue?

Sab : C'est y, c'est x.

El : C'est x ?

Sab : Ouais.

Faible avancée, mais je fixe au passage l'utilisation d'une seule inconnue.

- Que va représenter x ? Je relance (203 Q):

El : T'appelles x, quoi?

Sab : x ? le nombre.

Saïd : Le nombre d'oeufs en plus.

El : Le nombre d'oeufs en plus? Non. Le nombre d'oeufs c'est combien ?

Saïd : C'est 20.

Sab : C'est 20.

Saïd et Sabah sont effectivement très loin de la notion d'inconnue, quantité non connue. J'avais pensé un instant que "le nombre d'oeufs en plus" signifiait "la personne qui a 20 oeufs en plus". Il n'est rien.

- Que va représenter x ? Je reprends (205 Q):

El : Alors qu'est ce que tu vas appeler x ?

Sab : x , j'appelle x

[Bref silence]

Sab : Le nombre d'oeufs d'une **seule** personne.

El : Oui, de laquelle, de la 1ère ou de la 2ème?

Sab : Peu importe!

Saïd : La 2ème, celle qu'en a pas (plus ?).

Sab : Non, d'une seule personne.

El : D'accord. x le nombre d'oeufs d'une seule personne.

Sab : Le nombre d'une, le nombre d'oeufs

Sab + Saïd : d'une seule personne

Sabah ne perçoit pas qu'une même inconnue ne peut représenter **deux** quantités différentes. Saïd se rallie à l'idée de Sabah, une fois de plus.

- Je repars de cette idée, espérant que la recherche d'une équation ferait immédiatement apparaître la nécessité de **distinguer** les personnes. Il n'est rien (220 Q):

Sab : Comme ça on peut faire x et $x + x$, ça va faire $2x$.

Donc après on pourra diviser ça par 2, donc ça fera ...

Non, non on peut pas le faire.

Saïd : 432 divisé par 2...

El : Pourquoi tu fais $x + x$? Parce que la 2ème c'est x aussi?

Sab : Oui, d'une seule personne.

La remise en cause n'a pas eu lieu.

- Je les mène donc moi même à **distinguer** entre les deux personnes.

El : Si y'en a une qu'en a x , l'autre, elle en a combien?

Sab : $x + 1$, ou j'sais pas quoi

El : x plus combien, l'autre ?

Saïd : $x - 1$

Sab : [rires]

Saïd : Bah, oui !

Pourquoi $x + 1$? Deux interprétations sont possibles:

- Soit Sabah tente sa chance, et Saïd lui répond, fixé sur l'idée qu'à l'autre il faut enlever.
- Soit Sabah réinvestit un apprentissage récent portant sur l'écriture d'un nombre entier n et le suivant $n + 1$, apprentissage repérable dans l'exercice "les nombres".

- Enfin, je sors de la neutralité qu'expriment la première personne et la deuxième personne, pour passer à une terminologie où je **fixe les rôles** (226 Q):

El : T'as la riche et la pauvre. Alors, la riche elle en a combien?

Sab : La riche elle a

Saïd : Elle a tous les oeufs, enfin, j'sais pas. Oh la la ...

El : Y'en a une qu'a

Saïd : Elle en a 226

Sab : [rires]

Saïd : C'est dingue ! Elle en a 226 l'autre.

La riche, la pauvre est un message qui est reçu, mais Saïd en a fait oublié qu'il s'agissait de résoudre le problème.

- Je replace donc les personnages dans le cadre algébrique (250 Q):

El : Alors, laquelle vous décidez d'appeler la riche?

Celle qu'en a x , c'est la riche ou la pauvre chez vous?

Sab : Moi, c'est la pauvre.

El : Toi, c'est la pauvre. Si c'est la pauvre qu'en a x , l'autre elle en a combien?

Sab : $x + 1$

El : x plus combien ? Elle en a qu'un seul de plus?

Sab : non, $x + 20$ alors

El : $x + 1$ ou $x + 20$?

Saïd : Vas-y tu dis quoi?

El : Tu dis quoi?

Sab : $x + 20$

Saïd : J'l'ai dit tout à l'heure $x + 20$

Le passage de x à $x + 1$ est effectivement prégnant. C'est ici la lecture réciproque de l'information qui rétablit le résultat.

Remarquons que Saïd s'exclame "J'l'ai dit tout à l'heure $x + 20$ ". Effectivement, au début de cette résolution il avait proposé :

le total étant de 432, l'un en ayant 20 de plus: $x = 432$ $y + 20$

Cette parcelle d'information était juste.

- J'écris alors :

la riche	la pauvre
$x + 20$	x

et les incite à placer les éléments manquants, +, =, 432.

Ceci se fait aisément et mène à: $(x + 20) + x = 432$.

- Sont-ils satisfaits ? J'imagine que oui (463 Q):

El : Ca vous plaît ça?

Sab : **Mais non** parce qu'il faudrait ... attends

Ce qui ne va pas à Sabah, c'est qu'elle ne sait pas si ça fera ce qu'il faut, c'est à dire 206 et 226. Elle poursuit:

El : Non ? Pourquoi ça ne va pas?

Sab : + x , attends, égal 432, ça fait

Saïd : $2x$

Sab : ça fait $2x$ plus

Saïd : égal 432

Sab : après $2x = 432 - 20$. Oh, ça peut être bon!

- La validité de la mise en équation va dépendre du résultat qui va être trouvé. Le calcul se poursuit donc:

Saïd : 432 mais 20, ça fait 412

Sab : 412

Saïd : divisé par 2, ça fait 206

Sab : ça fait 206. **Bais, voilà!**

"Bais voilà" atteste que pour Sabah le raisonnement est valide, ce n'est plus "ça peut être bon". Saïd et Sabah poursuivent alors jusqu'au retour à la case départ et Sabah complète sur sa feuille:

"une personne a 206 oeufs et l'autre en a 226".

Et Sabah s'exclame: **Comment je cherchais ça! ça me prenait la tête!**

- Enfin la satisfaction :

El : Ca, ça te plaît toi Sabah?

Sab : Oh, ça oui!

El : Elle est convaincue.

Saïd : Moi aussi, j'aime bien ça!

Saïd et Sabah sont convaincus. Ils sont sortis du brouillard. Ils exposent alors eux-mêmes cette solution à Aziz, prouvant ainsi qu'ils se la sont appropriés. D'ailleurs, ils répondront à Aziz qui dit que la difficulté est d'imaginer :

Saïd : C'est pas imaginer, faut juste te mettre un plan dans la tête.

Sabah : C'est pas imaginer, faut trouver les inconnues, quoi c'est tout.

Sabah et Saïd ont adhéré à la démarche et ont fait leur sa cohérence.

L'ensemble de toutes les résistances pourrait sans doute être encore analysé plus finement. Le **lien de dépendance** entre les deux personnes semble être un obstacle majeur. Nous rejoignons en cela la réflexion menée à partir de l'entretien du deuxième groupe. La pensée semble se stabiliser à partir du moment où la terminologie précise les rôles: la riche et la pauvre. Par ailleurs, qu'est ce qu'une **inconnue**? Il ne semble pas que ceci soit clairement perçu.

L'équation parallèle d'Aziz

Aziz a, pendant que je proposais à Saïd et Sabah de rentrer dans ma démarche, élaboré sa propre solution. Il a repris la démarche arithmétique, certes en modifiant quelque peu les calculs puisqu'il écrit

$$432 + 20 : 2, \text{ au lieu de } \frac{432-20}{2} + 20.$$

On trouve sur sa 1ère page:

206
$432 - 20 : 2 = x = \text{pers qui a 20 de plus}$
$432 + 20 : 2 = y = 226 \quad \text{- que l'autre}$

Aziz a au fur et à mesure de la conversation avec Sabah et Saïd, intégré quelques morceaux de ce que je proposais, et astucieusement "recollé le tout".

On trouve sur sa 2ème page

432	$= (432 - 20 : 2 = 206) = x + y = (432 + 20 : 2)$
432	$= x + y$
	$\text{pauvre} \quad \text{riche}$
	$= \text{personne}$

Un véritable patchwork, que je porte à la critique collective (290 Q):

El: Alors, est-ce que ça c'est correct comme écriture?

Sab : Moi, je préfère celui-là: →

Moi, je préfère ça

Sab : Ca c'est plus simple, c'est plus

Aziz : Disons que ça, ça peut se simplifier aussi.

Hein, ça peut se simplifier, parce que y'a 2 fois 432, y a 20, /.../

y a divisé par 2. On peut le simplifier aussi.

Il s'agit de:

$$x + (x + 20) = 432$$

Aziz ne voit pas, ne veut pas voir la **différence** (280 Q):

*Ouais ils ont fait presque pareil que moi,
sauf que moi j'ai fait une autre méthode.*

Il trouve là un argument pour défendre sa solution (peut-on parler d'équation?). Le sens de la simplification qu'utilise Aziz, ne manquerait pas d'intérêt à être analysée. Nous n'avons pas la matière suffisante pour le faire ici. Ici elle fait écho à l'idée de simplicité.

La démarche d'Aziz a sa cohérence propre, mais elle est loin, très loin de ce qui se nomme démarche algébrique. J'abandonne vite la piste qu'il propose et lui demande de rentrer dans la cohérence de $x + (x + 20) = 432$. Sabah et Saïd explique la démarche. Rapidement Aziz s'en empare et parvenu à $2x + 20 = 432$, il s'exclame (332 Q):

Oh ! c'est pas mal ça

et après avoir inscrit 206 et 226 (335 Q):

Ouais, c'est pas mal ça, c'est plus rapide

Moi c'que j'ai fait, c'est un peu trop long.

Comme Sabah, Aziz commence à être convaincu quand il sent qu'il va parvenir au bon résultat. Aziz a "compris" ce que j'ai proposé, il est rentré dans ma démarche (juste, puisque le résultat est juste) mais il n'a pas remis en cause la sienne ... et, qu'a t-il compris ?

Au terme de l'analyse détaillée de cette partie de l'entretien, citons les propos de Sabah qui soulignent la disparité entre l'effort produit une heure durant, et la difficulté que Sabah reconnaît (306 Q):

C'est ça que je cherchais !

Je cherchais, j'avais voulu mettre $x + 20$

Et ce mot de la fin :

Sab : Moi, je me prends plus la tête avec ça.

El : C'est terminé pour toi?

Sab : Ça y'est. C'est fini.

FIN

Le rapport au savoir

Comme nous l'avons fait pour chacun des groupes précédents, nous nous proposons ici de préciser ce que nous semble révéler les "oeufs" dans le rapport que chacun entretient avec le savoir.

Le profil de Sabah.

Sabah est confiante en ses capacités. Elle se bat, accepte ses échecs mais demeure persuadée qu'elle peut y arriver. On retrouve ceci dans tous les exercices qui constituent ces entretiens. elle est passionnée. En maths, dira-t-elle au cours des entretiens, "j'aime tout" (145 R, 400 S) ; particulièrement, travailler avec des x "c'est class" (410 S). Elle trouve ici un espace de parole pour se dire, pour me dire.

Mais de ses dires, de ceux des enseignants, passion et concentration ne vont pas toujours de pair pour Sabah ... Sabah fait, et elle fait au plus vite. Elle fait sans recul sur sa production. C'est l'action qui valide ce qu'elle produit, ceci est très manifeste dans la première étape de vérification.

Mais cette seule explication de la primauté de l'action sur l'analyse ne peut suffire.

Sabah prouve dans cet entretien qu'elle est capable de s'interroger, de faire valoir des arguments pertinents, inattendus, de remettre en cause ses conclusions ...

Cependant la logique mathématique n'est pas le mode de pensée de Sabah : elle juxtapose des arguments, parfois de nature fort différente, et elle en retient certains pour établir ses conclusions.

Sabah dira pour conclure la recherche de cet exercice :

"On a trop paniqué.

On faisait trop logique.

On s'est pas pris la tête.

On a pas cherché bien". (341 P).

Vitesse, action, concentration, raisonnement ... Tout y est ... ou presque.

Le profil d'Aziz.

Aziz se fait confiance, la confiance est d'ailleurs une valeur qu'il invoque face aux autres. A priori, toute chose lui semble facile, il envisageait d'ailleurs une première S, parce que "au collège c'était facile ; mais au lycée ... "

Aziz est mené par l'action : tu fais, c'est comme ça, ça ne peut pas être autrement, faut pas chercher à comprendre ... Les mathématiques sont pour Aziz un lieu de certitude absolue, d'unicité. Elles sont linéaires, mécaniques, indiscutables ... Et si, par malheur, celles-ci prêtent à discussion, ce ne sont plus des mathématiques ... Cela devient du domaine de l'imagination.

Face aux difficultés qui peuvent surgir, Aziz met donc en place diverses stratégies d'évitement : il change de point de vue en "regardant en gros" et pas dans le détail, sortant ainsi complètement de sa logique déductive. Il minimise ses difficultés, ou encore refuse de les reconnaître. En conséquence, changer de cap, porter un regard critique sont des activités intellectuelles très loin du fonctionnement d'Aziz.

Le profil de Saïd.

Dans cet entretien, Saïd est discret, à l'écoute des uns et des autres, prêt à changer d'avis, particulièrement sous la pression de Sabah. Cependant il fait avancer le débat : il fait, il calcule, il observe les nombres et il trouve. Saïd trouve ici sa place.

