INSTITUT
DE RECHERCHE
POUR L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES

82

MAI 93

LES MYTHES HISTORIQUES, SOCIAUX ET CULTURELS DES MATHEMATIQUES : LEUR IMPACT SUR L'EDUCATION

Contributions de Gert Schubring, Catherine Goldstein, Jean-Pierre Kahane, Evelyne Barbin, André Revuz, réunies par Catherine Goldstein. Les interventions orales étaient coordonnées par Michèle Chouchan.

UNIVERSITE - PARIS VII

Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques : leur impact sur l'éducation

Contributions de Gert Schubring, Catherine Goldstein, Jean-Pierre Kahane, Evelyne Barbin, André Revuz, réunies par Catherine Goldstein. Les interventions orales étaient coordonnées par Michèle Chouchan.

Des mathématiques dans l'histoire : en guise d'introduction...

Le mythe, selon le dictionnaire, est en premier lieu un récit fabuleux qui met en scène des êtres incarnant sous une forme symbolique des forces de la nature ou des aspects de la condition humaine; par extension seulement, il est aussi l'image idéalisée et déformée d'un fait, élaborée collectivement. Que les mathématiques, et les mathématiciens, soient les objets de telles représentations n'est qu'un indice de leur rôle important et ambigu dans notre société et plus encore dans notre imaginaire social. Les mêmes débats se répètent inlassablement à propos de la fonction des mathématiques dans l'étude de la nature : comprendre, manipuler, modéliser, découvrir, inventer ? Les mêmes débats se répètent inlassablement à propos de l'emprise des mathématiques sur notre culture et de leur toute-puissance : faut-il s'en épouvanter, s'en émerveiller, s'en défier ? Les mêmes débats se répètent inlassablement, qui, bien souvent, n'évoquent plus des mathématiques que la fable, le symbole tour à tour de nos échecs ou de nos triomphes, à l'échelle d'une civilisation ou à celle du système scolaire. C'est à dégonfler quelques-unes de ces encombrantes baudruches que visent les textes qui suivent.

Ils reprennent, sous un forme quelque peu remaniée et étoffée, des interventions à une table ronde organisée à l'Unesco le 6 avril 1992 sur le thème : "Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques : leur impact sur l'éducation". Cette table ronde clôturait un colloque international d'histoire des

mathématiques, "Mythes et réalités des mathématiques européennes". L'enjeu de ce dernier, coincé entre la création de la Société Mathématique Européenne en 1991 et le premier Colloque Européen de Mathématiques, en juillet 1992, était d'explorer et de réévaluer à l'aide des travaux récents en histoire certains lieux communs sur les origines et le développement des mathématiques. Par souci de vérité, bien sûr. Mais aussi, parce que ces images vraies ou fausses semblaient nourrir encore les opinions, les controverses, et donc les décisions, de notre présent même.

Comment justifier, par exemple, à la fin du 20^{e} siècle, le regroupement européen d'une discipline dont les prétentions à l'universalité n'ont peut-être jamais été plus fondées? A première vue, il s'agissait surtout de comparer, et peut-être d'harmoniser et de stimuler, les formations, les programmes, les flux d'étudiants et les débouchés, bref de s'occuper de politique scientifique et d'éducation au sens le plus le large. Pourtant, c'est à l'histoire interne des mathématiques elle-même que cette dimension européenne a souvent été rapportée : suivant une image d'Epinal, les mathématiques seraient en effet une création proprement européenne. Nées en Grèce, pleinement développées à partir de la Renaissance dans les pays européens avant de s'étendre au reste du monde, les mathématiques, la recherche mathématique et ses applications seraient donc un facteur d'unité culturelle proprement européen. De cette fable, il fallait à tout le moins sonder les soubassements de réalités, les motivations mythiques.

Même si on a tendance à l'oublier, surtout en ce qui concerne les sciences, la discipline historique évolue, réexamine de nouveaux documents, ou d'anciens, mais à travers de nouvelles perspectives, et réactive finalement au présent un passé toujours neuf. Or, la construction épistémologique et culturelle d'une discipline mathématique est un enjeu essentiel pour l'éducation, comprise au sens large, c'est-à-dire en y incluant la diffusion et la popularisation des

connaissances. La table ronde, conçue indépendamment du colloque historien et résolument tournée vers la situation contemporaine, n'a pu que renforcer cette conviction de base : visions sur l'enseignement des mathématiques et histoires des mathématiques procédaient de mêmes sources, se miraient les unes dans les autres, collaboraient. Les résonnances des textes qui suivent avec des thèmes chers à l'histoire des sciences, sans jamais les concerter, sont de fait nombreuses et variées. Je n'évoquerai ici que les plus frappantes.

Dans le premier texte, Gert Schubring explore en un survol de divers sytèmes d'éducation la tension entre les mathématiques à finalité professionnelle et les mathématiques apprises pour elles-mêmes, pour la formation (ou "l'honneur", comme on préférera) de l'esprit humain; cette opposition rencontre, sans se confondre avec elle, celle plus récente entre mathématiques appliquées et mathématiques pures. Gert Schubring montre entre autres que les pratiques en ce domaine sont liées tout à la fois à un discours sur la justification des mathématiques et à une hiérarchisation des valeurs sociales dans leur ensemble.

Or les mathématiciens travaillent à l'intérieur d'une société donnée. Eux-mêmes créent à la fois des mathématiques et un jugement sur elles, qui peut prendre tour à tour la forme d'une réécriture historique ou d'une réforme éducative. *Un exemple frappant éclaire l'origine des mathématiques européennes et concerne l'histoire de l'algèbre. Les scientifiques du 17^{e} siècle ne sont en effet pas les premiers mathématiciens européens. Bien avant eux, la développement du commerce autour de la Méditerranée, celui des villes en Europe, ont favorisé la présence et le travail des abacistes, mathématiciens professionnels, spécialistes des techniques de compte, mais aussi importateurs et développeurs de l'algèbre, d'origine arabe. Au 16^{e} siècle, de nouvelles classes sociales commencèrent à s'intéresser aux mathématiques : les humanistes relurent alors les traités d'algèbre à de nouvelles aunes. Les problèmes présentés sous une forme concrète disparurent progressivement au profit des mêmes*

problèmes exprimés abstraitement, l'accent fut mis non sur l'efficacité concrète des procédures, mais sur l'universalité du langage algébrique et l'exercice intellectuel qu'il représentait. En même temps fut proposée une nouvelle chronologie de l'algèbre qui trouvait chez les mathématiciens grecs, Diophante entre autres, un modèle (idéalisé) d'activité mathématique désintéressée ; on élimina peu à peu les auteurs arabes, dont le travail, à tort ou à raison, était associé au développement du commerce.

Il est courant de croire que les mathématiques, les vraies au moins, n'ont été utilisables et donc utilisées que très récemment. Comprendre que les oppositions entre pratique et culture ont été à l'ordre du jour depuis plusieurs siècles, c'est questionner la notion même d'utilité sociale et les formes multiples que celle-ci peut prendre (jusqu'à privilégier en son nom les mathématiques les plus éloignées de la technologie) selon l'état de développement industriel d'un pays ou les priorités de la société concernée. Celles-ci variant, les mathématiciens dédaignent parfois moins les travaux les plus "appliqués" que l'histoire ne les ignore : *certaines approximations explicites de Fourier, que la recherche d'algorithmes aux performances calculables remet maintenant à l'honneur, n'avaient pas été jugés dignes de figurer dans l'édition de ses œuvres !*

Ces tensions entre utilité sociale, développements industriels et formation spirituelle paraissent à beaucoup dépassées – en partie parce que des mathématiciens de premier plan, surtout depuis les années 80, en soulignent le manque de pertinence contemporain –, elles n'ont pas disparu des esprits. Je témoigne dans le second article de ce recueil que l'étude traversière des réactions féminines aux mathématiques les fait renaître et montre l'inertie des réévaluations culturelles par rapport à celles des technologies... Je souligne aussi l'ambiguité et les conséquences éducatives d'une image des mathématiques bâtie pour l'essentiel sur une notion périmée de la recherche. De quelles mathématiques, de quelles activités liées aux mathématiques parle-t-on lors-

qu'on proclame l'incompétence des femmes ou de toute partie d'une société ou d'une population? Bien souvent, une vision parcellaire et étroite est sélectionnée a priori; un postulat sur l'unité fondamentale de la discipline à travers le temps et l'espace est appelé ensuite à la rescousse pour globaliser hâtivement les conclusions élaborées sur une portion minime.

L'histoire nous fournit bien à propos des études de cas qui montrent que l'unité de l'édifice mathématique, lorsqu'elle existe, n'est pas une donnée naturelle, mais construite, à travers des choix éducatifs ou économiques par exemple. Le modèle de l'Ecole Polytechnique a été au 19^{e} siècle adopté en Europe et au-delà, en Argentine, en Bohème; tout en se pliant aux possibilités locales, il a souvent contribué au développement d'écoles de géométrie descriptive (considérée comme fondamentale dans la formation des ingénieurs), au détriment de recherches plus originales, mais dont l'ancrage social était moins fort.

L'accès aux mathématiques s'est parfois confondu avec un accès à ce type d'écoles : identification aux effets multiples dont le système français porte encore trace. Il est d'ailleurs remarquable que la géométrie dans l'espace reste un test de prédilection pour mesurer une aptitude prétendument authentique aux mathématiques, alors qu'elle a maintenant presque disparu, sous sa forme ancienne, des cursus scolaires et de la recherche.

Jean-Pierre Kahane réfléchit plus généralement dans sa contribution sur l'universalité des mathématiques, pour le meilleur et pour le pire. Il est en fait rarement question dans l'histoire de la diffusion spontanée et uniforme des "meilleures" mathématiques, dont la mesure et le contenu seraient à chaque instant évidente et absolue.

Des enjeux de toutes sortes, politiques, éducatifs, sociaux, furent à l'œuvre, le sont encore pour valoriser une approche ou des méthodes et des sujets particuliers. L'efficacité des idées nouvelles dépend de l'existence d'une communauté apte à les comprendre et surtout à les réinvestir. En témoigne, au 19^{e} siècle,

l'indifférence de l'école française, marquée par les travaux de Cauchy, pour le point de vue de Riemann sur les fonctions complexes. Les surfaces de Riemann arrivèrent au Portugal près de 30 ans avant d'atteindre l'Espagne, ces deux pays, bien qu'adjacents, ayant des relations politiques et éducatives très différentes avec le reste de l'Europe !

Un exemple plus ancien nous est fourni par les missions jésuites en Chine au 17^e siècle : les Eléments d'Euclide y furent importés avec une effigie du Christ en première page, dans une tentative d'utiliser l'intérêt autochtone pour les sciences afin d'aider aux conversions religieuses. Efficace ou non, le procédé conduisit à des synthèses mathématiques entre traditions chinoises et européennes, mais ces synthèses ne furent pas réimportées en Occident; en particulier les techniques tabulaires développées en Chine, des méthodes analogues à ce que nous appelons le pivot de Gauss, ne furent, comme ce dernier nom l'indique, retrouvées en Europe que bien plus tard.

L'universalité des mathématiques est donc construite, dans des rapports de forces subtils qui s'appuient sur les capacités de certains domaines à résoudre les problèmes jugés importants par un maximum de personnes, au sein, mais aussi en dehors des communautés scientifiques. Là encore, des évaluations variées décident de ce qui doit être développé, voire de ce qui doit vraiment être considéré comme des mathématiques réelles.

Evelyne Barbin s'intéresse spécifiquement au rôle du modèle euclidien et à son fonctionnemment au sein de l'enseignement. Ce modèle a pu être, est encore parfois, considéré comme fondateur de nos mathématiques, voire comme archétype de tout texte mathématique digne de ce nom.

Or, les mathématiques de type euclidien, avec leurs axiomes et leurs suites de propositions ordonnées, ne sont pas, tant s'en faut, les seules développées en Grèce; les traditions logistiques, souvent négligées, ont une histoire bien plus longue, offrant d'autres classifications et d'autres méthodes; leur prise en

compte éclaire d'ailleurs le texte euclidien lui-même.

La présentation euclidienne fut contestée par de nombreux mathématiciens, à différentes époques. L'informatique et l'intérêt connexe pour les procédures effectives nous ont conduits dans les dernières décennies à réévaluer d'autres modes de présentation, en particulier algorithmiques, non moins précis et rigoureux.

Là encore, l'universalité joue à cache-cache avec les alternatives, posant avec force la question de l'identité des mathématiques : où, dans quels processus, se reconnaissent-elles ?

André Revuz reprend finalement dans son texte plusieurs de ces thèmes sous l'angle spécifique de la relation pédagogique. Il évoque en particulier la non-transparence des idées mathématiques qui, me semble-t-il, résonne avec le thème de l'universel et du particulier, celui de la recherche et des niveaux d'enseignement : chacun, chacune, n'a-t-il pas une pratique des mathématiques, même si celle-ci n'est pas celle qui fonctionne ou devrait fonctionner à l'intérieur de l'école ? La résistance aux mathématiques n'est-elle pas moins l'indice d'une stupidité que celui d'une autre vision, erronnée peut-être (pas toujours !), résistante en tout cas ? Moins celui d'une place vide, qu'il serait facile de remplir, que celui d'intérêts divergents qu'une patiente analyse peut seule comprendre et, peut-être, concilier ? *Reconnaître la multiplicité des connaissances et des ignorances possibles est un des fondements des travaux d'ethnomathématiques qui cherchent à s'appuyer sur les éléments mathématisables de techniques connues ou de problèmes authentiques des groupes concernés : entrelacs de tissage, coupe de vêtements, proportions dans la fabrication d'engrais agricoles, autant d'exemples variés susceptibles de mettre en action des connaissances mathématiques.*

Ce bref panorama de convergences entre les mythes des mathématiques dans l'histoire et dans l'éducation pourrait laisser croire à une unanimité sur

ces questions : il n'en est rien. Des divergences, parfois profondes, se sont exprimées, entre les auteurs des textes qui suivent, entre eux et les auditeurs, pendant les débats. L'avenir, les solutions proposées, surtout, ne coïncidaient pas. Juxtaposés, les textes qui suivent ne présentent pas une vision unifiée; nous n'avons pas cherché non plus à en réduire les contradictions. Au lecteur, à la lectrice, de les détecter, d'y faire jouer le contexte de leur élaboration et les objectifs variés de leurs auteurs, bref de continuer après nous l'exercice critique. La bibliographie jointe y incite.

Des pessimistes absolus (un auditeur a fait remarquer que l'éducation mathématique n'ayant fait qu'échouer depuis plusieurs millénaires, il y aurait peut-être lieu de suspendre l'expérience!) aux optimistes mesurés qui souhaitaient appuyer sur la diversité des pratiques mathématiques possibles, l'existence de nouveaux débouchés professionnels et la patience des études didactiques les espoirs futurs, des positions fort diverses se sont exprimées.

Ceci n'a pas empêché les points de rencontre : la formation permanente, pour les chercheurs et pour les enseignants, a été jugée nécessaire par tous, tous ont souhaité la mise en place de passerelles et un effort accru vers les adultes afin que les difficultés de la période scolaire ne se tranforment pas en échecs définitifs.

Ce recueil voudrait contribuer à annoncer non la *fin des certitudes*, mais peut-être celle de la crainte : plus qu'à une image stéréotypée, crispée, des mathématiques, c'est à leurs figures variées, à la richesse souvent mal connue, voire occultée, de leurs interactions et de leurs alliances, pour le meilleur comme pour le pire, que nous souhaitions faire appel. L'histoire des mathématiques a longtemps soutenu l'image de mathématiques (et de mathématiciens) enfermées dans leur tour d'ivoire : il n'est pas inutile peut-être de montrer que cette image même est historique, c'est-à-dire fabriquée dans des circonstances particulières par sélection et élimination d'une partie de l'activité mathématique. Face à

l'extrême pauvreté de la vision usuelle des mathématiques, il n'est peut-être pas inutile non plus de savoir que des communautés variées, voire hétéroclites, ont utilisé et développé tour à tour ou en même temps des mathématiques. Celles-ci ont toujours participé à la cité et infiltré toutes sortes de pratiques culturelles et sociales; elles ont été mises en œuvre à toutes sortes de fins, éducatives et sociales, du développement de l'instruction commerciale au renouvellement du droit, de l'art militaire à la formation universitaire.