Cependant les difficultés de Saïd ne sont pas moindres en mathématiques, comme ailleurs. Saïd dit qu'il a toujours eu des difficultés en mathématiques. Il le vit mal : à une remarque anodine, il rétorque "dites tout de suite que je suis nul" (354 S) mais reconnaît par ailleurs être complètement dépassé par ce qui se fait en classe.

La maîtrise du domaine algébrique est loin d'être acquise. Mais dans le domaine numérique, il est à l'aise, comme il le prouve. Ce sont des objets qui lui sont suffisamment familiers pour arriver à exercer dessus une activité déductive. face à l'exercice des "nombres" proposé ultérieurement, il précisera "Ca va aller, y'a des nombres" (650 R) et conclura "celui-là, je l'ai mieux compris, mieux maîtrisé". (426 S).

L'accès à l'argumentation mathématique est difficile. Saïd maîtrise très mal la langue. L'expression et les idées développées sont confuses; le raisonnement arithmétique et la mise en équation en souffrent bien évidemment. L'articulation des idées nécessite un long temps de maturation, ... mais elle peut avoir lieu, les "oeufs" le prouvent.

CONCLUSIONS

L'entretien.

Si l'on considère que mon objectif premier était de faire en sorte que les quatre heures d'entretien proposées à chacun des élèves aient effectivement lieu et que **l'implication** de ceux-ci soit réelle nous ne pouvons que constater qu'il a été atteint. La volonté, l'acharnement de tous à trouver la solution de chaque exercice, la vigueur des débats du troisième groupe, en sont la preuve.

Si par contre, l'on se réfère à ce que pouvait être le projet de départ sur le **type d'animation**, nous en sommes fort loin.

Rappelons qu'en début d'entretien, je projette d'alterner des phases d'autonomie pour la résolution de l'exercice, plus centrées sur le savoir, avec des phases de questionnement plus centrées sur le rapport au savoir. Un jeu de consignes et de "fiches d'aide" devait permettre un tel déroulement. Il n'en fut rien, absolument rien.

Précisons ici ce qui m'amène à ce changement radical. Le premier exercice de l'entretien "les boules", vite résolu par tous, me permet lors de l'échange sur les démarches de résolution, de repérer les diverses personnalités. J'adapte donc d'emblée mon projet initial pour les deux premiers groupes. Je retiens pour le premier groupe la peur et la timidité de l'une des élèves, pour le deuxième le dysfonctionnement prévisible entre une élève renfermée et l'autre exubérante. J'adopte en conséquence pour ces deux groupes une démarche très directive.

Elle sera tout autant directive pour le troisième groupe, mais par adaptation progressive face aux obstacles qu'ils rencontrent dans la résolution du problème.

Le projet d'alternance **autonomie-questionnement** ne prenait pas en compte certains éléments apparus plus clairement à l'analyse.

Le découpage, un temps pour le savoir, un temps pour le rapport au savoir, ne tient pas compte de l'imbrication permanente de ces deux aspects. L'information obtenue sur le vif par un questionnement approprié n'est pas le même que celui obtenu avec du recul.

Par ailleurs, le rapport personnel au savoir, lui même fortement lié à la personnalité, ne rend pas tout élève susceptible d'établir avec tout autre une relation intellectuelle qui soit productrice de savoir.

Et si débat autonome il y a, comme dans le troisième groupe, il se heurte à des obstacles que ces élèves ne parviennent pas à franchir sans aide extérieure. Par eux-mêmes, ils n'interrogent pas ce qu'ils produisent, ne sélectionnent pas les arguments déterminants ; c'est d'ailleurs là une des composantes de leur rapport au savoir. L'avancée ne se fait que par un questionnement extérieur... et encore, lorsque le questionnement abouti !

Le **questionnement** joue un rôle central. Celui-ci n'a pas toujours été pertinent, plusieurs remarques faites dans les analyses des transcriptions le signale. Il nous a été possible d'en préciser les objectifs : (voir p 3-4)

Lors des phases d'apport spontané des élèves, l'objectif du questionnement est de me permettre de relever les obstacles qui surviennent spontanément face au problème, et de leur permettre de produire du savoir - même si celui-ci est bancal - et de le questionner.

Lors des phases guidées, l'objectif est de me permettre de repérer les obstacles à l'accueil d'un apport mathématique extérieur à eux-mêmes, et de leur

permettre de rester motivés par ce travail, pour le plaisir d'apprendre où la rage de vaincre.

Ce questionnement, parfois intensif, n'atteint pas toujours son but, essentiellement lorsqu'il vise un savoir inexistant ou trop enfoui chez l'élève. Réciproquement, il est malhabile, confus ou inexistant lorsqu'il doit s'exercer sur une manière de penser de l'élève dont je n'avais jamais soupçonné l'existence.

Le questionnement peut aussi être mal venu, ou mal ciblé. Il court-circuite hélas une idée ou une démarche qui aurait pu être intéressante.

Mais globalement, le questionnement atteint son objectif. Il visait, pour ce qui est du savoir, à apporter des informations dans le domaine **algébrique**. La dynamique aurait été autre en voulant explorer la maîtrise des démarches arithmétiques. L'absence de cette exploration est ici ressentie comme un manque, mais il fallait choisir. Ce qui motive l'élève, c'est de trouver la solution du problème, ce n'est pas d'explorer des démarches, nous y reviendrons à propos de la vérification.

Mon questionnement mène, semble-t-il, l'élève **là où je veux**. Ne nous y trompons pas. Certaines questions ne mènent nul part, d'autres font illusion. L'élève semble prendre la trajectoire que je lui propose. En fait, s'il n'a pas ébranlé ses certitudes antérieures, il y a cohabitation, et par le jeu d'une logique non déductive, il en revient à sa certitude initiale.

Illusion dans la démarche... **illusion de vérité**? Nous postulons dans ce type d'entretien que l'élève dit ce qu'il pense, et qu'il parle en vérité. Mais nous avons pu noter que cette vérité était sujette à des fluctuations, à des réserves, délibérées ou non... particulièrement dans les réponses portant sur le rapport au savoir.

Vérité toute relative, aussi, bien sûr, dans l'interprétation faite par moi même de cet entretien. La recherche d'objectivité ne peut empêcher que chacune des analyses proposées se trouve élaborée dans un cadre affectif et un système de pensée qui m'est propre.

Le jeu de questions - réponses utilisé dans cet entretien, appartient au **contrat** scolaire ordinaire. Par contre, mon rôle, le rôle des élèves avait été clairement précisé au début de l'entretien et est respecté; il y a là véritablement un changement de contrat : les élèves n'attendent pas ici que la vérité leur soit révélée. En effet:

- Ils ne me demandent quasiment jamais si ce qu'ils font est correct.
- Ils reçoivent mes questions sur la validité de ce qu'ils écrivent comme de vraies questions, et non pas comme une manière de signifier que c'est faux.
- Ils entendent bien mes approbations, ou mes reprises de leurs propos comme la marque d'une écoute de ce qu'ils produisent, et pas comme des vérités énoncées.

On sort donc là de la coutume.

Par contre le respect des **consignes** pour chaque exercice leur paraît tout à fait étranger. Il est vrai que je n'insisterai pas. Le passage du statut d'enseignant à "observateur" se fait, mais je demeure l'adulte chargé de l'avancée et de la cohérence du groupe.

Ainsi, l'exploration des **conditions favorables à l'autonomie** des élèves dans un travail collectif, me semble devoir prendre en compte, outre la coutume et les ruptures de contrat, la présence ou non d'un adulte dans l'environnement, la nature des relations intellectuelles établies entre les élèves concernés, l'existence de questionnements proches sur le savoir. Il serait intéressant, à partir d'autres situations d'entretien, d'aller plus avant dans cette réflexion sur les conditions favorables à l'autonomie.

Nous mettons un point au regard porté sur la technique de l'entretien, en soulignant qu'il prend appui sur une situation -"les "oeufs"- qui remplit parfaitement la fonction qui lui était assignée, et même mieux que prévu! Certes il n'y a pas eu autonomie, mais la dévolution du problème a eu lieu et nous a livré de nombreuses informations que nous précisons maintenant.

Avant cette étape, mentionnons deux problèmes techniques mal pris en compte pour le déroulement d'un tel entretien : l'absence de traces de ce qui se fait avec la calculatrice, le manque de consignes concernant la présentation pour la feuille de recherche : un peu d'ordre aiderait à une meilleure exploitation.

La Vérification

La vérification était, initialement, conçue comme le levier naturel de la remise en cause du résultat erroné (196/236) qui serait probablement donné. Les tests préalables avaient mis en évidence que les élèves n'y avaient pas recours spontanément. Aussi l'une des consignes fixées à cet exercice, précisait cette exigence. Or, cette même exigence, utilisée dans le test "math - éco", n'avait pas semblé efficace. La vérification semblait donc devoir soulever des problèmes...

Une attention particulière a été portée à la vérification au cours de l'entretien, et pour le troisième groupe, elle est même apparue comme la difficulté majeur. L'analyse nous a permis de mieux cerner les difficultés sous-jacentes à cette activité, elle nous amène donc vers de nombreuses remarques et questions.

Vérifier c'est, pour l'élève, comparer son résultat à celui de ses -ou son-voisins, ou, et, puis, selon les cas, s'assurer, en relisant ce qu'il a écrit, qu'il n'y a pas d'erreurs grossières, de calcul essentiellement.

Vérifier, c'est aussi, dans le meilleur des cas, s'assurer que la **somme** est 432.

Quel rôle précis joue ce travail de vérification que fait l'élève ? Un travail de vérification n'est pas ici **nécessaire à la validation** mais il est suffisant. Or, selon les situations, certaines vérifications, sont suffisantes à la validation, d'autre ne le sont pas. Il serait intéressant me semble-t-il de confronter les conséquences que tirent les élèves de leurs vérifications, à leur maîtrise des conditions nécessaires et/ou suffisantes.

Alors que j'insiste lourdement sur la "nécessité" de vérifier, aucun élève n'en vient spontanément à contrôler l'**écart**. Comment "révéler" aux élèves ce que recouvre l'exigence dont je parle? Je parviens péniblement dans le premier groupe à formuler ce que je veux. Preuve que pour moi même cette activité est un savoir-faire global, mal analysé: "je relis l'énoncé et je regarde si ce que je trouve, colle bien". C'est évidemment sans effet. J'impulse alors, moi-même, une attention particulière aux deux aspects : **la somme et l'écart**.

Ce faisant, **la nature du problème change**. L'explicitation de la vérification me mène à pointer les deux exigences qui sont le noeud des difficultés de l'élève :

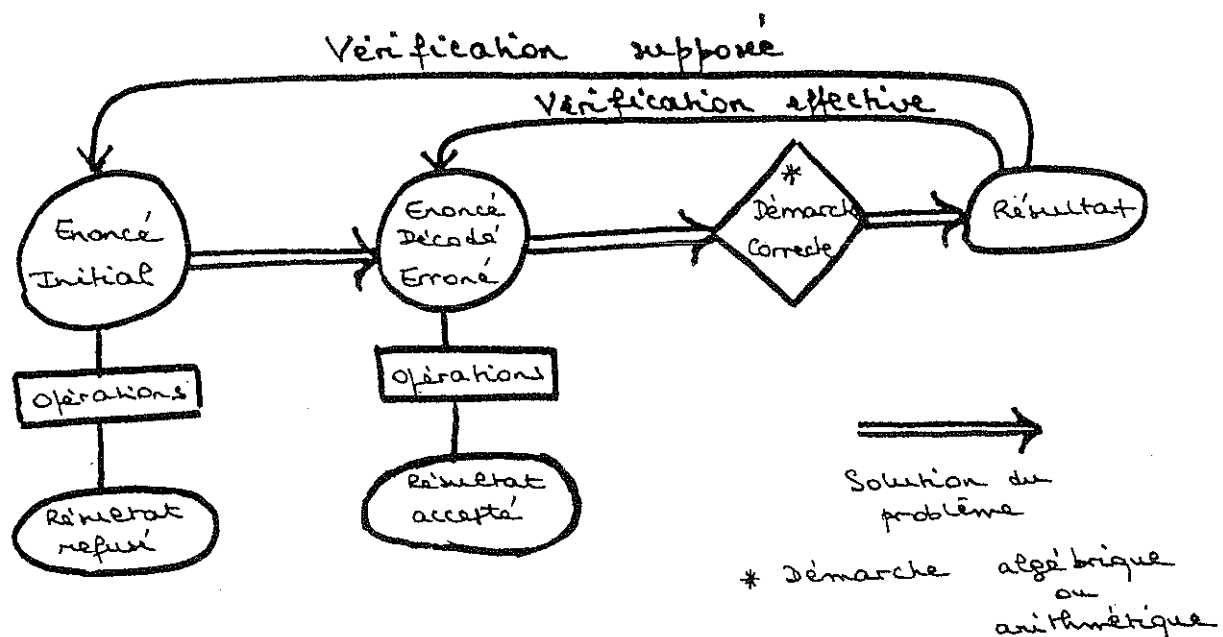
- repérer explicitement l'existence de deux exigences, les disjoindre.
- décoder la phrase "20 oeufs de plus que l'autre" en terme d'opérations, addition ou soustraction.

Ce n'est donc plus le problème " des oeufs " que cherchent les élèves après le **décodage** de l'énoncé. Le problème est devenu: "trouver deux nombres tels que la somme soit 432 et la différence 20". Les élèves travaillent alors sur le **numérique pur**, et l'expriment occasionnellement dans le décor adéquat. Ce n'est pas un raisonnement arithmétique qui produit des opérations, mais les opérations qui produisent un discours de type arithmétique: -20 devient "j'enlève 20 oeufs à l'un" et +20 "je rajoute à l'autre".

Mon intervention propose un certain décodage de l'énoncé, à savoir $S=432$ et $D=20$; nous parlerons d'**énoncé décodé**. Analysons plus précisément son rôle.

Supposons qu'une recherche ait permis de produire un certain résultat. La vérification est supposée être effectuée à partir de l'énoncé initial; elle consiste à effectuer une ou des opérations élémentaires avec ce résultat. En réalité la vérification opère à partir de l'énoncé décodé. Elle permet d'établir que la démarche utilisée à partir de l'énoncé décodé produit un résultat valide pour cet énoncé. En l'absence du décodage $S=432$ et $D=20$, c'est à dire pour un décodage erroné, le travail de vérification ne permet pas l'exclusion des résultats erronés. La vérification effectuée se situe dans le même cadre de pensée que celle qui a produit le résultat.

Le décodage joue donc un rôle central tant dans la recherche de la solution que dans la vérification, or cette étape est extrêmement complexe pour les élèves, nous l'avons vu. Nous proposons un schéma qui éclaire notre propos.



La solution d'un problème et la vérification d'un résultat.

Mais, revenons en, à la **dynamique de la vérification**. Les élèves ont pour résultat (236 / 196) et je pointe l'exigence d'avoir un écart de 20 entre ces deux nombres. Les comportements sont alors divers suivant les groupes. En effet, l'exigence de l'**écart** a un argument concurrentiel : la **démarche**, celle qui a permis de produire (196 / 236) . Ces deux arguments s'affrontent. L'affrontement dure plus ou moins longtemps, avant d'arriver à l'exclusion de (196 / 236).

Qu'est-ce qui **favorise** cette exclusion, qu'est-ce qui l'en **empêche**?

La **raison centrale**, nous venons de le souligner, et nous le retrouverons à propos de la résolution algébrique, tient à la **primauté de l'action qui produit**, sur la nature ou la valeur de ce qui produit. L'interrogation sur la production -le contrôle- n'appartient pas aux habitudes de l'élève; le poids de cette absence d'**habitude** mériterait d'être analysé de plus près. Pour la situation présente, la difficulté à exclure la solution erronée qui a été proposée, trouve plus ou moins, son explication dans d'autres raisons que nous tentons de décrire.

Des raisons psychoaffectives : le degré de confiance en soi, d'entêtement, de combativité. Ces raisons sont loin d'être négligeables, dans la mesure où nous avons souligné combien elles influaient sur le rapport au savoir. Elles sont donc sous-jacentes aux raisons que nous nommons intellectuelles.

Nous avons pu repérer trois **raisons intellectuelles** pour faire obstacle à l'exclusion de (196 / 236) ou à la reconnaissance de (236 / 226).

- **Le degré d'adhésion à la démarche arithmétique initiale.**

La validité de la solution initiale n'est pas ressentie par tous les élèves de la même manière. Certains mesurent le flou qui entoure la démarche qu'ils ont adoptés, alors que d'autres ont une certitude inébranlable en la validité de leur raisonnement. Ces derniers refusent donc d'envisager que la solution puisse être autre. A l'opposé, pour Aïcha qui n'est pas parvenue elle-même à la solution, la remise en cause est immédiate.

- **Le type de logique utilisée.**

Nous avons analysé de près comment Sabah opérait: elle accumule des arguments, parfois de nature fort différentes, les juxtapose, opère une sélection et retient l'un ou l'autre. Aziz pour sa part change de cadre: il regarde, et il regarde ce qui l'intéresse. Nous sortons là totalement de la logique déductive.

- **La représentation de l'activité mathématique.**

Un problème de mathématique peut se résoudre par plusieurs méthodes (algèbre, géométrie, arithmétique...), ils semblent unanimes. Mais...un problème de mathématiques peut-il avoir plusieurs solutions?...avec ici l'ambiguïté du mot "solution". Pour une même cadre -ici l'arithmétique- peut-il y avoir plusieurs démarches pour arriver à un résultat? Deux calculs différents peuvent-ils donner des résultats égaux ? Ce problème d'**unicité** et les problèmes d'articulation entre résultats et démarches jouent un rôle essentiel pour Aziz et Sabah.

D'autres raisons existent probablement. Nous n'avons pas pu déceler, par exemple, pourquoi Saïd a besoin d'un temps de maturation si long pour articuler, la question "a-t-on $196+20=236$?" et la constatation " $196+20=216$ ", avec la conséquence " $196+20 \neq 236$ ".

La démarche algébrique.

Il nous semble possible, au terme de l'analyse des difficultés rencontrées par chaque groupe lors de la démarche algébrique, de cerner trois types de difficultés, difficultés qui pour chaque élève s'expriment au sein d'une activité qui a une **représentation** propre.

- Les difficultés liées à la **production** de l'équation. Elles sont clairement mises en évidence dans cet entretien, nous les avons envisagées au préalable.
- Les difficultés liées au **contrôle**. Nous avons envisagé le contrôle sous l'angle de la lecture réciproque. En fait, ce n'est pas ainsi qu'il se réalise; nous essayerons donc de comprendre les exigences d'un contrôle par lecture réciproque.
- Les difficultés liées à la **nature de la démarche algébrique**. Nous n'avons formulé aucune hypothèse quant à l'existence de ces difficultés. Un travail d'investigation complémentaire reste à faire.

Ces difficultés ne vont pas sans interagir entre elles.

Les représentations de la démarche algébrique.

Pour chacun des élèves qui participent à ces entretiens, la démarche algébrique correspond à une expérience différente, d'enseignement et d'apprentissage, de réussite et d'échec,.... La manière dont l'élève **entre en relation** avec ce savoir varie donc suivant la **représentation** qu'il a de celui-ci.

Nous avons pour chacun des élèves relevé une phrase qui nous semble être le reflet de cette relation. Ces phrases sont, soit une expression spontanée des élèves, soit une réponse à notre questionnement sur leur état d'esprit face à un travail algébrique.

- Collange qui vit les mathématiques comme un jeu de hasard, dit: **"Les x et les y, c'est pas réel."**
- Antunes est toujours préoccupée de la validité de ce qu'elle formule; elle dit: **"Je préfère avec $A(x)$ = quelque chose que l'on me donne."**
- Aicha, très attachée aux situations de référence, attaque d'emblée "les oeufs" par une démarche algébrique: **"C'est comme l'âge des personnes."**
- Nadia manque d'assurance: **"J'essaie d'éviter les x et les y"** Mais puisqu'on lui propose, elle s'en empare et, qui plus est, réinvestit les compétences acquises d'un exercice sur l'autre.
- Fatiha est très désabusée, **"Pourquoi pas...ça ou autre chose"**. Devant fournir un effort personnel, elle se trouvera en difficultés et dira en fin d'entretien ne pas aimé ce genre de problèmes.
- Sabah qui maîtrise parfaitement le calcul algébrique s'esclaffe: **"Les x, c'est class!"**. Toujours passionnée, elle se battra longuement pour parvenir à écrire $y=x+20$.
- Aziz, toujours confiant en lui-même, affirme: **"C'est facile."** La recherche sera extrêmement laborieuse et refusant de voir ses erreurs, il conclura "c'est presque ce que j'avais fait"
- Saïd sait qu'il échoue régulièrement avec le calcul algébrique, il est très réservé sur son amour pour ce genre de problème: **"Ca dépend. Faut que je le sente."**

Ces propos nous donne accès à la relation que ces élèves entretiennent avec la démarche algébrique. Pour accéder à leur **représentation**, il faudrait compléter cette **composante affective** par la **composante cognitive**: quels sont les savoirs et savoir-faire propres à l'élève dans ce domaine?, et par la **composante métacognitive**: Quelles sont les fonctions que l'élève attribuent à ces savoirs?

Ces deux dernières composantes apporteraient des éléments de réponse à la question: quelle **conception** l'élève a-t-il de la démarche algébrique?

La nature de la démarche algébrique.

"Avec ce **genre d'énoncés**, il faut (ou on peut) utiliser des équations" . Ceci semble un savoir acquis de tous. Mais pourquoi les utiliser ? Ceci semble beaucoup plus confus.

Pour le premier groupe, qui cherche à trouver deux nombres connaissant la somme et la différence, remplacer la méthode par "essais et erreurs" ou "tâtonnement", par une démarche algébrique ne paraît pas naturel.

La démarche algébrique consiste à travailler sur de l'**inconnu** pour trouver du **connu**. Or, certains élèves, qui n'ont pas acquis la confiance en cette démarche, ne s'autorisent pas à s'aventurer dans cet univers fait d'inconnu, ce qui est parfaitement concevable. Cette difficulté, qui s'explique dans le cadre du rapport au savoir, serait à approfondir.

En ce lieu, nous étudions les obstacles rencontrés par les élèves pour gérer des informations inconnues, ces deux derniers mots portant en eux-mêmes, la complexité à laquelle se heurte l'élève

La cohérence des équations produites.

Nous avons à de très nombreuses reprises montré que les équations proposées par les élèves étaient porteuses de la représentation ou de la formulation que les élèves avaient du problème. L'élève travaille avec un énoncé "décodé", que nous qualifions "d'erroné". En général celui-ci comporte une information précise "le total est 432", et une autre qui demeure confuse "il y en a 20 oeufs quelque part".

Pour chacune des propositions, nous avons proposé un schéma ou une phrase, pouvant expliquer comment l'élève en était venu à une telle équation. Nous ne pouvons que constater qu'au delà de l'apparence, il y a beaucoup de cohérence dans ce qu'il propose, même si parfois ce sont des parcelles de cohérence accolées les unes aux autres.

Pour l'élève *écrire une équation, c'est écrire en abrégé sa perception du problème*. Il use à cette fin d'un symbolisme mathématique auquel il fait jouer un tout autre rôle que celui qui lui est conféré dans l'activité mathématique. La multiplicité des sens accordés au signe = en est la preuve.

L'élève n'a pas conscience qu'il sort ainsi du cadre dans lequel les objets mathématiques prennent sens. Bien au contraire, c'est la possibilité d'une activité mathématique - ici la possibilité de résoudre une équation - qui justifie, aux yeux de l'élève, l'équation qu'il propose.

La perception du problème initial peut produire des équations qui sont à plus ou moins grande distance du sens mathématique. Donnons en un exemple :

Pour Collange $\begin{array}{c} \boxed{x} \\ +20 \end{array}$ $\begin{array}{c} \boxed{y} \\ -20 \end{array}$ et on a $x + 20 = y - 20$

Pour Saïd $412 \text{ oeufs} \rightarrow 2 \text{ pers}$ et on a $412x = 2$

L'approximation du vocabulaire, la juxtaposition, sans véritable articulation des idées, sont caractéristiques de la confusion avec laquelle ces élèves s'expriment et organisent leur pensée. La confusion avec laquelle l'élève pose le problème ou la formule va de paire avec l'équation qu'il fournit.

Il y a donc **cohérence** au sein de la **confusion**.

La lecture réciproque.

Je fais tout au long de l'entretien l'hypothèse que c'est une lecture réciproque qui permettra à l'élève de rejeter l'équation qu'il produit. Il n'en est rien. Analysons pourquoi.

J'appelle lecture réciproque d'une équation, l'expression verbale de ce que signifie l'équation, en donnant au symbolisme le sens mathématique communément établi. Elle est conçue comme moyen de repérer si l'équation produite pour modéliser la situation est pertinente ou non. En fait, cette activité est très éloignée de celle de l'élève, elle est celle du professeur qui contrôle si l'équation que lui propose l'élève est "bonne".

Quels sont donc les obstacles que rencontrent l'élève dans cette activité? Nous en avons repéré quelques-uns.

Il y a en effet, plusieurs paliers à franchir pour parvenir à la lecture réciproque: il faut contrôler, et contrôler comme il faut. Or **le contrôle** n'est possible que sous deux conditions :

1/ - Eprouver le **besoin** de contrôler ce qui a été produit. Ce besoin est très variable suivant les lycéens; le rapport au savoir d'Antunes et d'Aziz éclaire particulièrement ces différences.

2/ - Trouver une **forme** de contrôle qui ne soit pas la répétition de ce qui a été fait pour produire l'équation. Le fait d'avoir une équation qu'ils sachent résoudre, ou un résultat plausible, sont des moyens de contrôle largement utilisés par ces élèves. Les critiques à l'encontre de $412x = 2$ révèlent encore d'autres contrôles possibles, mais aucune approche ne place le contrôle dans la lecture réciproque de l'équation proposée; il s'agit de regards et d'arguments parcellaires... pour certains suffisants pour justifier le rejet de $412x = 2$.

La **lecture réciproque**, telle que nous l'envisagions est une **forme particulière de contrôle** qui comporte au delà du besoin de contrôler, plusieurs exigences:

1/ - Sortir du symbolisme utilisé pour la démarche de production pour se placer dans le cadre du langage mathématique.

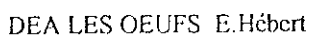
2/ - Repérer et maintenir la signification attribuée aux inconnues au cours de la production.

3/ - Reconstituer un sens à l'équation proposée en transférant les opérations indiquées en terme d'activités opérant sur des quantités (faire la somme, trouver le total) .

4/ - Parvenir à formuler en français le sens ainsi donné.