Pour parodier la belle métaphore de Wittgenstein, la force des mathématiques, comme celle d'une corde, ne vient pas de ce qu'un seul fil court tout le long, mais de ce que beaucoup s'entrecroisent...

Cette table ronde et le colloque qui l'a précédée ont été rendus possibles grâce au soutien de la division "Philosophie et Ethique" de l'Unesco, du CNRS (sections 01 du département SPM et 35 du département SHS), de la DAGIC, du MRT et de l'Université de Paris 8. Les exemples historiques m'ont été fournis par Giovanna Cifoletti, Karine Chemla, Hélène Gispert et Eduardo Ortiz. Je tiens à remercier tout spécialement Jim Ritter et Aline Robert pour leur soutien dans la préparation de ces textes.

Catherine Goldstein

25 avril 1993

Continuités et fonctions variables dans le rôle social et éducatif des mathématiques

Gert Schubring

Nous avons assisté depuis plusieurs années à des changements profonds dans les fonctions sociales des mathématiques. Aussi bien les mythes que les faits considérés jusqu'ici comme les plus évidents ne peuvent subsister. Un des défis les plus décisifs à cet égard a été constitué par l'informatique.

Pour mieux dégager les dimensions impliquées et les points cruciaux de la situation actuelle, je souhaiterais discuter quelques éléments du développement historique. Même si l'on se restreint à l'Europe, on peut constater une énorme variété dans les enracinements culturels des mathématiques et également des formes tout à fait différentes d'institutionalisation [1], mais sous-jacents à cette variété, il est aussi possible de repérer quelques traits pertinents à notre propos qui restent plus ou moins constants, alors que d'autres sont éminemment variables. Particulièrement révélatrices sont les structures de l'enseignement.

[1] Et cela aussi bien diachroniquement, au cours de l'histoire, que synchroniquement, à un moment donné, dans des régions différentes.

Formation professionnelle ou générale ?

Dès les premières grandes civilisations de l'Antiquité, en Mésopotamie, en Egypte, il y a eu un enseignement des mathématiques[2] . A l'origine cet enseignement semble avoir poursuivi des buts professionnels, au service pratique de ces états; les scribes de comptes utilisaient des techniques de calcul et de résolution de problèmes. La transmission du savoir mathématique et le développement de ce savoir même étaient imprégnés dans leurs modes d'échange et d'organisation par ces fonctions professionnelles.

En Europe au 14^{e} siècle, de véritables mathématiciens professionnels tenaient des "boutiques d'abaque" dans lesquels ils donnaient des consultations aux négociants; ils étaient aussi chargés d'apprendre aux enfants des marchands les nouvelles techniques de comptabilité et de change rendues indispensables par le développement commercial : dans ce cas, les enseignants étaient en concurrence directe et la possession de techniques plus efficaces permettant de garantir une plus grande clientèle, les procédés mathématiques pouvaient faire l'objet de secrets corporatistes.

Par des processus d'évolution des appareils d'Etat et de ses fonctions ainsi que par des processus de différenciation sociale, l'enseignement s'est répandu dans la société au delà des cadres de la formation professionnelle *stricto sensu*. A partir des premiers systèmes d'enseignement général, et c'est particulièrement le cas en Europe de l'Ouest, l'ordre entre le savoir pratique à visée professionnelle et le savoir théorique s'est interverti : l'enseignement a commencé dès lors avec les éléments théoriques communs pour tous et a progressé vers les parties pratiques selon des partitions et spécialisations professionnelles.

Dans cet ordre moderne interverti, le rôle des mathématiques n'était plus si évident et confortable. Un des traits persistants des mathématiques dans

[2] Les mathématiques ont constitué avec l'apprentissage de la langue et de l'écriture les premiers sujets d'un enseignement systématique.

les sociétés modernes[3] est qu'elles ne peuvent se séparer complètement des liens avec les buts professionnels d'origine, contrairement aux sciences humaines par exemple. Les fonctions sociales et éducatives des mathématiques découlent d'une fonction au carrefour de la formation générale et de la formation professionnelle.

Dès la fin du Moyen Age, dès la Réforme, il y a eu une grande scission culturelle entre les Etats nationaux européens qui s'étaient déjà formés à cette époque, la scission entre les pays catholiques et les pays protestants. Cette scission a engendré différents systèmes tout autant sur le plan économique que sur le plan de l'enseignement. Sommairement, on peut dire que dans les pays catholiques le rôle des mathématiques dans l'enseignement général était marginal[4] tandis qu'elles jouissaient d'une position meilleure et plus stable dans les pays protestants.

Mais la contradiction inhérente à l'enseignement dans chacun des différents pays et cultures, avec laquelle avaient à lutter les partisans d'un enseignement mathématique général, fut le manque d'authentiques carrières professionnelles en mathématiques. Cette difficulté à pouvoir indiquer de vraies possibilités d'appliquer le savoir mathématique pour un nombre élargi de personnes (contrairement à la situation plus équilibrée entre langue et mathématiques pour un enseignement dans un cadre corporatiste professionnel) mettait évidemment

---

[3] Selon la périodisation classique en histoire, c'est-à-dire à partir de la Renaissance. [Note de l'éd.]

[4] Les facultés traditionnelles es Arts des universités furent pratiquement remplacées par des collèges (dont les célèbres collèges jésuites) du niveau des écoles secondaires. L'enseignement des mathématiques se trouvait là restreint à la classe terminale de philosophie. Tandis que les règlements et statuts des établissements aux 16^e et 17^e siècles indiquent que les étudiants en philosophie étaient censés recevoir une formation élémentaire en mathématiques, l'étude de l'enseignement réellement dispensé montre que ces dispositions restaient le plus souvent lettre morte. Même si les mathématiques gagnèrent une place croissante pendant le 18^e siècle dans le cours de philosophie, la majorité des élèves n'en profitèrent pas, car ils quittaient les collèges avant cette classe.

en cause la légitimité de leur enseignement dans le cadre général.

Tous les débats acharnés sur la fonction formatrice pour l'esprit des mathématiques, sur leur aptitude à promouvoir, voire à créer la logique dans la pensée, sur leur identification à une gymnastique salutaire de l'esprit, etc. s'expliquent donc par le souci de pourvoir les mathématiques d'une fonction suppléant au défaut de réalisation de sa fonction originelle dans une société élargie.

La fonction d'une formation formelle constitue en effet un des mythes les plus remarquables des mathématiques. Etant donné ce trait persistant, il en dérive des formes variables. En fait, on ne peut qu'admirer l'ingéniosité déployée pour adapter cette fonction suppléante aux cultures différentes et aux systèmes divergents d'enseignement qu'on peut observer au cours de l'histoire. On y trouve toutes sortes de nuances dans l'argumentation utilisée pour défendre la valeur éducative des mathématiques, variant selon le système dominant des valeurs sociales. Un axe particulièrement apprécié fut de suivre "le" modèle des Anciens[5] — pour une intégration nette aux valeurs classiques des lettres lorsque celles-ci occupaient une position hégémonique. Une solution particulière, complémentaire, s'établit en Angleterre; tandis qu'à l'Université d'Oxford la culture générale — but définitif des études — était représentée exclusivement par les lettres, ce furent les mathématiques qui à Cambridge furent chargées de l'incarner. En général, d'ailleurs, le débat a porté sur l'idée d'une contribution positive des mathématiques à la formation formelle, donc à la culture générale, ou d'une contribution négative parce qu'unilatérale, mutilante et sans vertu éducative.

En France, après la Révolution, s'est établi un tout nouveau fonctionnement pour les mathématiques[6] . Tandis que la situation du manque de champ

[5] Supposer son existence (et unicité) est bien sûr déjà une partie intégrante du mythe comme en témoigne l'étude de l'enseignement dans l'Antiquité.

[6] Alors unique dans les pays catholiques pour le statut important des mathématiques.

professionnel pour les mathématiques n'avait pas changé, on a accordé aux mathématiques tant dans la formation générale que dans les Grandes Ecoles une fonction décisive — l'entrée dans les services de l'Etat requérant d'avoir acquis une bonne formation mathématique, bien que la pratique professionnelle elle-même n'exigeât pas ces compétences, c'est-à-dire une application réelle de la formation[7].

L'informatique : une nouvelle donnée

La dichotomie persistante entre le faible rôle des mathématiques dans la sphère professionnelle et leur rôle fondamental tel que le réclamait la formation générale s'est affaiblie pour la première fois pendant les années 60 : les développements technologiques ont ouvert de larges secteurs d'emplois pour les mathématiciens. Pour la première fois donc, une convergence entre le système de formation et le système d'application semblait se dessiner.

Mais cette perspective fut seulement de courte durée : l'accélération persistante des processus technologiques rendit visible que les besoins sociaux étaient plutôt en informatique qu'en mathématique. Les mathématiciens furent alors embauchés comme substituts pour les informaticiens. Or ce nouveau changement, après une expansion très considérable de la formation des mathématiciens dans le supérieur, s'est traduit pour beaucoup de mathématiciens comme une crise : une tendance fut alors de retourner aux fonctions traditionnelles des mathématiques. L'informatique apparaissant même comme un défi à l'intérieur du champ scolaire jusqu'alors sûr, on essaya de retourner aux argumentations

---

[7] Du même coup, la fonction enseignante devenait un débouché essentiel pour les mathématiques, puisqu'il fallait assurer cette formation. Il est frappant de constater la place numérique très importante des enseignants de tous niveaux dans les sociétés mathématiques qui commencent à se créer en Europe au 19e siècle, ainsi que leur rôle à l'échelle européenne dans la transmission des connaissances mathématiques. [Note de l'éd.]

sur le rôle privilégié des mathématiques pour la formation de l'esprit et, pour le niveau universitaire, vers le cercle étroit de la recherche fondamentale.

Ceci m'amène à mon second point, les relations entre les contenus de l'enseignement des mathématiques et l'appréciation des valeurs scientifiques dans la société au sens large.

Enseignement des mathématiques et valeurs sociales

Il ne semble pas bien connu qu'il y a eu deux mouvements de réforme internationaux de l'enseignement mathématique et que les mathématiques sont le seul champ scolaire dans lequel ces mouvements ont eu lieu. Le premier fut organisé autour des années 1910 par la Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique et le deuxième est la grande réforme des années 60-70. Je voudrais souligner que les deux mouvements furent entrepris à des périodes de "révolution industrielle" et en même temps d'optimisme social et de souci de réformes "scientifiques" de la société.

Ce qui est particulièrement révélateur dans ces réformes, c'est leur esprit, que je voudrais qualifier d'"analytique" : il s'agit d'une tendance à généraliser le savoir, à étendre le domaine d'applicabilité des sciences, à "scientifiser" davantage de nouveaux domaines de la société. On pourrait certainement discuter de ces prétentions, qu'on les considère ou non comme outrées. Mais les contre-réformes qui ont suivi ces réformes et ces époques d'optimisme sont toujours caractérisées par des traits communs, que j'aimerais cette fois appeler "synthétiques" : il s'agit de retour à des bases géométriques, prétendues plus réalistes ou garantissant un fondement substantialiste. Les contre-réformes envisagent aussi la perspective de ramener le savoir scientifique au savoir journalier.

Remarquons qu'un changement méthodologique analogue a été associé au retour de la Restauration après la fin de la Révolution Française : l'esprit

bien connu, "analytique", des sciences et de la philosophie, fut remplacé par une domination "synthétique", d'un retour au substantialisme. A ce titre l'enseignement des mathématiques constitue aussi un indicateur privilégié de l'appréciation du savoir scientifique par la société.

Femmes et mathématiques, une relation indicatrice des mythes des mathématiques

Catherine Goldstein

Il paraîtrait presque impossible de parler des mythes des mathématiques sans aborder la question du rapport entre femmes et mathématiques. Ce rapport est mauvais, comme nous le savons tous : à tous les niveaux de formation, et dans tous les pays du monde, seul un faible pourcentage de femmes se retrouvent dans les filières scientifiques ou dans les carrières spécialisées en mathématiques, et les femmes réussissent, à ce qu'on dit, et nous y reviendrons, moins bien que les hommes les tests d'aptitude en mathématiques ou les concours qui y font appel. On a déjà beaucoup glosé sur les raisons de ce manque d'amour réciproque : le mythe de l'éternel féminin, sous une forme plus ou moins raffinée et modernisée, s'y entrelace à tous ceux que les mathématiques inspirent. On a aussi beaucoup dit sur les motivations à y remédier : l'insistance est maintenant mise sur l'intérêt des filles et le besoin économique, professionnel, qu'elles ont d'une formation scientifique, nécessaire pour se lancer dans une carrière prometteuse, ou simplement pour trouver plus facilement un emploi.

Je souhaiterais souligner ici un autre aspect, inverse si l'on peut dire, qui serait l'intérêt des mathématiques : les femmes ont tant servi au cours de l'histoire pour justifier tant de choses qu'on me pardonnera de les (nous) utiliser une fois de plus, comme moyen et non comme fin. Comme on le verra, il s'agit

aussi de relativiser l'idée que les mathématiques étant données, pérennes et indispensables, c'est seulement aux femmes, une fois encore, de faire des efforts pour changer, c'est-à-dire s'adapter. Plus précisément, je voudrais ici me servir de l'absence des filles en mathématiques ou de leurs réactions spécifiques face à la discipline pour mettre en lumière certaines des pratiques et des mythes autour des mathématiques.

La recherche mathématique en Europe

Commençons par un exemple simple : le pourcentage des femmes mathématiciennes dans les différents pays d'Europe, d'après une enquête menée en 1992 à travers les sociétés mathématiques européennes et l'association *European Women in Mathematics*, à l'instigation d'Eva Bayer (responsable de la Commission "Women and Mathematics" à la toute nouvelle Société Mathématique Européenne). Il peut être intéressant de mettre en regard des données sur le pourcentage de femmes parmi les étudiants selon la discipline, publiées par les Communautés Européennes : la moyenne européenne pour les mathématiques et l'informatique est de 31,6% avec des variations de 15% pour les Pays-Bas à 55% pour le Portugal — pour les sciences de l'éducation, la proportion moyenne des femmes est de 69,7%, pour les sciences de l'ingénieur 9,5%. Il n'y a pas de report évident d'une discipline sur l'autre, le Portugal par exemple a une proportion de femmes plus élevée que la moyenne européenne dans toutes les disciplines. Il n'y a pas non plus de relation simple entre ce pourcentage et celui des mathématiciennes.

Si tous les pays témoignent d'un "malaise", au sens que jamais ou presque le pourcentage des femmes n'est égal à celui des hommes, la diversité des situations amène pourtant à plusieurs interprétations. On peut dans un premier temps mettre en doute que la biologie soit responsable de la désaffection des

Country	Mathematicians		Full Professors	Ph D. 1990	Students in Maths
	women/total	% of women	women/total	women/total	% of women
Austria	*54/762*	*7%*	*0/73*	*3/21*	*39%*
Belgium	30/219	14%	8/134	12/32	54%
Bulgaria	517/1238	42%	1/42	108/258	40%
Czechoslovakia	60/500	12%	2/65	1/10	42%
Denmark	4/121	3%	1/19	1/5	30%
Estonia	32/109	29%	0/8	0/4	60%
Finland	3/127	3%	1/34	8%	41%
France		20–25%	8%	20%	30%Univ.–17%Prep.
WGermany (1987)	40/1500	3%	4/490	19/208	33%
Greece	*67/283*	*23%*	*3/56*		
Georgia	486/1217	40%	7/72	1/28	70%
Hungary	32/281	11%	4/103	5/38	15%
Italy	609/1727	35%	84/646		70%
Ireland	7/135	5%	0/9	2/3	30%
Iceland	0/10	0%	0/4	0/0	33%
Luxemburg	1/7	14%	1/5		24%
Netherlands	19/437	4%	1/88	2/41	22%
Norway	9/103	9%	3/45	0/5	10–20%
Poland (from 5 univ.)	107/359	30%	7/44	3/16	60%
Portugal		*40–50%*	*5%*		*50-60%*
Scotland	10/200	5%	0/40	3/30	40%
Spain	*168/1075*	*16%*	*12/279*		
Sweden	7/150	5%	0/21	1/10	30%
Switzerland	3/141	2%	0/91	4/42	25%
United Kingdom	97/1473	6,5%	3/270	46/266	31%
Ukrainia	31/145	21%	1/33	1/3	50%
Yugoslavia	91/530	17%	12/132	4/24	60%

Statistical data on Women Mathematicians in Europe

Sources: Entries in roman: European Mathematical Societies (Questionnaire from E.M.S.); in italics: European Women in Mathematics.

femmes pour les mathématiques, sauf à admettre (ce qui peut-être plairait à certains) que, contrairement aux devises et aux marchandises, la biologie reste coincée aux frontières des états européens.

On peut surtout s'interroger sur le sens que prend le questionnaire dans les différentes régions : qu'appelle-t-on "mathématicien" après tout ? Doit-on y inclure les informaticiens par exemple ? Les chercheurs et enseignants travaillant au service de l'industrie ? Des Départements au Plan ou aux Finances des différents Etats ? Ne compte-t-on que ceux et celles qui produisent régulièrement de nouvelles mathématiques ? Estimées comment ? Combien d'articles, publiés où ? Etc... Ceci conduit inexorablement à s'interroger sur les métiers liés aux mathématiques d'une part, et d'autre part, en connexion bien sûr avec ce premier point, sur les images sociales et éducatives des mathématiques dans les différents pays européens (et *a fortiori* dans d'autres régions du monde). Bref, les mathématiques, et celles de la recherche elle-même, dont la vision idéalisée induit tant de jugements au niveau de l'éducation, doivent s'appréhender comme des pratiques culturelles.

On constate aussi par l'examen de ce tableau que même lorsque le pourcentage des étudiantes, voire des mathématiciennes, est élevé, il n'en est plus de même lorsqu'on regarde les données sur les échelons supérieurs de la hiérarchie ; là encore, on a beau jeu d'indiquer que justement, la "nature" féminine lui permet de comprendre "un peu", répétitivement, mais que la création à très haut niveau est une autre affaire : à quel niveau commence le haut niveau ? Pourquoi change-t-il lui aussi, et indépendamment, voire concurremment au prestige des mathématiques dans un état ? La proportion de femmes professeurs ou directrices de recherches en France est plus élevée qu'ailleurs, alors que la France occupe un rang élevé dans la hiérarchie des différents pays dans le domaine des mathématiques. Il n'y a pas d'équivalence entre le niveau global de la recherche mathématique dans un pays donné et le pourcentage des femmes parmi les

mathématiciens de ce pays. Plus subtilement : que signifie l'évaluation à ce niveau ? S'agit-il donc de pouvoir ou de théorèmes ? Comment les deux seraient-ils donc subrepticement liés ? Comment ce qui se passe à ce niveau, qu'il soit compris comme marque sociale ou intellectuelle, induit-il un effet sur l'image des mathématiques auprès du public ou sur le manque d'enthousiasme ou de résultats des filles pendant la scolarité ?

En Belgique, par exemple, une réponse supplémentaire au même questionnaire montre un accroissement assez spectaculaire du taux d'étudiantes en maths : de 38% environ il y a dix ans à 54% maintenant. Selon le responsable de la société mathématique belge, ceci n'est nullement un bon signe pour les femmes, mais plutôt le signe de la désertion des études de mathématiques par les garçons au profit des études d'ingénieurs mieux payées et plus valorisées. D'un autre côté, l'Espagne a connu un important développement de la recherche universitaire dans l'après franquisme, accompagné d'un souci important de réfléchir à la position des femmes dans la société, et en particulier en sciences : la faible proportion de femmes parmi les professeurs de haut rang, par rapport à leur proportion importante parmi l'ensemble des mathématiciens, est peut-être plus un effet de génération qu'une indication stable de discrimination actuelle.

Comme le montre cet exemple, sexuer des données et des informations sur les mathématiques amène à leur poser des questions nouvelles — il en serait bien sûr de même pour beaucoup d'autres types de marqueurs, que ce soit la catégorie sociale d'origine ou la ville d'origine [1] . Nous allons examiner d'autres situations où la prise en compte de la spécificité des filles ébranle quelques convictions "naturelles" sur la discipline.

---

[1] Voir pour ces différentes catégories les références suivantes : *Education et Formation*, vol. 27, août 1991 ; l'exercice proposé par D. Duval dans la *Gazette des Mathématiciens*, juin 1992, p. 98.

L'harmonie pré-établie entre plaisir et utilité sociale

Lors de tentatives récentes pour amadouer les filles (et plus généralement les élèves des deux sexes) face à une pénurie croissante et alarmante de scientifiques, il a été constaté qu'un changement pédagogique pouvait amener les filles à changer leur attitude et leur jugement sur les mathématiques. Confrontées à d'autres présentations qui incluaient des manipulations de nature esthétique ou pratique, les filles pouvaient être décoincées de leur position de refus des mathématiques; elles cessaient d'en avoir peur et acceptaient de les considérer comme une discipline à part entière, avec un intérêt et un contenu propres, et plus seulement comme un stérile exercice de sélection scolaire. Pourtant, les filles ne changeaient pas particulièrement leur orientation après cette découverte et continuaient à préférer poursuivre des études littéraires ou économico-sociales, plutôt que scientifiques [2]. Ceci montre bien sûr que la vie à l'intérieur du système scolaire ne conditionne pas la totalité des "explications" et des solutions.

Mais cela témoigne aussi de la fragilité d'une association, téméraire sans doute mais très répandue, entre les mathématiques vues comme un plaisir, voire comme un jeu, et leur dimension professionnelle, voire utilitaire, pour le travail, pour le monde. Il n'est même pas évident qu'une relation réelle et solide puisse être établie entre deux phénomènes apparemment connexes : reconnaître l'utilité contemporaine des mathématiques, c'est-à-dire leur intervention croissante dans des domaines différents comme la banque, la météorologie, la médecine, la régulation de la circulation routière, etc.[3] , et concevoir comme possible une carrière liée aux mathématiques; ce dernier choix s'articule

---

[2] Voir programmes TENET d'égalisation des chances, et également les interventions de la Table Ronde "La place des femmes dans les mathématiques", coordonnée par M.F. Roy lors du Colloque de Palaiseau, *Mathématiques A Venir*, S.M.F. & Gauthier-Villars, 1987.

[3] Ces dimensions sont mises de plus en plus en avant, voir par exemple la brochure de l'Association *Mathématiques A Venir* : "Cinquante Lycées", parue en 1989.

nécessairement, comme en témoignent Marie Duru-Bellat et Vera Aebischer [4], avec des projets de vie bien plus globaux. L'association implicite, comme allant de soi, de toutes ces dimensions, témoigne peut-être d'un temps "heureux" [5] où les valeurs et la liberté de choix des élèves, des parents, des chercheurs, des enseignants, de la société coïncidaient.

Il me semble que ce temps est révolu. Mathématiques-jeu, mathématiques-enjeu professionnel, mathématiques-culture-du-citoyen (ou de la citoyenne)-honnête souhaitant s'orienter en connaissance de cause dans les méandres des décisions économiques et politiques grâce à une compréhension minimale des disciplines scientifiques qui y interviennent, tous ces combats à mener dans le cadre de l'enseignement comme ailleurs [6], me semblent des combats différents. Qu'ils soient tous à mener, tous à gagner, sans doute, mais ils ne le seront peut-être pas sans efforts spécifiques. Il ne faut pas espérer qu'en rendant ludiques les mathématiques, nous allons hériter d'office des technicien-nes supérieur-es dont l'Etat et les industries ont, dit-on, un besoin urgent. Ni qu'en formant ces dernier-ères le plus efficacement possible par un entraînement approprié, nous leur offrirons du même coup le plaisir de leur discipline ou la capacité de comprendre les enjeux scientifiques du monde contemporain. Est-il si étonnant que l'examen des filles conduise à discerner ces différents aspects, elles que l'"harmonie" antérieure n'avait pas intégrées ?

---

[4] Voir M. Duru-Bellat, *L'école des filles, quelle formation pour quels rôles sociaux ?*, L'Harmattan, Paris, 1990 et V. Aebischer, "Disciplines scientifiques et projets professionnels", *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques*, 366, décembre 1988.

[5] Ou "aveugle". En fait, l'éducation à un niveau secondaire et *a fortiori* supérieur touchait aussi moins de gens, et dans des couches sociales sans doute moins diversifiées. Le rôle des mathématiques dans le champ professionnel y était aussi très différent.

[6] Surtout ailleurs ! Mais l'école est aussi un lieu de travail et de réflexion pour les adultes qui y enseignent.

Une ou plusieurs sélections ?

La structure globale du système scolaire et, surtout, les alternatives concrètes proposées aux élèves à chaque étape de sélection sont variables, et jouent en fait un grand rôle dans la proportion de femmes présentes en fin de parcours dans les métiers scientifiques. Dans certains cas, ce sont les enseignants du secondaire qui fournissent la population de référence face à laquelle évaluer la proportion des mathématiciennes, dans d'autres ce sont les ingénieurs, dans d'autres des disciplines différentes. Tout dépend quelles sont les professions de "remplacement" naturelles à un niveau de formation donné : doit-on choisir d'abord (c'est-à-dire antérieurement au cours des études) d'être universitaire, puis seulement ensuite d'être mathématicien-ne ? Ou bien d'abord d'être scientifique et ensuite seulement d'être technicien-ne plutôt qu'ingénieur-e par exemple ? Ou bien d'abord d'enseigner les mathématiques et ensuite seulement de les enseigner au niveau universitaire plutôt que primaire ou secondaire ?

En Allemagne, la structure du système scolaire prévoit un aiguillage qui sépare d'entrée les formations d'ingénieurs, plus techniques, et l'université, cette dernière laissant ouvertes les portes de l'enseignement secondaire ou de la recherche : l'aiguillage plus tardif entre une filière d'excellence, la recherche universitaire, qui n'offre pratiquement pas de modèles d'identification féminins, et l'enseignement secondaire, profession féminine traditionnelle, est pratiquement un aiguillage par sexe. Par ailleurs, le travail féminin dans son ensemble est moins développé que dans d'autres pays occidentaux.

En France, on le sait, l'Université est en sciences un second choix (voire un troisième choix après les IUT), après le premier, vu comme prestigieux, des classes préparatoires aux grandes écoles d'ingénieurs et aux Ecoles Normales Supérieures : la réussite dans le secondaire induit donc une orientation non pas disciplinaire mais de nature élitiste vers ces sections (les mathématiques sont la matière de sélection des classes préparatoires, quitte à être abandonnées après

l'entrée dans une école d'ingénieurs). Mais une autre possibilité est offerte à une fille pour faire des mathématiques : l'université où les bons élèves motivés sont en général repérés et soutenus; la perspective d'une carrière d'enseignante y attire beaucoup de femmes, qui sont susceptibles de réévaluer leur carrière vers l'enseignement supérieur et la recherche. On peut se demander si le pourcentage relativement élevé en Europe des femmes parmi les mathématiciens français n'est pas la conséquence de ce double parcours possible.

Il ne s'agit donc pas seulement "d'aimer les mathématiques" et "d'y réussir" : les cursus scolaires offrent des voies de garage ou de rescousse spécifiques qui permettent de concilier plus ou moins efficacement les aspirations personnelles, les goûts pour une discipline plutôt qu'une autre et ce qui peut être vu à un moment ou un autre de la vie d'un élève comme une orientation "raisonnable" ou un projet de carrière "possible". Ces variations ne sont nullement négligeables quand on connaît la tendance à s'estimer à la baisse des filles. D'autre part, les types de procédure de recrutement (rapports publics ou secrets, dossier communiqué ou non à l'intéressé-e), les emplois ou bourses offerts aux étudiant-es pour la durée de leurs études, leur nature (secrétariat, bourses de recherches, etc.), leur montant (équivalent ou non à un salaire raisonnable) sont autant de facteurs importants à considérer pour apprécier la présence ou l'absence d'une catégorie de la population à un moment du cheminement professionnel.

Le paradoxe est sans doute que les mathématiques soient implicitement identifiées à la recherche (peut-on imaginer qu'il en soit de même pour les autres matières scolaires) pour justifier ensuite toutes les tyrannies d'une telle assimilation : le métier de chercheur en mathématiques n'apparaîssant pas ou peu comme un véritable métier, mais plutôt comme une vocation incontournable et irrésistible qui doit vous donner envie de soulever tous les obstacles. Il semble à la limite qu'on doive être prêt à répondre qu'on fera des

mathématiques dans les circonstances les plus épouvantables, coûte que coûte, en prison, sous la torture, sur un radeau à la dérive d'un océan démonté, voire en classes préparatoires pour les plus audacieux, ou qu'on n'est pas vraiment digne de faire des maths. Cette vision attachée aux mathématiques est souvent difficile à intérioriser pour une jeune fille (dont par ailleurs et indépendamment on se plaît à souligner le réalisme...), qui se demande déjà, de manière moins romanesque, si elle sera capable de travailler à un métier intéressant, ou tout simplement imaginable, en ayant une vie familiale satisfaisante.

Les compétences

Autre aspect, très différent, mais très lié. Un des outils, hélas usuel, pour mesurer l'incapacité des filles en mathématiques, est le test d'aptitude : tout particulièrement, les tests de vision dans l'espace où les filles ont en principe de moins bons résultats que les garçons. Il faut noter immédiatement qu'une littérature très abondante existe sur ce sujet, proposant soit des contre-tests, soit des critiques des modalités d'application de ces tests, soit des explications sociales et culturelles (et non biologiques) à ces résultats. Sur l'éprouvante question du "sexe du cerveau", tout spécialement par rapport aux sciences, qui ressurgit dans la presse à intervalles réguliers, on pourra lire les travaux de M.C. Hurtig et M.F. Pichevin[7] ou l'excellente étude récente de Bonnola et Huteau[8] qui font le point sur cette question, montrant en particulier que les différences entre filles et garçons, lorsqu'elles existent... tendent à s'estomper de génération en génération (tout comme apparemment les différences entre les résultats sportifs). Il me paraît essentiel sur cette question de distinguer soigneusement les estimations de résultats en milieu scolaire (qui ont un impact effectif du

[7] Par exemple : *Cahiers de l'APRE*, 7, vol I, avril-mai 1988

[8] *L'orientation scolaire et professionnelle*, septembre 1991, 269-290.

point de vue de l'orientation) et les tests généraux qui prétendent mesurer des "capacités" intrinsèques et reposent souvent sur une image stéréotypée et mythique de l'activité mathématique.

Si l'on examine par exemple la plupart des programmes de mathématiques dans les différents pays européens, on constate que la géométrie dans l'espace y occupe une place extrêmement petite; cette place dépend d'ailleurs de la période (cf le texte de G. Schubring dans ce recueil), les structures algébriques et l'analyse l'ayant parfois fourrée aux oubliettes sans catastrophe apparente pour le recrutement des mathématiciens compétents. Je ne veux pas nier ici que des aptitudes à la représentation spatiale ne puissent aider en mathématiques! Ce qu'il me semble utile de souligner, c'est que les résultats des filles en langue par exemple (ils sont bien meilleurs que ceux des garçons) ne sont jamais appelés à la rescousse lorsqu'on veut faire des pronostics sur leurs aptitudes à faire des sciences. Paradoxe, puisque les mêmes personnes souvent défendront l'idée que les mathématiques sont un langage, modélisant le monde bien sûr (comme tout langage, au moins en première approximation). Faire des mathématiques, effectuer un travail scientifique, cela signifie aussi maîtriser un raisonnement, comprendre un "argument", lire des textes et en rédiger. Détachées de leurs finalités et de leurs pratiques, les mathématiques scolaires peuvent négliger cet aspect, ou lui attribuer une seule place, celle, en bout d'exercice, de la rédaction méprisée — exercice de soin pur — pour lequel on louera les filles. Il ne s'agit pas ici de cet aspect seulement, mais bien de tous les aspects de compréhension et de recherche liés étroitement au langage. D'ailleurs, la réflexion sur la langue a joué un rôle important à divers moments de l'histoire dans l'élaboration de notions fondamentales de mathématiques, par exemple pour l'algèbre.