5/ - Comparer celui-ci à l'énoncé initialement proposé.

Les différentes formes de contrôle des équations produites.



La lecture réciproque est donc un moyen de contrôle qui pour être efficace doit être détaché de la production de l'équation. Ceci est d'autant plus difficile que l'élève est impliqué dans sa production initiale, et incapable de s'en distancier. Le rapport au savoir de l'élève n'est pas sans répercussion sur cette implication et cette distanciation.

La lecture réciproque est donc une activité comportant de multiples difficultés que nous avons sous-estimé... De même que nous avons sous-estimé les multiples éléments de pensée qu'il convient de coordonner pour parvenir à une modélisation du problème.

Les modèles algébriques attendus.

Il y a deux modèles algébriques possibles pour un tel problème. Nous essayons de préciser ce que chacun comporte comme démarche de pensée.

1/ x désignant le nombre d'oeufs d'une personne:

$$x+(x+20)=432$$

Il convient ici de reconnaître le lien de dépendance entre x et $x+20$ et de le faire opérer dans une idée principale $S=432$, cette dernière fournit l'égalité qui fonde l'équation.

2/ x désignant le nombre d'oeufs de l'une des personnes

y désignant le nombre d'oeufs de l'autre personne:

$$\begin{array}{l} 2/ \quad \begin{cases} x+y=432 \\ y=x+20 \end{cases} \quad 2bis/ \quad \begin{cases} x+y=432 \\ y-x=20 \end{cases} \end{array}$$

Il faut alors repérer deux idées autonomes "un total de 432" et "un écart de 20", puis articuler ces deux idées en un système d'équations. La deuxième équation nécessite la reconnaissance d'une relation fonctionnelle soit $y=x+20$ de type $y=f(x)$ soit $y-x=20$ de type $f(x,y)=20$, relations dans lesquelles x et y ne jouent pas des rôles symétriques.

Les obstacles à cette modélisation.

Le travail préalable à la mise en équations est à notre sens le **repérage des inconnues**. En fait, certains élèves ne procède pas ainsi. S'appuyant sur leur perception du problème, ils donnent avec un symbolisme qui leur est propre une abréviation de celui-ci. Ils produisent une équation puis à ma demande essaient de préciser ce que sont les inconnues. Ils fonctionnent en alternant le symbolisme de production, très loin du symbolisme mathématique, avec ce dernier (20 oeufs devient $20x$, qui devient $20xx$, qui devient $20+x$). Ceci s'accompagne de contradictions dont ils ne sortent pas, quant à ce que représentent x et y : des oeufs, des personnes, un nombre d'oeufs....."la personne, c'est compris qu'il y a des oeufs avec."

Par ailleurs, une inconnue est **une** quantité que l'on ne connaît pas **a priori**, ne semble pas être un acquis stabilisé pour le troisième groupe. Au cours de la recherche guidée, ceux-ci proposent pour inconnue "206 oeufs" ou "ce dont dispose chaque personne"....

Les connaissances qui régissent la modélisation algébrique sont donc acquises avec plus ou moins de stabilité selon les élèves. Nous avons pu constater que même dans les cas favorables, il pouvait être difficile à ceux-ci de dégager les inconnues et de proposer un bon modèle. Pourquoi?

En analysant la transcription du deuxième groupe, pour lequel le symbolisme de production est conforme au symbolisme mathématique, nous avons relevé des difficultés liées à la gestion de l'information.

Pour établir une équation, il convient d'abord de **décoder** l'énoncé. Il s'agit ici de **décomposer** l'énoncé en 2 informations, dont l'une (432) peut avoir un "poids" supérieur à la seconde (20). De plus, il convient pour cette deuxième information de parvenir à casser la **symétrie** qui accompagne le problème. Cette étape est extrêmement difficile pour les élèves. Nous émettons l'hypothèse que la juxtaposition des idées, et non leur articulation est un obstacle essentiel. Dire: " Si une personne a une quantité, alors l'autre a cette quantité plus (ou moins) 20..." exige de considérer l'une des quantités comme la quantité de référence, l'autre étant définie comparativement. En l'absence de cette implication déductive, les élèves ne parviennent pas à formuler le lien de dépendance. La terminologie " la riche et la pauvre " utilisée par moi-même au cours de la recherche guidée du troisième groupe, amène immédiatement une différenciation de la riche par rapport à la pauvre et par suite l'expression du lien de dépendance. L'obstacle est alors franchi, Sabah le remarque: "c'est ça que je cherchais, je cherchais, je voulais mettre $x+20$."

Une deuxième phase pourrait être nommée, **recomposition**. Il s'agit alors d'articuler les deux idées constituant le problème pour produire un objet mathématique sur lequel on puisse opérer, équation ou système d'équations. La mauvaise perception de cet objet final quant à sa construction (Aïcha) ou sa finalité (Nadia, Fatiha) fait que l'élève "s'embrouille".

Si le travail spécifique à chacune des phases nécessaire à la formulation du problème dans le cadre algébrique, nous est apparu, nous n'avons pu repérer d'arguments pour privilégier l'emploi, dans ce problème des oeufs, d'**une ou de deux** inconnues. C'est un problème didactique qu'il serait intéressant d'approfondir.

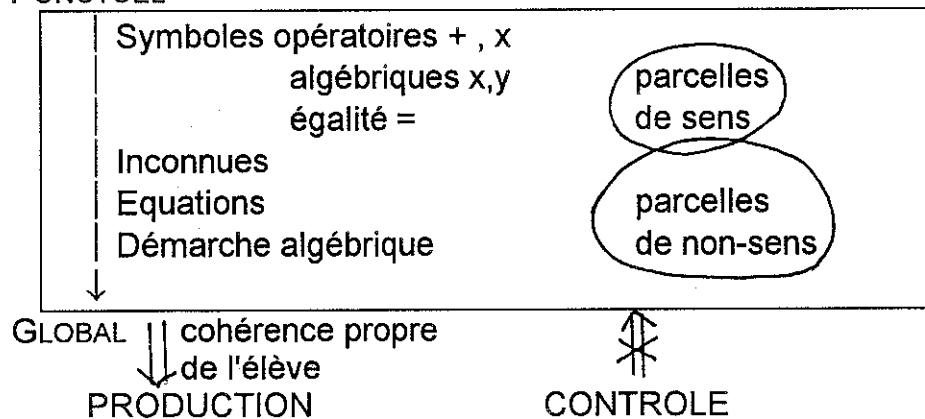
Les difficultés ainsi repérées dans la démarche algébrique confirment certaines difficultés que nous avons supposées au début de ce travail. D'autres se trouvent révélées. Mais surtout, apparaissent des éléments d'analyse sur la nature ou la genèse des difficultés, ou sur leur résistance, en lien étroit avec le rapport au savoir.

En résumé :

La modélisation algébrique

1/ Révèle différentes **conceptions** des objets de l'algèbre:

PONCTUEL



2/ Nécessite l'**identification** des objets mathématiques:

→ gestion de l'information:

{ décomposer // { différencier
{ recomposer // { reconnaître le lien de dépendance

→ reconnaissance de l'objet mathématique

3/ Exige la prise en compte du **rapport au savoir** de l'élève
dans l'analyse des performances

Le rapport au savoir.

Les profils de rapport au savoir.

A l'issue de l'analyse de l'entretien avec chacun des groupes, nous avons sous la rubrique "rapport au savoir" essayé de cerner ce qu'il y avait de spécifique à chacun dans la manière d'aborder et de gérer la situation proposée, soucieux d'apporter quelques éléments qui puissent éclairer les obstacles rencontrés au cours de l'activité.

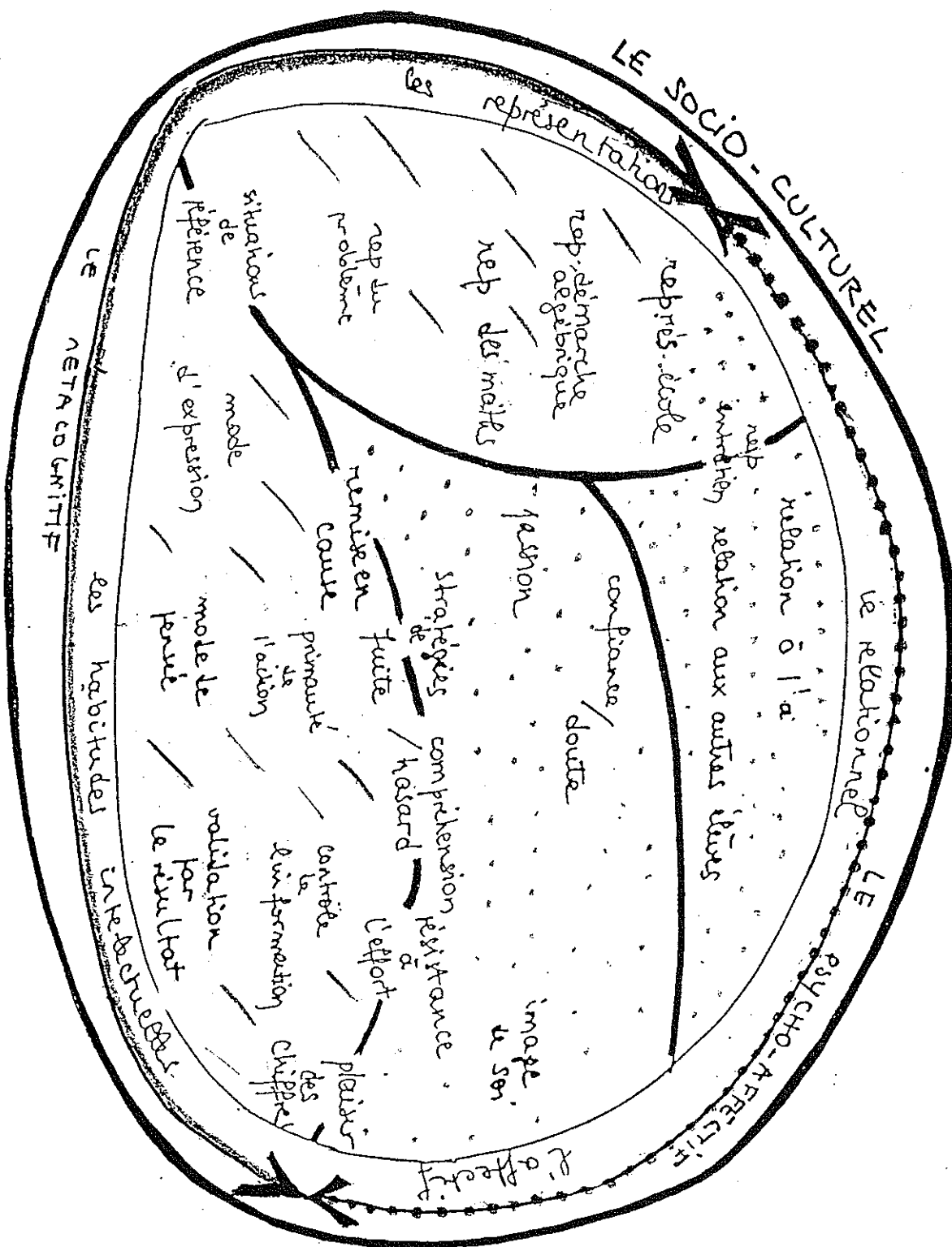
Nous n'avons donc pas, préalablement, défini le terme de "rapport au savoir" mais au contraire, nous avons essayé de **laisser émerger** ce qui pourrait constituer celui-ci. La variété des **profils de rapport au savoir** que nous avons ainsi dressé, nous paraît saisissante. Ils sont regroupés dans l'annexe 8.

Nous pouvons repérer qu'émergent à travers ces profils des composantes de natures différentes, certaines de nature psychoaffective d'autres de nature métacognitive. Chacun des aspects constituant le rapport au savoir d'un individu dépend plus ou moins de l'environnement **socioculturel** de l'individu, mais ne peut être considéré comme caractéristique d'une classe sociale. C'est en ce sens que nous parlerons de **rapport social au savoir**.

L'analyse précise de ces profils dans les cadres proposés respectivement par J.Nimier, A.Robert et B.Charlot devrait sans doute être intéressante. Notre première lecture nous amène à dire que ces aspects semblent tellement se renvoyer les uns aux autres, qu'une formulation en terme d'habitus, "l'histoire faite corps", au sens de Bourdieu, nous paraîtrait pertinente. Nous n'irons pas plus avant dans cette direction.

Nous proposons à ce jour un schéma qui tente de replacer les aspects qui constitue le rapport au savoir, tels que nous les avons vu émergé au cours de l'entretien, en terme de composantes **métacognitive** et **psycho-affective**; chacune de ces composantes étant constituée, des aspects liés aux **représentations** et aux **habitudes intellectuelles** pour l'une, des aspects **affectif** et **relationnel** pour l'autre.

Les composantes du rapport au savoir.

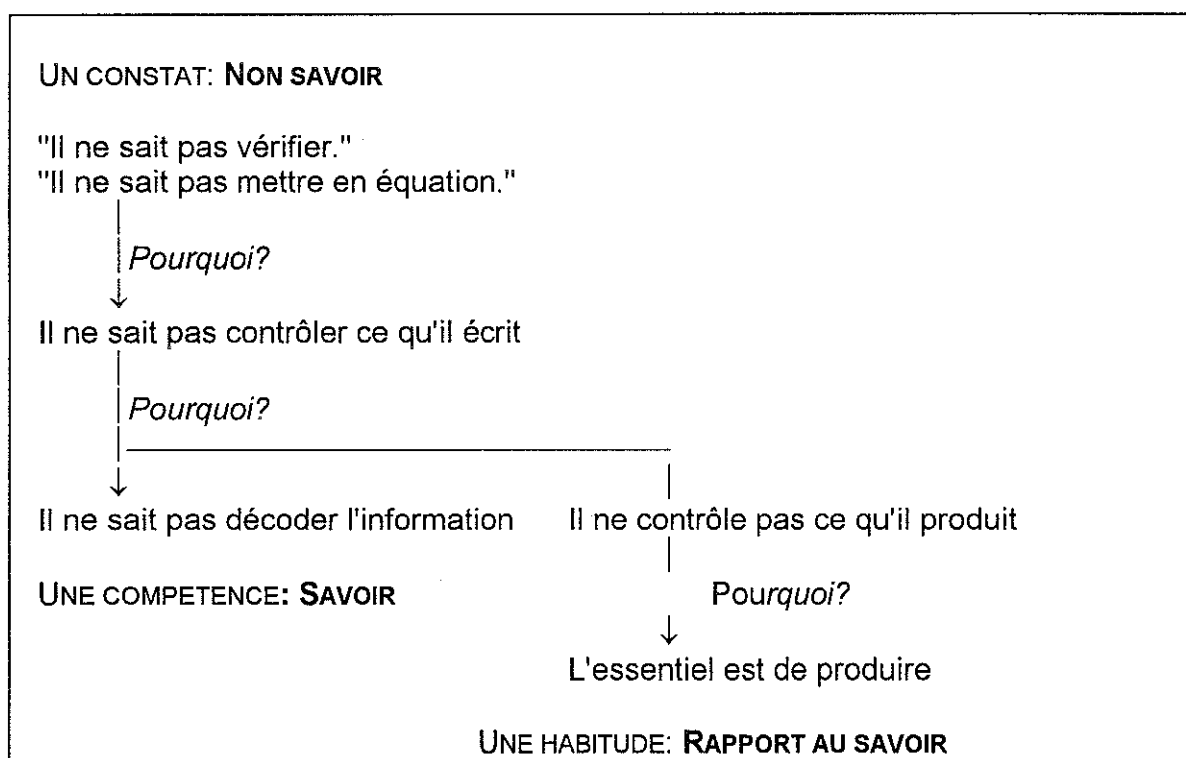


Une autre représentation possible serait le repérage des différents aspects qui composent le rapport au savoir suivant deux axes, un axe psychoaffectif et un axe métacognitif. Elle n'est pas réalisée à ce jour.

Savoir, non-savoir et rapport au savoir.

Les savoirs mathématiques mis en jeu dans "les oeufs" (opérations fondamentales, équation du 1er degré ou système de 2 équations à 2 inconnues) sont familiers pour ces élèves, même si ces savoirs peuvent se trouver déstabilisés. Les deux activités qui se révèlent être source de difficultés sont la vérification et la mise en équation, toutes deux caractérisées par des difficultés propres au décodage de l'information et des difficultés de comportement face au contrôle d'une production.

Les enseignants diront communément: "ces élèves ne savent pas vérifier, ils ne savent pas mettre en équation." De quoi parlent-ils ? De savoir ou de rapport au savoir? Nous proposons un schéma mettant en relief l'articulation de certains des aspects apparus au cours de l'entretien.



On peut chercher à faire acquérir à l'élève la compétence "décoder l'information" (est-ce d'ailleurs possible, cela ne lui fera pas pour autant modifier son comportement vis à vis de sa production: il ne passera pas du côté de "ceux qui savent". Le rapport au savoir joue un rôle central dans le passage entre deux états, le non-savoir et le savoir. Non-savoir et rapport au savoir se renvoient donc l'un à l'autre. Une analyse conjointe est donc nécessaire, si l'on veut avoir accès aux difficultés des élèves. La prise en compte de ces deux dimensions est évidemment aussi essentielle en situation d'apprentissage, mais c'est là; une réalité extrêmement complexe qui sort du cadre de ce travail!

Entretien et rapport au savoir.

La présence simultanée de données portant, sur l'activité elle-même et sur le regard porté par l'élève sur celle-ci, nous a permis de mieux préciser le rapport au savoir de chacun. En effet, l'adéquation ou la distorsion entre, **ce qui se dit et ce qui se fait**, en disent long sur le rapport au savoir de l'élève.

Des distorsions manifestes sont apparues pour certains élèves entre le dire et le faire. Par contre, ce que peuvent fournir les divers exercices quand au rapport au savoir, nous semble relativement homogène, indépendamment de la situation considérée. Donnons en pour exemple, Saïd, qui, bien que globalement beaucoup plus à l'aise sur les "nombres" que sur les "oeufs", révèle des avancées, des investissements, des blocages en des endroits similaires au cours des différents exercices. Ceci serait à confirmer par une analyse détaillée des autres parties de l'entretien.

"Ma" définition du rapport au savoir.

Et s'il nous fallait, au terme de ce travail, **définir** le terme de rapport au savoir tel qu'il nous est apparu, nous énoncerions.....avec toute la prudence qu'il peut y avoir à définir son propre vocabulaire:

Le rapport au savoir est ce qui, pour un individu donné, caractérise la manière dont il entre en relation avec le savoir: comment il s'en empare, comment il s'y confronte, comment il l'utilise...

Le rapport au savoir d'un individu est évolutif, mais il se trouve à un moment donné, face à un savoir donné (1), dans une institution donnée (2),, déterminé par l'histoire scolaire, l'histoire sociale (3), l'histoire psychoaffective (4) de l'individu (5).

Ceci en référence à:

(1) ROBERT et ROBINET: Représentations métacognitives

(2) CHEVALLARD: Rapport au savoir et institution

(3) CHARLOT: Rapport social au savoir

(4) NIMIER, LAVILLE: Approche psychanalytique de la relation à l'objet mathématique

(5) BOURDIEU: Habitus

Retour au questionnement initial.

La question centrale de la présente recherche posait le problème de la **méthodologie utilisée**. Nous ferons donc, dans un premier temps, un certain nombre de remarques sur le type d'entretien ici adopté.

A l'issue de ce travail, il semble possible d'affirmer que la technique de l'entretien, telle qu'elle est conçue ici, accompagnée de l'analyse de celui-ci, est une méthodologie propre à apporter un éclairage sur les difficultés qu'ont, certains élèves qui savent manipuler l'algèbre, à modéliser.

L'entretien joue un rôle privilégié, au regard des questionnaires utilisés comme auxiliaires. Les questionnaires jouent ici un rôle en amont. Ils contribuent à la sélection des élèves retenus pour l'entretien, mais n'apportent pas d'information sur les relations probables entre individus pour constituer les groupes. Par ailleurs, ils aident au repérage d'exercices se situant à la frontière du savoir et du non-savoir pour ce type d'élèves. Ils jouent aussi un rôle en aval, dans la mesure où ils confirment des analyses, qui aurait pu paraître discutables, dans le rapport de l'élève au savoir. Mais c'est surtout la diversité des exercices retenus pour l'entretien qui assure ce type de validation. Remarquons que les questionnaires ont par eux-mêmes leur richesse spécifique, nous ne les avons pas utilisés en ce sens ici.

L'entretien permet de confronter le savoir de l'élève, à ce qu'il en dit et comment il le vit. Il est un révélateur privilégié du savoir et de la relation au savoir, éléments indissociables de la production de l'élève. L'entretien ainsi mené permet donc d'apporter un éclairage sur les difficultés que rencontrent les élèves dans les activités de modélisation algébrique.

Nous avons initialement formulé des **hypothèses** concernant les difficultés à prévoir dans ce domaine. Nous reprenons chacune des hypothèses pour nous interroger sur leur validité, ou du moins leur portée.

"Quelles difficultés prévoir dans une activité de modélisation algébrique?"

Hypothèse 1 : Une bonne part des obstacles à la modélisation algébrique provient de la perturbation créée par une situation pseudo-concrète non conforme à la représentation qu'ont les élèves de l'activité mathématique.

Les représentations qu'ont les élèves de l'activité mathématique ne peut-être dissociée du rapport que ceux-ci entretiennent avec le savoir. C'est plutôt sur le rôle de celui-ci dans les difficultés des élèves, que le présent travail nous éclaire.

Cependant, il est un élève pour lequel la représentation des mathématiques semble largement faire obstacle. C'est Aziz. Pour celui-ci, les mathématiques sont mécaniques, linéaires, univoques. Elles ne laissent pas place au questionnement. Handicap qui va bien au delà de la modélisation algébrique.

Soulignons aussi que l'unicité semble jouer un rôle important dans la représentation des mathématiques de Sabah, mais cette représentation constitue dans ce problème un questionnement plutôt qu'un obstacle.

Enfin à aucun moment n'apparaît le rejet de cette activité de modélisation algébrique à partir d'une situation pseudo-concrète. Nous avons pensé que la représentation des mathématiques de ces élèves excluait ce type d'activité du champ des mathématiques, il n'en est rien.

Hypothèse 2: *Les paramètres susceptibles de ne pas rendre mobilisable le calcul algébrique se trouvent, par beaucoup, dans le rapport que l'élève entretient avec le savoir.*

Tout cet entretien prouve la force de cette hypothèse.

Les difficultés majeures qu'ont les élèves, concernant la vérification, et le contrôle des équations qu'ils produisent, difficultés qui s'enracinent nous l'avons vu dans le rapport au savoir de ceux-ci.

Nous avons, de plus, établi pour chacun, un profil de rapport au savoir qui permet de saisir dans quelle dynamique personnelle se trouve l'élève face au savoir. Certaines dynamiques n'étant, hélas, guère favorables.

Précisons que la terminologie, ne pas rendre mobilisable le calcul algébrique n'est pas adaptée à la situation. Il y a pour tous mobilisation du calcul algébrique, mais celui-ci s'exerce à partir d'un tout autre cadre que celui du symbolisme mathématique. Il est donc totalement dénaturé.

Hypothèse 3 : *Pour une même situation pseudo-concrète, les comportements et outils différent suivant le cadre disciplinaire dans lequel le problème est posé.*

Aucune avancée en ce domaine ne peut-être réalisée à partir de cet entretien. L'analyse des tests math-éco et des questionnaires sur la réussite scolaire qui ont été réalisés permettraient l'ébauche d'une réflexion.

Hypothèse 4 : *La modélisation à partir de situations pseudo-concrètes comporte ses propres obstacles et, est particulièrement pénalisante pour les élèves en difficulté.*

La modélisation algébrique est effectivement "pénalisante" pour les élèves en difficulté En effet :

1 : Elle impose une gestion des informations contenues dans l'énoncé : dissociation des idées et association construite de celle-ci. Ce travail d'articulation de l'information trouve un obstacle dans l'expression des élèves. Celle-ci est confuse quant au vocabulaire, les idées sont juxtaposées les unes aux autres. L'équation peut ainsi devenir un patchwork d'informations.

2 - Elle nécessite la production d'une équation qui pour être valide doit être exprimée dans le cadre du symbolisme mathématique. Le sens des opérations, de l'égalité, des inconnues ne sont pas respectés par ces élèves au cours de la production. Le contrôle de la validité de l'équation produite n'a pas lieu: elle nécessite la volonté de contrôler et une distanciation du symbolisme de production.

L'existence de difficultés propres à la modélisation algébrique est certaine. Mais la formulation de l'hypothèse en terme de "pénalisant" laisse entendre une comparaison qui ici n'a pas lieu. Comparaison à une autre activité mathématique ou à un autre public?

Hypothèse 5 : *Des difficultés propres à l'algèbre sont à prévoir.*

Les difficultés propres à l'algèbre concernent essentiellement l'absence de recul qu'ont les élèves par rapport à cette pratique. Seule, la résolution de systèmes de 2 équations à 2 inconnues, peut-être relevée comme un savoir, non acquis pour certains.

Par contre, la fonction de la démarche algébrique, la finalité de l'équation, la signification des inconnues ne sont pas des acquis stabilisés pour tous les élèves. L'utilisation d'un symbolisme détourné de sa signification mathématique est évidemment source de multiples difficultés, mais il n'est pas propre à l'algèbre. Il opère de la même manière dans le cadre arithmétique.

Aucune hypothèse quant à **la vérification** n'était formulée initialement, celle-ci n'était qu'un moyen d'assurer l'auto-validation de la situation. En fait, ce travail révèle beaucoup d'informations sur les difficultés des élèves dans ce domaine.

ANNEXES

UNIVERSITE de ROUEN

A P M E P



Association des Professeurs de mathématiques
de l'enseignement public
26 rue Duméril - 75013 PARIS

Cette épreuve est composée de nombreuses questions dont la plupart sont assez faciles.
Ne t'attarde pas sur une question particulière. Commence par faire celles qui te conviennent le mieux.
Reprends ensuite depuis le début et essaie de faire toutes les questions.
Utilise une feuille de brouillon pour préparer certaines de tes réponses.
Si tu as fini avant la fin de l'heure, relis soigneusement tes réponses.

Calculatrices autorisées

Nom de l'élève :

Prénom : Aïcha

CLASSE : seconde 43

Etablissement : lycée "les Bœufères"

Ecrire sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré

$$(x+1)(x-2) - 5(x-2)$$

=

1 0

2 0

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, soit la droite (d) d'équation: $y = 3x + 4$

Le point P(45 ; 130) appartient-il à cette droite?