Privilégier un aspect de l'activité mathématique est donc un choix qui n'est nullement naturel. Une grande confusion règne ainsi dans l'assimilation aux compétences mathématiques de phénomènes variés. Un article récent opposait

même la réussite des filles dans les calculs algébriques à celle des garçons dans des problèmes de type "robinet", en indiquant que seuls ces derniers étaient vraiment "mathématiques" ! Dans la même veine, j'ai été frappée, dans l'interprétation du test "Les Maths et Vous", passé en 1988 auprès de 2500 lycéens et lycéennes, par une question résumée dans la présentation publique des résultats comme : "les mathématiques vous semblent-elles développer l'imagination ?" Là encore, les réponses des filles étaient "moins bonnes", et semblaient donc les condamner à la triste rigueur scolaire et à l'apprentissage bête des techniques. En fait, la question posée dans son énoncé complet était : "Les mathématiques aident-elles à développer l'imagination pour résoudre des problèmes ?". Serait-ce plutôt à dire que les garçons n'ont pas rencontré d'autres "problèmes" que scientifiques et ceci dans un cadre strictement scolaire ?

L'excellence

Dernier point : les mathématiques ont été vues souvent comme une matière d'excellence. Nous avons remarqué dans le paragraphe précédent à quel point les jugements sur les compétences (jugements intériorisés ensuite par les élèves) sont souvent basés sur des conceptions erronées. A la limite, les sujets (y compris dans la classe de maths) où les filles sont les meilleures serviront d'indicateurs de ce que ne sont pas "vraiment" les maths, comme dans l'exemple sur l'algèbre que j'ai mentionné !

Si nous retournons la proposition, nous constatons que les résultats des filles sont en général bien meilleurs que ceux des garçons — aux maths près. Comment donc est attachée cette excellence ? Que mesure-t-elle, qu'exclue-t-elle ? Il n'est pas alors inutile peut-être de se souvenir dans ce contexte que les premières bachelières furent scientifiques, à une époque où, bien sûr, latin et grec, matières d'excellence par excellence, étaient réputées inaccessibles aux

esprits féminins bornés dans leurs pratiques et leurs horizons et donc tout juste bons à faire des ... mathématiques.

Quand on interroge sans *a priori* les points de résistance des filles, on constate à quel point les mathématiques, même en milieu scolaire, ne peuvent être isolées des conditions concrètes dans lesquelles elles interviennent : pratiques d'orientation, valorisation de telle ou telle portion du savoir au détriment de telle autre, programmes, débouchés réels ou perçus.

De même qu'une étude comparative des systèmes d'enseignement dans différents pays, ou des mathématiques développées dans différents pays à différentes époques, aident non seulement à témoigner de la diversité d'une discipline, mais aussi pousse à formuler de nouvelles interrogations envers notre expérience propre, il me semble que le problème des filles en mathématiques, continent exotique à explorer, suggère lui aussi des pistes originales pour réfléchir aux mathématiques et à leur insertion éducative et sociale, à condition bien sûr de diriger les questions, non vers les filles comme d'habitude, mais vers les mathématiques...

Mathématiques Universelles, contradictions et réalités

Jean-Pierre Kahane

Sur la question de l'universalité des mathématiques, il y a matière à des études croisées d'historiens, de sociologues, d'anthropologues, de psychologues, de pédagogues, d'épistémologues, et, bien sûr, de mathématiciens. Je me bornerai à des aspects actuels, c'est-à-dire que je ne plongerai pas très loin dans l'histoire, et liés à l'activité professionnelle des mathématiciens.

Je présenterai la thèse (les mathématiques sont universelles), l'antithèse (elles ne le sont pas, et même sont une discipline de ségrégation, une science pour riches), et des éléments supplémentaires pour un débat.

1. Thèse : Les mathématiques, comme et plus que toute autre science, sont universelles.

Remarques banales : ce qui est important dans les formules $2 + 2 = 4$ ou $\int_0^\infty e^{-x} dx = 1$, ce n'est pas tant qu'elles soient justes ou fausses, mais qu'elles soient comprises de la même façon sur toute la Terre. Les mathématiques sont une langue universelle. De plus, c'est une langue commode : une formule comme $97 + 2 = 99$ est bien plus facile à comprendre que ses versions allemande ou française en toutes lettres. Enfin, la diffusion de l'enseignement des mathématiques dans le monde fait que la langue mathématique (les nombres

et les signes, l'usage des lettres et des figures) est beaucoup plus répandue que, disons, la langue de la chimie.

Ici deux commentaires sont bienvenus. D'abord, le système de numération décimal et l'usage des chiffres "arabes", de même que la convention d'écriture pour les intégrales, ne sont universels que depuis peu de temps. Ensuite, c'est par l'enseignement qu'à la fin du 19^{e} siècle, les mathématiques s'universalisent le plus rapidement : en témoignent les collections de la revue *L'Enseignement Mathématique* du début du 20^{e} siècle.

Cependant, l'essentiel des mathématiques n'est pas que ce soit une langue, ni une discipline scolaire. C'est une science. Toute science est universelle, mais les mathématiques, plus universelles encore. Pourquoi ? C'est que toute science a son objet et qu'elle est souvent définie par son objet : la biologie, c'est la science de la vie, l'astrophysique, celle de l'univers. Toute science, sauf les mathématiques. Certains s'y sont efforcés : les mathématiques comme science des formes et des nombres [1], comme science des structures (au moment d'ailleurs où toutes les autres sciences visaient les structures : structures de la pensée, des sociétés, des langues, de la matière, comme l'atteste la littérature des années 60), comme science des modèles (au moment d'ailleurs où les sciences et les techniques introduisent des modèles et de simulations partout [2]). Toute définition interne est partielle, et la définition par un objet extérieur est, je crois, impossible [3]. Alors de quoi les mathématiques sont-elles la science ?

Première tentative de réponse : des concepts les plus abstraits. Première réfutation : un triangle n'est pas plus abstrait qu'un quark. Seconde tentative

---

[1] Voir le beau livre de Denjoy : *Hommes, formes et le nombre.*

[2] Voir le rapport de conjecture du C.N.R.S. en 1990.

[3] Alain Connes n'est pas de cet avis, puisque, après bien d'autres, il pense que l'essence des mathématiques est la découverte d'une réalité mathématique extérieure aux hommes, voir par exemple son livre avec J.P. Changeux, *Matière à pensée.*

et je me bornerai là : des concepts les plus généraux. Il faudrait préciser ce qu'on appelle concept et je ne le ferai pas. Je voudrais simplement dire que les concepts mathématiques, venus d'un peu partout, se révèlent pertinents ailleurs : les sections coniques pour le mouvement des planètes, la géométrie de Riemann pour la relativité, la théorie de l'information pour le code génétique, la décomposition en facteurs premiers pour les codes bancaires ou militaires, et je préfère ne pas commencer à parler d'analyse de Fourier car alors je ne tarirais pas[4]... C'est justement la généralité (la non-spécificité) des concepts mathématiques qui fait leur efficacité. Ce que visent les mathématiques dépend du temps, du contexte, des modes, des humeurs. Mais ce qu'elles atteignent, systématiquement, est pour l'essentiel hors de ce qu'elles ont visé. Ce n'est pas du tout une "efficacité déraisonnable", comme dit Wigner. C'est le fait que, dans un cadre plus général, les concepts scientifiques ont une portée plus large : ce qui vient des télécommunications s'avère décisif en biologie, via les mathématiques. C'est la généralité des mathématiques, la non-spécificité de leur objet, qui fonde leur efficacité et leur universalité.

Cette non-spécificité mériterait peut-être un développement, que je ne ferai pas ici. Je me borne à un exemple typique et à une application pédagogique. L'exemple est celui des groupes. Les groupes de transformations apparaissent dans la théorie des équations, ils envahissent au cours du 19^{e} siècle les équations différentielles et l'ensemble de la physique, puis reviennent, sous une forme apurée, comme structure fondamentale de l'algèbre. Leur définition tient alors en trois lignes, mais leur portée vient de la richesse des usages qui ont permis, au terme d'une longue histoire, de créer la notion de groupe abstrait. L'application pédagogique est qu'il est possible à un étudiant d'*apprendre* une définition mathématique (celle d'un cercle ou celle d'un groupe), mais que la *comprendre* est généralement l'affaire de toute une vie.

---

[4] L'analyse de Fourier est la spécialité de Jean-Pierre Kahane [Note de l'éd.].

C'est assez pour le premier point. Langue universelle parmi les hommes, science universelle dans l'ensemble des sciences et des techniques, rien de plus universel que la mathématique.

2. Antithèse : rien de moins universel que les mathématiques.

Remarque banale : parmi les activités intellectuelles, c'est la mathématique qui divise le genre humain de la façon la plus nette. Il y a les forts en maths et les nuls en maths. En France, Pascal, qui était un fort en maths, a bien remis les choses à leur place : l'esprit de géométrie d'un côté, l'esprit de finesse de l'autre. Des milliers de lycéens français auront eu à commenter cette forte *Pensée.* Les forts en maths s'en tiraient en devenant polytechniciens, mais les nuls en maths, eux, étaient dépositaires de l'esprit de finesse. Il traîne des résidus de cette dichotomie dans le mythe des "deux cultures" (la culture scientifique, et, radicalement différente, la culture humaniste).

Cette remarque banale aurait pu être faite en 1892 (et même selon J. Ritter, en −1892 également!). Elle intéressait alors, en France, une petite couche de la population, en 1892 les élèves des lycées et leurs parents. Aujourd'hui, c'est bien plus sérieux.

D'abord, en France et dans tous les pays du monde, c'est l'ensemble de la population qui est concernée. Ensuite, les nuls en maths ont perdu la partie. Les "humanités" classiques sont en déconfiture, et les réformes de 1965 (créant la filière C) ont entièrement remis aux mathématiques le rôle de sélection antérieurement dévolu, du moins en partie, au latin et au grec. Enfin, le contenu de l'enseignement mathématique, dès le primaire, a changé. La théorie des ensembles donne encore moins de chance que les problèmes de robinets aux enfants des classes défavorisées. Les mathématiques à l'école deviennent un facteur d'exclusion. L'enquête "Les maths et Vous" de *Mathématiques A Venir* a mis en évidence que l'attitude face aux mathématiques divise filles et garçons,

elle distingue également, sans doute de façon encore plus radicale, les enfants des couches défavorisées et les enfants des cadres [5].

L'expérience vécue aujourd'hui par des millions d'enfants et leurs parents, c'est bien que les mathématiques sont une discipline de ségrégation, une science pour riches. Ceci nourrit d'ailleurs une envahissante campagne anti-maths, qu'il s'agirait aussi de mettre en débat.

D'ailleurs si on jette un coup d'œil sur l'histoire de la science moderne et sur l'organisation mondiale de la science telle que nous la connaissons, que voyons-nous ? La science se développe dans les pays les plus riches, et au profit des plus riches. L'Italie au 16^{e} siècle, l'Angleterre au 17^{e}, la France au 18^{e}, l'Allemagne au 19^{e}, les Etats-Unis au 20^{e} : c'est en gros là que se trouvent les pôles scientifiques, et particulièrement mathématiques, dominants. C'est là que se trouvent aussi le commerce, l'industrie, les finances, le capitalisme les plus actifs. Et aujourd'hui plus que jamais l'organisation mondiale de la science (les laboratoires, les prix, les publications, les bases de données) traduit et renforce les inégalités du monde. Avec l'effondrement soviétique, le pôle mathématique américain renforce sa domination. Entre 1958 et 1992, ce qu'il y a de plus admirable dans les universités américaines et les sociétés savantes américaines (en particulier l'American Mathematical Society) aura joué, pour asseoir le leadership mondial des U.S.A., un rôle comparable à celui du dollar. L'un des pires modes d'exploitation des pays pauvres, c'est le brain drain, le pillage des ressources intellectuelles. Et le brain drain est particulièrement facile et courant en mathématiques, parce que les chercheurs mathématiciens sont très mobiles

[5] Voir par exemple les *Repères et références statistiques sur les enseignements et la formation*, DEP, Ministère de l'Education Nationale, ainsi que le volume 27 de *Education et Formation*, août 1991. Un dépouillement commenté a été fait par J.Adda, C. Goldstein et L. Schneps, "Mathematics in French Secondary schools : assessment and gender differences", *Mathematical Assessment and Gender Differences : a Comparative Study in Europe*, L. Burton, ed., à paraître. Les résultats scolaires varient davantage selon la profession des parents que selon le sexe de l'élève. [Note de l'éd.]

et dépendent moins que d'autres de leur environnement local; par contre, ils dépendent autant que les autres scientifiques de leur environnement scientifique.

Ainsi, à l'intérieur de chaque pays comme à l'échelle du monde, les mathématiques ne se contentent pas de traduire les inégalités, entre individus, couches sociales, nations, elles les renforcent. C'est assez, je pense, pour ce deuxième point.

3. Le débat et les enjeux

Remarque banale : tout ce qui précède n'est qu'une version, à peine modernisée, de la langue d'Esope. Tout ce qui est important dans la vie des hommes peut être le meilleur et le pire. il ne faut pas se borner au constat. Où aller et quoi faire? Ce doit être matière à débat, et bien des opinions sont possibles. Je donne la mienne.

a) Sur l'organisation mondiale de la science.

L'objectif me paraît être que chaque nation participe à la production scientifique, et bénéficie du lien (précieux et à maintenir, car il est constamment menacé) entre recherche et coopération, découverte et communication. L'importance, pour un pays, d'avoir des mathématiciens actifs, est d'abord d'être branché sur tout ce qui se fait en mathématiques dans le monde et de profiter ainsi d'un des meilleurs réseaux d'information et de communication qui existe; l'effet direct, pour le développement d'un pays, des recherches qui s'y font, est secondaire par rapport à l'effet indirect d'être au courant de ce qui se fait partout ailleurs. Ainsi il faut veiller aux échanges, aux publications, aux rencontres, aux moyens rapides de communication, à la liberté de circulation des hommes et des idées. Mais si on s'en tient là, on risque fort de renforcer le point 2 (les mathématiques comme agent des plus riches) et non le point 1 (l'universalité potentielle). Donc, j'y reviens, il faudrait que la perspective soit

le développement des mathématiques dans tous les pays du monde., il faudrait que les mathématiciens puissent vivre et travailler dans leur pays. Nous savons que ce n'est pas facile. Mais la S.M.F., à propos des relations avec les collègues des pays de l'Est de l'Europe et de l'ex-Union Soviétique, a su poser et exposer le problème dès 1991, à l'occasion de son Assemblée Générale.

b) Sur l'enjeu des mathématiques au plan national.

Là encore, la S.M.F. a pris une initiative remarquable : "Quels mathématiciens pour l'an 2000?" Ce qui me paraît le plus nouveau dans l'initiative, c'est moins le cri d'alarme (nous l'avions poussé dans les années 70 et Marcel Berger fort et publiquement quand il présidait la S.M.F.) que l'analyse de la situation actuelle. On a besoin de mathématiques et de mathématiciens dans les industries, dans les services, dans les laboratoires d'autres disciplines. Les liens avec la physique se sont renforcés, de même ceux avec l'informatique et toutes les autres sciences. Les mathématiques et les mathématiciens n'apparaissent plus comme isolés. Dans la partie du rapport de conjecture du C.N.R.S. 1990 consacrée aux mathématiques (rédigée par J.P. Basdevant et J.P. Bourguignon), le titre est "Interactions des mathématiques". Je crois que c'est la richesse et la reconnaissance de ces interactions qui ont permis que, lors du remodelage du C.N.R.S, il n'y ait jamais eu de mise en question des mathématiques. La menace me paraît être, au contraire, une reconnaissance trop rapide de l'efficacité de l'approche mathématique dans les industries et dans les banques. Au Japon, la proportion de thésards achevant leur thèse diminue dangereusement : ce n'est pas que les thésards soient plus mauvais ou les directeurs de thèse plus exigeants, c'est que les industries pompent les étudiants avant la fin de la thèse. En France, nous sommes un peu protégés, malheureusement, par la relative faiblesse de la recherche industrielle. Mais comme, de ce fait, la recherche industrielle a tendance à se faire dans les laboratoires publics, les conséquences peuvent être aussi graves : confidentialité des recherches, non communication

des résultats, thèses en partie secrètes, etc., particulièrement dans les secteurs de pointe. Question de fond où une collaboration entre la Société Mathématique de France et la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles peut être utile.

c) Sur certains atouts des mathématiques et de leur enseignement en vue de faire ressortir leur universalité.

Dans les universités, les mathématiques sont largement enseignées comme discipline de service, à des étudiants engagés dans d'autres études. Selon une étude canadienne, c'est entre 70% et 80% des services d'enseignement où les mathématiques sont discipline de service. Une étude de la Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique est consacrée à ce sujet, avec beaucoup d'informations et d'idées. J'en tire une, à savoir qu'on enseigne les mathématiques à des étudiants, qui, au lycée, étaient censés ne pas pouvoir ou ne pas vouloir en faire. C'est qu'il y a beaucoup de portes d'entrée, contrairement à l'image classique. On pourrait multiplier ces portes d'entrée, à tous les niveaux et à tous les âges de la vie.

Dès l'école et le lycée, les mathématiques sont une discipline d'éveil. Comment traiter des données (calculette), interpréter les résultats et les contrôler (calcul mental et calcul des ordres de grandeur), critiquer (données surabondantes, ou incohérentes ou riches d'informations peu évidentes : par exemple que peut-on dire d'une classe où 13,33% des élèves ont répondu à une question ?) ? Comment lier les mathématiques et leur enseignement à la géographie, à la musique, aux techniques, aux sports ? Le succès de "Maths en Jeans", association qui propose à des élèves intéressés de faire de la recherche en liaison avec des professeurs et des mathématiciens professionnels, montre que les élèves même moyens, voire médiocres, en mathématiques, réagissent positivement à des facettes originales des mathématiques.

Les mathématiques sont aussi un exercice sportif, à tous les niveaux, et sous

des formes très variées : jeux, rallyes, Olympiades. Ceci a permis à des pays pauvres, comme la Roumanie ou le Viet-Nam, de s'affirmer internationalement, à des individus réputés frustres de se révéler. Le nombre impressionnant de participants au Kangourou mathématique témoigne de la vitalité de cette approche.

d) Sur l'enjeu culturel et social de l'appropriation des mathématiques.

L'objectif n'est pas que tout le monde connaisse des théorèmes ou sache résoudre des problèmes, encore que ce soit, légitimement, un des buts de l'enseignement. C'est que, vu l'importance des mathématiques dans le monde d'aujourd'hui, personne n'ait l'impression d'une porte fermée, infranchissable. Cela me paraît être un des buts principaux de la vulgarisation aujourd'hui. Je renvoie pour ce point à la Table Ronde "Mathématiques et grand public" du Colloque Européen de Mathématiques de juillet 1992. Il est bon, pour finir, de souligner d'un mot l'importance de l'histoire des mathématiques, à la fois pour mieux les comprendre, et pour les humaniser.

Le système logico-déductif dans l'enseignement. Fonctionnement et fonctions d'un mythe

Evelyne Barbin

> Il est plus que probable que l'expression verbale du résultat d'une preuve mathématique est créée dans le but de faire miroiter un mythe à nos yeux.
>
> L. Wittgenstein, *Remarques sur les fondements des mathématiques*, p. 152.

Pourquoi parler de mythe ? La définition suivante peut nous servir de point de départ : "Un mythe est une image simplifiée, souvent illusoire, que des groupes humains élaborent ou acceptent au sujet d'un fait, et qui joue un rôle déterminant dans leur comportement ou leur appréciation" [1]. Cette définition correspond assez bien à mon avis au rôle primordial et premier qui est accordé au système logico-déductif dans l'enseignement des mathématiques français.

En 1988, Gustave Choquet a écrit un court article dans le bulletin de l'A.P.M.E.P., intitulé "Heuristique et déduction" [2], dans lequel il reprend les propos de Man-Keung Siu, mathématicien chinois de Hong-Kong, sur l'enseignement des mathématiques. Celui-ci s'exclame : "Ne laissons pas le raisonnement déductif tout envahir" et précise : "Allons plus loin :

---

[1] *Petit Robert*, 33^{e} édition, 1977.

[2] *Bulletin de l'APMEP*, 365, septembre 1988.

l'apprentissage qu'on a reçu conditionne l'enseignement qu'on donnera ; on ne peut compter sur un maître dont le savoir a été acquis passivement et par un enseignement déductif et formel, pour encourager chez ses élèves un apprentissage actif" [3].

Je partage ce point de vue et sans négliger le rôle mathématique et historique du système logico-déductif, je m'interroge sur ce mythe qui consiste à considérer comme équivalents démonstration et raisonnement déductif. Mythe qui conduit à l'idée que pour apprendre à penser et à raisonner mathématiquement, il faut commencer par un enseignement du système logico-déductif et se réduire à ce seul enseignement.

Je précise, pour être bien claire, que je ne renonce pas du tout à un apprentissage du système logico-déductif chez des élèves de collège. Au contraire, je pense que pour que cet apprentissage réussisse, il faut que l'enseignant et l'élève saisissent bien la portée et la signification de cette façon très particulière de procéder. En effet, le système logico-déductif n'a aucun caractère d'évidence ou d'immédiateté. Il importe avant tout de comprendre le sens de ce système de démonstration, sous peine de le réduire à une forme, voire à un formalisme. Il importe pour l'enseignement de réfléchir aux étapes de l'apprentissage de ce système de démonstration [4].

Je dirai d'abord rapidement pourquoi je considère comme un mythe, c'est-à-dire comme "une image simplifiée et illusoire", le rôle premier et primordial accordé au système logico-déductif dans l'enseignement. Ensuite, puisqu'il s'agit de traiter de l'impact des mythes dans l'éducation mathématique, nous nous interrogerons sur le fonctionnement de ce mythe, puis sur sa fonction, dans les pratiques enseignantes. Je m'intéresserai, ici, à l'enseignement de la

---

[3] Man-Keung Siu, *Euler et le raisonnement*, cité par Gustave Choquet, *op.cit.*

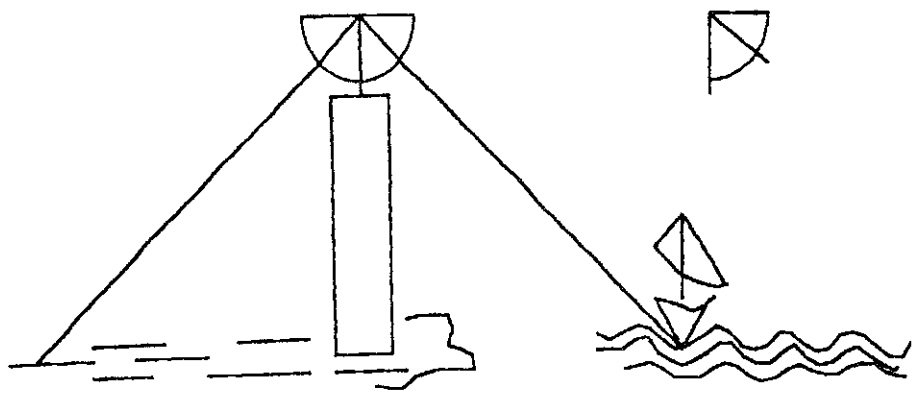
[4] Nicolas Rouche, "Prouver : amener à l'évidence ou contrôler des applications ?", *La démonstration mathématique dans l'histoire*, IREM de Lyon, 1990.

géométrie au collège.

Un mythe

La structure logique et déductive des propositions géométriques, que nous trouvons dans les *Eléments* d'Euclide, correspond à une certaine conception des objets géométriques dans la géométrie grecque et à une certaine signification accordée à la démonstration.

Chez les premiers géomètres grecs, les objets géométriques ont pu être construits comme des notions schématiques permettant de résoudre des problèmes, en particulier des problèmes de distance inaccessible. Par exemple, dans le problème de la distance d'un bateau à la mer, droite et angle sont des notions schématiques qui correspondent à des rayons visuels ou à des visées. Les premiers raisonnements expriment un lien phénoménal et ont une valeur explicative. Par exemple, dans le problème de la distance d'un bateau en mer, lorsque les Ioniens ont pu affirmer que l'égalité des visées entraîne l'égalité des distances [5].



Mais dans les *Eléments* d'Euclide, les objets géométriques ne sont plus des notions schématiques, ce sont des concepts idéaux, et la démonstration n'a pas

[5] Evelyne Barbin, "La pensée mathématique dans l'histoire et dans la classe", *Congrès APMEP de Strasbourg*, à paraître.

pour objet d'expliquer, mais pour objet de reconnaître le caractère nécessaire et indubitable d'une proposition. Le système logico-déductif correspond à une conception de la démonstration comme critère d'existence et de vérité[6].

Cette conception est bien étrangère à des élèves de 14 ans, tout comme celles d'objets idéaux. Tout au contraire, ces élèves sont habitués à faire des mesures sur des figures et à y faire des constatations. Alors pourquoi "démontrer" des résultats qui se voient sur une figure? Et pourquoi engager des discours si compliqués à cet effet? L'enseignement de la géométrie aujourd'hui n'est pas celui de la géométrie d'Euclide, mais les exigences de la compréhension du monde logico-déductif n'en posent pas moins de problèmes. L'entrée dans ce monde correspond à une étape et à une rupture. L'enseignement doit expliciter cette étape, l'enseignement doit aménager cette rupture : rien ne va de soi. Penser que tout va sortir de la tête des élèves sans mettre en place de nouvelles problématiques, c'est faire fonctionner un mythe.

Le fonctionnement du mythe

Comment fonctionne le mythe dans les pratiques enseignantes? Que se passe-t-il si l'enseignant n'a pas pris le soin de "réactiver le sens"[7] de la procédure logico-déductive?

Le raisonnement logico-déductif, parce qu'il va des hypothèses aux conclusions, en n'utilisant que des axiomes ou des propositions déjà démontrées, assure la vérité et la nécessité du résultat obtenu. La forme de ce raisonnement fait sa force et sa valeur. Aussi, dans l'enseignement traditionnel que la plupart de nous ont connu, l'enseignant va s'attacher à cette forme. L'enseignant montre des démonstrations au tableau.

---

[6] Ferdinand Gonseth, *Les mathématiques et la réalité*, 1936, rééd. Blanchard, 1974.

[7] Edmund Husserl, *L'origine de la géométrie*, P.U.F., 1962.

Ici démontrer signifie produire un texte ayant certaines normes : bien distinguer et écrire à gauche les hypothèses et à droite les conclusions, bien répertorier les théorèmes utilisés, "d'après la proposition V sur les parallèles, si..., alors...", bien indiquer les objets auxquels les théorèmes s'appliquent et la véracité des conditions, "les droites AB et CD sont parallèles par hypothèse, etc." et utiliser à bon escient les conjonctions grammaticales.

Ainsi, la démonstration devient un texte normalisé et formalisé, un rituel qui, pour beaucoup d'élèves, n'a aucun sens, et en particulier n'a pas le sens d'établir des vérités nécessaires et indubitables. Le professeur a montré le bon chemin, bien différent du cheminement de la recherche. Même pour des élèves qui sont rentrés dans "le jeu", la mise sous forme déductive aura effacé toute trace des questionnements, des zones d'instabilité, des tensions, qui sont le prélude au désir et au besoin de démontrer.

Quand l'enseignant va demander à l'élève d'écrire à son tour une démonstration, l'élève va produire un texte, il écrira, à gauche les hypothèses, à droite les conclusions, puis des phrases parfois incohérentes. Alors le professeur corrige : il écrit la solution, mais le sens de la démarche est absent et le processus qui a conduit à ce texte est caché. Dans cette situation d'enseignement traditionnel, la primauté accordée au raisonnement déductif conduit à s'attacher à la démonstration et non pas à l'activité de démontrer, au produit et non pas au processus.

Si nous nous bornons à cette première analyse, celle du fonctionnement du mythe dans l'enseignement traditionnel, les pratiques éducatives apparaissent comme les conséquences du mythe, les enseignants comme les victimes du mythe. Nous pouvons voir comment fonctionne le mythe, mais nous ne savons pas pourquoi. Il faut que nous nous interrogions aussi sur la fonction du mythe. Tout mythe a une signification pour celui qui l'accepte : quelle est-elle pour les enseignants ?

La fonction du mythe

Intéressons nous cette fois aux tentatives qui sont faites pour apprendre aux élèves à démontrer, c'est-à-dire toujours ici à produire des raisonnements déductifs. Demandons nous quelles sont les conceptions épistémologiques sous-jacentes à ces tentatives [8].

Pour beaucoup d'enseignants, l'apprentissage de la démonstration nécessite un préalable : connaître les règles de la déduction. Ainsi, certains d'entre eux proposent de commencer par apprendre les tables de vérité : la logique est un préalable à la production de la démonstration. Cette démarche correspond à une conception idéaliste des objets mathématiques, selon laquelle les objets géométriques sont une invention de l'esprit et s'appliquent au réel. Dans la conception idéaliste, la rationalité mathématique et les règles de la logique pré-existent à l'activité de démontrer. Il apparaît alors comme nécessaire, avant tout enseignement de la démonstration, de connaître les règles de la logique — règles qui s'imposent d'elles-mêmes. Les démonstrations devront être "tirées" des définitions des objets et de ces règles.

Certains enseignants s'attachent au fonctionnement du discours déductif, aux locutions grammmaticales, et pensent que l'échec des élèves provient de leur mauvais maniement de la langue. Ils reportent le problème sur le professeur de français, lui demandant parfois d'intervenir. Dans toutes ces tentatives, la forme de la démonstration reste primordiale au bénéfice du sens.

D'autres tentatives sont faites, visant à donner un sens au raisonnement déductif. Par exemple, l'enseignant demande aux élèves de mesurer la somme des angles de plusieurs triangles afin de les inciter à établir une conjecture et à produire un raisonnement déductif qui lève les incertitudes. Le raisonnement déductif est vu comme un moyen de suppléer à l'insuffisance des moyens

[8] Evelyne Barbin, "La démonstration mathématique : histoire, épistémologie et enseignement", *Actes des Journées Paul Langevin*, éd. Rosmorduc, Université de Brest, 1991.

d'observation ou des instruments. Cette démarche correspond à une conception réaliste des objets géométriques : nous découvrons les objets géométriques, les objets géométriques existent dans le réel. Dans la conception réaliste, les objets géométriques, abstraits du réel, pré-existent à l'activité de démontrer.

Cette conception conduit à ancrer l'activité de démontrer dans des opérations de mesurage, alors que la démonstration concerne des objets géométriques idéaux. Elle entraîne bien des "malentendus". Ainsi, dans l'exemple précédent, les élèves s'arrêtent en général au constat que "la somme des angles fait à peu près 180 degrés", ce qui est parfaitement exact. Parfois, après avoir suivi la démonstration du professeur, ils lui demanderont de la recommencer sur un autre triangle, pour être sûrs du résultat.

Dans toutes ces tentatives, l'enseignement repose sur un préalable implicite : on suppose que, d'emblée, les élèves conçoivent les objets géométriques comme objets idéaux. L'enseignement néglige aussi le fait que donner une démonstration, c'est également se donner des moyens légitimes de démonstration[9]. Savoir parfaitement déduire n'a jamais été suffisant pour construire des démonstrations. Les moyens légitimes de démonstration doivent être explicités et avoir un sens pour les élèves, sinon ces élèves ne sauront et ne comprendront jamais pourquoi, et ils demanderont toujours : "Monsieur, Madame, est-ce que j'ai le droit de faire cela ?".

Ainsi les pratiques enseignantes fonctionnent souvent en supposant trois préalables : le raisonnement logique[10], la conception idéale des objets géométriques, la reconnaissance des moyens légitimes de démonstration[11]. Alors que l'histoire des mathématiques indique qu'il n'y a pas de préalable.

---

[9] L. Wittgenstein,*Remarques sur les fondements des mathématiques*, Gallimard, 1983.

[10] R. Bkouche, "Quelques remarques sur la démonstration", *La démonstration mathématique dans l'histoire*, IREM de Lyon, 1990.

[11] E. Barbin, "La pensée mathématique dans l'histoire et la classe", *Congrès APMEP de Strasbourg*, à paraître.