Justifier la réponse

$y = 130$ et $x = 45$. Je remplace les inconnues dans
la (d) d'équation: $y = 3x + 4$
 $3x + 4 = (3 \times 45) + 4 = 139$

Réponse: NON

3 1

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

Soit A la personne qui a le + d'œufs et B l'autre personne.
 $36 \times 12 = 432$ œufs en tout. Je pose l'équation:
(1) $432 = (A + 20) + B$ système:
(2) $432 - A = B$. Je remplace (2) dans (1)
 $432 = (A + 20) + 432 - A =$

Réponse

4 0
5 0
6 0



UNIVERSITE de ROUEN

1, rue Thomas Becket 76130 Mont-Saint-Aignan tél: 35 14 61 41

ENQUETE AUPRES D'ELEVES DE SECONDE. (1991).

Afin de mieux connaître les méthodes de travail des élèves de seconde, une enquête a lieu dans quelques classes de l'académie. Votre classe a déjà répondu à quelques tests. Nous sollicitons à nouveau votre collaboration pour participer à des entretiens de groupe sur des activités mathématiques .

Nous vous rencontrerons à cet effet les :

au 3^e étage de l'internat - salle 308 bis -

Votre groupe de travail sera composé de :

Cette opération se déroule avec l'accord du chef d'établissement et des enseignants concernés .

Merci de votre précieuse participation à ce travail de recherche.

Je vais vous expliquer pourquoi je vous est convoqué à cette séance de travail.

Je m'appelle Madame Hébert. J'appartiens à une équipe de recherche qui cherche à savoir comment travaillent les élèves de seconde.

Je suis professeur de mathématiques et c'est sur les mathématiques que je vais travailler avec vous.

Je ne cherche pas aujourd'hui à savoir ce que savent faire les élèves, beaucoup d'élèves ont passé des tests à la rentrée des vacances de Pâques, nous connaissons donc le niveau des élèves.

Ce que nous voulons savoir, c'est comment travaillent les élèves. C'est pourquoi, je vais vous faire travailler par groupe et je vais vous enregistrer.

Je vous remercie de participer à ce travail, qui je l'espère, à l'avenir profitera aux élèves qui seront en seconde.

Vous pouvez aussi vouloir que ce travail soit profitable pour vous, bien que ce ne soit pas le premier objectif. Si vous le souhaitez, vous pourrez après ces deux séances de groupe, me rencontrer personnellement pour faire le point sur vos difficultés en mathématiques.

Qu'allons-nous nous faire?

(Explication de la feuille de consignes.)

Avez-vous des questions à me poser?

CONSIGNES GENERALES

- * L'observateur peut vous poser des questions.
- * L'observateur ne doit pas faire les exercices à votre place.
- * Vous pouvez lui poser des questions sur les consignes.
- * Il ne répondra pas aux questions sur le contenu, pendant la résolution de l'exercice.

A CHAQUE EXERCICE

Consignes

- * Vous pouvez arrêter l'exercice quand vous le souhaitez.
- * Vous commencez par faire cet exercice seul pendant minutes.
- *
- *

Bilan

Vous arrêtez l'exercice:

- * Si vous avez trouvé une solution êtes-vous sûr que c'est la bonne?
- * Si vous n'avez pas trouvé la solution, pourquoi vous êtes- vous arrêté ?

LES BOULES.

Dans trois boîtes notées A, B et C, on a réparti des boules BLANCHES, des boules NOIRES, et des boules ROUGES.

Il s'agit de trouver, en utilisant les renseignements suivants, combien il y a de boules de chaque couleur dans chacune des boîtes.

- Il n'y a pas de boule blanche dans la boîte C.
- Dans la boîte B, il y a 5 boules rouges et autant de boules noires que dans la boîte A.
- Le nombre de boules noires de la boîte C est égal à celui des boules blanches de la boîte A.
- Dans la boîte C, il y a autant de boules rouges que dans la boîte B.
- Dans la boîte C, il y a en tout 12 boules.
- Dans la boîte A, le nombre de boules rouges est égal à celui des boules noires
- Dans les boîtes A et B, il y a en tout 7 boules rouges.
- Dans la boîte B, il y a autant de boules blanches que dans la boîte C.

Ecrivez vos réponses dans les cases ci-dessous.

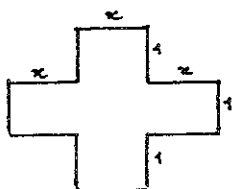
rouges	noires	blanches
Boîte A		

rouges	noires	blanches
Boîte B		

rouges	noires	blanches
Boîte C		

LA CROIX.

Pour quelle valeur de x , le périmètre de cette croix est-il égal à 15 ?



Réponse :

Ecris tes calculs dans cette case

LES POMMES.

15 kg de pommes coûtent 90 F.
Sachant que le prix y (en francs) est proportionnel à la masse x (en kilogrammes),
exprime y en fonction de x .

Explique comment tu as fait:

LES SUCETTES

Un enfant a acheté 10 sucettes, toutes au même prix .
 Si chaque sucette avait coûté 5 centimes de moins, il y en aurait eu 2 de plus pour le même prix total.
 Quel est le prix d'une sucette ?

LES NOMBRES

Montrer les égalités :

$$2^2 + 2 = 3^2 - 3$$

$$3^2 + 3 = 4^2 - 4$$

$$20^2 + 20 = 21^2 - 21$$

$$\text{Et } 113^2 + 113 = ?$$

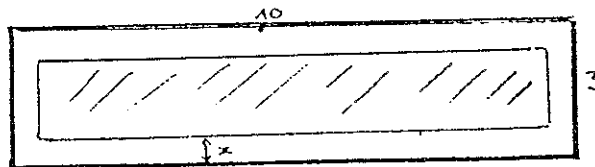
Donner un résultat général et le démontrer.

L'AUTOCAR

Si tous les inscrits étaient venus , la sortie en autocar aurait coûté 25 F par personne. Mais il y a eu 3 absents et chaque participant a dû verser un supplément de 1,50 F.

Combien y avait-il d'inscrits ?

LE JARDIN



Une allée de largeur x mètres entoure un jardin rectangulaire de côtés 10 m et 3 m .
 Montrer que l'aire du parterre (partie hachurée) est-

$$A(x) = 30 - 26x + 4x^2$$

Pour quelle valeur de x l'aire du parterre (partie hachurée) est-elle le double de celle de l'allée ?

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
 Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
 Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

$$\begin{array}{l}
 36 \times 12 = 432 \text{ œufs achetés} \\
 432 - 20 = 412 \\
 412 \div 2 = 206 \\
 206 + 20 = 226
 \end{array}$$

Réponse

$$206 \text{ et } 226$$

$$236 \text{ et } 206$$

Consignes

- seul pendant 3 mn
- mettre vous d'accord sur une solution
- n'oubliez pas de vérifier votre résultat

$$\begin{cases}
 x + y = 432 \\
 x - y = 20
 \end{cases}$$

$$432x + 20 = 216$$

$$x + 20 = y - 20$$

$$y - 20 = 216$$

$$x + 20 - y + 20 = 432$$

$$x - y + 40 = 432$$

$$x = 432 - y - 40 \quad x = 392 + y$$

$$-y = 432 - 40 - x \quad x = 392 - 432 + 40 - x$$

$$y = 432 - 40 - x$$

$$y = 392 - 432 + 40 + x$$

$$2x = 452$$

$$x = 226$$

$$206 + y = 432$$

$$y = 432 - 206$$

$$y = 226$$

$$432 - 206 = 226$$

LA FEUILLE DE RECHERCHE DE COLLANGES. gr 1 Annexe 6.2

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
 Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
 Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

$$\begin{array}{r} 36 \\ 12 \\ \hline 432 \end{array}$$

Calculs 432

$$36 \times 12 = 432 \text{ œufs}$$

$$432 : 2 = 216 \text{ œufs}$$

$$\text{L'une prend } 216 + 20 = 236 \text{ et l'autre } 216 - 20 = 196$$

432

Réponse

L'une x
 236

L'autre y
 196

Consignes

- seul pendant 3 mn
- mettre vous d'accord sur une solution
- n'oubliez pas de vérifier votre résultat

soit x la 1^{re} pces
 - y la 2^e

$$\begin{cases} x + y = 36 \cdot 12 \\ x + 20 = y - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 432 \\ x - y = -40 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x = 392 \\ x = 196 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 432 & \times (1) \\ x - y = -40 & \times (-1) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 432 \\ -x + y = 40 \\ \hline 2y = 472 \end{array}$$

$$y = \frac{472}{2} = 236$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ 12 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 436 \\ 03 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 432 \\ x - y = 20 \end{cases} \Rightarrow 2x = 412$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ 12 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 436 \\ 03 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ 12 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 436 \\ 03 \\ \hline 16 \end{array}$$

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
 Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
 Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

36

~~20~~

soit x le nombre d'œufs qu'a pris la 1^{ère} pers. et y le nombre d'œufs qu'a pris la 2^{ème} pers.
 Équation à ~~36~~ ~~20~~ $x = y + 20$
 ~~$36 = x + y + 20 \Leftrightarrow 16 = x + y$~~
 ~~$36 = x + x + 20 \Leftrightarrow 2x = 36 \Leftrightarrow x = 18$~~

Réponse

 ~~$x = 18$~~ $y = \dots$ Consignes

- seul pendant 3 min
- mettez vous d'accord sur une solution
- n'oubliez pas de vérifier votre résultat

~~$36 \times 12 = 432$~~

~~$432 = x + y + 20 \Leftrightarrow 432 = x + x + 20(y + 20)$~~

~~$\Leftrightarrow 432 = x + x + 20y + 400$~~

~~$432 = x + x + 20$~~

~~$432 = 2x$~~ $x = 206$ donc $y = 206 + 20 = 226$

la 1^{ère} pers. a 206 œufs.
 la 2^{ème} pers. a 226

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
 Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
 Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

$$36 \text{ douzaines} = 36 \times 12 = 432 \text{ œufs}$$

$$2 \text{ personnes donc } 432 : 2 = 216 \text{ œufs}$$

$$\text{mais comme l'une des personnes en prend 20 de plus} \Rightarrow$$

$$216 + 20 = 236$$

$$216 - 20 = 196$$

Réponse

236 œufs

196 œufs

Consignes

- seul pendant 3 mn
- mettez vous d'accord sur une solution
- n'oubliez pas de vérifier votre résultat

$$\begin{array}{r} 196 \\ + 20 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 236 \\ - 196 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ - 20 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ + 20 \\ \hline 236 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ \times 2 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 12 \\ \hline 72 \\ 360 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 432 \\ + 20 \\ \hline 452 \end{array}$$

$$x = 1^{\text{er}} \text{ pers. } y = 2^{\text{e}} \text{ pers.}$$

$$432 = x + y$$

$$432 = x + (x + 20)$$

$$432 = 2x + 20$$

$$432 - 20 = 2x$$

$$412 = 2x$$

$$\frac{412}{2} = x$$

$$206 = x$$

$$\text{donc } y = 206 + 20 = 226$$

$$\underline{206}$$

$$\underline{226}$$

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
 Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
 Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

$$36 \times 12 = 432 \text{ œufs}$$

$$432 : 2 = 216 \text{ œufs}$$

$$216 + 20 = 236 \text{ œufs}$$

$$432 - 236 = 196 \text{ œufs}$$

Réponse

la première a pris 236 et la deuxième 196 œufs.

Consignes

- seul pendant 3 min
- mettez vous d'accord sur une solution
- n'oubliez pas de vérifier votre résultat
- x = œuf de la 1^{re} personne et y = l'autre.

$$432 = x + y$$

$$7 = (x + 20) + y$$

l'une en a 20 de plus que l'autre

$$x = y + 20$$

$$432 = x + y$$

$$432 = \underbrace{x}_{\text{la 1^{re}}} + \underbrace{(x+20)}_{\text{la 2^e}}$$

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

$$x = (36 \times 12) / 2 = 216$$

$$y = 432 - 216 = 216$$

$$216 + 20 = 236$$

$$216 - 20 = 196$$

Réponse

236 œufs.

196 œufs.

Consignes

- seul pendant 3 mn
- mettre vous d'accord sur une solution
- n'oubliez pas de vérifier votre résultat

$$x(216 + 20) + y(216 - 20) = 432 \times 12$$

$$236x + 196y = 5184$$

$$x + 20y = 432$$

$$20x = 8640$$

$$x + 20y = 432$$

$$20x = 8640$$

x la première personne
 y la deuxième

$$x + 20y = 432$$

$$20x +$$

$$x = 216$$

$$x = 432 - 20y$$

$$x = 216$$

les 2 personnes ont 432 œufs .

$$\text{les œufs } 1^{\text{er}} + \text{les œufs } 2^{\text{e}} = 432$$

} x : le nombre d'œufs d'une personne

$$\begin{array}{l} \text{la niche} \\ (x + 20) \end{array} + \begin{array}{l} \text{la poule} \\ x \end{array} = 432$$

$$x + 20 + x = 432$$

$$2x + 20 = 432$$

$$2x = 432 - 20$$

$$2x = 412$$

$$x = \frac{412}{2}$$

$$x = 206$$

De une personne a

206 œufs

et l'autre en a

226

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

$$1 \text{ pers} = 36 \times 12 \text{ œufs}$$

432

$$1 = 20x$$

donc $1 = \frac{36 \times 12}{2} = 216$ naturellement pour chacune.
mais $216 - 20 = 196$ pour une personne et l'autre 236

Réponse

236

196

Consignes

- seul pendant 3 mn
- mettre vous d'accord sur une solution

$$12 \times 36 = 20x + y$$

$$432 = 20x + y$$

- n'oubliez pas de vérifier votre résultat

$$432 - 20 = 412 = 20x + y - 20 = 20(x-1) + y$$

$$412 = 20(x-1) + y$$

$$412 = 20x - 20 + y$$

$$432 = 20x + y$$

$$20 = 20$$

$$412 = 20x + y - 20$$

$$432 = 20x + y$$

$$20 = 20$$

$$\frac{432}{2} = 216 - 20 = 196$$

$$432 - 20 = \frac{412}{2} = 206$$

$$432 = 20x + y$$

$$432 = 20 + \frac{x}{2} \Rightarrow 432 - 20 = \frac{x}{2}$$

$$412 = \frac{x}{2}$$

$$432 = (432 - 20 \div 2 = 206) = x + y = (432 + 20 \div 2)$$


$$432 = x + y$$

↓ ↓
pauvre riche
—
personne.