Le mythe induit des pratiques enseignantes, mais il est aussi intimement lié aux conceptions épistémologiques, réaliste ou idéaliste, des enseignants. Il conduit à une forme "expositive" de l'enseignement, à un spectacle des mathématiques, mais il s'accorde parfaitement aussi avec l'importance accordée aux mathématiques en tant que produit, au détriment de l'activité mathématique, c'est-à-dire du processus de construction des savoirs. Ce constat conduit à inverser la question qui réunissait la table ronde, à savoir l'impact des mythes sur l'enseignement, pour se demander quel est l'impact de l'enseignement sur la pérennité du mythe.

Bons et mauvais mythes de l'enseignement

André Revuz

Faut-il pourchasser les mythes ? Il est troublant de constater que toute société humaine construit des mythes dans lesquels elle croit trouver la justification de son existence et des règles de conduite. Et cependant personne ne contestera l'opposition entre les mythes et la réalité.

Y a-t-il de bons et de mauvais mythes ? Je pense que le mythe qui décrit un idéal à atteindre peut être sain, même si l'idéal demeure lointain.

Il n'y a pas de société concrète où règne véritablement la trinité "Liberté, Egalité, Fraternité" et la réalité fait une part importante à la trinité infernale "Asservissement, Compétition sauvage, Egoïsme". Se fixer pour objectif le règne de "Liberté, Egalité, Fraternité" relève d'un bon mythe, croire que ce règne est arrivé, c'est être victime d'un mythe néfaste. Est néfaste aussi tout mythe qui, méconnaissant l'opacité et la complexité du réel, propose un moyen apparemment simple et prétendument infaillible d'arriver à des fins qui paraissent souhaitables à tous, mais en vue desquelles tous ne sont pas prêts à faire les efforts nécessaires.

L'enseignement, et pas seulement celui des mathématiques, est un terreau particulièrement fertile pour les mythes. Comme toute activité et sans doute plus que toute autre, l'enseignement est une projection vers l'avenir et le mythe y pullule, et en premier lieu celui que les objectifs apparemment les

plus raisonnables soient facilement accessibles.

Il n'est ni dans mon propos ni dans mes possibilités de faire un recensement complet des mythes qui foisonnent dans l'enseignement des mathématiques : je voudrais seulement en citer quelques-uns auxquels je me suis heurté et mettre en évidence leurs aspects dangereux ou la part d'idéal sain qu'ils expriment.

L'illusion pédagogiste

Le premier mythe est celui du pédagogue génial ou, sous une autre forme, de la méthode simple qui résoudra tous les problèmes pédagogiques. Ce mythe a la vie dure : peut-être est-il à l'origine de maintes vocations pédagogiques, et à cet égard, il put jouer un rôle positif. Où cela se gâte, c'est au moment où quels que soient les éventuels succès remportés, on se prend à penser que tous les problèmes sont résolus et où ce qui était peut-être une intuition novatrice devient un dogme paralysant.

Le mécanisme de cette dégénérescence mérite d'être examiné, fût-ce rapidement. Toute tentative d'innovation, dans tout domaine, mais peut-être plus particulièrement dans celui de l'enseignement, se heurte inévitablement à une résistance de la société ambiante, large ou restreinte. Ce peut n'être que le refus d'appréhender quelque chose de nouveau, mais ce peut être plus profondément le sentiment que va être détruite une tradition vénérable que l'on se refuse à remettre en cause. Le novateur va alors être considéré comme un sacrilège, outrecuidant (on ne l'a pas attendu pour savoir enseigner !) et dangereux (il va ruiner les bonnes vieilles méthodes !). S'il persiste, il va être vigoureusement attaqué, et par contre-coup, va être amené à durcir ses positions. Il crée un véritable schisme et la catastrophe vient de ce que ceux qui le suivent et ceux qui l'attaquent ne sont pas tellement différents, dans la mesure où tous sont avides de certitudes. Ceux qui ont reconnu la vanité des certitudes traditionnelles en veulent de nouvelles et ne peuvent se satisfaire d'une attitude

d'expérimentation dont les résultats peuvent être continuellement remis en question. Même si l'initiateur ne se prenait pas au début pour un prophète, ses fidèles transforment ses intuitions initiales en révélations et ses hypothèses en dogmes.

Qu'il l'accepte complaisamment ou qu'il s'y résigne, il endosse le rôle du prophète et bien souvent trahit ainsi ses convictions premières. Le phénomène n'est pas spécial à l'enseignement, mais pour en revenir à la réalité de l'enseignement des mathématiques, c'est un processus extrêmement complexe où interviennent un nombre considérable de facteurs. C'est aussi sacrifier à un mythe que de parler de l'enseignement des mathématiques au singulier; il faudrait dire les enseignements de mathématiques, et sans méconnaître la remarquable cohésion interne qui fonde l'identité de la discipline, faire sa part à la diversité des situations dans lesquelles on peut l'aborder.

Une amélioration réelle de l'enseignement, des enseignements des mathématiques ne peut être le résultat que d'une recherche impartiale et minutieuse prenant en compte tous les aspects et en poussant l'étude aussi profondément que possible. C'est ce que s'efforce de faire cette jeune discipline que l'on a baptisée la didactique des mathématiques, qui travaille dans la bonne direction, en ce qu'elle cherche à étudier prioritairement les processus complexes qui sont à l'œuvre dans les enseignements de mathématiques, mais qui au delà de la difficulté intrinsèque de la mission qu'elle s'est fixée se heurte à des résistances multiples et injustifiées qui lui compliquent artificiellement la tâche. En particulier, l'attitude majoritaire d'indifférence ou même d'hostilité des mathématiciens à son égard manifeste un aveuglement dont les conséquences peuvent être lourdes pour l'avenir de l'enseignement.

L'illusion de la transparence. La lutte des "classes mathématiques" : un exemple.

Un second mythe est celui de la transparence des idées mathématiques, ou si l'on préfère de l'adhésion immédiate qu'elles devraient susciter quand elles sont clairement exposées. C'est si l'on veut la constatation de Descartes : "Le bon sens est la chose du monde la mieux partagée", dont d'ailleurs la justification par le fait qu'il n'a jamais rencontré quiconque qui se plaignit d'en manquer, m'a toujours paru faire de Descartes un pince sans rire, ce qui ne diminue nullement, à mes yeux, le sérieux avec lequel il faut le lire.

La réalité c'est d'abord que l'évidence, pour aveuglante qu'elle puisse parfois paraître en mathématiques, n'est jamais obtenue qu'après un travail acharné, et par moments pénible et décourageant. "Les idées naturelles ne viennent jamais en premier" aimait dire Hadamard dans un apparent paradoxe. Mais il y a plus grave : il y a une résistance, qui n'est pas toujours inconsciente, à tenir compte d'idées non familières.

La réalité c'est qu'on peut procéder à une partition de toute société en groupes caractérisés chacun par un univers mental mathématique. Ces univers sont clos et ne sont nullement prêts à communiquer les uns avec les autres. On peut les classer en un ensemble partiellement ordonné suivant les performances qu'ils permettent. Et les rapports entre les différents groupes ne sont rien moins que pacifiques. Il n'est pas exagéré de parler d'une véritable lutte des classes (mathématiques, s'entend).

N'y a-t-il pas un mépris, parfois exprimé, de chaque groupe pour les groupes moins performants que lui ? N'y a-t-il pas un refus de reconnaître la supériorité des groupes plus performants, supériorité que l'on essaie d'exorciser en disant : "c'est trop abstrait, c'est du coupage de cheveux en quatre..." Il y a d'ailleurs toute une dialectique de la soumission où par exemple un groupe moins performant demande un moyen "simple" de résoudre un de ses problèmes et où

un groupe plus performant lui octroie une recette, soit pensant que c'est tout ce dont il est digne, soit voulant rendre sincèrement service mais s'abusant sur le service réel que l'on peut en tirer. Dans tous les cas, la demande l'octroi et l'utilisation d'une recette ne font que confirmer la relation hiérarchique entre les groupes et enferme le groupe moins performant dans son infériorité.

Un exemple extrêmement fréquent en est fourni par le professeur qui, en désespoir de cause, et avec ou sans scrupule de conscience, renonce à faire comprendre et fournit une recette qui permettra peut-être de réussir à un examen. Il ne s'agit pas ici de lui jeter la pierre, car il est soumis à des contraintes qui peuvent lui interdire pratiquement toute autre attitude, mais il faut voir en quoi consistent ces contraintes et ne pas se résigner à la perversion de l'enseignement qu'elles induisent.

Avant d'aller plus loin, je voudrais donner un exemple de hiérarchie d'univers mathématiques en prenant une notion abordée par la totalité de la population : celle de nombre décimal.

Le niveau zéro est celui où le décimal est manipulé comme un couple d'entiers, séparés par une virgule à l'écrit, par un léger temps d'arrêt dans l'énonciation orale, et où le second est toujours compris entre zéro et cent.

C'est l'énoncé d'un prix : trois francs cinquante (centimes), d'une taille : un mètre quatre-vingt (centimètres). Il est piquant de constater que cette utilisation d'unités du système métrique reproduit celle des unités antérieures : trois livres dix sols, cinq pieds six pouces...

Il est à noter que dans cette utilisation il y a souvent conflit entre l'expression écrite et l'expression orale : 3,5 (ou trois virgule cinq) est souvent compris comme 3,05 (trois francs et cinq centimes...) et on écrira 3,50 en se gardant bien d'omettre le zéro s'il s'agit réellement de 3,5. Si dans ces conditions on demande quel est le plus grand de 3,5 et de 3,12 la réponse largement majoritaire sera 3,12. Je ne sais pas quelle est exactement la proportion de la

population française chez qui règne cette conception des décimaux, mais elle n'est certainement pas négligeable : elle est fondée sur l'utilisation de la monnaie courante et la mesure des longueurs des objets familiers, qui en paraît aux yeux de beaucoup une justification suffisante. Elle est fréquente chez les élèves de l'école primaire et des collèges, et elle résiste chez beaucoup à l'enseignement. Pour certains élèves la véritable utilisation des décimaux c'est celle qu'ils font avec la monnaie et toute autre conception leur parait inutile sinon farfelue. Ils oublient rapidement tout ce qui contredit leurs habitudes même s'ils ont paru le comprendre. Il semble bien qu'il s'agisse beaucoup plus du refus de s'intéresser à quelque chose dont ils ne voient pas l'intérêt qu'à une insurmontable difficulté intellectuelle.

Au-dessus de ce niveau zéro de compréhension (si l'on peut dire!) des décimaux, on rencontre d'autres niveaux où l'on sait faire une ou plusieurs des activités suivantes : ajouter, multiplier, classer des couples de décimaux quelconques, être capable de représenter un décimal sous la forme $a.10^p$ où a est un entier ou un décimal non entier et p un élément de $\mathbf{Z}$. Le refus de la forme $a.10^p$ repose beaucoup plus sur une attitude de conformité à des usages que sur un problème de compréhension.

Un autre palier qui correspond sans doute à un obstacle épistémologique plus sérieux, mais qui crée une coupure radicale entre groupes y accédant ou pas, est atteint lorsque l'on a une conscience nette de la structure d'anneau ordonné de l'ensemble des décimaux et de la manière de la construire systématiquement.

Au-delà des décimaux, on rencontrera d'autres discriminations suivant que l'on admet ou non de considérer un développement décimal illimité, quelques développements décimaux illimités ou tous les développements décimaux illimités, le corps des réels avec toutes ses structures...

Sans pouvoir faire de statistiques précises, on peut affirmer sans crainte qu'à mesure qu'on s'élève dans les hiérarchies sommairement décrites ci-dessus

l'effectif des groupes diminue très rapidement.

Quel est le niveau d'utilisation des décimaux que peut se permettre – s'il le domine lui-même – le journaliste d'un quotidien de bonne tenue ? Il n'y a que peu de temps que les journaux donnent le cours des devises avec quatre décimales.

Suite de l'exemple : la transparence supposée engendre d'autres mythes.

Une autre question que l'on peut poser est la suivante : quelle est la proportion des Français qui établissent un lien entre les nombres décimaux et les pourcentages ? Quelle est la proportion de ceux qui utilisent correctement les pourcentages, et pour ce qui est de mon propos, qui sont scandalisés quand on leur dit qu'ils les utilisent incorrectement ? Il y a quelques années, lors d'un réajustement du Système monétaire européen, le mark a été réévalué de 3% et le franc dévalué de 3%. Qui n'en a pas conclu que le franc était dévalué de 6% par rapport au mark ? J'ai cependant entendu une fois à la Télévision dire que, pour des raisons "techniques", il ne s'agissait pas de "6", mais de 5,82%, ce qui est certes une meilleure approximation de 6/103, mais sans doute pas suffisante pour la conversion des sommes que les banques centrales font intervenir sur le marché.

La question importante en ce qui concerne la diffusion des connaissances mathématiques est de connaître l'attitude des gens à l'égard de leur ignorance. On peut dire qu'une grande majorité ignore, ou nie, son ignorance : ce qu'ils ne savent pas fait partie d'un univers étranger, dont ils ont peut-être parfois, sinon souvent, entendu parler, mais qui ne les concerne pas, ou, s'ils lui attribuent un intérêt, ils pensent comme la présentatrice de la Télévision qu'il s'agit de questions "techniques" qu'il n'est pas malséant, si même ce n'est pas de bon ton, d'ignorer. Et ils considèrent comme "normal" l'univers mathématique qui

est le leur, et ont une réaction instinctive d'hostilité envers quiconque viendrait le perturber.

Il ne faudrait pas croire que ce genre d'attitude soit réservé à la partie de la population dont la culture mathématique est très pauvre. En 1933, mon professeur d'hypotaupe, Guy Iliovici, qui était parent d'Hadamard et en avait subi l'influence bénéfique, fit paraître un traité où le déterminant était, au langage près, présenté comme une forme multilinéaire alternée et non brutalement par la formule de son développement. L'exposé qui en résultait était simple et attrayant, mais l'existence du déterminant n'était démontrée qu'à la fin. Il n'en fallut pas plus pour provoquer une réaction négative de la part de la plupart des professeurs de Taupe, dont certains déclarèrent, avec mauvaise foi, que l'exposé d'Iliovici revenait à dire : "si le déterminant existe, il existe". Toujours sous l'influence d'Hadamard, Iliovici insistait sur le fait que c'est sur la théorie des formes linéaires que devait reposer celle des équations linéaires. Cela n'eut pratiquement pas d'écho chez ses collègues.

Cet exemple est intéressant à plus d'un titre. Il fournit d'abord un modèle réduit de tentative de réforme. On y trouve les acteurs principaux en la personne d'un mathématicien de premier ordre, s'intéressant à l'enseignement mais n'intervenant pas personnellement, d'un excellent professeur, d'une très bonne culture mathématique et soucieux de comprendre et de faire comprendre la raison des choses, et d'un corps constitué formé de gens cultivés, consciencieux, mais qui ont tendance à penser que les mathématiques qu'ils enseignent ont atteint un tel degré de perfection (j'ai entendu proclamer cette perfection par l'un d'eux qui n'était pas cependant le moins ouvert à d'éventuelles nouveautés) qu'il serait sacrilège, au sens le plus fort du terme, de prétendre le modifier. Il faut bien voir que dans une telle situation la responsabilité du refus ne peut pas être attribuée à un individu particulier : c'est le corps dans son ensemble qui veut défendre sa cohésion et est prêt à transformer un état transitoire de

la Science (qui ne connait que des états transitoires) en un dogme intangible.

On a là un exemple très intéressant et très net d'un univers mathématique clos qui avait été soigneusement perfectionné dans les détails, ce qui freinait toute évolution, et dans lequel l'atmosphère était plus celle d'une commémoration rituelle que celle d'une recherche scientifique. Le noyau central en était la géométrie analytique à 2 et 3 dimensions, où le calcul vectoriel de l'époque d'une part et la géométrie dite moderne utilisant l'homographie et les "éléments imaginaires" d'autre part n'étaient introduits qu'avec réticence par beaucoup de professeurs. Quant à l'Analyse, on peut être effaré de sa pauvreté quand on pense qu'il s'agissait de préparer surtout de futurs ingénieurs. A la même époque, le programme du Certificat de Calcul différentiel et intégral des Facultés des Sciences, quoique plus aéré, butait aussi, dans quelque direction qu'il se dirigeât sur des limites artificielles difficiles à justifier scientifiquement.

Au lieu de reconnaître que la détermination de ce que l'on enseigne à un niveau donné et à un âge donné est contingente et est essentiellement le fruit du développement historique de la Science et de l'enseignement, le mythe s'est créé qu'il s'agissait d'une gradation naturelle correspondant à un ordre nécessaire dans l'acquisition des notions mathématiques et dans le développement de l'esprit des élèves. Cela aboutit à de véritables rites et à penser sans justification que telle notion ne peut être enseignée avant un âge donné (certains ont été profondément scandalisés que l'on enseigne les nombres complexes avant les classes préparatoires, mais trouvaient normal qu'au moins les bons élèves de Terminale connaissent le théorème de Feuerbach : qu'est-ce qui est le plus difficile et qu'est-ce qui est le plus utile ?) ou demande une maturité particulière : tel serait le cas, aux yeux de certains professeurs, de la notion d'appartenance à un ensemble et du symbole correspondant, lesquels professeurs semblant, au demeurant, n'avoir aucun cas de conscience à propos de l'utilisation du signe moins qui est autrement plus délicate. J'ai constaté au

cours de séances de recyclage que la très grande majorité des professeurs du second degré pensaient n'avoir jamais rencontré d'opérations non associatives, alors qu'ils font manipuler la soustraction, la division et l'exponentiation qui ne le sont pas et, pour cette raison, font faire le plus de fautes aux élèves.

Cela ne veut pas dire, bien sûr, que l'on puisse enseigner n'importe quoi à n'importe qui et à n'importe quel âge, mais d'une part l'âge de la maturité mathématique est certainement un des plus précoces, d'autre part si l'on pense à cet égard aux fameux stades de Piaget, il ne fallait pas en faire (et il ne semble pas que Piaget lui-même l'ait fait) une conception rigide et un moule dans lequel des pédagogues dogmatiques ont cru pouvoir enfermer leur enseignement.

La querelle des Anciens et des Modernes qui fit rage en littérature au 17^e siècle revient périodiquement dans tous les domaines et ne s'éteindra probablement jamais. Comme disait déjà Descartes : "c'est nous plutôt qui devrions être appelés les Anciens", c'est nous, c'est-à-dire les dernières générations vivantes dans la mesure où elles ont su faire fructifier les acquis des générations précédentes. Aussi ne faut-il pas penser que les possibilités intellectuelles de l'espèce humaine soient fixées une fois pour toutes : les progrès des mathématiques sont essentiellement un progrès dans la manière d'utiliser le cerveau humain. Il ne faut pas penser que les dernières générations doivent refaire tout le cheminement qui a pu coûter tant de peine aux précédentes. Dans un autre domaine, on constate que beaucoup de jeunes et même de très jeunes savent beaucoup mieux se servir d'un ordinateur que beaucoup d'adultes intelligents et cultivés.

La rétention des connaissances

Je voudrais revenir sur cette triste réalité que l'on ne veut pas voir et que j'ai appelé "la lutte des classes (mathématiques)" et demander que l'on observe l'attitude réelle de chaque classe à l'égard des autres. Est-ce que les plus savants ont vraiment le désir d'aider les moins savants à développer leurs aptitudes et à enrichir leurs connaissances ? Est-ce que les moins savants ont vraiment le désir d'en savoir plus et de devenir plus performants ? Je crains que la réponse correcte soit : non. Certes il existe de petites minorités dans chaque groupe qui sont rebelles à la mentalité dominante et dont le rôle est capital dans la diffusion des idées, mais pour la grande majorité, je maintiens ma réponse. Je ne me laisse pas convaincre par les éventuelles professions de foi vertueuses, régulièrement démenties par les attitudes réelles. Je ne dirai pas qu'il s'agisse d'hypocrisie, mais le plus souvent d'inconscience.

Combien de professeurs d'Université pensent que leur enseignement est aussi important que leur recherche et combien s'interrogent sur le pourquoi de son faible rendement ? C'est vrai que le niveau des étudiants est souvent décourageant, mais est-ce la seule cause ? Et le seul remède est-il une sélection plus sévère qui risque de ne pas s'attaquer aux vraies sources du mal ? Et faut-il d'autre part que le professeur d'Université consacre à l'enseignement des efforts dont il est certain qu'ils n'auront qu'une influence nulle sinon négative sur sa carrière ?

Combien de professeurs du second degré ont le désir d'accéder à des mathématiques qu'ils ne connaissent pas ? Et quels moyens auraient-ils de le faire, s'ils en avaient envie ?

La rétention des connaissances est un phénomène aux formes multiples.

Dans certains cas ce qui est présenté ne peut être compris que si on est soi-même à un niveau très élevé : pensons à la "transparence" de certains exposés de séminaires, où l'objectif est moins de faire comprendre que de recruter

l'élite qui est capable de comprendre sans explication et de venir renforcer les performances et la cohésion du groupe.

Dans d'autres cas, c'est l'interdiction pure et simple d'enseigner certaines notions : cela peut venir d'en haut, parce que, pense-t-on, ceux d'en bas seraient incapables de le faire proprement ; mais cela peut aussi venir d'en bas parce que l'effort à fournir pour le faire correctement parait excessif, ou parce que l'on pense que ce sera "trop difficile pour les élèves" (quel est le vrai sens de "mes élèves ne comprendront jamais ça" ?). Aucune de ces raisons n'est jamais complètement fausse, mais bien souvent encore moins complètement juste. Et on voit bien là une des raisons de l'immobilisme : la diffusion des connaissances demande à tous les niveaux et à tous les acteurs de grands efforts auxquels on échappe en disant *a priori* : "C'est impossible !".

Si l'on avait une conception moins caporaliste de l'enseignement, on s'efforcerait de mettre du jeu dans les indications qui sont données aux enseignants. Quand j'étais élève, la mention que quelque chose n'était pas du programme me rendait furieux, et les moments les plus féconds de ma formation ont été ceux où j'ai trouvé des renseignements sur des idées fondamentales qui n'étaient pas du programme, mais j'ai eu la chance, certainement très rare, d'être bien conseillé pour trouver ces renseignements. Et quand maintenant je vois spécifier : "telle notion n'est pas du programme", je suis encore furieux et attristé, car cela signifie bien souvent : on se gardera bien de faire comprendre aux élèves les notions qui sont explicitement du programme.

La formation des professeurs de mathématiques : où tous les mythes se retrouvent.

Classes plus savantes et classes moins savantes s'opposent aussi sur ce qui doit fonder la formation des professeurs de mathématiques. Deux adages extrêmes sont exprimés : pour enseigner les mathématiques, il suffit de bien les connaître ; pour enseigner les mathématiques (et d'ailleurs n'importe quoi), il

suffit d'être bon pédagogue. J'ai entendu exprimer les deux opinions.

Il est piquant de constater que la première règne chez ceux qui effectivement savent beaucoup de mathématiques, que la seconde est celle des innombrables naïfs qui croient posséder la pédagogie et il est navrant de constater que la position par rapport à ces deux opinions reflète souvent avant tout la conscience qu'a le locuteur de savoir ou de ne pas savoir de mathématiques. Dans un cas puisque je sais des mathématiques, je n'ai aucun effort à faire pour les enseigner ; dans l'autre cas, je ne sais pas beaucoup de mathématiques, mais ce n'est pas utile pour les enseigner et dans tous les cas la conclusion réconfortante est qu'il n'y a pas d'effort supplémentaire à fournir.

Une difficulté objective réside dans l'hétérogénéité relative de la formation mathématique et de la formation "pédagogique" ; mais pour la seconde il vaudrait mieux dire didactique, car précisément la didactique des mathématiques n'oublie pas que ce qu'il s'agit d'enseigner ce sont les mathématiques, et que leur spécificité et leurs propriétés doivent tenir un rôle capital dans l'étude de leur enseignement. On peut cependant se demander si cette hétérogénéité n'a pas été exagérée : il y a une manière d'enseigner les mathématiques qui est peu favorable à une réflexion sur leur transmission (et d'ailleurs, par suite aussi à leur compréhension), il y a une manière de concevoir la pédagogie indépendamment des connaissances enseignées, qui sont toutes deux très répandues et sont un frein considérable à toute amélioration réelle de l'enseignement.

Il y a une énorme conspiration du silence à l'égard de cette vérité toute simple que pour enseigner les mathématiques il est nécessaire d'en savoir assez, mais que cela ne suffit pas. Il faut en savoir assez et surtout le savoir bien, c'est-à-dire avoir bien démonté les théories que l'on a abordées, connaître leurs fondements, leurs ramifications, leurs applications, faute de quoi on enseignera peut-être des recettes ayant un habillage mathématique, mais pas des mathématiques. Que

cela ne suffise pas est surabondamment démontré par l'expérience quotidienne. Il faut à ce propos distinguer entre les mathématiques pour soi (celles que l'on possède et que l'on développe) et les mathématiques pour autrui (celles qu'il faut aider autrui à découvrir). En tant que Science constituée, elles ne présentent bien sûr aucune différence, mais l'attitude subjective à leur égard est profondément différente. Il s'agit presque de deux processus antagonistes : pour soi, il faut rassembler le maximum de connaissances sous le plus faible volume psychologique possible et garder l'essentiel sous forme de possibilités d'action intellectuelle ; pour autrui il est impossible de se placer d'emblée dans cette position qui n'a été acquise qu'à force de travail et de patience, et il faut désintégrer ces noyaux compacts de pensée pour en rendre les éléments progressivement assimilables. Ni apprendre, ni enseigner les mathématiques ne sont des tâches faciles : il ne faudrait pas l'oublier.

Et c'est bien pourquoi une étude scientifique profonde des processus à l'œuvre dans l'enseignement des mathématiques est indispensable. Et il est déplorable que la situation faite aux didacticiens des mathématiques soit si inconfortable. L'explication en est simple : un bon didacticien des mathématiques doit posséder une connaissance et une pratique suffisamment solides des mathématiques ; il a dû être élevé dans le milieu des mathématiciens. Or l'idéologie de ce milieu est la prise en compte exclusive de la recherche et la hiérarchie réelle – qui ne coïncide pas toujours avec la hiérarchie officielle – y est fondée sur la qualité des résultats de la recherche mathématique. S'occuper d'enseignement est alors considéré comme l'aveu d'une moindre réussite, sinon d'une faillite dans la recherche, et entraîne l'ostracisme du milieu des mathématiciens professionnels. Il ne peut d'autre part être question de mener sérieusement une activité de recherche en mathématiques et une en didactique des mathématiques : la première exige une concentration intellectuelle intense et exclusive, la seconde est lourdement consommatrice de temps. Dans

les Sciences de l'Education, d'autre part, où la culture mathématique moyenne est réduite, règne à l'égard des mathématiques un mélange de déférence et d'effroi peu propice à l'établissement d'un dialogue fécond. Le didacticien des mathématiques qui s'efforce de satisfaire deux exigences qui ne sont nullement contradictoires, mais qu'une tradition perverse oppose, est donc soit rejeté, soit difficilement accepté par ceux qui devraient se réjouir de la contribution essentielle qu'il est seul à pouvoir apporter à l'amélioration de l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux.

Parmi les classes (mathématiques) dont la lutte a été évoquée, il ne faut pas oublier celle très nombreuse (et très largement majoritaire) de ceux qui les ignorent à peu près totalement, ont souvent gardé de leur scolarité mathématique un très mauvais souvenir, et ont conçu à leur égard une hostilité qui s'exprime de plus en plus ouvertement : en témoignent les allusions de plus en plus fréquentes à une prétendue dictature des mathématiques; un article paru dans Le Monde du 10 juin 1992 prônait une "pensée écologique" et une "logique floue" qui aboliraient la "dictature des mathématiques" et introduiraient le hasard, la complexité et le chaos! L'auteur semblait ignorer que les mathématiques se sont intéressées avec succès au hasard, à la complexité et même au chaos.

Le mythe de : "on démontre tout en mathématiques", ou qu'est-ce que la "vérité scientifique" ?

Ce sont paradoxalement en grande partie les mêmes qui pensent que l'on démontre tout en mathématiques. Cette croyance est pratiquement celle de tous les élèves, mais, j'ai eu la douloureuse surprise de le constater, aussi celle de certains professeurs.

Le critère "croire ou ne pas croire que l'on démontre tout en mathématiques" permet lui aussi d'opérer une partition nette dans la population.

L'ensemble de ceux qui le croient contient tous les groupes à faible culture mathématique. Cette croyance est profondément ancrée et traduit une méconnaissance profonde du statut de la Science et une conception quasi théologique de la vérité. Le mot "axiome" effraie et fait mettre en doute la vérité de la théorie qui est fondée sur des axiomes. L'axiome apparaît à beaucoup comme une proposition arbitrairement choisie et non justifiée. Elle l'est en effet formellement dans la théorie déductive que l'on bâtit à partir d'elle, mais elle ne l'est nullement quant au sens que prendra la théorie : les axiomes de la Géométrie, les "principes" de la Mécanique, ceux de la Thermodynamique ne peuvent être démontrés dans ces différentes disciplines, mais leur choix n'a nullement été arbitraire et a parfois donné lieu à des tâtonnements fort longs.

J'ai pu constater que pour beaucoup d'élèves l'introduction explicite d'un axiome était considéré comme un camouflage, à la limite de l'honnêteté, de l'incapacité du professeur à démontrer la proposition correspondante. J'ai pu aussi constater qu'une explication démystifiante était facile et payante.

Dans les traités de Géométrie de mon enfance, on trouvait une définition de l'axiome comme une propriété "vraie" que l'on ne pouvait pas démontrer et l'exemple qui suivait était : deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles. Aujourd'hui cette proposition fait partie de la définition des relations d'équivalence et en tant que telle n'a pas à être dans l'absolu vraie ou fausse. Les termes de vrai et d'égal avaient une charge métaphysique qu'il s'agissait en partie d'exorciser.

D'autre part, on définissait le postulat comme une proposition que l'on admettait sans avoir pu la démontrer, le seul exemple était celui d'Euclide, mais que l'on pensait être "vraie" et dont on avait espéré qu'on la démontrerait un jour. Bien sûr, les géométries non-euclidiennes n'étaient pas au "programme" ce qui n'était pas déraisonnable, ce qui l'était moins c'est qu'à part ce postulat et l'axiome de l'égalité rappelé plus haut, aucun axiome n'était énoncé dans

les traités de géométrie dont les premières pages étaient un condensé de pseudo-démonstrations propre à propager le mythe que l'on démontrait tout en mathématiques, mythe dont je me demande si les auteurs de manuel n'étaient pas eux-mêmes victimes. Je me rappelle la perplexité qu'avaient provoquée en moi en Quatrième et en Seconde les "démonstrations" des cas d'égalité des triangles, mes efforts d'élève docile pour me persuader que c'était valable, puis mon indignation en fin de scolarité secondaire quand je fus définitivement convaincu que l'on s'était moqué de moi. J'ai suivi dans ma jeunesse des cours de catéchisme, de mathématiques et de physique qui tous trois prétendaient apporter des vérités indéniables. Dans le premier cas il s'agissait de vérités révélées, dans le second on feignait de tout démontrer et dans le troisième on se référait constamment au deus ex machina qu'était l'expérience, toujours invoquée, rarement réalisée et souvent peu convaincante quand elle l'était. Et il est amusant – si l'on prend le parti d'en rire – de se rappeler que le discours du professeur de mathématiques qui devait passer de "un fil tendu nous donne l'idée d'une droite" à une "définition" des droites (mais, hélas! on disait de "la droite") qui n'en était d'ailleurs qu'une propriété non caractéristique, ressemblait étrangement à la glose ingénue d'une dame catéchiste sur la réponse canonique à la question : "Qu'est-ce que Dieu ?"