Deux personnes ont acheté ensemble 36 douzaines d'œufs.
 Au moment du partage, l'une d'elles prend 20 œufs de plus que l'autre.
 Combien d'œufs chacune d'elle a-t-elle pris ? (donner les deux nombres).

Calculs

$$36 \times 12 = 432$$

$$432 \div 2 = 216 + 20 = 236$$

$$1 = 236 \text{ œufs}$$

$$\text{l'autre} = 196$$

Réponse

236 pour la 1^{ère} et 196 pour la 2^{ème}

Consignes

- travailler pendant 3 mn
- mettre vous d'accord sur une solution
- n'oubliez pas de vérifier votre résultat

206

226



$$432 - 20 = \frac{412}{2}$$

206

$$\begin{aligned} 2x &= 2 \\ 3x &= 6 \\ x &= \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

$$x = 432$$

$$y + 20$$

$$412x = 8y$$

$$412x = 2$$

$$x = \frac{412}{2} = 206 + 20$$

libert	titre	eq	cap	Ant	gr 1 - ①
210 A	primition des soufr	feuille individuelle + feuille ref collective	/	/	
227	Rassemble (4mm)	/	calculs : 196 et 236	calculs : 106 et 236	
295	comparaison des solutions	/	paire	106 ou 196 ? Conige paire	
306	que veut dire vérifier ?	Nous allons le vérifier que veut dire vérifier ? Explications	→ on a corrigé → Raison nous des calculs →	→ avoir des m solution ?	
335	les 40 d'écart	A l'autre des 2, 432 souf 20 de plus que d'autre 20 d'écart	→ oui → oui, si on divise... 40 d'écart	→ 236 - 196 = 40 ≠ 20 proposé immédiatement des suppositions → 216 + 236 = 452 ≠ 432	
364	Rassemble la d'autre	/	avec 216 et 236		
416 A 000 B	Autre narrative (Rassemble) 7mm	/	$432 - 20 = 412 \div 2 = 206 \times 12 = 312$ $35 \times 12 = 420 \div 2 = 210 + 5 = 215 + 210 = 425$ se en marque 4	calculs ou "ba un po" n'ait rien (7mm)	
020	Choi d'une autre méthode	d'autre méthodes ? ce que d'autre	→ équation 1 d'inconnue "l'autre que l'autre"	équation : 2 inconnues	
97	substitution des solutions (Rassemble 4mm)	Après rassemble - Comparer - Expliquer	$x + y = 432$ $x - 20 = y - 20 \dots \dots \dots \{ x = 196$ "ne fait..." "le fait..." 2 de l'écartage calculs ou il faut ?	$x + 20 = 216$ $y - 20 = 215 \dots \dots \dots \{ x = 216$ "il faut faire" la même	
135	Rapport des calculs	/	avec des calculs 196 et 238 "entre plus de l'écartage" avec avec 196 et 238 "le plus en plus le l'écartage"	/	
163	Faut - de journaux ?	C'est - de journaux ? voir de journaux de l'écart	oui	oui	

début	titre	Er	Cor	Ant	85 1-2
171	Recherche d'autre équations		$y = 432 + 20$	Est-ce un peu ? que m'importe ??	
216	Exprimer en français	x et y c'est quoi ? phrase avec $x, y = 432$?	Des 2 personnes → formulation bancale $20 \cdot 20$??	→ le nombre d'antique chaque personne a.	
244	Autre piste	mettre le nombre nommé x, y dans des cases - que faire avec ?	432 en tout servir 20	20 en faisant la différence $x - y = 20$	
268	Résolution du système		Retrouve $\frac{412}{2} = 206$ corrigé 206 "Ce que j'avais fait !"	"i'g mis" $x = 226$ et $y = 206$	
298	Vérification finale	Des valeurs ?	oui "l'avis avisé" on a trouvé d'équilibre on a trouvé le bon résultat	oui "hum"	

Début	titre	ce	Fatima	Nadia	gr 2① Aïcha
221 G	présentation des œuvres	seule corrigée : temps mal	/	on a fait ?	se faut à dégar ?
234	Recherche 4mn 1/2	/	calculs : 196 et 236	calculs : 196 et 236	$36 = n + y + 20$ $n = 18$ $y =$
308	l'aventure des deux frères (Recherche 1mn)	Comparaison l'aventure d'Aïcha ?	/	/	je me suis trompée : $\frac{36}{2} = 18$ se faut $\times 12$ Recherche $\rightarrow 432 = n + y + 20$
346	comparaison des relations	M et F : bon résultat ?	"oui, je pense" : $\frac{432}{2}$ 216 + 20 et 432 - 236	"Hum" : $\frac{432}{2}$ 216 + 20 et 216 - 20	se déplace par
370	comment vérifier ?	Comment vérifier ? 2e exigence ?	/	20 à enlever et remettre	on remplace $236 + 196 \neq 432$
380	les 40 d'accord	20 de plus que s'autre ?	oui $\rightarrow$ non $\rightarrow$ oui $\rightarrow$ non "je sais pas + n'avez pas ? ? fait à se faut	oui $\rightarrow$ non je compare par + n'avez 40 de plus $\rightarrow$ faire	
400	Recherche de l'aventure	F : fait à se faut ? A : explique la relation	/	/	$\frac{432}{2}$ puis + 20 : pas la même je me suis trompée
408	Retour sur la relation initiale	F : bon résultat ?	pas bon - pourquoi ? ?		
416	proportion d'une 1re algébrique	faire comme Aïcha ?	/	/	2e maths : une même à épeler n : âge de la 1re par n : ce qui a d'après la 1re y : le nombre d'après la 2e par $y + 20$: est ce bon ?
430	l'opposition à l'enlèvement des lettres	Avec 1 seule lettre ? "Boules"	de lettres ? pourquoi pas	je doute de mettre n et y 1 seule : pas mieux Combien en mettre ? ? ? Boules : lettres pour se représenter	
448	application de la 1re équation	$x + y = 432$: "il y a 432" d'accord ?	d'accord	/	$x + y = 432$ n c'est y c'est suite on fait

debut	titre	EP	Fabrice	Nadia	gr 2.2
464 G	l'écriture de l'écriture. (recherche 1min + 2min)	2 idées, d'autre idée? Recherche Faire une phrase $(x+y) + 20$	Faire après → $1 = x + y + 20$ ← est-ce bon? → une en 0 20 la plus que l'autre → c'est un système	/	← 20 la plus que l'autre / Recherche
541	équation à une seule	Avec x tout seul quelle équation? → $F: 432 = \frac{x}{10} + \frac{y}{100}$	/	$432 = x + y$ $432 = x + x + 20$ Et après? → résolution	$432 = x + x + 20$ → $x = 206$ $y = 226$ Bon?!
571	le dicarrement		je cherchais ça: d'habitude: j'aimais → j'y arrivais ici: j'aimais pas → j'aimais pas	"on débute on pense qu'il y a un truc"	
591	des enfants ou des personnes?	les saufs ou les personnes? + le droit de ne pas aimer.	indifférence aux objets.	indifférence aux objets	→ à cause de saufs (et comment) mieux avec personnes + habitudes + intéressant
636	Pour-on s'inter looser algébrique?	N: satisfait? Faire automatique? →	/	satisfait non - avec $y = x + 20$, c'est pas compliqué	/

début	titre	cp	Arg	Sail	Sabah 25 3 1
222	présentation	lecture des consignes des feuilles de recherche			
227	recherche 3ma %	/	calculs: 196 et 236	calculs: 196 et 23	alg + calculs: 196 et 236
310	Faut-il vérifier ?	Vérifier! qu'est-ce que vérifier? → Faut-il vérifier?	c'est inutile: parce que on va tout faire que ça	c'est inutile parce que le genre de problème est simple	c'est utile (mélange) • c'est logique • on a 432, 236 plus • c'était faux d'après prof • tout facile
LA VÉRIFICATION					
357	196 + 20 = 216	Une a 20 de plus que l'autre?	196 + 20 = 236 plus 216	se rassie à 216	196 + 20 = 216
369	"c'est bon" (196 et 236)	ton résultat est bon?	on a fait $\frac{432}{2}$... c'est bon	/	c'est logique - on pourrait faire autrement
382	la doute	/	/	c'est faux 196 et 236: • 20 de plus que l'autre • 196 + 20 = 216 c'est bon	c'est bizarre
391	la justification du résultat	/	20 est une petite valeur il faut regarder sa pb en gros l'important c'est 432 donc c'est bon on est obligé de faire c ça	on fait $\frac{432}{2}$...	ça a l'air bon ça peut être que ça comme dans des tests
427	la phrase ambiguë	sais-tu d'arguer de police: "aucune diff. constatée" → aucune conséquence	c'est un problème ambiguë à cause la phrase "20 est de plus que l'autre"	c'est la phrase qui est ambiguë	/
444	Avec 216 et 196	/	Etrai avec 216 et 196 la seule solution est 196/236	216 + 196 = 412	/
456	"c'est bon" (196 et 236)	/	c'est bon "les autres ne se font pas confiance" = = =	hésitant c'est bon	c'est logique, c'est bon

Numéro	Titre	Eq	Argy	Saïd	Sabah 8r 3 ②
	AVEC LE BON RESULTAT (206 et 226)				
474	1 ^{er} Rejet	Une autre résumat est possible ? (→ Argy-4) Je propose 206 et 226	$226 + 206 = 432$? le problème 432 " c'est l'autre sa solution Donc c'est pas une saïd. Donc $226 + 206 \neq 432$	$226 + 206 = 432$ quand on fait $\frac{432}{2} \dots$ ça fait pas une saïd D'où rejet	$226 + 206 = 432$ Je fais faire $\frac{432}{2} \dots$ D'où rejet
495	2 ^e Rejet	Pourquoi ? la somme fait 432 l'écart est de	20 d'écart Il faut 432-20. Plus rejette	20 d'écart mais $\frac{432}{2} \dots$ D'où rejet	20 d'écart mais $\frac{432}{2} \dots$ D'où rejet
516	Avec 206 : la décomposition de Saïd	/	/	J'ai trouvé 206 ! --- J'ai fait 432-20 ... Répète 4 fois : pour EP, qui, Sabah, Argy	→ à évaluer cherche à comprendre
545	Les 2 résumats	/	Il y a 2 calculs différents donc 2 résumats différents 432-20... donne 196 !	Il y a plusieurs méthodes	on ne peut avoir 2 résumats
562	Le raisonnement de Saïd (432-20...)	/	1 ^{er} avec Sabah et Saïd 3 ^e avec 2 ^e aide de Saïd dit avoir compris	1 ^{er} avec Argy et Sabah 2 ^e pour Argy et Sabah 4 ^e pour Argy et Sabah Les 2 WP	1 ^{er} avec Argy et Sabah est convaincre par 226 et 206 2 WP c'est impossible
586	Y'a-t-il 2 WP ?	laquelle choisir ?	Des 2 WP	← réponse à Argy	même à Argy
596	la vérification d'Argy	/	Vérifie qu'on peut trouver 206 et 226 en faisant 432-20...		
619	Les 2 calculs d'Argy	/	Il faut : $\frac{432}{2} \dots$ $432-20 \dots$ Il y a 2 bons résumats	/	réponse à Argy ! Je fais choisir !
633	Les 40 d'écart		Et alors ? Il faut 432. Il y a 2 résumats (206 et 226) 40 : c'est bigane	$236 - 196 = 40$ et 20 196 et 236 : c'est bigane	/
660	Le choix	laquelle choisir ?	La 2 ^e : parce que la 1 ^{re} est que la 1 ^{re}	La 2 ^e à cause de 40	ça peut être la 2 ^e