La mystification porte essentiellement sur l'idée de vérité. La Science a abandonné l'illusion naïve de décrire la réalité exactement comme elle est : elle sait maintenant que ce qu'elle construit, ce sont des modèles intelligibles plus ou moins facilement maniables et plus ou moins adéquats à la réalité qu'ils sont censés représenter et qui est peut-être fondamentalement inaccessible dans sa totalité. Changer de modèle ne pose plus de problème métaphysique et l'existence simultanée d'une mécanique newtonienne, de mécaniques relativistes et de mécaniques quantiques avec leurs champs de validité respectifs est parfaitement admise et rend vaine la question "Quelle est la plus vraie ?", même si

une théorie unitaire ferait plaisir à de nombreux scientifiques. L'idée de modèles fonctionnels adaptables, perfectibles, qui est celle des mathématiques, devrait être répandue et celle de vérité relativisée. Notons que nous cotoyons ici un autre mythe, celui de l'opposition entre mathématiques pures et mathématiques appliquées, opposition récusée, en particulier par J.L.Lions qui est actuellement en France le prince des mathématiques appliquées.

Culture ou sélection ?

Je voudrais aborder un dernier mythe qui ne crée aucune partition dans la population parce que toute la population y croit ou feint d'y croire.

Ce mythe c'est : la tâche fondamentale de l'enseignement est de donner une culture (ce qui, en soi, ne peut qu'être approuvé) ; l'évaluation doit permettre de mesurer les progrès accomplis. Mais la réalité est bien plutôt que l'évaluation domine toute la vie scolaire et que la culture n'est qu'un éventuel sous-produit mineur de la scolarité.

Que l'évaluation soit indispensable est incontestable, mais c'est un outil délicat à manier et un domaine où les meilleures intentions se pervertissent facilement : on a substitué aux compositions trimestrielles des "contrôles" beaucoup plus fréquents qui permettent ainsi, en principe, un rattrapage plus facile, mais je ne suis pas sûr que le stress de l'épreuve ait été diminué ni que cela aide à l'acquisition d'une culture approfondie. Finalement, apprend-on vraiment des mathématiques ou plutôt à passer des examens ou des concours sur les mathématiques, ce qui n'est pas du tout équivalent ?

Que signifie le "programme" d'une classe ? Est-ce un éventail de notions qu'il serait fructueux d'étudier et d'approfondir en insistant sur les idées clés qui permettent de maîtriser les techniques qui les mettent en œuvre, ou est-ce un catalogue de connaissances qu'on est censé savoir en fin d'année et sur lesquelles on peut être légitimement interrogé ? La fréquence des mentions :

"ceci n'est pas du programme" montre bien, s'il en était besoin, que c'est le second point de vue qui domine et bien souvent, comme je l'ai dit plus haut, au détriment du premier.

Et comme l'évaluation est le fondement ou le camouflage, comme on voudra, d'une sélection redoutée des élèves et de leurs parents, la tendance est de chasser du programme tout ce qui est réputé difficile ; on arrive ainsi rapidement à vider les programmes de tout contenu enrichissant et culturellement valable.

Il ne faut pas oublier qu'à l'intérieur d'un programme, certains thèmes se prêtent plus facilement que d'autres à fournir des exercices permettant une évaluation commode et par suite prennent une place excessive eu égard à leur intérêt intrinsèque : le calcul algébrique sans fondement clair et sans perspective attirante en est un bon exemple. Ce n'est malheureusement pas le seul. Le phénomène nedate pas d'aujourd'hui,mais je crains fort qu'il ne s'amplifie.

A la sélection sévère réclamée, en partie à juste titre, pour recruter des mathématiciens s'oppose l'adage apparemment plein de bon sens : l'enseignement n'a pas à former de futurs mathématiciens. C'est effectivement du bon sens s'il s'agit de dire que très peu d'élèves du secondaire deviendront des mathématiciens "professionnels" comme disent certains, c'est déjà beaucoup moins vrai si l'on songe à tous ceux qui auront (ou gagneraient) à se servir des mathématiques, mais cela devient catastrophique si cela amène à distinguer la mathématique des mathématiciens et la mathématique des autres : que peut être cette dernière, une collection de recettes mal justifiées, à proprement parler incompréhensibles, de règles qu'on applique parce que "c'est la règle" ?

Mon expérience c'est qu'effectivement beaucoup de mathématiciens se sont formés en marge de l'enseignement qu'ils ont reçu, sinon même contre lui, mais qu'en sens inverse, si l'on s'adresse à des élèves, pas spécialement doués, comme à des êtres humains dignes de recevoir toutes les explications nécessaires, qu'il faut donner sans tricher, si l'on fait appel à leur initiative et si l'on est prêt

à accueillir leurs idées et à en discuter (en discuter vraiment, et si elles sont fausses, ne pas se contenter de dire "C'est faux", mais expliquer pourquoi elles le sont), on est surpris de la qualité et de la pertinence de leurs réactions. Cela suppose évidemment que le professeur domine suffisamment ce qu'il enseigne et ne soit pas effarouché par les contacts humains et qu'il n'y ait pas d'hostilité a priori irréductible de la part des élèves. Il en va de même avec les questions d'expression orale ou écrite. Dire "c'est mal dit" ou "c'est mal rédigé" ne sert à rien, donner un modèle standard à copier servilement ne vaut pas mieux; mais à prendre l'expression de l'élève et à lui demander s'il a bien dit ce qu'il voulait dire, s'il pense qu'un autre va comprendre ce qu'il voulait dire – faire éventuellement l'expérience avec les autres élèves de la classe –, l'on parvient avec beaucoup moins de peine qu'on ne le pense souvent à obtenir des rédactions de très bonne qualité.

On ne comprend les mathématiques que si on les a au moins en partie reconstituées soi-même. C'est un paradoxe apparent, bien qu'il soit évident que l'on ne peut pas penser pour les autres et que l'art du professeur n'est pas de bourrer l'esprit de l'élève de connaissances, mais de l'amener à se poser personnellement les problèmes et l'aider à en concevoir les solutions; je pense que les obstacles que rencontre l'enseignement pour adopter cette conduite résident beaucoup moins dans l'insuffisance des aptitudes intellectuelles des élèves que dans les préjugés des élèves, de leurs parents ...et de leurs professeurs.

L'espoir, quand même ?

L'enseignement apparaît donc comme cerné et transi de mythes qui l'égarent ou dont il se flatte indûment. Il n'a jamais été parfait, mais il ne semble pas en voie d'amélioration. Comme dans d'autres domaines où les riches, individus ou nations, sont de plus en plus riches et les pauvres de plus en plus pauvres, je me demande si la distance grandissante entre les mathématiques les plus performantes des mathématiciens et la pauvreté culturelle des plus démunis ne

risque pas de rendre le fossé qui les sépare définitivement infranchissable.

Ce qui est peu encourageant, c'est que dans la "lutte des classes mathématiques" que j'ai cru déceler, presque tous les acteurs ont bonne conscience, et que les individus aberrants de chaque groupe qui ont envie de franchir les frontières des groupes et qui sont la seule raison d'espérer demeurent isolés. Peuvent ils se regrouper et influer sur le cours des choses ? Quelle organisation sera assez puissante et assez persuasive pour obtenir que la diffusion des idées et de la culture mathématiques ne demeure pas à l'état d'embryon dégénéré avant de s'être développé ? Un noyau pourrait en être constitué par les I.R.E.M. (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), créés il y a une vingtaine d'années, qui sont issus du milieu universitaire et ont été confrontés dès leur création aux problèmes concrets que pose l'enseignement des mathématiques aux niveaux primaire, secondaire et ... tertiaire. Ils ont rapidement perdu leurs illusions initiales, mais pas leur détermination à affronter les problèmes de l'enseignement. Ils ont rapidement reconnu l'inefficacité de toute solution qui ne tiendrait pas compte à la fois des spécificités de la discipline et de toutes les composantes psychologiques, relationnelles et sociales des processus d'enseignement : c'est en leur sein qu'est née la didactique. Ils ont accompli un remarquable travail, mais les progrès à réaliser ne seront obtenus, même dans les meilleures conditions, qu'au prix d'une action de très longue haleine. "Les meilleures conditions", cela veut dire que tous les mythes que j'ai dénoncés auraient été, sinon dissipés, au moins affaiblis. Penser que c'est possible est peut-être le dernier mythe à citer, mais à celui-là je veux encore croire.

Bibliographie commentée.

B. CHARLOT, *La mystification pédagogique*, Payot, 1976.

La pédagogie n'est pas "libre" de l'idéologie, elle ne peut avoir de valeur universelle indépendante des statuts sociaux des différents acteurs.

R. DOUADY, *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques, une réalisation dans tout le cursus primaire.*, Thèse d'Etat, Université de Paris 7, 1984.

Une remarquable étude montrant comment des idées inspirées par la recherche mathématique peuvent renouveler et vivifier l'enseignement aux niveaux les plus élémentaires.

M.-J. PERRIN, *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux cours moyen-sixième*, Thèse d'Etat, Université de Paris 7, 1992.

Une étude sans complaisance de difficultés réelles et de dialogues de sourds.

V. ISAMBERT-JAMATI, *Culture technique et critique sociale à l'école élémentaire*, PUF, 1984.

En n'évoquant pas les aspects techniques de la science, on "oublie" plus le social dans les écoles implantées dans les quartiers modestes que dans les autres : une preuve de plus des différences qui traversent l'école malgré toutes les pédagogies !

PERRENOUD, "Différenciation dans l'enseignement : résistances, deuils et paradoxes", *Cahiers pédagogiques*, 306.

A rapprocher des mythes et des "luttes de classes mathématiques".

A. REVUZ, *Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ?*, PUF, 1980.

Ce livre, moins pessimiste que peut le faire penser son titre, n'a pas perdu de son actualité, si ce n'est que, depuis 1980, la didactique des mathématiques s'est développée, sans cependant trouver l'écho et le soutien qu'il faudrait.

A. ROBERT et J. ROBINET, "Représentations des enseignants et des élèves", *Repères - IREM*, 7.

En amont des activités scolaires, il y a les conceptions générales sur les mathématiques des acteurs en présence, qui pèsent parfois lourdement sur les interprétations que font les élèves des activités qui leur sont proposées ou sur les propositions des enseignants.

Le journal *Le Point*, 995, 12-18 octobre 1991, a publié un dossier intitulé "On liquide les profs."

Un festival de positions idéologiques.

J.Y. ROCHEX, *Entre activité et subjectivité*, Thèse de doctorat, Université de Paris 7, 1992.

Par delà les différences d'environnement socio-culturel, l'auteur souligne les liens entre les histoires individuelles et la scolarité : un fils d'ouvrier peut ne pas réussir à s'autoriser à dépasser (scolairement) son père...

Bibliographie complémentaire

Outre les références indiquées dans les différents textes, voici quelques titres pour en savoir plus...

...Sur les mathématiques

C. MAUDUIT et P. TCHAMITCHIAN, *Mathématiques*, Messidor, La Farandole, 1990

G. GUILBAUD, *Leçons d'à peu près*, Christian Bourgois, 1985

R. PETER, *Jeux avec l'infini*, Points-Sciences, Le Seuil, 1977

M. GUINOT, *Le Paradoxe de Banach-Tarski*, Aléas Editeur, 15 quai Lassagne 69001 Lyon, 1991

A. DAHAN-DALMEDICO, J.L. CHABERT & K. CHEMLA, éd., *Chaos et déterminisme*, Points-Sciences, Le Seuil, 1992

K. CHEMLA, éd., *Démarches mathématiques*, L'encyclopédie philosophique, PUF, 1990

La science au présent, Encyclopedia Universalis, 1992

...Sur les mathématiques (bis)

A. BOUVIER, *La mystification mathématique*, Hermann, 1981

S. GASQUET ET M. RUFFIEUX, *Lycée : peut mieux faire!*, Syros Alternatives, Paris, 1990

Mathématiques A Venir, Actes du colloque de Palaiseau, Bulletin de la Société Mathématique de France, Gauthier-Villars, 1987

European Congress in Mathematics, Birkhaüser, à paraître en 1993 (un volume est spécialement consacrée aux rapports entre mathématiques et société en Europe)

...Sur l'histoire des mathématiques

Groupe inter-I.R.E.M. "Epistémologie et Histoire des Sciences", *La rigueur et le calcul* , Cedic-Nathan, 1982

A. DAHAN-DALMEDICO & J. PEIFFER, *Une histoire des mathématiques*, Points-Sciences, Le Seuil, 1986

M. SERRES, éd., *Eléments d'histoire des sciences*, Bordas, 1989

Voyage au pays des mathématiques, Courrier de l'Unesco, novembre 1989

C.GOLDSTEIN, J. GRAY & J.RITTER, éd., *Mythes et réalités des mathématiques européennes*, à paraître

J. VERGER, éd., *Histoire des universités en France*, Privat, 1986

N. HULIN-JUNG, *L'organisation de l'enseignement des sciences*, Editions du Comité des travaux historiques et scientifiques, 1989

H. GISPERT, *La France mathématique- La société mathématique de France (1872-1914)*, Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences, 1991

...Sur les femmes et les sciences

Repères et références statistiques sur les enseignements et la formation, DEP, Ministère de l'Education Nationale, 1990 et 1991

Association française des femmes diplômées des Universités, "La Formation du personnel de l'enseignement secondaire à l'égalité des chances entre filles et garçons", *Diplômées*, revue trimestrielle, n^0 158 septembre 1991

F. COLLIN, coord., *Autrement*, numéro spécial "Femmes et Sciences", Paris, octobre 1992

A. JUNTER-LOISEAU, coord., *Se former à l'égalité des chances entre les filles et les garçons*, Programme TENET des Communautés Européennes, Université de Rennes 2, coll. Commission des Communautés Européennes – publications, 1990

F. VOUILLOT, éd., "Sciences et techniques, pourquoi si peu de filles", *L'Orientation Scolaire et Professionnelle*, septembre 1991, vol. 20 -3

L'exercice du savoir et la différence des sexes, coll. L'Harmattan, Paris, 1991

C. BAUDELOT ET R. ESTABLET, *Allez les filles !*, Seuil, Paris, 1992

A. CAMPBELL, éd., *Masculin, Féminin, Mieux vivre avec l'autre*, Larousse, Paris, 1990

M. DURU-BELLAT, *L'école des filles, Quelle formation pour quels rôles sociaux ?*, L'Harmattan, Paris, 1990

N. MOSCONI, *La mixité dans l'enseignement secondaire : un faux-semblant*, PUF, Paris, 1989

Table des matières

Des mathématiques dans l'histoire : En guise d'introduction p.3

Continuités et fonctions variables dans le rôle social et éducatif des mathématiques (Gert Schubring) p.13

Femmes et mathématiques, une relation indicatrice des mythes des mathématiques (Catherine Goldstein) p.21

Mathématiques universelles, contradictions et réalités (Jean-Pierre Kahane) p.35

Le système logico-déductif dans l'enseignement. Fonctionnement et fonctions d'un mythe (Evelyne Barbin) p.45

Bons et mauvais mythes de l'enseignement (André Revuz) p.53

Bibliographie p.77

Table des matières p.81

Les auteurs p.82

Auteurs

Gert Schubring
Universität Bielefeld
Institut für Didaktik der Mathematik
Postfach 10 01 31
4800 Bielefeld 1
Allemagne

Catherine Goldstein
URA D752
Bat 425 Mathématiques
Université de Paris Sud
91405 Orsay Cedex

Jean-Pierre Kahane
Bat 425 Mathématiques
Université de Paris Sud
91405 Orsay Cedex

Evelyne Barbin
IREM Université Paris Nord
av. Jean-Baptiste Clément
93430 Villetaneuse

André Revuz
Université de Paris VII
Mathématiques
Couloir 45-55 5 étage
4 place Jussieu
75252 Paris Cedex 05

Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM

Vous pouvez soit :

- Consulter notre site WEB

http://www.irem-paris7.fr.st/

- Demander notre catalogue en écrivant à

IREM Université Paris 7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05

TITRE :

Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques : leur impact sur l'éducation

AUTEUR (S) :

Contributions de :
Gert Schubring, Catherine Goldstein, Jean-Pierre Kahane, Evelyne Barbin , André Revuz, réunies par Catherine Goldstein. Les interventions orales étaient coordonnées par Michèle Chouchan

RESUME :

Table ronde
Colloque UNESCO

MOTS CLES :

MATHÉMATHIQUE (généralités)
Epistémologie, Education

Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la publication : M. ARTIGUE
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal : mai 1993
ISBN : 2-86612-067-1