élève	lettre	Ep	Prig	Saïd	Sabah 25/3/23
	PROPOSITIONS 3 EQUATIONS				
712	la mise en route Sabah cherche sur la méthode Envis de chercher une équation ? on recommence		une équation "c'est facile" proposition instantanée pate de 206 et 236	proposition instantanée	accepté avec les x et y "il y arrive pas".
736 000	les levitations d'Arig	/	modifié plusieurs fois son équation "faut pas chercher à comprendre" propose une forme facile à résoudre - Résoud	/	/
026	le sens de $412x = 2$ (Saïd)	$412x$ représente quoi ?	d'accord - il faut y y: la personne avec les œufs	propose $412x = 2$ 412 œufs pour 2 personnes x: les œufs y: les œufs en plus	x: c'est quoi ? pas d'accord avec sa eq : x: la 1ère qui a y: la 2e.
052	l'argument résolution	/	maintient $\frac{412}{2}$	corrige $x = \frac{2}{412}$ répond $-3x = 6$ //	critique réponse de Saïd : $x = \frac{212}{2}$
062	le rejet de $412x = 2$	Au départ $412x = 2$?	non : il doit partir de 432	$412x = 412$ personnes	non : il doit partir de 432
084	Est-ce des maths ?	Est-ce des maths ? 236 et 196 ?	recommence comme d'habitude finirait un exercice de maths pas des maths : plus réponses le calcul c'est pour	40 de différence	/
095	l'absence des équations	l'habitude ?? ...	"ça dépend" ne sait pas à 31 "faut travailler en des semaines comme ça"	"faut que je se sente"	"il y arrive avec équations" "il me prend sa tête celui-là"
111	Au débutant	propos de l'aida & Saïd interroge Sabah	/	/	il a aucune équation qui lui convienne à proposer
118	le sens de $432 = 20x + y$ (Arig)	$20x$? $20x$ ou $20 + x$?	propose $432 = 20x + y$ x: c'est pour une personne y: c'est pour une autre personne $20x$ ou $(20+x)$? comme les augmentations	$20x = 20$ œufs $20 + x = 20$ œufs de plus	/

libut	titre	Et	Aviz	Said	Sabah 953 ④
137	le plus de $x + 204 = 432y$ (Sabah)	personnes + couples ?? que veut dire + ?	/	/	proposé $x + 204 = 432y$ x : une personne y : des couples pas possible (2 fois) on peut pas additionner (4 fois) il faut transposer (4 fois) traverse $x = 432y$ pas bon
156	la réjet de la solution	la 1 ^{re} personne égale à 412 couples	/	pas bon: les 2 personnes ont 412 couples	pas bon

élève	titre	EP	APR	Said	
	LA SOLUTION	GUIDÉE			
163	proportion d'une phrase écrite :	les 2 personnes ont 432 œufs les œufs 1 ^{er} et les œufs 2 ^{es} = 432	/	d'accord	d'accord
185	retour œuf = personne	une personne égale la seule	"on mélange les œufs et les personnes"	/	c'est plusieurs personnes
191	la recherche d'une inconnue	questionnaire pour finir l'inconnue	/	x le nombre d'œufs en plus x le nombre d'œufs d'une seule personne	le nombre d'œufs d'une seule personne car $x + x = 2x$ puis $\div 2$
222	c'est la personne	l'une a x œufs l'autre a ... ?? la régle et la preuve	/	$x - 2$ la régle : 226 œufs	$x + 1$
229	Est ce des maths	Pourquoi ?	c'est pas un ex. de maths c'est ambigu Il y a plusieurs solutions car plusieurs méthodes	/	Il y a un seul résultat mais plusieurs méthodes
248	la régle et la preuve.	x la régle ou la preuve ? A toutes les 2 ? Cg vous plaît ?	/	432 → silence	x : la preuve $x + 1$: la régle $x + 20$: la régle → "Attendez !" !
265	la résolution de l'équation	/	"ils ont fait presque pareil que moi"	calculer avec Sabah	calculer avec Said Est très facile
281	la version d'Agg	Est ce correct ?	432 = calcul = $x + y$ = calcul 206 "ça paraît simplifier" /	je préfère l'autre	c'est pas simple !
292	les 2 conviennent	/	$x + 20 + x = 432$ pour la régle ou la preuve ?	"j'avais bingé" → je fais et lui y arrive	tu fais et lui y arrive
303	Revenir à l'écriture	est ce des difficultés ?	"Imaginer" "mettre la pb en équations"	la 1 ^{re} ligne → pour trouver	mettre $x + 20$ → trouver ...
327	Pour convaincre Agg	/	la preuve : x la régle : $x + 20$ calculer avec Agg et Sabah convaincre : "pas raté"	tu fais $x + x + 20$	calculer avec Agg

di'but	titre	EE	Aviz	Sa'id	Saboh of 3 ⑥
CONCLUSION					
341	Regard sur la simplicité	mots pour conclure	faire attention à la fin le temps de plus - 40 d'écart	soit fait $\frac{432}{2}$	j'ai fait $\frac{432}{2}$... je faut faire avec des équations
361	L'Habitude	le prochain test sera différent que faites vous actuellement?	→ question d'habitude: on fait pas ce genre en maths → la parité - j'ai rien compris	→ on en fait fonction affine / opérative	on en fait A parité

ANTUNES :

Antunès écrit peu, dit peu,. Elle cherche à comprendre, ici pourquoi les résultats ne peuvent convenir si l'équation qu'elle écrit est correcte... C'est la seule élève des deux classes concernées qui , à la question "que faut-il faire en mathématique pour réussir ? ", réponde "être rigoureux".

Mais, comme le prouvent les "oeufs", elle a peur de s'aventurer, d'explorer des pistes nouvelles , de dévoiler sa démarche. Elle le confirmera dans "les sucettes" : alors qu'elle est sur la bonne voie, elle s'arrête : "parceque je ne sais pas où ça va me mener" (240 C). Elle expliquera son attitude elle-même : "de toutes façons, je ne suis jamais sûre de ce que j'écris" (450 C).

Antunès voisine le savoir mathématique, mais tellement peu confiante en la validité de ce qu'elle produit, elle ne peut s'en emparer.

COLLANGE :

Collange ne se fait guère plus confiance, mais son attitude est tout à fait différente.

Collange ouvre des portes, toutes les portes, sans trier , pour voir si ça mène où il faut. C'est la conséquence de l'action qui justifie l'action, ici ce n'est pas sa démarche qui lui importe, mais le résultat obtenu.

Collange travaille sans exigence de clarté : les démarches sont confuses, l'expression verbale également, l'équation proposée aussi. De cette confusion sort parfois une idée jsute et même pertinente, d'autres fois des idées erronées. Elle le sait. Elle accepte facilement s'être trompée, mais ne tente pas pour autant de l'expliquer .

"Les x et les y ne sont pas réels"...(058 D)

L'erreur est le fruit du hasard...

La réussite aussi...

FATIHA .

Fatiha semble fonctionner à l'économie : le minimum de travail pour le maximum de satisfaction.

Fatiha perçoit aisément si elle a compris : elle le fait sentir (463G) ou dit simplement "je ne comprends plus". Elle ne s'use pas dans la confusion, lorsque c'est compliqué elle s'arrête (572G). Elle ne s'use pas non plus dans les tâches d'exécution, lorsque l'activité devient routinière, elle s'en dispense (calculs, résolution de systèmes...).

Entre les difficultés que rencontre Fatiha, ce que ne démentira pas , au contraire, la suite de l'entretien, et l'affirmation de son aisance dans la résolution de problèmes de ce type , l'écart est grand. Comment l'expliquer ? Percevant l'essentiel, Fatiha reçoit sans doute aisément les explications données , elle peut donc suivre le professeur en situation de classe. Alors que l'autonomie qui lui est laissée ici, lui impose de gérer par elle-même une complexité qui lui révèle des difficultés insoupçonnées... aussi les fuit-elle. Elle n'y arrive plus , elle n'aime plus; la logique de l'échec joue fortement pour Fatiha.

Fatiha est ici peu investie. Le rapport au savoir ici décrit semble très spécifique à un savoir scolaire peu impliquant pour elle-même. C'est sur un tout autre registre que fonctionne Fatiha en français où son investissement est maximum. La suite de l'entretien et le questionnaire "réussir" en témoignent.

NADIA.

Nadia est partante pour s'embarquer là où on lui propose d'aller : "on le fait ?" demande-t-elle en recevant la fiche "énoncé". Il y a 40 d'écart... La remise en cause est immédiate. Elle évite de mettre des x et des y , mais ne le refuse pas ; elle s'y embarque et en est ravie.

Cet intérêt ira croissant tout au long des exercices de l'entretien, elle réinvestit au fur et à mesure les acquis précédents (entre les "sucettes" et les "autocars")... et elle en est évidemment satisfaite.

Mais des verrous bloquent sans doute cette dynamique. Nous avons repéré ici celui du sens de l'équation, comme objet capable de fabriquer du connu à partir de l'inconnu. Il y en a sans doute d'autres n'apparaissant pas ici.

Peut-être tout simplement, Nadia n'a-t-elle pas eu suffisamment l'occasion d'être embarquée ?

AÏCHA .

Aïcha prend ses appuis sur les situations et les pratiques de référence. Prendre appui, avoir des références Aïcha dira au cours de l'entretien le rôle des livres par rapport à sa famille et écrira à propos de la réussite en maths qu'il faut "feuilleter plusieurs livres de maths sur le point étudié. On peut aussi faire quelques exercices mais seulement s'il y a une correction"...

Des livres, non pas pour découvrir mais pour s'appuyer. Aïcha n'aime pas que les "personnes" deviennent des "oeufs", que le décor change. Elle n'aime pas changer sa pratique : elle ne peut abandonner son "produit en croix":

$x * 90 = 15 * y$ pour réfléchir au sens de $y = 6 * x$ dans les "pommes". Aïcha ne réussit pas bien en français, elle le dit : pour réussir , "il faut beaucoup d'imagination".

Cependant , à l'intérieur de sa situation "aimée", Aïcha repère aisément les moments où "ça s'embrouille" et avance d'un pas assuré dans cet univers.

SABAH

Sabah est confiante en ses capacités. Elle se bat, accepte ses échecs mais demeure persuadée qu'elle peut y arriver. On retrouve ceci dans tous les exercices qui constituent ces entretiens. Elle est passionnée. En maths , dira-t-elle au cours des entretiens, "j'aime tout" (145R, 400S); particulièrement, travailler avec des x "c'est class" (410S) Elle trouve ici un espace de parole pour se dire, pour me dire.

Mais de ses dires, de ceux des enseignants, passion et concentration ne vont pas toujours de pair pour Sabah...Sabah fait , et elle fait au plus vite. Elle fait sans recul sur sa production. C'est l'action qui valide ce qu'elle produit, ceci est très manifeste dans la première étape de vérification.

Mais cette seule explication de la primauté de l'action sur l'analyse ne peut suffire.

Sabah prouve dans cet entretien qu'elle est capable de s'interroger, de faire valoir des arguments pertinents, inattendus, de remettre en cause ses conclusions...

Cependant la logique mathématique n'est pas le mode de pensée de Sabah : elle juxtapose des arguments, parfois de nature fort différente, et elle en retient certains pour établir ses conclusions.

Sabah dira pour conclure la recherche de cet exercice:

"On a trop paniqué.

On faisait trop logique.

On s'est pas pris la tête.

On a pas cherché bien." (341P).

Vitesse, action, concentration, raisonnement... Tout y est ...ou presque.

AZIZ

Aziz se fait confiance, la confiance est d'ailleurs une valeur qu'il invoque face aux autres. A priori, toute chose lui semble facile, il envisageait d'ailleurs une première S, parce que "au collège c'était facile; mais au lycée..."

Aziz est mené par l'action : tu fais, c'est comme ça, ça ne peut pas être autrement, faut pas chercher à comprendre... Les mathématiques sont pour Aziz un lieu de certitude absolue, d'unicité. Elles sont linéaires, mécaniques, indiscutables... Et si, par malheur, celles-ci prêtent à discussion, ce ne sont plus des mathématiques... Cela devient du domaine de l'imagination.

Face aux difficultés qui peuvent surgir, Aziz met donc en place diverses stratégies d'évitement : il change de point de vue en "regardant en gros" et pas dans le détail, sortant ainsi complètement de sa logique déductive. Il minimise ses difficultés, ou encore refuse de les reconnaître. En conséquence, changer de cap, porter un regard critique sont des activités intellectuelles très loin du fonctionnement d'Aziz.

SAID

Dans cet entretien, Saïd est discret, à l'écoute des uns et des autres, prêt à changer d'avis, particulièrement sous la pression de Sabah. Cependant il fait avancer le débat : il fait, il calcule, il observe les nombres et il trouve. Saïd trouve ici sa place.

Cependant les difficultés de Saïd ne sont pas des moindres en mathématiques, comme ailleurs. Saïd dit qu'il a toujours eu des difficultés en mathématiques. Il le vit mal : à une remarque anodine, il rétorque "dites tout de suite que je suis nul" (354S) mais reconnaît par ailleurs être complètement dépassé par ce qui se fait en classe.

La maîtrise du domaine algébrique est loin d'être acquise. Mais dans le domaine numérique, il est à l'aise, comme il le prouve. Ce sont des objets qui lui sont suffisamment familiers pour arriver à exercer dessus une activité déductive. Face à l'exercice des "nombres" proposé ultérieurement, il précisera "Ca va aller, y'a des nombres" (650R) et conclura "celui-là, je l'ai mieux compris, mieux maîtrisé". (426S)

L'accès à l'argumentation mathématique est difficile. Saïd maîtrise très mal la langue. L'expression et les idées développées sont confuses; le raisonnement arithmétique et la mise en équation en souffrent bien évidemment. L'articulation des idées nécessite un long temps de maturation,... mais elle peut avoir lieu, les "oeufs" le prouvent.

Editeur : IREM
Directeur Responsable de la publication : Régine DOUADY
Dépôt légal : Juin 1993
ISBN : 2-86612-114-7
IREM Université Paris VII
Tour 56/55 - 3ème étage, Case 7018
2 place Jussieu 75251 Paris Cedex 05